



Validierung des konvektiven Wärmeübergangs der Freeware Z88Aurora[®] mithilfe analytischer Beispiele und kommerzieller Software

SAXSIM 2019

26.03.2019 Chemnitz

Johannes Wittmann, Florian Hüter, Matthias Roppel, Christian Dinkel,
Frank Rieg



Freeware FE Software

Preprocessing

- Mapped- und Freemeshing
- 2D/3D-Netzerzeugung
- Interaktive Aufgabe von Randbedingungen
 - Fixierungen, Deformationen
 - Kräfte, Drücke
- Große, editierbare Materialdatenbank

FE-Solver

- 25 verschiedene Finite-Element-Typen
- Parallelisierte Algorithmen
- Direkte und iterative Gleichungslöser
- Lineare, nichtlineare, thermo-mechanische, lineare Kontakt- und Eigenschwingungsanalyse

Postprocessing

- Freie Skalierbarkeit der verformten Struktur
- Spannungsausgabe nach GEH, NH, SH
- Einzeldarstellung sensibler Bauteilbereiche
- Einfacher Export von Analyseergebnissen

Freeware Topologieoptimierung



Preprocessing

- Mapped- und Freemeshing
- Interaktive Aufgabe von Randbedingungen
 - Fix-Sets
 - Fixierungen, Verschiebungen
 - Kräfte, Drücke

Optimierung/FE-Solver

- 3 Optimierungsverfahren:
 - OC: Optimierung auf min. Nachgiebigkeit
 - SKO: Optimierung auf maximale Festigkeit
 - TOSS: Topology Optimization for Stiffness and Stress

Postprocessing

- Designvariable und Nachgiebigkeit als Ergebnisgrößen
- Darstellung aller Iterationsschritte
- Freie Wahl der Darstellungsgrenze
- Glättung und Export von opt. Geometriedaten

Z88



Open Source – FE Software

- Mappedmeshing
- Import
- Lineare Festigkeitsanalyse
- Postprocessing im Z88o

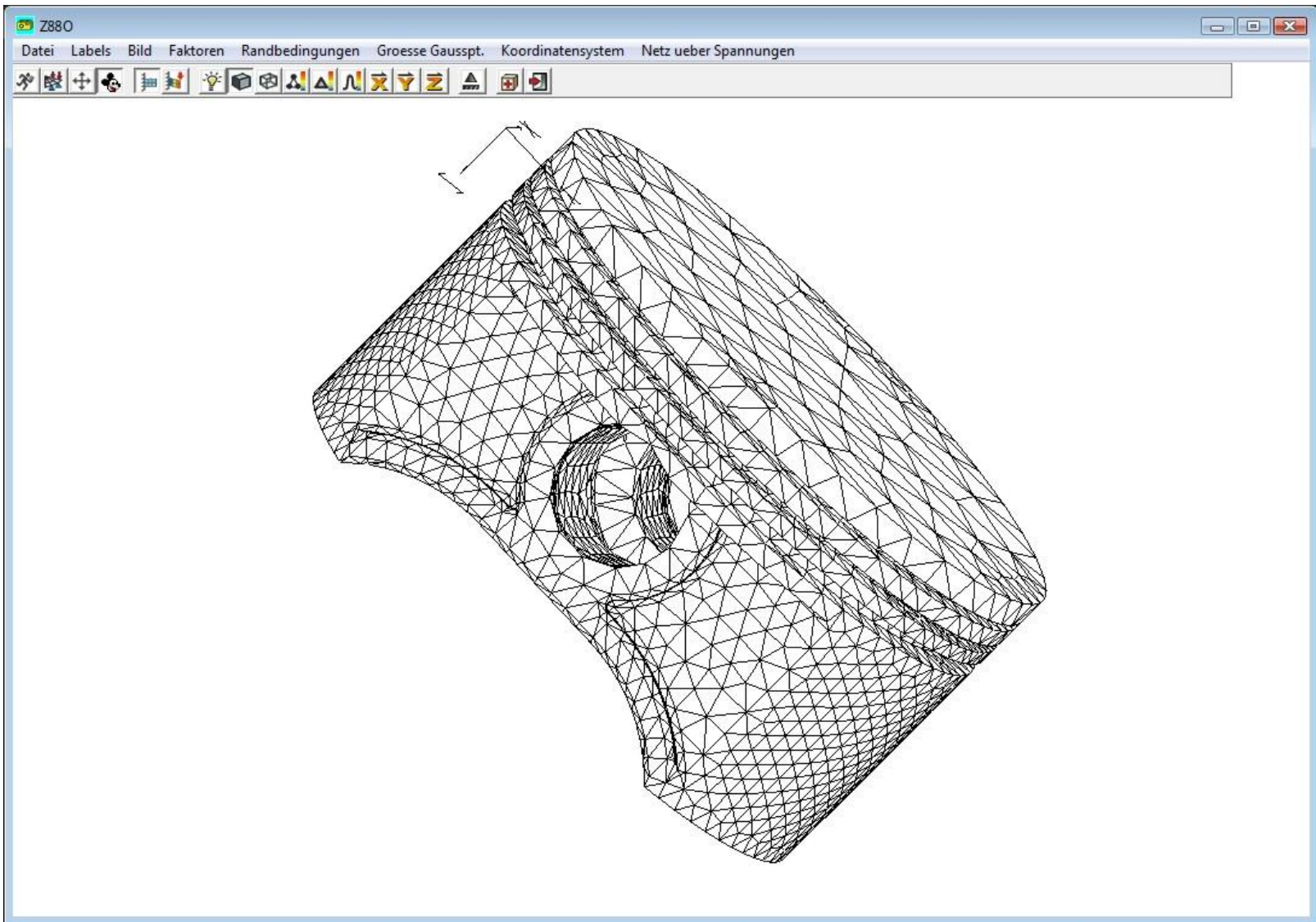
Android – FE Software



- 2D/3D-Netzerzeugung
- 2D-Strukturen zeichnen
- Direkter Gleichungslöser
- Skalierbarkeit der verformten Struktur
- Spannungen nach GEH

Die Z88-Familie

Z880S



Quelle: [1,2]



Freeware FE Software

Preprocessing

- Mapped- und Freemeshing
- 2D/3D-Netzerzeugung
- Interaktive Aufgabe von Randbedingungen
 - Fixierungen, Deformationen
 - Kräfte, Drücke
- Große, editierbare Materialdatenbank

FE-Solver

- 25 verschiedene Finite-Element-Typen
- Parallelisierte Algorithmen
- Direkte und iterative Gleichungslöser
- Lineare, nichtlineare, thermo-mechanische, lineare Kontakt- und Eigenschwingungsanalyse

Postprocessing

- Freie Skalierbarkeit der verformten Struktur
- Spannungsausgabe nach GEH, NH, SH
- Einzeldarstellung sensibler Bauteilbereiche
- Einfacher Export von Analyseergebnissen

Freeware Topologieoptimierung



Preprocessing

- Mapped- und Freemeshing
- Interaktive Aufgabe von Randbedingungen
 - Fix-Sets
 - Fixierungen, Verschiebungen
 - Kräfte, Drücke

Optimierung/FE-Solver

- 3 Optimierungsverfahren:
 - OC: Optimierung auf min. Nachgiebigkeit
 - SKO: Optimierung auf maximale Festigkeit
 - TOSS: Topology Optimization for Stiffness and Stress

Postprocessing

- Designvariable und Nachgiebigkeit als Ergebnisgrößen
- Darstellung aller Iterationsschritte
- Freie Wahl der Darstellungsgrenze
- Glättung und Export von opt. Geometriedaten

Z88



Open Source – FE Software

- Mappedmeshing
- Import
- Lineare Festigkeitsanalyse
- Postprocessing im Z88o

Android – FE Software



- 2D/3D-Netzerzeugung
- 2D-Strukturen zeichnen
- Direkter Gleichungslöser
- Skalierbarkeit der verformten Struktur
- Spannungen nach GEH

Die Z88-Familie

Z88Mobile



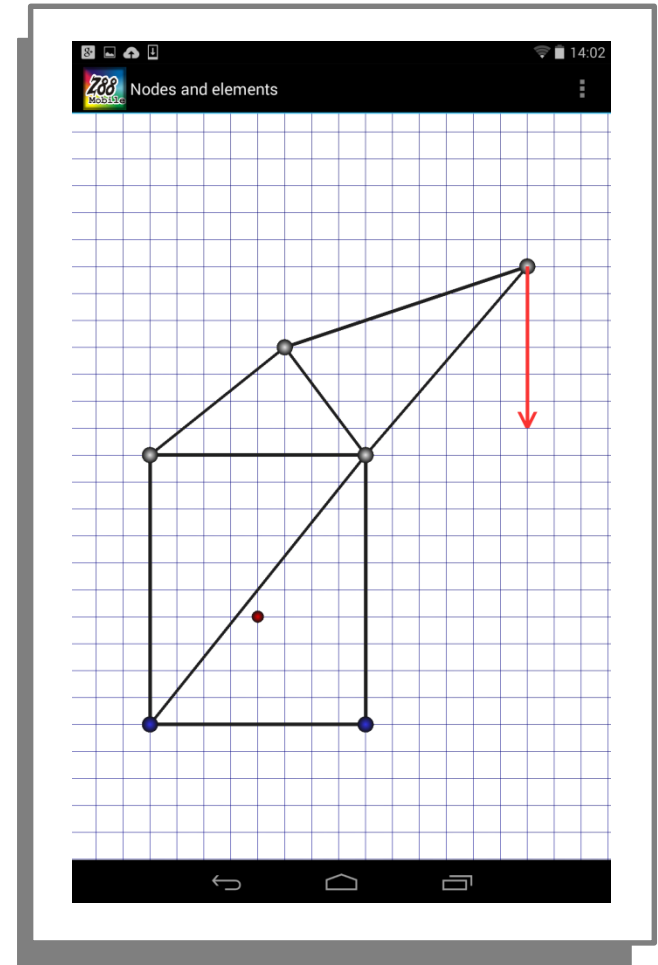
Funktionen

Direkter Solver (Cholesky)

8 Elementtypen

Lineare Elastostatik

Gestensteuerung



Quelle: [1,2]



Freeware FE Software

Preprocessing

- Mapped- und Freemeshing
- 2D/3D-Netzerzeugung
- Interaktive Aufgabe von Randbedingungen
 - Fixierungen, Deformationen
 - Kräfte, Drücke
- Große, editierbare Materialdatenbank

FE-Solver

- 25 verschiedene Finite-Element-Typen
- Parallelisierte Algorithmen
- Direkte und iterative Gleichungslöser
- Lineare, nichtlineare, thermo-mechanische, lineare Kontakt- und Eigenschwingungsanalyse

Postprocessing

- Freie Skalierbarkeit der verformten Struktur
- Spannungsausgabe nach GEH, NH, SH
- Einzeldarstellung sensibler Bauteilbereiche
- Einfacher Export von Analyseergebnissen

Freeware Topologieoptimierung



Preprocessing

- Mapped- und Freemeshing
- Interaktive Aufgabe von Randbedingungen
 - Fix-Sets
 - Fixierungen, Verschiebungen
 - Kräfte, Drücke

Optimierung/FE-Solver

- 3 Optimierungsverfahren:
 - OC: Optimierung auf min. Nachgiebigkeit
 - SKO: Optimierung auf maximale Festigkeit
 - TOSS: Topology Optimization for Stiffness and Stress

Postprocessing

- Designvariable und Nachgiebigkeit als Ergebnisgrößen
- Darstellung aller Iterationsschritte
- Freie Wahl der Darstellungsgrenze
- Glättung und Export von opt. Geometriedaten

Z88



Open Source – FE Software

- Mappedmeshing
- Import
- Lineare Festigkeitsanalyse
- Postprocessing im Z88o

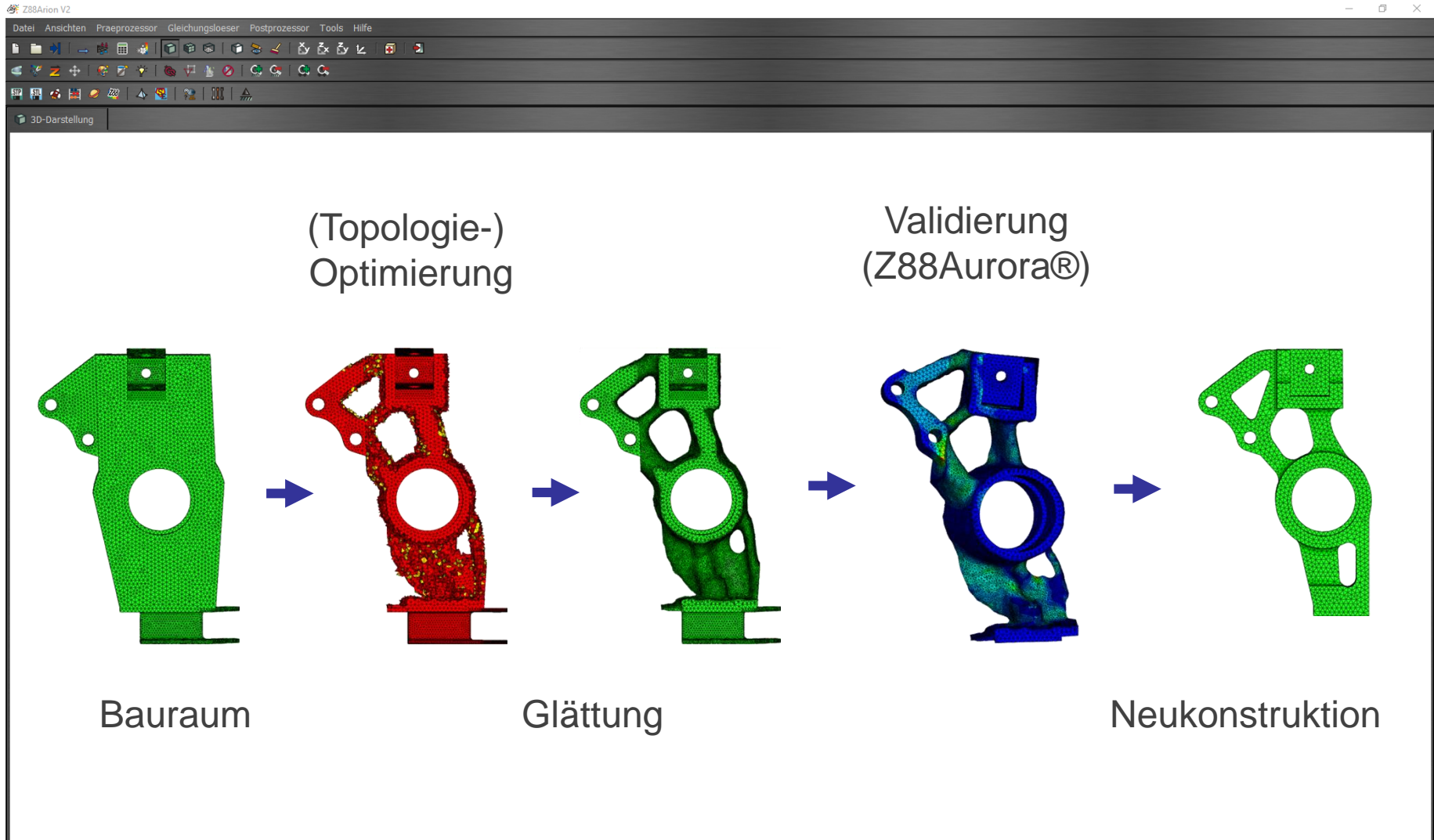
Android – FE Software



- 2D/3D-Netzerzeugung
- 2D-Strukturen zeichnen
- Direkter Gleichungslöser
- Skalierbarkeit der verformten Struktur
- Spannungen nach GEH

Die Z88-Familie

Z88Arion®



Quelle: [1,2]

7



Freeware FE Software

Preprocessing

- Mapped- und Freemeshing
- 2D/3D-Netzerzeugung
- Interaktive Aufgabe von Randbedingungen
 - Fixierungen, Deformationen
 - Kräfte, Drücke
- Große, editierbare Materialdatenbank

FE-Solver

- 25 verschiedene Finite-Element-Typen
- Parallelisierte Algorithmen
- Direkte und iterative Gleichungslöser
- Lineare, nichtlineare, thermo-mechanische, lineare Kontakt- und Eigenschwingungsanalyse

Postprocessing

- Freie Skalierbarkeit der verformten Struktur
- Spannungsausgabe nach GEH, NH, SH
- Einzeldarstellung sensibler Bauteilbereiche
- Einfacher Export von Analyseergebnissen

Freeware Topologieoptimierung



Preprocessing

- Mapped- und Freemeshing
- Interaktive Aufgabe von Randbedingungen
 - Fix-Sets
 - Fixierungen, Verschiebungen
 - Kräfte, Drücke

Optimierung/FE-Solver

- 3 Optimierungsverfahren:
 - OC: Optimierung auf min. Nachgiebigkeit
 - SKO: Optimierung auf maximale Festigkeit
 - TOSS: Topology Optimization for Stiffness and Stress

Postprocessing

- Designvariable und Nachgiebigkeit als Ergebnisgrößen
- Darstellung aller Iterationsschritte
- Freie Wahl der Darstellungsgrenze
- Glättung und Export von opt. Geometriedaten



Open Source – FE Software

- Mappedmeshing
- Import
- Lineare Festigkeitsanalyse
- Postprocessing im Z88o

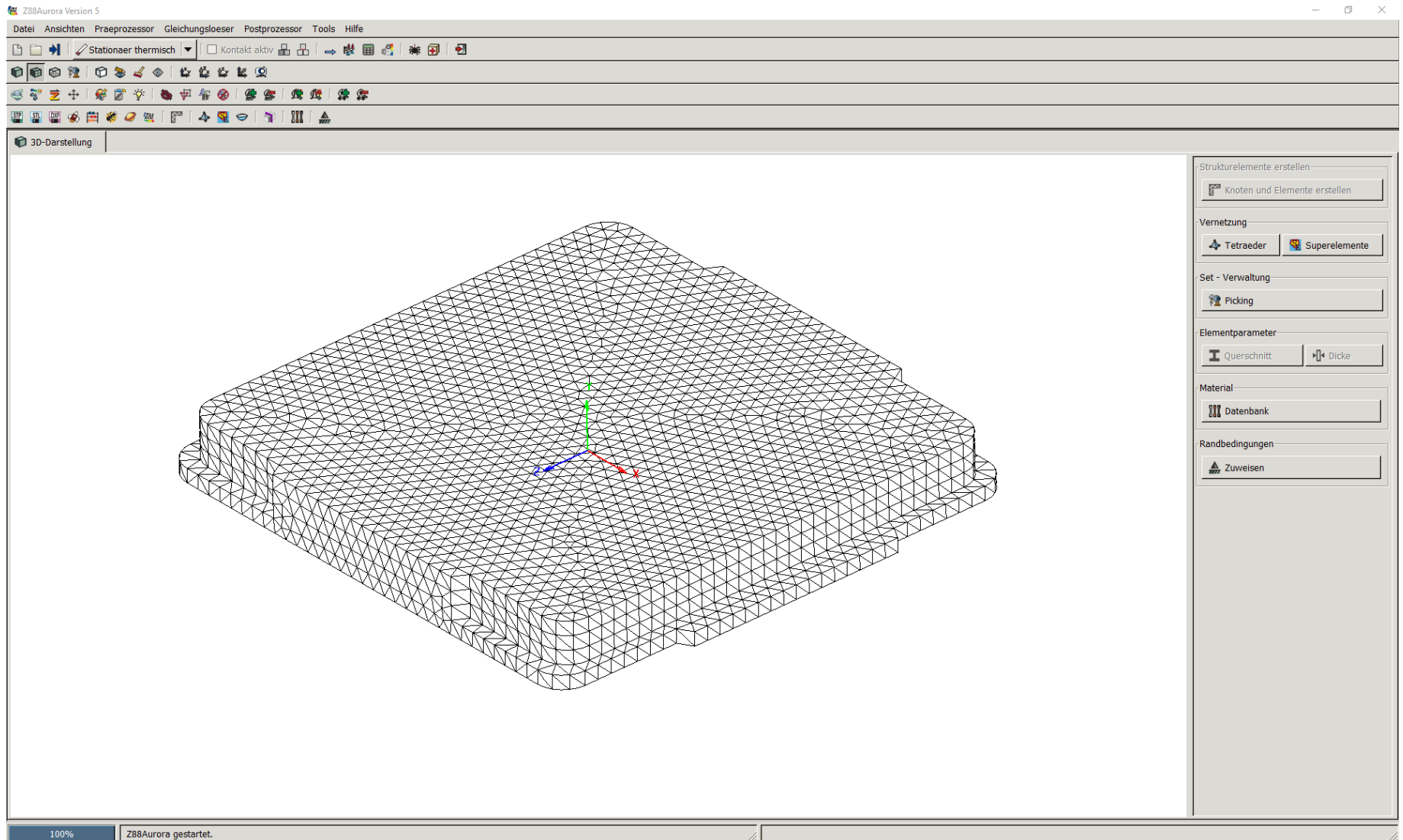
Android – FE Software



- 2D/3D-Netzerzeugung
- 2D-Strukturen zeichnen
- Direkter Gleichungslöser
- Skalierbarkeit der verformten Struktur
- Spannungen nach GEH

Die Z88-Familie

Z88Aurora®



Quelle: [1,2]

Die Z88-Familie

Funktionsumfang der stationär thermo-mechanischen Analyse



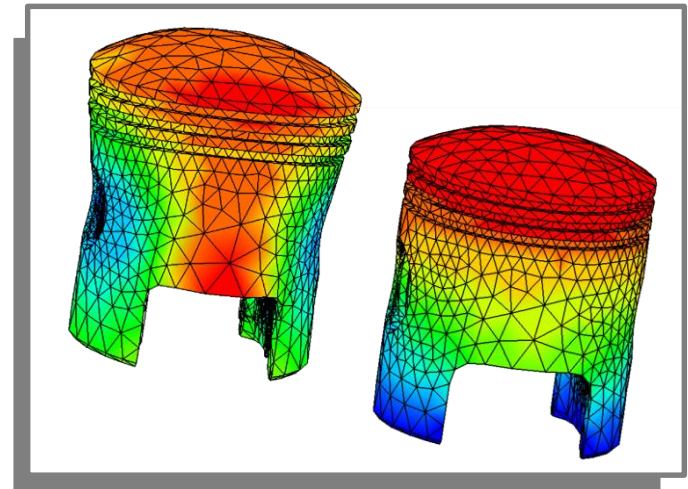
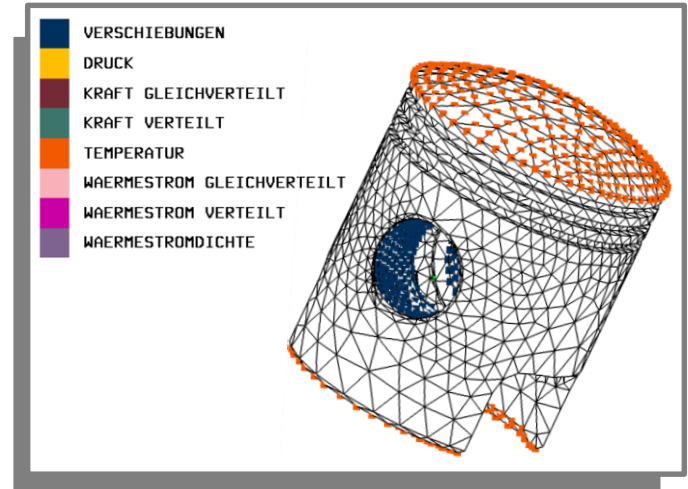
Funktionen

Kopplung: Wärmeleitung - Elastostatik

Elementtypen: Lin./Quad. Hex/Tet

Thermische Randbedingungen:

- Temperatur
- Wärmestrom
- Wärmestromdichte
- **Konvektiver Wärmeübergang**





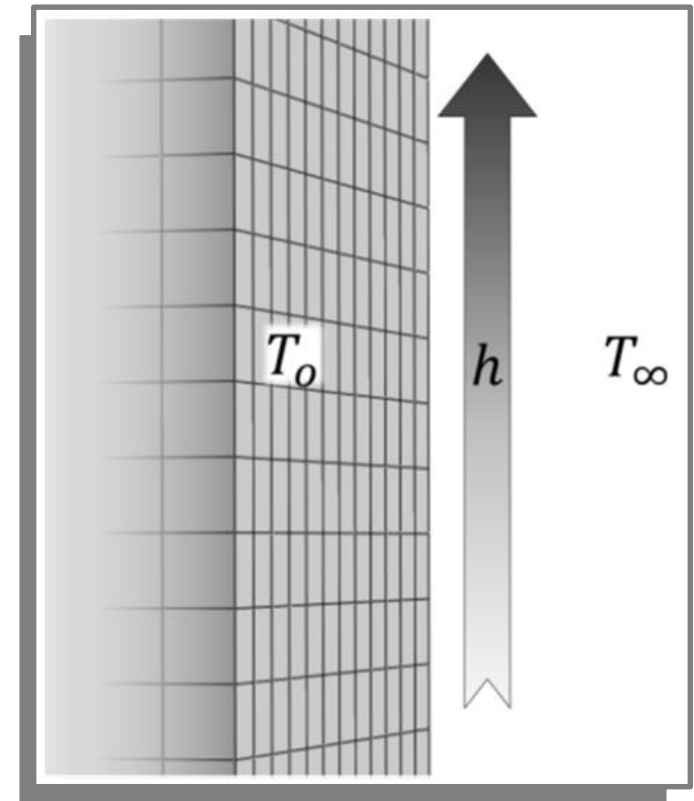
Wärmetransport zwischen der Bauteiloberfläche und der Umgebung

Wärmestromdichte:

$$q = h \cdot (T_{\infty} - T_o)$$

Element-Gesamtwärmeströme:

$$Q_{ges} = \iint_{A_{el}} h \cdot (T_{\infty} - T_o) dA$$



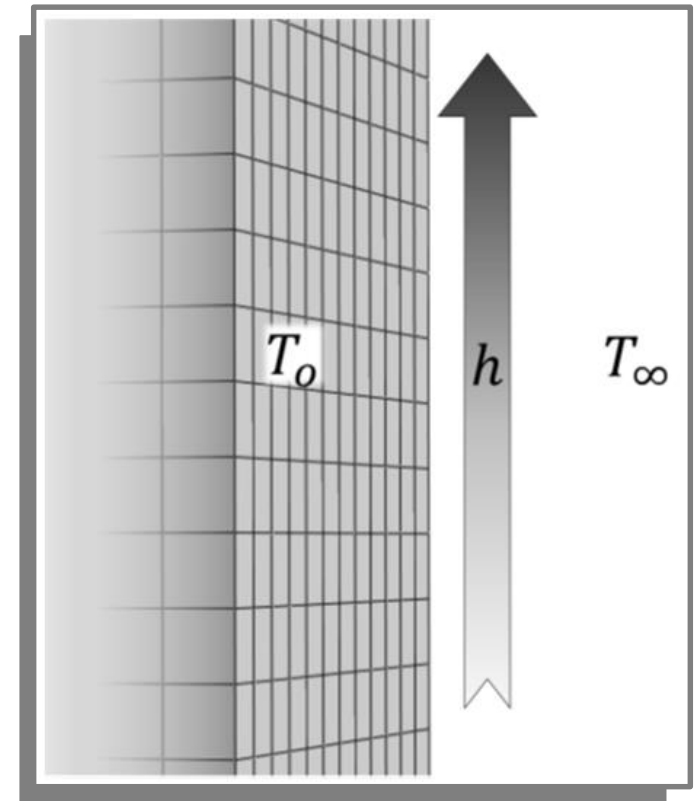


Wärmeströme der Elementknoten über Formfunktionen des Elements:

$$\vec{Q}_{el} = \iint_{A_{el}} \mathbf{N}^T h \cdot (T_{\infty} - T_o) dA$$

Oberflächentemperatur aus den unbekanntenen Knotentemperaturen:

$$T_o = \sum_i N_i \cdot T_i$$

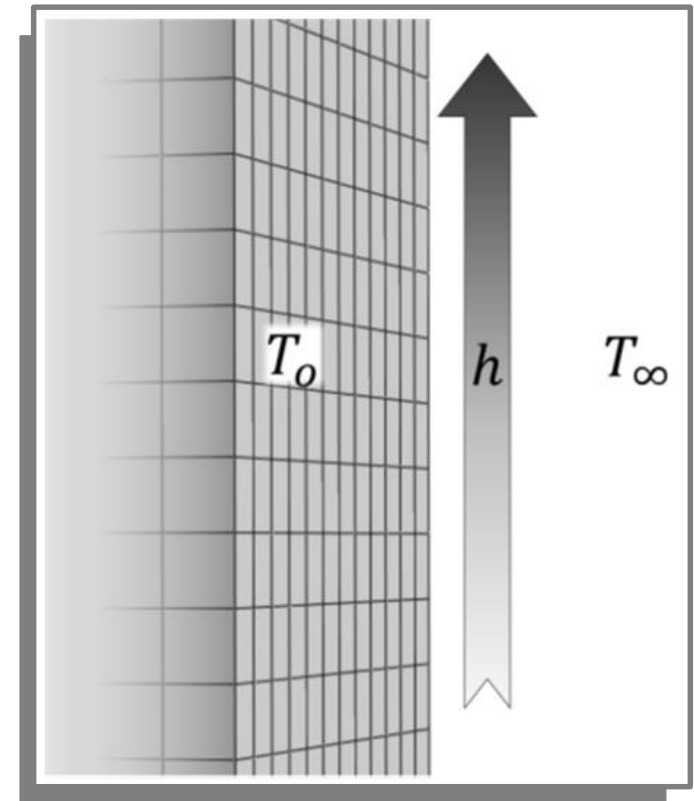




Erweiterte Wärmeströme
der Elementknoten:

$$\vec{Q}_{el} = \iint_{A_{el}} \mathbf{N}^T h T_{\infty} dA - \iint_{A_{el}} \mathbf{N}^T h \mathbf{N} dA \cdot \vec{T}_{el}$$

$$\vec{Q}_{el} = \vec{Q}_{c,el} - \mathbf{K}_{c,el} \vec{T}_{el}$$





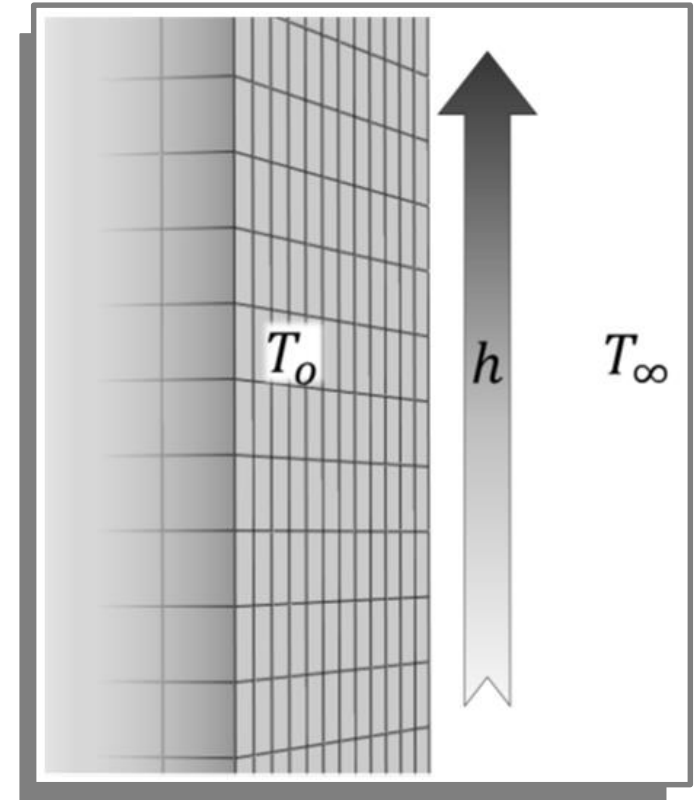
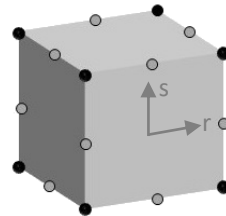
Erweiterte Wärmeströme
der Elementknoten:

$$\vec{Q}_{el} = \iint_{A_{el}} \mathbf{N}^T h T_{\infty} dA - \iint_{A_{el}} \mathbf{N}^T h \mathbf{N} dA \cdot \vec{T}_{el}$$

$$\vec{Q}_{el} = \vec{Q}_{c,el} - \mathbf{K}_{c,el} \vec{T}_{el}$$

Konvektionsmatrix:

$$\mathbf{K}_{c,el} = \iint_{(r,s)} \mathbf{N}^T h \mathbf{N} \left\| \frac{\partial \vec{x}}{\partial r} \times \frac{\partial \vec{x}}{\partial s} \right\| dr ds$$





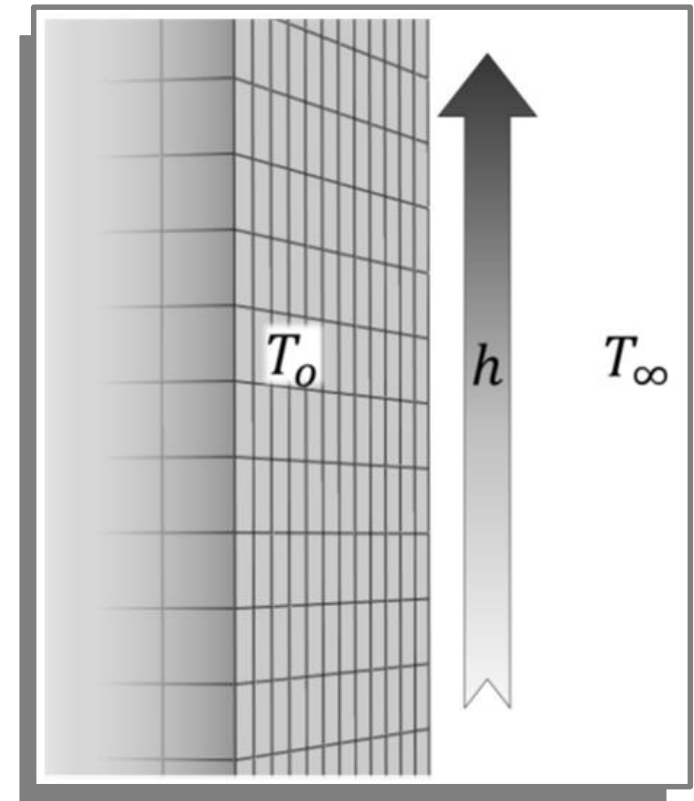
Erweiterte Wärmeströme
der Elementknoten:

$$\vec{Q}_{el} = \iint_{A_{el}} \mathbf{N}^T h T_{\infty} dA - \iint_{A_{el}} \mathbf{N}^T h \mathbf{N} dA \cdot \vec{T}_{el}$$

$$\vec{Q}_{el} = \vec{Q}_{c,el} - \mathbf{K}_{c,el} \vec{T}_{el}$$

Thermisches Gesamtgleichungssystem:

$$(\mathbf{K}_w + \mathbf{K}_c) \cdot \vec{T} = \vec{Q}_c$$





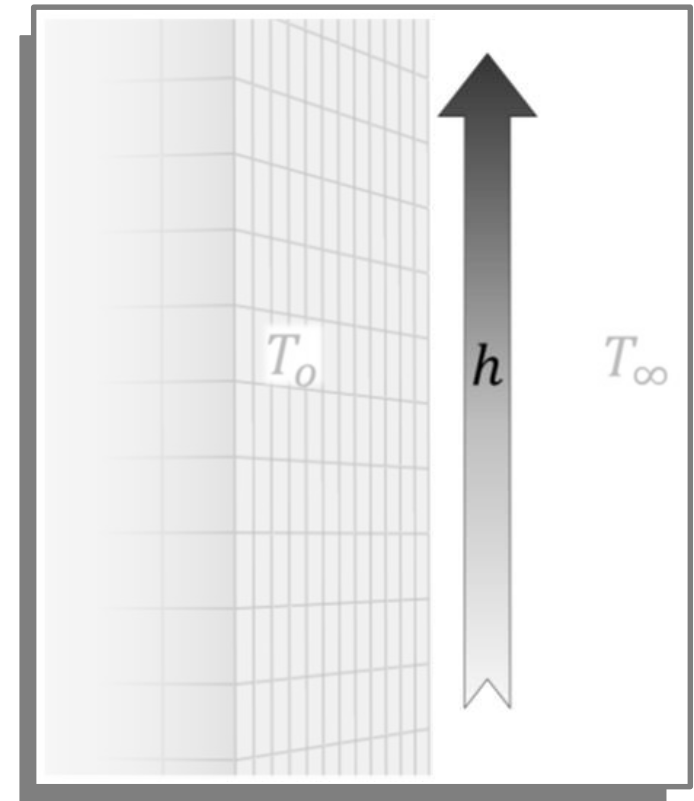
Wärmeübergangskoeffizient h :

$$\text{Nu} = \frac{h \cdot L_C}{\lambda_F}$$

$$\text{Nu} = \left\{ \begin{array}{ll} f(\text{Re}, \text{Pr}) & \text{erzw. Konvektion} \\ f(\text{Gr}, \text{Pr}) & \text{freie Konvektion} \end{array} \right\}$$

Beispiel einer laminar längs angeströmten Platte:

$$\text{Nu} = 0.664 \cdot \text{Re}^{1/2} \cdot \text{Pr}^{1/3}$$

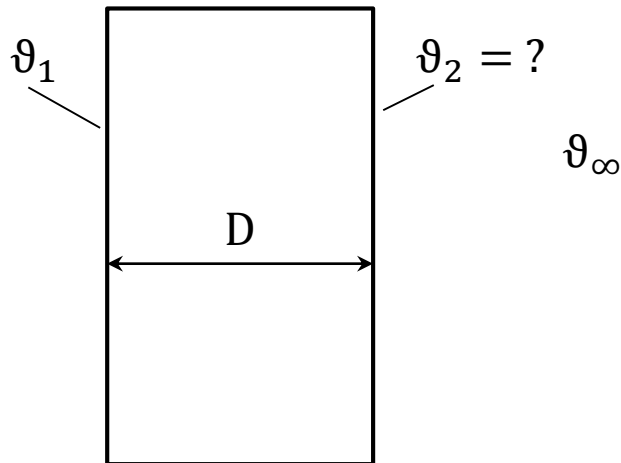


Validierung Konvektiver Wärmeübergang

Analytisches Beispiel: angeströmte Betonwand



Analytische Berechnung



$$Q = \frac{A \cdot h(\vartheta_1 - \vartheta_\infty)}{1 + \frac{h \cdot D}{\lambda_B}}$$

Modellparameter

- $D = 200 \text{ mm}; \quad A = 1 \text{ m}^2$
- Wärmeleitfähigkeit:
- Konvektion Übergangsbereich:

$$\lambda_B = 1.4 \cdot 10^{-3} \frac{\text{W}}{\text{mm K}}$$

$$h = 15.73 \cdot 10^{-6} \frac{\text{W}}{\text{mm}^2 \text{K}}$$

$$\vartheta_\infty = 20 \text{ }^\circ\text{C}$$

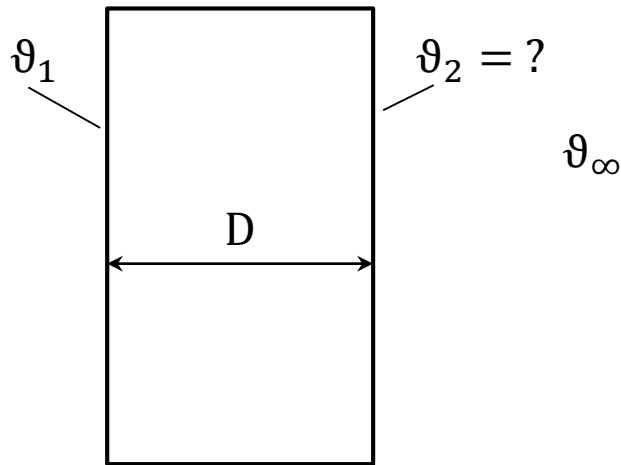
$$\vartheta_1 = 30 \text{ }^\circ\text{C}$$

Validierung Konvektiver Wärmeübergang

Analytisches Beispiel: angeströmte Betonwand



Analytische Berechnung

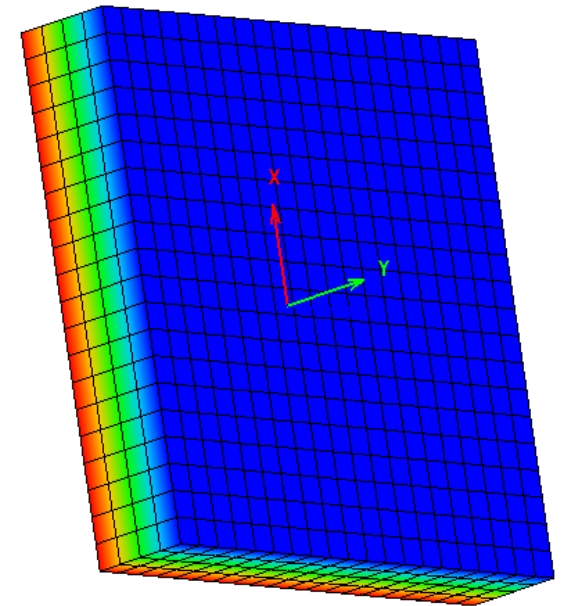
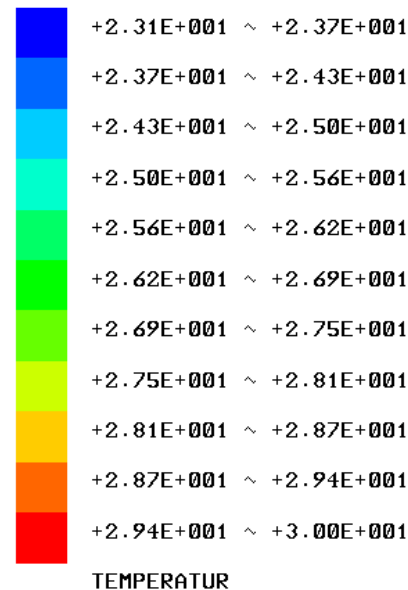


$$\vartheta_{2,ref} = \vartheta_1 - \frac{D \cdot Q}{\lambda_B \cdot A}$$

$$\vartheta_{2,ref} = 23,07963 \text{ }^\circ\text{C}$$

Finite-Elemente-Analyse

- Lineare Hexaeder: 1600 Elemente
- Anzahl Freiheitsgrade: 6615



$$\vartheta_{2,Z88} = 23,07963 \text{ }^\circ\text{C}$$

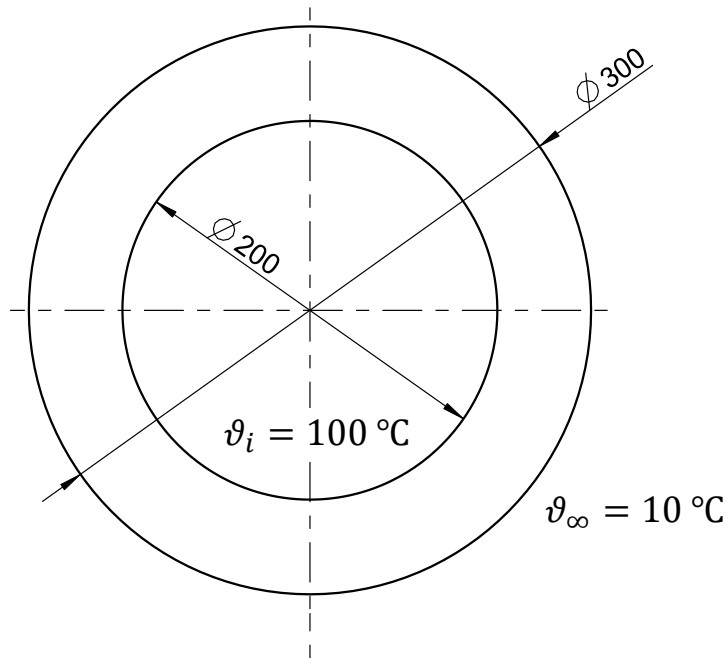
Validierung Konvektiver Wärmeübergang

Analytisches Beispiel: Rohr

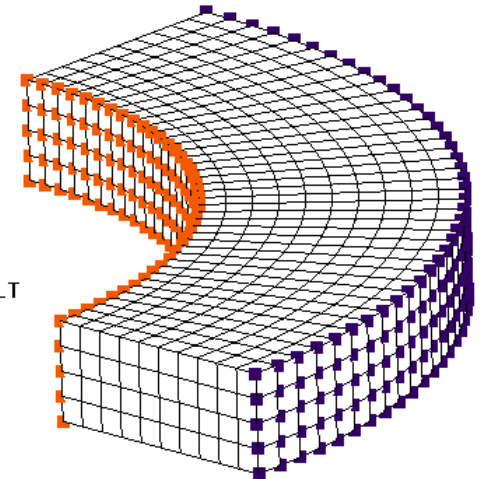


Analytische Berechnung

Finite-Elemente-Analyse



- VERSCHIEBUNGEN
- DRUCK
- KRAFT GLEICHVERTEILT
- KRAFT VERTEILT
- TEMPERATUR
- WAERMESTROM GLEICHVERTEILT
- WAERMESTROM VERTEILT
- WAERMESTROMDICHT
- KONVEKTION



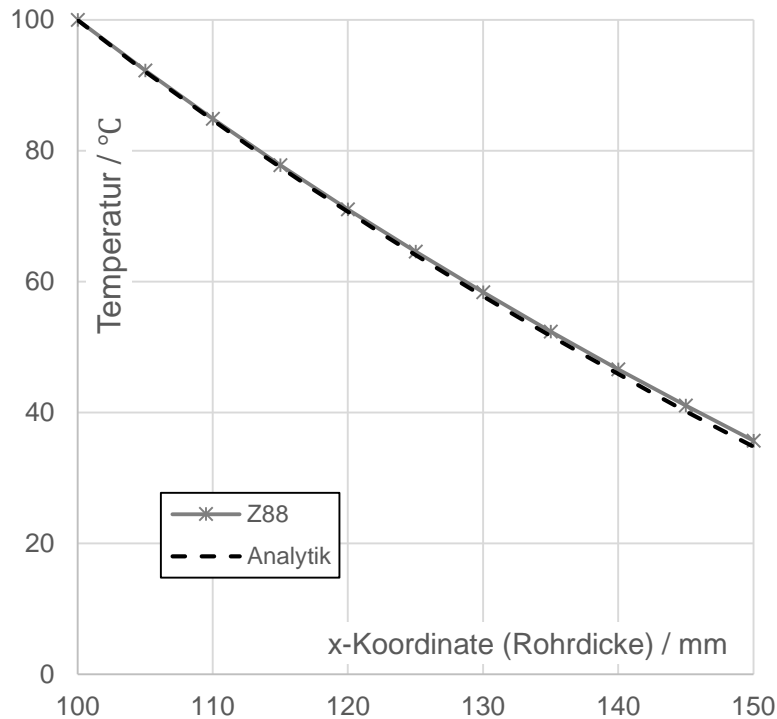
$$\vartheta(r)_{ref} = \vartheta_i + \frac{\vartheta_\infty - \vartheta_i}{\frac{\lambda}{hR} + \ln\left(\frac{R_a}{R_i}\right)} \ln\left(\frac{r}{R_i}\right) \quad \text{mit } h = 7 \cdot 10^{-6} \frac{W}{mm^2K}; \lambda = 0.17 \cdot 10^{-3} \frac{W}{mmK}$$

Validierung Konvektiver Wärmeübergang

Analytisches Beispiel: Rohr

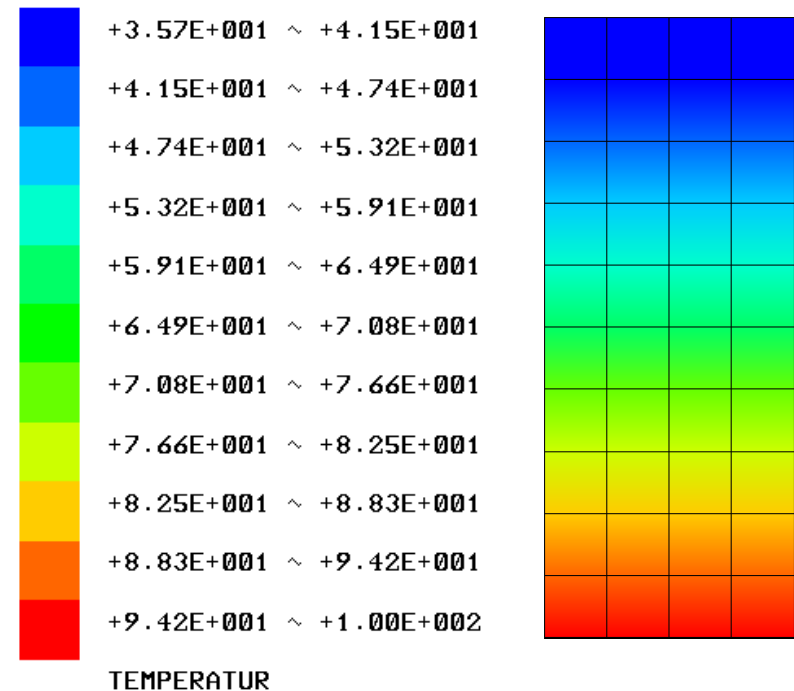


Analytische Berechnung



$$\vartheta(R_a)_{ref} = 35.68242 \text{ °C}$$

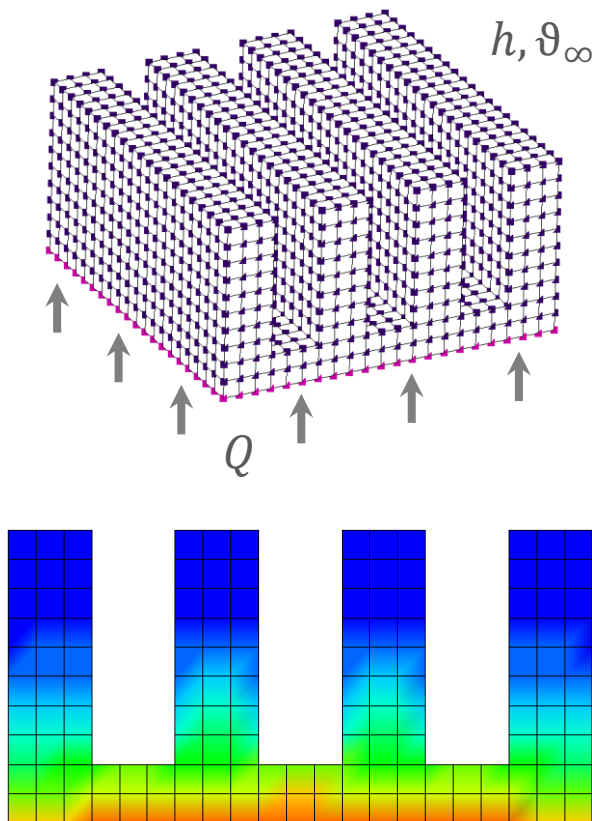
Finite-Elemente-Analyse



$$\vartheta(R_a)_{Z88} = 35.68871 \text{ °C}$$



Validierung anhand kommerzieller FE-Software



Modellparameter

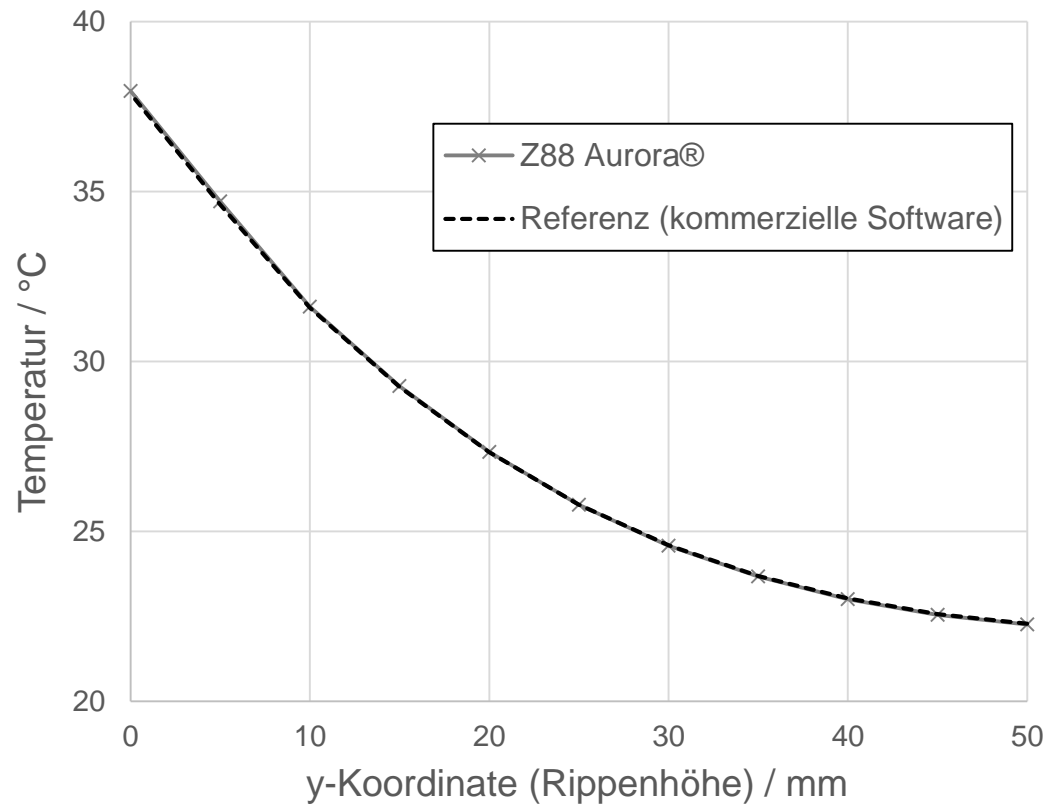
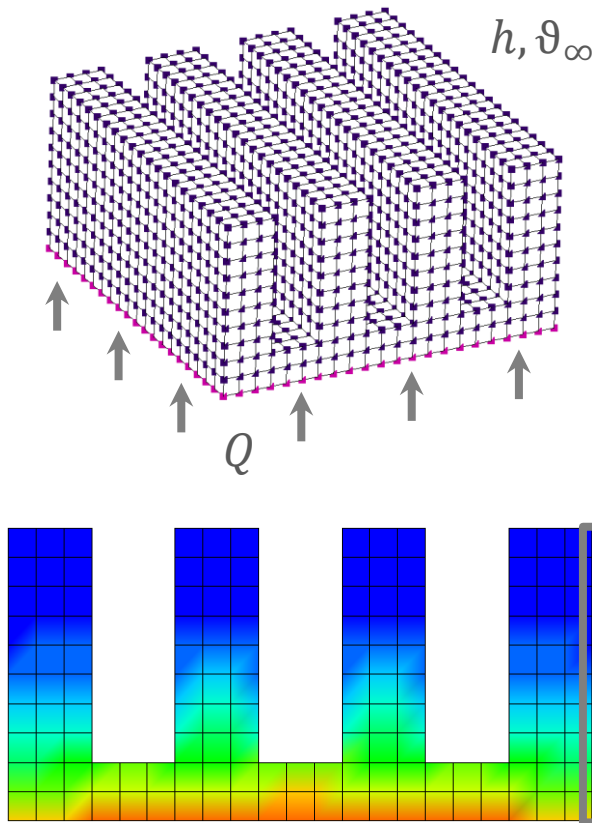
- Lineare Hexaeder: 2760 Elemente
- Anzahl Freiheitsgrade: 12222
- Wärmeleitfähigkeit: $\lambda = 0.054 \frac{W}{mm K}$
- Freie Konvektion:
$$h = 10^{-3} \frac{W}{mm^2 K}; \quad \vartheta_{\infty} = 20 \text{ }^{\circ}\text{C}$$
- Wärmestrom verteilt: $Q = 300 \text{ W}$

Validierung Konvektiver Wärmeübergang

Praxisbeispiel: Kühlrippe

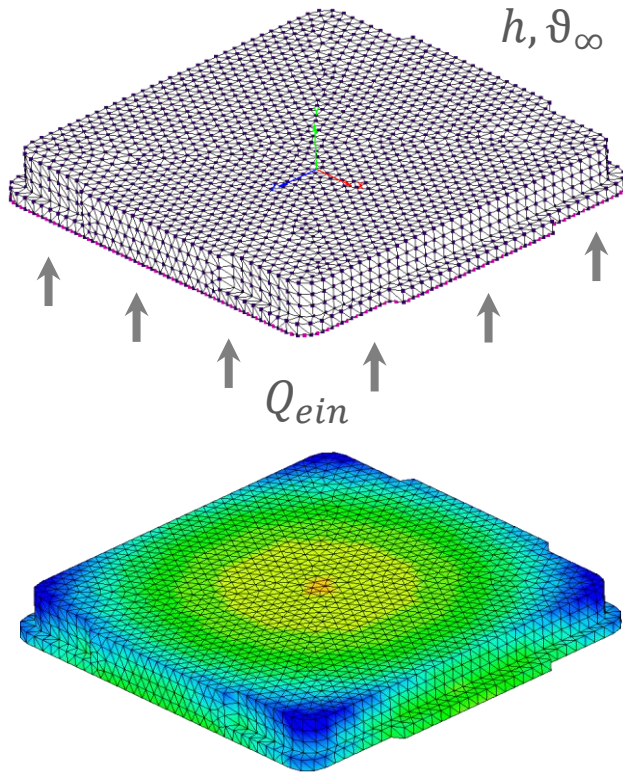


Validierung anhand kommerzieller FE-Software





Validierung anhand kommerzieller FE-Software

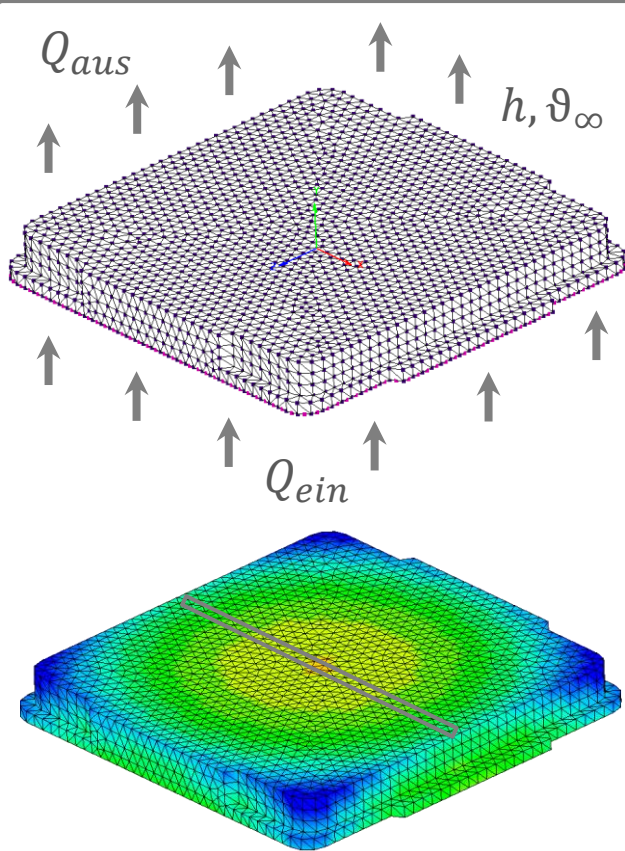


Modellparameter

- Quadratische Tetraeder: 36498 Elemente
- Anzahl Freiheitsgrade: 166254
- Wärmeleitfähigkeit: $\lambda = 0.14 \frac{W}{mm K}$
- Erzwungene Konvektion:
$$h = 260 \cdot 10^{-6} \frac{W}{mm^2 K}; \quad \vartheta_{\infty} = 20 \text{ }^{\circ}\text{C}$$
- Wärmestrom verteilt: $Q = 35 W$



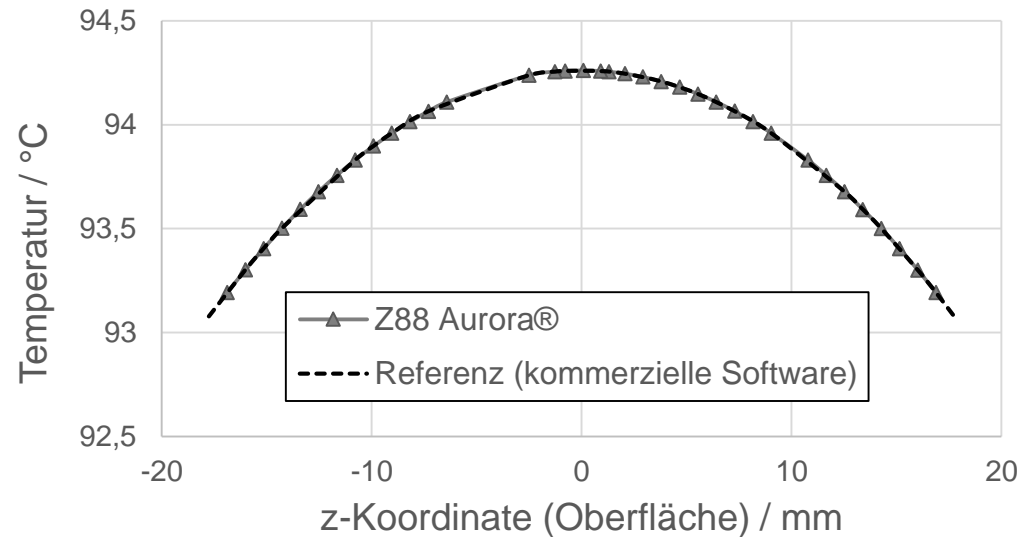
Validierung anhand kommerzieller FE-Software



Wärmestrombilanz

$$Q_{ein} = -Q_{aus}$$

Temperaturverlauf





Zusammenfassung

- Erfolgreiche Validierung des Z88-Moduls für den konvektiven Wärmeübergang anhand folgender Kriterien:
 - Analytisches Ergebnis eines Rohres und einer angeströmten Wand
 - Ergebnisse kommerzieller Software für Praxisbeispiele (CPU-Einheit, Kühlrippe)
 - Wärmestrombilanzierung
- Nachweis der Tauglichkeit für den produktiven Einsatz in der Industrie

Weiterentwicklung

- Untersuchung bzw. Implementierung einer im Volumen verteilten Wärmequelle
- Thermische Kontaktanalyse

Release

- Veröffentlichung der Freeware Z88Aurora® V5 mit konvektiven Wärmeübergang zur Hannover Messe 2019
- Download unter: www.z88.de



- [1] Rieg, F.: Z88 Homepage. Lehrstuhl für Konstruktionslehre und CAD, Universität Bayreuth: „<http://www.z88.de>“. Stand 15.02.2019.
- [2] Goller, D.; Glenk, C.; Rieg, F.: Entwicklung und Implementierung einer Finite-Elemente-Software für mobile Endgeräte. SAXSIM – 7. Saxon Simulation Meeting. Universitätsverlag Chemnitz. Chemnitz: 2015.
- [3] VDI-Gesellschaft Verfahrenstechnik und Chemieingenieurwesen (Hrsg.): VDI-Wärmeatlas. 11. Auflage. Springer-Verlag. Berlin Heidelberg: 2013.
- [4] Rieg, F.; Hackenschmidt, R.; Alber-Laukant, B.: Finite Elemente Analyse für Ingenieure. 5. Auflage. Carl Hanser Verlag. München: 2014.
- [5] Bathe, K.-J.: Finite-Elemente-Methoden. 2. Auflage. Springer Verlag. Berlin, Heidelberg, New York: 2001.

