

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

MÉMOIRE PRÉSENTÉ À  
L'UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À TROIS-RIVIÈRES  
COMME EXIGENCE PARTIELLE  
DE LA MAÎTRISE EN INGÉNIERIE-CONCENTRATION GÉNIE MÉCANIQUE

PAR  
SAID HAMOUD

ÉTUDE NUMÉRIQUE ET EXPÉRIMENTALE DE L'INFLUENCE DES  
PARAMÈTRES DE FONCTIONNEMENT SUR LA TEMPÉRATURE D'ÉQUILIBRE  
DES ENGRENAGES EN COMPOSITES ET NANOCOMPOSITE DES FIBRES  
NATURELLES

Janvier 2019

Université du Québec à Trois-Rivières

Service de la bibliothèque

Avertissement

L'auteur de ce mémoire ou de cette thèse a autorisé l'Université du Québec à Trois-Rivières à diffuser, à des fins non lucratives, une copie de son mémoire ou de sa thèse.

Cette diffusion n'entraîne pas une renonciation de la part de l'auteur à ses droits de propriété intellectuelle, incluant le droit d'auteur, sur ce mémoire ou cette thèse. Notamment, la reproduction ou la publication de la totalité ou d'une partie importante de ce mémoire ou de cette thèse requiert son autorisation.

# UNIVERSITÉ DU QUÉBEC A TROIS-RIVIÈRES

## ÉTUDE NUMÉRIQUE ET EXPÉRIMENTALE DE L'INFLUENCE DES PARAMÈTRES DE FONCTIONNEMENT SUR LA TEMPÉRATURE D'ÉQUILIBRE DES ENGRENAGES EN COMPOSITES ET NANOCOMPOSITE DES FIBRES NATURELLES

**Ce mémoire a été dirigé par :**

---

Demagna Koffi, directeur de recherche, Professeur Université du Québec à Trois-Rivières

**Jury d'évaluation du mémoire :**

---

Prof. Demagna Koffi, directeur de recherche      Université du Québec à Trois-Rivières

---

Prof. Fouad Erchiqui, Ph.D., Génie mécanique Université du Québec en Abitibi-  
Témiscamingue

---

James Agbebavi, Ing.Ph.D, directeur département de génie industriel      Université du  
Québec à Trois-Rivières

## DÉDICACE

*Cette œuvre est dédiée :*

- *À l'Éternel Dieu tout puissant qui est à l'origine de tout bien*
- *À mes parents et mes frères et mes sœurs et à ma petite nièce **NADA Hamoud***
- *À toute ma famille, à tous mes amis, à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin de manière anonyme à l'aboutissement de cette œuvre et à tous ceux pour qui ce travail est source de fierté.*

## REMERCIEMENTS

Tout d'abord, je tiens à remercier le Dieu Tout Puissant créateur du ciel et de la terre, à qui je rends grâce pour tous ses bienfaits.

J'adresse mes sincères remerciements à :

- Monsieur le Professeur Demagna Koffi, Ph. D., Ing., Professeur titulaire au département de Génie Mécanique de l'Université de Québec à Trois Rivières qui a toujours répondu à toutes nos questions malgré son emploi du temps très chargé
- Tous mes camarades de promotion ;
- Tout le personnel administratif et technique de l'UQTR ;
- Toute ma famille, tous mes amis, tous ceux qui de près ou de loin ont contribué à la réalisation de ce travail

À vous tous, je dis « Merci » et que Dieu vous rende au centuple tous vos bienfaits.

## RÉSUMÉ

Dans le cadre de ce mémoire, nous avons abordé le sujet de l'étude et de la prédiction du bris thermique de surface pour les engrenages cylindriques droit en composite de fibre naturelle.

Notre étude nous a amenés premièrement à présenter l'ensemble des revues de littérature et des études antérieures effectuées tant dans le domaine des engrenages en matériaux composites et plastiques que de l'étude de modes d'endommagement des engrenages en générale

En second lieu, nous avons effectué des études qui nous ont permis de réaliser que les modes d'endommagement propres aux matériaux plastiques/composites que sont les bris thermiques, sont directement liées à l'élévation de la température soit à la surface de la dent ou soit du corps de la dent. Ceci nous a permis de comprendre que la prédiction du bris thermique de surface passe d'abord par le calcul des valeurs des températures à chaque position sur le profil au cours de l'engrènement.

Ainsi, nous avons mis en place un programme informatique avec MATLAB qui nous a permis de calculer les différentes températures en fonction des positions normalisées sur le profil à base de la méthode des différences finies développée par D. KOFFI et al [12]

À partir de ces résultats, nous avons pu établir la carte thermique de la température d'équilibre en régime permanent fonction des positions normalisées  $S/pn$ .

Enfin, nous avons analysé et interprété ces résultats ce qui nous a permis de dégager des conclusions sur l'évolution de la température d'équilibre en fonction des positions normalisées  $S/pn$ . Ce qui constitue le facteur le plus important à maîtriser afin de prédire le bris thermique, les résultats montrent qu'ils se tiennent bien au bris thermique de surface dans le cycle idéal de leur fonctionnement.

**Mots clés :** engrenages, matériau composite, usure, température d'équilibre, bris thermique.

## **ABSTRACT**

In this thesis, we discussed the study and prediction of surface thermal failure for spur cylindrical involute gears in natural fibres polymer composites.

Our study led us first to present all the literature reviews and previous studies carried out in the field of plastic and composite materials gears, as well as in the study of the damage modes of the gears in general, with an emphasis on the damages specific for plastic /composite materials.

Secondly, we carried out studies that allowed us to realize that the damage modes specific to plastic /composite materials such as thermal failure are directly to the temperature rise on the surface of during the meshing. Thus, we have implemented a computer program with MATLAB which it possible to calculate the different temperatures according to normalized positions on the profile, base on differential finite method developed by D. KOFFI et al. From these results we were able to establish the thermal map of steady state equilibrium temperature of the normalized positions  $S/p_n$ .

Finally, we analyzed and interpreted these results, which enabled us to draw conclusions on the evolution of equilibrium temperatures as function of time with respect to the normalized position  $S/p_n$ . This become in fact the most important factor to master to predict the thermal failure. As for the behavior of our gears in natural fibres polymer composites, the results show that they stand well in thermal failure during the ideal cycle of their functioning.

**Keywords:** gears, composite material, stress, equilibrium temperature, thermal break

# TABLE DES MATIERES

<b>DÉDICACE</b> .....	<b>I</b>
<b>REMERCIEMENTS</b> .....	<b>II</b>
<b>RÉSUMÉ</b> .....	<b>III</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>IV</b>
<b>TABLE DES MATIERES</b> .....	<b>V</b>
<b>LISTE DES FIGURES</b> .....	<b>X</b>
<b>LISTE DES TABLEAUX</b> .....	<b>XIII</b>
<b>LISTE DES SYMBOLES</b> .....	<b>XV</b>
<b>CHAPITRE I - INTRODUCTION</b> .....	<b>1</b>
I.1    Information générale sur les engrenages plastique et composite.....	1
I.1.1    Historique des engrenages.....	1
I.1.2    Géométrie et technologie des engrenages .....	2
I.1.2.1    Définition et classification des engrenages.....	2
I.1.2.2    Étude de profil d'engrenage cylindrique .....	3
I.1.2.2.1    Développante de cercle et propriétés .....	3
I.1.2.2.2    Étude du mouvement du point de contact .....	6
I.1.2.2.3    Interchangeabilité et problème d'interférence .....	7
I.1.2.2.4    Correction de la denture .....	12
I.1.2.2.5    Jeux de fonctionnement.....	15
I.1.3    Dimensionnement des engrenages en plastique et composite.....	16

I.1.4	Les polymères dans le domaine des engranges.....	18
I.1.4.1	Métaux contre plastique.....	18
I.1.4.2	Les thermoplastiques (TP) et les thermodurcissables (TD) pour les engranges.....	20
I.1.4.3	Choix des polymères pour les engranges.....	20
I.1.5	Fabrication des engranges en plastique et composite (moulage par injection)	
	21	
I.1.5.1	Presse à injection.....	21
I.1.5.2	Le moule.....	23
I.1.5.3	Résolution des problèmes.....	23
I.1.5.4	Retrait et gauchissement.....	25
I.2	Problématique.....	27
I.2.1	Introduction.....	27
I.2.2	Problèmes résolus.....	32
I.3	Buts et objectifs.....	32
I.4	Composition du mémoire.....	33
<b>CHAPITRE II -</b>	<b>CADRE THÉORIQUE ET RECENSION DES ÉCRITS.....</b>	<b>34</b>
II.1	Bref historique su les matériaux.....	34
II.1.1	Diagramme récapitulatif des matériaux.....	34
II.1.2	Généralités sur les matériaux composites.....	35
II.1.3	Constituants de base des matériaux composites : matrices et renforts.....	36
II.1.3.1	Matrices.....	36
II.1.3.1.1	Composites à matrice organique.....	36

II.1.3.1.1.1	Composition générale des polymères .....	37
II.1.3.1.2	Composites à matrice céramique .....	41
II.1.3.1.3	Les composites à matrice métallique .....	42
II.1.3.2	Les renforts .....	43
II.1.3.2.1	Les fibres de verre.....	44
II.1.3.2.2	Les fibres de polymères .....	45
II.1.3.2.3	Les fibres de carbone .....	46
II.1.3.2.4	Les fibres naturelles .....	47
II.1.3.2.5	La géométrie des renforts .....	49
II.1.3.2.6	Architecture de renforcement .....	50
II.1.3.3	Analyse des fonctions des matériaux composites.....	52
II.1.3.3.1	Classification par fonction mécaniques .....	52
II.1.3.3.2	Classification par fonction chimiques.....	54
II.1.3.3.3	Classification par fonctions physique .....	55
II.2	Études antérieures sur la détermination de la température d'équilibre des engrenages en plastique et composite .....	56
II.2.1	Évolution de la recherche dans le domaine.....	56
II.2.2	Principales approches utilisées.....	57
II.2.3	Études antérieures relatives à l'endommagement des engrenages plastiques/composites.....	64
II.2.3.1	L'endommagement thermique (de surface et généralisé).....	64
II.3	Relation de la présente étude avec les études antérieures .....	69

<b>CHAPITRE III - RAPPEL DES PRINCIPES RELIES A L'ENGRÈNEMENT DES ENGRENAGES PLASTIQUES/COMPOSITES.....</b>	<b>70</b>
III.1 Mécanisme de fonctionnement .....	70
III.2 Étude de l'engrènement des engrenages à base de thermoplastique.....	74
III.3 Calcul des positions normalisées des points de contact sur la ligne d'action ..	79
III.4 Étude du comportement thermique des engrenages plastique-composite en fonctionnement.....	82
III.4.1 Définition de la température d'équilibre .....	83
III.4.2 Calcul des sources de chaleur .....	83
III.4.3 Définition des températures caractéristiques .....	89
<b>CHAPITRE IV - MÉTHODOLOGIE.....</b>	<b>91</b>
IV.1 Modélisation et simulation à l'ordinateur de la température d'équilibre $t_b$ des engrenages en thermoplastique renforcé de fibre de bois .....	91
IV.1.1 Équation de convection-diffusion bidimensionnelle en régime permanent	91
IV.1.2 Système d'axes et maillage.....	92
IV.1.3 Modélisation thermique-hypothèse de travail et application des équations transfert de chaleur aux engrenages .....	94
IV.1.4 Méthode des différences finies pour la détermination de la distribution de la température d'équilibre .....	96
IV.1.4.1 Méthode numérique .....	96
IV.1.4.2 Équations des nœuds caractéristiques.....	96
IV.2 Programme de calcul des températures d'équilibre .....	98
IV.2.1 Définition de la géométrie et du maillage .....	99
IV.2.2 Calcul des sources de chaleur .....	100

IV.2.3	Calcul de la distribution de la température d'équilibre .....	100
<b>CHAPITRE V -</b>	<b>RÉSULTATS ET ANALYSES .....</b>	<b>101</b>
V.1	RÉSULTATS .....	101
V.2	Analyse des résultats .....	109
<b>CHAPITRE VI -</b>	<b>CONCLUSION ET RECOMMANDATION.....</b>	<b>110</b>
VI.1	Validité des modèles .....	<b>Erreur ! Signet non défini.</b>
VI.2	Conclusion .....	111
VI.3	Recommandation pour les travaux futurs .....	111
<b>ANNEXE A.....</b>		<b>117</b>
<b>ANNEXE B.....</b>		<b>119</b>
<b>ANNEXE C.....</b>		<b>127</b>
<b>RÉFÉRENCES .....</b>		<b>112</b>

## LISTE DES FIGURES

Figure I-1. Engrenage de Vinci et Victor [2] .....	2
Figure I-2. Position des axes dans les engrenages [3].....	3
Figure I-3. Génératrice de la développante de cercle [4].....	3
Figure I-4. Profil d'une dent [3].....	4
Figure I-5. Mouvement du point de contact [4].....	6
Figure I-6. Interférence d'une paire d'engrenage [4] .....	8
Figure I-7. Interférence pignon-crémaillère [4] .....	8
Figure I-8. Allure de la fonction d'interférence [4].....	9
Figure I-9. Allure de fonction d'interférence [4].....	10
Figure I-10. Allure de la fonction d'interférence lorsque $N_1$ est connu [4].....	11
Figure I-11. Allure de la fonction d'interférence lorsque $N_2$ est connu [4] .....	11
Figure I-12. Correction de denture : augmentation de l'angle de pression [5] .....	12
Figure I-13 Correction de denture : emploi de dentures déportées sans variation d'entraxe [5].....	13
Figure I-14. Correction de denture : emploi de dentures déportées avec variation d'entraxe [5].....	14
Figure I-15. Emploi de la denture courte [5] .....	15
Figure I-16. a) fonctionnement avec jeu    b) fonctionnement sans jeu [5] .....	15
Figure I-17. Représentation graphique de la vitesse en fonction de la contrainte pour les applications courantes de engrenages [6] .....	17
Figure I-18. Courbe de contrainte- déformation pour a) les métaux et b) polymères [7] .....	19

<b>Figure I-19. Presse à injection horizontale [13]</b> .....	22
<b>Figure I-20. Cylindre de plastification et moule [12]</b> .....	22
<b>Figure I-21. Variation du module la température pour le nylon [10]</b> .....	28
<b>Figure I-22. Variation du module avec la température pour l'acétal homopolymère [10]</b> .....	29
<b>Figure I-23. Variation du module avec la température pour l'acétal copolymère [10]</b> .....	30
<b>Figure I-24. Variation du module avec la température pour le polyéthylène [18]</b> ...	31
<b>Figure II-1. Différents types de matériaux [21]</b> .....	35
<b>Figure II-2. Les différentes familles de matrices [24]</b> .....	36
<b>Figure II-3. Quelques applications des CMO "haute performance" : (a) un catamaran, (b) le support de la charge utile d'Ariane 5, (c) des skis de compétition [2]</b> .....	37
<b>Figure II-4. Structure des polymères [25]</b> .....	38
<b>Figure II-5. Classification des polymères selon leur volume de production [25]</b> .....	39
<b>Figure II-6. Quelques applications des CMC [21] : (a) la tuyère d'un moteur spatial, (b) le disque à aubes d'une turbine (c) un disque de frein haut de gamme</b> .....	42
<b>Figure II-7. Classification des renforts [27]</b> .....	43
<b>Figure II-8. Diversité des origines des fibres naturelles [21]</b> .....	48
<b>Figure II-9. Structure et morphologie des renforts à fibres naturelles [30]</b> .....	49
<b>Figure II-10. Différentes géométries des composites [31]</b> .....	50
<b>Figure II-11. Dispositions possibles des fibres dans un pli (a) tissu plan (ici non équilibré), (b) mat, (c) unidirectionnel [31]</b> .....	51

<b>Figure II-12. Évidence de la fusion à la surface de la dent {Yakut, Düzcükoglu et al.2009}</b> .....	66
<b>Figure III-1. Contact de Hertz- surface de contact rectangulaire entre deux dents [12]</b> .....	71
<b>Figure III-2. Points théoriques de transfert de charge dans les engrenages cylindriques droits [12]</b> .....	72
<b>Figure III-3. Facteur de répartition de charge typique en fonction de la position normalisée du point de contact pour un engrenage de 36 dents, pas diamétrale de 16, angle de pression de 20° [12]</b> .....	76
<b>Figure III-4. Contact entre pignon et engrenage [12]</b> .....	78
<b>Figure III-5. Calcul des positions normalisées [21]</b> .....	80
<b>Figure IV-1. Maillage de la géométrie [12]</b> .....	93
<b>Figure IV-2. Les points et les angles considérés par AKOZAN pour le calcul du coefficient de transfert de chaleur [63]</b> .....	93
<b>Figure IV-3. Caractéristiques de la température instantanée de surface [63]</b> .....	94
<b>Figure IV-4. Organigramme de calcul des températures</b> .....	99
<b>Figure V-1. Distribution de la température d'équilibre de la roue et le pignon N1=500 tr/min et W0=53lb/po</b> .....	106
<b>Figure V-2. Distribution de la température d'équilibre de la roue et le pignon N1=1000 tr/min et W0=53lb/po</b> .....	106
<b>Figure V-3. Distribution de la température d'équilibre de la roue et le pignon N1=1500 tr/min et W0=53lb/po</b> .....	107
<b>Figure V-4. Distribution de la température d'équilibre de la roue et le pignon N1=1000 tr/min et W0=75lb/po</b> .....	107

Figure V-5. Distribution de la température d'équilibre de la roue et le pignon N1=1000 tr/min et W0=110lb/po.....	108
--	-----

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau I-1. Résistance à la fatigue ( $\sigma_1$ ) pour les matériaux d'engrenage de DuPont [7] .....	18
Tableau I-2. Guide des solutions aux quelques problèmes de moulage [ 21] .....	24
Tableau II-1. Caractéristique des fibres de verre [28].....	44
Tableau II-2. Caractéristiques des fibres polymères [28] .....	45
Tableau II-3. Caractéristiques des fibres de carbone [29] .....	47
Tableau II-4. Performances des différents types d'architecture [2].....	51
Tableau II-5. Classification par fonctions mécaniques [30] .....	52
Tableau II-6. Classification par fonction chimiques [29] .....	54
Tableau II-7. Classification par fonction physiques [29].....	55
Tableau II-8. Facteur de correction pour la température, $k_t$ , tel que suggéré par divers auteurs, fatigue en flexion à la racine pour le nylon à 50% d'humidité relative [44]......	58
Tableau II-9. Plan d'expérience préliminaire. ....	62
Tableau IV-1. Valeurs des coefficients de transfert de chaleur [57] .....	98
Tableau V-1.a. Température d'équilibre de la roue et le pignon a N1=500tr/min et W0=53lb/po.....	101
Tableau V-2. Température d'équilibre de la roue et le pignon a N1=1000tr/min et W0=53lb/po.....	102

<b>Tableau V-3. Température d'équilibre de la roue et le pignon a <math>N_1=1500\text{tr/min}</math> et <math>W_0=53\text{lb/po}</math>.....</b>	<b>103</b>
<b>Tableau V-4. Température d'équilibre de la roue et le pignon a <math>N_1=1000\text{tr/min}</math> et <math>W_0=75\text{ lb/po}</math>.....</b>	<b>104</b>
<b>Tableau V-5. Température d'équilibre de la roue et le pignon a <math>N_1=1000\text{tr/min}</math> et <math>W_0=110\text{ lb/po}</math>.....</b>	<b>105</b>

## LISTE DES SYMBOLES

SYMBOLES	DÉFINITION	UNITÉS
$\theta_f$	Angle de pression de fonctionnement	Degré (°)
$\theta$	Angle de pression réel	Degré (°)
L/D	Aspect de forme	-----
$\sigma_c$	Contrainte de contact de Hertz	MPa
E <sub>gh</sub>	Chaleur d'hystérésis	J/cm
q <sub>c</sub>	Chaleur de conduction	J
q <sub>conv</sub>	Chaleur de convection	J
E <sub>gh</sub>	Chaleur de frottement	J/cm
E <sub>FIAB</sub>	Chaleur de frottement sur la ligne d'action	J/cm
E <sub>f1</sub>	Chaleur de frottement sur la roue 1	J/cm
E <sub>f2</sub>	Chaleur de frottement sur la roue 2	J/cm
E <sub>FO</sub>	Chaleur de frottement totale à l'extérieur de la ligne d'action	J/cm
E <sub>FI</sub>	Chaleur de frottement totale sur la ligne d'action du début à la fin du contact théorique	J/cm
C <sub>1,2</sub>	Chaleur spécifique des roues 1 et 2	J/kg °K
W <sub>n</sub>	Charge normale sur une dent	N
W <sub>o</sub>	Charge normale transmise par unité de surface	N/m <sup>2</sup>
W <sub>r</sub>	Charge radiale sur une dent	N
W <sub>p</sub> ou W <sub>t</sub>	Charge tangentielle sur une dent	N
$\mu$	Coefficient de frottement du composite	-----
h	Coefficient de transfert de chaleur	w/m <sup>2</sup> /s
k <sub>1,2</sub>	Conductivité thermique des roues 1 et 2	W/m °K
$\sigma$	Contrainte	MPa
$\sigma_{of}$	Contrainte de flexion à la racine de la dent	MPa
C <sub>adm</sub>	Couple admissible par l'engrenage	N.m
C <sub>max</sub>	Couple maximal	N.m
C	Couple transmis à l'engrenage	N.m ou lb. Po
c	Creux	po ou mm
$\epsilon$	Déformation	%
b	Demi-largeur de contact hertzien	po
D	Diamètre moyen des fibres	$\mu$ m
$\delta S_{pn}/$	Écart normalisé	-----
$\delta S_{2pn}/$	Écart normalisé en phase d'approche	-----
$\delta S_{1pn}/$	Écart normalisé en phase de retrait	-----
Y <sub>B</sub>	Facteur de forme de Buckingham	-----
Y <sub>K</sub>	Facteur de forme de Koffi	-----
Y	Facteur de forme de Lewis	-----

<b>Z'</b>	Facteur de forme instantané	-----
<b>tanδ</b>	Facteur de perte du matériau	-----
<b>φ</b>	Facteur de répartition de chaleur	-----
<b>W<sub>i</sub>/W<sub>n</sub></b>	Facteur de répartition de charge	-----
<b>fED</b>	Facteur de temps de fonctionnement	-----
<b>F</b>	Largeur de la dent	po ou mm
<b>L</b>	Longueur moyenne des fibres	mm
<b>ρ<sub>1,2</sub></b>	Masse volumique des roues 1 et 2	lb/po <sup>3</sup> (kg/m <sup>3</sup> )
<b>MFI</b>	Indice de fluidité	g/10 min
<b>m</b>	Module	mm
<b>G</b>	Module de cisaillement	GPa
<b>E'</b>	Module de conservation	GPa
<b>E''</b>	Module de perte	GPa
<b>E<sub>f</sub></b>	Module élastique de la fibre	GPa
<b>E<sub>1,2</sub></b>	Module élastique des roues 1 et 2	GPa ou lb/po <sup>2</sup>
<b>E<sub>c</sub></b>	Module élastique du composite	GPa
<b>E<sub>m</sub></b>	Module élastique du plastique	GPa
<b>Z<sub>1</sub></b>	Nombre de dents de la roue menant	-----
<b>Z<sub>2</sub></b>	Nombre de dents de la roue menée	-----
<b>P</b>	Pas diamétral	Po-1
<b>S<sub>1''</sub>/p<sub>n</sub></b>	Position normalisée à la fin de contact réel	-----
<b>S<sub>1*</sub>/p<sub>n</sub></b>	Position normalisée à la fin de contact théorique	-----
<b>S<sub>p<sub>n</sub></sub></b>	Position normalisée de contact réel	-----
<b>S<sub>2''</sub>/p<sub>n</sub></b>	Position normalisée du début de contact réel	-----
<b>%m</b>	Pourcentage massique	-----
<b>RCR</b>	Rapport de conduite réel	-----
<b>CR</b>	Rapport de conduite théorique	-----
<b>rg</b>	Rapport de transmission Z <sub>2</sub> Z <sub>1</sub>	-----
<b>R<sub>b1,2</sub></b>	Rayon de base du pignon et de l'engrenage	Po
<b>r<sub>1,2</sub></b>	Rayons de courbure des dents 1 et 2 au point de contact	Po
<b>aa</b>	Saillie	Po ou mm
<b>T<sub>a</sub></b>	Température ambiante	°C (°K)
<b>T<sub>bi</sub></b>	Température d'équilibre en un point d'une dent	°C (°K)
<b>T<sub>b</sub></b>	Température d'équilibre moyenne	°C (°K)
<b>T<sub>f</sub></b>	Température de surface	°C (°K)
<b>T<sub>g</sub></b>	Température de transition vitreuse	°C
<b>tED</b>	Temps de fonctionnement	Secondes (s)
<b>t'</b>	Temps total d'observation	Secondes (s)
<b>V<sub>1,2</sub></b>	Vitesse absolue des roues 1 et 2	m/s
<b>V<sub>s</sub></b>	Vitesse de glissement au point de contact	m/s
<b>w<sub>1,2</sub></b>	Vitesse de rotation des roues 1 et 2	tr/min

## CHAPITRE I - INTRODUCTION

### I.1 Information générale sur les engrenages plastique et composite

#### I.1.1 Historique des engrenages

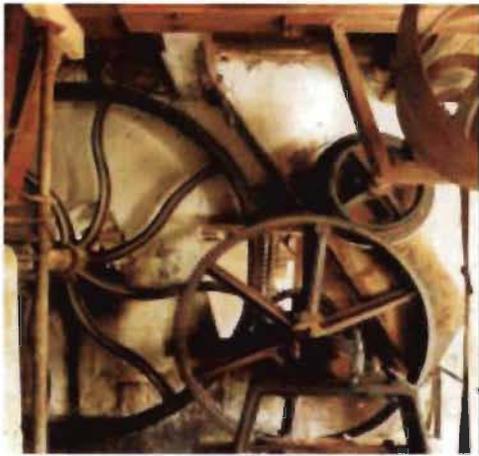
Un engrenage est un mécanisme constitué de deux roues dentées, chacune étant en rotation autour d'un axe, les deux axes restants fixent l'un par rapport à l'autre, de sorte qu'une des roues entraîne l'autre, par action de dents successivement en contact. La plus petite des roues est appelée pignon. Les engrenages sont classés dans la catégorie des éléments de transmission indirecte, car le but principal est la modification de la fréquence de rotation entre l'arbre menant et l'arbre mené. Les engrenages sont déjà connus des mécaniciens grecs aux Ve siècles av. J.-C., mais ils restent très peu utilisés à cette époque : on leur préfère les cordages et les poulies pour le levage des charges ou la vis pour les fortes poussées (pressoirs). Au Moyen-Âge, leur utilisation devient courante, à partir du Xe siècle, dans les moulins à eau ou à vent, pour le changement de direction (roue ou des ailes verticales et meules horizontales) et la démultiplication du mouvement de la roue ou des ailes des moulins[12].

Ces premiers engrenages réellement utilisables sont en bois, à axes parallèles et denture droite extérieure. Leurs dents sont constituées par des barreaux de bois fichés à force dans des alésages pratiqués sur le pourtour de larges tambours de bois [1].

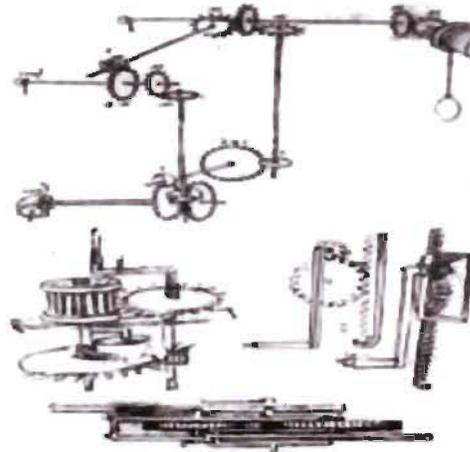
À la fin du moyen-âge, on voit l'application des engrenages sous la forme dite

<< à lanterne >>, composés d'une roue dentée s'engrenant dans un tambour de deux disques en bois reliés par des barreaux capables de transmettre des efforts plus importants. Ces premiers engrenages conviennent aux mouvements lents des moulins, car ils peuvent transmettre des efforts importants. Ils se perfectionnent au XVe siècle grâce aux ingénieurs italiens, comme Francesco di Giorgio ou Léonard de Vinci, qui étudient les premiers engrenages complexes en bois. L'engrenage métallique, plus précis et plus facilement utilisable, se généralise d'abord au XVIIe siècle dans la petite mécanique et l'horlogerie grâce aux travaux de La Hire, ou d'Euler au siècle suivant, puis connaît son

Essor définitif avec l'apparition de machines puissantes et rapides au XIXe siècle et les travaux de Poncelet ou de Willis.



**Poncelet, Victor (1788-1867)**



**Léonard de Vinci (1452-1519)**

**Figure I-1. Engrenage de Vinci et Victor [2]**

## **I.1.2 Géométrie et technologie des engrenages**

### **I.1.2.1 Définition et classification des engrenages**

Suivant la disposition des axes des roues d'engrenage, nous pouvons distinguer trois classifications majeures, axes parallèles, à axes concourants et à axes gauches.

- Engrenage parallèle : C'est un engrenage dont les axes sont parallèles. Dans un engrenage parallèle, les cylindres primitifs de fonctionnement roulent sans glisser l'un sur l'autre.
- Engrenage concourant : C'est un engrenage dont les axes sont concourants. Dans un engrenage concourant, les cônes primitifs de fonctionnement roulent sans glisser l'un sur l'autre.
- Engrenages gauches : Ce sont des engrenages dont les axes sont gauches dans l'espace, c'est-à-dire ne sont pas dans le même plan. Les surfaces primitives, théoriquement des hyperboloïdes, roulent et glissent l'une sur l'autre.

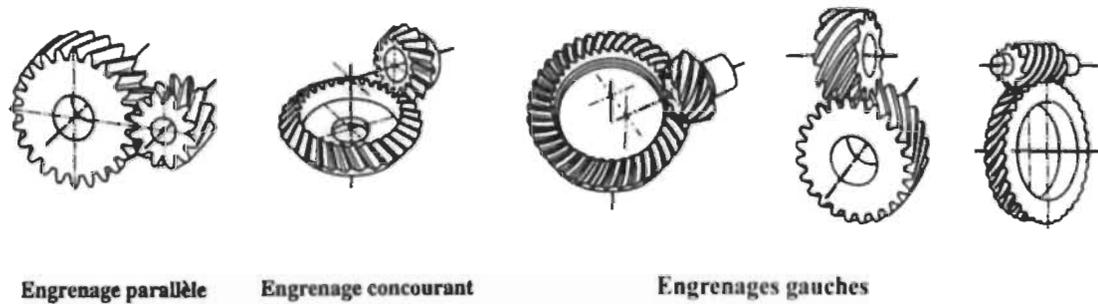


Figure I-2. Position des axes dans les engrenages [3]

### I.1.2.2 Étude de profil d'engrenage cylindrique

#### I.1.2.2.1 Développante de cercle et propriétés

La développante de cercle est une courbe mathématique décrite par une trajectoire d'un point choisi sur une corde tendue est qui est déroulée sur la circonférence d'un cercle. Ainsi, si on attache une corde autour d'un cylindre fixe (figure I.3), n'importe quel point T de la corde tracera, en déroulant la corde, une développante de cercle

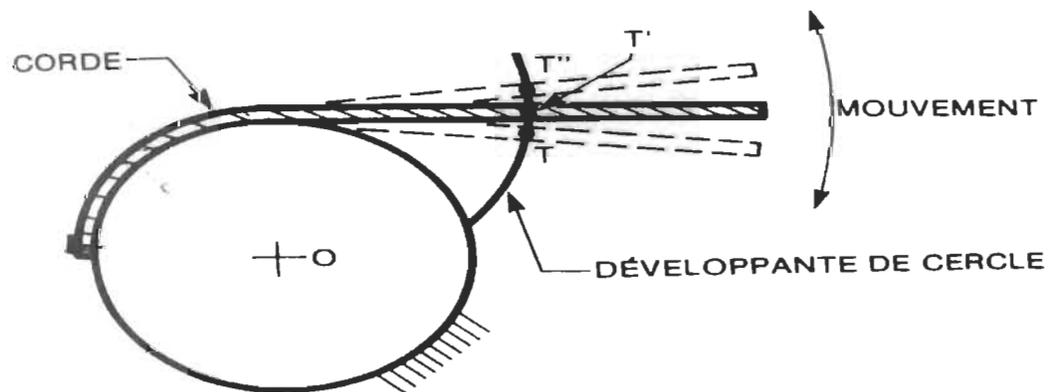
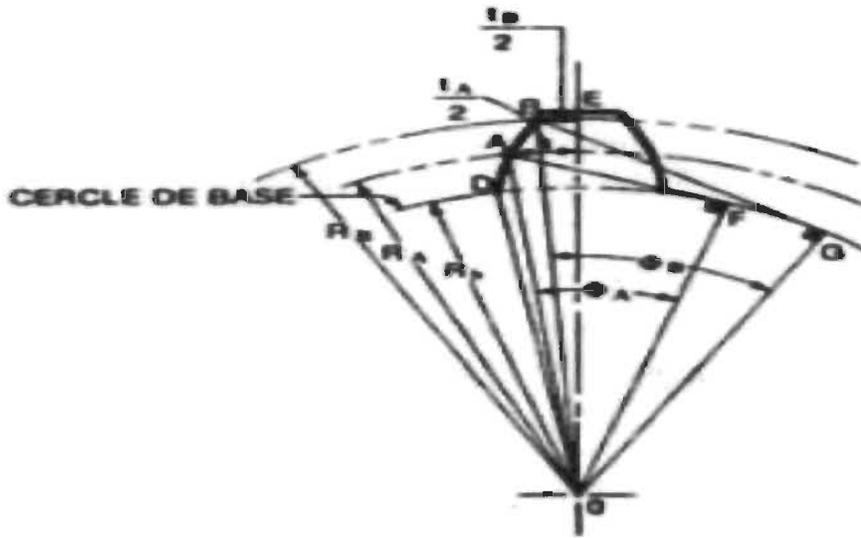


Figure I-3. Génératrice de la développante de cercle [4]



**Figure I-4. Profil d'une dent [3]**

On distingue trois relations mathématiques principales.

- Angle de la développante

Le cercle qui sert de support au tracé de la développante est appelé cercle de base (rayon  $r_b$ ). Les développantes tracées à partir d'un même cercle de base sont toutes géométriquement identiques ou superposables. Les profils des flancs et faces des dents suivent rigoureusement la géométrie de la développante.

$$R_b = R_A \cos \Phi_A \dots \dots (I.1)$$

$$R_b = R_B \cos \Phi_B \dots \dots (I.2)$$

$$R \cos \Phi_B = \left( \frac{R_A}{R_B} \right) \cos \Phi_A \dots \dots (I.3)$$

Cette dernière équation (I.3) permet de calculer l'angle de la développante en fonction du rayon en tout point du profil si l'angle de développante est déjà connu à un rayon donné.

L'application directe de l'équation (I.3) nous permet d'écrire :

$$R_b = R \cos \Phi \dots \dots \dots (I.4)$$

R : rayon au cercle primitif

$\Phi$  : Angle de pression

$R_b$  : rayon au cercle saillie

- Fonction développante ou involute

Utilisé pour calculer la géométrie des engrenages

$$\text{inv } \Phi = \tan \Phi - \Phi \dots \dots \dots (I.5)$$

- Angle de pression  $\Phi$

La position de contact entre le pignon et la roue sur la ligne d'engrènement, les angles de pression  $\Phi_1$  de la roue et  $\Phi_2$  du pignon sont inégal. Cependant, Quand le point de contact arrivé au point primitif, les angles de pression deviennent identiques.

- Épaisseur de la dent

Soit  $t_A$  et  $t_B$ , l'épaisseur de la dent aux points A et B sur le profil.

$$t_A = 2R_B \left[ \frac{t_B}{2R_A} + (\text{inv} \Phi_A - \text{inv} \Phi_B) \dots \dots \dots (I.6) \right]$$

### I.1.2.2.2 Étude du mouvement du point de contact

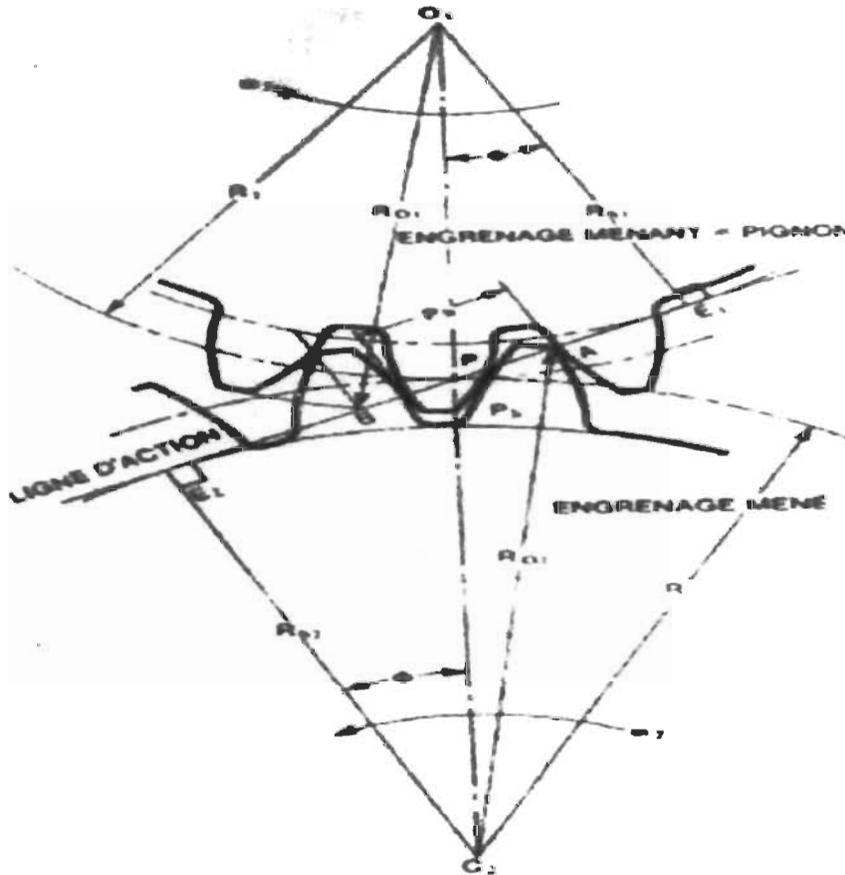


Figure I-5. Mouvement du point de contact [4]

Des caractéristiques pour mieux comprendre l'ouvrage d'un système d'engrenage :

- La ligne d'action est simultanément la normale commune au point de contact et la tangente aux cercles de base.
- Le contact entre les deux profils commence au point A (Figure I.5) où le cercle de saillie de l'engrenage mené coupe la ligne d'action
- Le contact se termine au point B où le cercle de saillie du pignon coupe la ligne d'action
- Le contact se produit sur une longueur d'action AB et il est calculé sur la ligne d'action, sans oublier que le pas de base peut aussi être

calculé sur la ligne d'action. C'est la distance entre les croisements sur la ligne d'action du profil de deux dents consécutives.

- Rapport de conduite **m** (figure 1.5)

$$m = \frac{AB}{P_b} = \frac{\sqrt{R_{o1}^2 - R_{b2}^2} + \sqrt{R_{o2}^2 - R_{b2}^2} - (R_1 + R_2)\sin\Phi}{2\pi R_b / N} \geq 1 \dots \dots (1.7)$$

$R_{o1,2}$  = rayons au cercle de saillie.

$R_{b1,2}$  = rayons au cercle de base.

$R_{1,2}$  = rayons au cercle primitif.

$\Phi$  = angle de pression.

Pour qu'au moins une paire de dents en contact, sachant que le rapport de conduite il doit être plus grand ou égal à l'unité. Les fabricants recommandent un rapport de conduite minimal de 1.4 (qui explique que 40 % du temps, les deux paires de dents partagent une charge

### **I.1.2.2.3 Interchangeabilité et problème d'interférence**

Pour un bon fonctionnement d'un engrenage, on a deux paramètres :

- Il faut avoir la même grosseur de dents pour qu'il puisse s'engager physiquement, donc ils doivent avoir le même pas diamétral.
- Une ligne d'action commune, donc le même angle de pression

Si le pignon est trop petit par rapport à l'engrenage, la tête de la dent de l'engrenage ne peut s'engager physiquement dans le creux du pignon, et il y aura érosion à la racine de la dent du pignon.

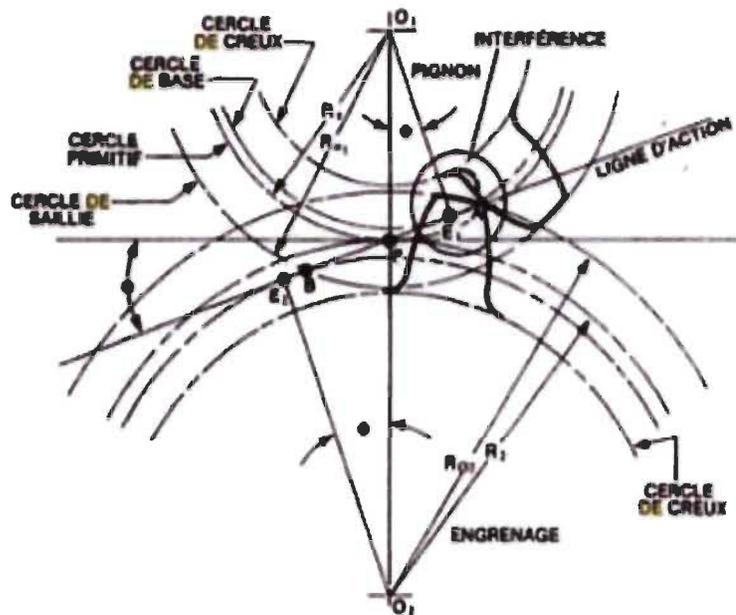


Figure I-6. Interférence d'une paire d'engrenage [4]

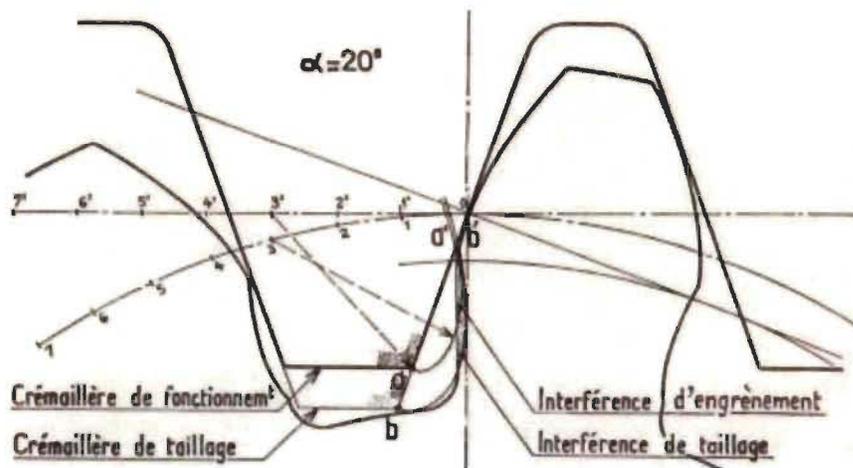


Figure I-7. Interférence pignon-crémaillère [4]

Ainsi, que le contact ait toujours terrain trouver entre deux développantes de cercle (figure 1.7), la longueur d'action maximale devra être  $E_1E_2$  dans laquelle  $E_1E_2$  sont des points de tangence de la ligne d'action avec le cercle de base de du pignon. Cependant, nous avons remarqué que la longueur d'action dépend du diamètre des engrenages.

$$E_1P - AP \geq 0 \dots \dots \dots (I.8)$$

Sachant que  $N_1 < N_2$  et posons que la saillie est :

$$a = \frac{K}{P} \dots \dots \dots (I.9)$$

Et l'expression de la fonction  $g(N_1, N_2)$  qui permet d'éviter l'interférence est :

$$g(N_1, N_2) = (N_1^2 + 2N_1N_2) \sin^2\Phi - 4KN_2 - K^2 \geq 0 \dots \dots \dots (I.10)$$

Pour un engrenage normalisé,  $k=1$ .

- Engagement pignon-crémaillère

Pour une crémaillère,  $R_2$  est l'infini et cela formé  $N_2 = \infty$  et soit  $f$  déterminé par la relation qui est obtenue en divisant la fonction  $g$  par  $N_2$  :

$$f(N_1) = 2N_1 \sin^2\Phi - 4K \geq 0 \dots \dots \dots (I.11)$$

$$\Rightarrow N_1 = \frac{2K}{\sin^2\Phi} \dots \dots \dots (I.12)$$

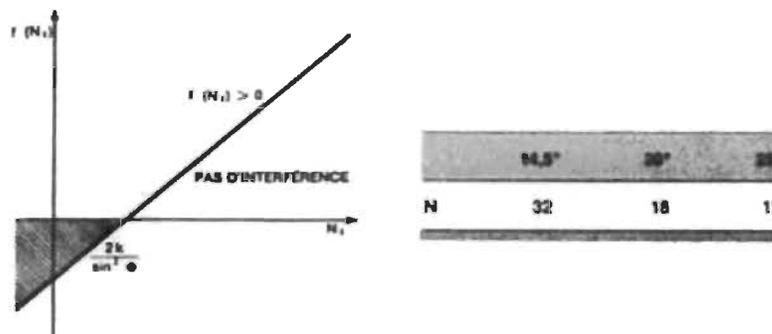


Figure I-8. Allure de la fonction d'interférence [4]

- Engagement de deux engrenages identiques.

Dans le cas de deux engrenages identiques, on a :

$$N_1 = N_2 = N$$

Et l'expression de la fonction g devient :

$$g(N) = 3N^2 \sin^2 \phi - 4kN - 4k^2 \geq 0 \dots \dots \dots (I.13)$$

Les zéros de cette fonction sont :

$$N_{1,2} = \frac{2K}{3\sin^2\phi} (1 \mp \sqrt{1 + \sin^2\phi}) \dots \dots \dots (I.14)$$

La première dérivée de g est :

$$g'(N) = 6N \sin^2 \phi - 4k \dots \dots \dots (I.15)$$

La seconde dérivée est :

$$g'' = 6N \sin^2 \phi \dots \dots \dots (I.16)$$

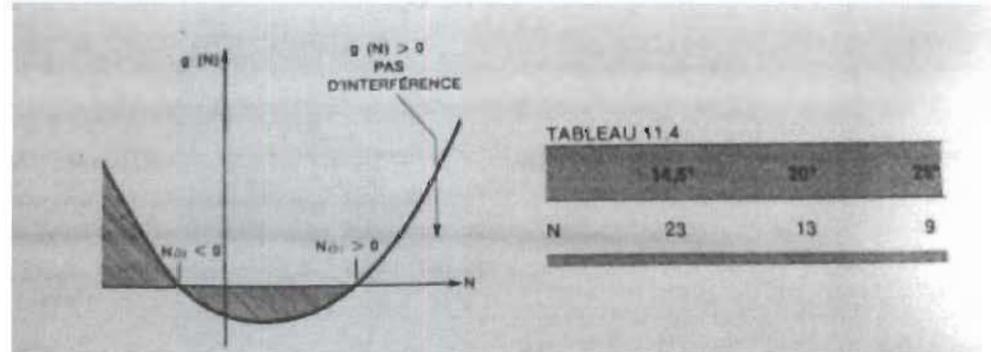


Figure I-9. Allure de fonction d'interférence [4]

- Engagement de deux engrenages lorsque  $N_1$  est connu ( $N_1 < N_2$ ).

$$h(N_1, N_2) = 2N_1N_2\sin^2\phi - 4KN_2 - 4K^2 + N_1^2\sin^2\phi \geq 0 \dots \dots \dots (I.17)$$

$$N_2 = \frac{4K^2 - N_1^2\sin^2\phi}{N_1\sin^2\phi - 4K} \dots \dots \dots (I.18)$$

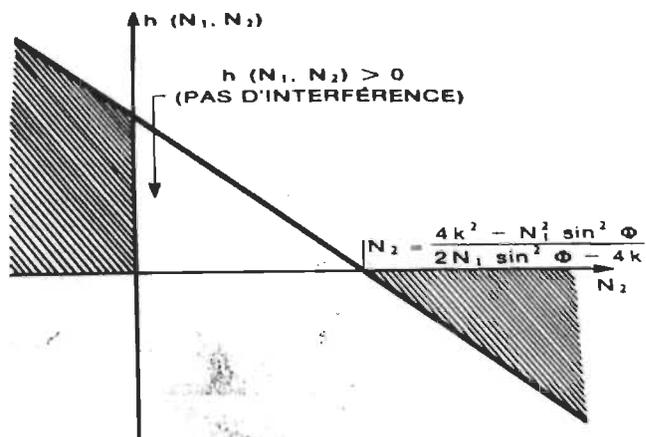


Figure I-10. Allure de la fonction d'interférence lorsque  $N_1$  est connu [4]

- Engagement de deux engrenages lorsque  $N_2$  est connu ( $N_1 < N_2$ ).

$$P(N_1, N_2) = N_1^2 \sin^2 \phi + 2N_1 N_2 \sin^2 \phi - KN_2 - 4K^2 \geq 0 \dots\dots (I.19)$$

$$(N_1)_i = -N_2 \mp \sqrt{N_2^2 + \frac{4}{\sin^2 \phi} (KN_2 + K^2) \dots\dots\dots (I.20)}$$

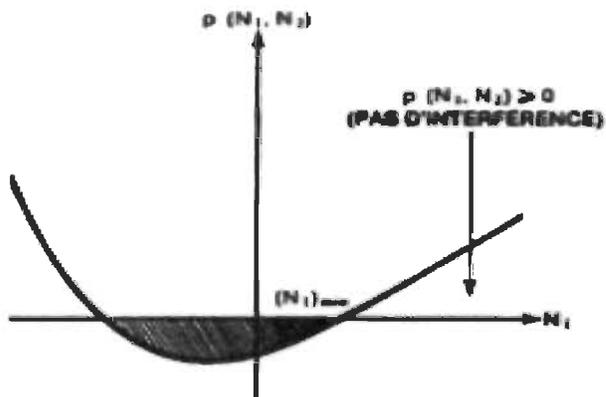


Figure I-11. Allure de la fonction d'interférence lorsque  $N_2$  est connu [4]

#### I.1.2.2.4 Correction de la denture

C'est pour empêcher les interférences que les corrections de denture ont été introduites dans la fabrication des engrenages. Elles amènent, des améliorations très importantes en ce qui concerne la résistance des dents et d'entre elles, en ce qui concerne l'usure [5]. Les corrections de denture sont faites :

- Par augmentation de l'angle de pression

Avec les éléments de l'engrenage représenté sur la figure I.12, il y a interférence (A extérieur à T1T2). En augmentant  $a$  (fig. I.12), A passé entre la ligne d'action T1 et T2

T1 et le point d'intersection entre la ligne d'action et perpendiculaire à cette dernière passant par le centre de la roue menant

T2 est le point d'intersection entre la ligne d'action et perpendiculaire à cette dernière passant par le centre de la roue menée

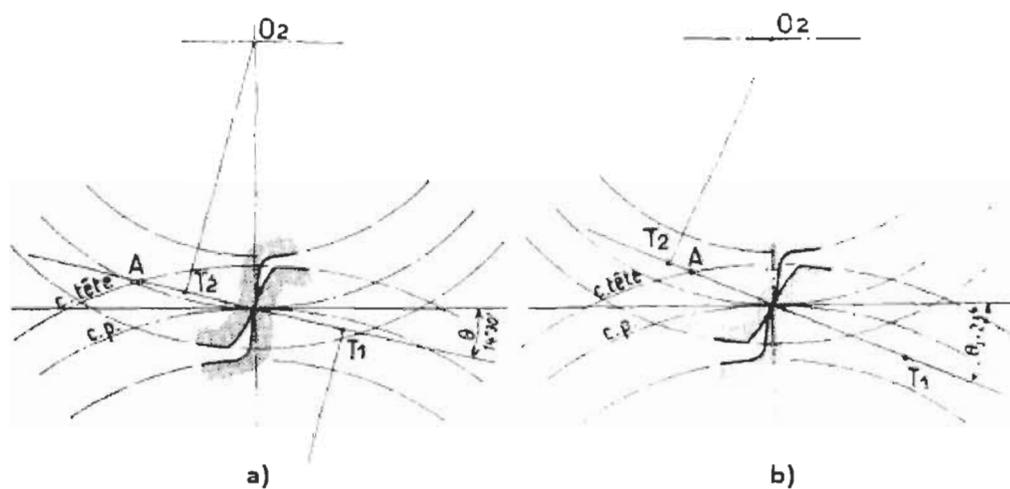
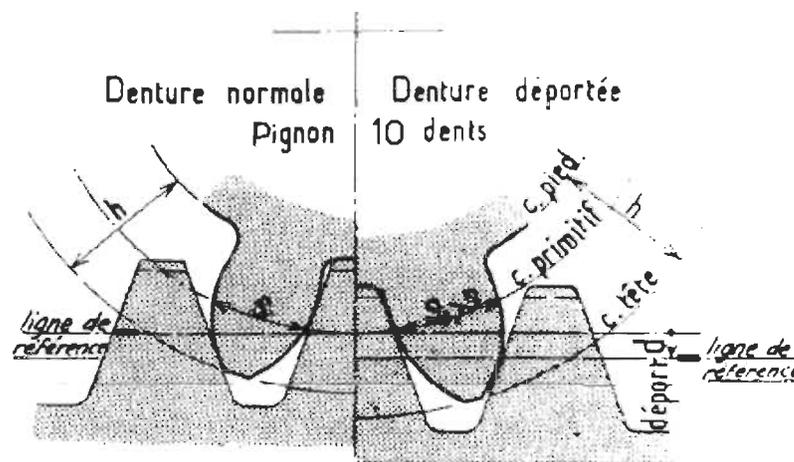


Figure I-12. Correction de denture : augmentation de l'angle de pression [5]

- Par emploi de dentures sans variation d'entraxe

La figure ci-dessous montre un pignon de 10 dents et une crémaillère en prise. La crémaillère est l'outil qui va tailler le pignon. On a indiqué le cercle primitif du pignon et la droite primitive de la crémaillère, qui sont invariables.



**Figure I-13 Correction de denture : emploi de dentures déportées sans variation d'entraxe [5]**

La partie gauche représente la crémaillère qui est disposée pour tailler une denture normale. La droite de référence a été installée sur la droite primitive. Dans la partie droite, sans que le cercle primitif et la droite primitive aient changé (le mouvement primitif pignon crémaillère restera le même), la crémaillère a été éloignée du pignon d'une quantité  $d$  dite déport (positive dans ce cas).

Si on taille le pignon dans ces conditions, on obtient des dents de même hauteur que des dents normales, mais qui sont décalées radialement par rapport à elles (et par conséquent par rapport au cercle primitif) de la quantité  $d$  [5].

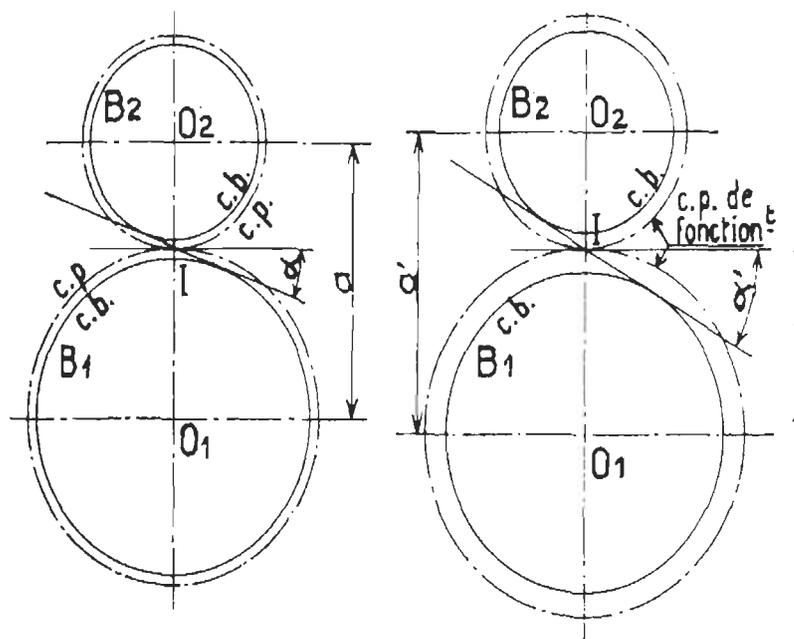
$$h_{a1} = m + d$$

$$h_{f1} = 1.25m + d$$

Il en résulte que l'intervalle  $e$  entre deux dents (mesuré sur le cercle primitif) a diminué au bénéfice de l'épaisseur de la dent  $t$ . La racine de la dent est plus large ; la résistance de cette dernière est augmentée.

- Par emploi de dentures déportées avec variations d'entraxe

Le pignon et la roue sont taillés avec des déports, égaux ou non, mais généralement tous deux positifs. L'engrènement ne peut se faire qu'en modifiant l'entraxe (figure I.14).



**Figure I-14. Correction de denture : emploi de dentures déportées avec variation d'entraxe [5]**

- Par emploi de la denture courte

Dans cette denture :

$$h_{a1} = 0.75 m$$

$$h_{f1} = 0.95 m$$

On peut trouver la denture courte dans le domaine de construction automobile, mais, si elle est très résistante, le rapport de conduite est plus faible et l'usure est plus rapide que dans le cas d'une denture normale figure (I.15).

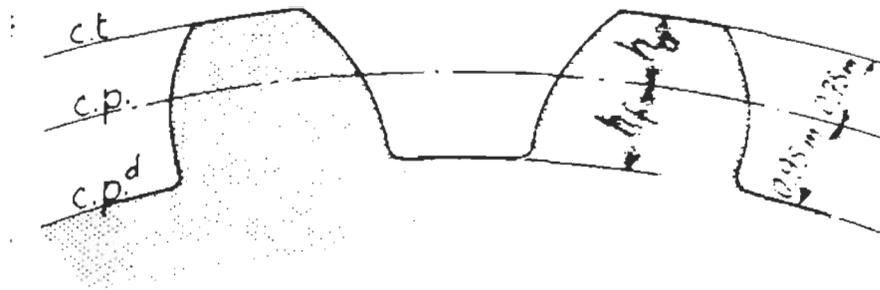


Figure I-15. Emploi de la denture courte [5]

#### I.1.2.2.5 Jeux de fonctionnement

Le jeu B est obligatoire pour assurer le bon fonctionnement des engrenages. il permet :

- ✓ Une bonne lubrification.
- ✓ Évitement du blocage en cas de dilatation due à un changement au niveau de la température.

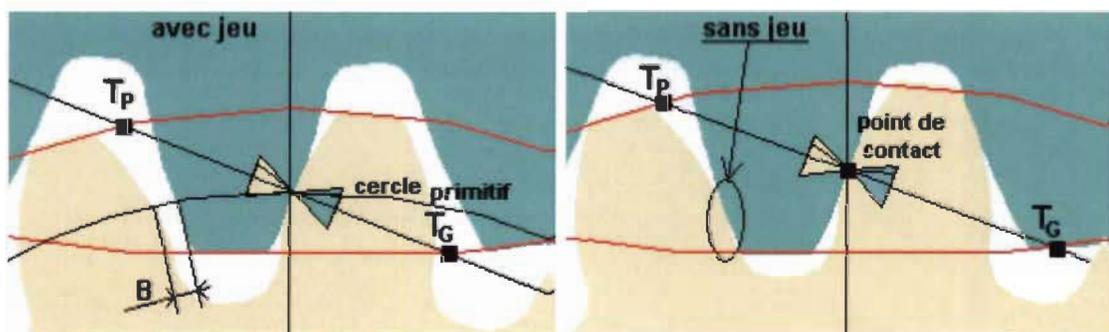


Figure I-16. a) fonctionnement avec jeu b) fonctionnement sans jeux [5]

On peut contrôler le jeu sachant qu'il faut modifier l'entraxe, un déport de fabrication ou une modification de l'épaisseur des dents de l'outil à taillage.

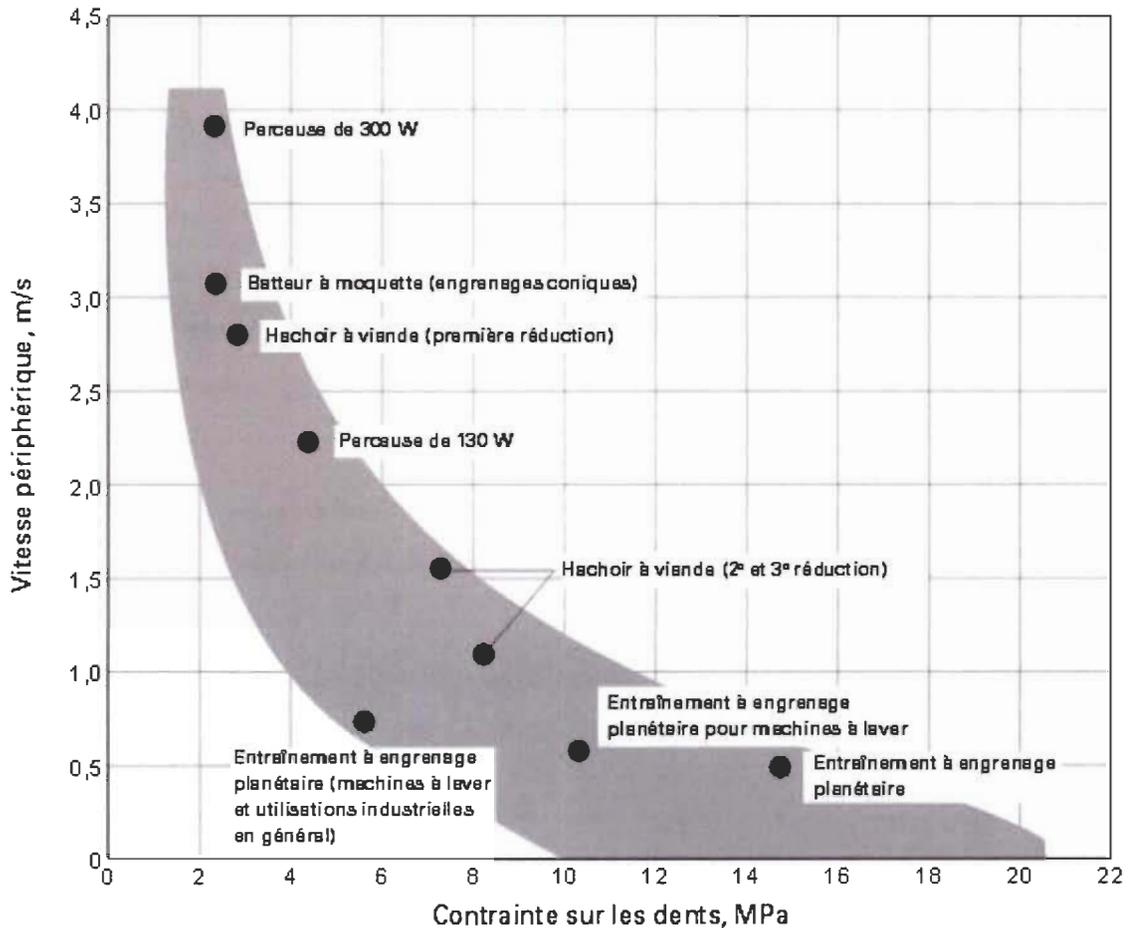
### **I.1.3 Dimensionnement des engrenages en plastique et composite**

Pour le dimensionnement des engrenages, nous nous intéressons qu'à des engrenages à denture droite. La première approche essentielle pour la conception des engrenages est l'évaluation de la contrainte admissible sur les dents. La réalisation d'engrenage prototype est onéreuse et longue, aussi une erreur dans le choix initial de la contrainte de flexion des dents peut-elle se révéler coûteuse. Pour un matériau donné, la contrainte admissible dépend d'un certain nombre de facteurs, dont notamment les suivants :

- ✓ Durée totale de service.
- ✓ Fonctionnement rémittent ou continu.
- ✓ Environnement : température, humidité, solvants, produits chimiques, etc.
- ✓ Modification du diamètre et la distance entre le centre avec la température et l'humidité.
- ✓ La vitesse de la ligne d'angle.
- ✓ Pas diamétral (dimension de la denture) et la forme des dents.
- ✓ Précision de profil de dent, angle d'hélice, diamètre primitif, etc.
- ✓ Matériaux au contact, y compris le profil de surface et la dureté.
- ✓ Nature de la lubrification.

Le choix de la valeur correcte de la contrainte se fera au mieux sur la base d'applications antérieures satisfaites et de nature analogue. Figure 1.17 représente graphiquement un nombre d'applications réussies en DELRIN ® et ZYTEL ®, en termes de vitesse périphérique et de contrainte de flexion sur les dents. Ainsi, toutes ces applications s'accordent à des environnements intérieurs et à la température ambiante. Cependant

l'endurance à la fatigue se trouve réduite au fur à mesure que s'élève la température, il faut par conséquent tenir compte de cette influence.



**Figure I-17. Représentation graphique de la vitesse en fonction de la contrainte pour les applications courantes de engrenages [6]**

Dans les cas où l'on ne dispose pas d'une expérience valable, le calcul des contraintes admissibles au niveau de dent se réduit sur l'examen attentif des facteurs qui sont cités et les résultats d'essais disponibles sur le matériau sélectionné pour l'engrenage.

Il y a plusieurs années, DuPont a demandé la réalisation d'une série de tests poussés sur les engrenages constitués de résine acétal DERLIN® et résine polyamide ZYTEL®. Les résultats obtenus sont résumés dans le tableau I.1. Cependant, les données associées aux

conditions d'utilisation prévues peuvent être utilisées pour définir une contrainte de flexion admissible au niveau de la dent.

**Tableau I-1. Résistance à la fatigue ( $\sigma_1$ ) pour les matériaux d'engrenage de DuPont [7]**

MATÉRIAU	MATÉRIAUX EN CONTACT	LUBRIFICATION	
		CONTINUE	INITIALE
DERLIN*100	Acier	48	27
DERLIN*500	Acier	36	18
ZYTEL*101	Acier	40	25
ZYTEL*101	ZYTEL101	.....	18

#### **I.1.4 Les polymères dans le domaine des engranges**

##### **I.1.4.1 Métaux contre plastique**

La conception des engrenages en plastique est souvent plus complexe que celle des métaux. L'ingénierie des plastiques (viscoélastiques), ne répond pas aux lois de la mécanique linéaire développée par les concepteurs. Dans beaucoup d'applications, l'ingénierie des plastiques a des propriétés plus complexes que celle des métaux. La base de données des familles des plastiques n'est pas encore au complet. En plus, leur évolution rapide fait que le processus de choix des matériaux est plus difficile.

La figure I.18 montre la courbe typique contrainte-déformation utilisée en science des matériaux. La pente de la courbe contrainte-déformation est constante jusqu'à la limite élastique. Le module est constant sur une large gamme de taux de

déformation et de la température. La plupart des équations dérivent de l'emploi des structures telles que les poutres, les plaques et les barres. Toutes ces équations utilisent le module élastique comme mesure fondamentale.

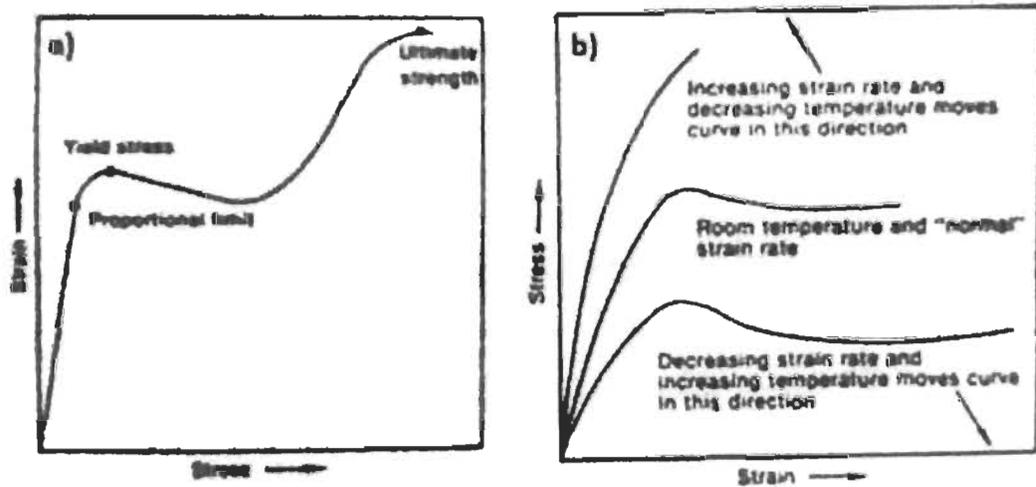


Figure I-18. Courbe de contrainte- déformation pour a) les métaux et b) polymères [7]

Cependant, si le concepteur applique ces équations aux plastiques en ne tenant pas compte de la partie visqueuse, de graves erreurs de conception seront faites dans de nombreux cas. L'hypothèse du comportement élastique est fautive pour les plastiques. Quand on compare le comportement mécanique des métaux et des plastiques, on voit que les plastiques, contrairement aux métaux, n'ont pas une limite élastique et les courbes contraintes-déformation ne sont pas linéaires.

Il est clair que le comportement mécanique d'un plastique est plus complexe que celui des métaux, car le plastique se comporte comme la combinaison d'un solide élastique et liquide très visqueux, d'où le comportement viscoélastique des polymères. Parmi les polymères qui existent, les plus répandus sont les thermoplastiques et les thermodurcissables.

#### **I.1.4.2 Les thermoplastiques (TP) et les thermodurcissables (TD) pour les engrenages**

Les polymères en général sont de longues chaînes moléculaires. Le poids moléculaire n'est pas significatif pour les TD. Les propriétés mécaniques des TP sont déterminées par un facteur principal : le poids moléculaire moyen [8]. Le module, les contraintes, la résistance à la fatigue augmentent avec la taille moléculaire.

Habituellement, les TD sont des plastiques qui ont une stabilité dimensionnelle, une bonne résistance à la chaleur, aux produits chimiques, bonne conductivité électrique que les TD [9]. Les TD donnent une bonne résistance à l'impact, une mise en œuvre facile, et une meilleure adaptation pour des conceptions difficiles par rapport aux TD.

Pour la fabrication d'un engrenage, les meilleurs matériaux doivent avoir :

- ✓ Une bonne contrainte à la flexion
- ✓ Bonne raideur
- ✓ Bonne résistance au cisaillement pour combattre la flexion des dents et la rupture des racines.

#### **I.1.4.3 Choix des polymères pour les engrenages**

La plupart des polymères utilisés dans la conception des engrenages sont en thermoplastique ces matériaux sont utilisés depuis plus de 50 ans pour de divers produits tels que :

- Compteur de vitesse,
- Pompe rotative,
- Porte de garage électrique,
- Outils demandant de petite puissance,
- Les montres,
- Imprimantes ....

Selon AGMA [10] et tel que présenté dans l'article [11], les matériaux utilisés se classent en catégories suivant le mode de fabrication (moulage par injection et usinage).

### **I.1.5 Fabrication des engrenages en plastique et composite (moulage par injection)**

La fabrication des engrenages en composite ou plastique passe par la génération du profil des dents afin de fabriquer un moule. Parmi les profils existants, le profil en développante de cercle est le plus utilisé. Cependant, le profil est programmé et généré à l'aide des logiciels de design commerciaux tels que COSMOS, SOLID WORKS, AUTOCAD, ou encore PRO ENGINEER. Après le profil généré, on va passer à la fabrication du moule à l'aide d'une machine à commande numérique.

Le moule est monté sur une machine à injection qui est la technique la plus utilisée pour la fabrication des engrenages en composite ou plastique.

La plupart des pièces en thermoplastique sont fabriquées selon le procédé de moulage par injection. Il est par conséquent essentiel pour l'ingénieur d'étude de connaître cette technique de moulage, de comprendre ses possibilités et ses limites.

#### **I.1.5.1 Presse à injection**

Le procédé est très simple dans son principe. Les résines thermoplastiques telles que l'acétal DERLIN®, les polyesters thermoplastiques CRATIN® et RYNITE®, les polyamides ZYTEL®, livrées sous forme de granulés, sont séchées lorsque c'est nécessaire, fondues, injectés sous pression dans un moule puis refroidies. Le moule par la suite est ouvert, les pièces retirées, le moule refermé et le cycle redémarré. La figure I.19 représente le schéma d'une presse à injection. La figure I.20 représente la section droite du cylindre de plastification et du moule [12].

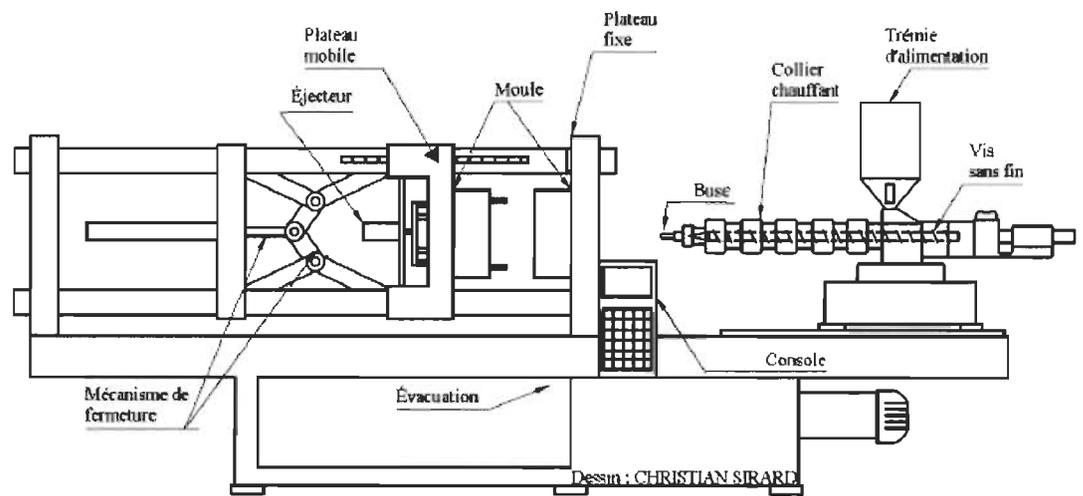


Figure I-19. Presse à injection horizontale [13]

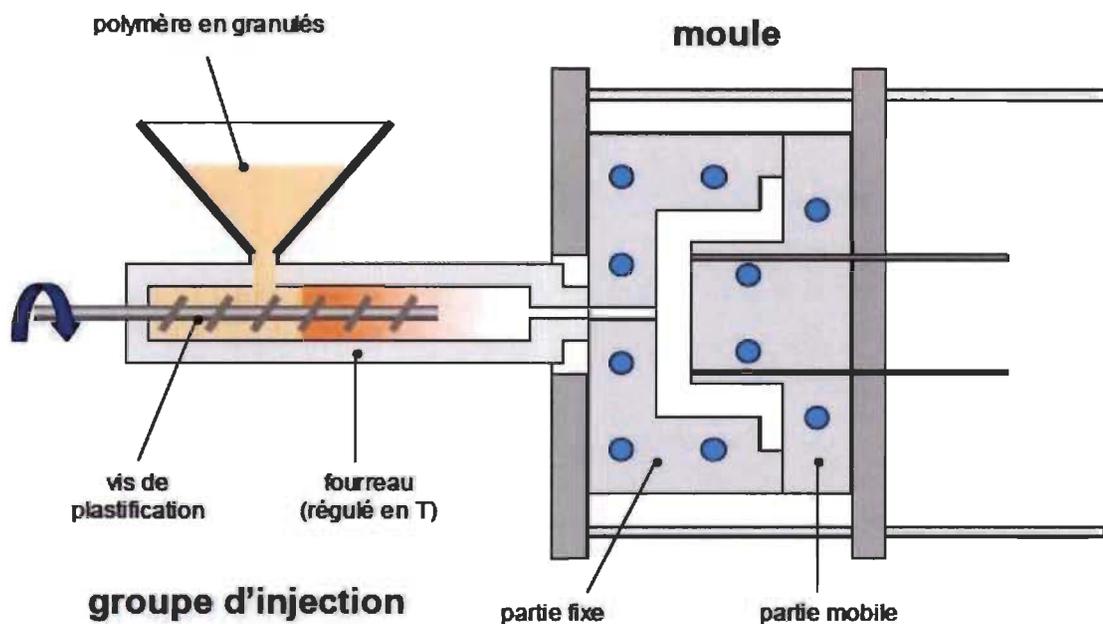


Figure I-20. Cylindre de plastification et moule [12]

Les fonctions du système de plastification et d'injection consistent à fondre les matières plastiques et à l'injecter dans le moule. Ainsi, la vitesse d'injection et la pression atteintes dans le moule sont contrôlées par le système hydraulique de la presse. Les pressions d'injection varient de 35 à 140 MPa. Les températures de la matière s'échelonnent depuis

approximativement 215 C° pour le DERLIN ® jusqu'à environ 300 C° pour certaines polyamides ZYTEL ® et polyesters RYNITE ® renforcés de fibres de verre [12]

### **I.1.5.2 Le moule**

Le design du moule influence de manière cruciale pour la qualité et l'économie de la pièce injectée. L'aspect de la pièce, sa résistance mécanique, sa ténacité, ses cotes et son coût dépendent de la qualité du moulage.

Dans le cas des thermoplastiques il faut retenir des techniques essentielles suivantes [50] :

- Dessin approprié assurant la résistance nécessaire pour supporter les hautes pressions ;
- La bonne qualité des matériaux de fabrication de moule, surtout dans le cas des résines renforcées ;
- Dessin bien tenu les cheminements d'écoulement de la résine, pour son changement vers la bonne localisation dans la pièce ;
- Avoir suffisamment d'évents, pour assurer l'évacuation de l'air en avant de front la matière pénétrant dans le moule ;
- Le calcul exact pour le changement thermique qui contrôle le refroidissement et la solidification des pièces moulées ;
- Éjection facile et uniforme des pièces moulées.

### **I.1.5.3 Résolution des problèmes**

Au cas où les pièces ne seraient pas conformes aux normes, il convient d'en rechercher les raisons. Le tableau suivant donne une liste de quelques solutions élémentaires à des problèmes de moulage généraux.

**Tableau I-2. Guide des solutions aux quelques problèmes de moulage [21]**

<b>Problème</b>	<b>Solution proposée</b>	<b>Problème</b>	<b>Solution proposée</b>
Formation de bavure	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Réduire la température de matière en diminuant celle de cylindre</li> <li>• Réduire la durée de cycle</li> <li>• Réduire le temps de maintien en pression</li> <li>• Réduire la pression de l'injection</li> <li>• Vérifier la fermeture du moule (obstruction possible à la surface du plan de joint)</li> <li>• Améliorer le dégazage du moule</li> <li>• Vérifier le parallélisme des plateaux porte-moule</li> </ul>	Brûlures	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Réduire la vitesse de piston</li> <li>• Réduire la pression de l'injection</li> <li>• Améliorer le dégazage du moule dans l'empreinte</li> <li>• Changer l'emplacement du point injection pour modifier la configuration d'écoulement</li> </ul>
Fragilisation	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Sécher préalablement la matière</li> <li>• Réduire la température de fusion et /ou le temps de séjours</li> <li>• Réduire la température du moule</li> <li>• Réduire la quantité de rebroyé</li> </ul>	Adhérence dans les empreintes	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Réduire la pression d'injection</li> <li>• Réduire de temps de maintien en pression, le temps /la pression de compactage</li> <li>• Augmenter le temps de fermeture du moule</li> <li>• Réduire la température du moule</li> <li>• Réduire la température de cylindre de la buse</li> <li>• Vérifier l'absence de la contre-dépouille</li> </ul>

			insuffisante dans le moule <ul style="list-style-type: none"> <li>• Utiliser des lubrifications externes</li> </ul>
Gauchissement Déformation des pièces	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Augmenter la température de l'outil (est-elle uniforme ?)</li> <li>• Augmenter la taille point d'injection et de canaux</li> <li>• Augmenter la vitesse de remplissage</li> <li>• Augmenter la pression d'injection et le temps /la pression de compactage</li> <li>• Vérifier le chemine d'écoulement et changer l'emplacement de point d'injection et /ou modifier la conception de la pièce</li> </ul>	Contrôle médiocre des dimensions	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Définir des durées de cycle uniformes</li> <li>• Conserver une alimentation et un matelas d'un cycle à l'autre</li> <li>• Remplir le moule aussi rapidement que possible</li> <li>• Vérifier le système hydraulique et électrique de la pièce en cas de fonctionnement irrégulier</li> <li>• Augmenter la taille de point d'injection</li> <li>• Équilibrer les empreintes pour obtenir un écoulement uniforme</li> <li>• Réduire le nombre d'empreintes</li> </ul>

#### I.1.5.4 Retrait et gauchissement

Lorsqu'une matière est injectée dans une cavité, elle commence à refroidir, ce qui développe une diminution de son volume. Cette réduction de volume peut être mesurée par la différence entre la densité de la matière fondu et la densité de la

matière solide. Les vitesses de refroidissement à l'intérieur de la cavité sont très élevées et n'étant pas uniformes, la matière solidifiée intégra également des contraintes internes. Ces contraintes pourront être soulagées une fois la matière éjectée de la cavité, un processus que peut être utile en maintenant la pièce à température élevée

Le retrait peut être défini par la formule suivante :

$$s = (D - d)/D(* 100 \%) \dots \dots \dots (I. 21)$$

D = dimension de la cavité du moule

d = dimension de la pièce moulée

En général, le retrait n'est pas isotrope : être lié à la direction, en particulier dans le cas des matériaux renforcés aux fibres de verre.

Il convient de distinguer :

- Le retrait dans le sens de l'écoulement
- Le retrait perpendiculaire à l'écoulement,
- Le retrait le sent de l'épaisseur.

Le gauchissement est créé par les contraintes internes, qui résultent à leur tour des propriétés anisotropes et du non uniforme du retrait.

Des retraits non uniformes peuvent être le résultat

- D'un retrait anisotrope,
- D'une épaisseur non uniforme,
- D'une orientation non uniforme,
- D'une température non uniforme de moule,
- D'une pression de maintien non uniforme.

## **I.2 Problématique**

### **I.2.1 Introduction**

Les thermoplastiques ont des propriétés différentes permettant avantageusement l'utilisation dans des applications diversifiées dont la production des engrenages. Dans ce cas spécial, ces matériaux se prêtant au moulage, sans condition quant à la forme et au profil de denture, sont favorisés aux matériaux conventionnels lorsque les situations de chargement le permettent. Une telle sélection entraîne une réduction notable du coût de fabrication et donne la possibilité de prévoir les conditions de fonctionnement sans lubrification avec atténuation des chocs et des vibrations au cours de l'engrènement des dents [12].

Bien qu'ayant plusieurs propriétés avantageuses signalées, les thermoplastiques présentent une marque de faiblesse essentielle : la variation des propriétés mécaniques avec la température. Les principales en sont : le module statique  $E$ , le module de stockage  $E'$ , le module de perte  $tg\delta$  et la limite élastique  $S_y$ . Cependant, les variations de ces propriétés sont indiquées à titre d'exemple, pour certain matériau comme suit [12] :

#### **➤ Module d'élasticité statique $E$**

- Nylon [10] (figure 1.21)
- Acétal homopolymère [10] (figure 1.22)
- Acétal copolymère [10] (figure 1.23)

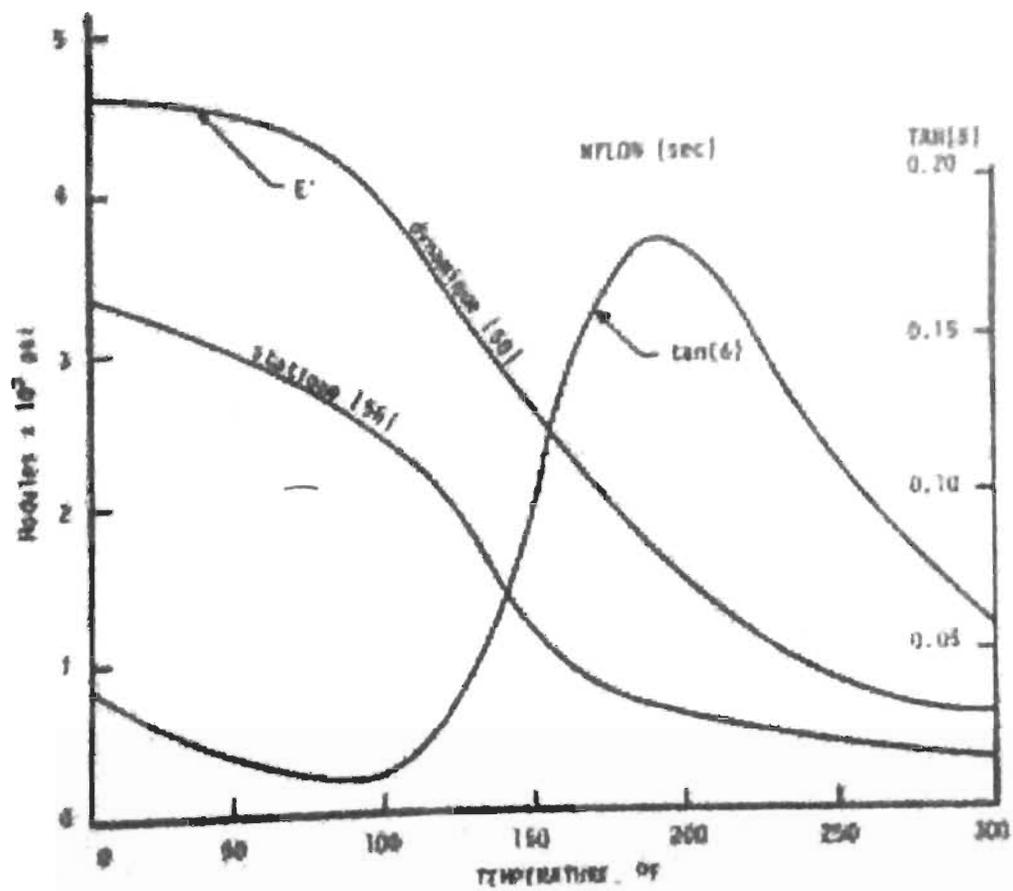


Figure I-21. Variation du module la température pour le nylon [10]

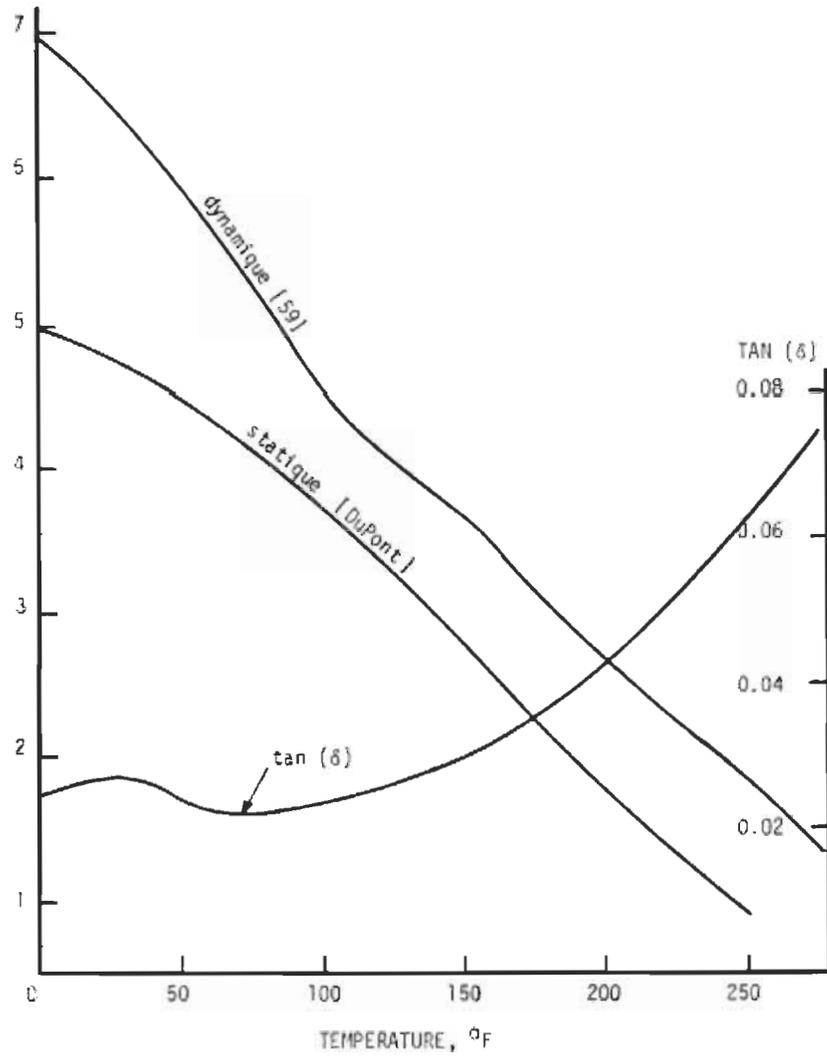


Figure I-22. Variation du module avec la température pour l'acétal homopolymère [10]

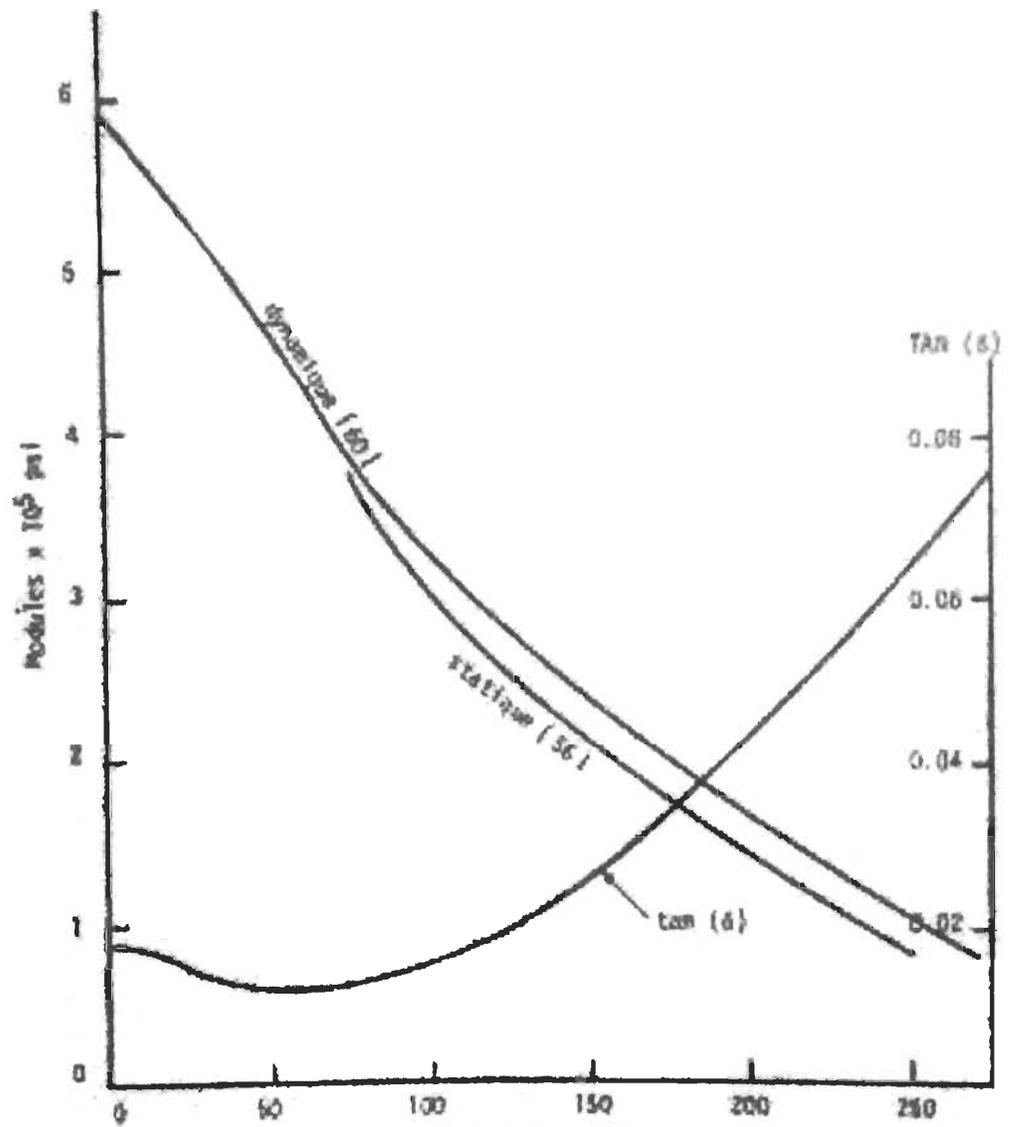


Figure I-23. Variation du module avec la température pour l'acétal copolymère [10]

➤ **Module de stockage  $E'$  (partie réelle du module dynamique)**

- Nylon [14] (figure 1.21.)
- Acétal homopolymère [15] (figure 1.22)
- Acétal copolymère [16] (figure 1.23)
- UHMWPE [17] (figure 1.24)

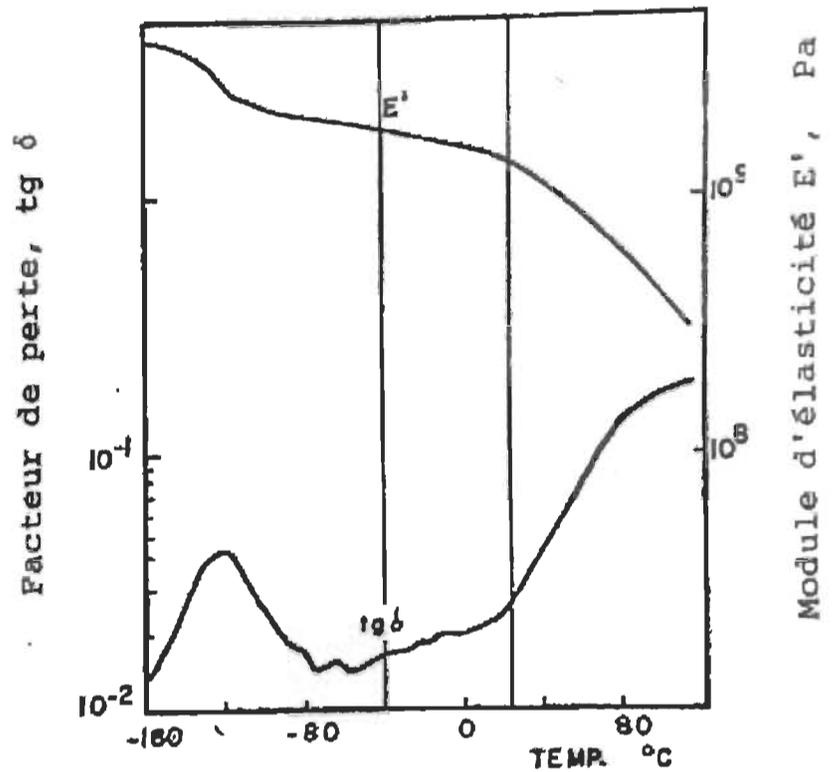


Figure I-24. Variation du module avec la température pour le polyéthylène [18]

➤ **Module de perte  $E''$  (caractérisé par  $\text{tg}\delta = E''/E'$ )**

- Nylon [10] (figure 1.21)
- Acétal homopolymère [10] (figure 1.22)
- Acétal copolymère [19] (figure 1.23)
- UHMPE [17] (figure 1.24)

## **I.2.2 Problèmes résolus**

### **Influence de la température d'équilibre sur le mode de bris des engrenages plastique -composite**

Le choix des matériaux plastiques et composites dans la conception et la fabrication mécanique est commandé par leurs multiples caractéristiques propres reconnues qui procurent un avantage par rapport aux matériaux conventionnels tels que les métaux.

Malgré leurs multiples avantages, l'usage intensif des matériaux plastiques et composites pose des problèmes de développement durable par suite de l'épuisement des ressources pétrolières non renouvelables et de la pollution engendrée.

L'alternative proposée dans ce projet consiste à utiliser un bio composite ou un nano composite réalisé avec un thermoplastique d'origine bio ou non mélangé à des fibres naturelles d'origine papetière pour élaborer des engrenages. L'influence détaillée des paramètres de fonctionnement liés au comportement de fibres naturelles n'est pas encore élucidée et ce projet de maîtrise se propose d'étudier ce comportement.

## **I.3 Buts et objectifs**

Le but de ce mémoire est de résoudre le problème de l'échauffement des engrenages composite

Les objectifs de ce mémoire se divisent en trois points :

- D'abord la réalisation d'une simulation numérique de la distribution de la température d'équilibre des roues dentées pour diverses valeurs des principaux paramètres tels que, la charge normale transmise et la vitesse de rotation ;
- Ensuite la réalisation de l'étude expérimentale nécessaire pour la validation du modèle de prévision de la distribution de la température d'équilibre des dents pour le pignon et pour la roue menée des engrenages, sur banc d'essai.

- Enfin, étudier l'influence de la valeur de chaque paramètre de fonctionnement sur la distribution de température.

#### **I.4 Composition du mémoire**

Le chapitre I de ce mémoire contient dans un premier temps le problème de la sensibilité des engrenages en thermoplastique-composite à la température. Dans un second temps, il a mis en évidence la détérioration des propriétés de ces matériaux à partir d'une élévation de température considérée modeste pour les métaux et enfin, il pose le problème de bris relié à la température au cours du fonctionnement des engrenages en thermoplastique.

Le chapitre II aborde notre revue de littérature. Il analyse les études antérieures et fait une relation avec la présente étude, il se décompose en deux parties. Dans la première partie nous exposons l'évolution de la recherche dans le domaine des matériaux composites thermoplastique/fibre naturelle après avoir fait un bref historique sur les matériaux. La deuxième partie de notre chapitre présente l'évolution de la recherche reliée à l'étude thermique des engrenages composites-thermoplastique en fonctionnement, et établit la relation entre la recherche actuelle et les approches utilisées antérieurement par d'autres chercheurs.

Le chapitre III, rappelles-en bref la théorie de l'engrènement des engrenages cylindriques droits à profils en développante de cercle, définit les différentes sortes de températures étudiées, présente une méthode de quantification de sources de chaleur de frottement et d'hystérésis de flexion et de contact. Ainsi la présentation des équations théoriques utilisées pour calculer la chaleur, pose les hypothèses relatives à l'étude thermique effectuée et présente la méthode numérique utilisée pour la résolution des équations qui détermine la distribution de la température d'équilibre.

Le chapitre IV, présente l'explication de la méthode numérique utilisé pour calculer la température d'équilibre pour la roue et le pignon de la dent.

Enfin, le chapitre V après une récapitulation des principaux résultats, tire les conclusions du projet et propose les travaux pouvant être reliés à celui-ci ultérieurement.

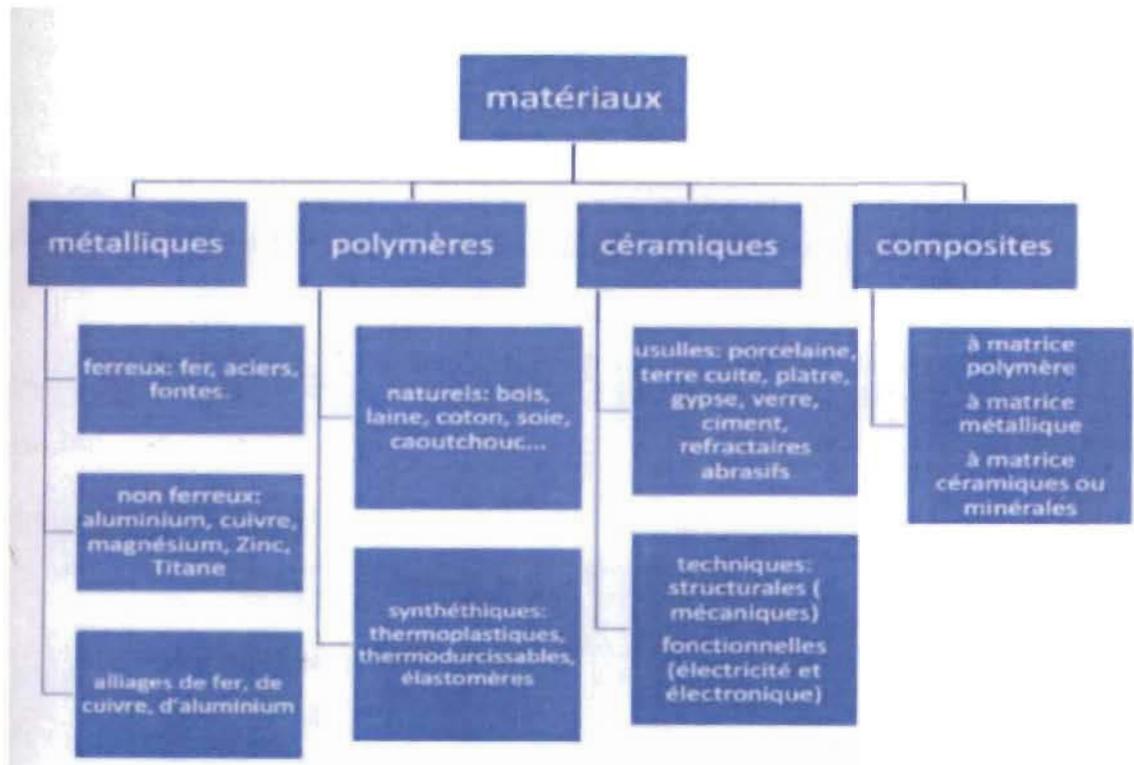
Le chapitre VI, sera la conclusion et recommandation de ce mémoire

## **CHAPITRE II - CADRE THÉORIQUE ET RECENSION DES ÉCRITS**

### **II.1 Bref historique su les matériaux**

#### **II.1.1 Diagramme récapitulatif des matériaux**

Jusqu'à ce jour, les matériaux constituent toujours le soubassement du monde industriel. Un matériau est une matière d'origine naturelle ou artificielle que l'homme façonne pour réaliser des objets. C'est donc une matière de base sélectionnée en raison des propriétés particulières et mise en œuvre en vue d'un usage spécifique. La nature physique, la nature chimique, l'état de surface de différentes matières premières, qui sont à la base de matériaux leur confèrent des propriétés particulières. Comme montrer dans le diagramme ci-dessous on distingue quatre grandes familles de matériaux. Cependant le champ d'application retenu pour notre étude ne concerne que les matériaux constitués par l'intime association de composites et de renforts constitués de fibres naturelles.



**Figure II-1. Différents types de matériaux [21]**

### II.1.2 Généralités sur les matériaux composites

<<l'union fait la force>>. C'est ainsi que se résume le concept de << matériau composite>> c'est-à-dire réunir en un seul, deux ou plusieurs matériaux afin d'obtenir un matériau de plus grandes performances. En effet, selon le CARM [22] un matériau composite peut être défini d'une manière générale comme l'assemblage de deux ou plusieurs matériaux, l'assemblage final ayant des propriétés supérieures aux propriétés de chacun des matériaux constitutifs. Il s'agit d'un arrangement de fibres, les renforts qui sont noyés dans une matrice dont la résistance mécanique est beaucoup plus faible. La matrice assure la cohésion et l'orientation des fibres, de manière à répartir les sollicitations mécaniques subies par le matériau. Les renforts quant à eux se présentant sous forme de fibres continues ou discontinues assurent la fonction de résistance mécanique aux efforts. L'arrangement des fibres ainsi que leur orientation permettent de renforcer les propriétés mécaniques de la structure [23].

## II.1.3 Constituants de base des matériaux composites : matrices et renforts

### II.1.3.1 Matrices

Dans un matériau composite la matrice joue un rôle important c'est d'assurer la cohésion et l'orientation des fibres tout en permettant la répartition des efforts subis par le matériau ainsi que la tenue aux agents chimiques.

Il existe de façon générale trois types de matériaux composites selon la nature de la matrice :

- Les composites à matrice organique (CMO).
- Les composites à matrice céramique (CMC).
- Les composites à matrice métallique (CMM).

Chacune de ces familles possède des propriétés différentes et pour chacune d'entre elles différents types de renforts sont employés [21].

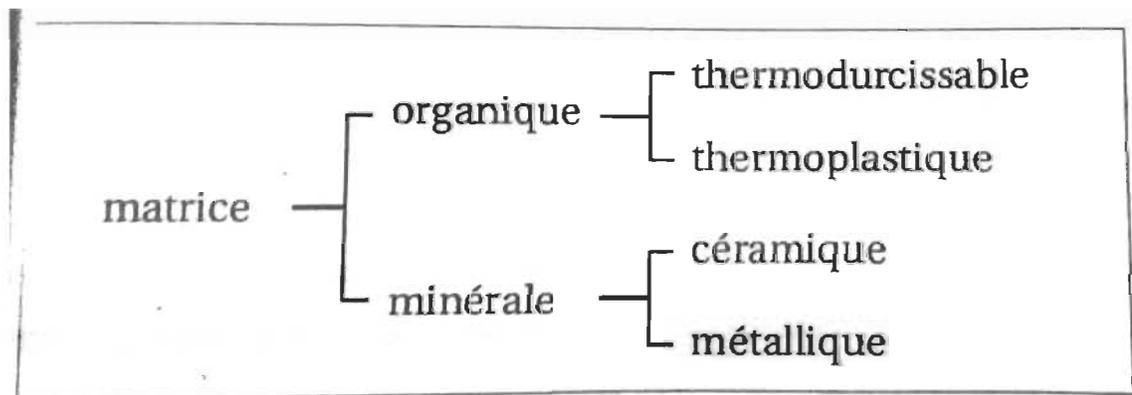
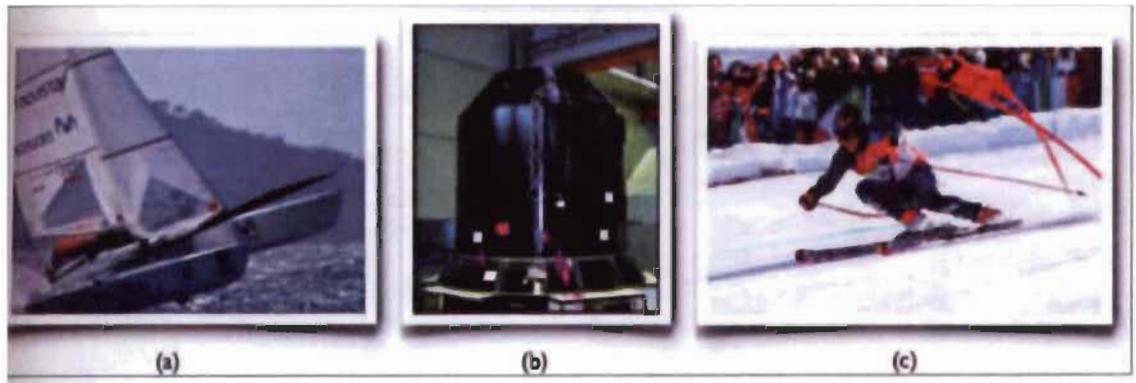


Figure II-2. Les différentes familles de matrices [24]

#### II.1.3.1.1 Composites à matrice organique

Les matrices organiques sont les plus répandues dans le monde à cause de leur coût de fabrication assez faible pour pouvoir être produits en grandes séries par rapport aux autres types. On distingue principalement deux types de CMO :

- ✓ Les composites à grande diffusion, peu coûteux et représentant près de 95% des CMO fabriqués, utilisés pour tout sortes de pièces faiblement sollicitées ;
- ✓ Les composites à haute performance, plus onéreux mais présentant des qualités mécaniques supérieures, notamment employés dans l'aéronautique, le nautisme, les sports et loisirs ou encore la construction industrielle.



**Figure II-3. Quelques applications des CMO “haute performance “ : (a) un catamaran, (b) le support de la charge utile d’Ariane 5, (c) des skis de compétition [2]**

Les matrices utilisées pour ces composites sont résines polymères. Les polymères employés sont principalement les thermodurcissables et les thermoplastiques. La résine est issue de produits intermédiaires (éthylène, propylène, acétylène, benzène) dont les matières premières sont le pétrole, le gaz naturel, et le charbon.

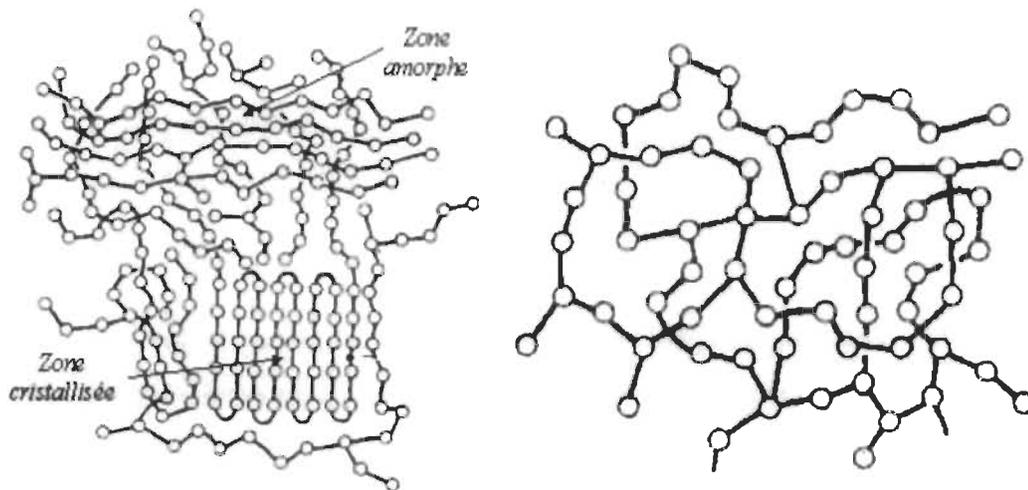
#### **II.1.3.1.1 Composition générale des polymères**

Un polymère est une macromolécule organique ou inorganique, composé l’enchaînement répété d’un même motif, le monomère, relié les uns aux autres par des liaisons covalentes. L’organisation spéciale de ces macromolécules engendre des structures supramoléculaires présentées à la figure 2.2 les polymères sont constitués de très longues chaînes de molécules. Ainsi que les atomes qui en constituent le

squelette soient liés par des liaisons covalentes rigides, la longueur de ces chaînes les rend flexibles et, selon les conditions, ces chaînes s'arrangent [25] :

- Au hasard et non en structure périodique tridimensionnelle (polymères amorphes) ;
- Se replient les unes sur les autres de manière symétrique et régulière (polymères cristallins)
- Ou présentent une structure mixte contenant à la fois des zones amorphes et des zones cristallisées (polymères semi-cristallins)

En considérant l'enchaînement des unités constitutives, on distingue deux principaux polymères : les homopolymères constitués de  $n$  unités constitutives identiques, les copolymères constitués de deux ou plusieurs unités constitutives non identiques.



**Figure II-4. Structure des polymères [25]**

- À gauche : amorphe partiellement cristallisé
- À droite : fortement réticulé par de nombreux ponts covalents inter-chaînes

Selon la classification suivant leurs propriétés physico-chimiques, on distingue normalement trois grandes familles de polymères : les thermoplastiques, les thermodurcissables, et les élastomères. Nous allons adopter cette classification dans

la suite du document. Signalons l'existence d'autres types de classification selon leur origine (polymères naturels, artificiels et synthétiques), selon leur structure (polymère linéaires ou monodimensionnels et tridimensionnels), selon leur volume de production et leur prix (les polymères de commodité les polymères techniques ou nobles, et les polymères de spécialité). Voici une pyramide qui détaille plus cette dernière [25].

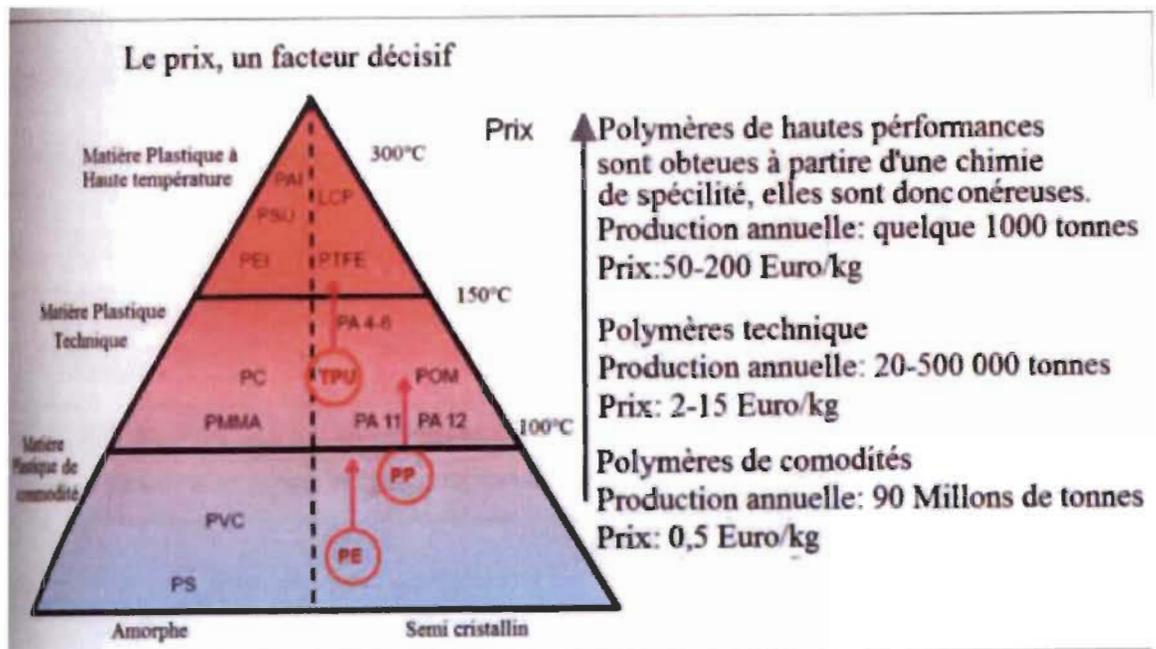


Figure II-5. Classification des polymères selon leur volume de production [25]

### a. Les thermoplastiques

Les thermoplastiques se présentent sous forme des chaînes linéaires, ramollissent sous l'effet de la chaleur. Cette opération est réversible. Les matrices thermoplastiques ont une faible propriété mécanique, un renforcement par l'incorporation de charge leur confère une tenue thermique et mécanique améliorée et une bonne stabilité dimensionnelle. Elles peuvent alors glisser les unes par rapport aux autres pour rendre une forme différente et quand la matière refroidit, les liaisons se reforment et les thermoplastiques gardent leur nouvelle forme. Les matrices les plus courantes sont le polychlorure de vinyle qui est utilisé dans la fabrication des tuyauteries, le poly-

acétate de vinyle que l'on retrouve dans les colles et adhésifs, le polyéthylène dont on se sert pour fabriquer les jouets, les bouteilles de shampoing ou les sacs de supermarché, les polypropylènes pour les boîtes alimentaires ou les revêtements des sols, le polystyrène qui intervient dans la composition des contenants alimentaires, de la vaisselle jetable, des jouets ou des vitres. Les thermoplastiques sont par ailleurs solubles dans des solvants spécifiques, ce qui permet de l'utiliser comme revêtements et colles. Ils présentent 80% des matières plastiques consommées en Europe en 2000 soit plus de 35 millions de tonnes. Cependant, à l'état initial sont sous forme de granulées ou de poudre dans un état chimique stable définitif par ce que n'y a pas de modification chimique au cours de la mise en forme. Les granulées sont chauffées puis moulées par injection et matériau broyé est réutilisable [26].

#### **b. Les thermodurcissables**

Les thermodurcissables sont des matériaux qui prennent une forme définitive au premier refroidissement. La réversibilité de forme est impossible parce qu'ils ne se ramollissent plus une fois moulés. Sous de très fortes températures, ils se dégradent et brûlent (carbonisation). Pour les molécules de ces polymères sont organisées en longues chaînes et un nombre de liaisons chimiques solides et tridimensionnelles, et ils ne peuvent pas être rompues et se renforcent après l'échauffement du plastique. Ainsi les thermodurcissables gardent la forme en raison de ces liaisons croisées et des pontages très résistants pour empêcher les glissements entre les chaînes. Les thermodurcissables représentent 20% des matières plastiques consommées en Europe en 2000 soit environ 10 millions de tonnes. Les plus connus sont les polyuréthanes, les polyesters, les phénoplastes, les aminoplastes, les élastomères, les résines époxydes et phénoliques. Au départ, les thermodurcissables se présentent sous forme de poudres ou de résines qui subissent une transformation chimique au cours de leur chauffage, de leur refroidissement ou par l'action de durcisseurs [26].

#### **c. Les élastomères**

Les élastomères sont des polymères à caractère amorphe ou cristallin présentant des propriétés extraordinaires en élasticité, amortissement et étanchéité (eau, air), souvent sont des thermodurcissables. Il existe aussi quelques élastomères thermoplastiques. Ils sont utilisés en général réticulés, et le plus souvent à une température supérieure à leur température de transition vitreuse, sur le plateau caoutchouteux.

Utilisation : la production de la gomme des pneumatiques contenant principalement du caoutchouc naturel (NR) et du copolymère élastomère styrène-butadiène (SBR), bandes transporteuses, tuyaux, durits, coussins, silentblocs, joints, mastics, gants médicaux, chaussures, etc. [2]

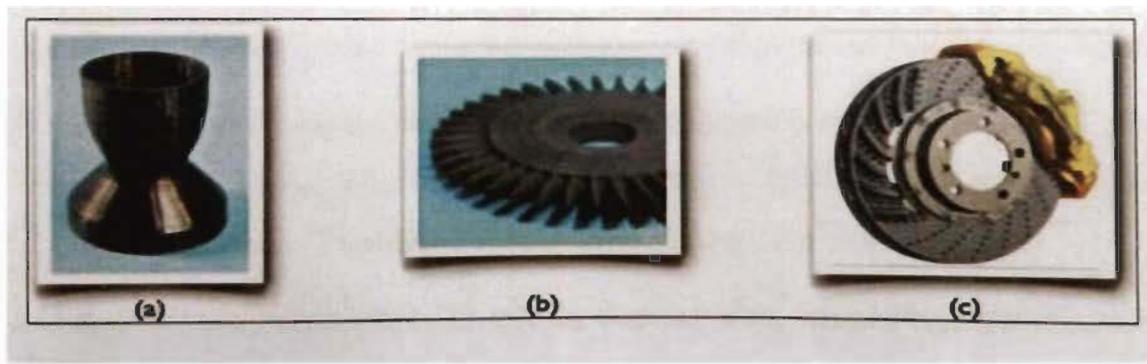
#### **II.1.3.1.2 Composites à matrice céramique**

Les CMC sont moins répandus que leurs homologues à matrice organique en raison d'un coût élevé, sont adressés aux applications à très haute température. Ils sont réservés aux applications de très haute technicité comme dans le domaine du spatial, du nucléaire et de la défense, ainsi que le freinage (frein céramique) [21].

Les céramiques possèdent de nombreux atouts pour de telles applications : sont plus légère que de nombreux métaux, et présentent une bonne stabilité chimique. Malheureusement, leur grande fragilité limite fortement leur domaine d'utilisation. La mise au point, des CMC répondent en fait à un objectif assez précis : rendre les céramiques moins cassantes en leur donnant une structure composite, c'est-à-dire en les façonnant sous forme de renforts et d'une matrice. En effet, la mise au point d'une structure composite permet donc d'améliorer les performances des céramiques et ainsi d'élargir leur domaine d'utilisation. Cela nous dirige à une meilleure résistance à la rupture pour deux raisons [2] :

- Les fibres ayant un diamètre microscopique, il est possible de les fabriquer avec très peu de défauts, ce qui conduit à des contraintes de rupture plus élevées.

- Lorsque le composite se dégrade, les fissures ont tendance à suivre les interfaces situées entre les fibres et la matrice au lieu de se propager dans les fibres ; au lieu de rompre brutalement, le matériau se désassemble donc progressivement. La figure II.6. Illustre quelques applications des CMC



**Figure II-6. Quelques applications des CMC [21] : (a) la tuyère d'un moteur spatial, (b) le disque à aubes d'une turbine (c) un disque de frein haut de gamme**

### II.1.3.1.3 Les composites à matrice métallique

Les CMM ont été élaborés pour concilier les qualités des matériaux (ductilité, bonne tenue face au vieillissement et au feu...) avec les bonnes caractéristiques mécaniques et la légèreté des structures composites. Cependant, l'avantage de ces composites est que la matrice étant métallique, ses caractéristiques mécaniques sont généralement bonnes. Il est donc possible de s'appuyer sur les comportements matriciels et de ne renforcer que certaines zones, ou encore de se contenter de renforts unidirectionnels, cela est généralement impossible avec les matrices polymères (en raison de leur faible résistance) ou céramiques (en raison de leur fragilité). Le principal inconvénient de ce type de composite et sa grande réactivité chimique à cause de la structure métallique. Ce sont des matériaux performants, mais pénalisés par un coût de revient encore élevé et réservés à des applications relativement exigeantes, dans divers domaines. Ainsi faut-il lors de la mise au point du composites, s'assurer que la matrice et le renfort ne

peuvent pas réagir entre eux, faute de quoi les conséquences sur les propriétés mécaniques peuvent être catastrophiques [21].

### II.1.3.2 Les renforts

Le rôle principal des renforts est d'assurer la résistance et la rigidité. La fonction principale des fibres n'est assurée que si une orientation judicieuse des fibres est faite. Les matériaux de renforts posent un certain nombre de problèmes pour la classifie. En effet il n'y a pas de dire si les fibres de carbone sont des céramiques au sens matériau inorganique essentiellement non métallique ou des pseudo-renforts organiques en pensant au matériau précurseur dont elles issues. Cependant, les fibres de verre doivent-elles être classées de la même façon comme des renforts minéraux ou comme céramiques. Afin d'éviter toute confusion, nous classerons dans les céramiques justes les matériaux inorganiques non métalliques obtenus soit par filage, soit par dépôt ou par frittage. Les fibres de verres et de carbone sont considérées comme des matériaux inorganiques spécifiques.

L'organigramme de la figure II.7 représente ces différents renforts.

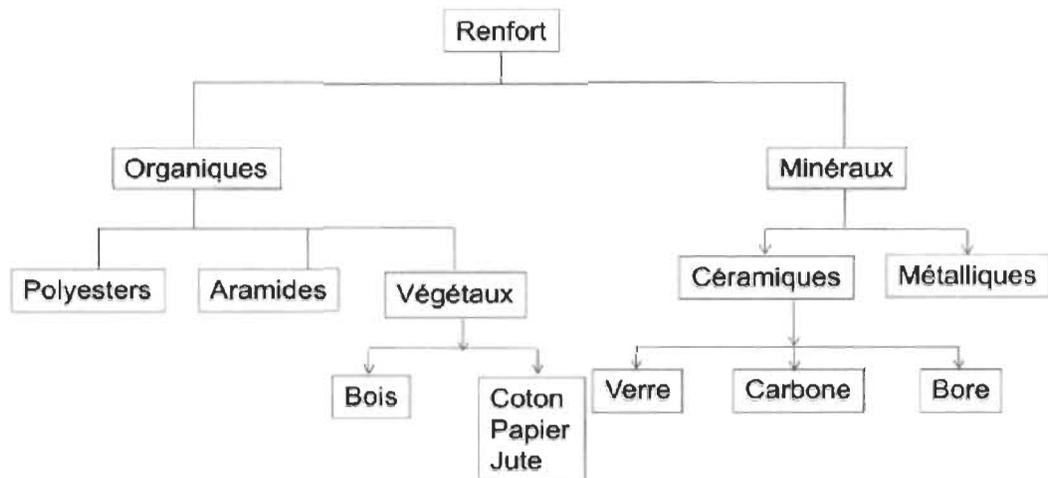


Figure II-7. Classification des renforts [27]

Les principaux renforts utilisés sont :

### II.1.3.2.1 Les fibres de verre

Les fibres de verres ont un excellent rapport performance-prix qui les place de loin au premier rang des renforts utilisés présentement dans la production des structures des composites. Le procédé de réalisation par filage du verre en fusion permet d'obtenir des fibres de 5 à 15  $\mu\text{m}$  de diamètre. Elles constituent le renfort essentiel des composites de grande utilisation. On distingue trois types de fibres [27] :

- E : pour les composites de grande diffusion et les applications courantes ;
- R : pour les composites hautes performances
- D : pour la production des circuits imprimés (propriétés diélectriques)

Les principaux avantages pour les fibres de verres sont :

- Bonne résistance électrique et thermique
- Bonne résistance aux agents chimiques et à l'humidité
- Bonne compatibilité avec les matrices organiques
- Faible coût

Les principales limitations :

- Caractéristiques mécaniques moyennes, notamment la rigidité élastique
- Faible résistance au choc

**Tableau II-1. Caractéristique des fibres de verre [28]**

Fibre	Verre E	Verre R et S	Verre D	Verre C
Caractéristiques principales	Qualité courante	Haut performance mécanique et thermique	Rigidité diélectrique	Bonne tenue chimique
Masse volumique ( $\text{mg}/\text{m}^3$ )	2.6	2.53	2.14	2.5
Résistance à la traction $R_m$ MPa	2400	3600	2500	2800

Module de Young (GPa)	73	86	55	70
Allongement à la rupture A	4.5	5.2	4.8	4
Température maximale d'utilisation (°C)	500	650	450	450
Coefficient de dilatation thermique ( $10^{-6}$ /K)	5	4	3.5	8.5
Application	Composites de grandes diffusions	Armement aéronautique spécial	Radomes capot perméable aux ondes électromagnétiques	Réacteurs chimiques Renforcement du béton, panneaux de façades

### II.1.3.2.2 Les fibres de polymères

Malgré leur faible masse volumique, peu de polymères permettent d'obtenir des fibres de module suffisant pour donner un avantage comme renfort de composite. Le tableau suivant regroupe les propriétés principales des fibres polymères. Les fibres aramides (Kevlar®), spécialement, ses caractéristiques sont parfaites comme la rigidité et la résistance à la traction, une bonne résistance à la fatigue et l'impact, mais un comportement médiocre en compression et cisaillement (donc en flexion).

**Tableau II-2. Caractéristiques des fibres polymères [28]**

Fibre	Polyamides aromatiques KEVLAR 29®	Polyamides aromatiques KEVLAR 49®	Polyesters saturés	Polyéthylène à haut module
Caractéristiques principales	Résistance à la traction et	Résistance à la traction et aux chocs et à la	Faible cout	Résistance à la traction et aux chocs, rigidité

	aux chocs et à la fatigue	fatigue haut module		
Masse volumique (mg /m <sup>3</sup> )	1.44	1.45	1.3	0.97
Résistance à la traction R <sub>m</sub> MPa	3000	3600	1200	3000
Module de Young (GPa)	60	134	14	100
Allongement à la rupture A	7	3.5	12	5
Température maximale d'utilisation (°C)	200	200	100	100
Application	Câbles pneumatiques	Composite a haut performance		Blindage casque, coques de bateaux

### II.1.3.2.3 Les fibres de carbone

Les fibres de carbone ont de très fortes propriétés mécaniques et sont utilisées d'habitude dans les domaines d'application de la haute performance. Elles sont élaborées par pyrolyse en atmosphère habitée de fibre de polymère précurseur, ce qui permet d'atteindre sous plusieurs variantes un squelette d'atomes de carbone à structure graphique à haut module et à haut résistance malgré de nombreuses imperfections. Selon la température de combustion, on distingue deux types de fibre [21] :

- ✓ Fibres haute résistance (HR) : pour une combustion de 1000à 1500 °C ;
- ✓ Fibres haut module (HM) : pour une température de combustion de 1800à 2000 °C.

Principaux avantages :

- Une résistance très élevée à la traction et à la rigidité longitudinale ;

- Grande résistance à la température sans chute de propriétés (jusqu'à 1500 °C en atmosphère non oxydante) ;
- Inertie à la corrosion et aux agent chimiques
- Coefficient de dilatation longitudinal très faibles, voire nul.

Principales limitations :

- Fragilité au choc ;
- Fragilité à la courbure ou au pliage ;
- Coût très élevé.

**Tableau II-3. Caractéristiques des fibres de carbone [29]**

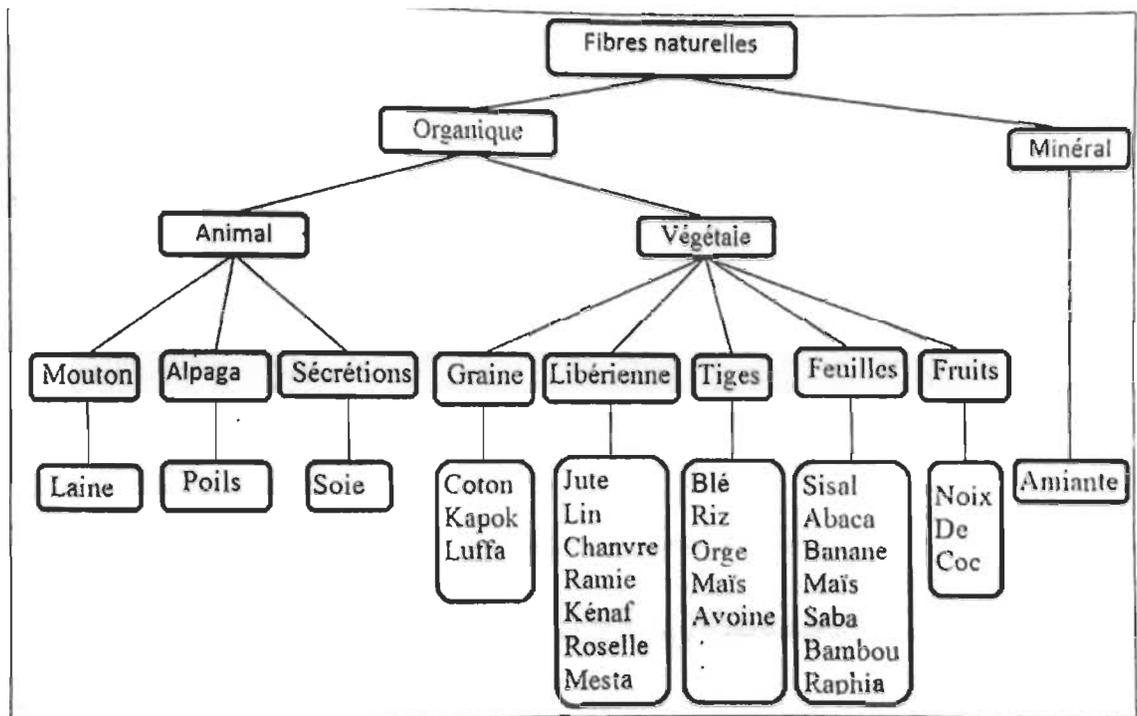
Fibre	Carbone à haute résistance HR	Carbone à bas module BM	Carbone à haut module HM	Carbone à très haut module THM
Masse volumique (mg /m <sup>3</sup> )	1.85	1.70	1.90	1.95
Résistance à la traction R <sub>m</sub> MPa	3500 à 4900	1800	2800 à 4400	2300
Module de Young (GPa)	200 à 250	180	400 à 600	750 à 820
Allongement à la rupture A	1.3 à 2.1	2	0.7 à 1.2	0.3

Elles sont utilisées sous formes de nappes jurisdictionnelles ou de tissus près imprégnées pour la production de matériel industriel ou sportif et sous formes tissage 2D ou 3D dans l'industrie aéronautique et spatiale.

#### **II.1.3.2.4 Les fibres naturelles**

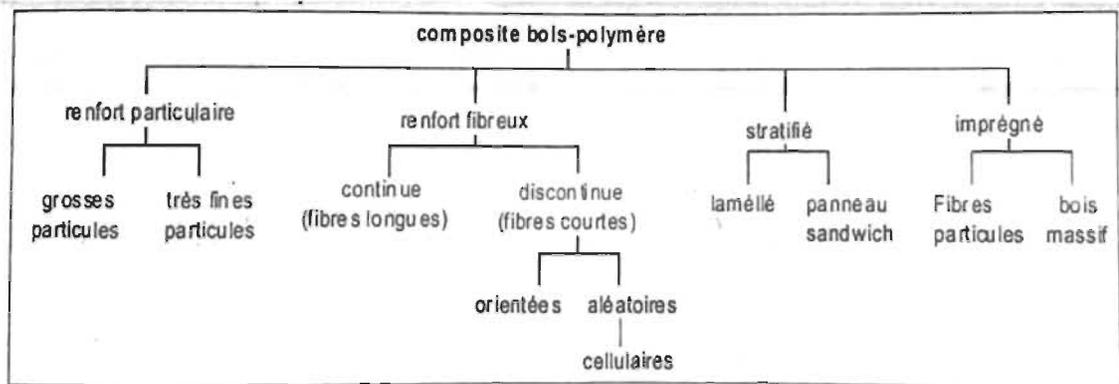
Les fibres naturelles sont des structures biologiques particulièrement composées de celluloses, hémicelluloses et lignine. Ainsi une proportion faible, elles contiennent des extractibles, des protéines et certains composés inorganiques. Il se trouve qu'y a des différentes classifications de ces fibres. Le diagramme suivant va nous présenter

une classification selon leur origine. D'après ce diagramme, nous distinguons que le terme « fibres naturelles » regroupe autant les fibres d'origine végétale (cellulose), animale (protéines) et minérale. La figure II.8 nous fait observer grande différence des fibres naturelles. Un des caractères importants des fibres est leur grand degré de variabilité tant du point de vue propriété que du point de vue morphologique. Cette grande variabilité existe entre les espèces, à l'intérieure d'une même espèce ainsi que pour un même individu [21].



**Figure II-8. Diversité des origines des fibres naturelles [21]**

S'agissant de la structure ou de la morphologie du renfort à fibres naturelles, nous distinguons divers types de composites comme nous présenter la figure suivante d'après Schneider en 1994.



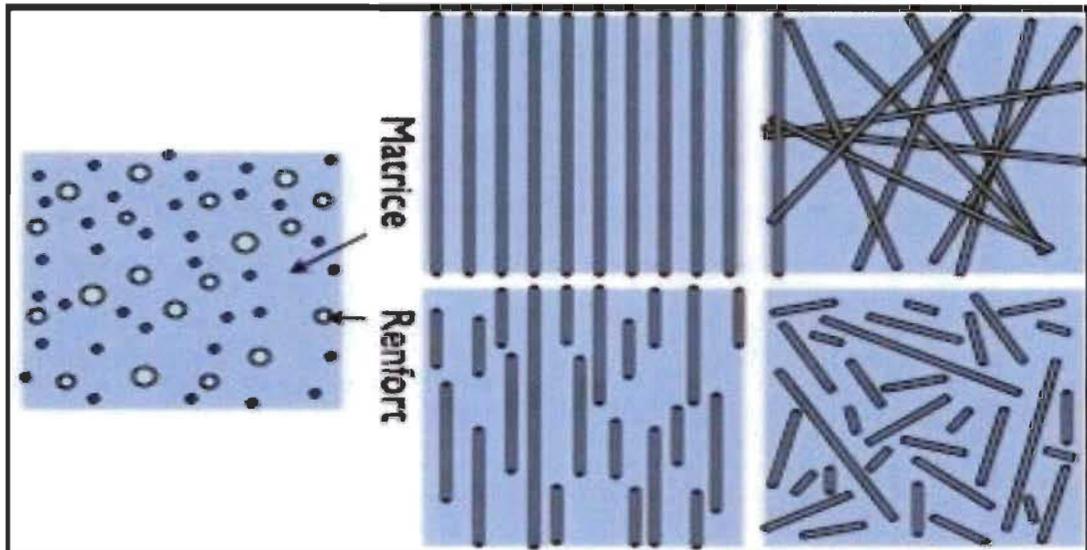
**Figure II-9. Structure et morphologie des renforts à fibres naturelles [30]**

### II.1.3.2.5 La géométrie des renforts

D'un point de vue géométrique, on peut distinguer trois types de renforts :

- a. Les fibres longues (c'est-à-dire de longueur comparable aux dimensions de la pièce)
- b. Les fibres courtes (c'est-à-dire de longueur faible devant les dimensions de la pièce)
- c. Les fibres particules, ou charges renforçant

Tous ces renforts sont inclus au sein d'une matrice qui partage les effets entre eux et les protège des agressions extérieures, comme indiqué ci-dessus. Cependant, quand les renforts sont des fibres, celles-ci peuvent être soit orientées dans une trajectoire précise, soit disposées "en vrac", aléatoirement.



**Figure II-10. Différentes géométries des composites [31]**

Les propriétés mécaniques des composites être lié à la forme et l'orientation des renforts :

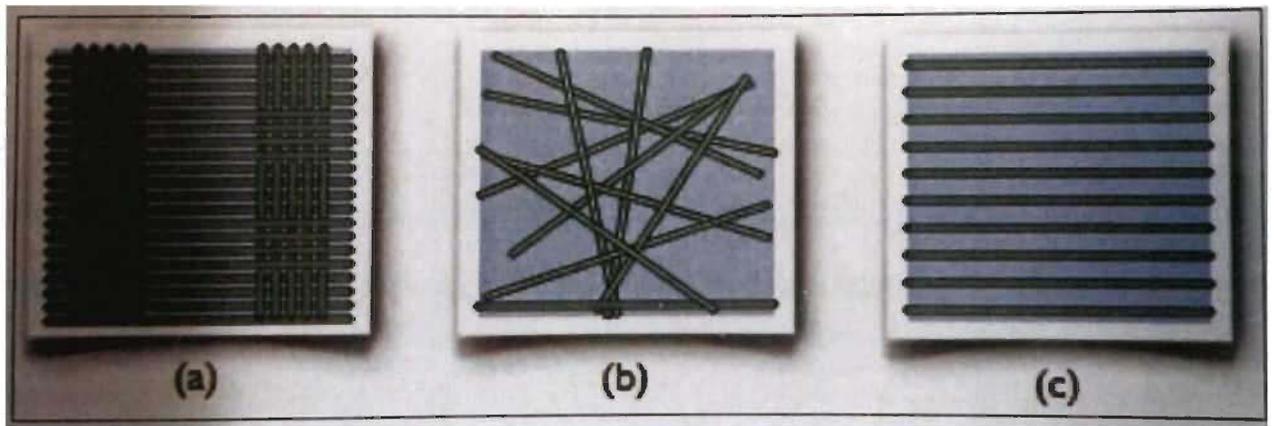
- Les composites à fibres longues présentent un meilleur comportement mécanique que les composites à fibres courts ou à particules, du moins dans les directions renforcées par les fibres ;

Les composites à fibres parallèles représentent un comportement mécanique anisotrope tandis que les composites à fibres orientées aléatoirement ou à particules présentent un comportement à peu près isotrope.

#### **II.1.3.2.6 Architecture de renforcement**

Bien que les composites à fibres courtes présentent un comportement macroscopique isotrope [31] bon nombre de structure composites sont anisotropes. La plupart des renforts travaillent bien en traction, mais donnent de moins bonnes performances en compression et cisaillement. Il est donc impératif de jouer sur texture et la géométrie des renforts pour créer une architecture adaptée aux contraintes mécaniques. En fonction des propriétés recherchées, on trouve beaucoup d'architectures de renforcement [5] :

- Unidirectionnelle : les fibres parallèles peuvent être reliées (nappes) ou non (roving)
- Multidirectionnelle aléatoire : les fibres ont été coupées et broyées, sans arrangement particulier ou soit agglomérées par un liant et formé un mat à fibres continues ou courtes
- Orientées : le tissu comporte des fils de chine ou de trame (fibre bidirectionnelles)
- On réalise pour des applications particulières des armatures de renforts multidimensionnels.



**Figure II-11. Dispositions possibles des fibres dans un pli (a) tissu plan (ici non équilibré), (b) mat, (c) unidirectionnel [31]**

Les performances de ces différents types d'architecture sont présentées dans le tableau suivant :

**Tableau II-4. Performances des différents types d'architecture [2]**

Architecture des fibres	Comportement mécanique	Orientation de la tenue mécanique	Taux maximal de renfort	Types de fibres
Fibres coupées et broyées	Moyen	Quelconque	30 %	Verres
Mat fibres coupés	Moyen	Quelconque	30 %	Verres

Mats fibres continus	Moyen	Orientés	30 %	Verres
Fibres continues	Intermédiaire	Unidirectionnelle	50 % à 70 %	Toutes
Tissu	Fort	Bi ou tri directionnelle	30 % à 70 %	Toutes
Nappe	Très fort	Unidirectionnelle	50 % à 85 %	Toutes

### II.1.3.3 Analyse des fonctions des matériaux composites

L'analyse des fonctions au complet par les matériaux composites est développée suivant deux axes :

- Une classification des fonctions par discipline scientifique :
  - Les fonctions mécaniques
  - Les fonctions chimiques
  - Les fonctions physiques
- Une classification des fonctions par objectifs

#### II.1.3.3.1 Classification par fonction mécaniques

**Tableau II-5. Classification par fonctions mécaniques [30]**

Fonction	Détermination	Secteurs d'applications	Exemples d'applications	Critères et valeurs cibles
Résister	À la traction	Aéronautique	Bielles de reprises d'efforts pour les avions en composites HP	Limite de tenue à la traction (100 à 1000 MPa)
	À la flexion	Bâtiment	Éléments de murs rideaux en composites GD a fibres longues	Module de flexion (8 à 18 GP)
	À la fatigue	Automobile, ferroviaire, aéronautique	Hayons Citroën en composites TD a fibre longue	Durée de vie jusqu'à trente ans
	À la fissuration	Automobile, Bâtiment	Toile de fibre de verre et de résine pour revêtement de bâtiment	
	À la température	Automobile, Aéronautique		

	À la rayure	Bâtiment	Capot moteur en composites TD a fibres longues  Baignoires en composites à matrice TD	Conservation de 50 % des caractéristiques mécaniques pendant 2,00 heures /150° C
Réduire	L'abrasion L'usure  Les déformations thermiques	Automobile  Construction, automobile, Bâtiment	Composites en matrice PEEK pour pièces d'usures  Carters d'huile en composites TP a fibres courtes	Coefficient de dilatation thermique (70-100 micro /m° C)
Absorber	L'énergie	Automobile	Lames de ressort de camionnettes	
Adapter	À une structure	Bâtiment	Charpente avec composites à enroulement filamenteux	
Maîtriser	L'élasticité	Habillement, automobile	Embout de chaussures de sécurité	Module d'élasticité longitudinal 20-300 Gpa Module d'élasticité transversal 2-25 Gpa
Amortir	Les chocs  Les vibrations  Le bruit	Automobile  Automobile, Aéronautique  Bâtiment	Couvercles de boîtes de vitesses composites à matrice TP Couvercles de boîtes de vitesse : composite matrice TP Sanitaires en composites à matrice TD	

### II.1.3.3.2 Classification par fonction chimiques

**Tableau II-6. Classification par fonction chimiques [29]**

Fonction	Détermination	Secteurs d'application	Exemples d'applications	Critères et valeur cibles
Résister	À la corrosion	Ferroviaire, électricité, naval, électronique, construction, papier, articles de sport	Coques de bateaux, collecteurs d'admission d'air dans les carburateurs, réservoirs pour véhicules fonctionnant au gaz naturel Baignoires en composites à matrice TD	-----
	Aux attaques chimiques au feu	Construction, industrie chimique bâtiment		
Limiter	Les émissions Toxiques	Bâtiment	Réservoirs dans l'industrie chimique	-----

### II.1.3.3.3 Classification par fonctions physique

Tableau II-7. Classification par fonction physiques [29]

Fonction	Détermination	Secteurs d'application	Exemples d'applications	Critères et valeur cibles
Résister	Aux ultraviolets	Bâtiment	Toile de fibre de verre et de résine pour revêtement de bâtiment	
Alléger	Les structures	Automobile, ferroviaire, aéronautique	Volets et ailerons d'avions en composites HP	Masse spécifique 1-2 kg /dm <sup>3</sup> alléger la structure d'1 kg
Transmettre	Les ondes OEM	Génie électrique, électronique	Noyaux de transformateur solution de CEM, radômes	
Isoler	De la chaleur  De l'électricité	Aéronautique, automobile, bâtiment, Génie électrique, électronique	Réservoirs d'huile en composites HP pour les avions Isolant THT en composites à fibres longues	Coefficient d'isolation K=1,1 à 1,2 W /m <sup>2</sup> .K Isolation jusqu'à 1200 °C

## II.2 Études antérieures sur la détermination de la température d'équilibre des engrenages en plastique et composite

### II.2.1 Évolution de la recherche dans le domaine

La recherche de solution en vue de prévenir le grippage « scoring » de la surface des dents des engrenages en acier a conduit à l'étude de la température extrême sur la surface de contact dans le cas des contacts hertziens à pression très élevée. Block [33] en 1937 établit la notion de « **flash température** » pour expliciter le problème. D'autres études tant expérimentales que théoriques, étaient effectuées par la suite pour considérer les différents paramètres qui affectent cette température [34,35,36]. De ces études, il ressort que le contrôle de la température maximum, « **flash température** », il existe un autre type de température : la température moyenne, « **bulk température** », c'est-à-dire la température d'équilibre de toute la dent.

Si l'étude de la température dans les engranges métalliques fait l'objet de beaucoup de travaux de recherche, cependant dans les engrenages plastique et composite c'est une situation différente. En effet, les recherches sur les problèmes liés à la température de fonctionnement des engrenages plastique et composite datent des 50 dernières années. Au début, elles avaient pour le but de trouver un facteur de correction  $k_t$  est considéré l'effet de la température dans la définition de la contrainte à la racine de la dent. Ainsi dans les années 60, certains auteurs [37,38] avaient suggéré l'usage de la température ambiante pour le calcul du coefficient  $k_t$  qui varie avec la température. D'autres auteurs présentent un autre genre de température, appelée température de fonctionnement, et en proposent des modèles de calcul [39,40] qui, en jetant une base dans la voie des méthodes de calcul plus complètes, restent assez limitées.

À la fin des années 70 et au début des années 80 les travaux effectués apportent plus d'information parce qu'ils sont basés sur plusieurs paramètres ayant été négligés dans

le passé, mais reste en majeure partie des méthodes empiriques ou se résument à des termes obtenus souvent à partir des mesures expérimentales [41].

Plusieurs études théoriques avec des solutions numériques permettent de calculer la valeur de la température en tout point de dent au cours du fonctionnement de l'engrenage [42,43].

À la fin des années 90 et au début des années 2000 les auteurs sont commencés à poncer pour remplacer le plastique par un autre matériau beaucoup mieux comme les matériaux composites vus leur avantage majeur :

- Origine renouvelable,
- Coût faible,
- Résistance relative élevée,
- Densité basse,
- Bonne stabilité thermique,
- Biodégradabilité élevée,
- Excellentes propriétés mécaniques et physiques [65] [66]

## **II.2.2 Principales approches utilisées**

Cette section présente les principales études et les approches théoriques et des techniques expérimentales ; pour chaque étude, les situations de travail seront clarifiées de même que les différents matériaux.

Ces travaux se présentent comme suit :

### **Engineering science data unit (E. S.D.U) [43]**

Une formule empirique utilisée basée sur l'expérience pratique est présentée pour le calcul de la température de fonctionnement de l'engrenage en plastique. Cette température autorisée un facteur de correction  $k_f$  utilisé pour trouver la valeur de la contrainte admissible corrigée au pied de la dent

Les auteurs fournissent un tableau pour le choix du facteur  $k_f$ . Pour le nylon et l'acétal, la variation du facteur  $k_f$  avec la température de fonctionnement  $T_f$  est montrée au tableau suivant.

**Tableau II-8. Facteur de correction pour la température,  $k_t$ , tel que suggéré par divers auteurs, fatigue en flexion à la racine pour le nylon à 50% d'humidité relative [44].**

$T_{°F}$	E.S.D.U.	Hachmann et Strickle	Hall et Avold	Rankin	McKinley
25	–	–	1.2	1.15	1.13
50	1.15	–	1.1	1.10	1.06
70	1.0	1.0	1	1	1.0
100	0.9	0.8	0.8	0.8	0.9
125	0.75	0.65	0.7	0.6	0.85
150	0.65	0.5	0.65	0.5	0.75
175	0.55	0.3	0.6	0.35	0.7
200	0.5	0.15	0.5	N.R. <sup>(1)</sup>	0.6

N.R. <sup>(1)</sup>. Signifie Non recommandé.

La formule se présente comme suit :

$$T_f = T_a + \frac{9}{5} \left( \frac{S_1}{P} \right)^{1.5} (3V \cdot 10^{-7})^{66} \dots \dots \dots (II.1)$$

Où  $S_1$  = contrainte nominale à la racine de la dent en lb/po<sup>2</sup>

$P$  = pas diamétral en po<sup>-1</sup>

$V$  = vitesse au cercle primitif en pi/min

$T_f$  = température de fonctionnement en °F

$T_a$  = température ambiante en °F

**Bosshart, H. [46] (1975)**

Point d'intérêt : variation de  $\Delta T_{moy}$  En fonction du pas diamétral P et de la vitesse au cercle primitif et leur influence sur le mode de bris. La température ambiante au cours de l'expérience a varié entre  $-16^{\circ}\text{C}$  et  $67^{\circ}\text{C}$

Matériaux : acétal (Delrin 500)

Pas diamétral : 12, 16, 24

Diamètre primitif : 57.15 mm

Angle de pression :  $20^{\circ}$

Régime : lubrification à la graisse

Vitesse au cercle primitif : 3.8 m/s et 5.7 m/s

Charge tangentielle :  $W_t = 43.6 \text{ N/mm}$

L'auteur arrive à la conclusion de la possibilité de bris thermique lié à l'augmentation de la charge normal  $W_0$ , de la vitesse au cercle primitif et que cette possibilité diminue avec l'augmentation de la valeur du pas diamétral.

**Koffi, D., Yelle, H. [20] (1987)**

Matériau: UHMWP (Ultra High Molecular Weight Polyethylene)

Engrenement : plastique-plastique, plastique-acier

Pas diamétral : 10

---

Angle de pression :  $20^\circ$

Vitesse de rotation : 500tpm ; 1000 tpm et 1500 tpm pour une charge normale de

$W_0 = 53 \text{ lb/po}$

$W_0$  (charge normale) : 53 lb/po (9.3 N/mm), 88.5 lb/po (15.4 N/mm) et 109 lb/po (19 N/mm) pour une vitesse de rotation de 1000 tpm.

Ce travail est basé sur une étude numérique et expérimentale de l'élévation de la température subie par la dent. Il présente les résultats des simulations numériques de nombreuses conditions :

- De géométrie (pas diamétral, nombre de dents, rapport de réduction, angle de pression) ;
- De fonctionnement (charge normale unitaire, vitesse de rotation, coefficient de transfert de chaleur, coefficient de frottement, coefficient d'amortissement du matériau plastique,  $\tan \delta$ , module élastique) ;
- De matériau (engrènement plastique-plastique, plastique-acier).

L'utilisation de tous les paramètres cités permet de constater que l'augmentation du nombre de dents contribue à baisser le niveau des températures d'équilibre et instantanées ; même cas pour le module ; le rapport de réduction pour un nombre de dents du pignon donné, le coefficient de transfert de chaleur et l'angle de pression. Cependant l'évolution de la température se fait dans le même sens que la charge normale unitaire, la vitesse de rotation et le coefficient de frottement.

L'influence du facteur d'amortissement interne  $\tan \delta$  et celle de l'élastique se font moins sentir sur la valeur de la température, mais ces facteurs pourraient intervenir pour des températures élevées dans le cas des matériaux ayant un module très variable suivant la

valeur de la température, car la valeur du module E affecte, à son tour, le facteur de répartition de charge  $W_i/W$  qui affecte la valeur des températures d'équilibre et instantanée.

### **Hazem KIOUA [50] (1997)**

Matériau : le polyphénylène sulfide (PPS) renforcé de fibres (verre /carbone) et lubrifiant interne (PTFE)

Module  $m = 3.175 \text{ mm}$

Pas diamétral =  $8 \text{ po}^{-1}$

Diamètre primitif =  $76.2 \text{ mm}$  (3 po)

Largeur de face =  $9.5 \text{ mm}$  (0.375)

Les six grandes de matériaux suivants sont :

- PPS vierge
- PPS + 20 % PTFE
- PPS + 30 % fibres de verre
- PPS + 30 % fibres de verre + 15 % PTFE
- PPS + 30 % fibres de carbone
- PPS + 30 % fibres de carbone + 15 % PTFE.

**Tableau II-9. Plan d'expérience préliminaire.**

Test	Fibres de renfort	Lubrifiant interne	Couple (lb-po)	Vitesse (RPM)
1	0 %	0 %	100	1200
2	30% G	0 %	100	1200
3	30% C	0 %	100	1200
4	0 %	20 %	100	1200
5	30% G	15 %	100	1200
6	30% C	15 %	100	1200
7	0 %	0 %	300	1200
8	30% G	0 %	300	1200
9	30% C	0 %	300	1200
10	0 %	20 %	300	1200
11	30% G	15 %	300	1200
12	30% C	15 %	300	1200
13	Nylon-30% G	0 %	100	1200
14	Nylon-30% G	0 %	300	1200
15	0 %	0 %	100	3000
16	0 %	20 %	100	3000

Ce travail basé l'étude de comportement et la performance des engrenages en thermoplastique et thermostable ; cette étude se compose d'une partie analytique et d'une partie expérimentale :

La partie analytique consiste à :

1. Modéliser le contact entre les paires de dents d'engrenages en plastique
2. Déterminer la répartition de charge réelle et analyser les contraintes de flexion et contact, en considérant les effets de correction à la tête et des forces de frottement
3. Étudier l'effet de la variation du module élastique, du couple appliqué, et du coefficient de frottement

Quant à la partie expérimentale, elle consiste à :

- Conduire des essais de fatigue sur des paires d'engrenages moulés par injection sous différentes conditions d'opération. Ces essais permettront de :
  - Identifier les différents modes de rupture.
  - Examiner les effets des fibres de renfort et du lubrifiant interne.

- Faire une corrélation entre les résultats d'analyse de contraintes, les températures de fonctionnement mesurées et les différents modes de rupture observés

### **MICHEL Alain [64] 2015**

Matériau : éco-composite

Cet éco-composite se compose :

- D'une matrice en HDPE
- D'un renfort en fibres de bouleau
- D'un agent de couplage

La matrice est un polyéthylène haute densité qui peut être soit d'origine biologique (qui provient de la canne à sucre brésilienne) ou d'origine pétrochimique.

Les fibres de bois proviennent du Canada.

Ce travail est basé sur une étude expérimentale, la réalisation des engrenages en éco-composite et des essais de fatigue et des essais de DMA (Analyse Mécanique Dynamique) et de DSC :

Pour ce qui concerne les essais **DMA**, l'objectif était de voir l'incidence de deux facteurs sur les caractéristiques mécaniques des matériaux viscoélastiques de l'éco-composite :

- L'incidence du taux de charge en fibre de bois
- L'incidence du taux d'agent de couplage

Les paramètres des essais ont été fixés par l'étudiant au doctorant selon les indications qu'il ait lui avait fourni sur les capacités de la machine, il a donc été convenu d'utiliser les Paramètres suivants :

- Température : de 25 à 120 °C
- Fréquence d'oscillation : 1 et 20 Hz
- Vitesse de montée en température : 5 °C par minutes.

Les essais **DSC** ces essais ont été réalisés avec la configuration des données. La configuration comporte une montée en température de 20 jusqu'à 230 °C avec une vitesse de 10°C par minutes.

#### **Les essais de fatigue :**

L'objectif de ces essais de fatigue était la caractérisation d'engrenages fabriqués en éco-composites et d'observer leur comportement de deux façons :

- À l'aide d'une caméra thermique, déterminer les températures d'utilisation des engrenages
- À l'aide d'un système d'émission acoustique, essayer de détecter l'endommagement des engrenages avant leur rupture.

### **II.2.3 Études antérieures relatives à l'endommagement des engrenages plastiques/composites**

La problématique de l'endommagement de l'engrenage en plastique et composite est très complexe et multifactoriel. Cependant, une revue de la littérature requiert l'organisation par courant des pensées ou thématique liés au problème de l'endommagement. Alors dans les sous-sections qui suivent nous allons présenter tous ces courants de pensée ainsi que les principaux récits liés à chaque problématique et les principales découvertes à chaque thématique.

#### **II.2.3.1 L'endommagement thermique (de surface et généralisé)**

Il est bien connu que l'influence de la température sur l'endommagement des engrenages en plastique et composite est très grand. Son élévation détériore les propriétés mécaniques telles que la résistance à la rupture, la résistance au fluage et le module élastique. Le problème de l'échauffement par frottement et par hystérésis est augmenté par la faible conductibilité thermique des plastique et composite [47].

Pour les plastiques il y a une température limite appelée la température de transition  $T_g$  (température de transition vitreuse). Cette température est basse sur les polymères en général. Pour les polymères thermodurcissables la température limite est plus élevée, alors qu'y a beaucoup d'engrenages en plastiques actuels sont faits avec des matériaux thermodurcissables [47].

Le fait d'avoir la possibilité d'utiliser des engrenages en plastique sans lubrification parce que des problèmes liés à l'échauffement. La lubrification permet de dégager la chaleur réduire, le frottement, et augmente la performance de l'engrènement.

Ainsi, dans le cas des engrenages en plastiques un type d'endommagement est causé par une température plus élevée appliquée sur la surface de la dent. Dans ce cas, nous parlons d'endommagement thermique de surface. Lorsque l'endommagement est dû à l'amollissement général de la dent, nous disons qu'il s'agit d'un bris thermique généralisé. Nous pouvons synthétiser les méthodes les plus utilisées pour la vérification préventive de ces deux modes d'endommagement {Koffi D, Bellosta et al.1995} [67].

Dans le domaine des engrenages composites et plastiques la température maximale de surface peut être décomposée sur trois composantes : la température de l'air environnant ( $T_a$ ), l'augmentation de température globale de la dent au-dessus de la température ambiante ( $T_b$ ) et l'élévation de la température pendant une très courte durée de temps à la zone de contact-dite « instantanée » ( $T_f$ ) [47]. Alors, la température maximale de surface est exprimée par :

$$T_{max} = T_a + T_b + T_f \dots \dots \dots (II.3)$$

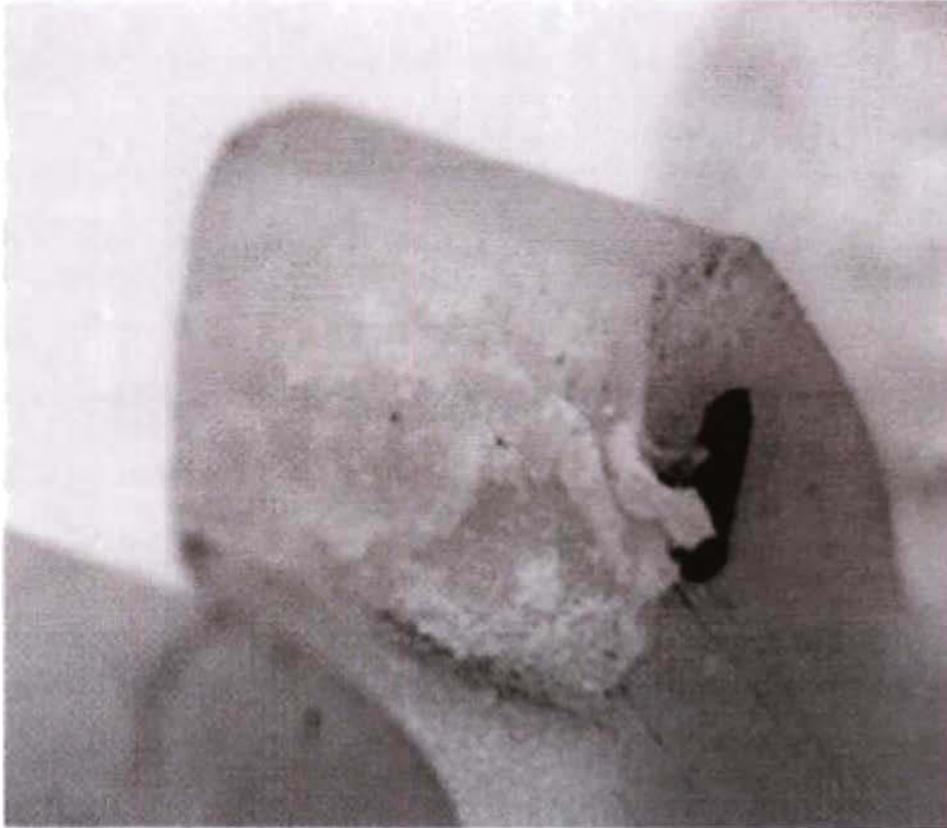
L'équation suivante permet de calcul l'augmentation de la température généralisée {Mao 2007} :

$$T_b = \frac{0.625\mu M}{c\rho Nb(ra^2 - r^2)} \dots \dots \dots (II.4)$$

La solution de Block peut être utilisée pour fournir une estimation rapide de la température instantanée.

À partir des travaux de Block {1963}

$$T_f = 1.11\mu M \frac{(v_a^{\frac{1}{2}} - v_b^{\frac{1}{2}})}{rb\sqrt{2k\rho ca}} \dots \dots \dots II.5$$



**Figure II-12. Évidence de la fusion à la surface de la dent {Yakut, Düzcükoglu et al.2009}**

Yelle and Poupard (1975) ont réalisé des essais sur engrenages en utilisant un polyéthylène de haute densité de très haut poids moléculaire [UHMWPE]. Les engrenages utilisés avaient un pas diamétral de 10 po' et 30 dents. Ils ont couplé cet engrenage avec un engrenage en acier de même dimension dans deux conditions de fonctionnement sans lubrification et avec lubrification dans l'huile. Une équation sur la capacité de charge a été développée à partir des effets de la vitesse, de la température et de la lubrification [49].

Hamza KIOUA {1997} [50] présente plusieurs avantages des engrenages en plastiques par rapport aux engrenages métalliques. Parmi les avantages majeurs, on a l'aptitude à fonctionner sans lubrifiant externe et avec beaucoup moins de bruit généré en cours

d'opération, la fabrication des engrenages en plastique par le procédé de moulage par injection offre une production à grande cadence à des coûts relativement faibles. Ce procédé permet d'incorporer des formes complexes dans une même composante multifonctionnelle, et n'exige pas des opérations d'usinage additionnelles. Cependant, les engrenages en plastiques ont certaines limitations en tant qu'éléments de transmission de puissance, en effet, ils sont caractérisés par un faible module d'élasticité et une faible résistance mécanique qui sont très vulnérables à la température. Le problème de chaleur générée par frottement et hystérésis est accentué par la faible conductivité thermique de ces matériaux. Ces caractéristiques constituent des facteurs limitatifs dans la conception d'engrenages en plastique capable de transmettre une puissance supérieure à 1 kw. Dans ce sens, les thermoplastiques dits thermostables qui conservent des propriétés mécaniques acceptables à des températures élevées peuvent constituer une bonne alternative aux matériaux classiques utilisés dans les engrenages. L'objectif général de leur étude est de rechercher et d'étudier le comportement et la performance des engrenages. La partie analytique consiste à modéliser le contact entre les paires de dents d'engrenage en plastique, déterminer la répartition de la charge réelle et analyser les contraintes de flexion et de contact, en considération les effets de correction à la tête, des forces de frottement. Étudier l'effet de la variation du module élastique, du couple appliqué ; et du coefficient frottement nécessite entre autres de caractériser le module élastique des différents grades de matériau étudié et de développer un outil informatique pour générer le profil géométrique de la dent d'engrenage. Quant à la partie expérimentale, elle consiste à concevoir un système d'applicateur de couple et l'intégrer dans une machine d'essai d'engrenage afin de permettre un meilleur contrôle du couple transmis en cours d'opération, conduire des essais de fatigue sur des paires d'engrenages moulés par injection sous différentes conditions de fonctionnement. Les essais ont permis d'identifier les différents modes de rupture, d'examiner les effets des fibres de renfort et du lubrifiant interne, de comparer la performance des engrenages à base de PPS à ceux en Nylon-fibres de verre et finalement de faire une corrélation entre les résultats d'analyse de contraintes, les températures de fonctionnement mesurées et les modes de rupture observés.

Düzçükoglu {2009} [48] a développé une technique qui peut retarder la formation de dommage en augmentant la largeur de la dent localement. Ceci s'applique pour le cas d'un engrenage qui a un rapport de conduite entre 1 et 2. En fait la zone où seulement il y a une paire de dents en contact il a doublé la largeur de la dent. Les expériences montrent que l'application de dommage thermique est retardée pour les dents d'engrenage à une largeur modifiée en comparaison avec des dents d'engrenage non modifiées.

Stéphane HUGUET {2002} [51] a appliqué une technique de contrôle non-destructif capable pour discerner les principaux types d'endommagement se rapportant à un matériau composite à fibres de verre et matrice époxyde. L'évolution sur site d'un degré de dégradation de tuyauteries présente par des chemins examinés deux types d'endommagement existant sur ce mode de matériau sous des sollicitations de faible intensité (fissuration matricielle, décohésions) compte tenu de l'applicabilité de la technique de la structure. L'utilisation de la validité d'exploitations est exécutée à divers niveaux de dégradation hygrothermique du composite. La méthode utilisée est basée sur l'analyse des signaux de l'émission acoustique obtenue lors d'essais de traction monotone sur échantillons. Des prototypes de résine et des prototypes de composites unidirectionnels sollicités dans divers directions par apport aux fibres et des micros composites sont testés. L'étude d'un composite à matrice polyester, de caractéristiques ressemblant au composite à matrice époxyde, a permis d'analyser les résultats d'un vieillissement hygrothermique sur l'activité acoustique. Les signatures acoustiques des trois principaux types d'endommagement (fissuration matricielle, décohésions, ruptures de fibres) sont identifiées sur ces configurations. L'observation de la quantité de signaux réduit significativement après une fatigue hygrothermique. Les signaux concordent avec l'endommagement matriciel et au délaminage dans la même gamme d'amplitude. Les résultats sur les modèles cités et les résultats atteints sur des matériaux simples ne sont pas directement applicables à des matériaux complexes, même dans des conditions d'acquisition de l'émission acoustique rigoureusement semblable. La capacité de remarquer l'endommagement au sein d'un composite stratifié à plis croisés pendant des essais guidés par l'émission acoustique semble être une voie pouvant confirmer

l'association des modes de signaux par analyses statistiques aux phénomènes se produisant dans un matériau.

### **II.3 Relation de la présente étude avec les études antérieures**

Cette étude tente de prédire en fonction de température d'équilibre le mode de bris thermique qui survient à chaque position du point de contact au cours de l'engrènement des engrenages en matériaux composites de fibres naturelles. Beaucoup d'études sur la modélisation thermique, la détermination des températures, l'endommagement thermiques des engrenages plastiques et composites sont déjà faits, mais aucune n'a prédit l'influence des paramètres de fonctionnement sur la température d'équilibre au point de contact des engrenages pour les composites de fibre naturelle. Le lien avec les études déjà réalisées est utiliser les méthodes numériques de détermination des températures afin d'avoir des valeurs de température pour chaque cas de matériaux utilisés pour l'engrènement et ainsi, à partir de ces valeurs établir les cartes thermiques pour les températures d'équilibre. Cependant, nous savons déjà que les bris thermiques sont liés aux températures. Les thermoplastiques utilisés dans le cadre de ce mémoire sont les polypropylènes et le polyéthylène (LLDPE et HDPE).

Pour la prédiction du comportement thermique des engrenages, les paramètres des matériaux dont il faut tenir compte sont :

- Le module élastique  $E$
- La masse volumique  $\rho$
- Le coefficient de poisson  $\nu$
- La conductibilité thermique  $k$
- La chaleur spécifique  $C$
- Le coefficient d'amortissement  $\text{tg}\delta$
- Le coefficient de frottement  $\mu$

Les paramètres ci-dessus doivent être déterminés pour le composite de fibres naturel afin de déterminer la température d'équilibre des engrenages. Cette étude tente de prédire le comportement thermique des engrenages en composite de fibres naturelle en calculant la

distribution de la température d'équilibre sur le profil. Cependant, cette approche considère le phénomène de la répartition de la charge normale transmise entre plusieurs paires de dents collectivement en contact, comme les études antérieures [41 44 47 52].

Malgré que la plupart des auteurs ont utilisé la même théorie de base, les paramètres induits par le phénomène de répartition de la charge sont calculés différemment : l'une exacte l'autre simplifiée [49 52]. La présente étude s'intéresse au facteur de répartition de chaleur de frottement engendrée à la surface des dents, en tenant compte du pouvoir de diffusion thermique du matériau, la vitesse absolue locale de chacune des dents de contact.

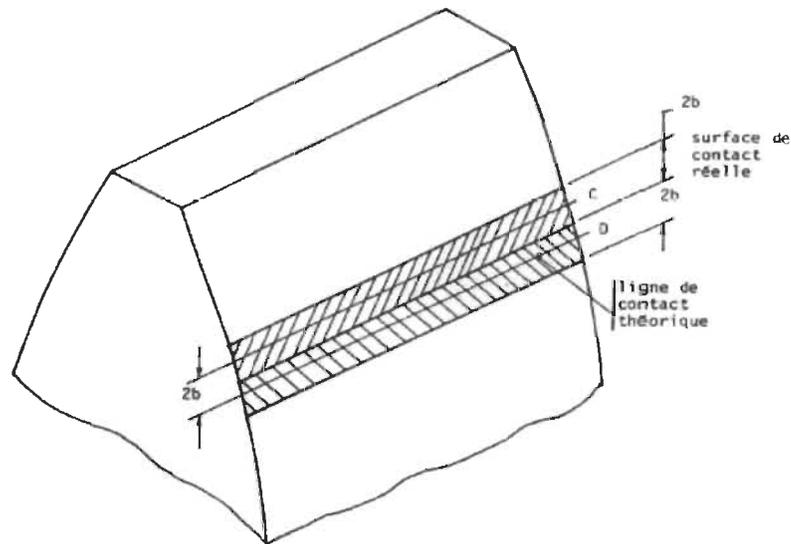
Le fait de faire une étude pour déterminer la température d'équilibre permet de passer outre une analyse pour l'ensemble du problème et de simplifier la solution de point de vue numérique. La solution obtenue à l'aide de la méthode actuelle permet d'envisager l'influence de l'ensemble de tous les paramètres étudiés par les autres auteurs, en plus de permettre de prévoir la distribution de la température d'équilibre en tout point de dent.

## **CHAPITRE III - RAPPEL DES PRINCIPES RELIES A L'ENGRÈNEMENT DES ENGRENAGES PLASTIQUES/COMPOSITES**

### **III.1 Mécanisme de fonctionnement**

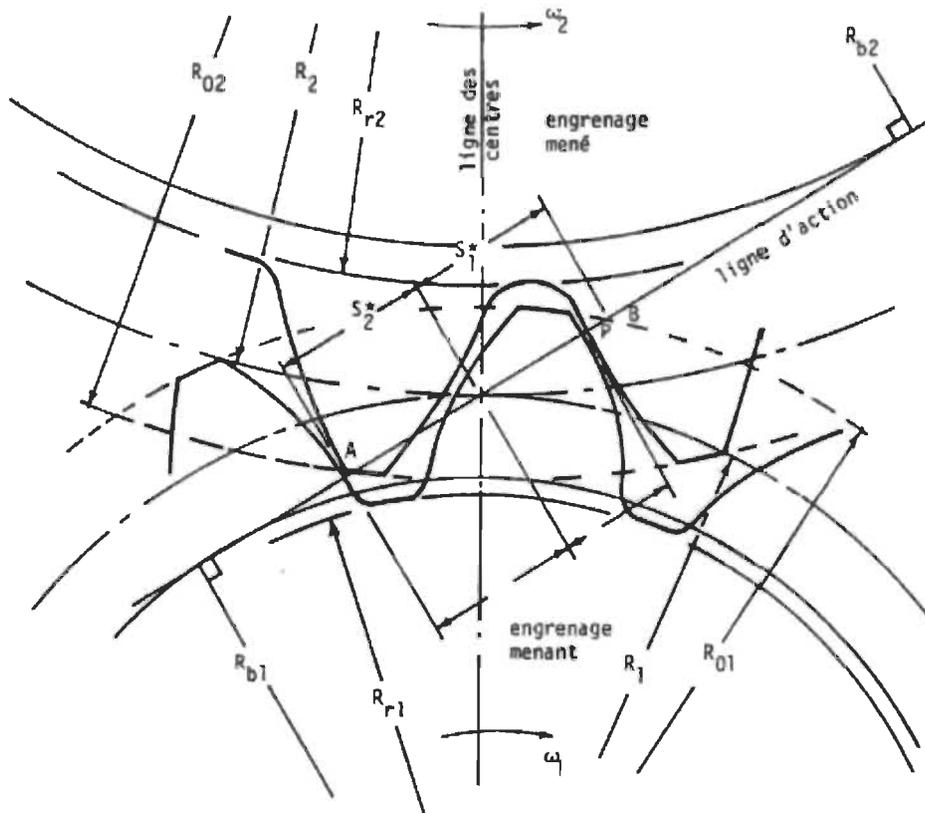
Pour ce travail, est considéré que pour toute paire de roues d'engrenage étudiée, la transmission se fait dans les engrenages par l'intermédiaire d'une paire de dents ou plus qui se touchent seulement sur la ligne (figure III.1) connue par le point P (figure III.2). Le point P, symbolisant le contact, déplacé suivant la normale commune aux deux cercles de base connue aussi sur le nom de ligne d'action. Les engrenages en contact ont été considérés comme étant rigides et géométriquement parfaits. Lorsque les engrenages sont en thermoplastique, le contact arrête de s'effectuer particulièrement sur la ligne d'action.

Ce comportement pour ces matériaux a déjà été mis en évidence par plusieurs auteurs et les grandeurs qui le caractérisent ont été faites l'objet de la thèse de maîtrise et doctorat de Koffi [12].



**Figure III-1. Contact de Hertz- surface de contact rectangulaire entre deux dents [12]**

Quand les engrenages sont rigides, la paire de dents entre en contact au point de début de contact théorique A où le cercle de tête de la dent menée (roue) coupe la ligne d'action ; la fin de contact au point de fon de contact théorique B où cercle de tête de la dent menant (pignon) coupes la ligne d'action (figure III.2).



**Figure III-2. Points théoriques de transfert de charge dans les engrenages cylindriques droits [12]**

Pour ces engrenages, la position normalisée du point de début de contact théorique suivant la ligne d'action par rapport au point primitif P, l'engrenage deux servant de référence, s'exposer par [12] :

$$S^*/pn = \frac{z_2}{2\pi \cos\theta} \left[ \sqrt{\left(1 + 2 \frac{a_{a2}}{z_2}\right)^2 - \cos^2\theta} - (\cos^2\theta) \operatorname{tg}\theta f \right] \dots \dots \dots \text{(III.1)}$$

Où

$S_2^*/pn$  = position normalisée du début de contact théorique

$pn$  = pas de base de l'engrenage

$Z_2$  = nombre de dents de l'engrenage mené

$\theta$  = angle de pression de coupe de la dent

$\theta_f$  = angle de pression de fonctionnement

$a_{a2}$  = constante de saillie de la dent

$P$  = le pas diamétral (inverse du module)

Pour avoir l'expression de la position normalisée de fin de contact théorique c'est dans l'équation (III.1) il faut juste de remplacer l'indice 2 par 1.

Pour un contact théorique, le point de contact se trouve toujours entre deux positions extrêmes pendant l'engrènement, la position normalisée du point de contact par rapport au cercle primitif est mesurée par le facteur de la distance, sur la ligne d'action du point primitif au point de contact sur la grandeur du pas d'engrenage  $p_n$ .

Lorsque l'engrenage mené sert de référence,  $S/pn$  aura une valeur négative pendant la phase d'approche quand le point de contact est au-dessous du cercle primitif sur la dent de pignon numéro un ;  $pn$  aura une valeur positive pendant la phase de retrait et le point de contact pendant cette phase sera au-dessus du cercle primitif sur la dent du pignon. Au point primitif,  $S/pn$  elle a une valeur nulle et le contact a lieu au cercle primitif sur chacune des dents de la paire en contact [12]. Du début à la fin de contact théorique, la relation suivante s'applique :

$$\frac{S_2^*}{pn} \leq \frac{S}{pn} \leq \frac{S_1^*}{pn} \dots \dots \dots (III.2)$$

Pendant le fonctionnement d'un système d'engrenage idéal, la charge se déplace de la paire déjà en contact à celle qui rentre en contact après ; chaque paire de dent arrête de

supporter une charge quand le contact s'arrête. Le déplacement de la charge compensera aux points de début et de fin de contact théorique. La longueur de la distance de contact théorique vaut alors  $(S_1^* - S_2^*)$  et le rapport de conduite théorique s'écrit par :

$$CR = \frac{S_1^*}{pn} - \frac{S_2^*}{pn} \dots \dots \dots (III.3)$$

CR le rapport de conduite théorique et mesure le nombre moyen de paires de dents simultanément en contact.

### III.2 Étude de l'engrènement des engrenages à base de thermoplastique

Pour étudier le fonctionnement des engrenages pour la prédiction de leur comportement mécanique, il est important de connaître la variation d'un ensemble de paramètres au cours de l'engrènement [53].

Nous avons mentionné ci-dessus que les engrenages en thermoplastique se caractérisent par une extension du contact avant et après le début et la fin du contact théorique [55], cette extension étant due à une déformation importante de la dent pendant l'engrènement.

Pour les engrenages métalliques, cette déformation n'est pas souhaitée parce que elle entraîne une interférence au début et à la fin de contact (qu'il va falloir corriger par déport de denture) et introduisant au passage des charges dynamiques. Cependant pour ce qui est des engrenages en thermoplastique, cette déformation n'a pas effet négatif sur le comportement mécanique, car les charges dynamiques introduites sont amorties grâce à la nature viscoélastique des thermoplastiques, et d'autre part cette déformation permet une augmentation du rapport de conduite vu qu'il y a extension du contact. Le contact s'étend alors en dehors de la ligne d'action. Selon la méthode simplifiée établie, Koffi et al.

[55] [56] permet de calculer la position normalisée du point de début de contact en calculant l'écart suivant la ligne d'action entre les positions de début de contact pour un contact théorique et un contact réel ; un calcul similaire est effectué entre la position de fin de contact et l'expression de l'écart normalisé se présente comme suit :

$$\frac{\delta S_2}{P_n} = \frac{\delta S_2}{P_n} = \frac{\delta S}{P_n} = 0.131 E_2^{-0.34} (Z_2 \sqrt{W_0 P \cos \alpha})^{0.7} * \left(\frac{Z_2}{Z_2}\right)^{-0.555} \dots \dots \dots (III.4)$$

Pour un engrenement plastique/ plastique

$$\frac{\delta S_i}{P_n} = \frac{\delta S}{P_n} \left(\frac{E_1}{E_2}\right)^e \dots \dots \dots (III.5)$$

Pour i = 2, e = -0.11

Pour i = 1, e = -0.55

Pour un engrenement métal/ plastique.

On a finalement

$$\frac{S_2''}{P_n} = \frac{S_2^*}{P_n} - \frac{\delta S_2}{P_n} \dots \dots \dots (III.6)$$

$$\frac{S_1''}{P_n} = \frac{S_1^*}{P_n} + \frac{\delta S_1}{P_n} \dots \dots \dots (III.7)$$

Avec  $\frac{S_2''}{P_n}$  et  $\frac{S_1''}{P_n}$  les positions normalisées sur la ligne d'action de début et fin de contact réels ;  $\frac{S_2^*}{P_n}$ ,  $\frac{S_1^*}{P_n}$  les positions normalisées sur la ligne d'action de début et fin de contact théoriques.

$E_1, E_2$  les modules d'Young pour le pignon et l'engrenage

$\alpha$  = l'angle de pression

$$W_0 = \frac{C}{b} * R \cos \alpha$$

C = le couple,

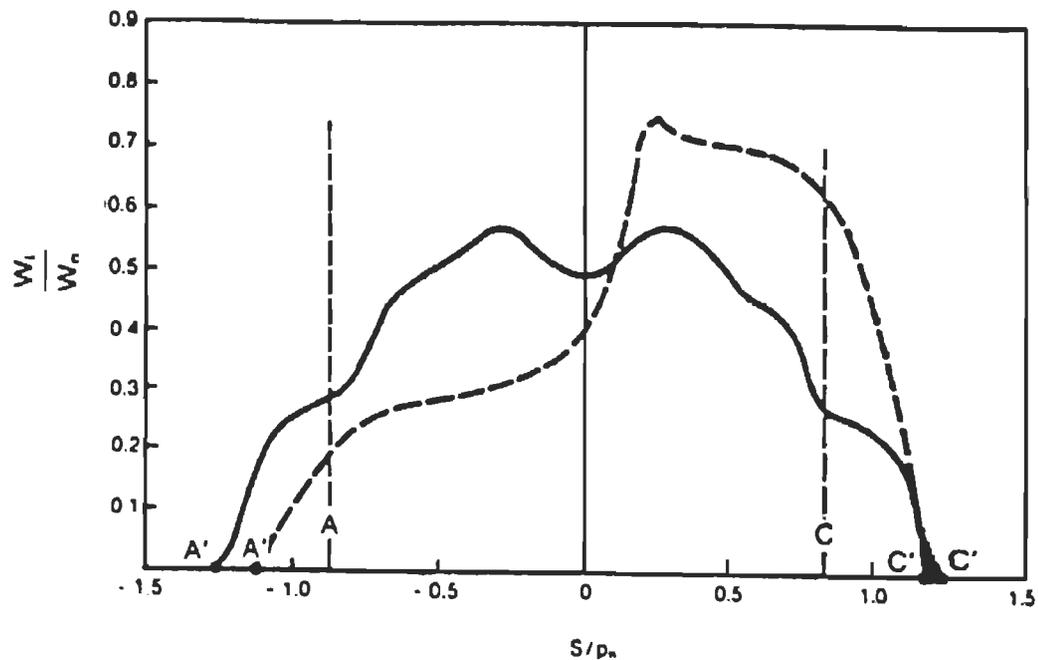
R = le rayon primitif

b = la largeur de la denture

P = 25.4/m la charge normale par unité de largeur de la denture

$m$  = le module de la dent

La connaissance du facteur de répartition de charge qui est le rapport entre la charge normale réelle  $W_i$  reprise par une paire de dents  $i$  quelconque et la charge normale  $W_n$  transmise à toutes les paires de dents en contact est très déterminante dans le processus du calcul de la charge appliquée à notre système d'engrenage. Ce facteur de répartition de charge varie au cours de l'engrènement comme le met en évidence la figure 3.3. La variation de ce rapport est montrée pour n'importe quelle position normalisée du point de contact.



**Figure III-3. Facteur de répartition de charge typique en fonction de la position normalisée du point de contact pour un engrenage de 36 dents, pas diamétrale de 16, angle de pression de  $20^\circ$  [12]**

Comme on peut distinguer sur cette figure, l'augmentation du rapport de conduit grâce à la grande flexibilité de la paire acétal/acétal par rapport à la paire acier/ acétal permet une réduction de la charge qui devait être appliquée à une paire de dents. Aussi on peut constater que le facteur de répartition charge maximal pour la paire acétal/acétal n'est

environ que 55% alors que celui de la paire acier/ acétal est de plus de 75%. Pour la détermination de ce facteur de répartition de charge, Yelle [19] a mené une étude analytique exacte basée sur l'équilibre statique et la géométrie. Il en a déduit la relation suivante :

$$W_i/W_n = \frac{1}{w_i \sum_{j=1}^m \frac{1}{w_j}} + \frac{E p_n}{w_0} \left[ \sum_{j=1}^m \frac{\Delta S_j}{p_n} \frac{1}{w_j} - \frac{\Delta S_i}{p_n} \frac{1}{w_i} \right] \dots \dots \dots (III.8)$$

- j : indice des paires de dents en contact, autre que la paire i
- m : paires de dents en contact simultanément, mais il est toutefois difficile de connaître la valeur de m à priori
- E : module élastique de la dent considérée
- p<sub>n</sub>: pas de base
- ΔS<sub>i</sub> : distance de séparation sans charge de la paire de dents i
- ΔS<sub>j</sub> : distance de séparation sans charge de la paire de dents j
- w<sub>i</sub> : complaisance de la paire i
- w<sub>j</sub> : complaisance de la paire j

Cependant, l'utilisation de son équation impose la connaissance au préalable d'un certain nombre de paramètres intermédiaires tels que la complaisance de chaque paire de dent ce qui rend sa mise en application sous la forme numérique très complexe. Koffi dans une approche pratique propose un modèle simplifié [12] [55] :

Pour un engrènement plastique/plastique :

$$\frac{W_i}{W_n} \left( \frac{S}{P_n} \right) = \frac{W_i}{W_n} \Big|_0 \cos \left( \frac{\pi}{2} \frac{S}{\frac{P_n}{S_2}} \right) \dots \dots \dots (III.9)$$

Avec

$$\frac{W_i}{W_n} |_0 = 0.48 E_2^{-0.28} (W_0 P \cos \alpha)^{-0.22} Z_0^{-0.4} \left(\frac{Z_2}{Z_1}\right)^{0.1} \dots \dots \dots (III.10)$$

$\frac{W_i}{W_n} |_0$  Est la valeur du facteur de répartition de charge au point primitif (s=0)

La valeur de  $\frac{W_i}{W_n} |_0$  est une fonction de la charge, du matériau et de géométrie de l'engrenage.

L'expression de  $\frac{W_i}{W_n} \left(\frac{s}{P_n}\right)$  pour le cas d'engrènement plastique/métal et métal plastique a été déterminée dans [12].

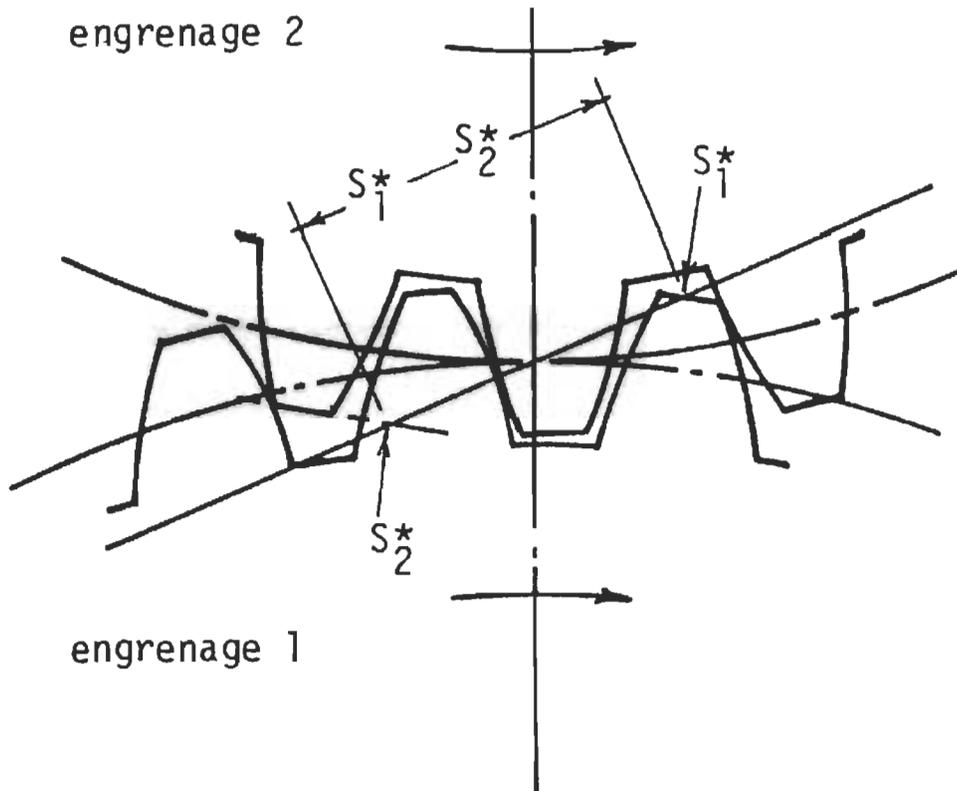


Figure III-4. Contact entre pignon et engrenage [12]

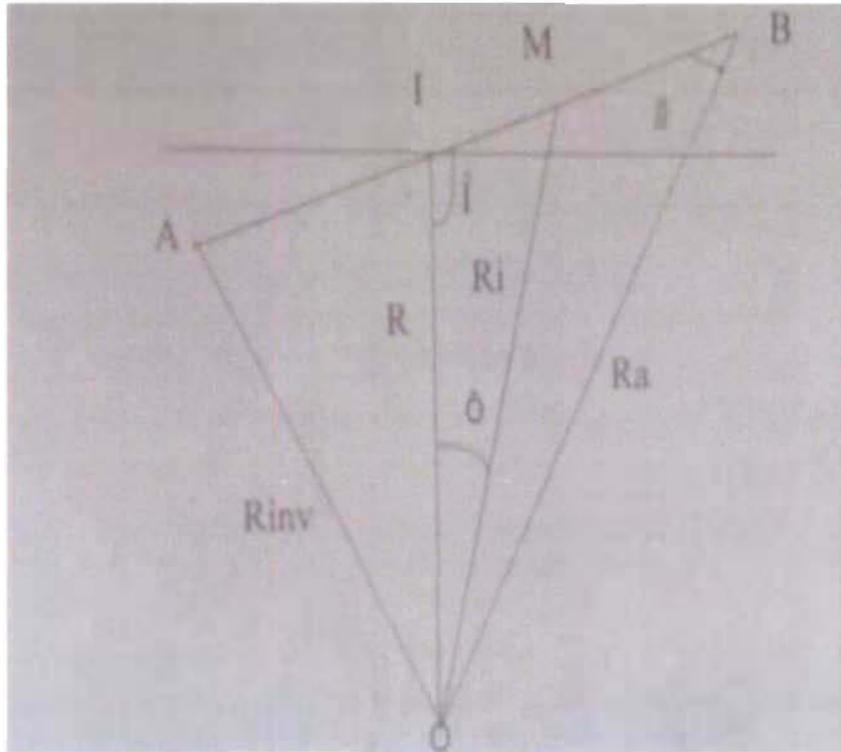
### **III.3 Calcul des positions normalisées des points de contact sur la ligne d'action**

Le calcul du facteur de répartition de charge ou de la charge appliqué à une paire de dents suppose la connaissance des distances algébriques « S » définissant la position normalisée du point de contact pour n'importe quel point pris sur le profil de la dent.

Nous allons donc dans cette section procéder au calcul de ces distances « S ».

Nous supposons que pour un pignon, l'engrènement débute dans la phase d'approche au niveau du rayon de dégagement et fini dans la phase de retraite au rayon de tête. À partir de la figure III.5 on peut élaborer des équations permettant d'obtenir les points sur le segment [AB] constituant dans ce cas précis la ligne d'action.

Nous les mettrons ensuite en programme pour le calcul des positions normalisées pour chaque point de contact sur le profil de la dent. Le point I correspondant au point primitif sur le profil de la dent est à égale à zéro. Entre le point I (le point primitif) et A (le point de début de contact) définissant la phase d'approche, S est négative et entre les point I et B (le point de fin de contact) définissant la phase de retraite, S est positive.



**Figure III-5. Calcul des positions normalisées [21]**

Soit S la position du point de contact suivant la ligne d'action. On a donc :

$$S = IM$$

$$\frac{\sin i}{R_i} = \frac{\sin o}{IM} \dots \dots \dots (III. 11)$$

$$S = IM = \frac{\sin \hat{o}}{\sin \hat{i}} R_i \dots \dots \dots (III. 12)$$

Avec :

$$\hat{i} = \frac{\pi}{2} + \alpha \dots \dots \dots (III. 13)$$

Donc :

$$S = IM = \frac{\sin \hat{o}}{\cos \hat{\alpha}} R_i \dots \dots \dots (III. 14)$$

Par ailleurs :

$$\hat{O} = \pi - (\hat{I} + \hat{B}) \dots \dots \dots (III.15)$$

Avec :

$$\hat{B} = \sin^{-1} \left( \sin \hat{I} \frac{R}{Ri} \right) \dots \dots \dots (III.16)$$

Où :

$$Ri = \sqrt{x^2 + y^2} \dots \dots \dots (III.17)$$

x et y étant les coordonnées du point d'application de la charge repérée sur le profil de la dent

Donc on a :

$$\hat{O} = \frac{\pi}{2} - \alpha - \sin^{-1} \left( \sin \hat{I} \frac{R}{Ri} \right) \dots \dots \dots (III.18)$$

Avec :

$$p_n = \pi m \cos \alpha \dots \dots \dots (III.19)$$

On a :

$$\frac{S}{p_n} = \frac{\sin \left( \frac{\pi}{2} - \alpha - \sin^{-1} \left( \sin \hat{I} \frac{R}{Ri} \right) \right) \sqrt{x^2 + y^2}}{\pi m \cos \alpha \cos \alpha} \dots \dots \dots (III.20)$$

Or :  $\hat{I} = \frac{\pi}{2} + \alpha$

$$\frac{S}{p_n} = \frac{\sin \left( \frac{\pi}{2} - \alpha - \sin^{-1} \left( \cos \alpha \frac{R}{Ri} \right) \right) \sqrt{x^2 + y^2}}{\pi m \cos \alpha \cos \alpha} \dots \dots \dots (III.21)$$

Où :

$\alpha$  : angle de pression

R : Rayon primitif

Ra : Rayon de tête

Ri : Rayon d'un point quelconque pris sur le profil

m : module de la dent

### **III.4 Étude du comportement thermique des engrenages plastique-composite en fonctionnement**

La vie des engrenages en thermoplastique est conditionnée non seulement par les contraintes et déformations induites par les charges qui leur sont appliquées lors du fonctionnement, mais aussi, et surtout par la valeur atteinte par la température de l'ensemble de la dent ou celle atteinte par la surface de la dent. En effet, les dents de ces engrenages peuvent être soumises à de fortes charges et suivant l'environnement de leur fonctionnement (lubrification ou fonctionnement à sec, nature du lubrifiant, composition physico-chimique du lubrifiant) peuvent subir des dommages assez importants tels que les bris souvent rencontrés au niveau des engrenages en métal, dont les principaux types, sont [12] :

- Le bris par fatigue de flexion à la racine de la dent ;
- Le bris par fatigue de contact sur le flanc de la dent ;
- L'usure excessive.

Cependant pour les engrenages en thermoplastique ou en composite à base de thermoplastique, une autre forme de bris s'observe : le bris thermique occasionné par une variation prononcée des caractéristiques physiques des thermoplastiques avec l'élévation de la température.

Ainsi le but des présents travaux est la détermination de ces températures. Cependant dans le cadre de ce mémoire nous nous limiterons à la prédiction numérique de la température d'équilibre atteinte par l'ensemble de la dent en régime permanent en tenant compte des paramètres de fonctionnement comme la vitesse de rotation et la répartition de charge normal dans un couplage d'engrènement composite/composite. La température sera déterminée numériquement à l'aide d'un programme informatique que nous avons pour

l'occasion développé en langage Matlab. Mais bien avant la présentation de ce programme nous allons passer en revue les principes théoriques sur lesquels se base ce programme.

#### **III.4.1 Définition de la température d'équilibre**

La température d'équilibre  $T_{bi}$  désigne la valeur de la température en tout point de la dent, tant dans le corps que sur la surface et dans les trois dimensions lorsque le calcul de la distribution de la température est effectué en régime permanent. L'intégration de toutes les valeurs locales de  $T_{bi}$  en chaque point donne la valeur moyenne de  $T_{bi}$  souvent désignée  $T_b$  et plus connue sous son appellation anglaise « Bulk Temperature ». La température d'équilibre moyenne  $T_b$  est souvent utilisée dans le design des engrenages et permet d'évaluer les caractéristiques mécaniques telles que les modules stockages  $E'$  et de perte  $E''$ , les diverses résistances et le facteur de perte entre autres, de même que les propriétés physiques : chaleur massique, conductibilité thermique, masse volumique, à une température représentative globale plutôt que de trouver une valeur de ces propriétés à chaque position de la dent en considérant  $T_{bi}$ , ce qui serait fastidieux sinon impossible à réaliser. Cependant, si toutefois la valeur moyenne de la température d'équilibre  $T_b$  permet de trouver des propriétés physiques des matériaux des engrenages avec une précision suffisante, il est à noter qu'il importe d'explorer plus en détail certaines régions de la dent, régions de contrainte de flexion élevée, afin de trouver les valeurs de  $T_{bi}$  lorsque l'influence de la température sur le comportement, fluage et déformation, devient un critère important dans la conception [12].

#### **III.4.2 Calcul des sources de chaleur**

Dans les engrenages, nous avons principalement comme sources de la chaleur produite par le frottement des surfaces en contact, la chaleur d'hystérésis de contact et celle d'hystérésis de flexion :

### a. Chaleur de frottement

Cette chaleur, issue du travail de la force de frottement dépend essentiellement de la vitesse de glissement, du coefficient de frottement et de la force de frottement. Ces trois derniers varient en fonction des propriétés physiques et des conditions de fonctionnement. L'importante déformation des engrenages à base de thermoplastiques engendre un glissement important et partant une production de chaleur élevée tant sur la ligne de contact qu'à l'extérieur de cette dernière comme l'on souligner Koffi et Mijiyawa [12] [57].

La quantité de chaleur produite par frottement de glissement entre deux dents s'évalue en intégrant, sur le parcours de contact, le produit suivant :

$$dW = F_f V_s dt \dots \dots \dots (III.22)$$

$F_f$  : Force de frottement

$V_s$  : Vitesse de glissement

$dt$  : Temps infinitésimal du déplacement de force de frottement sur le profil de la dent

À partir de l'équation III.22, l'expression générale de chaleur de frottement est [12] :

$$E_{gf} = \mu \cdot W_0 \cdot \frac{W_i}{W_n} \frac{1}{\alpha_f} \cdot V_s \Delta_s \dots \dots \dots (III.23)$$

Où :

$\mu$  : Coefficient de frottement ,

$W_0$  : Charge normale par unité de largeur

$\frac{W_i}{W_n}$  : Facteur de répartition de charge

$\alpha_f$  : Angle de pression de fonctionnement

$V_s$  : Vitesse de glissement

$\Delta_s$  : Position du point de contact

Cependant, l'objectif de ce calcul c'est d'évaluer la production de chaleur de frottement entre deux points de contact sur la ligne d'action. Ainsi KOFFI [12] nous propose-t-il une série d'équations obtenues par intégration de l'équation 3.22, et permettant de calculer la production de chaleur de frottement entre deux positions quelconques aussi bien sur la ligne d'action qu'à l'extérieur de celle-ci :

• **Sur la ligne d'action :**

Entre deux positions quelconques  $S_A/P_n$  et  $S_B/P_n$  prises sur la ligne d'action, la chaleur de frottement est donnée par :

$$EFI_{AB} = \frac{1}{1167} \cdot \left(\frac{S_2''}{P_n}\right)^2 \cdot \frac{W_i}{W_n} \Big|_0 \cdot W_0 \cdot \frac{\mu}{P} \cdot \frac{Z_1 + Z_2}{Z_1 Z_2} \cdot \cos \alpha_f \cdot [I] \dots \dots \dots (III. 24)$$

$$[I] = \left[ \cos \left( \frac{\pi S_B/P_n}{2 S_2''/P_n} \right) + \frac{\pi S_B/P_n}{2 S_2''/P_n} \sin \left( \frac{\pi S_B/P_n}{2 S_2''/P_n} \right) - \left( \cos \left( \frac{\pi S_A/P_n}{2 S_2''/P_n} \right) + \frac{\pi S_A/P_n}{2 S_2''/P_n} \sin \left( \frac{\pi S_A/P_n}{2 S_2''/P_n} \right) \right) \right] \dots (III. 25)$$

Avec :

$EFI_{AB}$  : Chaleur de frottement entre les points A et B

Ces équations ne sont valables que pour un contact ayant lieu dans la phase d'approche. Pour un contact ayant lieu dans la phase de retrait ces équations deviennent valides en remplaçant  $S_2''/P_n$  et  $S_1''/P_n$ .

Quand le contact sera à l'extérieur de la ligne d'action, la chaleur de frottement durant la phase d'approche sera :

$$EFI = \frac{1}{1167} \frac{W_i}{W_n} \Big|_0 \cdot W_0 \cdot \frac{\mu}{P} \cdot \frac{Z_1 + Z_2}{Z_1 Z_2} \cdot \cos \alpha_f \left[ A_{app} \left(\frac{S_2''}{P_n}\right)^2 + A_{ret} \left(\frac{S_1''}{P_n}\right)^2 \right] \dots \dots \dots (III. 26)$$

Avec :

$$A_{app} = \left| 1 - \left( \cos \left( \frac{\pi S_2^*/P_n}{2 S_2''/P_n} \right) + \frac{\pi S_2^*/P_n}{2 S_2''/P_n} \sin \left( \frac{\pi S_2^*/P_n}{2 S_2''/P_n} \right) \right) \right| \dots \dots \dots (III.27)$$

$A_{ret}$  s'obtient de l'équation précédente en remplaçant respectivement  $S_2^*$  et  $S_2''$  par  $S_1^*$  et  $S_1''$

- **À l'extérieur de la ligne d'action**

La méthode simplifiée calcule la chaleur de flottement produite en dehors de la ligne d'action à l'aide de l'expression suivante au cours de l'approche.

$$EFO = K \frac{1}{4668} S_2''/P_n \cdot \frac{W_i}{W_n} \Big|_0 \mu W_0 K \left\{ 1 - \frac{\pi S_2^*/P_n}{2 S_2''/P_n} \right\} \dots \dots \dots (III.28)$$

Dans la phase de retrait, l'équation précédente est utilisée en substituant respectivement  $S_2^*$  et  $S_2''$  par  $S_1^*$  et  $S_1''$

Avec :

$K$  : Constante de vitesse de glissement

$$K = \frac{V_s}{V} \dots \dots \dots (III.29)$$

$V_s$  : Vitesse de glissement

$V$  : Vitesse linéaire au point primitif

La chaleur produite par frottement provient de la surface des deux dents en contact ; l'étude de l'élévation de température subie par une dent exige de quantifier la chaleur qui affecte une dent à la fois. Pour cela nous allons procéder à la détermination du facteur de répartition de chaleur. Ce facteur de répartition de chaleur est influencé par un certain nombre de paramètres au rang desquels, nous pouvons citer [12] :

- ✓ Les caractéristiques physiques des matériaux des corps en contact :
  - La conductibilité thermique  $k$  ;
  - La masse volumique  $\rho$  ;
  - La chaleur spécifique  $C$  ;
- ✓ La vitesse absolue de surface de chacune des dents au point de contact ;
- ✓ La température de chacun des corps en présence s'ils ne sont pas en équilibre thermique ; dans ce cas, un écoulement de chaleur secondaire se fait de l'engrenage le plus chaud vers celui le plus froid.

L'expression du facteur de répartition de la chaleur s'exprime donc de la façon suivante pour la dent 2 [12].

$$\varphi_2 = \frac{\sqrt{\rho_2 k_2 c_2 \vartheta_2}}{\sqrt{\rho_2 k_2 c_2 \vartheta_2} + \sqrt{\rho_1 k_1 c_1 \vartheta_1}} \dots \dots \dots (III. 230)$$

Pour la dent 1, on a :

$$\varphi_1 = 1 - \varphi_2 \dots \dots \dots (III. 31)$$

- Avec :
- $\rho_{1,2}$  : Masse volumique du matériau
  - $k_{1,2}$  : Conductibilité thermique du matériau
  - $c_{1,2}$  : Chaleur spécifique du matériau

$v_{1,2}$  : Vitesse absolue locale instantanée du point de contact sur les dents 1 et 2

Pour ce qui est des vitesses locales instantanées au point de contact, les équations suivantes permettent leur calcul [12] :

Dans la phase d'approche :

$$v_1 = V \left( \sin \alpha - \frac{S_2 \cos \alpha}{R_{b1}} \right) \dots \dots \dots (III. 32)$$

$$v_2 = V \left( \sin \alpha - \frac{S_2 \cos \alpha}{R_{b2}} \right) \dots \dots \dots (III. 33)$$

$S_2$ : Position du point de contact dans la phase d'approche sur la ligne d'action.

$R_b$ : Rayons de base des roues 1 et 2

$\alpha$ : L'angle de pression

Dans la phase de retrait :

$$v_1 = V \left( \sin \alpha - \frac{S_1 \cos \alpha}{R_{b1}} \right) \dots \dots \dots (III. 34)$$

$$v_2 = V \left( \sin \alpha - \frac{S_1 \cos \alpha}{R_{b2}} \right) \dots \dots \dots (III. 35)$$

$S_1$  : Position du point de contact dans la phase de retrait sur la ligne d'action.

### **b. Chaleur d'hystérésis**

La chaleur d'hystérésis est due au phénomène d'amortissement interne présent dans les matériaux plastiques au composite. Le matériau s'échauffe lorsqu'il est soumis à un chargement cyclique tel que rencontré dans les engrenages. Lorsque

l'amplitude de la contrainte à laquelle est soumis un élément de volume V de la dent vaut  $\sigma_0$ , la perte de chaleur par Hystérésis  $E_h$  s'exprime par :

$$E_h = \frac{\sigma_0^2}{E} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \frac{tg\delta}{1 + tg^2\delta} \cdot V \dots \dots \dots (III. 36)$$

Où

$E_h$  : chaleur d'hystérésis

$tg\delta$  : facteur de perte du matériau

V : volume de l'élément affecté par le phénomène d'hystérésis

Deux types de chaleur d'hystérésis doivent être distingués lors du fonctionnement des engrenages par suite de la nature des contraintes qui les engendrent, ce sont la chaleur d'hystérésis de flexion et celle de contact.

### III.4.3 Définition des températures caractéristiques

Les différentes températures caractéristiques rencontrées dans les engrenages se présentent comme suit :

➤ ***La température éclair ou de point Tf***

Plus connue sous son appellation anglaise « Flash Temperature », elle représente la valeur la plus élevée de la température instantanée de surface  $T_s$  sur la largeur de contact  $2b$  du contact de Hertz. La grandeur dépend de la valeur de la température d'équilibre à la surface au point de contact soit  $T_b$ .

➤ ***La température de surface maximale, Tmax***

Elle correspond à la valeur la plus élevée de la température éclair  $T_f$  sur le profil chargé de la dent au cours de l'engrènement et s'exprime par la relation suivante :

$$T_{max} = \max(T_f)$$

Cette température permet de prévoir les cas de grippage en tenant compte des conditions de fonctionnement de la dent.

➤ **La température d'équilibre,  $T_{bi}$**

$T_{bi}$  désigne la valeur de la température en tout point de la dent, tant dans le corps que sur la surface et dans les trois dimensions lorsque le calcul de la distribution de température est effectué en régime permanent.

L'intégration de toutes les valeurs locales de  $T_{bi}$  en chaque point donne la valeur moyenne de  $T_{bi}$  souvent désignée  $T_b$  et plus connue sous son appellation anglaise « Bulk Temperature ». L'expression de la température moyenne à partir des valeurs des températures locales est la suivant :

$$T_b = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N T_{bi} \dots \dots \dots (III.37)$$

$N$  désigne le nombre de point dont la température locale

$T_b$  rentre dans le calcul de la température moyenne

Nous avons dans ce troisième chapitre rappelé les principes généraux qui sous-tendent le mécanisme de fonctionnement et l'engrènement des engrenages à base de thermoplastique. Aussi avons-nous pu tour à tour étudier le calcul des positions normalisées des points de contact sur la ligne d'action. Dans un second temps nous avons étudiée le comportement thermique des engrenages plastique-composite en fonctionnement et Calculé des sources de chaleur. L'objectif précis de ces travaux menés dans ce mémoire étant l'étude de la température d'équilibre des engrenages en composite de fibres naturelles, nous allons dans le quatrième chapitre exposer la méthodologie adoptée afin de mener à bien les travaux.

## CHAPITRE IV - MÉTHODOLOGIE

### IV.1 Modélisation et simulation à l'ordinateur de la température d'équilibre de des engrenages en thermoplastique renforcé de fibre de bois

Comme nous l'avons vu précédemment, différentes méthodes numériques [12] [58] [59] [60] [42] sont proposées pour prédire la température de fonctionnement des engrenages en plastique et composite. Pour ce faire, il est important de maîtriser les différents paramètres de convection-diffusion en régime permanent, la méthode du système de maillage par différence-finie (adoptée pour ce mémoire), ainsi que la définition des équations à chaque nœud du maillage.

#### IV.1.1 Équation de convection-diffusion bidimensionnelle en régime permanent

La distribution de température en régime permanent en deux dimensions dans un corps à section variable s'obtient en appliquant le principe de conservation d'énergie en tout point du corps ; ce principe est exprimé par l'équation différentielle elliptique de Poisson [62] :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{qp(x, y)}{k} = 0 \dots \dots \dots (IV.1)$$

T: Température

k : Conductibilité thermique

qp (x, y) : Taux de production de chaleur dans le corps

La recherche d'une solution analytique de l'équation IV.1 est ardue, voire impossible, vu la complexité de la géométrie de la dent ; raison pour laquelle cette équation sera résolue numériquement par la méthode des différences finies.

Le calcul du taux d'écoulement de chaleur nécessite la connaissance d'un certain nombre de paramètres tels que le taux d'écoulement de chaleur en conduction et celui en convection. Le taux d'écoulement de chaleur en conduction se calcule de la façon suivante :

$$q_c = -kA \frac{dT}{dx} \dots \dots \dots (IV.2)$$

En convection, l'équation suivante permet la détermination du taux d'écoulement de chaleur :

$$q_{conv} = -hA(T - T_a) \dots \dots \dots (IV.3)$$

Avec :

$A$  : la surface normale d'échange de chaleur

$h$  : le coefficient de transfert de chaleur

$T$  : la température au nœud en surface

$T_a$  : la température ambiante près du corps

#### IV.1.2 Système d'axes et maillage

Un programme de différences finies est développé par Koffi [12] pour l'étude numérique de la distribution de température en régime permanent. La Figure IV.1 montrée la géométrie du maillage utilisé pour le développement du programme. L'axe  $x$  suit la direction circonférentielle de l'engrenage et est divisé en éléments dont le centre est symbolisé par un nœud numéroté  $I$  ; dans la direction radiale, les nœuds sont repérés par  $J$  suivant l'axe  $y$  ; ce dernier axe sert aussi à repérer n'importe quelle position sur le profil de la dent en  $y$ .

Le terme  $I$  varie de 1 à  $N1+2$  alors que  $J$  varie de 1 à  $N2+2$  lorsque  $N1$  et  $N2$  désignent le nombre de nœuds internes suivant l'axe  $x$  et l'axe  $y$  respectivement.



### IV.1.3 Modélisation thermique-hypothèse de travail et application des équations transfert de chaleur aux engrenages

Pour des engrenages initialement à la température ambiante, le système d'engrenage est graduellement réchauffé jusqu'à ce qu'il atteigne une distribution d'équilibre après plusieurs cycles de fonctionnement. Pour chaque cycle, le profil chargé de la dent subit un flux de chaleur identique, la période de réchauffement à chaque cycle est extrêmement petite par rapport à la durée du cycle. Alors, à un point donné sur le profil, la dent reçoit une impulsion de chaleur pour chaque cycle. Ceci entraîne une fluctuation de température montrée à la Figure IV.3

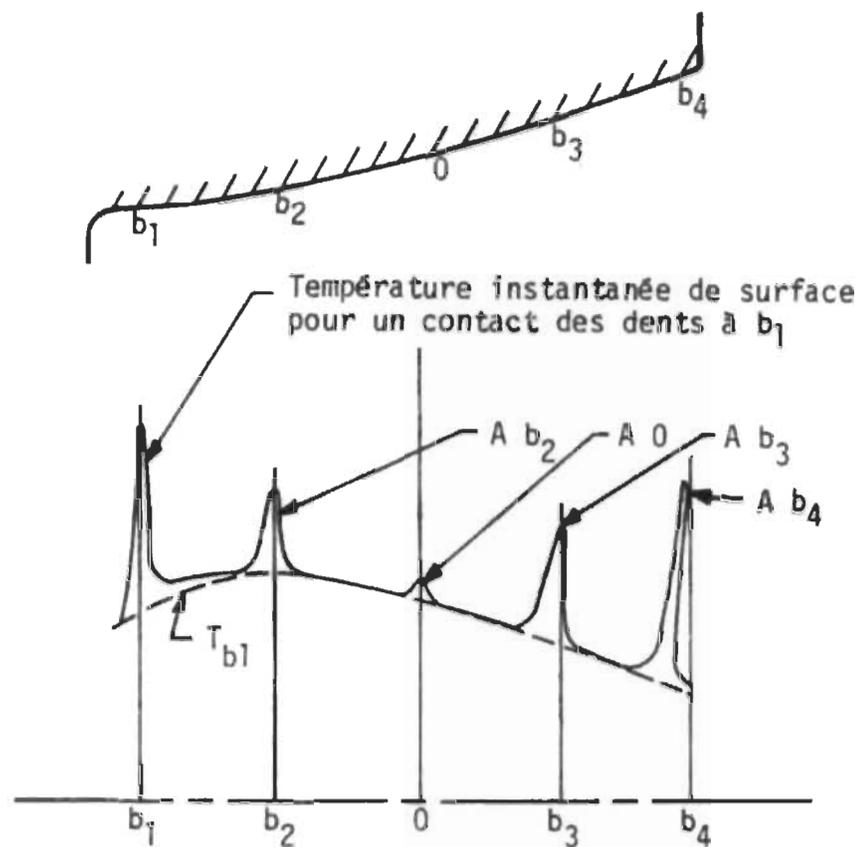


Figure IV-3. Caractéristiques de la température instantanée de surface [63]

La section suivante détaille le traitement de l'analyse en convection diffusion, appliquée à une dent d'engrenage soumis à une distribution de chaleur moyenne sur le profil de la

dent, pondérée sur un cycle. À cause du caractère répétitif des mécanismes de production et d'évacuation de la chaleur pour chacune des dents au cours de la rotation d'un engrenage, seule une dent est mise à l'étude et les résultats s'y rapportant s'appliquent à toutes les autres du même engrenage. Les conditions de frontières utilisées sont celles de Wang et Cheng [12] modifiées pour limiter l'étude à une hauteur de dent sous le cercle de pied de l'engrenage.

Cela se justifie par le fait que les valeurs de température du cercle de pied en allant vers le centre de l'engrenage se rapprochent beaucoup de la température ambiante. Le détail des calculs reliés aux conditions de frontières est indiqué à l'annexe B. Ces conditions de frontières tiennent compte de l'échange de chaleur entre la dent et l'air ambiant par convection forcée sur les profils chargés et non chargé et le sommet de la dent, imposent une égalité de température et de flux de chaleur point par point entre les limites droite et gauche du secteur sous la racine de la dent et considérant un gradient de température linéaire à limite inférieure du secteur; il est à remarquer que pour le secteur en-dessous de la racine, aucun échange thermique par convection n'est possible. Le temps mis par la température pour atteindre son niveau d'équilibre étant très supérieur à la durée d'un cycle, il est alors justifié de supposer une distribution uniforme pondérée sur un cycle pour le flux de chaleur suivant le profil même si le taux de chaleur engendré réel est une impulsion à chaque cycle.

D'autre part, pour la face chargée, le temps mis par la dent pour faire contact est très petit comparé au reste du temps du cycle de rotation où elle est en contact avec l'air ambiant à vitesse élevée en évacuant la chaleur déjà emmagasinée.

#### **IV.1.4 Méthode des différences finies pour la détermination de la distribution de la température d'équilibre**

##### **IV.1.4.1 Méthode numérique**

Dans le cadre de ce mémoire la solution de l'équation de Poisson est obtenue par la méthode itération de Liebmann. La méthode de Liebmann permet une convergence rapide des résultats en considérant pour l'itération de rang n lors du calcul de la température T (I, J), les valeurs calculées des températures aux nœuds dont les numéros suivant les axes x et y sont inférieurs à I et J plutôt que de considérer les valeurs de ces mêmes températures calculées à l'itération du rang n-1. Les lois de Kirchhoff qui assurent l'équilibre au nœud sont utilisées pour la modélisation des équations caractéristiques aux nœuds.

Pour ce qui est du maillage utilisé pour le développement du programme de calcul des températures d'équilibre, Koffi [12] dans son étude a proposé un système d'axe et de maillage montré dans l'annexe A pour développer son programme. Nous nous utiliserons de ce système d'axes et maillage pour notre étude.

Le terme I varie de 1 à N1+2 alors que le terme J varie de 1 à N2+2 lorsque le N1 et N2 représentent le nombre de nœuds internes respectivement suivant les axes x et y.

##### **IV.1.4.2 Équations des nœuds caractéristiques**

Nous supposons constante la conductibilité thermique du matériau k dans toutes les directions et que la distribution du coefficient de transfert de chaleur est celle établie par Akozan dont l'illustration est faite à la Figure II.4.1.b. Les équations caractéristiques aux nœuds sont amplement détaillées dans l'annexe B et se présentent comme suit :

✓ Sur le profil non chargé :

$$Ak \frac{\partial T}{\partial n} + qp = h_A(T - T_A) \dots \dots \dots (IV.4)$$

À : Surface de transfert de chaleur

n: Direction normale à la surface de transfert

qp : Taux de production de chaleur par cycle de nœuds

$T_A$  : Température ambiante

Le taux de production de chaleur total se calcule de la façon suivante :

$$qp = qf + qhc + qhf \dots \dots \dots (IV. 5)$$

$qf$  : Taux de production de chaleur de frottement par cycle

$qhc$  : Taux de production de chaleur d'hystérésis de contact par cycle

$qhf$  : Taux de production de chaleur d'hystérésis de flexion par cycle

Dans son étude, Akozan [63] a calculé les coefficients de chaleur par convection en quatre points distincts et ils sont identifiés par  $h_1$ ,  $h_2$ ,  $h_3$  et  $h_4$  [57] :

- ✓ Sur le tiers inférieur de la hauteur de la dent, la valeur de  $h$  dans l'équation I.40 est obtenue par interpolation linéaire entre les valeurs  $h_4$  et  $h_1$ , soit  $h_{4-1}$ .
- ✓ Sur les deux tiers supérieurs, l'interpolation est effectuée entre  $h_1$  et  $h_2$  pour donner  $h_{1-2}$ .
- ✓ Sur le sommet de la dent : dans la zone de ces nœuds,  $h$  devient  $h_{2-3}$ .
  
- ✓ Sur le flanc chargé : l'équation III.36 s'applique avec, sur les deux tiers supérieurs de la dent  $h_{3-4}$  et, sur le tiers inférieur,  $h_{4-1}$ .
- ✓ Sur les limites gauche et droite du secteur d'engrenage sous la racine de la dent : en ces points, la convection est nulle. Par symétrie, une égalité de température point par point.

$$T(I, J) = T(I', J') \dots \dots \dots (IV. 6)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_{(I, J)} = \left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_{(I', J')} \dots \dots \dots (IV. 7)$$

$(I, J)$  et  $(I', J')$  sont les indices suivant  $x$  et  $y$  des nœuds correspondants sur chacune des limites gauches et droites.

- ✓ Sur la limite inférieure de secteur : à une hauteur de dent sous le pied, un gradient de température linéaire est considéré, soit :

$$T(I, N2 + 2) = 2T(I, N2 + 1) - T(I, N2) \dots \dots \dots (IV.8)$$

Où I varie de 2 à N1+1

- ✓ Pour les nœuds aux coins supérieurs droit et gauche : la loi de Kirchhoff s'applique à ces nœuds suivant la direction i.

$$\sum_i K k_i \frac{\partial T}{\partial n} + \sum_i k_{ci}(T_A - T) + qp = 0 \dots \dots \dots (IV.9)$$

Avec

$K k_i$  = Conductance en conduction de l'élément suivant la direction i.

- ✓ Pour les nœuds internes :  
Le cas particulier de l'équation (IV.4), s'applique avec  $k_{ci} = 0$  Les coefficients h1, h2, h3 et h4 sont donnés au Tableau (IV. 1). Il en ressort une certaine variation entre h1, h2, h3 et h4 pour un même module m (ou pas diamétral P).

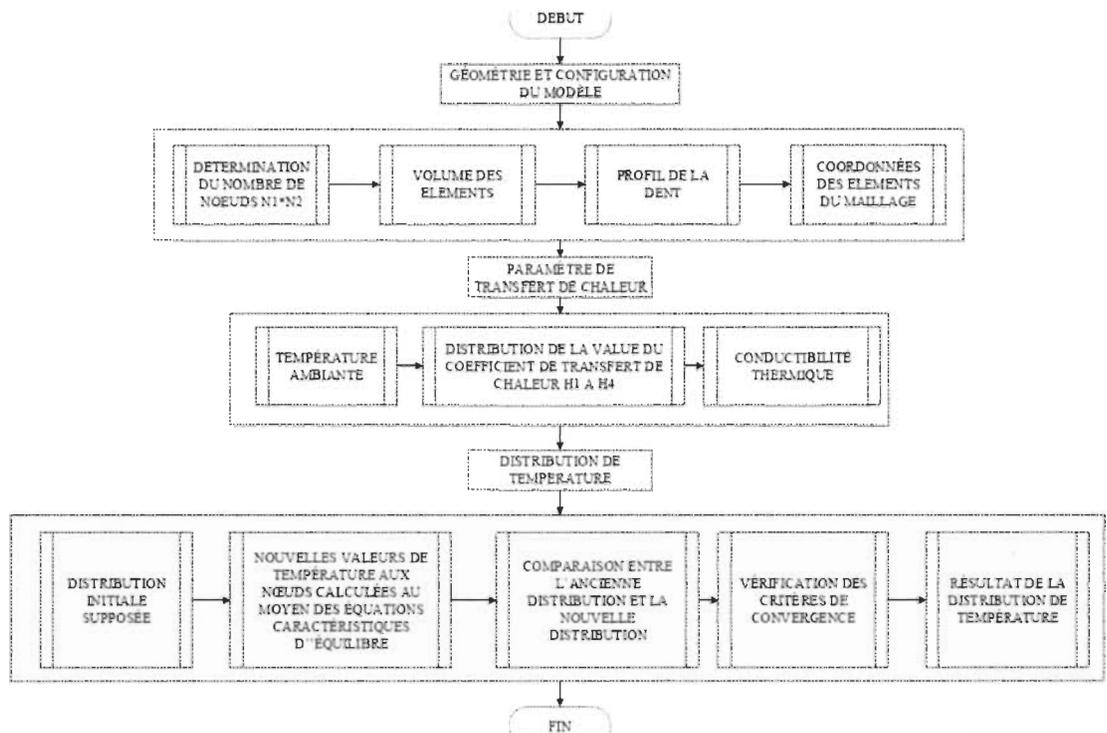
**Tableau IV-1. Valeurs des coefficients de transfert de chaleur [57]**

	Module (mm) (pas P po-1)							
	5.08 (5)	*	3.18 (8)	*	2.54 (10)	*	2.12 (12)	*
<b>h1</b>	595	548	645	623	510	525	395	413
<b>h2</b>	500		600		540			
<b>h3</b>	395	475	500	585	435	455	340	380
<b>h4</b>	555		670		475		420	

#### IV.2 Programme de calcul des températures d'équilibre

Il s'agit pour nous dans ce paragraphe de présenter l'organigramme du programme de calcul des températures. Ce programme est conçu sur la base des différents principes étudiés dans les paragraphes précédents.

L'organigramme du programme de calcul de la distribution de la température d'équilibre de la dent se présente comme suit :



**Figure IV-4. Organigramme de calcul des températures**

Ainsi nous constatons que ce programme comporte des sous-programmes. Chaque sous-programme de cet organigramme comprend des étapes comme nous le présenterons dans les paragraphes suivants.

#### IV.2.1 Définition de la géométrie et du maillage

Les différentes tâches réalisées dans cette première étape se présentent comme suit :

- Le traçage du profil de la dent : involuté et trochoïde
- Définition du maillage
- Calcul du volume des éléments affectés par la chaleur d'hystérésis

#### **IV.2.2 Calcul des sources de chaleur**

Pour le calcul du taux de production de chaleur, les étapes suivantes sont observées :

- Chaleur de frottement
- Calcul de la chaleur de frottement globale
- Calcul de la répartition de chaleur de frottement entre deux dents d'engrenages en contact
- Calcul du taux de production de chaleur par cycle
- Chaleur d'hystérésis de contact
- Calcul de la distribution de la contrainte de contact
- Calcul de la chaleur d'hystérésis de contact
- Calcul du taux de production de chaleur d'hystérésis de contact
- Chaleur d'hystérésis de flexion
- Calcul de la distribution de la contrainte de flexion
- Calcul de la chaleur d'hystérésis de flexion
- Calcul du taux de production de chaleur d'hystérésis de flexion
- Calcul du taux de production de chaleur totale

#### **IV.2.3 Calcul de la distribution de la température d'équilibre**

Les étapes suivies dans le calcul de la température d'équilibre sont les suivantes :

- ✓ Calcul du coefficient de transfert de chaleur
- ✓ Distribution supposée initiale de la température d'équilibre
- ✓ Calcul de la nouvelle distribution de la température d'équilibre à l'aide des équations caractéristiques aux nœuds.

Ce quatrième chapitre nous a permis de mettre en exergue les méthodes utilisées aussi bien pour l'étude du comportement mécanique que l'étude du comportement thermique

Ainsi, nous avons développé un programme informatique MATLAB pour la détermination des efforts sur les dents, et la détermination de la distribution de la température de la dent en régime permanent.

## CHAPITRE V - RÉSULTATS ET ANALYSES

### V.1 RÉSULTATS

Dans ce chapitre V, nous présentons les résultats issus de l'étude que nous avons menée ainsi que les interprétations qui en découlent. Les résultats que nous présenterons dans ce chapitre sont de 5 catégories : les résultats issus de l'étude thermique des engrenages à 500tr/min ; 1000tr/min et 1500tr/min de vitesse de rotation  $N_1$  et on change aussi la charge normale  $w_0 = 75$  lb/po et 110 lb/po.

**Tableau V-1.a. Température d'équilibre de la roue et le pignon a  $N_1=500$ tr/min et  $W_0=53$ lb/po**

TE (température d'équilibre) °F		
SP /n	TB1 (température de pignon)	TB2(température de la roue)
-0,97	166,60	150,2234
-0,87	166,60	150,2234
-0,77	166,60	150,2234
-0,67	181,0244	160,2234
-0,57	181,0244	178,6101
-0,47	181,0244	178,6101
-0,37	181,0244	178,6101
-0,27	178,5610	181,0665
-0,17	178,5610	181,0665
-0,07	178,5610	181,0665
0,029	180,5540	185,5647
0,12	180,5540	185,5647
0,22	180,5540	185,5647
0,32	171,2234	185,5647
0,42	171,2234	176,3878
0,52	171,2234	176,3878
0,62	150,2435	176,3878
0,72	150,2435	170,1656
0,82	150,2435	170,1656
0,92	150,2435	170,1656
1,02	150,2435	170,1656

**Tableau V-2. Température d'équilibre de la roue et le pignon a N1=1000tr/min et W0=53lb/po**

<b>TE (température d'équilibre) °F</b>		
<b>SP /n</b>	<b>TB1 (température de pignon)</b>	<b>TB2(température de la roue)</b>
-0,97	180,0279	176,6014
-0,87	180,0279	176,6014
-0,77	194,1808	176,6014
-0,67	194,1808	188,5593
-0,57	194,1808	188,5593
-0,47	194,1808	188,5593
-0,37	190,8122	188,5593
-0,27	190,8122	194,2096
-0,17	190,8122	194,2096
-0,07	188,1802	194,2096
0,029	188,1802	194,2096
0,12	188,1802	194,2096
0,22	184,7186	198,8987
0,32	184,7186	198,8987
0,42	184,7186	198,8987
0,52	184,7186	193,5381
0,62	166,6	193,5381
0,72	166,6	193,5381
0,82	166,6	186,8898
0,92	166,6	186,8898
1,02	166,6	186,8898

**Tableau V-3. Température d'équilibre de la roue et le pignon a N1=1500tr/min et W0=53lb/po**

<b>TE (température d'équilibre) °F</b>		
<b>SP /n</b>	<b>TB1 (température de pignon)</b>	<b>TB2(température de la roue)</b>
-0,97	198,0131	185,5253
-0,87	198,0131	185,5253
-0,77	198,0131	185,5253
-0,67	219,4678	203,4335
-0,57	219,4678	203,4335
-0,47	219,4678	203,4335
-0,37	217,3025	210,5785
-0,27	217,3025	210,5785
-0,17	217,3025	210,5785
-0,07	214,3334	219,2939
0,029	214,3334	219,2939
0,12	209,5425	219,2939
0,22	209,5425	223,4567
0,32	209,5425	223,4567
0,42	202,1843	223,4567
0,52	202,1843	223,4567
0,62	202,1843	217,7498
0,72	186,0475	217,7498
0,82	186,0475	198,8190
0,92	186,0475	198,8190
1,02	186,0475	198,8190

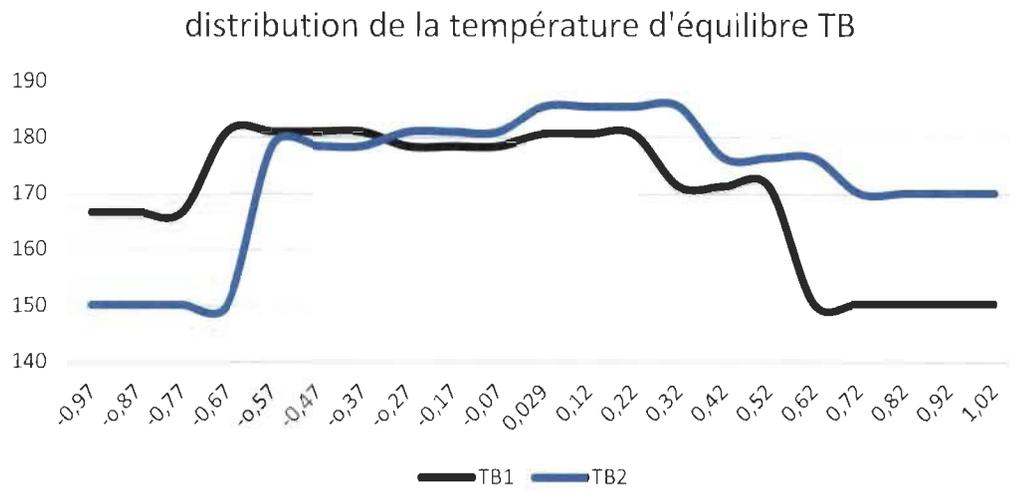
**Tableau V-4. Température d'équilibre de la roue et le pignon a N1=1000tr/min et W0=75 lb/po**

<b>TE (température d'équilibre)</b>		
<b>SP /n</b>	<b>TB1 (température de pignon)</b>	<b>TB2(température de la roue)</b>
-0,97	197,2968	184,9812
-0,87	197,2968	184,9812
-0,77	197,2968	184,9812
-0,67	216,6719	184,9812
-0,57	216,6719	201,6232
-0,47	216,6719	201,6232
-0,37	216,6719	201,6232
-0,27	212,8162	201,6232
-0,17	212,8162	201,6232
-0,07	212,8162	222,3454
0,029	212,8162	222,3454
0,12	205,3030	222,3454
0,22	205,3030	222,3454
0,32	205,3030	222,3454
0,42	205,3030	222,3454
0,52	197,2986	222,3454
0,62	197,2986	212,4456
0,72	197,2986	212,4456
0,82	197,2986	212,4456
0,92	197,2986	212,4456
1,02	197,2986	212,4456

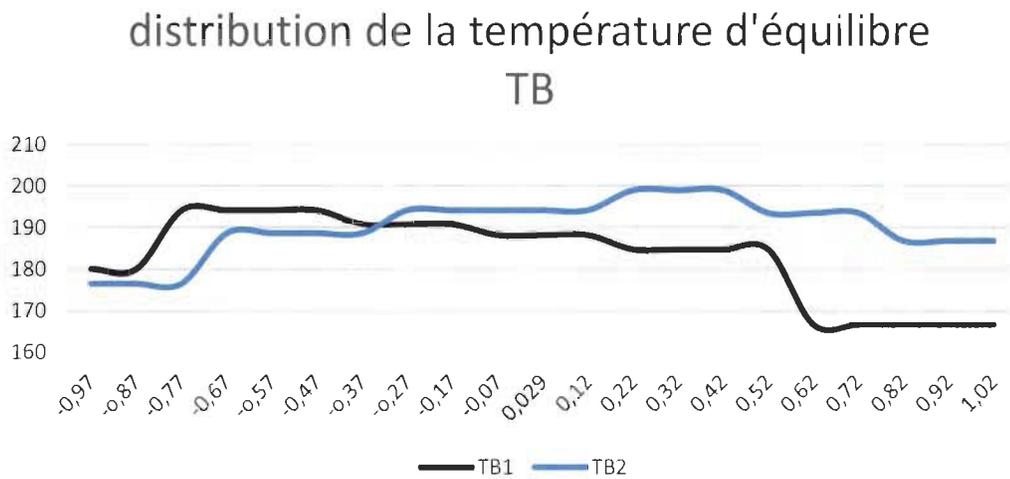
**Tableau V-5. Température d'équilibre de la roue et le pignon a N1=1000tr/min et W0=110 lb/po**

<b>TE (température d'équilibre)</b>		
<b>SP /n</b>	<b>TB1 (température de pignon)</b>	<b>TB2(température de la roue)</b>
-0,97	218,1825	193,2955
-0,87	218,1825	193,2955
-0,77	254,2523	193,2955
-0,67	254,2523	193,2955
-0,57	254,2523	220,7359
-0,47	254,2523	220,7359
-0,37	254,2523	220,7359
-0,27	246,0448	220,7359
-0,17	246,0448	235,8114
-0,07	246,0448	235,8114
0,029	246,0448	235,8114
0,12	242,4585	254,8448
0,22	242,4585	254,8448
0,32	242,4585	254,8448
0,42	242,4585	254,8448
0,52	226,9832	241,2855
0,62	226,9832	241,2855
0,72	226,9832	241,2855
0,82	194,0986	237,3345
0,92	194,0986	237,3345
1,02	194,0986	237,3345

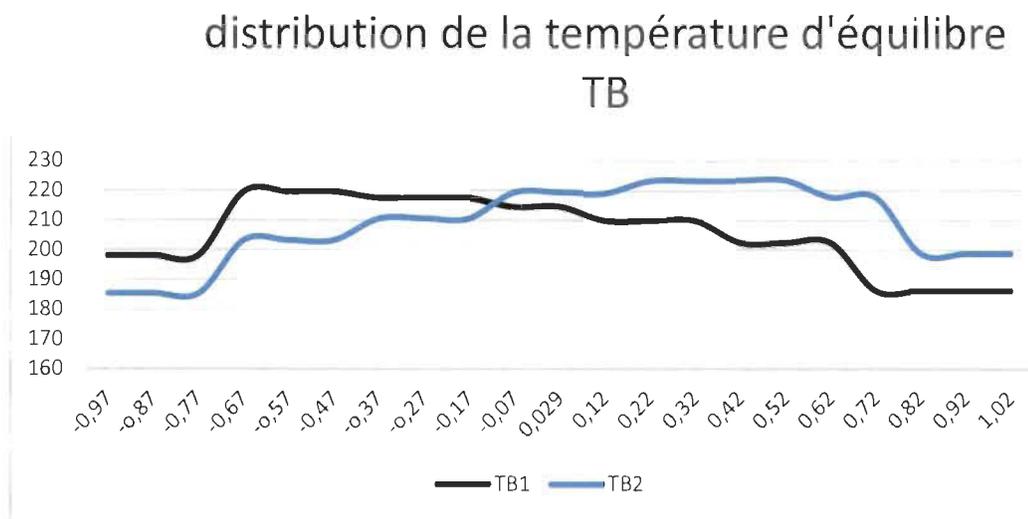
L'ensemble des conditions de géométrie des engrenages, de paramètres de fonctionnement et de propriétés physiques des matériaux utilisés dans les tests effectués ont été introduits dans le programme d'ordinateur pour la simulation. D'autres conditions ont été ajoutées (variation des vitesses de rotations N1 et la charge normale W0) afin d'élargir la gamme de variation des paramètres et de prévoir les tendances de comportement par le biais des résultats de température d'équilibre. Les résultats se présentent comme suit :



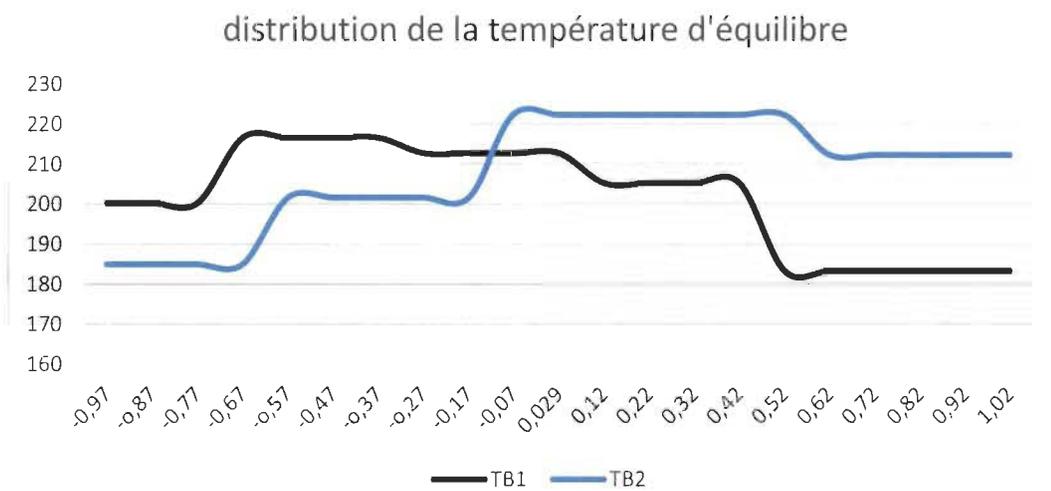
**Figure V-1. Distribution de la température d'équilibre de la roue et le pignon  
N1=500 tr/min et W0=53lb/po**



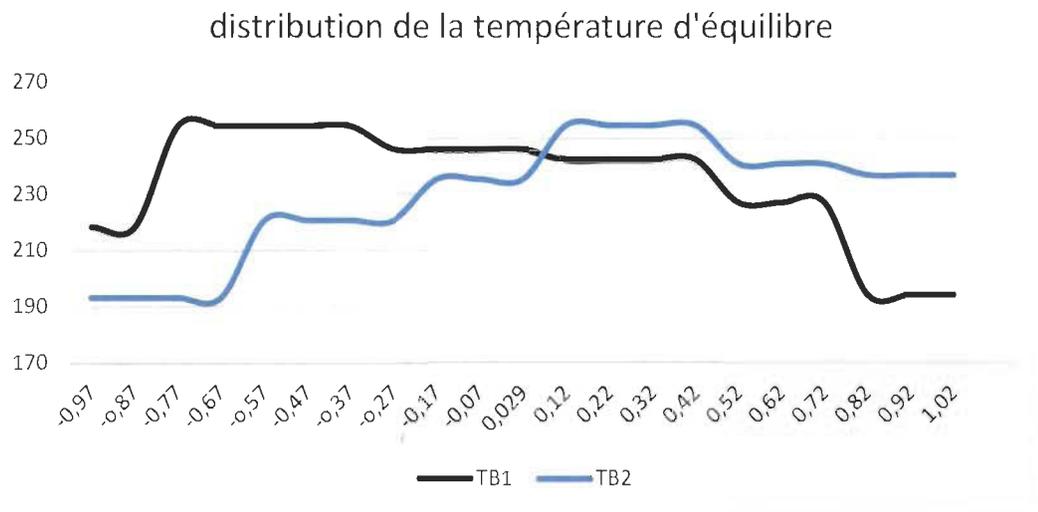
**Figure V-2. Distribution de la température d'équilibre de la roue et le pignon  
N1=1000 tr/min et W0=53lb/po**



**Figure V-3. Distribution de la température d'équilibre de la roue et le pignon  
N1=1500 tr/min et W0=53lb/po**



**Figure V-4. Distribution de la température d'équilibre de la roue et le pignon  
N1=1000 tr/min et W0=75lb/po**



**Figure V-5. Distribution de la température d'équilibre de la roue et le pignon  
N1=1000 tr/min et W0=110lb/po**

## V.2 Analyse des résultats

Les résultats de ces simulations sont présentés sous la forme d'une série de courbes (Figure V.1.a à Figure V.1.e) où l'évolution de la température d'équilibre sur le profil de la dent est montrée en fonction de  $S/p_n$ , position normalisée du point de contact, repérée suivant la ligne d'action. Les courbes sont tracées pour le pignon et la roue. Pour la compréhension et l'usage adéquat de ces courbes, il importe de connaître la position du point de contact sur le profil de chacune des dents de la paire en contact pour chaque valeur de  $S/p_n$ .

D'autre part les conditions précitées, la température d'équilibre à la tête de la dent de la roue menée est supérieure à celle calculée à la tête de la dent du pignon ; ceci est dû à la distribution du coefficient de transfert de chaleur suivant le profil de chacune des dents. Cette raison explique aussi la supériorité de la valeur de la température au pied de la roue menée sur celle du pignon.

Ce qui concerne l'influence de la vitesse de rotation  $N_1$  les résultats de cette étude montrés dans la figure V.1, V.2 et V.3, indiquent une augmentation de la température d'équilibre avec celle de la vitesse. En effet la chaleur produite par frottement dans la dent est fonction de la vitesse de l'engrenage. Cette chaleur influence à son tour la distribution de la température.

## CHAPITRE VI - CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS

### VI.1 Récapitulation

Le bris thermique de surface des engrenages cylindriques droits en matériau composite de fibres naturelles a été l'objectif de cette étude. Il s'agissait d'une part de caractériser les modes d'endommagement propres aux engrenages en matériau plastique/composite que sont les bris thermiques par la détermination des facteurs influents sur la température d'équilibre et d'autre part la caractérisation du comportement mécanique de ces engrenages.

Les paramètres déterminés au chapitre III permettent de calculer la position normalisée sur la ligne d'action et la chaleur de frottement est sa répartition entre les dents des deux roues avec la présence de la chaleur d'hystérésis de flexion et de contact. Dans ce même chapitre, un modèle de chaleur est déterminé pour calculer la distribution de la température d'équilibre de la dent de pignon et de la roue sur le profil de la dent. Au chapitre IV se trouve la méthode et le calcul de la distribution de la température d'équilibre est basé sur un programme d'ordinateur utilisant les différences finies et la méthode de Liebman pour trouver la solution de l'équation convection-diffusion elliptique de poisson pour une section variable. La solution de cette équation considère une variation du coefficient de transfert de chaleur sur le contour de la dent

Le chapitre V met à jour les résultats issus de l'étude avec divers paramètres pris en compte à savoir :

- Géométrie
  - Module
  - Nombre de dents
  - Angle de pression
- Fonctionnement
  - Couple
  - Vitesse de rotation

## **VI.2 Conclusion**

Cette étude a permis la détermination de la température d'équilibre dans la dent et ne saurait caractériser des phénomènes tels que le grippage des surfaces de dentures qui nécessitent le calcul des températures instantanées de surface. En outre, nous avons mené une étude dans laquelle nous avons un couplage d'engrènement composite / composite et donc les résultats issus de cette étude ne sont que des résultats numériques pas encore validés par des essais expérimentaux.

En effet les conditions de fonctionnement sont généralement spécifiées par le cahier des charges et donc logiquement l'on ne pourrait agir sur ces dernières dans l'intention de limiter la température d'équilibre atteinte par la dent. Cependant, il est bien de noter que l'augmentation du couple et la vitesse de rotation développent une élévation de la température d'équilibre de la dent.

Il est important de maîtriser la température d'équilibre atteinte par la dent d'engrenage, car cette température peut atteindre certaines valeurs et provoquer le bris thermique généralisé dans la dent. Par ailleurs, il serait difficile de conseiller ou trouver une solution dans souci de limiter cette température dans la dent.

## **VI.3 Recommandations pour les travaux futurs**

Des travaux futurs liés à cette étude pourront naturellement se pencher sur ces limites. Ces travaux ultérieurs pourront également se pencher sur le problème d'optimisation en menant une étude faisant entrer en jeu les caractéristiques géométriques de la dent, les conditions de fonctionnement ainsi que les caractéristiques physiques du matériau de pouvoir trouver un juste milieu pouvant permettant la limitation des températures atteintes par la dent d'engrenage.

Il serait aussi utile d'ajouter la prise en compte de l'usure et l'endommagement des surfaces actives dans cette étude.

## RÉFÉRENCES

- [1] Engrenages. Transports - Énergie - Mouvement. JP Schenfele - MAZAMET. \_13\_ACT6 Engrenages Distribution énergie 1.
- [2] Nyametso Yawovi Leon, "Étude et prédiction du pris thermique de surface d'engrenages cylindriques droits en composite des fibres naturelles ". Master en génie mécanique, Université de Lomé, août 2017.
- [3] Nicolet, Gaston, Conception et calcul des éléments de machines, École d'ingénieurs de Fribourg, Section de mécanique, pp.1-45, 2006.
- [4] Drouin, Gilbert. Éléments de machines, deuxième édition, Presses inter Polytechnique, 1986.
- [5] Bechkri, Bouchra, "Analyse des défauts de denture et leurs influences sur les transmissions mécaniques par engrenages", Thèse de magister, Université de Mentouri- Constantine, 2007.
- [6] Theodore Olivier, Conservatoire National des Arts et Métiers, École polytechnique, à Paris, 1839.
- [7] Blok, H. Lubrication as a gear design factor. In : Proc. Int, Conf. on Gearing, Imech, pp. 58, 1958.
- [8] Estabrook, F.R., Why not try plastic gear, cleveland, 1982.
- [9] Charmet, Jean-Claude. Mécanique du solide et des matériaux Elasticité-Plasticité-Rupture. ESPCI-Laboratoire d'Hydrodynamique et Mécanique Physique, pp. 113-144, 2000.
- [10] Kapelevich, Alexander L. Direct gear design. CRC Press, 2013.
- [11] King, Julia A., Tucker, Kenneth W., Meyers, Jeffrey D., et al. Factorial design approach applied to electrically and thermally conductive nylon 6, 6. Polymer composites, vol. 22, no 1, p. 142-154, 2001.
- [12] Koffi. D., "Étude du comportement thermique des engrenages cylindriques droits en plastique ", Thèse de Doctorat (ph. d) en génie mécanique, École Polytechnique de Montréal, Mars 1987.
- [13] Jocelyn, Sabrina., "Identification et réduction du risque pour les interventions de maintenance et de production sur des presses à injection de plastique en entreprises", Thèse de doctorat, École Polytechnique de Montréal, 2012.
- [14] Kapur, Sudhir, Rogers, Charles E., et Baer, Eric, A mechanism for the  $\beta$  relaxation of wet nylon 6. Journal of Polymer Science: Polymer Physics Edition, vol. 10, no 11, pp. 2297-2300, 1972.

- [15] Mccrum, N. G. Internal friction in polyoxymethylene. *Journal of Polymer Science*, vol. 54, no 160, pp,561-568, 1961.
- [16] Stutz, H. *Kunststoff - Handbuch, Band 7: Polyurethane*. Von G. Oertel. Carl Hanser Verlag, Miinchen 1993. 763 S. mit 564Abb. u. 126 Tab. geb., DM 368, *Chemie Ingenieur Technik*, vol. 67, no 3, pp. 354-354, 1995.
- [17] Nusbaum, H. J. et Rose, R. M., The effects of radiation sterilization on the properties of ultrahigh molecular weight polyethylene. *Journal of biomedical materials research*, vol. 13, no 4, p. 557-576, 1979.
- [18] Chandrasekaran, N., Haisler, W. E., et Goforth, R. E., A finite element solution method for contact problems with friction. *International journal for numerical methods in engineering*, vol. 24, no 3, p. 477-495, 1987.
- [19] Yelle, Henri., design of thermoplastic gears with an involute tooth profile,1978.
- [20] Koffi, D. et Yelle, H., Modèle simplifié d'analyse et de simulation par ordinateur du comportement thermique des engrenages cylindriques droits en plastique. I: Analyse, *Revue internationale de CFAO et d'infographie*, vol. 6, no 3-4, pp. 163-184,1991.
- [21] Awi Eyouilléki., "modélisation numérique du comportement thermomécanique des engrenages cylindriques droits en composite en situation d'usure",Mémoire de Master, Université de Lomé, Juillet 2016.
- [22] Des matériaux composites, Glossaire. », CARMA. Actualisation décembre, 2004.
- [23] Gornet, K., Généralités sur les matériaux composites, Archives, Mia 2011.
- [24] Dupeux, M, Aide-mémoire science des matériaux, Paris, Dunod. 2005
- [25] Charmet, Jean-Claude, Mécanique du solide et des matériaux Elasticité-Plasticité-Rupture. ESPCI-Laboratoire d'Hydrodynamique et Mécanique Physique,p p. 113-144 ,2000.
- [26] Dufourmentel, Claude, Roger Mouly, and Jean L. Grignon. *Chirurgie plastique*. Paris: Flammarion, 1959.
- [27] Schneider, Alexandre, Jean-Yves Tigli, and Stéphane Lavirotte. "Expérimentation de co-conception inter-universitaire." *Virtual Product Life Management (Virtual PLM'12)*. 2012.
- [28] SAHRI, S., "Étude du comportement mécanique d'un matériau composite thermoplastique (PP)/Verre: effet de différents milieux. Mémoire de magister", Université Mouloud Mammeri de Tizi-ouzou. 2012.
- [29] Albouy, William., "De la contribution de la visco-élasto-plasticité au comportement en fatigue de composites à matrice thermoplastique et thermodurcissable", Thèse de doctorat, INSA de Rouen, 2013.

- [30] Hilaire, Bewa., Matériaux polymères biodégradables et applications. note de synthèse II, Ademe, 2006.
- [31] Gendre, L., Matériaux composites et structures composites. Ens Cachan-Université Paris-Saclay, 2011.
- [32] Manin, Lionel., "Modèles de comportement multiniveaux pour la Conception Mécanique Assistée par Ordinateur: Application à la prévision du comportement thermique de transmissions de puissance par engrenages", Thèse de doctorat, Lyon, INSA. 1999.
- [33] Blok, H. " Seizure-Delay" Method for Determining the Seizure Protection of EP Lubricants. SAE Transactions, pp. 193-220, 1939.
- [34] LI, Wei, WOOD, A., WEIDIG, R., et al. An investigation on the wear behaviour of dissimilar polymer gear engagements. Wear, vol. 271, no 9-10, pp. 2176-2183, 2011.
- [35] Letzelter, Eric, Guingand, Michèle, De Vaujany, Jean-Pierre, et al., A new experimental approach for measuring thermal behaviour in the case of nylon 6/6 cylindrical gears. Polymer testing, vol. 29, no 8, pp. 1041-1051, 2010.
- [36] Shipley, E., Evaluation of plastic gear materials. Report MTI-68TR45, August, 1968.
- [37] Hall, K. W. and Alvord, H. H., Progress Reports on Evaluation of Zytel and Delrin as Gear Materials, Engineering Research Institute, Ann Arbor, Mich, vol,1968, 1964.
- [38] Hachmann, H, and E. Strickle, design of nylon gear,pp.81-94, 1968.
- [39] Cornelius, E. A. and Budich, I. W.,Investigation of gears of acetal resins. Konstruktion, vol. 22, no 3, pp. 103-116 , 1979.
- [40] Girard, P., "Étude de la température de fonctionnement des engrenages en thermoplastique, Thèse de maitrise en sciences appliquées, École Polymethine de Montréal, 1978.
- [41] Yelle, H. and Burns, D. J, Root bending fatigue strength of acetal spur gears-a design approach to allow for load sharing. In : Agma fall technical meeting, 1981.
- [42] Koffi, D. et Yelle, H., Modèle simplifié d'analyse et de simulation par ordinateur du comportement thermique des engrenages cylindriques droits en plastique. II: Résultats et simulation. Revue internationale de CFAO et D'infographie, vol, 6, no.3-4,pp. 227-261,1991.
- [43] Mao, K., A numerical method for polymer composite gear flash temperature prediction. Wear, vol. 262, no 11-12, pp. 1321-1329, 2007.
- [44] [https://sebastien.lecourtier.free.fr/divers/carnet\\_engrenages.pdf](https://sebastien.lecourtier.free.fr/divers/carnet_engrenages.pdf)
- [45] Yousef, Selim S, "performance and design of thermoplastic gears," 1975.

- [46] Bosshart, H. J., and al, "Influence of ambient temperature on the performance of thermoplastic gears," Proceedings of International Symposium on Gearing and Power Transmissions, 1981.
- [47] Soares Bravo, Alencar., "Étude de l'endommagement thermomécanique des pièces en bioplastiques et composites de fibres naturelles: application aux engrenages", Thèse de Doctorat, Université du Québec à Trois-Rivières, 2017.
- [48] Düzçükoğlu, Hayrettin., "PA 66 spur gear durability improvement with tooth width modification", *Materials & Design*, vol. 30, no 4, pp. 1060-1067, 2009.
- [49] Yelle, Henri and Poupard, Maurice., "Ultra-high molecular weight high-density polyethylene as a gear material", *Polymer Engineering & Science*, vol. 15, no 2, pp. 90-96, 1975.
- [50] Hamza , Kioua., "Étude du comportement des engrenages thermoplastiques thermostables moules par injection", Rapport technique, École Polytechnique de Montreal , Juin 1997.
- [51] Huguet, Stéphane., "Application de classificateurs aux données d'émission acoustique: identification de la signature acoustique des mécanismes d'endommagement dans les composites à matrice polymère", Thèse de doctorat, Lyon, INSA, 2002.
- [52] Bosshart, H. J., Burns, D. J., Pick, R. J., & Yelle, H., "Influence of ambient temperature on the performance of thermoplastic gears", In Proceedings of International Symposium on gearing and Power Transmissions, 1981.
- [53] Koffi, D., "analyse des méthodes de dimensionnement des engrenages en plastiques", Note de veille technologique ,Centime (Senlis), France, 2004.
- [54] Kwassi, D. S., "modélisation sous SolidWorks des profils d'engrenages cylindrique à dentures droits", Mémoire d'ingénieur de conception , ENSI , Université de Lomé, Juin 2004.
- [55] Koffi, Demagna, Gauvin, Raymond, et Yelle, Henri., "Heat generation in thermoplastic spur gears", *Journal of Mechanisms, Transmissions, and automation in Design*, vol. 107, no 1, pp. 31-36, 1985.
- [56] Mijiyawa, Fayçal, Koffi, Demagna, KOKTA, Bohuslav V., and al., "Formulation and tensile characterization of wood-plastic composites: Polypropylene reinforced by birch and aspen fibers for gear applications", *Journal of Thermoplastic Composite Materials*, vol. 28, no 12, pp. 16, 2015.
- [57] Mijiyawa, Fayçal., "Formulation, caractérisation, modélisation et prévision du comportement thermomécanique des pièces plastiques et composites de fibres de bois: application aux engrenages", Thèse de doctorat, Université du Québec à Trois Rivières, 2018.

- [58] Bravo, Alencar, Koffi, Demagna, Toubal, Lotfi, and al., "Life and damage mode modeling applied to plastic gears", *Engineering Failure Analysis*, vol. 58, pp. 113-133, 2015.
- [59] Schwab, J. J., Haddad, T. S., Lichtenhan, J. D., and al., "Proceedings of the Society of Plastics Engineers", 54th ANTEC, vol. 611, pp. 1817-1820, 1997.
- [60] Mao, K., LI, W., Hooke, C. J., and al., "Polymer gear surface thermal wear and its performance prediction", *Tribology International*, vol. 43, no.1-2, pp. 433-439, , 2010.
- [61] Sell, David J., "Finite element modeling spur and helical gears in contact", *SAE transactions*, pp. 697-703, 1992.
- [62] Akozan, M., "Étude expérimental du coefficient de transfert de chaleur par convection pour les engrenages cylindrique droits en thermoplastique " *Mémoire de maîtrise en sciences appliquées, École Polytechnique de Montréal*, 1982.
- [63] Koffi, Demagna, Kassegne, K. A., Wotodzo, K. F., and al., "Modeling and prediction of mechanical behavior of plastic gears in simulated wear situation", *In : Solid State Phenomena*, Trans Tech Publications, pp. 232-237, 2012.
- [64] Michel, Alain., "études des propriétés mécaniques des eco-composites", *Rapport de stage, Université du Québec a Trois Rivières*, Juin 2015.
- [65] Coutinho, Fernanda MB and Costa, Thais HS., "Performance of polypropylene–wood fiber composites", *Polymer Testing*, vol, 18, no.8, pp. 581-587, 1999.
- [66] Sailaja, R. R. N., "Mechanical and thermal properties of bleached kraft pulp–LDPE composites: Effect of epoxy functionalized compatibilizer", *Composites science and technology*, vol. 66, no 13, pp. 2039-2048, 2006.
- [67] Koffi, Demagna, Bravo, Alencar, Toubal, Lotfi, and al., "Optimized use of cooling holes to decrease the amount of thermal damage on a plastic gear tooth", *Advances in Mechanical Engineering*, vol, 8, no. 5, pp. 1687814016638824, 2016.

## ANNEXE A

# MAILLAGE DE LA DENT D'ENGRENAGE

Le maillage utilisé pour la programmation des températures d'équilibre élaboré par KOFFI et que nous avons aussi utilisé se présente comme suit :

En effet, un programme de différences finies est développé par KOFFI et nous nous sommes inspirés pour développer le nôtre.

L'axe x suit la direction circonférentielle de l'engrenage et est divisé en éléments dont le centre est symbolisé par un nœud numéroté I ; dans la direction radiale, les nœuds sont repérés par J suivant l'axe y.

Le terme I varie de 1 à  $N1+2$  alors que J varie de 1 à  $N2+2$  lorsque N1 et N2 désignent le nombre de nœuds internes suivant l'axe x et l'axe y respectivement

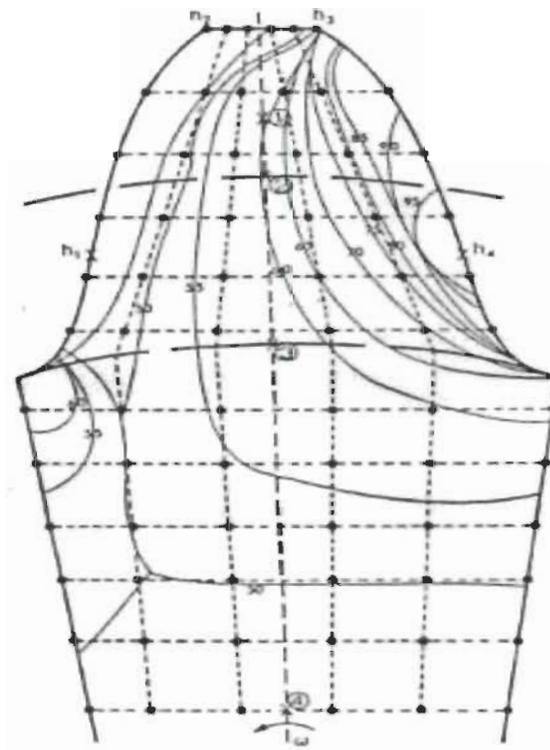


Figure A. Le maillage utilisé pour la programmation des températures [12]

## ANNEXE B

# GÉOMÉTRIE DES ÉLÉMENTS DU MAILLAGE [12]

La nécessité de cette étude réside dans le besoin de connaître le volume des nœuds affectés par la chaleur d'hystérésis de contact et de flexion. Soit VOL (I, J) le volume de chaque élément du maillage. Afin de déterminer VOL (I, J), il suffit de calculer la surface de chaque élément dans le plan XY de l'engrenage, soit SURF (I, J), et de multiplier la valeur par F, la largeur de la dent. La suite de l'annexe présente le calcul de la surface de chaque élément, il convient de mentionner que ces éléments sont rassemblés en groupe d'éléments ayant les mêmes équations.

### 1. Nœuds intérieurs (figure C.8, Annexe C)

$$I=2, N1+2$$

$$J+2, JCONV$$

$$SURF = 0.5|XCOT2 * YCOT1 - XCOT1 * YCOT2 + XCOT4 * YCOT3 \\ - XCOT3 * YCOT4|$$

$\overrightarrow{COT1}$  à  $\overrightarrow{COT4}$  sont les valeurs des côtés du quadrilatère entourant le nœud, les composantes de ces vecteurs se présentent comme suit :

$$\overrightarrow{COT1} \begin{cases} XCOT1(I, J) = LX(I - 1, J) - LX(I - 1, J - 1) \\ YCOT1(I, J) = LY(I - 1, J) - LY(I - 1, J - 1) \end{cases}$$

$$\overrightarrow{COT2} \begin{cases} XCOT2(I, J) = LX(I - 1, J) - LX(I - 1, J - 1) \\ YCOT2(I, J) = LY(I - 1, J) - LY(I - 1, J - 1) \end{cases}$$

$$\overrightarrow{COT3} \begin{cases} XCOT3(I,J) = LX(I-1,J) - LX(I-1,J-1) \\ YCOT3(I,J) = LY(I-1,J) - LY(I-1,J-1) \end{cases}$$

$$\overrightarrow{COT4} \begin{cases} XCOT4(I,J) = LX(I-1,J) - LX(I-1,J-1) \\ YCOT4(I,J) = LY(I-1,J) - LY(I-1,J-1) \end{cases}$$

## 2. Nœuds du sommet

I=2, N1+1

J=1

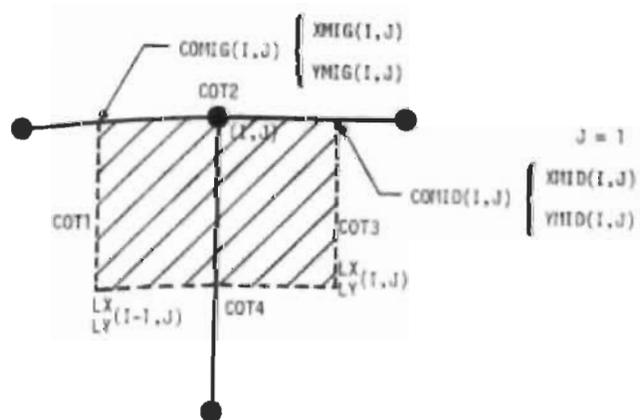


Figure B. 1. Géométrie du demi-élément d'un nœud situé sur le sommet de la dent [12]

$\overrightarrow{COT1}$  à  $\overrightarrow{COT4}$  sont les vecteurs-côtés du quadrilatère contenant chaque demi-élément du sommet

COMIG (I, J) et COMID (I, J) représentent les coordonnées J=1 du début et de la fin de l'élément entourant le nœud (I, J).

$$COMIG \begin{cases} XMIG(I, J) = 0.5(X(I - 1, J) + X(I, J)) \\ YMIG(I, J) = 0.5(Y(I - 1, J) + Y(I, J)) \end{cases}$$

$$COMID \begin{cases} XMIG(I, J) = 0.5(X(I, J) + X(I + 1, J)) \\ YMIG(I, J) = 0.5(Y(I, J) + Y(I + 1, J)) \end{cases}$$

$$COT2 \begin{cases} COT2 = XMID(I, J) - XMIG(I, J) = 0.5[X(I + 1, J) - X(I - 1, J)] \\ YCOT2 = YMID(I, J) - YMIG(I, J) = 0.5[Y(I + 1, J) - Y(I - 1, J)] \end{cases}$$

$$COT3 \begin{cases} XCOT3 = XMID(I, J) - LX(I, J) \\ YCOT3 = YMID(I, J) - LY(I, J) \end{cases}$$

$$COT4 \begin{cases} XCOT4 = XMID(I, J) - LX(I - 1, J) \\ YCOT4 = YMID(I, J) - LY(I - 1, J) \end{cases}$$

### 3. Profil non chargé

I=1

J=2, JCONV

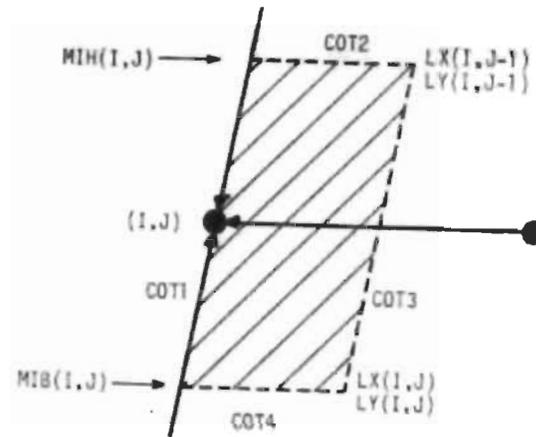


Figure B.2. Noeud situé sur le profil non chargé [12]

$$MIH \begin{cases} X_{MIH} = 0.5[X(I,J-1) + X(I,J)] \\ Y_{MIH} = 0.5[Y(I,J-1) + Y(I,J)] \end{cases}$$

$$MIB \begin{cases} X_{MIB} = 0.5[X(I,J) + X(I,J+1)] \\ Y_{MIB} = 0.5[Y(I,J) + Y(I,J+1)] \end{cases}$$

$$\overrightarrow{COT1} \begin{cases} X_{COT1}(I,J) = MIH_X(I,J) - X_{MIB}(I,J) \\ Y_{COT1}(I,J) = MIH_Y(I,J) - Y_{MIB}(I,J) \end{cases}$$

$$\overrightarrow{COT2} \begin{cases} XCOT2(I,J) = LX(I,J-1) - XMIH(I,J) \\ YCOT2(I,J) = LY(I,J-1) - YMIH(I,J) \end{cases}$$

$$\overrightarrow{COT3} \begin{cases} XCOT3(I,J) = LX(I,J-1) - LX(I,J) \\ YCOT3(I,J) = LY(I,J-1) - LY(I,J) \end{cases}$$

$$\overrightarrow{COT4} \begin{cases} XCOT4(I,J) = LX(I,J) - XMIB(I,J) \\ YCOT4(I,J) = LY(I,J) - YMIB(I,J) \end{cases}$$

#### 4. Profil chargé

I=N1+2 ;

J=2, JCONV

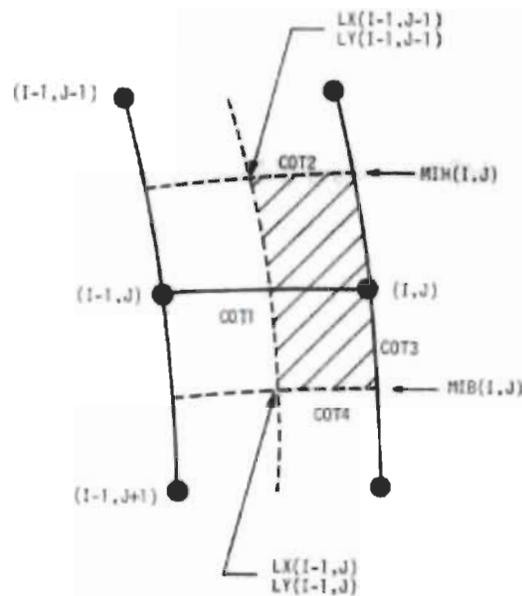


Figure B.3. Nœud situé sur le profil chargé [12]

$$MIH \begin{cases} XMIH = 0.5[X(I,J-1) + X(I,J)] \\ YMIH = 0.5[Y(I,J-1) + Y(I,J)] \end{cases}$$

$$MIB \begin{cases} XMIB = 0.5[X(I,J) + X(I,J+1)] \\ YMIB = 0.5[Y(I,J) + Y(I,J+1)] \end{cases}$$

$$\overrightarrow{COT3} \begin{cases} XCOT3 = XHIM(I,J) - XMIB(I,J) \\ YCOT3 = YHIM(I,J) - YMIB(I,J) \end{cases}$$

$$\overrightarrow{COT2} \begin{cases} XCOT2 = -LX(I-1, J-1) + XHIM(I,J) \\ YCOT2 = -LY(I-1, J-1) + YHIM(I,J) \end{cases}$$

$$\overrightarrow{COT1} \begin{cases} XCOT1 = -LX(I-1, J-1) + LX(I-1, J) \\ YCOT1 = -LY(I-1, J-1) + LY(I-1, J) \end{cases}$$

$$\overrightarrow{COT4} \begin{cases} XCOT4(I,J) = -LX(I,J) - XMIB(I,J) \\ YCOT4(I,J) = -LY(I,J) - YMIB(I,J) \end{cases}$$

## 5. Nœud du coin supérieur droit

$$I=N1+2$$

$$J=1$$

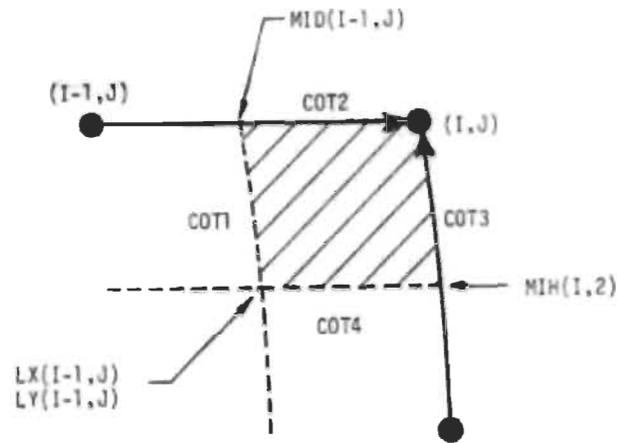


Figure B.4. Nœud du coin supérieur droit [12]

$$\overrightarrow{COT1} \begin{cases} XCOT1(I, J) = XMID(I - 1, J) - LX(I - 1, J) \\ YCOT1(I, J) = YMID(I - 1, J) - LY(I - 1, J) \end{cases}$$

$$\overrightarrow{COT2} \begin{cases} XCOT2(I, J) = LX(I, J) - XMID(I - 1, J) \\ YCOT2(I, J) = LY(I, J) - YMID(I - 1, J) \end{cases}$$

$$\overrightarrow{COT3} \begin{cases} XCOT3(I, J) = X(I, 1) - XMIH(I, 2) \\ YCOT3(I, J) = Y(I, 1) - YMIH(I, 2) \end{cases}$$

$$\overrightarrow{COT^4} \begin{cases} XCOT4(I,J) = XMIH(I,2) - LX(I-1,1) \\ YCOT4(I,J) = YHIM(I,2) - LY(I-1,1) \end{cases}$$

## ANNEXE C

# ÉQUATIONS D'ÉQUILIBRE THERMIQUE POUR LA DÉTERMINATION DE LA TEMPÉRATURE D'ÉQUILIBRE [12]

Les I et J utilisés dans cette annexe pour repérer les nœuds caractéristiques sont ceux montrés à la figure de l'annexe précédente.

### 1. Nœuds situés sur le profil non chargé (I=1)

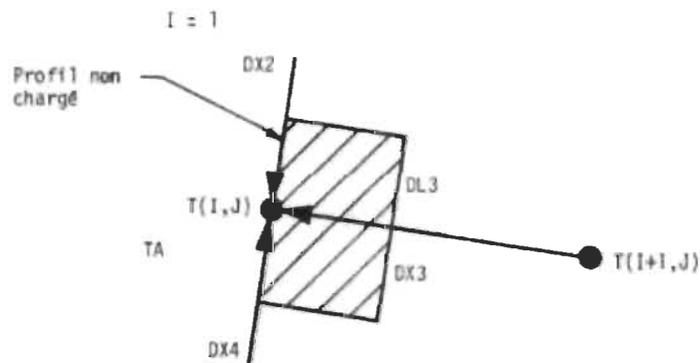


Figure C.1. Nœud caractéristique situé sur le profil non chargé [12]

Le nœud situé au coin supérieur gauche de l'engrenage est exclu, car il est représenté par un élément ayant deux surfaces de transfert de chaleur en convection alors que les nœuds considérés dans cette section-ci ont une seule. L'étude sera subdivisée en deux parties suivant que le nœud soit situé aux tiers supérieurs de la hauteur de la dent ou non. Pour les nœuds situés aux tiers supérieurs de la hauteur de la dent ( $J$  varie de 2 à  $J_{LIMH}$ ), la valeur du coefficient de transfert de chaleur utilisée sera celle interpolée entre  $h_1$  et  $h_2$ , soit  $h_{12}$ . Lorsque les nœuds sont situés sur le tiers inférieur de la hauteur de la dent,  $h$  sera interpolé entre  $h_A$  et  $h_1$ , soit  $h_{A1}$ . L'équation caractéristique des nœuds situés sur le profil chargé s'obtient en développant la condition aux frontières suivantes :

$$q_k + qp = q_c \quad (C.1)$$

$q_k$  : Flux de chaleur en conduction

$q_c$  : Flux de chaleur en convection

$qp$ : Flux de production de chaleur au nœud

Faisant intervenir les températures et les termes de la surface de transfert, l'équation (C.1) dévie :

$$-\frac{Ak}{DX3}(T(I+1, J) - T(I, J)) + qp_1 = -hA(T(I, J) - T_A) \quad (C.2)$$

Où  $A$  désigné la surface de transfert,  $k$  la conductibilité thermique du matériau et  $T_A$ , la température ambiante.

$$A = F * DL3 \quad (C.3)$$

$$DL3 = \|DL3\| = \sqrt{(DLX3)^2 + (DLY3)^2}$$

$$DLX3 = LX(1, J - 1) - LX(1, J)$$

$$DLY3 = LY(1, J - 1) - LY(1, J)$$

L'équation caractéristique se présente sous la forme finale comme suit :

$$T(I, J) = \frac{1}{\frac{h * DX3}{k} + 1} \left[ T(I + 1, J) + \frac{DX3}{k} (h * T_A + \frac{qp_1}{A}) \right] \quad (C.3)$$

Avec :

$$DX3 = \|DX3\| = \sqrt{(DX)^2 + (DY)^2}$$

$$DX3 \begin{cases} DX = X(I, J) + X(I + 1, J) \\ DY = Y(I, J) + Y(I + 1, J) \end{cases}$$

I=1

## 2. Nœuds situés sur le sommet

I= 2 à N1+2

J= 1

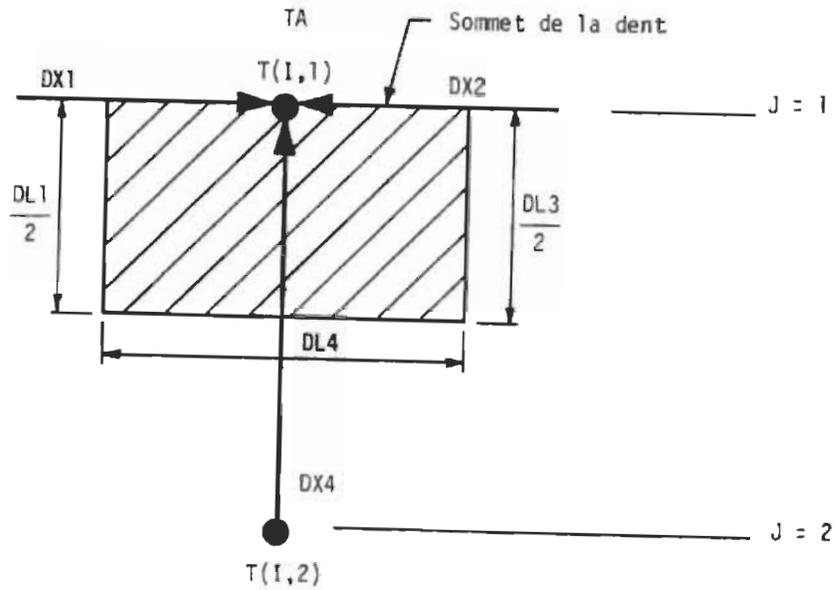


Figure C.2. Nœuds situés sur le sommet de la dent [12]

L'équation du flux de chaleur s'écrit :

$$q_k + q_p = q_c \quad (C.4.1)$$

$$-\frac{Ak}{DX4}(T(I+1, J) - T(I, J)) + qp_1 = -hA(T(I, J) - T_A)$$

$$A = F * DL4$$

$$DL4 = \|DL4\| = \sqrt{(DLX4)^2 + (DLY4)^2}$$

$$DLX4 = LX(1, J - 1) - LX(1, J)$$

$$DLY4 = LY(1, J - 1) - LY(1, J)$$

L'équation caractéristique se présente sous la forme finale comme suit :

$$T(I, J) = \frac{1}{\frac{h * DX4}{k} + 1} \left[ T(I + 1, J) + \frac{DX4}{k} (h * T_A + \frac{qp_1}{A}) \right] \quad (C. 4.2)$$

Avec :

$$DX4 = \|DX4\| = \sqrt{(DX)^2 + (DY)^2}$$

$$DX4 \begin{cases} DX = X(I, J) - X(I, J + 1) \\ DY = Y(I, J) - Y(I, J + 1) \end{cases}$$

$h=h_{23}$ , valeur interpolée entre  $h_2$  et  $h_3$

### 3. Nœuds situés sur le profil d'engrènement

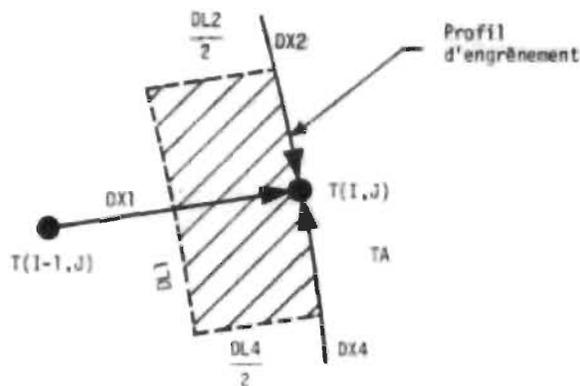


Figure C.3. Nœuds situés sur le profil d'engrènement [12]

$$I=N1+2$$

$$-\frac{Ak}{DX1}(T(I,J) - T(I - 1,J)) + qp_3 = -hA(T(I,J) - T_A)$$

$$T(I,J) = \frac{1}{\frac{h * DX1}{k} + 1} \left[ T(I - 1,J) + \frac{DX1}{k} (h * T_A + \frac{qp_3}{A}) \right]$$

La valeur du coefficient de transfert de chaleur h est interpolée entre h3 et h4 sur les deux tiers supérieurs de la hauteur de la dent, alors qu'elle l'est entre h4 et hB sur le tiers inférieur.

Dans le premier cas, J varie de 2 à JLIMH ; dans le second, J prend les valeurs JLIMH+1 à JCONV.

$$A = F * DL1$$

$$DL1 = \|DL1\| = \sqrt{(DLX1)^2 + (DLY1)^2}$$

$$DLX1 = LX(I - 1, J) - LX(I - 1, J - 1)$$

$$DLY1 = LY(I - 1, J) - LY(I - 1, J - 1)$$

$$DX1 = \|DX1\| = \sqrt{(DX)^2 + (DY)^2}$$

$$DX1 \begin{cases} DX = X(I, J) + X(I, J + 1) \\ DY = Y(I, J) + Y(I, J + 1) \end{cases}$$

#### 4. Parties sous la racine de la dent

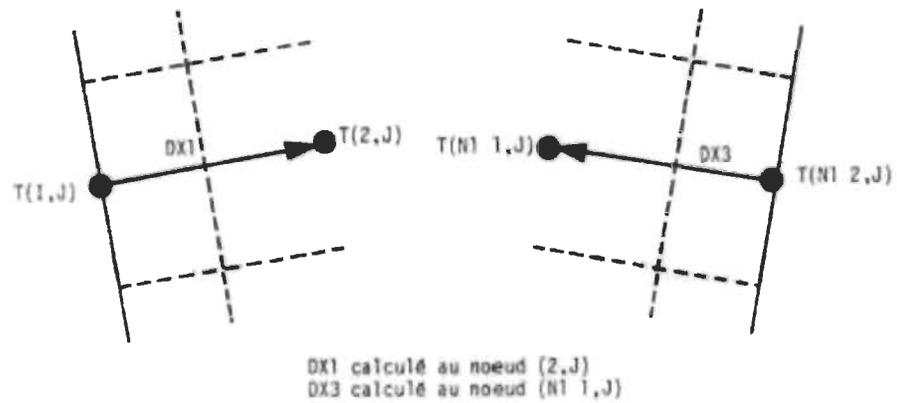


Figure C.4. Nœuds situés sur le contour du secteur sous la racine de la dent [12]

$$J = N2/2+2 \text{ à } N2+2$$

Répartition de température répétitive

$$T(1,J) = T(N1+2,J)$$

$$\frac{T(1,J) - T(2,J)}{DX1} = \frac{T(N1+2,J) - T(N1+1,J)}{DX3}$$

La distance DX1 est calculée au nœud (2, J) alors DX3 l'est au nœud (N1+1, J). Par suite de la symétrie de la dent par rapport à sa ligne de centre, les valeurs DX1 (2, J) et DX3 (N1+1, J) sont égales ; cette égalité permet d'écrire la relation suivante :

$$T(N1 + 1, J) = T(2, J)$$

### 5. Bas de la dent

Il s'agit de la limite inférieure du secteur considéré pour l'étude ( $J=N2+2$ ) Un gradient de température linéaire est considéré :

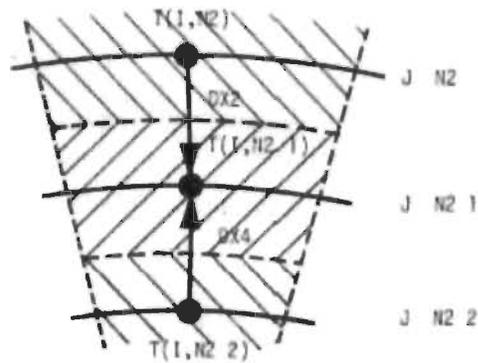


Figure C.5. Nœuds situés au bas de la dent [12]

$$\frac{T(1, N2) - T(I + N2, J)}{DX2} = \frac{T(N1, N2 + 1) - T(I, N2 + 2)}{DX4}$$

Pour des raisons de symétrie,  $DX2=DX4$ , alors :

$$T(I, N2 + 2) = 2T(I, N2 + 1) - T(1, N2)$$

## 6. Nœuds du coin supérieur gauche

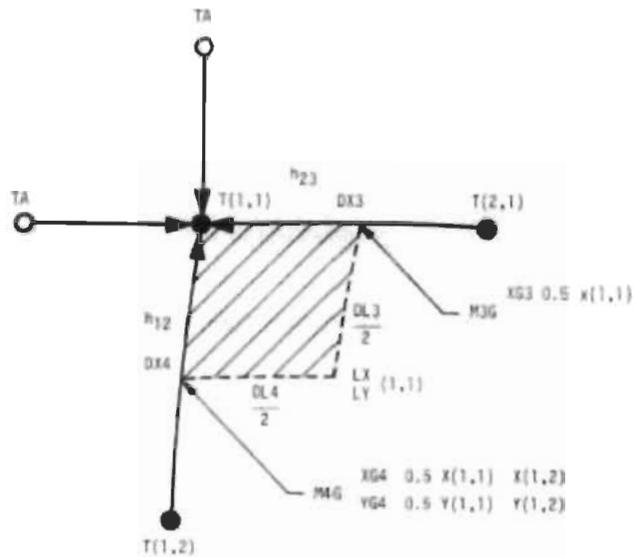


Figure C.6. Nœud du coin supérieur gauche [12]

I=1

J=1

La loi de Kirchhoff permet d'écrire

$$\sum q(1,1) = 0$$

Cette équation explicitée dévie :

$$\sum q_k + \sum q_c + \sum qp_7 = 0$$

$$q_k(2,1) + q_k(1,2) + q_{c1}(1,1) + q_{c2}(1,1) + qp_7 = 0$$

$$k_{k1}[T(2,1) - T(1,1)] + k_{k2}[T(1,2) - T(1,1)] + k_{c1}[T_A - T(1,1)] + k_{c2}[T_A - T(2,1)] + qp_7 = 0$$

$$k_{k1} = k \frac{DL3}{2} F \frac{1}{DX3}$$

$$k_{k2} = k \frac{DL4}{2} F \frac{1}{DX4}$$

$$k_{c1} = h_{23} \frac{DL3}{2} F$$

$$k_{c2} = 12 \frac{DL4}{2} F$$

$k_k$ : Conductance en conduction =  $kA/L$

$k_c$  : Conductance en convection =  $hA$

L'arrangement de l'équation des flux de chaleur donne après simplification par  $F$  (largeur de la dent) l'expression de la température au nœud, soit :

$$T(N1 + 2,1) = \left[ \frac{1}{k \left( \frac{DL1}{DX1} + \frac{DL4}{DX4} \right) + h_{23}DX1 + h_{34}DX4} \right] \left[ k \frac{DL1}{DX1} T(2,1) + k \frac{DL4}{DX4} T(1,2) + (h_{23}DX3 + h_{12}DX4)T_A + \frac{2}{F} qp_7 \right]$$

$$DX3 \begin{cases} DX3X = X(N1 + 2,2) - Y(N1 + 1,1) \\ DY3Y = Y(N1 + 2,2) - Y(N1 + 1,1) \end{cases}$$

$$DX3 = \|DX3\| = \sqrt{(DX3X)^2 + (DY3Y)^2}$$

$$DL3 = \begin{cases} DLX3 = 2[XD1 - LX(N1 + 1,1)] \\ DLY3 = 2[YD1 - LY(N1 + 1,1)] \end{cases}$$

$$\frac{DL3}{DX3} = \frac{DLX3 * DX3Y - DLY3 * DX3X}{\|DX3\|}$$

$$DX4 = \begin{cases} DX4X = X(N1 + 2,2) - X(N1 + 2,1) \\ DLY1 = Y(N1 + 2,2) - Y(N1 + 2,1) \end{cases}$$

$$DX4 = \|DX4\| = \sqrt{(DX4X)^2 + (DY4Y)^2}$$

$$DL4 = \begin{cases} DLX4 = 2[XG4 - LX(1,1)] \\ DLY4 = 2[YG4 - LY(1,1)] \end{cases}$$

$$\frac{DL4}{DX4} = \frac{DLX4 * DX4Y - DLY4 * DX4X}{\|DX4\|}$$

## 7. Nœud du coin supérieur droit

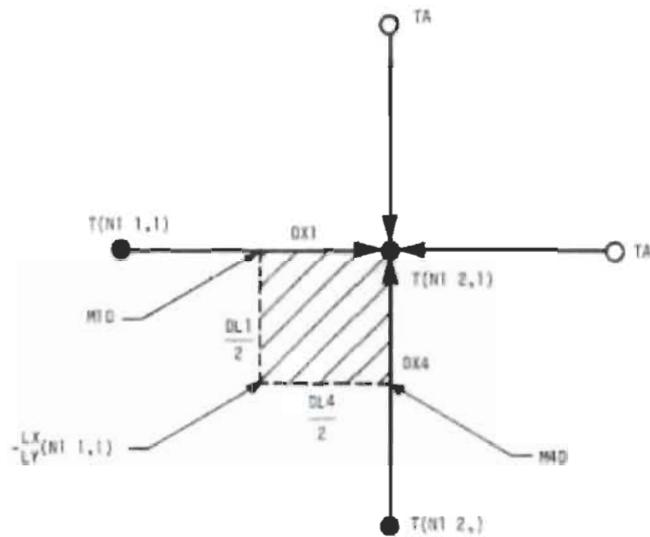


Figure C.7. Nœud du coin supérieur droit [12]

$$I=N1+2$$

$$J=1$$

La loi de Kirchhoff permet d'écrire

$$\sum q(N1 + 2,1) = 0$$

Cette équation explicitée dévie :

$$\sum q_k + \sum q_c + \sum qp_B = 0$$

$$q_k(N1 + 1,1) + q_k(N1 + 2,2) + q_{c1}(N1 + 2,1) + q_{c2}(N1 + 2,1) + qp_8 = 0$$

$$k_{k1}[T(N1 + 1,1) - T(N1 + 2,2)] + k_{k2}[T(N1 + 2,1) - T(N1 + 2,1)] \\ + k_{c1}[T_A - T(N1 + 2,1)] + k_{kc2}[T_A - T(2,1)] + qp_8 = 0$$

$$k_{k1} = k \frac{DL1}{2} F \frac{1}{DX1}$$

$$k_{k2} = k \frac{DL4}{2} F \frac{1}{DX4}$$

$$k_{c1} = h_{23} \frac{DL3}{2} F$$

$$k_{c2} = 12 \frac{DL4}{2} F$$

$k_k$ : Conductance en conduction = kA/L

$k_c$  : Conductance en convection = hA

L'arrangement de l'équation des flux de chaleur donne après simplification par F (largeur de la dent) l'expression de la température au nœud, soit :

$$T(N1 + 2,1) = \left[ \frac{1}{k \left( \frac{DL1}{DX1} + \frac{DL4}{DX4} \right) + h_{23}DX1 + h_{34}DX4} \right] \left[ k \frac{DL1}{DX1} T(N1 + 1,1) \right. \\ \left. + k \frac{DL4}{DX4} T(N1 + 2,2) + (h_{23}DX3 + h_{12}DX4)T_A + \frac{2}{F} qp_8 \right]$$

$$DX3 \begin{cases} DX3X = X(N1 + 2,2) - Y(N1 + 1,1) \\ DY3Y = Y(N1 + 2,2) - Y(N1 + 1,1) \end{cases}$$

$$DX3 = \|DX3\| = \sqrt{(DX3X)^2 + (DY3Y)^2}$$

$$DL3 = \begin{cases} DLX3 = 2[XD1 - LX(N1 + 1,1)] \\ DLY3 = 2[YD1 - LY(N1 + 1,1)] \end{cases}$$

$$\frac{DL3}{DX3} = \frac{DLX3 * DX3Y - DLY3 * DX3X}{\|DX3\|}$$

$$DX4 = \begin{cases} DX4X = X(N1 + 2,2) - X(N1 + 2,1) \\ DLY1 = Y(N1 + 2,2) - Y(N1 + 2,1) \end{cases}$$

$$DX4 = \|DX4\| = \sqrt{(DX4X)^2 + (DY4Y)^2}$$

$$DL4 = \begin{cases} DLX4 = 2[XG4 - LX(1,1)] \\ DLY4 = 2[YG4 - LY(1,1)] \end{cases}$$

$$\frac{DL4}{DX4} = \frac{DLX4 * DX4Y - DLY4 * DX4X}{\|DX4\|}$$

$$M1D \begin{cases} XD1 = 0.5[X(N1 + 1,1) + X(N1 + 2,1)] \\ YD1 = 0.5[Y(N1 + 1,1) + Y(N1 + 2,1)] \end{cases}$$

$$M4D \begin{cases} XD4 = 0.5[X(N1 + 2,1) + X(N1 + 2,2)] \\ YD4 = 0.5[Y(N1 + 2,1) + Y(N1 + 2,2)] \end{cases}$$

## 8. Nœuds intérieurs

I=2 à N1+1

J=2 à N2+1

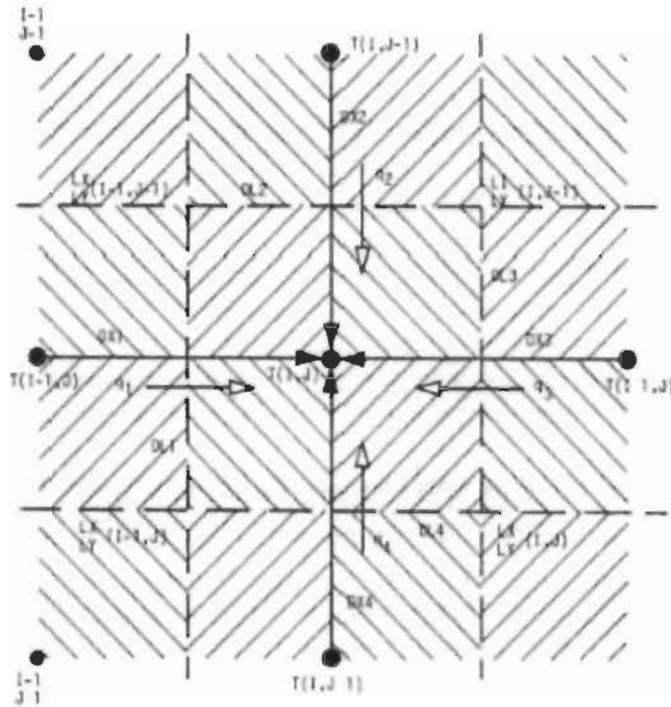


Figure C.8. Nœuds intérieurs [12]

DX1 à DX4 : distance entre deux nœuds consécutifs, DL1 à DL4 : côtés de l'élément (Quadrilatère) renfermant de nœud.

La loi de Kirchhoff permet d'écrire

$$\sum q(i,j) = 0$$

Cette équation explicitée dévie :

$$\sum q_k + + \sum qp_9 = 0$$

$$q_1 + q_2 + q_3 + q_4 + qp_9 = 0$$

$$k_{k1}[T(I + 1, J) - T(I, J)] + k_{k2}[T(I, J - 1) - T(I, J)] + k_{k3}[T(I + 1, J) - T(I, J)] \\ + k_{k4}[T(I, J + 1) - T(I, J)] + qp_9 = 0$$

$$k_{ki} = k \frac{DLi}{2} F \frac{1}{DXi}$$

(Conductances de i=1 à 4)

$$T(I, J) = \frac{1}{\sum_{i=1}^4 k_{ki}} [k_{k1}T(I - 1, J) + k_{k2}T(I, J - 1) + k_{k3}T(I + 1, J) \\ + k_{k4}T(I, J + 1) + qp_9]$$

$$k_{ki} = kF \frac{DL1}{DX1}$$

$$DX1 \begin{cases} D1X = X(I, J) - X(I - 1, J) \\ D1Y = Y(I, J) - Y(I - 1, J) \end{cases}$$

$$DX1 = \|DX1\| = \sqrt{(DX1X)^2 + (DY1Y)^2}$$

$$DL1 = \begin{cases} DLX1 = LX(I-1, J) - LX(I-1, J-1) \\ DLY1 = LY(I-1, J) - LY(I-1, J-1) \end{cases}$$

$$\frac{DL1}{DX1} = \frac{(DLX1 * D1Y - DLY1 * D1X)}{\|DX1\|}$$

Les autres conductances en conduction  $k_{ki}$  ( $i=2$  à  $4$ ) ont la même expression que  $k_{k1}$ , mais il faut remplacer l'indice 1 dans DL1 et DX1 par 2,3 et 4. Avec :

$$DL2 = \begin{cases} DLX2 = LX(I-1, J) - LX(I-1, J-1) \\ DLY2 = LY(I-1, J) - LY(I-1, J-1) \end{cases}$$

$$DX2 \begin{cases} D2X = X(I, J) - X(I-1, J) \\ D2Y = Y(I, J) - Y(I-1, J) \end{cases}$$

$$DX3 \begin{cases} D3X = X(I, J-1) - X(I, J) \\ D3Y = Y(I, J-1) - Y(I, J) \end{cases}$$

$$DL4 \begin{cases} DL4X = X(I, J) - X(I-1, J) \\ DL4Y = Y(I, J) - Y(I-1, J) \end{cases}$$

$$DX4 \begin{cases} D4X = X(I, J) - X(I, J+1) \\ D4Y = Y(I, J) - Y(I, J+1) \end{cases}$$

## 9. Calcul de JLIMH et JCONV

JLIMH est la valeur de J lorsque la valeur du coefficient de transfert de chaleur change sur le profil. Il s'agit des points 1 et 4 sur le profil (figure 2.16). Ces points sont situés au 2/3 de la hauteur de la dent à partir du sommet.

Calcul :

HAUT=hauteur de la dent =RE-R2

SEC=2 \* HAUT

VERTI = distance verticale entre deux nœuds consécutifs = SEC / N2+1

TETE=2/3\*HAUT

PIED=1/3\*HAUT

JLIMH=TETE/VERTI+1

$$JLIMH = \frac{N2 + 1}{3} + 1$$

JCONV est la valeur maximale de J pour laquelle le nœud sur le profil se situe encore au-dessus du cercle de pied de rayon R2.

$$JCONV = JLIMH + \frac{PIED}{VERTI}$$

$$JCONV = JLIMH + \frac{1}{3} HAUT * \frac{N2 + 1}{2 * HUAT}$$

$$JCONV = JLIMH + \frac{N2 + 1}{6}$$

En remplaçant JLIMH par son expression trouvée précédemment :

$$JCONV = \frac{N2 + 3}{6}$$

Remarque : il est suggéré de choisir la valeur maximale de J, soit N2 paire, afin d'éviter que le nœud situé à J=JCONV tombe sur le cercle de pied.