

Annual distribution of the Sun's angular positions, study at 21 degrees of latitude

Cesar Acosta, O. Carvente-Muñoz, F. R. Peñuñuri-Anguiano, M. A. Zambrano-Arjona, G. Rivadeneyra-Gutiérrez

Abstract

It is well known that the Sun position, measured over the earth surface is a function of the latitude and the hour of a particular day. Usually, the Sun follows a different path from one day to the next, and this is determined by the azimuth and zenith angles. The analytical calculations for determining the angular position at any time (solar hour) are an overwhelming task. We use the Mathematica® software to write a home code for determining at any time (in intervals of one minute) and latitude, the azimuth and zenith angles of the Sun for every day of the year. In order to show general results of interest, in this work we present the annual distribution of the angular positions and the length of the day (hours of light) for the 21 degrees of latitude. This information could be used for optimizing the orientation of solar panels and collectors and for the design of cheap houses where the walls can be exposed to the minimal solar incidence.

OPEN ACCESS

Published: 08/02/2019

Accepted: 05/12/2018

Submitted: 06/09/2017

DOI:
10.23967/j.rimni.2018.12.003

Keywords:

Sun
Trajectory
Zenith
Azimuth

Resumen

Por experiencia sabemos que la posición del Sol, relativa a un observador situado sobre la superficie de la Tierra, cambia según el día del año y la latitud en la que se encuentra dicho observador. En general, el Sol describe, en la bóveda celeste, una trayectoria diferente para cada día del año que está determinada por los ángulos del azimut y del zenit. El cálculo analítico para determinar la posición angular en cualquier momento (hora solar) resulta ser una tarea abrumadora. En el lenguaje de programación del software Mathematica®, desarrollamos un código que nos permite determinar, con precisión temporal de 60 segundos (1 minuto), y para cualquier latitud, los ángulos del azimut y del zenit que determinan la posición del Sol a lo largo de un año. Con el propósito de presentar resultados de interés en situaciones prácticas, en este trabajo estudiamos resultados de la distribución anual de las posiciones angulares y las horas de luz en la latitud 21 grados (correspondiente a la Ciudad de Mérida). Los resultados muestran que el Sol sigue trayectorias con inclinación hacia el norte para días de más de 12 horas de luz solar, y hacia el sur para días de menos de 12 horas de luz solar. La información que se presenta puede utilizarse en diversas situaciones, por ejemplo, para un aprovechamiento óptimo de las horas de luz de colectores solares, sistemas autónomos de seguimiento solar, ubicación y orientación de paneles solares, así como para el diseño y orientación espacial de casas habitación en las que se desee que la radiación solar incida de manera parcial sobre paredes verticales y aumentar el confort térmico.

Palabras clave: Sol, trayectoria, zenit, azimut

1. Introducción

El Sol, localizado a aproximadamente a 150 millones de kilómetros de la Tierra, es por excelencia la fuente primordial de energía para nuestro planeta. El crecimiento y desarrollo de bosques, plantas alimenticias, frutos, semillas, algas marinas, etc., se debe en gran medida al Sol. Es imposible que la vida en nuestro planeta, con todo el conjunto de factores que la favorecen, sea como lo es en nuestros días sin la presencia del Sol. A lo largo de la historia humana, el Sol ha sido venerado por diferentes culturas de todo el mundo, considerándolo, en muchos casos, como una divinidad (Sitler, R.K., 2006, Aveni, A. F., 1992). En particular, en la península de Yucatán, México, la cultura Maya perfeccionó su calendario en base a observaciones de los ciclos orbitales de la Tierra alrededor del Sol, y del sistema solar en su conjunto en su órbita alrededor de nuestra galaxia, la vía láctea (Kinsella, J., Day Bradley, A. 1934). En nuestros días es indispensable saber en qué posición, en la bóveda celeste se encontrará el Sol en una hora y día particular, para ello se han implementado algoritmos que aproximan la posición del Sol entre 1950 y 2015 (Michalsky, J.J. 1988). En casos prácticos, los algoritmos de cálculo de la posición solar, son implementados en sistemas de seguimiento solar (Abdallah, S. y Nijmeh S. 2004, Roth, A., Georgiev, A., Boudinov, H., 2005, Chia-Yen Lee, et. al., 2009) y también en algoritmos para determinar la radiación solar (Reda, I. Andreas, A. 2004). En aplicaciones de paneles solares, para una optimización de la captación de radiación solar, la superficie del panel debe ser normal (perpendicular) a la luz incidente, y por tanto es necesario conocer la posición angular del Sol a nivel local. En algunos casos menos sofisticados, los seguidores solares contienen medidores de radiación, que permiten fijar la

posición del panel solar cuando la radiación incidente está un máximo local, en los casos más simples (en la mayoría), los paneles están fijos, con un ángulo de inclinación igual a la latitud de la región de interés. Resulta importante destacar que en la península de Yucatán, siendo una región con un alto índice de radiación solar, donde se tienen registros de temperaturas que han sobrepasado los 40 grados centígrados, y con sensaciones térmicas por encima de los 50 grados, la posición relativa del Sol no sea tomada en cuenta en el diseño de casas habitación, lo que permitiría reducir la radiación incidente sobre las paredes verticales, en ventanas y puertas, logrando un confort mayor en el interior de dichas viviendas. En este trabajo de investigación presentamos el desarrollo de un código en el lenguaje de programación Mathematica® (el lector interesado puede contactar a los autores y solicitar el código), que permite obtener los ángulos del zenit y del azimut que determinan la posición del Sol (ver Figura 1.), con una resolución temporal de 1 minuto, en el intervalo de 12 horas al día, desde las 6 de la mañana y hasta las 6 de la tarde (del alba al ocaso), y para cada uno de los 365 días del año.

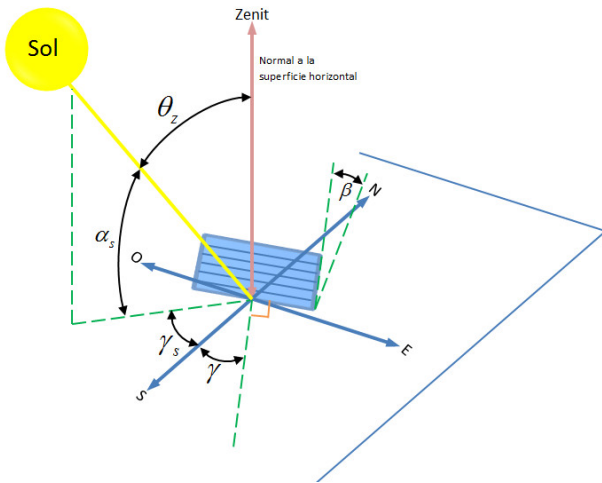


Figura 1. Esquema para determinar la posición del Sol en términos del ángulo zenit (θ_z) y el ángulo azimutal (γ_s). Note que el ángulo de altitud solar (α_s) es $90 - \theta_z$. Se incluye una superficie de incidencia (rectángulo azul) con un ángulo de inclinación β y ángulo azimutal γ . En la figura, el Sol se encuentra al oeste del sur.

El código está diseñado para su fácil uso y se puede aplicar a cualquier región (en función de la latitud). Como aplicación de nuestro código, nosotros fijamos la latitud a 21 grados (correspondiente a la Ciudad de Mérida, Yucatán, México), y los datos obtenidos son analizados estadísticamente, y presentados en forma de funciones de densidades de probabilidad (PDF, Probability Density Function), ya que resultaría impráctico incluir 365 tablas (una para cada día del año), con 720 pares de ángulos (un par por minuto durante 12 horas de cada día). En la siguiente sección mostramos el marco teórico, y posteriormente presentamos la sección de resultados y discusión, finalizando con las conclusiones.

2. Marco teórico

Las relaciones geométricas entre un plano de cualquier orientación particular relativa a la Tierra, en cualquier momento (ya sea que el plano esté fijo o en movimiento relativo a la Tierra, ver rectángulo azul en la Fig. 1.), y el haz de la radiación solar incidente, esto es, la posición relativa del sol con ese plano, puede ser descrita en términos de varios ángulos (Benford y Bock, 1939). La Figura 1 muestra los ángulos que permiten determinar la radiación solar incidente y la posición relativa del Sol. Las definiciones de latitud y declinación, los ángulos horario y de incidencia, así como el conjunto de

ángulos para determinar la radiación solar incidente y la posición relativa del Sol, se presentan a continuación:

ϕ (**Latitud**), la ubicación angular al norte o sur del ecuador, siendo el norte positivo; $-90^\circ \leq \phi \leq 90^\circ$.

δ (**Declinación**), la posición angular del sol al medio día, con respecto al plano del ecuador, siendo el norte positivo $-23.45^\circ \leq \delta \leq 23.45^\circ$.

β (**Inclinación**), el ángulo entre el plano de la superficie en cuestión y la horizontal, $0^\circ \leq \beta \leq 180^\circ$. ($\beta > 90^\circ$ significa que la superficie tiene una componente que mira hacia abajo).

γ (**Ángulo Azimutal de la superficie**), la desviación de la proyección en un plano horizontal de la normal a la superficie del meridiano local, siendo cero el sur, el este negativo y el oeste positivo $-180^\circ \leq \gamma \leq 180^\circ$.

ω (**Ángulo horario**), el desplazamiento angular del sol al este o al oeste del meridiano local debido a la rotación de la tierra sobre su eje a 15° por hora, siendo por la mañana negativo y positivo por la tarde.

θ (**Ángulo de incidencia**), el ángulo entre el haz de la radiación incidente en una superficie y la normal a esa superficie.

Se definen a continuación ángulos adicionales que describen la posición del sol en la bóveda celeste:

θ_z (**Ángulo del zenit**), el ángulo entre la vertical y una línea con el sol, es decir, el ángulo de incidencia del haz de radiación solar sobre una superficie horizontal.

α_s (**Ángulo de altitud solar**), el ángulo entre la horizontal y una línea con el sol, es decir el complemento del ángulo del zenit.

γ_s (**Ángulo Azimutal solar**), el desplazamiento angular desde el sur de la proyección del haz de la radiación en el plano horizontal. Los desplazamientos al este del sur son negativos (valores antes del medio día solar), y los desplazamientos al oeste del sur son positivos (valores después del medio solar).

Los valores de la declinación solar, para cada día del año, pueden hallarse con la fórmula de Cooper (Cooper 1969):

$$\delta = 23.45 \sin\left(360 \frac{284 + n}{365}\right) \quad (1)$$

donde n es el n -ésimo día del año.

Usando la ecuación anterior, en la Figura 2 se muestran los valores de la declinación (línea punteada) a lo largo de un año.

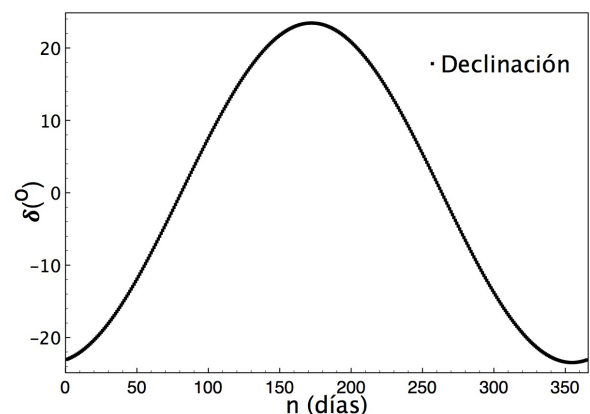


Figura 2. Declinación solar para cada uno de los 365 días del año.

Por otra parte, existe un conjunto útil de relaciones entre los ángulos anteriormente definidos. Tales ecuaciones relacionan el ángulo de incidencia del haz de radiación θ sobre una superficie plana con los distintos ángulos $(\delta, \phi, \beta, \gamma, \omega)$ anteriormente definidos. La primer relación está dada por:

$$\begin{aligned} & \cos\delta \sin\phi \cos\beta - \sin\delta \cos\phi \sin\beta \cos\gamma \\ \cos\theta = & +\cos\delta \cos\phi \cos\beta \cos\omega + \cos\delta \sin\phi \sin\beta \cos\gamma \cos\omega \\ & +\cos\delta \sin\beta \sin\gamma \sin\omega . \end{aligned} \quad (2)$$

Como un caso particular, para una superficie horizontal, el ángulo de inclinación es igual a cero, y en dicho caso el ángulo del zenit es igual al ángulo de incidencia, así, de la ecuación anterior tenemos que:

$$\cos\theta_z = \cos\delta \cos\phi \cos\omega + \sin\phi \sin\delta \quad (3)$$

De la ecuación anterior podemos calcular el valor del ángulo del zenit en términos de la declinación, la latitud y el ángulo horario. La segunda relación importante está dada por:

$$\cos\theta = \cos\theta_z \cos\beta + \sin\theta_z \cos(\gamma_s - \gamma) \quad (4)$$

El ángulo de Azimut solar γ_s puede tomar valores en el rango entre 180° a -180° . Para latitudes norte o sur entre 23.45° y 66.45° , γ_s estará entre 90° y -90° para días con menos de 12 horas de duración. Para días con más de 12 horas entre el amanecer y el ocaso, γ_s será menor de -90° o mayor de 90° , en la mañana o en la tarde, respectivamente, cuando el Sol esté al norte de la línea este-oeste en el hemisferio norte, o al sur de la línea este-oeste en el hemisferio sur. Para latitudes tropicales γ_s puede tomar cualquier valor cuando $(\delta - \phi)$ es positivo en el hemisferio norte, o negativo en el sur.

Así, para calcular γ_s necesitamos saber en qué cuadrante estará el sol. Esto se determina midiendo la relación entre el ángulo horario ω y el ángulo horario ω_{ew} , cuando el sol está hacia el este (o el oeste). Una formulación general para γ_s establecida por Braun y Michell (1983), puede escribirse convenientemente en términos de γ_s' , definido como un ángulo azimutal solar ficticio, para el primer o cuarto cuadrante. De acuerdo con Braun y Michell (1983), el ángulo azimutal solar está dado por:

$$\gamma_s = C_1 C_2 \gamma_s' + C_2 \left(\frac{1 - C_1 C_2}{2} \right) 180 \quad (5)$$

donde

$$\sin(\gamma_s') = \frac{\sin\omega \cos\delta}{\sin\theta_z}$$

o

$$\tan(\gamma_s') = \frac{\sin\omega}{\sin\phi \cos\omega - \cos\phi \tan\delta}$$

además se tiene,

$$\cos\omega_{ew} = \frac{\tan\delta}{\tan\phi} .$$

donde,

$$C_1 = \begin{cases} 1 & \text{si } |\omega| < \omega_{ew} \\ -1 & \text{en cualquier otro caso} \end{cases}$$

$$C_2 = \begin{cases} 1 & \text{si } \phi(\phi - \delta) \geq 0 \\ -1 & \text{en cualquier otro caso} \end{cases}$$

$$C_3 = \begin{cases} 1 & \text{si } \omega \geq 0 \\ -1 & \text{en cualquier otro caso} \end{cases}$$

Es importante notar que si $|\tan\delta/\tan\phi|$ es mayor que 1, entonces no es posible determinar si el Sol está hacia el este o el oeste del observador. En tal caso es suficiente con hacer $C_1 = 1$, evitando de esta manera el caso $\phi = 0$.

3. Resultados y discusión

Con las ecuaciones de la sección II es posible determinar los ángulos azimutal y zenit para el día n y ángulo horario ω , tales ángulos determinan unívocamente la posición local del Sol en la bóveda celeste, para ello es necesario fijar la latitud de la región de interés. En nuestro caso, para la latitud de 21 grados (latitud de la Ciudad de Mérida, Yucatán México), programamos las ecuaciones en el lenguaje de programación mathematica® (ver apéndice I para conocer el código desarrollado). Independientemente del valor del ángulo azimutal, el amanecer ocurre cuando el ángulo del zenit es menor o igual a 90° . La Figura 3 muestra la hora del amanecer para cada día del año.

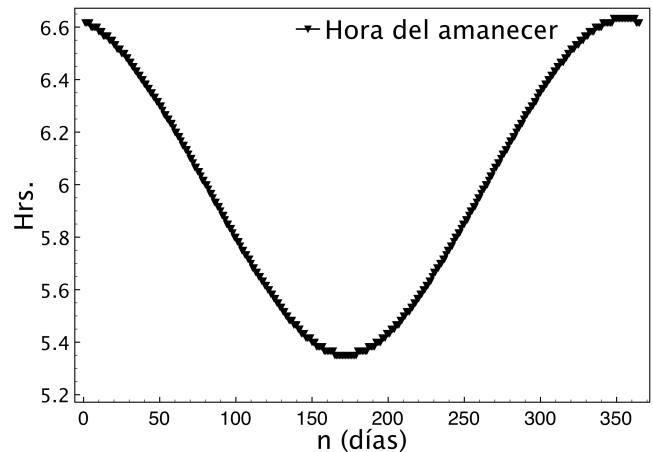


Figura 3. Hora del amanecer para cada uno de los 365 días del año. Se observan aproximadamente 80 minutos de diferencia entre los días que más tarde sale el Sol, con respecto a los días que amanecer más temprano. Nota, 5,5 hrs. en la escala del eje vertical corresponden a las 5 hrs. con 30 minutos.

El horario mostrado en el eje vertical de la Figura 3 no necesariamente corresponde al horario que cotidianamente usamos en nuestros relojes, mostramos los resultados en términos del horario solar, donde el medio día solar queda definido cuando el ángulo azimutal solar vale cero grados. De la Figura 3 podemos notar que hay aproximadamente 90 minutos de diferencia entre el día que más tarde sale el sol (día 355 del año), con respecto al día que más temprano amanecer (día 172 del año). Un cálculo adicional nos permite determinar el número total de horas de luz para cada día del año (ver Figura 4). De la Figura 4 podemos identificar qué días son los más largos y cortos del año, así como los días de más (o menos) horas. Por ejemplo, a partir del día 81 comienzan los días con más de 12 horas de duración, lo que normalmente correspondería al inicio del conocido horario de verano en México, y en el día 263 terminan los días con más de 12 horas de luz (terminaría el horario de verano). Los días 81 y 263 corresponden a los equinoccios de la latitud de interés. De la misma Figura 4 podemos identificar que el día 172 es el que más horas de luz tiene (13:16, trece horas con 16 minutos), mientras que el de menor horas de luz es el día 355 (10:43, diez

horas con 43 minutos), día cuando ocurre el solsticio de invierno.

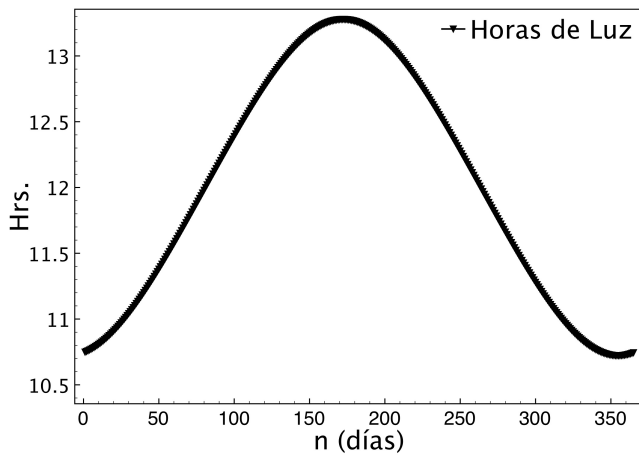


Figura 4. Horas de luz para cada día del año, podemos identificar periodos de menos de 11 horas de luz y de más de 13 horas de luz. Nota, 11.5 hrs. en la escala del eje vertical corresponden a las 11 hrs. con 30 minutos.

Los valores de los ángulos que determinan la posición del Sol fueron obtenidos para cada uno de los 365 días del año, y para cada día en intervalos de un minuto, desde el alba hasta el ocaso. El intervalo temporal cuenta con la resolución suficiente para que los datos obtenidos puedan ser utilizados en sistemas autónomos de seguimiento solar. Además, los resultados de este trabajo pueden usarse para estimar la componente directa de la radiación solar en regiones donde no se tengan registros históricos. Si el lector lo requiere puede ponerse en contacto con los autores y solicitar los datos de los resultados de los ángulos.

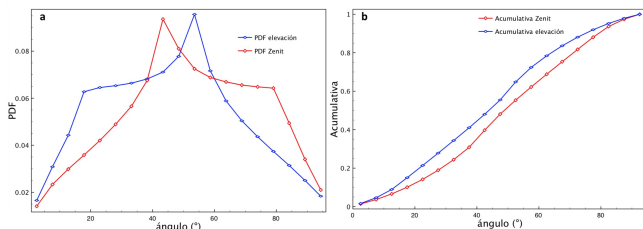


Figura 5. Función de densidad de probabilidad (Probability Density Function, PDF) de los valores del ángulo zenit y su distribución acumulativa. a) Histograma (PDF) de valores del ángulo zenit (curva roja) y ángulo de altitud solar (elevación, curva azul). b) Distribución acumulativa.

Los valores del ángulo de zenit fueron obtenidos por medio de la ecuación (2). Los resultados correspondientes se muestran como histogramas en la Figura 5(a). En dicha figura se observa que los ángulos del zenit (curva roja) de mayor frecuencia están en el intervalo entre 40° y 45°, y se observa una frecuencia de valores del zenit con mínima variación en el intervalo de 60° a 80°. Para el caso del ángulo de altitud (curva azul), la frecuencia es mayor en el intervalo de 50° a 55°, y mínima variación de la frecuencia en el intervalo de 20° a 40°, lo cual es congruente dada la relación entre altitud y zenit. En la Figura 5(b) se muestran los valores acumulativos de la gráfica 5(a), que en este caso corresponden a la probabilidad de que el ángulo del zenit o elevación esté dentro de un intervalo particular. Por ejemplo, se tiene una probabilidad de aproximadamente 0.18 de que al medir el ángulo de elevación éste se encuentre dentro del intervalo entre 0° y 20°. Los resultados mostrados en la Figura 5 son una representación estadística, pero para fines prácticos, son poco útiles. Más adelante mostramos resultados con mayor potencial de aplicación.

Con respecto al ángulo azimutal, en la Figura 6 mostramos un análisis similar al de la Figura 5. Es importante notar que los valores del ángulo azimutal entre -180° y 0° grados corresponden a posiciones del Sol antes del medio día (durante la mañana), y los valores entre 0° y 180° corresponden a posiciones del Sol después del medio día (durante la tarde). La Figura 6 muestra 3 regiones, definidas por los intervalos R1(-180°, -90°), R2(-90°, 90°) y R3(90°, 180°). La región R1 indica que el Sol se encuentra, durante el transcurso de la mañana inclinado hacia el norte de la línea este-oeste y, de la misma manera para la región R3 durante la tarde. Mientras que la región R2 indica que el sol se encuentra hacia el sur de la línea este-oeste. Es decir, existen días para los cuales la proyección de nuestra sombra se dirige al sur, cuando el Sol está en la región R1 y R3, y al norte, cuando el Sol está en la región R2. Es interesante mencionar que en la latitud de este estudio, usualmente los paneles solares se encuentran en una posición fija, y orientados hacia el sur con un ángulo de inclinación de 21°, de acuerdo con la Figura 1, en éste caso $\gamma = 0$ y $\beta = 21^\circ$. De la Figura 6(a) podemos inferir que el hecho de mantener un ángulo de inclinación fijo resulta en una disminución de la radiación directa incidente sobre los paneles solares, lo cual afecta su eficiencia. De manera análoga a la Figura 5b, de la Figura 6b podemos inferir que la probabilidad de que por la mañana el Sol se encuentre al norte es aproximadamente 0.2. Con fines de mayor aplicación, es necesario conocer cuáles son los días en los que el Sol se inclina hacia el norte o hacia el sur y qué porcentaje del día permanece en una u otra orientación. La Figura 7 muestra que a partir del día 1 del año y hasta el día 81 el Sol sigue una trayectoria siempre inclinado hacia el sur, y a partir del día 82 sigue una trayectoria en la cual comienza a inclinarse hacia el norte, resulta interesante observar que a partir del día 82 comienzan los días con más de 12 horas de luz, finalizando en el día 263, justo cuando el Sol vuelve en su totalidad a la región R2, es decir, siempre haciendo un recorrido inclinado hacia el sur. También es importante notar que del día 146 al 199 el Sol hace su recorrido manteniéndose en su totalidad con una inclinación hacia el norte (regiones R1 y R3) y que el 50% de los días del año el Sol recorre el firmamento siempre inclinado hacia el sur, el 14.5% siempre inclinado hacia el norte, y el resto lo hace en combinación norte-sur. Ahora que conocemos los días en los que el Sol sigue una trayectoria con inclinación hacia el norte o el sur, resulta importante saber cuál es ángulo del zenit para esas trayectorias, lo cual nos indicaría qué tan inclinado al norte o sur se encuentra. Dado que el número de datos es enorme, en este estudio nos centramos en los valores cuando la radiación directa debe ser máxima, es decir, al medio día solar.

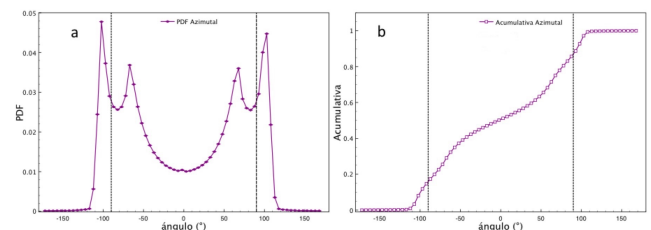


Figura 6. Función de densidad de probabilidad (Probability Density Function, PDF) de los valores del ángulo azimutal y distribución acumulativa. a) Histograma (PDF) de valores del ángulo azimutal. b) Distribución acumulativa para el ángulo azimutal.

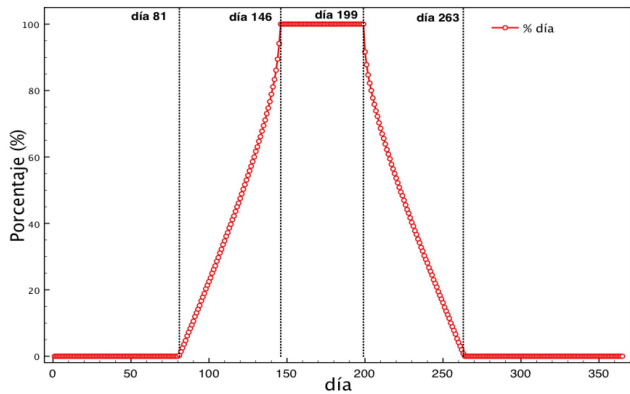


Figura 7. Porcentaje de tiempo que el Sol se localiza hacia el norte. Desde el día 1 y hasta el 81 el Sol siempre permanece inclinado hacia el sur, y a partir del día 82 aumenta el porcentaje de tiempo en los que el Sol se inclina hacia el norte. Del día 146 al 199 el Sol permanece el 100% de tiempo inclinado hacia el norte.

La Figura 8 muestra los valores del ángulo zenit justo al medio día solar. De las Figuras 7 y 8 podemos inferir que cuando el Sol está en la región R2 (siempre inclinado hacia el sur), el ángulo de zenit, θ_z , alcanza un valor máximo de 45° grados aproximadamente, es decir, el Sol tiene la mínima altitud. De manera análoga, cuando el Sol inicia su recorrido por la región R1, o finaliza su recorrido por la región R3, el ángulo θ_z alcanza un valor máximo de aproximadamente 20° (mínima altitud). De la Figura 8 notamos que cuando el Sol inicia y termina su trayectoria con una inclinación siempre hacia el norte (días 81 y 263), el ángulo del zenit a medio día es igual a cero, correspondiente al equinoccio. Por otra parte, cuando el sol transita siempre inclinado hacia el norte (del día 146 al 199), el ángulo θ_z alcanza ahora un valor máximo de 5° . Los resultados anteriores pueden ser aplicados, por ejemplo, en sistemas de seguimiento solar, en paneles y colectores solares, incluso en la industria de casas habitación sin la necesidad de tomar mediciones de campo para cualquier latitud. Como un ejemplo particular de aplicación, si se desea que la luz del Sol no incida sobre una pared vertical cuando la radiación sea máxima (a medio día solar), es necesario construir terrazas para que proyecten sombra sobre la pared vertical. Así, si h es la altura de una pared vertical, entonces la longitud L de la terraza, para garantizar que al medio solar la radiación no incida sobre dicha pared, está dada por: $L = h \tan(\theta_z)$. Usando los valores del zenit máximo tenemos que cuando el sol está inclinado hacia el sur $L = h$, mientras que si el Sol está inclinado hacia el norte, $L = 0.36h$.

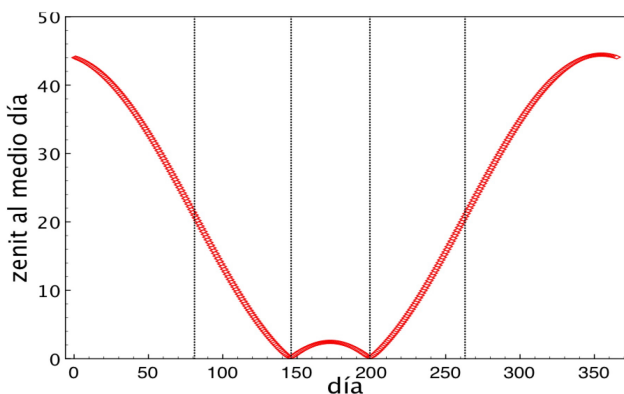


Figura 8. Ángulo del zenit al medio día. Desde el día 1 y hasta el 81 el Sol siempre permanece inclinado hacia el sur, y a partir del día 82 aumenta el porcentaje de tiempo en los que el Sol se inclina hacia el norte. Del día 146 al 199 el Sol permanece el 100% de tiempo inclinado hacia el norte.

4. Conclusiones

Los ángulos del zenit y del azimut, que determinan la posición del Sol fueron calculadas por medio del modelo matemático propuesto por Braun y Michell (1983). Con el software Mathematica® se obtuvieron dichos ángulos, minuto a minuto, para los 365 días del año en la latitud de 21 grados (Ciudad de Mérida, Yucatán México). El análisis estadístico de los resultados muestran que el Sol sigue trayectorias con inclinación hacia el norte y hacia el sur, contrastando con la posición fija de los paneles solares por el poco tiempo que la radiación directa incide sobre sus superficies. Como un ejemplo particular de aplicación, presentamos una relación que permite determinar la longitud de terrazas mínima que garanticen que al medio día solar, se proyecte una sombra sobre las paredes verticales, lo cual puede aplicarse en casas habitación para aumentar el confort térmico en zonas tropicales como la en la latitud de este estudio. Los resultados de la presente investigación pueden implementarse en modelos para cuantificar la radiación solar incidente sobre superficies que siguen al Sol, y en diversos problemas de ingeniería relacionados con la iluminación natural o la transformación de la energía solar.

Agradecimientos

Este trabajo se realizó bajo el soporte del proyecto FING-2017-0004 de la Universidad Autónoma de Yucatán.

Referencias

- Sitler R. K. (2006). "The 2016 Phenomenon New Age Appropriation of an Ancient Mayan Calendar", *Nova Religio: The Journal of Alternative and Emergent Religions*, Vol. 19 No. 3, pp. 24-38 (DOI: 10.1525/nr.2006.9.3.024)
- Aveni, A. F. (1992). "The sky in Mayan literature", Oxford University Press, New York (USA), 307 p., ISBN 0-19-506844-0.
- Kinsella, J., Day Bradley, A. (1934). "The mayan calendar", *The mathematics teacher*, Vol. 27, No. 7, pp. 340-343.
- Michalsky, J. J. (1988). "The Astronomical Almanac's algorithm for approximate solar position (1950-2050)". *Solar Energy*, Vol. 40 Issue 3, pp. 227-235.
- Abdallah, S. y Nijmeh S. (2004). "Two axes sun tracking system with PLC control", *Energy Conversion and Management*. Vol. 45, Issue 11-12, pp. 1931-1939.
- Roth, A., Georgiev, A., Boudinov, H., (2005). "Cheap two axis sun following device", *Energy Conversion and Management*. Vol. 46, Issue 7-8, pp. 1179-1192.
- Chia-Yen Lee, et. al., (2009). "Sun Traking Systems: Areview", *Sensors*. Vol. 9(05), pp. 3875-3890. (DOI: 10.3390/s90503875).
- Reda, I. Adreas, A. (2004). "Solar position algorithm for solar radiation applications". *Solar Energy*. Vol. 76, Issue 5, pp. 577-589.
- Benford, F., y Bock, J. E., (1939). "A time analysis of Sunshine", *Trans. Of the American Illumination Engineering Soc.* Vol. 34 p. 200.
- Cooper, P. L. (1969). "The Absortion of Solar Radiation in Solar Stills", *Solar Energy*. Vol. 12, p. 3.
- Braun, J. E., y Mitchell, J. C. (1983). "Solar Geometry for Fixed and Traking Surfaces", *Solar Energy*. Vol 31, p. 439.

Apéndice I

(*Comenzamos con la lectura del archivo de inicio (al final del apéndice ejemplificamos el archive init_file.dat), el cual es importado desde la misma carpeta en la que se encuentra el archivo Seguidor_diario_anual-ok.nb El usuario solo debe modificar los datos numéricos, dejando el texto inalterado*)

```
directory=ToString[NotebookDirectory[]<>"init_file.dat"];
archivoinicio=Import[directory];
```

(*Se leen los datos de inicio para comenzar a ejecutar el programa*)

```
LATITUD=archivoinicio[[1, 3]];
diainterres=archivoinicio[[2,3]];

```

mesinteres=archivoinicio[**3,3**];

(*El siguiente conjunto de algoritmos genera los valores de la declinación, la hora del amanecer, la duración de horas de luz solar, en función de la latitud y el día que se quieren ver los datos, al final se visualizan las gráficas*)

(*tablafechas, es para correlacionar la fecha en que se quiere conocer específicamente la posición del Sol*)

tablafechas=List[0,31,59,90,120,151,181,212,243,274,304,334];

(*Datos para iniciar el algoritmo, day es el día en particular en que queramos visualizar los gráficos, es calculado a partir de los datos del archivo init_file.dat*)

radian=Pi/180;

day=diainteres+tablafechas[mesinteres];

(*Cálculo de la declinación solar, el "bamboleo de la tierra mientras rota"*)

DECLINACION=23.45Sin[radian*360(284+n)/365];

DECLINACIONANIO=Table[{n,DECLINACION},{n,1,365}];

declinaciongraf=ListLinePlot[DECLINACIONANIO, PlotStyle->Green, AxesLabel->{{dia},{declinación}}, ImageSize->500];

(*hora del amanecer en hora ángulo, 90o corresponden a las 6 am hora solar, 75o a las 7 am hora solar,*)

HORAAMANECERANIO=Table[{j,(180/Pi)ArcCos[-Tan[radian*LATITUD]Tan[(radian)DECLINACIONANIO[[j,2]]]],{j,1,365}];

horaamanecergraf=ListLinePlot[Table[{dia,IntegerPart[12-HORAAMANECERANIO[[dia,2]]/15]+IntegerPart[(12-HORAAMANECERANIO[[dia,2]]/15-IntegerPart[12-HORAAMANECERANIO[[dia,2]]/15])*60/100.0},{dia,1,365}],PlotRange->{{1,365},{5,7}},PlotStyle->Cyan,AxesLabel->{{dia},{hora_amanecer}},ImageSize->500];

HORAAMANECERANIOexport=Table[{dia,IntegerPart[12-HORAAMANECERANIO[[dia,2]]/15]+IntegerPart[(12-HORAAMANECERANIO[[dia,2]]/15-IntegerPart[12-HORAAMANECERANIO[[dia,2]]/15])*60/100.0},{dia,1,365}];

(*horas totales de luz solar, desde el amanecer hasta la puesta de sol, son horas ángulo, y el día de mayor duración de luz solar, el mas largo y el mas corto*)

HORASLUZANIO=Table[{j,(2/15)*(180/Pi)ArcCos[-Tan[radian*LATITUD]Tan[(radian)DECLINACIONANIO[[j,2]]]],{j,1,365}];
horasluzgraf=ListLinePlot[HORASLUZANIO,PlotRange->{{1,365},{0,14}},PlotStyle->Magenta,AxesLabel->{{dia},{horas_de_luz}},ImageSize->500];

(*Dependiendo de la latitud se obtiene el día más largo del año, veamos en largeday*)

largeday=Flatten[Position[Flatten[Table[HORASLUZANIO[[dia,2]],{dia,1,365}]],Max[Flatten[Table[HORASLUZANIO[[dia,2]],{dia,1,365}]]]]

{172}

(*De la misma manera, se puede conocer cuál es día más corto del año*)

minday=Flatten[Position[Flatten[Table[HORASLUZANIO[[dia,2]],{dia,1,365}]],Min[Flatten[Table[HORASLUZANIO[[dia,2]],{dia,1,365}]]]]{355}

(*Las horas de luz de sol del día más largo del año*)

horasluzmax=HORASLUZANIO[[largeday[[1]]]] {172,13.278}

(*Las horas de luz del día más corto del año*)

horasluzmin=HORASLUZANIO[[minday[[1]]]] {355,10.722}

(*La diferencia de horas de luz entre el día más largo y el más corto*)

diferenciahorasluz=horasluzmax[[2]]-horasluzmin[[2]] 2.55597

(*ángulo del zenith, calculado a partir de las 6 am hora solar, y medido cada minuto, si es mayor que 90 significa que el sol aún no ha salido, y con respecto al ángulo de elevación solar (el complemento del zenit), si es menor que cero significa que el sol aún no ha salido*)

thetaZdiario=Table [Table[ArcCos[Cos[radian*LATITUD]Cos[radian*DECLINACIONANIO[[dia,2]]]Cos[-radian(90-k*(15/60))]+Sin[radian*LATITUD]Sin[radian*DECLINACIONANIO[[dia,2]]]](180/Pi),{k,0,720}],{dia, 1,365}];

angulozenithgraf=Table[ListLinePlot[Table[{{6+k/60,thetaZdiario[[days,k]]},{k,1,Length[thetaZdiario[[days]]}],PlotStyle->Blue,AxesLabel->{{hora_solar},{ángulo_zenit}},ImageSize->500},{days,1,365}];

altitudsolargraf=Table[ListLinePlot[Table[{{6+k/60,90-thetaZdiario[[days,k]]},{k,1,Length[thetaZdiario[[days]]}],PlotStyle->{Blue,Dashed},AxesLabel->{{hora_solar},{ángulo_altitud}},ImageSize->500},{days,1,365}];

angulozenithvalues=Table[Table[{{6+k/60.0,thetaZdiario[[days,k]]},{k,1,Length[thetaZdiario[[days]]}],{days,1,365}];

altitudsolarvalues=Table[Table[{{6+k/60.0,90-thetaZdiario[[days,k]]},{k,1,Length[thetaZdiario[[days]]}],{days,1,365}];

(*Acá creamos una carpeta: Angulo_Zenit, donde vamos a exportar los datos del ángulo de zenit para cada uno de los 365 días*)

dir1=CreateDirectory[NotebookDirectory[]<<"Angulo_Zenit";

For[dia=1,dia<=Length[angulozenithvalues],dia++,f[time_]:=Export[ToFileName[dir1,ToString[time]<<"DayZenit"<<".dat"],angulozenithvalues[[dia]]];

f[dia]]

(*Acá creamos una carpeta: Angulo_elevation, donde vamos a exportar los datos del ángulo de elevación para cada uno de los 365 días*)

dir2=CreateDirectory[NotebookDirectory[]<<"Angulo_elevation"]; For[dia=1,dia<=Length[angulozenithvalues],dia++,f[time_]:=Export[ToFileName[dir2,ToString[time]<<"DayElevation"<<".dat"],altitudsolarvalues[[dia]]]; f[dia]]

(*Lo siguiente es para calcular al ángulo azimutal solar*)

PSEUDOGAMAS= Table[Table[ArcSin[Sin[radian*((k-1)*(15/60)-90)]*Cos[radian*DECLINACIONANIO[[dia,2]]]/Sin[radian*thetaZdiario[[dia,k]]]],{k,1,Length[thetaZdiario[[dia]]]],{dia,1,365}];

(*Si Tan[declination]/Tan[Latitud] > 1, entonces se debe hacer C1=1, lo que ocurre cuando Wew es imaginario*)

Wew= Table[ArcCos[Tan[radian*DECLINACIONANIO[[dia,2]]]/Tan[radian*LATITUD]],{dia,1,365}];

(*algoritmo para calcular el valor C1, iniciando con CC, CC0 y al final con C1*)

```
CC=Table[Table[Abs[radian*(90-W*(15/60))]-Wew[
[dia]],{W,0,720}],{dia,1,365}];
```

```
CC0=Table[Table[If[Im[CC[[dia,W]]]=0,-
AbsRe[CC[
[dia,W]]],CC[ [dia,W]],{W,1,Length[CC[[dia]]]},{dia,1,365}];
```

```
C1=Table[Table[If[CC0[[dia,W]]<0,1,-1],{W,1,Length[CC0[
[dia]]]},{dia,1,365}];
```

(*algoritmo para calcular el valor de C2*)

```
CC2=Table[LATITUD-DECLINACIONANIO[
[dia,2]],{dia,1,365}];
C2=Table[If[CC2[[dia]]>=0,1,-
1],{dia,1,365}];
```

(*algoritmo para calcular el valor de C3*)

```
C3=Table[(((15/60)*k-89.99)/Abs[(15/60)*k-89.99]),{k,0,720}];
```

(*azimutalsolar es el valor del ángulo azimutal solar para cada hora angular solar y cada día del año*)

```
azimutalsolar=Table[Table[C1[
[dia,W]]*C2[
[dia]]*PSEUDOGAMAS[[dia,W]]+(C3[ [W]]*(1- C1[ [dia,W]]*C2[
[dia]])/2)*180)*radian,{W,1,Length[PSEUDOGAMAS[
[dia]]]},{dia,1,365}];
```

```
azimutalsolargraf=Table[ListLinePlot[Table[{6+k/60,azimutalsola
r[[days,k]/radian},{k,1,720}],
PlotStyle->{Red,
Dashed,Thick},AxesLabel->{ {hora_solar},{ángulo_azimutal}},
ImageSize->500],{days,1,365}];
```

```
azimutalsolarvalues=Table[Table[{6+k/60.0,azimutalsolar[
[days,k]/radian},{k,1,720}],{days,1,365}];
```

(*Acá creamos una carpeta: Angulo_Azimutal, donde vamos a exportar los datos del ángulo de azimutal para cada uno de los 365 días*)

```
dir3=CreateDirectory[NotebookDirectory[]<>"Angulo_Azimutal"]
; For[dia=1,dia<=Length[azimutalsolarvalues],dia++,f[time_]:=Ex
port[ToFileName[dir3,ToString[time<>DayAzimutal]<>".dat"],azi
mutalsolarvalues[[dia]]];
```

```
f[dia]
```

(*Finalmente, aca se mostrarán todos los datos graficados*)

```
DeclinacionGraf=declinaciongraf
```

```
DeclinaGrafdisk=Table[{DECLINACIONANIO[
[k]],Show[DeclinacionGraf,Graphics[{Red,Disk[DECLI
NACIONANIO[[k],1]}]},{k,1,Length[DECLINACIONANIO]}]
```

(*Exportación de los datos para realizar gráficos externos de la declinación*)

```
Export[ToString[NotebookDirectory[]<>"Declinación_anual.dat"]
,DECLINACIONANIO];
```

(*Gráfica para visualizar la hora solar a la que amanece, cuando sale el Sol*)

```
HoraSalidaSolGraf=horaamanecergraf
```

(*Algunos datos relevantes, número de días con más de 12 horas de luz solar: numlargday; día donde comienzan los días con más de 12 horas de luz: numlargadayinit; número de día donde terminan los días con más de 12 horas de luz: numlargedayfin*)

```
largedays=Cases[Table[If[HORAAMANECEERANIOexport[
[day,2]]<6,HORAAMANECEERANIOexport[
[day]],{day,1,365}],Except[Null]]];
```

```
numlargeday=Length[largedays]
numlargedayinit=largedays[[1]]
numlargedayfin=largedays[[-1]] {263,5.59} 182 {82,5.59}
```

(*Exportación de los datos para realizar gráficos externos de la hora de salida del Sol, para cada día del año*)

```
Export[ToString[NotebookDirectory[]<>"Hrs_salida_Sol.dat"],HO
RAAMANECEERANIOexport]
```

(*Exportación de los datos para realizar gráficos externos de las horas de luz para cada día del año*)

```
HrsLuzexport=Table[{d,(HORASLUZANIO[[d,2]]-
IntegerPart[HORASLUZANIO[
[d,2]])]*0.6+IntegerPart[HORASLUZANIO[[d,2]]]},{d,1,365}];
```

```
Export[ToString[NotebookDirectory[]<>"Hrs_luz_de_dia.dat"],Hr
sLuzexport] HorasLuzSolarGraf=horasluzgraf
```

(*finalmente, juntamos un archivo con algunos datos de interés, como días mas largo y corto, horas de luz del día más largo, etc., y lo exportamos*)

```
resumen=List[{"dia mas largo","=",largeday[[1]]},{"horas luz dia
mas largo","=",horasluzmax[[2]]},{"dia mas corto","=",minday[
[1]]},{"horas luz dia mas corto","=", horasluzmin[[2]]},
{"diferencia horas luz","=",diferenciahorasluz}
```

Contenido del archivo: init_file.dat

Latitud grados 21

dia interes 29

mes interes 1