



# Máster en Ingeniería Industrial

## Diseño de estructuras de acero

Normativa

Acciones

Bases de cálculo

Estados límite

Materiales

Clases de secciones

Resistencia de las secciones

Estados de inestabilidad. Pandeo

Imperfecciones

Grúas puente

Vigas carril

Postes compuestos

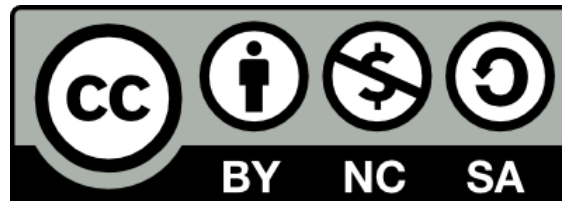


## DISEÑO DE ESTRUCTURAS DE ACERO

Copyright © 2018 por Juan Tomás Celigüeta y tecnun (Universidad de Navarra).

Este documento está licenciado bajo la licencia Creative Commons Reconocimiento – NoComercial - CompartirIgual 3.0 España (CC BY-NC-SA 3.0 ES).

Puede consultar las condiciones de dicha licencia en <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/es/>.



# Normativa para diseño de estructuras de acero

# Normativa para diseño de estructuras de acero

- **Eurocódigos (EN)**

  - Desarrollados por el Comité Europeo de Normalización (CEN/TC250)

  - Se trasladan a los estados miembros de la UE

- **Código Técnico de la Edificación (CTE)**

  - Ministerio de la Vivienda. BOE 28/Marzo/2006

  - Basado en el Eurocódigo 3

  - Sólo aplicable a estructuras de **edificación**

- **Instrucción de Acero Estructural (EAE)**

  - Ministerio de Fomento. BOE 27/Mayo/2011

  - Aplicable a todas las estructuras de acero de **edificación o de ingeniería civil** (puentes, antenas, torres, etc...)

  - Basada en el Eurocódigo 3

# Eurocódigos

Conjunto de 10 Normas Europeas (EN 1990 a EN 1999) para diseño de estructuras y trabajos de ingeniería civil y construcción.

Eurocode EN 1990. Basis of structural design

Eurocode 1. EN 1991. Actions on structures. →

Eurocode 2. EN 1992. Design of concrete structures.

Eurocode 3. EN 1993. Design of steel structures. →

Eurocode 4. EN 1994. Design of concrete-steel structures.

Eurocode 5. EN 1995. Design of timber structures.

Eurocode 6. EN 1996. Design of masonry structures.

Eurocode 7. EN 1997. Geotechnical design

Eurocode 8. EN 1998. Design for earthquake resistance

Eurocode 9. EN 1999. Design of aluminium structures

# Eurocódigo 1 - EN 1991

## → Eurocode 1. EN 1991 Actions on structures

EN 1991-1 Conjunto de normas sobre acciones en edificios

EN 1991-1-1 Parte 1.1 Acciones generales, Pesos y sobrecargas de uso en edificios

EN 1991-1-2 Parte 1.2 Acciones en estructuras expuestas al fuego

EN 1991-1-3 Parte 1.3 Cargas de nieve

EN 1991-1-4 Parte 1.4 Acciones del viento

EN 1991-1-5 Parte 1.5 Acciones térmicas

EN 1991-1-6 Parte 1.6 Acciones durante la ejecución

EN 1991-1-7 Parte 1.7 Acciones accidentales de impacto y explosiones

EN 1991-2 Parte 2: Cargas de tráfico en puentes

EN 1991-3 Parte 3: Acciones producidas por grúas y maquinaria

EN 1991-4 Parte 4: Acciones en silos y depósitos

# Eurocódigo 3 - EN 1993

## → Eurocode 3. EN 1993 Design of steel structures

EN 1993-1 Normas (12) para diseño de estructuras de acero

EN 1993-1-1 **Reglas generales y reglas para edificios**

.....

EN 1993-1-8 **Uniones**

.....

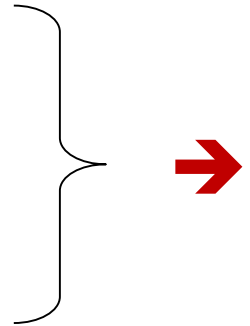
EN 1993-2 Puentes de acero

EN 1993-3 Torres, mástiles y chimeneas

EN 1993-4 Silos, tanques y tuberías

EN 1993-5 Pilotes

EN 1993-6 Estructuras de **soporte de grúas**



# Eurocódigo 3 - EN 1993-1 - Estructuras de acero

## EN 1993-1-1 Reglas generales y reglas para edificios

EN 1993-1-2 Estructuras sometidas al **fuego**

EN 1993-1-3 Perfiles y chapas conformadas **en frío**

EN 1993-1-4 Aceros **inoxidables**

EN 1993-1-5 **Placas** planas cargadas en su plano

EN 1993-1-6 Resistencia de **cáscaras**

EN 1993-1-7 **Placas** cargadas transversalmente

## EN 1993-1-8 Uniones

EN 1993-1-9 Resistencia a la **fatiga**

EN 1993-1-10 Tenacidad de **fractura** y resistencia transversal

EN 1993-1-11 **Cables** y tirantes

EN 1993-1-12 Reglas para aceros de grado **S700**



# Eurocódigos. Funcionamiento

- Desarrollados por el CEN, se trasladan a cada estado miembro:  
Se traduce y publica como norma nacional (UNE-EN-XXX misma numeración).
- Se añade el Anejo Nacional: define los Parámetros de Definición Nacional  
Valores o métodos alternativos que permiten adaptarse al nivel de seguridad de cada Estado, o a las condiciones climáticas o geográficas.  
EN 1993-1: aprobados Anejos Nacionales de 1.1 (Reglas Generales y Edificios), 1.8 (Uniones)  
1.5 (Placas), 1.9 (Fatiga), 1.10 (Fractura), 1.2 (Fuego)
- Obligatoriedad?  
Estrictamente no es obligatorio en España. Hay otras normas nacionales  
La CE recomienda (directiva 2003/887/CEE):  
Los estados miembro deben adoptar los ECs para proyectar y verificar estructuras  
Los estados miembro deben referirse a los ECs en sus normativas nacionales  
Los ECs se deben incluir en las especificaciones para contratos públicos  
Los estados miembro deben promover la instrucción en el uso de los ECs, en especial en las escuelas superiores de ingeniería.  
Los países han: a) adoptado directamente el EC, o b) establecido normas basadas en los Eurocódigos (CTE) y/o haciendo referencia a ellos (EAE)

# Código Técnico de la Edificación (CTE)

- Aplicable a todas las obras de edificación. BOE: RD 314/2006.  
No aplica a puentes, depósitos, antenas, silos, chimeneas, etc.
- Desarrollado por el Ministerio de la Vivienda. Basado en el Eurocódigo 3
- CTE Parte 1: Disposiciones generales
- Documentos básicos DB: especificaciones detalladas

**DB SE: Seguridad Estructural**

**DB SE-AE: Acciones en la edificación**

**DB SE-A: Acero**

**DB SE-AC: Cimientos**

DB SE-F: Fábrica

DB SE-M: Madera

DB SE-SI: Seguridad contra incendios

DB SE-SUA: Seguridad de utilización y accesibilidad

Otros: DB SE-HR: Ruido, DB SE-HS: Salubridad, DB SE-HE: Energía, .....

# Código Técnico de la Edificación (CTE)

- CTE está vigente actualmente para edificación.  
Deroga las normas anteriores NBE EA 95, AE 88.
- Debe usarse conjuntamente con:
  - EHE: Instrucción de hormigón estructural
  - NCSE-02: Norma sismo-resistente
  - EFHE: Instrucción para forjados de hormigón prefabricados
- Para estructuras de acero existe una norma más actual (2011) y general:  
EAE Instrucción de Acero Estructural →

# Instrucción del Acero Estructural (EAE)

Desarrollada por la CPA del Ministerio de Fomento. BOE: RD 751/2011.

Aplicable a todas las estructuras de acero de edificación o de ingeniería civil, (p.e. puentes, torres...) excepto:

- Elementos mixtos acero – hormigón o sólo de hormigón (forjados)
- Elementos en aceros especiales de alto límite elástico (>460MPa) o aleaciones especiales (inoxidables).

Basada en Eurocódigo 3. EAE recoge en **una única norma** diferentes secciones del Eurocódigo.

Similar al CTE SE-A, ampliada, pero diferente en algunos aspectos.

No define las acciones exteriores. Se deben usar el DB SE-AE para edificios, IAP e IAPF para puentes.

**Permite utilizar el Eurocódigo 3** Art.3 → EN: 1990, 1991, 1993, 1997, 1998.

Para edificios se pueden usar indistintamente EAE, EC3 o CTE DB SE-A.

# Instrucción del Acero Estructural EAE - Contenido (1)

94 artículos agrupados en 8 Títulos. 11 Anejos

I. Introducción

II. Método de los **estados límite**

III. **Acciones**. (No incluye los valores característicos)

Coeficientes de simultaneidad [11], seguridad [12]. Combinación [13].

IV. Materiales y geometría. Valores característicos

V. Análisis Estructural

VI. **Materiales**.

VII. Durabilidad

VIII. Datos de materiales para el proyecto

IX. **Estados límites últimos**

Equilibrio [33], Resistencia [34], Estabilidad [35]

X. **Estados límite de servicio**

Deformaciones [37] Vibraciones [38]

# Instrucción del Acero Estructural EAE - Contenido (2)

XI. Estados límite de fatiga

XII. Proyecto frente al incendio

XIII. Proyecto frente al sismo (Complementa a NCSE-02)

XIV. **Uniones**

Atornilladas [58]. Soldadas [59]. Axil [60]. Flexión [61]. Viga –poste [62]

XV. **Elementos estructurales.**

Soportes [70]. Elementos compuestos [71]. Celosías [72]

XVI. Fabricación en taller

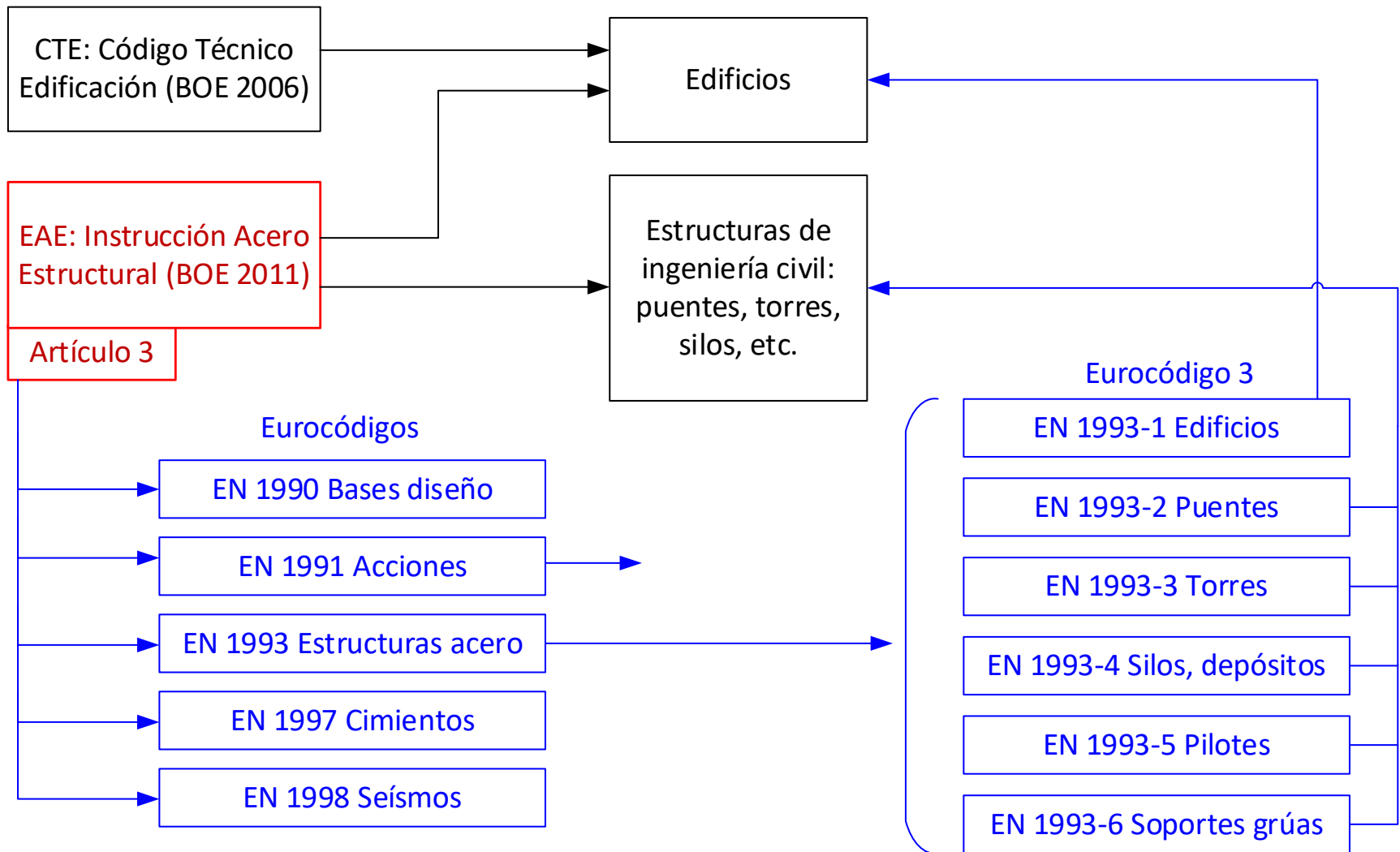
XVII. Ejecución en obra

XVIII. Tolerancias

XIX a XXII: Control de calidad

XXIII. Mantenimiento

# Normativa para diseño de estructuras en acero. Resumen



No aplicables a estructuras de HA, mixtas acero-HA, aluminio, madera, etc.



# Acciones sobre las estructuras

UNE-EN 1990  
EAE – Capítulo III  
CTE DB SE-AE



# Acciones

- Todos los **efectos que producen esfuerzos o deformaciones** en la estructura. Cada una corresponde a un fenómeno físico.
- Por su **naturaleza**:
  - Fuerzas directas: pesos, sobrecargas de uso, viento, nieve...
  - Acciones indirectas: temperatura, movimiento de los apoyos, seísmos
- Por su **variación** en el tiempo:
  - Permanentes (G) constantes en magnitud y posición: pesos fijos
  - Variables (Q): Varían de forma frecuente, no monótona
    - Sobrecargas de uso, acciones climáticas (nieve, viento), grúas
  - Accidentales (A): pequeña probabilidad de actuación, pero gran magnitud
    - Seísmo  $A_E$ , incendio, impactos
- Por su **respuesta estructural**: estáticas, dinámicas.

# Valores de una acción

## Valor característico:

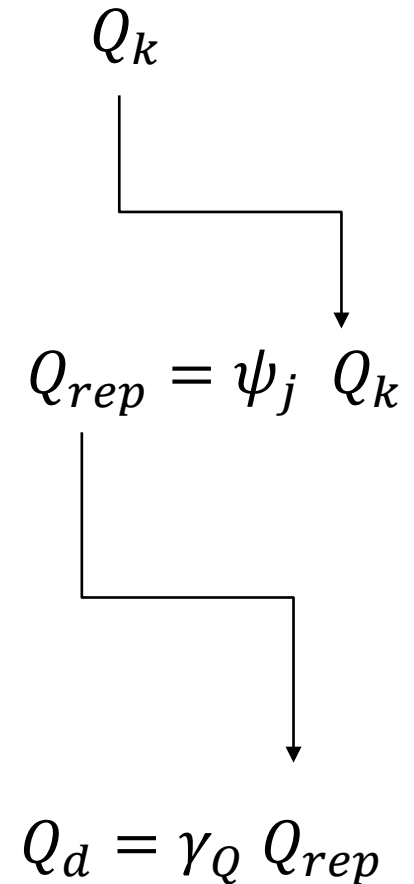
El valor de referencia para el diseño  $Q_k$

## Valor representativo:

El valor empleado para la comprobación de los estados límites, combinando unas acciones y otras. Se tiene en cuenta que todas las acciones no ocurren a la vez (coeficiente de simultaneidad  $\psi_j \leq 1$ )

## Valor de cálculo:

El producto del valor representativo por un coeficiente de seguridad (coeficiente parcial de acción)  $\gamma_Q$



# Valor característico de una acción $F_k$

Es el valor de referencia usado para el diseño  $F_k$

Puede ser: valor medio, valor nominal o valor con una probabilidad de no ser superado en la vida útil.

De forma coloquial: es el valor que realmente puede adoptar la acción en la naturaleza

Están **indicados en las normas:**

Pesos, viento, nieve, sobrecargas de uso en edificios: DB SE-AE, EN 1991-1

Terreno: DB SE-C, EN 1997

Puentes: IAP e IAPF, EN 1991-2

Pretensado: EHE

Incendio: DB-SI, EN 1991-1-2

Sísmicas: NSCE-02, EN 1998

Grúas, máquinas: UNE-EN 1991-3

# Valor representativo de una acción

Es el valor empleado para la comprobación de los estados límites.

Acciones **permanentes** (G): mismo valor que el característico  $G_{rep} \equiv G_k$

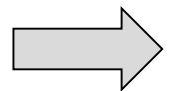
Acciones **accidentales** (A): mismo valor que el característico  $A_{rep} \equiv A_k$

Acciones **variables** (Q):

- Es poco probable que todas las acciones variables se presenten a la vez con su valor característico (sobrecargas, viento, etc.) y que eso ocurra a la vez que las acciones accidentales.
- El valor representativo de una acción variable  $Q$ , es igual al valor característico afectado de un **coeficiente de simultaneidad**  $\psi_j < 1$ :

$$Q_{rep} = \psi_j Q_k$$

Existen **3 valores representativos** ( $\Psi_0, \Psi_1, \Psi_2$ ), en función del tipo de acción y de la probabilidad de actuar de forma simultánea entre las distintas acciones variables y accidentales



# Acciones variables Q. Valor representativo 0 (combinación)

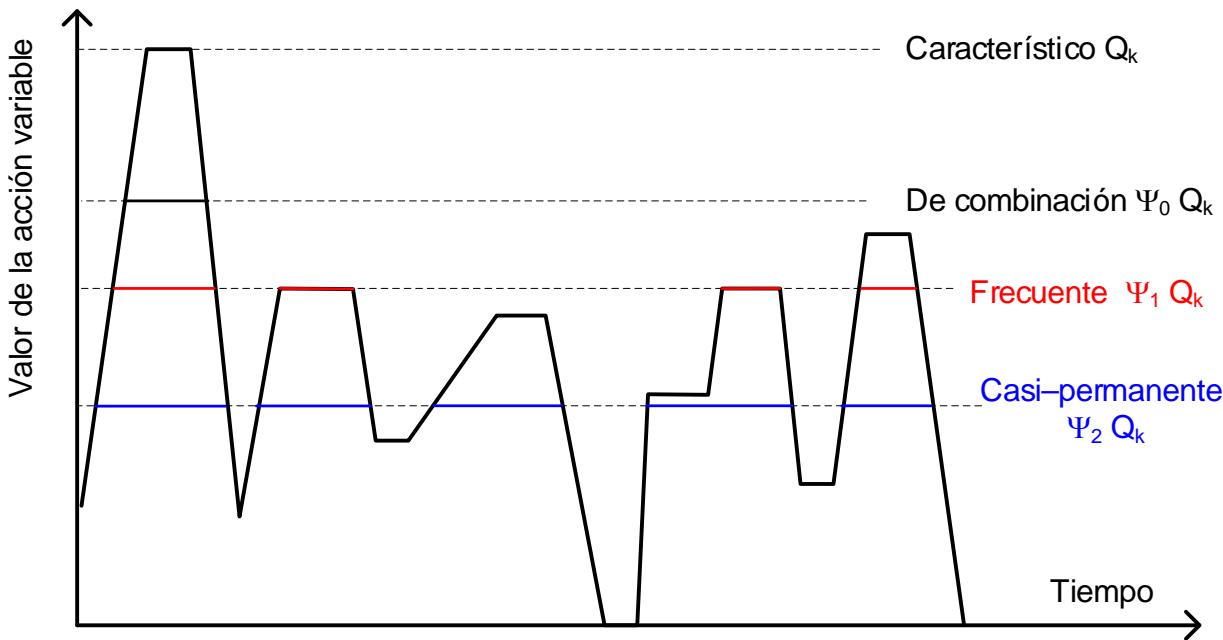
**Valor de combinación**  $\psi_0 Q_{k,j}$ : el valor con el que representamos a una acción variable ( $j$ ) cuando actúa simultáneamente (se combina) con otra ( $i$ ) cuya intensidad sea máxima (acción determinante):

Se usa para combinar varias acciones variables entre sí.

$$Q_{k,i} + \sum_{j \neq i} \psi_0 Q_{k,j}$$

$$Q_{k,nieve} + 0.6 Q_{k,viento}$$

$$Q_{k,viento} + 0.5 Q_{k,nieve}$$

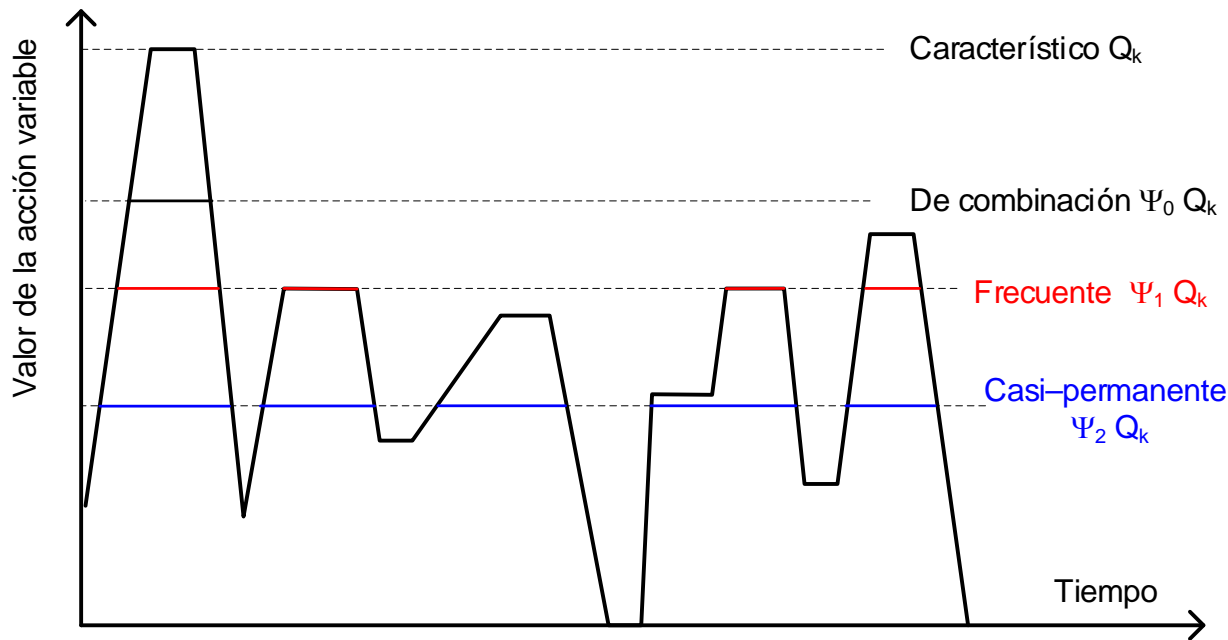


	$\Psi_0$
SC oficinas	0.7
SC comerc.	0.7
Viento	0.6
Nieve <1000	0.5
Nieve >1000	0.7

# Acciones variables Q. Valores representativos 1 y 2

**Valor frecuente  $\psi_1 Q_{k,i}$ :** el valor que sólo es sobrepasado en periodos de corta duración durante vida de la estructura (1%).

**Valor cuasi-permanente  $\psi_2 Q_{k,j}$ :** el valor que es sobrepasado en una gran parte de la vida de la estructura (50%).



	$\Psi_1$	$\Psi_2$
SC oficinas	0.5	0.3
SC comerc.	0.7	0.6
Viento	0.2	0.0
Nieve <1000	0.2	0.0
Nieve >1000	0.5	0.2

# Coeficientes de simultaneidad según EN, EAE y DB SE

<b>Sobrecargas de uso</b>	$\Psi_0$	$\Psi_1$	$\Psi_2$
Zonas residenciales, domésticas	0.7	0.5	0.3
Zonas administrativas.	0.7	0.5	0.3
Zonas de uso público y zonas comerciales	0.7	0.7	0.6
Zonas de almacenamiento	1.0	0.9	0.8
Zonas de tráfico. Vehículos ligeros < 30 kN	0.7	0.7	0.6
Zonas de tráfico. Vehículos < 160 kN	0.7	0.5	0.3
Cubiertas no accesibles	0.0	0.0	0.0

<b>Efectos climáticos</b>	$\Psi_0$	$\Psi_1$	$\Psi_2$
Nieve. Altitud > 1000 m (o FI, IS, NO, SU)	0.7	0.5	0.2
Nieve. Altitud <= 1000 m	0.5	0.2	0.0
Viento	0.6	0.2 <sup>(*)</sup>	0.0
Acción térmica (no la debida al incendio)	0.6	0.5	0.0
Acciones variables del terreno	0.7	0.7	0.7

(\*) CTE indica 0.5

# Valor de cálculo de una acción: coeficiente parcial de acción $\gamma$

Es el producto de su valor representativo por un **coeficiente parcial de acción  $\gamma$**  (coeficiente de mayoración o seguridad):

$$G_d = \gamma_G G_k$$

$$Q_d = \gamma_Q Q_{rep} = \gamma_Q \psi_j Q_k$$

Valores según EN 1990 Anexo A.1 y EAE 12.1

Coeficientes parciales  $\gamma$  para las acciones. Estados límite últimos ELU

Tipo de acción	Situación permanente o transitoria		Situación accidental	
	Favorable	Desfavorable	Favorable	Desfavorable
Permanente $\gamma_G$	1.00	1.35	1.00	1.00
Variable $\gamma_Q$	0.00	1.50	0.00	1.00
Accidental $\gamma_A$	--	--	1.00	1.00

El valor 0 representa que la acción no actúa



# Coeficiente parcial de acción $\gamma$ según CTE

Para edificios pueden aplicarse los valores del CTE (DB-SE Tabla 4.1)

DB SE. Coeficientes parciales $\gamma$ para las acciones. Estados límite últimos ELU		
Tipo de acción	Situación permanente o transitoria	
	Favorable	Desfavorable
Peso propio, peso terreno $\gamma_G$	0.80	1.35
Permanente: Empuje del terreno $\gamma_G$	0.70	1.35
Permanente: Presión del agua $\gamma_G$	0.90	1.20
Variable $\gamma_Q$	0.00	1.50

El valor 0 representa que la acción no actúa

# Coeficiente parcial $\gamma$ para EL de servicio

Valores según EN 1990 Anexo A.1, EAE 12.2 y CTE

Todos los coeficientes parciales  $\gamma$  son 1 o 0

**Para EL de servicio se emplean los valores de combinación** (no los de cálculo) de las acciones

Coeficientes parciales  $\gamma$  para las acciones.  
Estados límite de servicio ELS

Tipo de acción	Favorable	Desfavorable
Permanente $\gamma_G$	1.00	1.00
Variable $\gamma_Q$	0.00	1.00
Accidental $\gamma_A$	- -	- -

# Coeficiente parcial de las acciones para estados límites de estabilidad en CTE

El CTE emplea para el estado límite de estabilidad valores diferentes de los demás estados límite (tabla 4.1)

Coeficientes parciales  $\gamma$  para las acciones.  
Estados límite de estabilidad. DB SE

Tipo de acción	Situación permanente o transitoria	
	Estabilizadora	Desestabilizadora
Peso propio, peso terreno $\gamma_G$	0.90	1.10
Permanente: Empuje del terreno $\gamma_G$	0.80	1.35
Permanente: Presión del agua $\gamma_G$	0.95	1.05
Variable $\gamma_Q$	0.00	1.50

# Combinación de acciones

El **efecto de las acciones** ( $E_d$ ) a usar en la comprobación de los estados límite se calcula para una **combinación** de las distintas acciones a su valor de cálculo.

**Efecto de las acciones** ( $E_d$ ): es cualquier esfuerzo ( $N, M, V, R$ ) o deformación ( $\Delta, \theta$ ) de la estructura

Comprobación de los **estados límite últimos ELU** (EN 1990-6.4, EAE 13.2)

- (1) ELU en situaciones **persistentes** o transitorias
- (2) ELU en situación accidental **sísmica**
- (3) ELU en situaciones **accidentales**

## (1) Combinación para ELU en situaciones **persistentes** o transitorias

- Todas las acciones permanentes  $G_{k,j}$  a valor de cálculo
- Una acción variable predominante  $Q_{k,i}$  a valor de cálculo
- Las restantes acciones variables acompañantes  $Q_{k,j}$  a valor de combinación ( $\psi_{0,j}$ )

$$\sum_j \gamma_G G_{k,j} + \gamma_{Q,i} Q_{k,i} + \sum_{j \neq i} \gamma_{Q,j} \psi_{0,j} Q_{k,j} \quad \forall i$$

Repetir para todas las acciones variables determinantes ( $i$ ), si no hay una que sea evidente.

$\gamma$  es **desfavorable** si el efecto de la acción se **añade** a las demás

$\gamma$  es **favorable** si el efecto de la acción se **resta** de las demás

## (2) Combinación para ELU en situación accidental sísmica

- Todas las acciones permanentes a valor característico  $G_k$
- La acción sísmica  $A_{Ed}$  a valor de cálculo,  $A_{Ed} = A_{Ek}$
- Todas las acciones variables  $Q_{k,j}$  a valor cuasi permanente ( $\psi_{2,j}$ )

$$\sum_j \gamma_G G_{k,j} + \gamma_A A_{Ed} + \sum_j \gamma_{Q,j} \psi_{2,j} Q_{k,j}$$

En este caso todos los coeficientes parciales  $\gamma$  valen 1 o 0.

$\gamma = 1$  si el efecto de la acción es desfavorable (se añade a las demás)

$\gamma = 0$  si es favorable (se resta de las demás).

### (3) Combinación para ELU en situaciones **accidentales**

- Todas las acciones permanentes  $G$  a valor característico  $G_k$
- La acción accidental  $A_d$  a valor de cálculo,  $A_d = A_k$
- Una acción variable  $Q_{k,i}$  (determinante) a valor frecuente ( $\psi_{1,j}$ )
- Restantes acciones variables  $Q_{k,j}$  a valor cuasi permanente ( $\psi_{2,j}$ )

$$\sum_j \gamma_G G_{k,j} + \gamma_A A_d + \gamma_{Q,i} \psi_{1,i} Q_{k,i} + \sum_{j \neq i} \gamma_{Q,j} \psi_{2,j} Q_{k,j} \quad \forall i$$

Repetir para todas las acciones variables determinantes ( $i$ ) si no hay una que sea evidente.

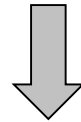
En este caso los coeficientes parciales  $\gamma$  valen  $\gamma = 1$  (acción desfavorable) o  $\gamma = 0$  (acción favorable).

# Combinación de acciones para Estados Límite de Servicio

EN 1990-6.5, EN 1990-A, EAE 12.2, EAE 13.3

Se consideran **sólo las situaciones persistentes y las transitorias**, no las accidentales

Se consideran las acciones **a valor de combinación** (no de cálculo).



En la comprobación de ELS los coeficientes parciales  $\gamma$  valen:  $\gamma = 1$  (acción desfavorable) o  $\gamma = 0$  (acción favorable).

Combinaciones a efectuar:


- (1) Combinación **poco probable**, de **corta duración**
- (2) Combinación de tipo **frecuente**, de corta duración, reversible
- (3) Combinación **cuasi permanente**, de **larga duración**



# (1) ELS: Combinación **característica, poco probable, de corta duración**

Empleada para estados límite irreversibles

- Todas las acciones permanentes  $G_{k,j}$  a valor característico
- Una acción variable determinante  $Q_{k,i}$  a valor característico
- Las restantes acciones variables  $Q_{k,j}$  a valor de combinación ( $\psi_{0,j}$ )

$$\sum_j \gamma_G G_{k,j} + \gamma_{Q,i} Q_{k,i} + \sum_{j \neq i} \gamma_{Q,j} \psi_{0,j} Q_{k,j} \quad \forall i$$



Repetir para todas las acciones variables determinantes ( $i$ ) si no hay una que sea evidente.

Recordar: los coeficientes parciales  $\gamma$  valen  $\gamma = 1$  o  $\gamma = 0$  según que el efecto sea desfavorable o favorable

## (2) ELS: Combinación de tipo **frecuente**, de corta duración

Empleada para estados límite reversibles

- Todas las acciones permanentes  $G_{k,j}$  a valor característico
- **Una acción** variable determinante  $Q_{k,i}$  a valor **frecuente** ( $\psi_{1,i}$ )
- Las **restantes acciones** variables  $Q_{k,j}$  a valor **casi permanente** ( $\psi_{2,j}$ )

$$\sum_j \gamma_G G_{k,j} + \gamma_{Q,i} \psi_{1,i} Q_{k,i} + \sum_{j \neq i} \gamma_{Q,j} \psi_{2,j} Q_{k,j} \quad \forall i$$


Repetir para todas las acciones variables determinantes ( $i$ ) si no hay una que sea evidente.

Recordar: los coeficientes parciales  $\gamma$  valen  $\gamma = 1$  o  $\gamma = 0$  según que el efecto sea desfavorable o favorable

### (3) ELS: Combinación **cuasi permanente**, de larga duración

- Todas las acciones permanentes  $G_{k,j}$  a valor característico
- Todas las **acciones variables**  $Q_{k,j}$  a valor **casi permanente** ( $\psi_{2,j}$ )

$$\sum_j \gamma_G G_{k,j} + \sum_j \gamma_{Q,j} \psi_{2,j} Q_{k,j}$$

Recordar: los coeficientes parciales  $\gamma$  valen  $\gamma = 1$  o  $\gamma = 0$  según que el efecto sea desfavorable o favorable



# Bases de cálculo

## Método de los estados límite

# Bases de cálculo. Estados límite - EN 1990 §3, EAE §8

## ■ Estados límite EL

Situaciones que, de ser superadas, hacen que la estructura deje de cumplir alguna de las funciones para las que se proyectó.

## ■ Debe comprobarse que la estructura no supere ningún EL para:

Todas las situaciones de proyecto, considerando:

- los valores de cálculo de las acciones  $G_d, Q_d$
- la resistencia de cálculo de los materiales  $f_{yd}$
- los datos geométricos.

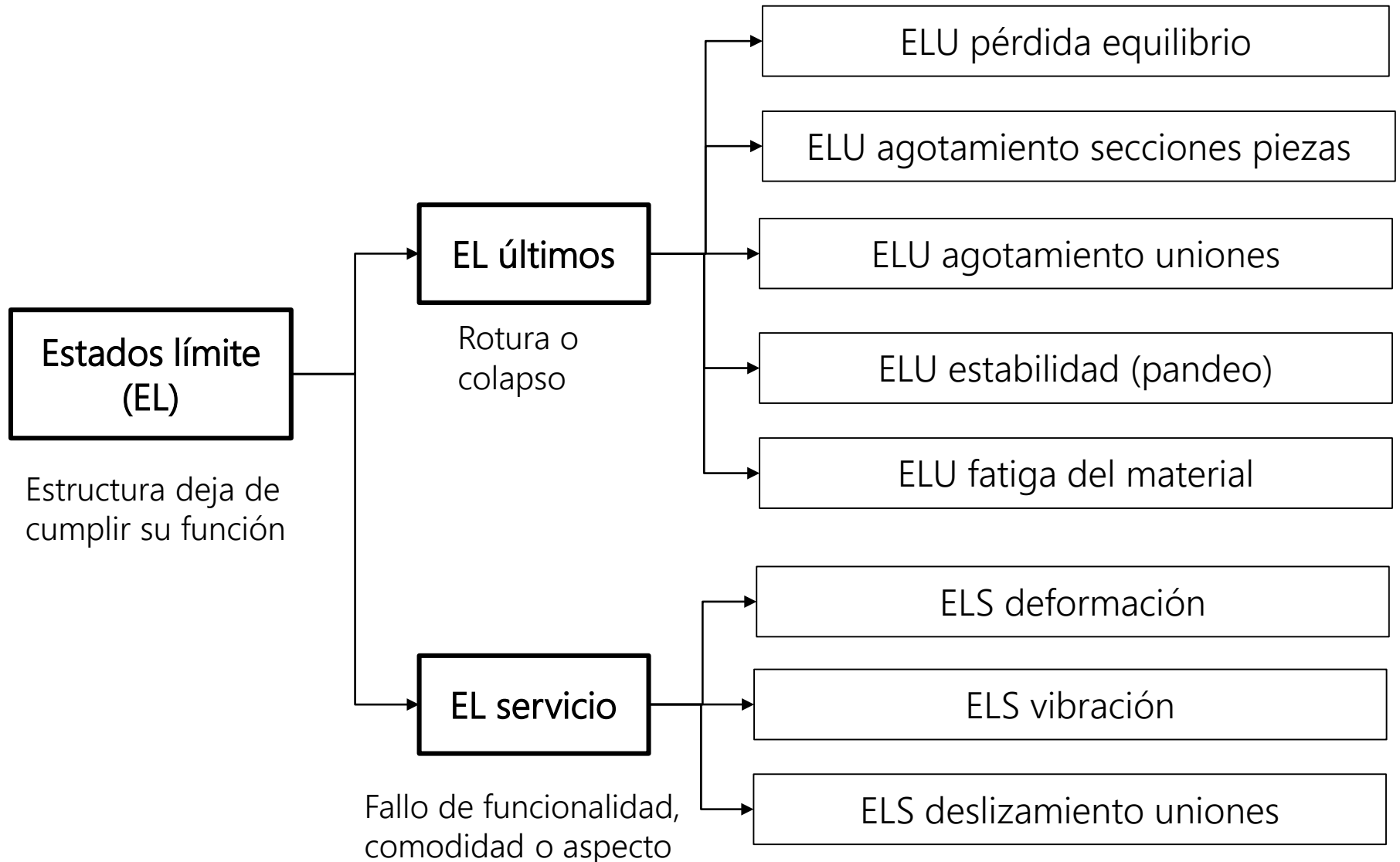
## ■ Situaciones de proyecto:

**Persistentes:** uso normal de la estructura

**Transitorias:** durante la construcción o reparación

**Accidentales:** excepcionales (seísmo, impacto)

# Estados límite



# Estados límite

- **Estados límite últimos ELU:** situaciones que, de ser superadas, producen un fallo de la estructura, por **rotura o colapso** total o parcial. EN 1990 §6.4, EAE §33-34-35
  1. Pérdida de **equilibrio** total o parcial como sólido rígido (vuelco)
  2. Agotamiento de la **resistencia de las secciones**
  3. Agotamiento de la **resistencia de las uniones**
  4. Pérdida de **estabilidad** de algún elemento o total (**pandeo**)
  5. Fallo por deterioro progresivo bajo cargas repetidas (**fatiga**)
- **Estados límites de servicio ELS:** situaciones que, de ser superadas, producen un **fallo de funcionalidad**, comodidad, durabilidad o aspecto
  - Valor excesivo de: **deformaciones**, vibraciones, deslizamiento de uniones

# (1) ELU de pérdida equilibrio - EN 1990 §6.4.2, EAE §33

Comprobar que bajo la combinación de cargas más desfavorable no se sobrepasan los límites de equilibrio: vuelco, deslizamiento...

Se debe cumplir que el efecto de las acciones **desestabilizantes** debe ser **menor** que el de las acciones **estabilizantes**, en valores de cálculo.

$$E_{d,desest} \leq E_{d,estab}$$

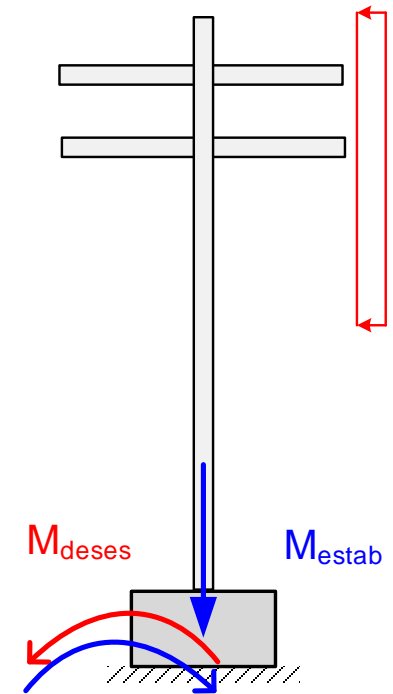
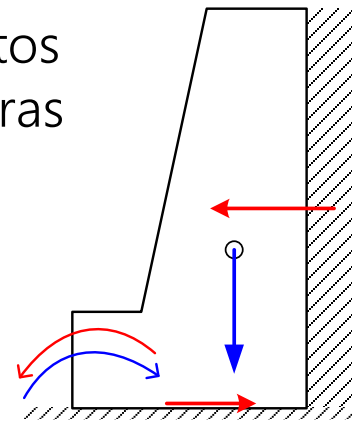
$E_{d,desest}$

Valor de cálculo de los efectos de las acciones desestabilizadoras

$E_{d,estab}$

Valor de cálculo de los efectos de las acciones estabilizadoras

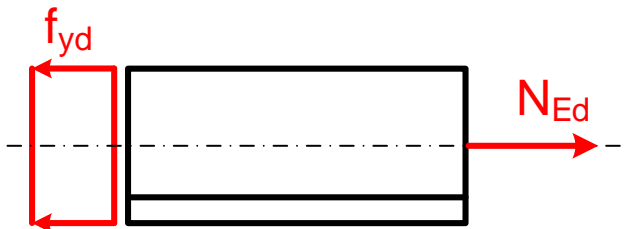
$$\Sigma M_{desest} \leq \Sigma M_{estab}$$





## (2) ELU de agotamiento de **resistencia de las secciones**

Para cualquier magnitud, **el efecto de las acciones** exteriores debe ser menor que la **resistencia** de la estructura (en valores de cálculo)

$$E_d < R_d \quad N_{Ed} \leq N_{t,Rd} = A \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$


$E_d$  **Efecto de las acciones** (valor de cálculo):  
Los esfuerzos (N, M, V) o tensiones  $\sigma$  **producidos por las acciones exteriores**

$R_d$  **Resistencia de la estructura** (valor de cálculo):  
Los esfuerzos (N, M, V) o tensiones  $\sigma$  **máximos admisibles**

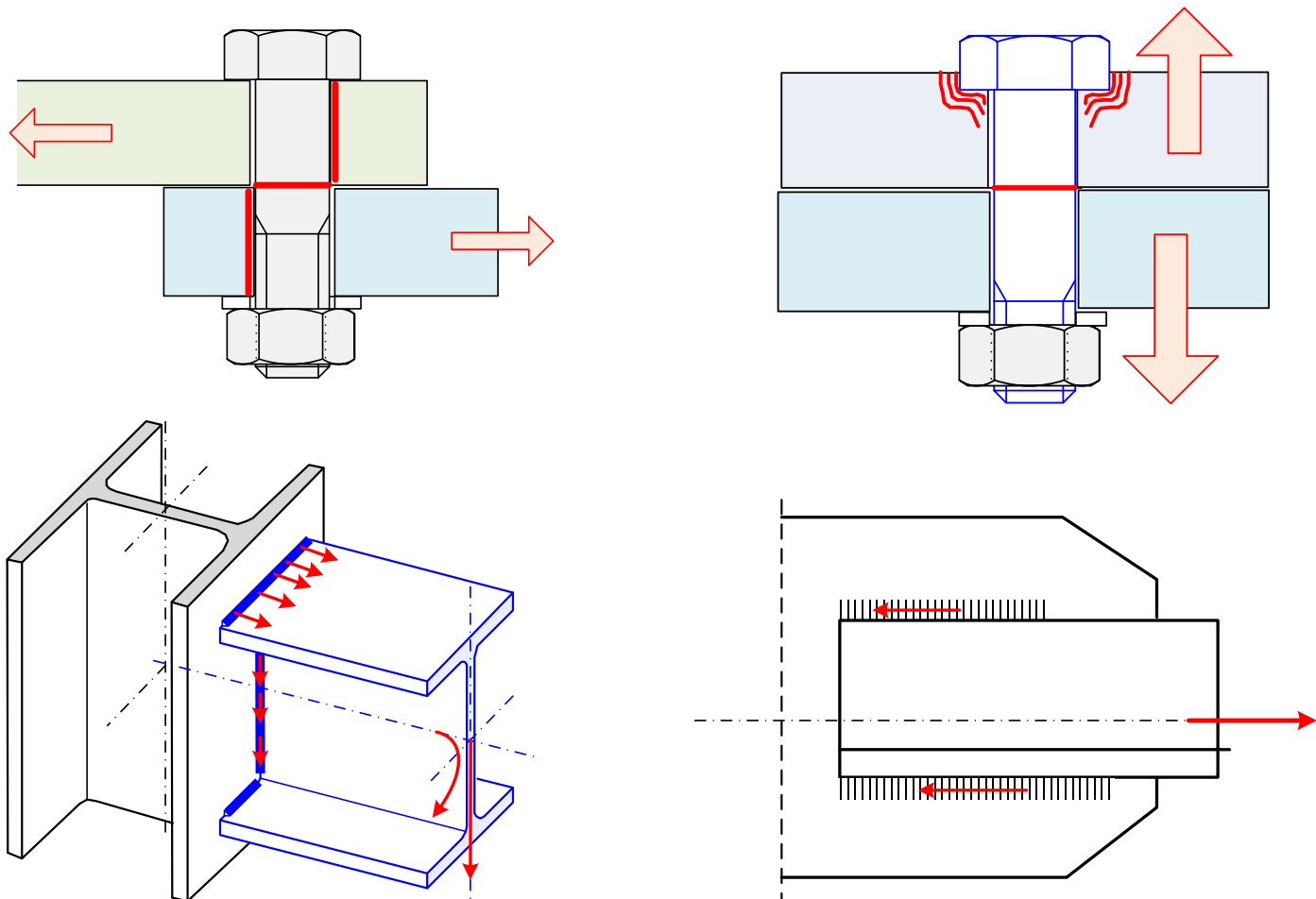
Comprobar para

Esfuerzos individuales: axial, flector, cortante, torsión.

Esfuerzos combinados: flector + cortante, axial + flector, ...

### (3) ELU de agotamiento de resistencia de las uniones

No se llega al agotamiento de la resistencia del material en ninguna unión de la estructura, bajo los esfuerzos que debe transmitir.

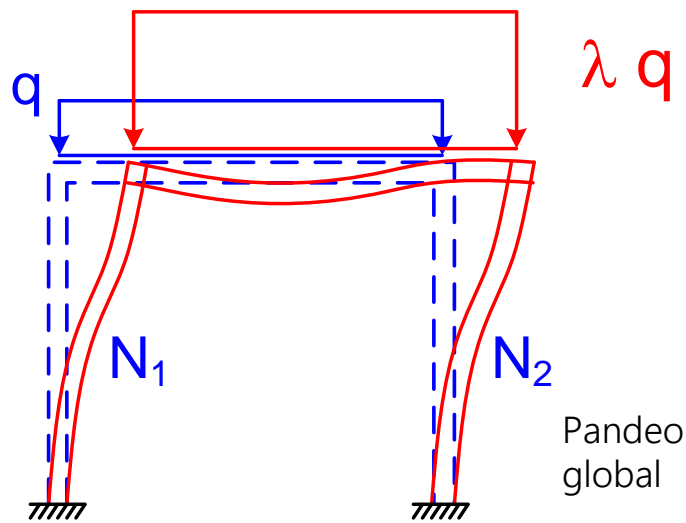


## (4) Estado límite último de estabilidad (pandeo)

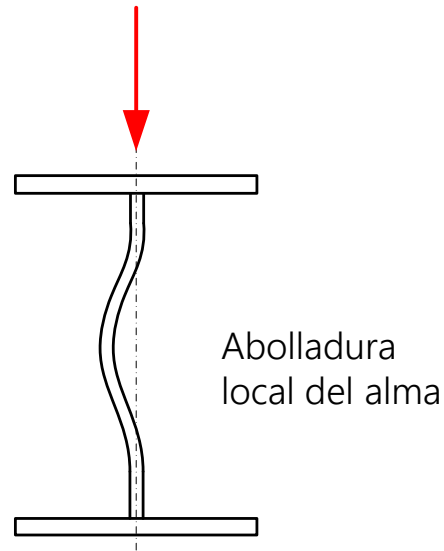
Inestabilidad: deformación incontrolada sin aumento apreciable de la fuerza aplicada

No se debe producir inestabilidad:

- A. Del **conjunto** de la estructura (pandeo global)
- B. De **una pieza** de la estructura (pandeo de pieza)
- C. De una **zona local** de una pieza (abolladura)

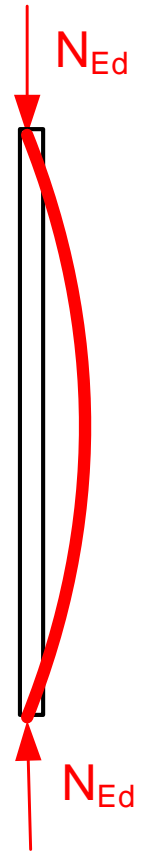


$$(\mathbf{K} + \lambda \mathbf{K}_G(N))\Phi = \mathbf{0}$$



$$N_{Ed} \leq \chi A \frac{f_y}{\gamma_{M1}}$$

Pandeo de una pieza



## Estados límite de servicio ELS - EN 1990 §6.5, EAE §8

Situaciones que, de ser superadas, producen un **fallo de funcionalidad**, comodidad, durabilidad o aspecto.

El efecto de las acciones exteriores  $E_d$ , debe ser menor que el valor límite admisible  $C_d$

$$E_d \leq C_d$$

Ejemplo:

$$\Delta_{Y,d} \leq 2 \text{ mm}$$

$E_d$  **Efecto de las acciones:**  
las deformaciones, vibraciones... producidas por los valores de cálculo de las acciones exteriores

$C_d$  **Valor límite admisible** para el efecto  
(p.e. deformación máxima)

La respuesta de la estructura (deformaciones) se obtiene por **análisis global elástico**.

# Estados límite de servicio

## Edificios:

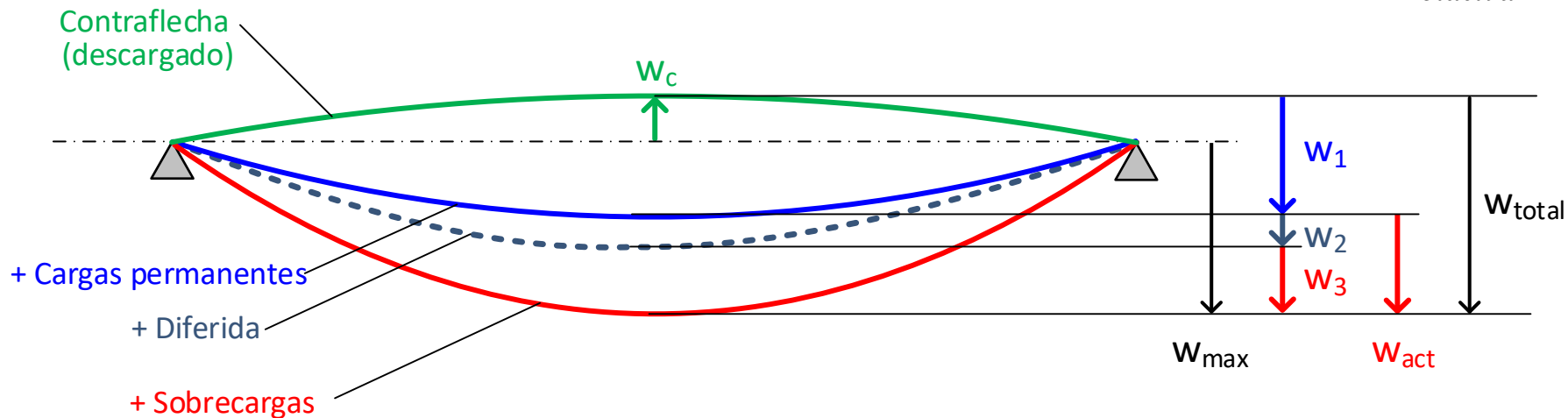
- Límites a la **deformación vertical** de los forjados y cubierta
- Límites a la **deformación lateral** de toda la estructura
- Uso público o industrial: límites a la **vibración**
- Uniones atornilladas pretensadas: límite al **deslizamiento** entre los elementos unidos

## Puentes:

- Límites a la deformación vertical de los forjados
- Límites a la deformación transversal
- Límite a la vibración
- Límite a las plastificaciones locales

# Flechas - EN 1990 A1, EAE 37.1

CTE no incluye estas definiciones. Siempre habla de  $w_{relativa}$



$w_c$ : **Contraflecha** de ejecución en taller con el elemento descargado

$w_1$ : Flecha inicial debida a todas las cargas **permanentes**

$w_2$ : Flecha **diferida** debida a las cargas permanentes (sólo estructuras mixtas)

$w_3$ : Flecha debida a las **sobrecargas**

$w_{total}$ : Flecha total  $w_{total} = w_1 + w_2 + w_3$

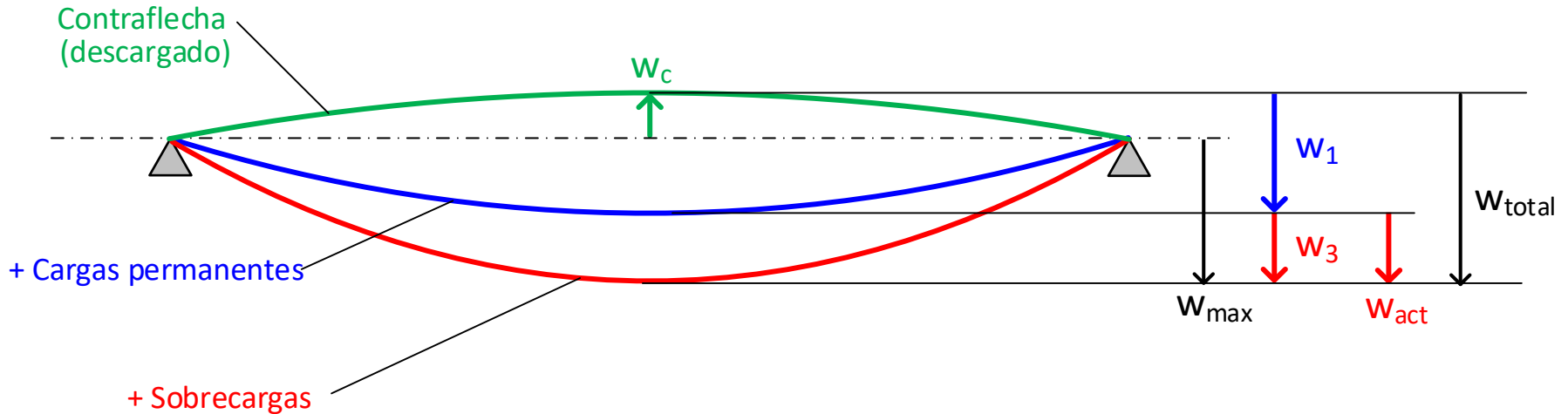
La calculada en base a todas las fuerzas exteriores, a largo plazo

$w_{max}$ : Flecha total aparente, descontando la contraflecha  $w_{max} = w_{total} - w_c$

$w_{activa}$ : Flecha activa  $w_{activa} = w_2 + w_3$

La observada después de terminar el edificio. Limitada por ELS.

# Flechas en estructuras de acero (no mixtas) $w_2 = 0$



$w_c$ : **Contraflecha** de ejecución en taller con el elemento descargado

$w_1$ : Flecha inicial debida a todas las cargas **permanentes**

$w_3$ : Flecha debida a las **sobrecargas**

$w_{total}$ : Flecha total  $w_{total} = w_1 + w_3$

La calculada en base a todas las fuerzas exteriores, a largo plazo

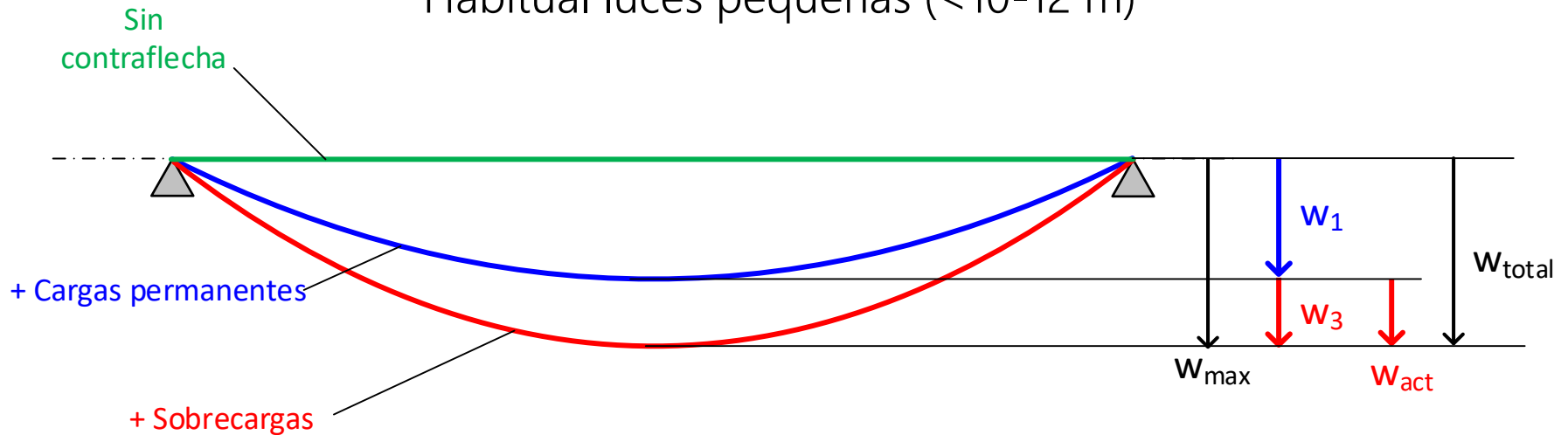
$w_{max}$ : Flecha total aparente, descontando la contraflecha  $w_{max} = w_{total} - w_c$

$w_{activa}$ : Flecha activa  $w_{activa} = w_3$

La observada después de terminar el edificio. Limitada por ELS.

# Flechas en estructuras de acero sin contraflecha

Habitual luces pequeñas (<10-12 m)



$w_1$ : Flecha inicial debida a todas las cargas permanentes

$w_3$ : Flecha debida a las sobrecargas

$w_{total}$ : Flecha total  $w_{total} = w_1 + w_3$

La calculada en base a todas las fuerzas exteriores, a largo plazo

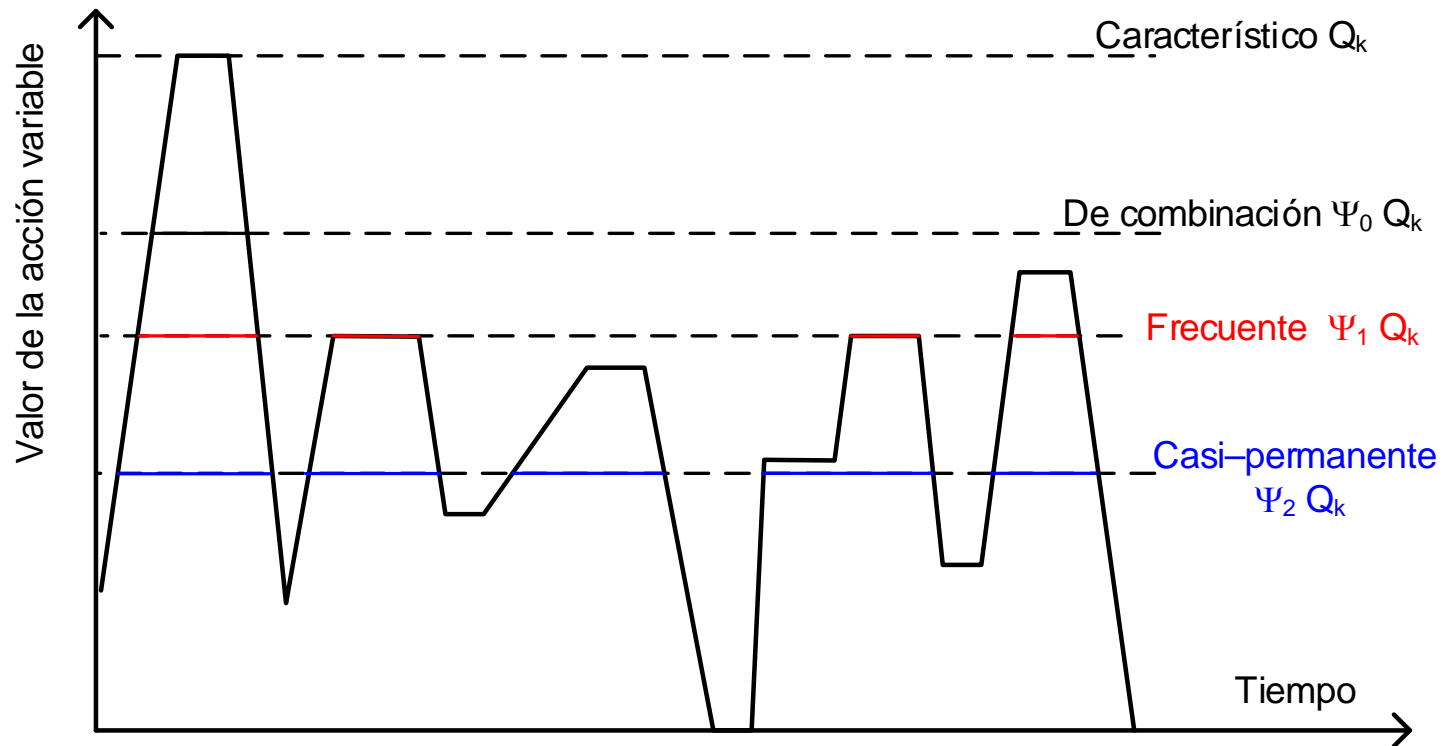
$w_{max}$ : Flecha total aparente, descontando la contraflecha  $w_{max} = w_{total}$

$w_{activa}$ : Flecha activa  $w_{activa} = w_3$

La observada después de terminar el edificio. Limitada por ELS.



# Valores de las acciones variables



**Valor de combinación  $\psi_0 Q_{k,j}$ :** el valor cuando actúa simultáneamente con otra acción cuya intensidad sea máxima:

**Valor frecuente  $\psi_1 Q_{k,i}$ :** sólo es sobrepasado en periodos de corta duración (1%).

**Valor cuasi-permanente  $\psi_2 Q_{k,j}$ :** es sobrepasado en una gran parte de la vida de la estructura (50%).

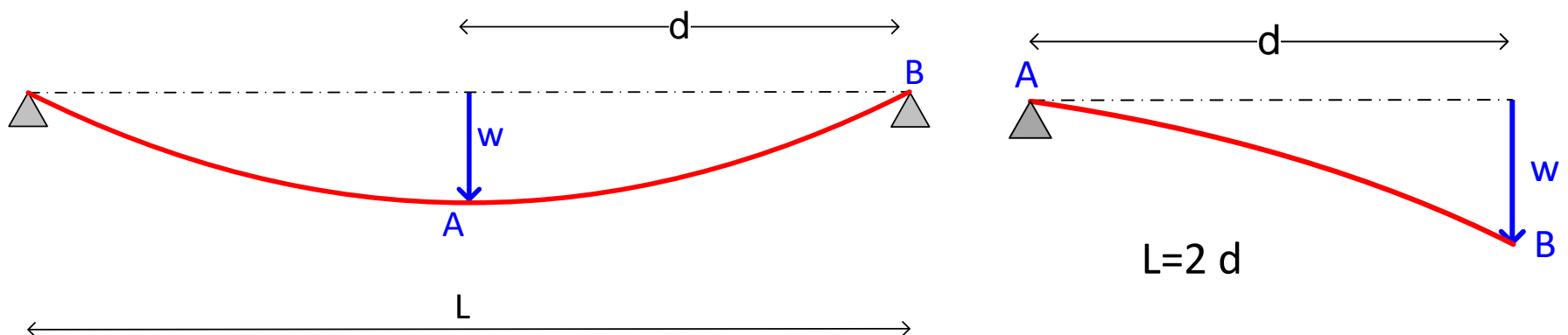
# Límites de deformaciones verticales en edificios

AN/EN 1993-1-1 §7 y EAE 37.2.1 se refieren al CTE SE 4.3.3.1.

Limitaciones para:

1. Proteger los **elementos no estructurales frágiles**, sensibles a la deformación
2. **Confort** de los usuarios y **funcionamiento** de los equipos
3. **Apariencia** general de la construcción

La limitación de flecha debe verificarse entre dos puntos cualesquiera de la planta, tomando como luz el doble de la distancia entre ellos.





## 2. Límites de deformaciones verticales en edificios por el confort de los usuarios o funcionamiento de equipos

Ante cualquier combinación **característica** ( $\gamma = 0$  o  $\gamma = 1$ ) sólo con las **acciones variables de corta duración**, reversible

La flecha activa ( $w_{act} = w_2 + w_3$ ) instantánea debe ser menor que  $L/350$

2.A

$$w_{act} = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Determinante}}}{w(Q_{k,i})} + \sum_{j \neq i} \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Valor de combinación}}}{\psi_{0,j}} w(Q_{k,j}) \quad \forall i$$

Repetir para todas las acciones variables determinantes

Regla habitual: el 30% de la sobrecarga variable no lo es realmente (es de larga duración).  
 Sólo se considera la parte de corta duración (70%) de la sobrecarga variable  $Q_k \rightarrow 0.70 Q_k$

2.B

$$w_{act} = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Determinante. Valor frecuente de corta duración (<1\%)}}}{\psi_{1,i}} w(Q_{k,i}) + \sum_{j \neq i} \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Valor casi-permanente}}}{\psi_{2,j}} w(Q_{k,j}) \quad \forall i$$

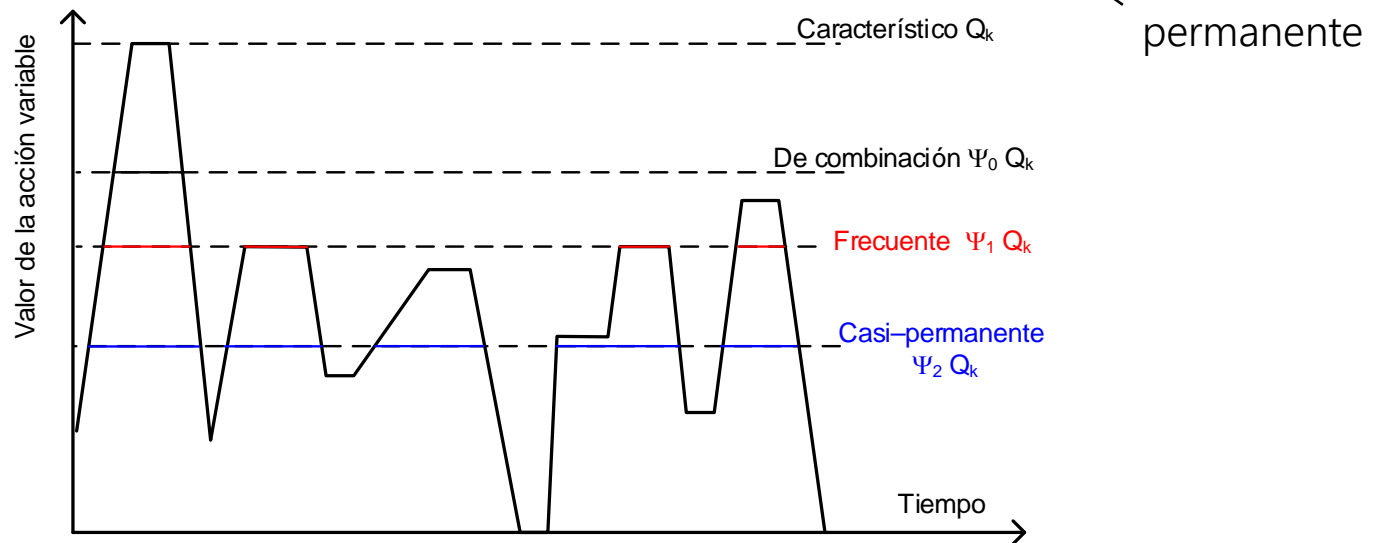
Repetir para todas las acciones variables determinantes

### 3. Límites de deformaciones verticales en edificios por su aparición

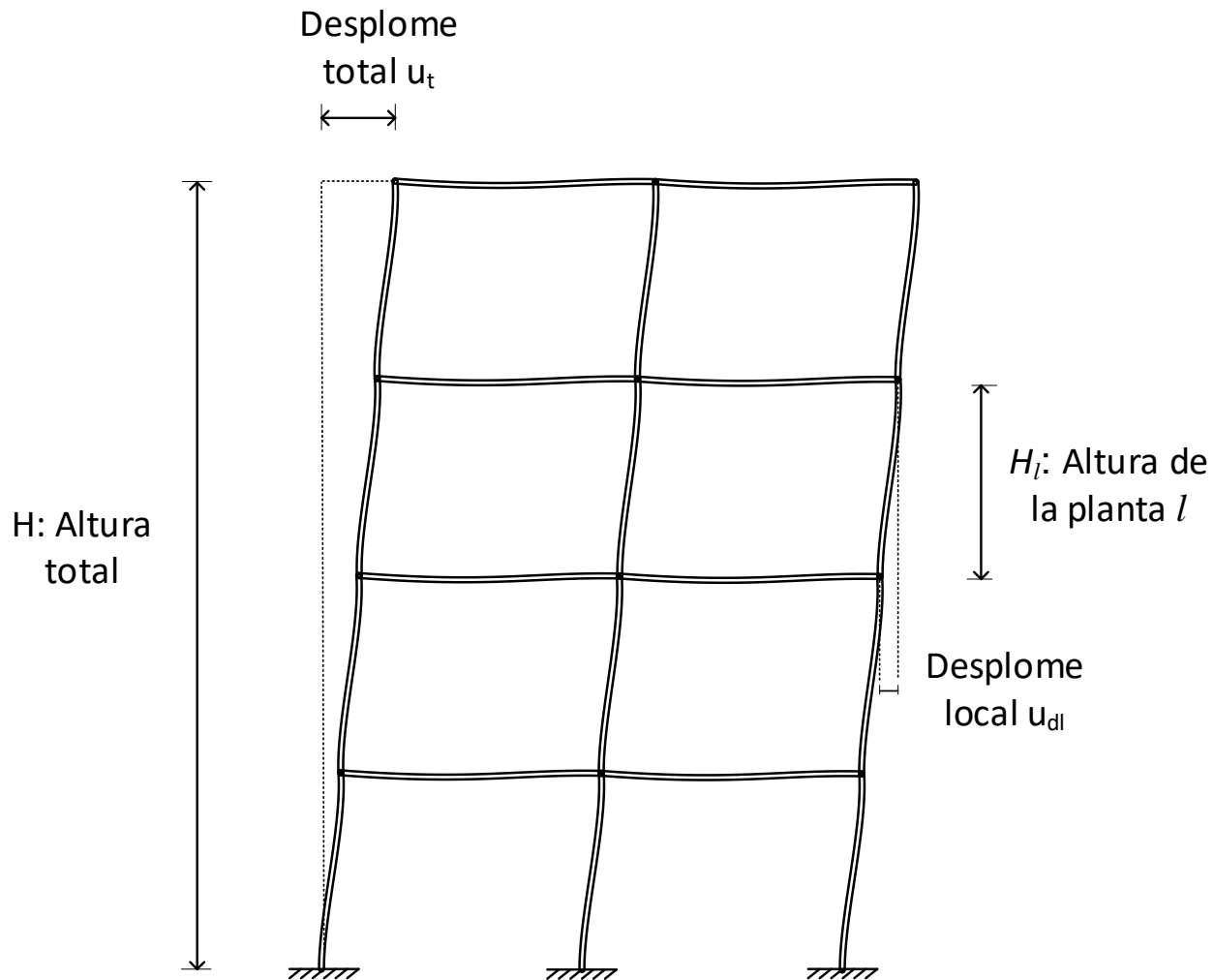
Ante cualquier combinación de **acciones de larga duración**, a valor **casi permanente**, con valores característicos ( $\gamma = 0$  o  $\gamma = 1$ )

La flecha máxima  $w_{max}$  debe ser menor que  $L/300$

$$w_{max} = \sum_j w(G_{k,j}) + \sum_j \psi_{2,j} w(Q_{k,j})$$



# Límites de deformaciones horizontales en edificios



# Límites de deformaciones horizontales en edificios

AN/EN 1993-1-1 §7 y EAE 37.2.2 se refieren al CTE SE 4.3.3.2.

## 1. Por integridad de los elementos constructivos (tabiques, cerramientos):

Ante cualquier combinación de acciones **característica**:

a. Desplome total  $u_t < H/500$      $H$ : altura total del edificio

b. Desplome local  $u_{dl} < H_l/250$      $H_l$ : altura de la planta  $l$

$$u = \sum_j u(G_{k,j}) + u(Q_{k,i}) + \sum_{j \neq i} \psi_{0,j} u(Q_{k,j}) \quad \forall i$$

## 2. Por apariencia:

Ante cualquier combinación de acciones **casi permanente**, el desplome relativo (confuso) es menor que 1/250. Es el local:  $u_{dl} < H_l/250$

$$u_{dl} = \sum_j u(G_{k,j}) + \sum_j \psi_{2,j} u(Q_{k,j})$$

Comprobar en dos direcciones ortogonales

## Límite de vibraciones en edificios - DB-SE 4.3.4

1. Comportamiento dinámico adecuado: las frecuencias propias se deben alejar suficientemente de las frecuencias de excitación.
2. Cálculo de las frecuencias propias: tener en cuenta las contribuciones de cerramientos, tabiquerías, revestimientos, solados,...
3. Si las vibraciones pueden producir el colapso de la estructura portante (por fenómenos de resonancia, o por fatiga) se tendrá en cuenta en la verificación de la capacidad resistente
4. Una planta de piso susceptible de sufrir vibraciones por efecto rítmico de las personas es suficientemente rígida, si la **frecuencia propia es mayor** de:
  - a. 8 Hz, en gimnasios y polideportivos
  - b. 7 Hz en salas de fiesta y locales de concurrencia pública sin asientos fijos
  - c. 3.4 Hz en locales de espectáculos con asientos fijos
  - d. 3 Hz en oficinas, centros comerciales (recomendación EAE)



# Limitaciones en puentes y pasarelas - EAE 38.3

## Límites de deformaciones

Para el valor frecuente de las sobrecargas  $\Psi_1$  ( $\approx 50\%$  del total):

Puentes de carretera:  $< L/1000$

Puentes urbanos con aceras:  $< L/1200$

Pasarelas:  $< L/1200$

## Límites de vibraciones

Puentes de carretera: no suelen necesitar comprobación si se cumple  $w < L/1000$

Puentes urbanos con aceras:

Máxima aceleración vertical: 0.5 a 1  $m/s^2$ . Inaceptable 2  $m/s^2$ .

Máxima aceleración horizontal: 0.1 a 0.3  $m/s^2$ . Inaceptable 0.8  $m/s^2$ .

Pasarelas:

Rango crítico para las frecuencias propias de oscilación vertical, debido a peatones andando o corriendo suave: 1.25 a 2.4 Hz (primera frecuencia).

Segundo armónico: 2.5 a 4.6 Hz (fuerza excitación pequeña).

Rango crítico para oscilaciones horizontales o de torsión: 0.50 a 1.20 Hz.

## Estado límite de plastificaciones locales

A veces interesa limitar el nivel de tensiones en los perfiles de acero para garantizar una respuesta lineal, evitar la acumulación de deformaciones plásticas bajo cargas repetitivas o limitar la histéresis.

No es necesario comprobarlo en estructuras sometidas a cargas estáticas o formadas por secciones clase 3 o 4.

Es necesario comprobarlo en:

- a) Estructuras sometidas a cargas repetitivas (vigas carril, puentes)
- b) Elementos de responsabilidad, con detalles complejos donde puedan aparecer concentraciones de tensiones (cargas concentradas, cambios bruscos de sección, nudos de celosías, anclajes...)

Comprobar: para la combinación poco probable de acciones más desfavorable

$$\sigma_{Ed,ser} \leq f_y \quad \tau_{Ed,ser} \leq \frac{f_y}{\sqrt{3}} \quad \sigma_{comp,Ed,ser} = \sqrt{\sigma_{Ed}^2 + 3 \tau_{Ed}^2} \leq f_y$$

Para la combinación frecuente de sobrecargas más desfavorable: mismas comprobaciones anteriores con límite  $1.5 f_y$



# Materiales para estructuras en acero

Aceros para perfiles estructurales y chapas

Aceros para tornillería

Material de aporte para soldadura

Recubrimientos de protección

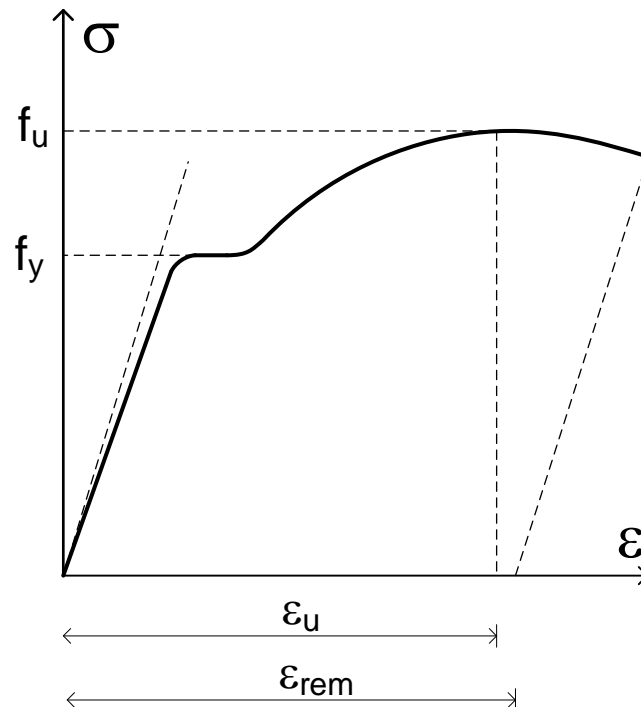
# Aceros para perfiles estructurales y chapas

- A. Aceros no aleados laminados en caliente (los únicos en el CTE)
- B. Aceros con características especiales:
  - De grano fino, soldables, en estado normalizado (N)
  - Idem. con laminación termomecánica (M)
  - Resistencia mejorada a la corrosión atmosférica (W)
  - Otros: templados (Q), especiales
- Características generales:
  - Buena ductilidad
  - Buena soldabilidad
  - Aptitud al doblado

# Aceros estructurales - Características generales

- Límite elástico  $f_y$
- Deformación unitaria para el límite elástico  $\epsilon_y = 0.002 + \frac{f_y}{E}$      $\epsilon_y \approx 0.003$
- Resistencia a la tracción  $f_u > 1.10 f_y$  <sup>(1)</sup>
- Deformación unitaria para la resistencia a la tracción  $\epsilon_u > 15 \epsilon_y$
- Deformación unitaria remanente de rotura  $\epsilon_{rem} > 15\%$

(1) El CTE pide 1.2



# Designación de aceros para perfiles estructurales y chapas

- Normalizados según UNE-EN 10025-2 a UNE-EN 10025-6
- Designación: **S NNN** XX Y

NNN: clase de acero (limite elástico  $f_y$  en MPa=N/mm<sup>2</sup>)

NNN: 235, 275, 355, 420, 450, 460

XX: características de resiliencia

XX: JR, J0, J2, K2

Soldabilidad creciente JR → K2

Y: características físicas

M (laminación termomecánica)

L (bajas temperaturas)

N (Normalizado)

W (autopatinable, resistente a la corrosión atmosférica)

No son posibles todas las combinaciones, ni existen todos comercialmente en todas las formas.

Temp.	>27 J	> 40 J
20 °C	JR	KR
0 °C	J0	K0
-20 °C	J2	K2

# Aceros no aleados de uso general en construcción

Designación EN 10025-2	Límite elástico $f_y$ (MPa)		Resistencia a la tracción $f_u$ (MPa)	
	$t < 40$ mm	$40 < t < 80$	$t < 40$ mm	$40 < t < 80$
S 235	235	215	360	360
S 275	275	255	430	410
S 355	355	335	510	470
S 450 <sup>(1)</sup>	440	410	550	550

Son los únicos incluidos en el CTE.

(1) No incluido en EAE

Valores de  $f_u$  según AN / EN 1993-1-1.

(1) Difícil de encontrar comercialmente

Grados de resiliencia.

Grado EN 10025-2	Temperatura de ensayo	Resiliencia (J) $t < 150$ mm
JR	+20°	27
J0	0°	27
J2	-20°	27
K2	-20°	40

## Aceros de grano fino con laminación termomecánica (M)

Laminación en la que la deformación final se hace en unas condiciones de temperatura controlada, que produce una microestructura de grano más fino, mejores valores de resiliencia y soldabilidad.

Permite alcanzar mayores límites elásticos (420, 460)

Designación EN 10025-4	Límite elástico $f_y$ (MPa)		Resistencia a la tracción $f_u$ (MPa)		Resiliencia	
	t < 40 mm	40 < t < 80	t < 40 mm	40 < t < 80	Temp.	J
S 275 M <sup>(1)</sup>	275	255	370	360	-20°	40
S 355 M	355	335	470	450	-20°	40
S 355 ML					-50°	27
S 420 M	420	390	520	500	-20°	40
S 420 ML					-50	27
S 460 M	460	430	540	530	-20°	40
S 460 ML					-50°	27

(1) Poco habitual en perfiles con laminación termomecánica

Valores de  $f_u$  según AN / EN 1993-1-1.



# Aceros de grano fino en condición de normalizado (N)

Laminación en la que la deformación final se hace en unas condiciones de temperatura que producen un estado equivalente a la normalización.

Muy habituales en chapas. Menos habituales en perfiles

Designación EN 10025-3	Límite elástico $f_y$ (MPa)		Resistencia a la tracción $f_u$ (MPa)		Resiliencia	
	t < 40 mm	40 < t < 80	t < 40 mm	40 < t < 80	Temp.	J
S 275 N	275	255	390	370	-20°	40
S 355 N	355	335	490	470	-20°	40
S 355 NL					-50°	27
S 420 N	420	390	520	520	-20°	40
S 420 NL					-50	27
S 460 N	460	430	540	540	-20°	40
S 460 NL					-50°	27

Valores de  $f_u$  según AN / EN 1993-1-1.

## Otros aceros

Aceros con resistencia mejorada a la corrosión atmosférica (W)

Designación EN 10025-5	Límite elástico $f_y$ (MPa)		Resistencia a la tracción $f_u$ (MPa)		Resiliencia	
	t<40 mm	40<t<80	t<40 mm	40<t<80	Temp.	J
S 235 J0 W	235	215	360	340	0°	27
S 235 J2 W					-20°	27
S 355 J0 W	355	335	510	490	0°	27
S 355 J2 W					-20°	27
S 355 K2 W					-20°	40

Acero de alto límite elástico, templado y revenido (Q) Sólo para piezas especiales (no perfiles)

Designación EN 10025-6	Límite elástico $f_y$ (MPa)		Resistencia a la tracción $f_u$ (MPa)		Resiliencia	
	t<40 mm	40<t<80	t<40 mm	40<t<80	Temp.	J
S 460 Q	460	440	570	550	-20°	L:30, T:27

Valores de  $f_u$  según AN / EN 1993-1-1.

# Propiedades físicas del acero para el proyecto

Módulo de elasticidad:  $E = 210 \text{ GPa} = 210000 \text{ N/mm}^2$

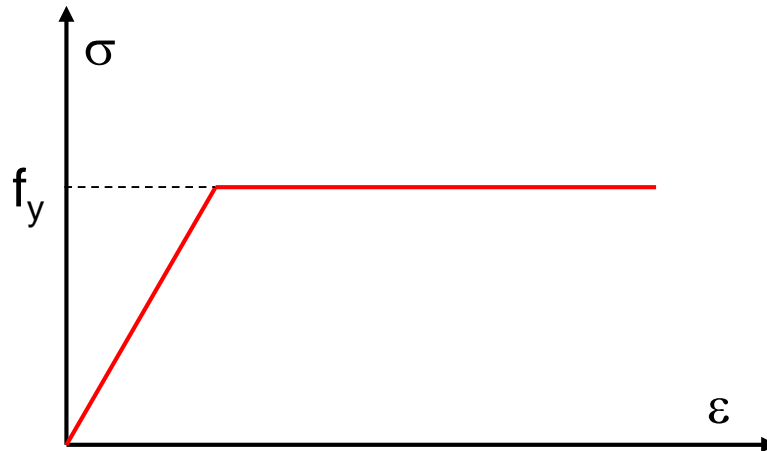
Módulo de Poisson:  $\nu = 0.3$

Módulo de cortadura:  $G = \frac{E}{2(1+\nu)} = 81 \text{ GPa} = 81000 \text{ N/mm}^2$

Coefficiente de dilatación lineal:  $\alpha = 1.2 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

Densidad  $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$

Modelo tensión – deformación unitaria: elástico – plástico perfecto. Igual en tracción y compresión.



# Resistencia de cálculo del acero

**Resistencia de cálculo** : cociente del valor característico ( $k$ ) de una propiedad del material y el coeficiente parcial de seguridad para la resistencia ( $\gamma_M$ )

$$R_d = \frac{R_k}{\gamma_M}$$

Normativa: AN/UNE-EN 1993-1-1 §2.4.3, EAE 15

A. Resistencia de cálculo para la **resistencia a rotura de las secciones**

$$f_{yd} = \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

Coeficiente parcial de seguridad para la resistencia de las secciones:  $\gamma_{M0} = 1.05$

B. Resistencia de cálculo frente a la **inestabilidad (pandeo)**:

$$f_{yd} = \frac{f_y}{\gamma_{M1}}$$

Coeficiente parcial de seguridad frente a la inestabilidad:  $\gamma_{M1} = 1.05$

## Resistencia de cálculo del acero

C. Resistencia de cálculo a la rotura de las secciones (límite último):

$$f_{ud} = \frac{f_u}{\gamma_{M2}}$$

Coeficiente parcial de seguridad para la resistencia a la rotura de las secciones

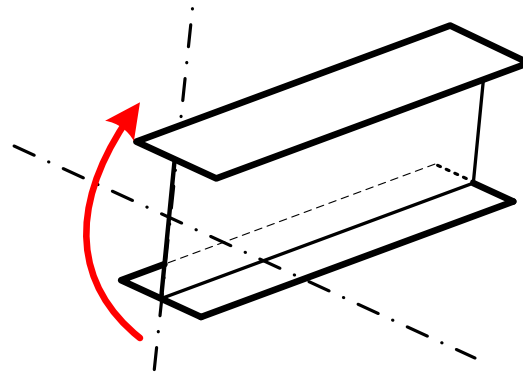
$$\gamma_{M2} = 1.25$$

D. Resistencia de cálculo a la rotura de las uniones (límite último):

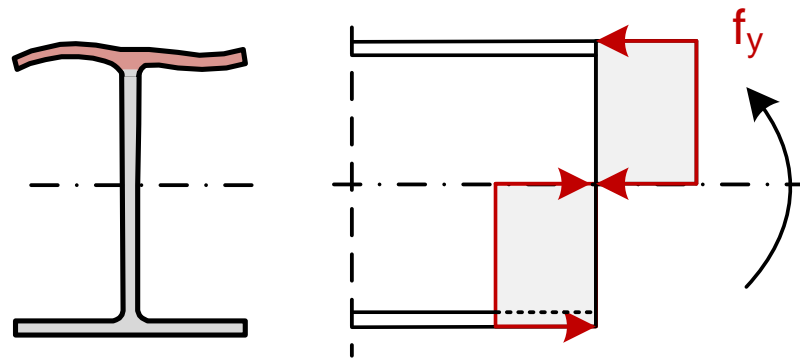
$$f_{ud} = \frac{f_{ub}}{\gamma_{M2}}$$

Coeficiente parcial de seguridad para la resistencia a la rotura de las uniones

$$\gamma_{M2} = 1.25$$

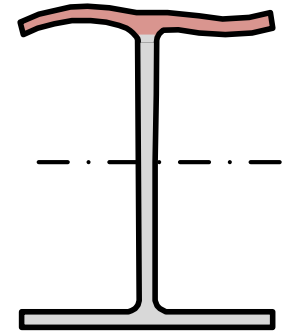


## Clases de secciones de perfiles de acero



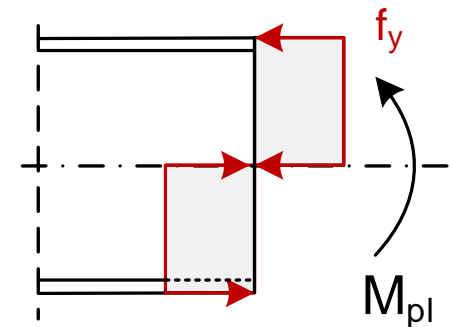
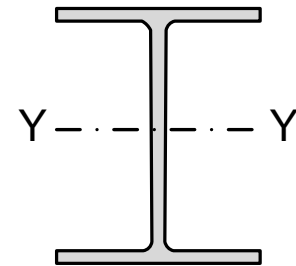
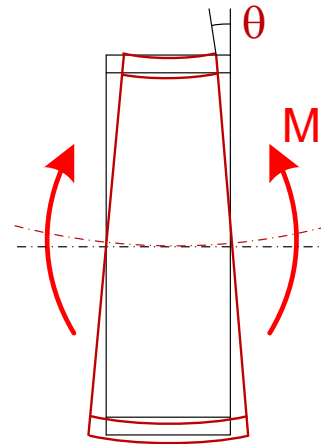
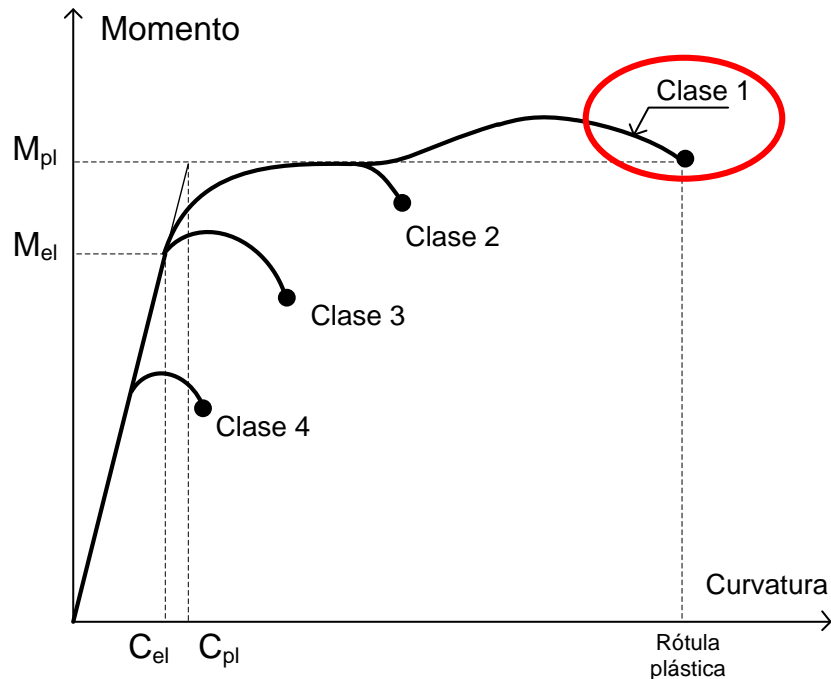
# Comportamiento de las secciones de perfiles de acero

- Normas actuales (EC3) permiten trabajar en régimen plástico (mayor aprovechamiento del acero)
- Perfil formado por chapas planas, sometido a flexión y esfuerzo axial: dos fenómenos condicionan su comportamiento
  - a) **Plastificación** total o parcial
  - b) **Abolladura** (inestabilidad local) en las zonas comprimidas
- Influyen sobre:
  - Su **resistencia**: capacidad para absorber el momento elástico o plástico.
  - Su **capacidad de rotación**: alcanzar una curvatura suficiente para poder estudiarla con métodos plásticos.
- En función de estos dos parámetros de comportamiento, las secciones transversales de los perfiles se clasifican en 4 tipos.
- Normativa: EN 1993-1-1 §5.5, EAE 20



# Secciones clase 1 (plásticas)

Alcanzan su momento plástico (**plastificación total**) sin producirse abolladura. Permiten la formación de una rótula plástica con capacidad de giro suficiente para permitir el cálculo plástico de los esfuerzos en la estructura.

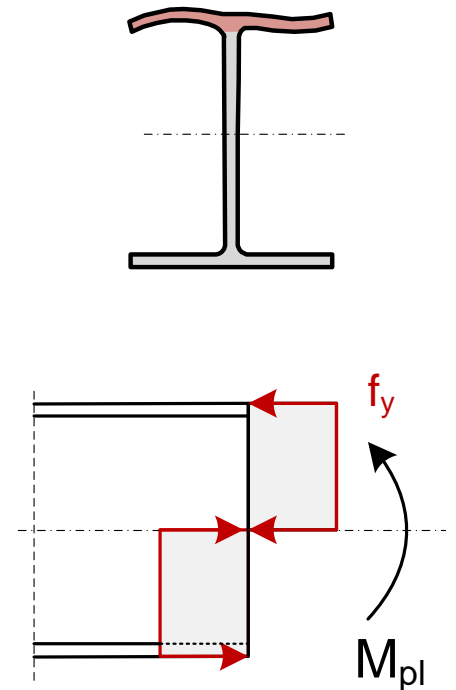
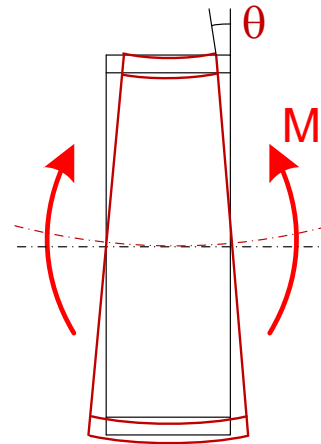
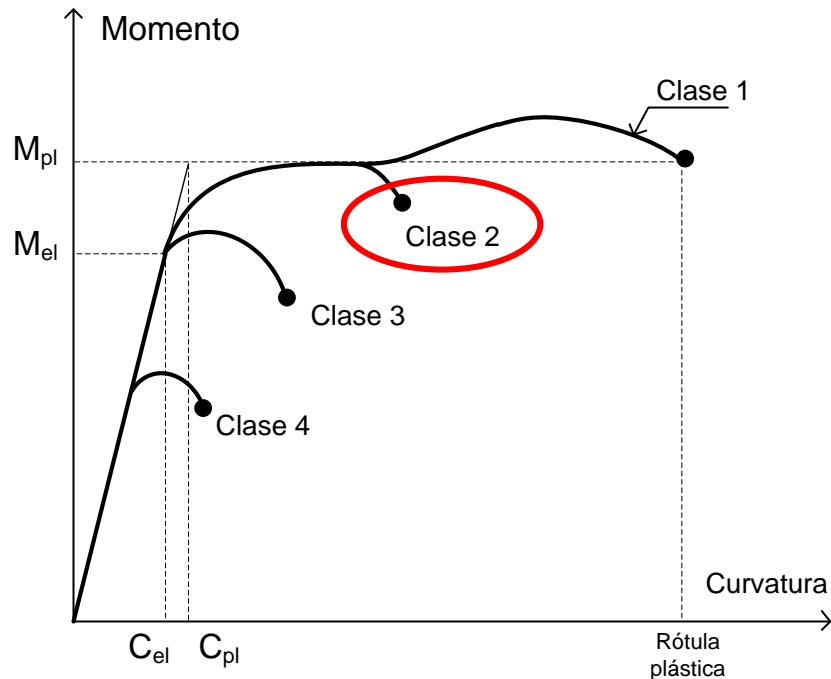


$$M_{Rd} \equiv M_{pl} = W_{pl} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$



# Secciones clase 2 (compactas)

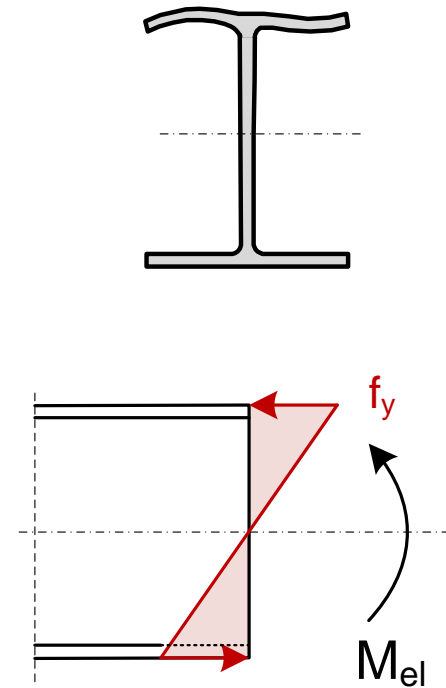
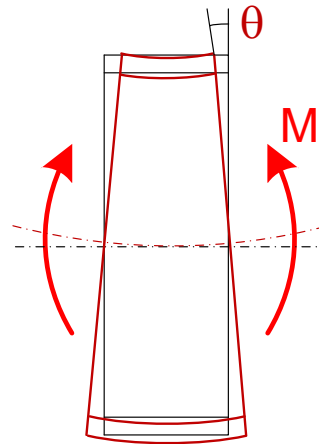
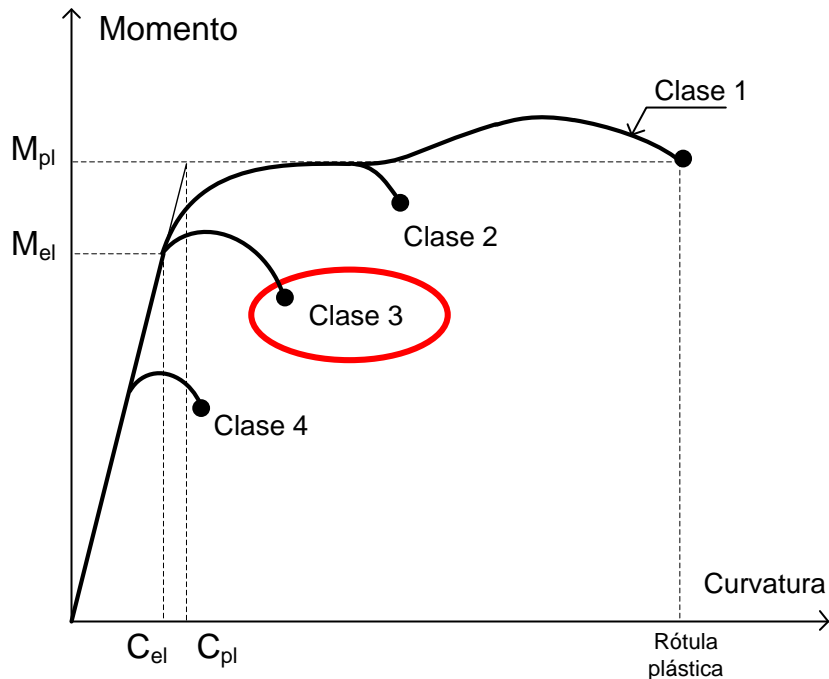
Alcanzan su momento plástico (**plastificación total**): se forma la rótula plástica pero **la abolladura limita su capacidad de giro**, que es insuficiente para permitir el cálculo plástico de los esfuerzos en la estructura.



$$M_{Rd} \equiv M_{pl} = W_{pl} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

# Secciones clase 3 (semicomcompactas - elásticas)

La tensión en la fibra más comprimida (calculada de forma elástica) puede alcanzar el límite elástico  $f_y$ , pero la abolladura local impide alcanzar las deformaciones necesarias para absorber el momento plástico.

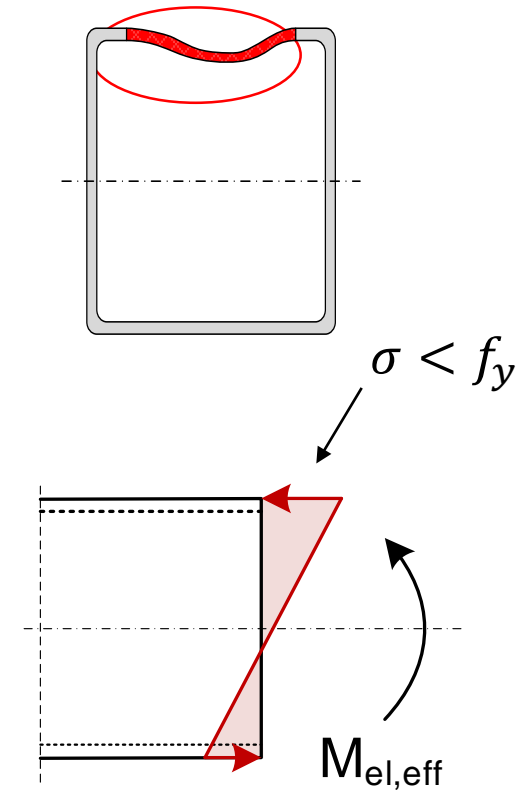
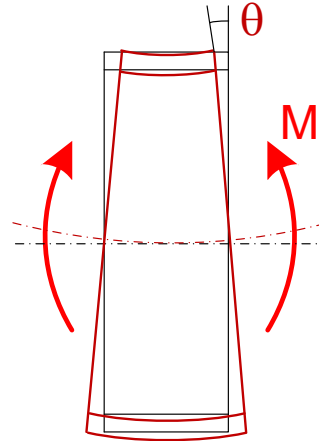
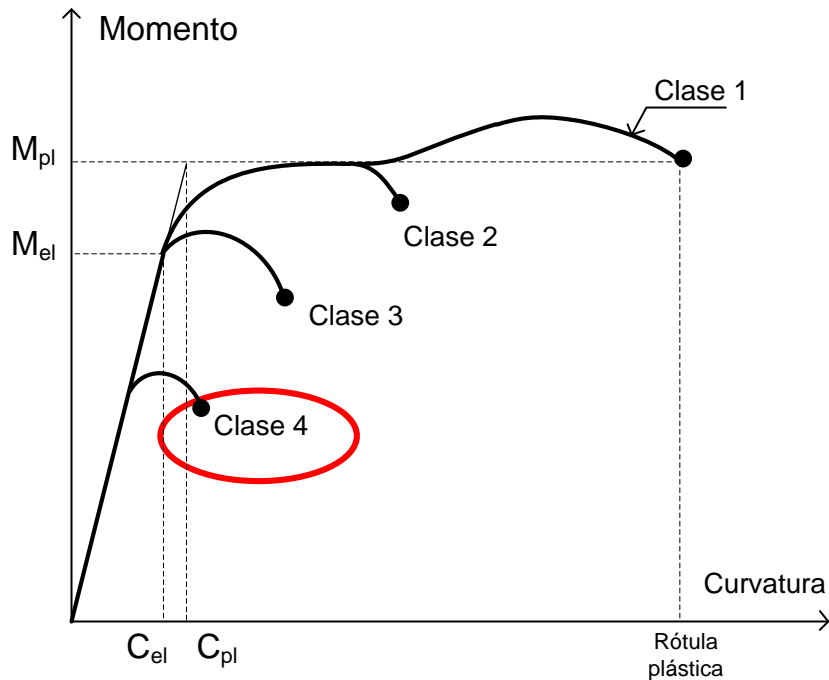


$$M_{Rd} \equiv M_{el} = W_{el,min} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

# Secciones clase 4 (esbeltas)

Se produce una abolladura local de las chapas comprimidas antes de alcanzarse el límite elástico  $f_y$  en la fibra más comprimida. La zona abollada no trabaja. Perfiles en frío y perfiles de chapa soldada (armados)

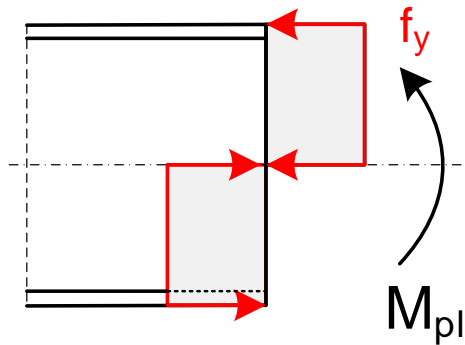
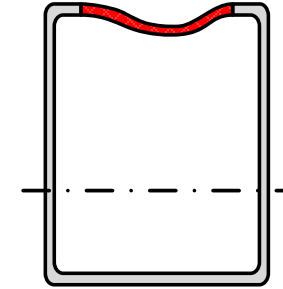
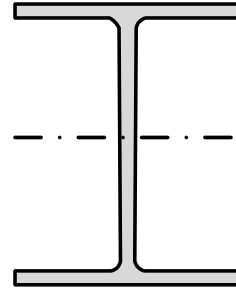
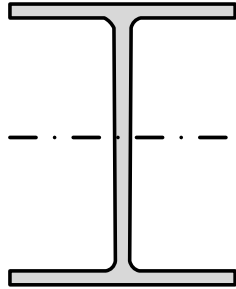
No se alcanza el momento elástico.



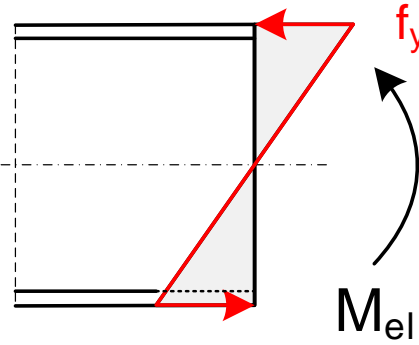
$$M_{Rd} \equiv M_{el,eff} = W_{eff,min} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

$$W_{eff} < W_{el}$$

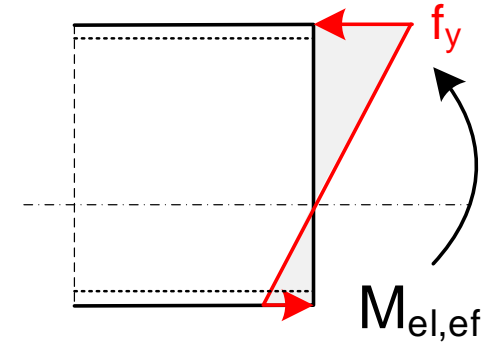
# Resumen



Clases 1 y 2



Clase 3



Clase 4

$$M_{Rd} \equiv M_{pl} = W_{pl} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

$$M_{Rd} \equiv M_{el} = W_{el,min} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

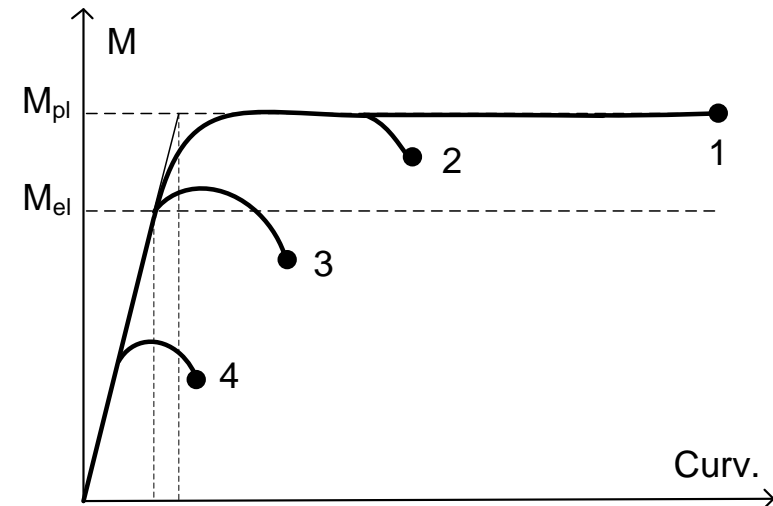
$$M_{Rd} \equiv M_{el,ef} < M_{el}$$

En perfiles I,H normalizados:  $M_{pl} > M_{el}$

IPE 300  $W_{pl} = 628 \text{ cm}^3$   
 $W_{el} = 557 \text{ cm}^3$

# Métodos de cálculo según la clase de sección

Clase	Resistencia de cálculo la sección	Capacidad de rotación de la sección	Método de análisis de la estructura
1	Plástica	Importante	Plástico (1) o elástico
2	Plástica	Limitada	Elástico
3	Elástica	Ninguna	Elástico
4	Elástica con sección reducida	Ninguna	Elástico con rigidez reducida



(1): Para el análisis global plástico se requiere una buena capacidad de rotación en las rótulas: todas las secciones donde se puedan formar rótulas plásticas deben ser clase 1, etc.  
Ver EAE 20.5 y EN 1993-1-1 §5.4 y §5.6

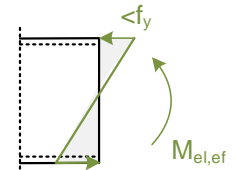
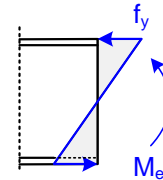
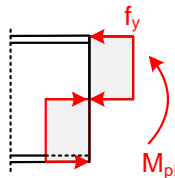
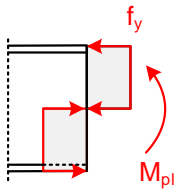
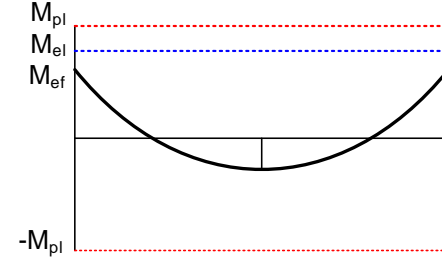
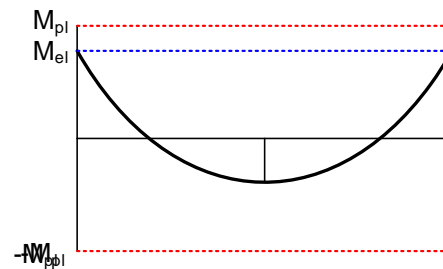
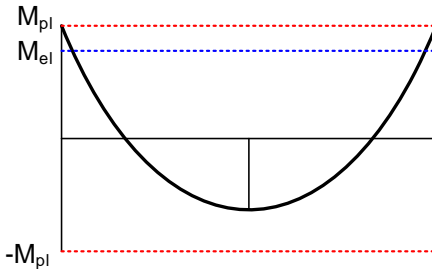
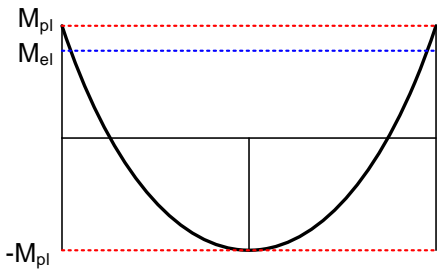
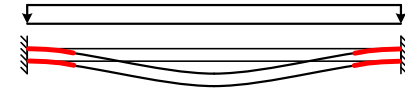
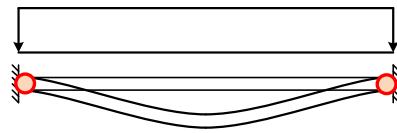
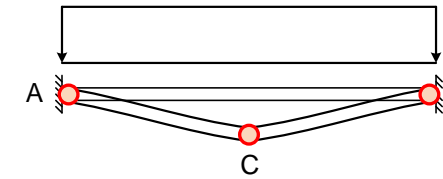
# Métodos de cálculo según la clase de sección

Clase 1

Clase 2

Clase 3

Clase 4



$$M_C = M_A = M_{pl}$$

$$M_A = M_{pl}$$

$$M_A = \frac{q_3 L^2}{12}$$

$$M_A = M_{el,ef}$$

$$\frac{q_1 L^2}{16} \leq M_{pl}$$

$$\frac{q_2 L^2}{12} \leq M_{pl}$$

$$\frac{q_3 L^2}{12} \leq M_{el}$$

$$\frac{q_4 L^2}{12} \leq M_{el,ef}$$

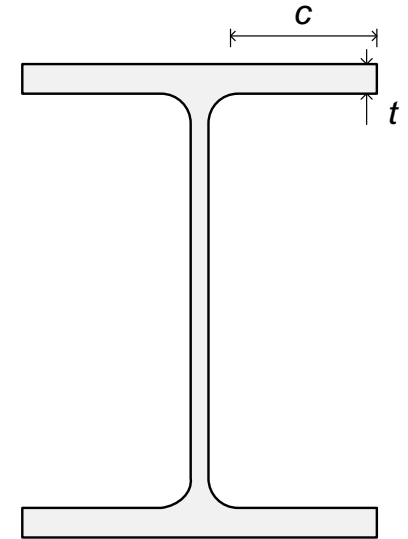
$$M_C = qL^2/8 - M_{pl}$$

$$M_C = qL^2/24$$

# Clase de una sección formada por varias chapas

Para cada chapa depende de:

- Su esbeltez  $\frac{\text{longitud}}{\text{espesor}} = \frac{c}{t}$
- Sujeción de sus extremos
- Estado de tensiones (uniforme, lineal)
- Límite elástico del acero (parámetro  $\epsilon$ )



$$\epsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}}$$

$f_y$ (N/mm <sup>2</sup> )	235	275	355	420	460
$\epsilon$	1	0.92	0.81	0.75	0.71

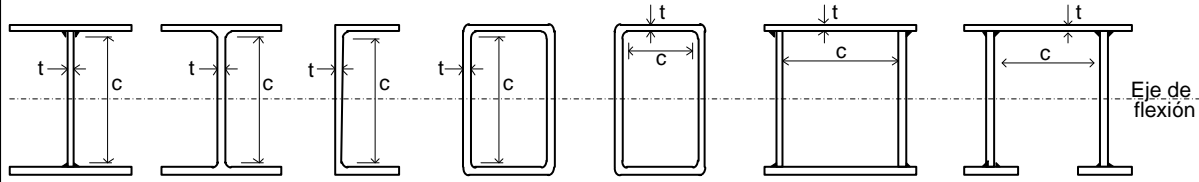
Cada ala o alma tiene una clase diferente, en función de su esbeltez ( $c/t$ ).

La clase de la sección es la mayor de todas (menos favorable)

La clase depende del tipo de esfuerzo

Toda alma o ala que no cumpla las proporciones límite es de clase 4.

Esbeltez máxima para paneles comprimidos interiores (apoyados en sus bordes)



EN 1993-1-1  
Tabla 5.2

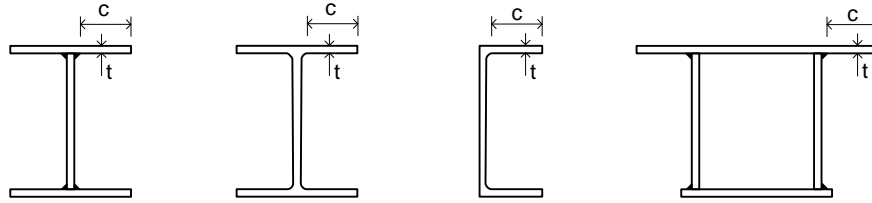
EAE  
Tabla 20.3a

$$\epsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}}$$

Clase	Panel flectado	Panel comprimido	Flexión - Compresión	Flexión - Tracción
Ley de tensiones (Positivo compresión)				
1	$c/t \leq 72 \epsilon$	$c/t \leq 33 \epsilon$	$\alpha > 0.5$ $c/t \leq \frac{396 \epsilon}{13 \alpha - 1}$	$\alpha \leq 0.5$ $c/t \leq \frac{36 \epsilon}{\alpha}$
2	$c/t \leq 83 \epsilon$	$c/t \leq 38 \epsilon$	$\alpha > 0.5$ $c/t \leq \frac{456 \epsilon}{13 \alpha - 1}$	$\alpha \leq 0.5$ $c/t \leq \frac{41.5 \epsilon}{\alpha}$
Ley de tensiones (Positivo compresión)				
3	$c/t \leq 124 \epsilon$	$c/t \leq 42 \epsilon$	$\psi > -1$ $c/t \leq \frac{42 \epsilon}{0.67 + 0.33 \psi}$	$\psi \leq -1$ $c/t \leq 62 \epsilon (1 - \psi) (-\psi)^{1/2}$



Esbeltéz máxima para paneles comprimidos exteriores (alas voladas)



EN 1993-1-1  
Tabla 5.2

EAE  
Tabla 20.3b

Clase	Panel comprimido	Panel flexocomprimido	
		Extremo comprimido	Extremo traccionado
Ley de tensiones (Positivo compresión)			
1	$c/t \leq 9 \epsilon$	$c/t \leq \frac{9 \epsilon}{\alpha}$	$c/t \leq \frac{9 \epsilon}{\alpha \sqrt{\alpha}}$
2	$c/t \leq 10 \epsilon$	$c/t \leq \frac{10 \epsilon}{\alpha}$	$c/t \leq \frac{10 \epsilon}{\alpha \sqrt{\alpha}}$
Ley de tensiones (Positivo compresión)			
3	$c/t \leq 14 \epsilon$	$c/t \leq 21 \epsilon \sqrt{k_\sigma}$	

$$\epsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}}$$

$k_\sigma$ : coeficiente de abolladura de la chapa

$$k_\sigma = 0.57 - 0.21 \psi + 0.07 \psi^2$$

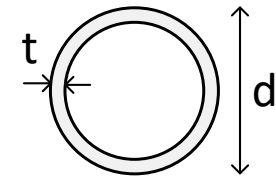
# Clase de perfiles

EN 1993-1-1  
Tabla 5.2

## Tubos circulares

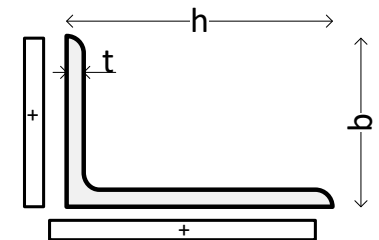
Clase	Sección flectada y/o comprimida
1	$d/t \leq 50 \epsilon^2$
2	$d/t \leq 70 \epsilon^2$
3	$d/t \leq 90 \epsilon^2$

Para  $d/t > 90 \epsilon^2$  ver EN 1993-1-6



## Angulares

Clase	Sección comprimida
3	$\frac{h}{t} \leq 15\epsilon$ y $\frac{b+h}{2t} \leq 11.5\epsilon$

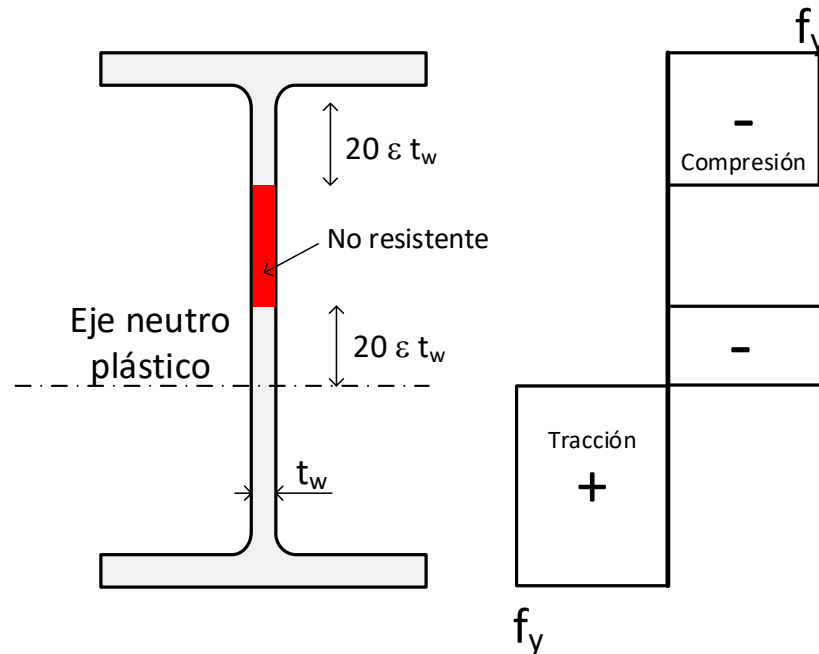


# Secciones con clases diferentes

Secciones con alma clase 3 y alas clases 1, 2:

Se pueden clasificar como clase 2 si se toma un alma eficaz reducida:

Zona del alma en compresión se sustituye por una zona de  $20 \epsilon t_w$  adyacente al ala comprimida y otra zona de  $20 \epsilon t_w$  adyacente a la fibra neutra plástica de la sección eficaz. Resto del alma no resistente



# Clase de los perfiles normalizados S235 IPE

<b>S235</b>	<b>Compresión simple</b>	<b>Flexión simple</b>		<b>Flexión Y + Compresión (kN máximo) (1)</b>		
		Eje fuerte (Y)	Eje débil (Z)	Clase 1	Clase 2	Clase 3
80 a 240	1	1	1	**	--	--
270	2	1	1	335	**	--
300	2	1	1	371	**	--
330	2	1	1	401	**	--
360	2	1	1	441	**	--
<b>IPE</b> 400	3	1	1	493	653	**
450	3	1	1	557	749	**
500	3	1	1	626	851	**
550	4	1	1	732	999	3135
600	4	1	1	835	1148	3558
750	4	1	1	697	1075	3142

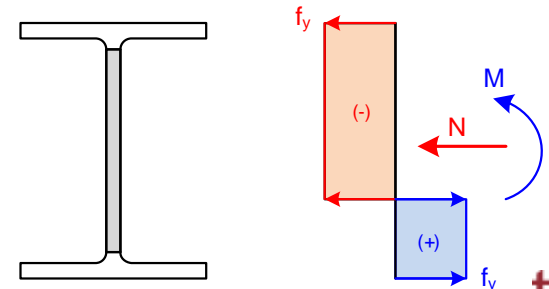
(1) Máximo esfuerzo axial de compresión para alcanzar la clase indicada.

(\*\*) No existe un esfuerzo axial máximo para alcanzar la clase indicada.

(--) La clase no se produce a flexión + compresión (alma totalmente a compresión).

# Clase de los perfiles normalizados S235 HEA, HEB, HEM

S235	Compresión simple	Flexión simple		Flexión Y + Compresión (kN máximo)		
		Eje fuerte (Y)	Eje débil (Z)	Clase 1	Clase 2	Clase 3
HEA	100 a 450	1	1	**	--	--
	500	1	1	1088	**	--
	550	2	1	1148	**	--
	600	2	1	1163	**	--
HEB	100 a 600	1	1	**	--	--
	650	2	1	1966	**	--
	700	2	1	2170	**	--
	800	3	1	2039	2703	**
HEM	100 a 600	1	1	**	--	--



# Clase de los perfiles normalizados S275 IPE, UPE

<b>S275</b>	<b>Compresión simple</b>	<b>Flexión simple</b>		<b>Flexión Y + Compresión (kN máximo)</b>		
		Eje fuerte (Y)	Eje débil (Z)	Clase 1	Clase 2	Clase 3
80 a 220	1	1	1	**	--	--
240	2	1	1	321	**	--
270	2	1	1	337	**	--
300	2	1	1	370	**	
330	3	1	1	398	530	**
360	3	1	1	435	586	**
<b>IPE</b> 400	3	1	1	483	657	**
450	4	1	1	540	747	2567
500	4	1	1	600	844	2850
550	4	1	1	700	990	3248
600	4	1	1	795	1133	3682
750	4	1	1	595	1003	3197
<b>UPE</b> 80 a 400	1	1				

# Clase de los perfiles normalizados S275 HEA, HEB, HEM

<b>S275</b>	<b>Compresión simple</b>	<b>Flexión simple</b>		<b>Flexión Y + Compresión (kN máximo)</b>		
		Eje fuerte (Y)	Eje débil (Z)	Clase 1	Clase 2	Clase 3
	1	1	1	**	--	--
	2	2	2	**	--	--
	1	1	1	**	--	--
<b>HEA</b>	2	1	1	1091	**	--
	2	1	1	1146	**	--
	3	1	1	1147	1544	--
	1	1	1	**	--	--
	2	1	1	1968	**	--
<b>HEB</b>	2	1	1	1977	**	--
	2	1	1	2174	**	--
	3	1	1	1998	2717	**
<b>HEM</b>	1	1	1	**	--	--

# Clase de los perfiles normalizados S355 IPE

<b>S355</b>	<b>Compresión simple</b>	<b>Flexión simple</b>		<b>Flexión Y + Compresión (kN máximo)</b>		
		Eje fuerte (Y)	Eje débil (Z)	Clase 1	Clase 2	Clase 3
80 a 160	1	1	1	**	--	--
180	2	1	1	262	**	--
200	2	1	1	284	**	--
220	2	1	1	298	**	--
240	2	1	1	322	**	--
270	3	1	1	331	447	**
300	4	1	1	357	491	1840
<b>IPE</b> 330	4	1	1	379	529	2040
360	4	1	1	409	579	2251
400	4	1	1	446	644	2490
450	4	1	1	485	721	2700
500	4	1	1	526	803	2984
550	4	1	1	609	937	3396
600	4	1	1	681	1065	3841
750	4	1	1	350	815	3221



# Clase de los perfiles normalizados S355 HEA, UPE

<b>S355</b>	<b>Compresión simple</b>	<b>Flexión simple</b>		<b>Flexión Y + Compresión (kN máximo)</b>		
		Eje fuerte (Y)	Eje débil (Z)	Clase 1	Clase 2	Clase 3
100 a 160	1	1	1	**	--	--
180 a 240	2	2	2	**	--	--
260 a 300	3	3	3	**	--	--
320	2	2	2	**	--	--
340 a 360	1	1	1	**	--	--
<b>HEA</b> 400	2	1	1	1145	**	--
450	2	1	1	1139	**	--
500	3	1	1	1128	1512	**
550	4	1	1	1105	1521	7235
600	4	1	1	1076	1527	6992
<b>UPE</b> 80 a 400	1	1				

# Clase de los perfiles normalizados S355 HEB, HEM

<b>S355</b>	Compresión simple	Flexión simple		Flexión Y + Compresión (kN máximo)		
		Eje fuerte (Y)	Eje débil (Z)	Clase 1	Clase 2	Clase 3
100 a 450	1	1	1	**	--	--
500	2	1	1	2001	**	--
550	2	1	1	1986	**	--
<b>HEB</b> 600	3	1	1	1965	2605	**
650	3	1	1	1938	2621	**
700	4	1	1	2113	2884	10847
800	4	1	1	1846	2662	9837
<b>HEM</b> 100 a 650	1	1	1	**	--	--



**tecnun**  
Universidad  
de Navarra  
Escuela de Ingenieros

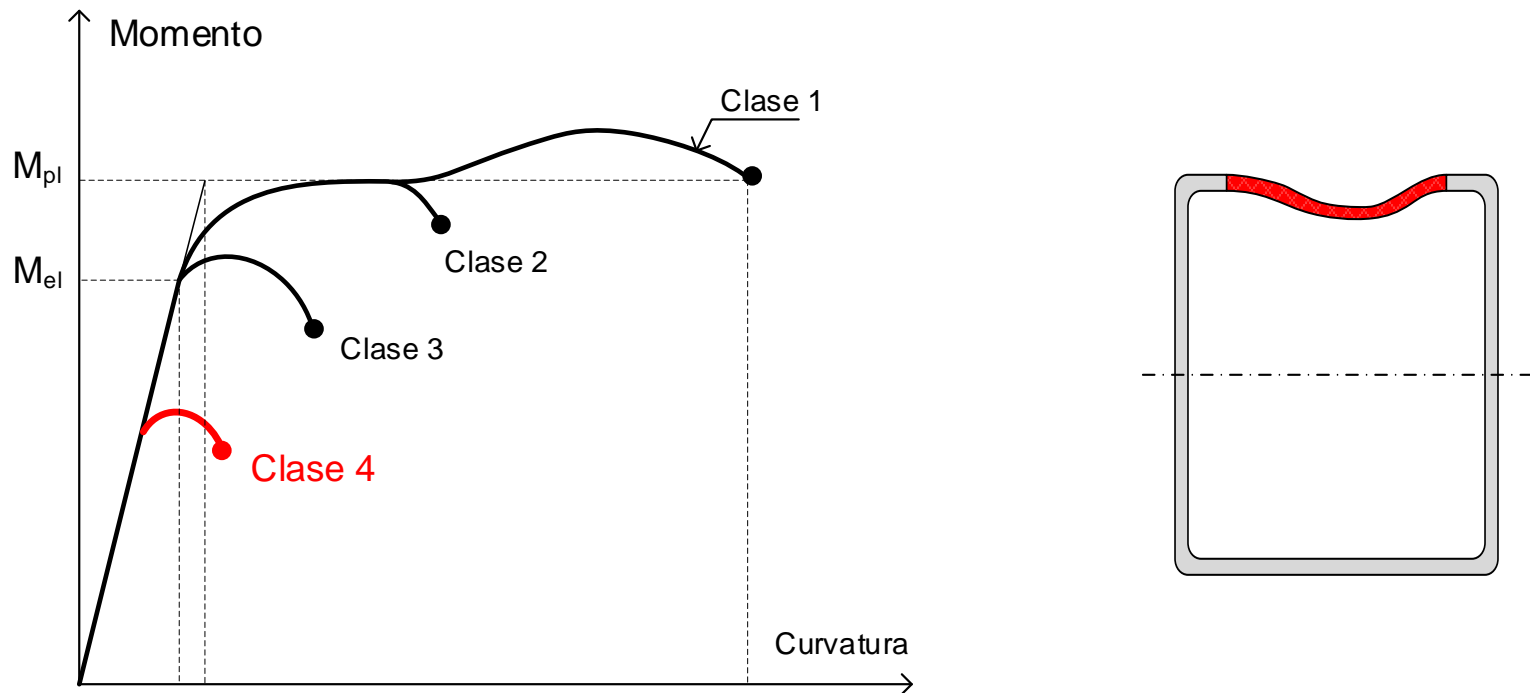
# Secciones clase 4

# Secciones de clase 4

Se produce una abolladura local de las chapas comprimidas antes de alcanzarse el límite elástico  $f_y$  en la fibra más comprimida. No se alcanza el momento elástico (clase 3).

La zona abollada no contribuye a la resistencia de la sección.

Normativa: EN 1993-1-5 §4, EAE 20.7



# Secciones de clase 4. Método de la anchura efectiva

Se reduce la sección transversal en la parte abollada, adoptando una anchura efectiva  $b_{eff}$  menor que la real, con la que se permite llegar al límite elástico a la sección

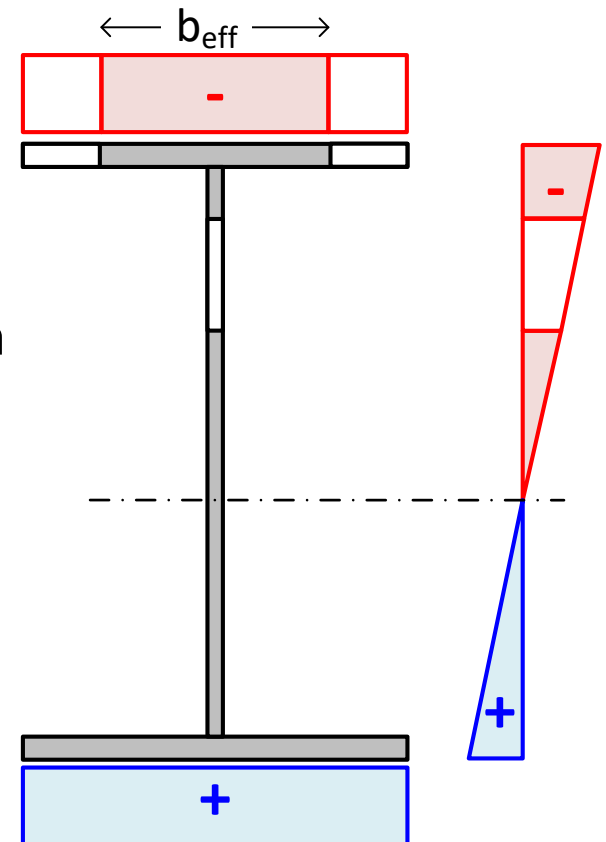
$$A_{c,eff} = \rho A_c = \rho b t = b_{eff} t$$

$A_{c,eff}$  Área reducida<sup>(p)</sup> a compresión

$\rho$  factor de reducción por abolladura de la chapa

$A_c = b t$  Área bruta a compresión

El índice <sup>p</sup> indica 'plate buckling'



# Tensión crítica de pandeo (abolladura) de una chapa a compresión

Compresión uniforme, espesor  $t$ , ancho  $\bar{b}$ , longitud  $a$ , dos lados apoyados

$\sigma_{cr}$  Tensión de compresión crítica  $\sigma_{cr} = k_{\sigma} \sigma_E$

$k_{\sigma}$  Coeficiente de abolladura, depende de la condición de apoyo en los lados, de la ley de tensiones y de la relación entre lados ( $a/\bar{b}$ ) de la placa

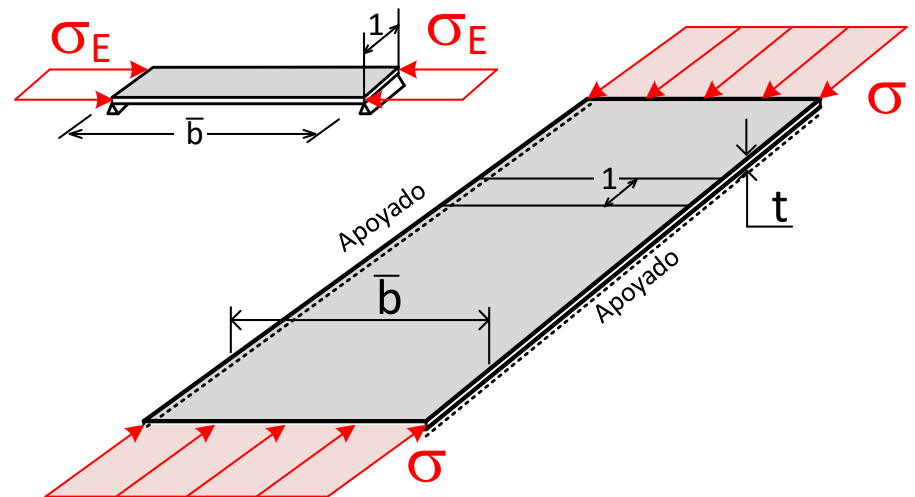
Dos lados apoyados  $k_{\sigma} = 4$

$\sigma_E$  Tensión crítica de Euler: tensión de pandeo de una columna de longitud  $\bar{b}$ , ancho 1, espesor  $t$

$$\sigma_E = \frac{\pi^2 E}{12 (1 - \nu^2)} \left( \frac{t}{\bar{b}} \right)^2$$

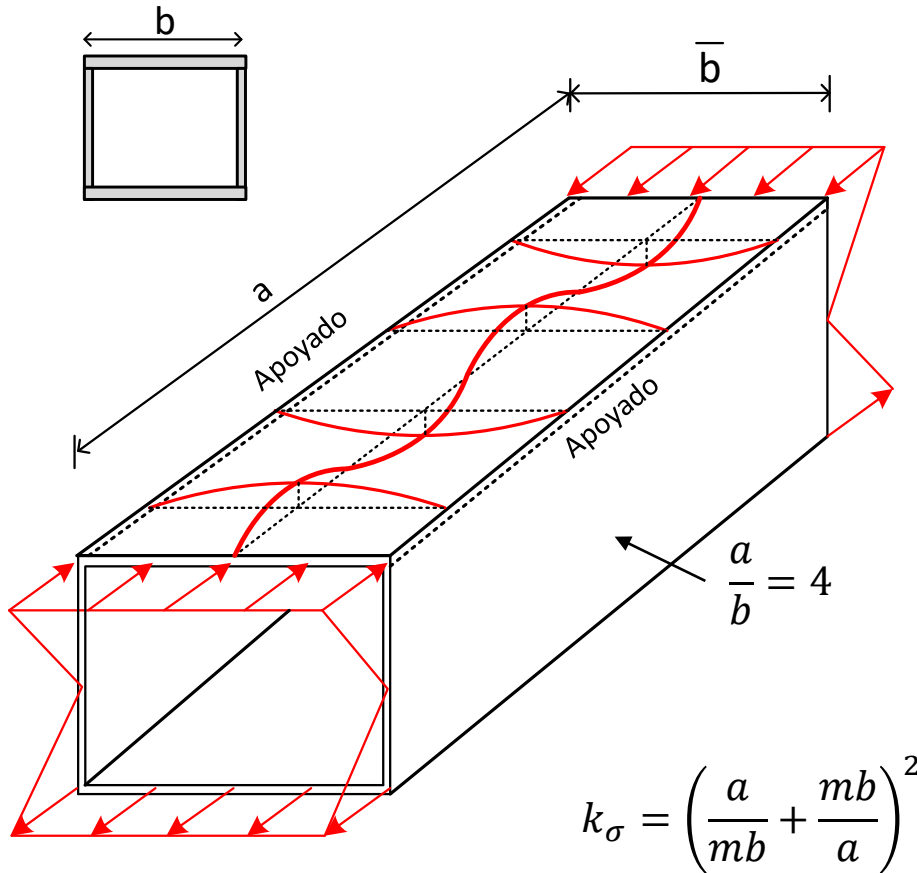
$$\sigma_{cr} = k_{\sigma} 189800 \left( \frac{t}{\bar{b}} \right)^2$$

(MPa, Acero)



# Tensión crítica de pandeo (abolladura) de una chapa a compresión

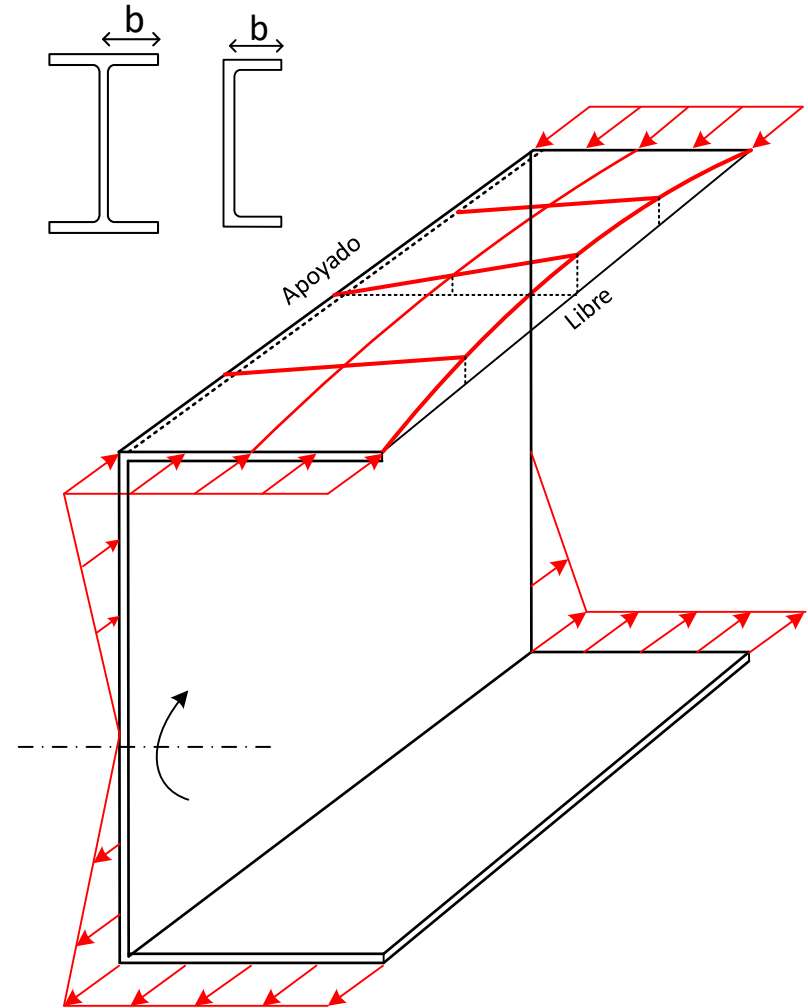
Dos lados apoyados  $k_\sigma = 4$



Modos de pandeo (número de semiondas) dependen de la relación  $a/b$

Para placas muy largas ( $\frac{a}{b}$  muy grande), el número de semiondas es  $m \approx \frac{a}{b}$  y  $k_\sigma \rightarrow 4$

Un lado apoyado, un lado libre  
 $k_\sigma = 0.43$



# Esbeltez de la chapa a compresión $\bar{\lambda}_p$

En lugar de la tensión crítica de pandeo  $\sigma_{cr}$  se emplea la esbeltez de la chapa a compresión

$$\bar{\lambda}_p = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr}}}$$

Sustituyendo  $\sigma_{cr}$

$$\bar{\lambda}_p = \frac{(\bar{b}/t)}{28.4 \epsilon \sqrt{k_\sigma}}$$

El valor de la anchura  $\bar{b}$  depende del tipo de chapa

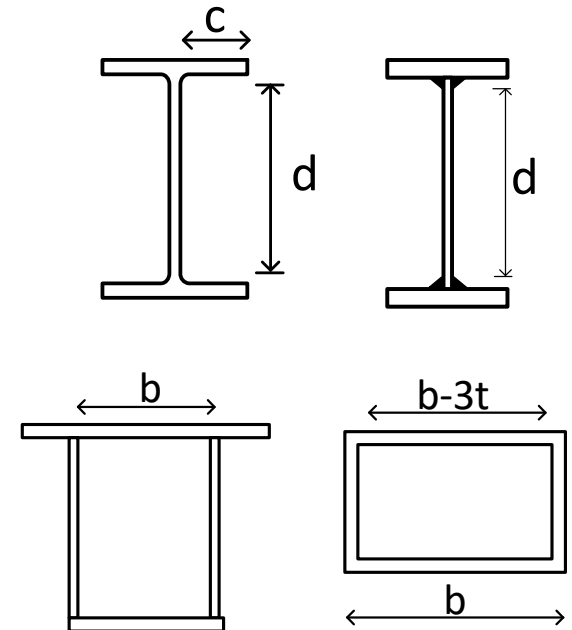
Alas de perfiles en H: ancho de la semi-ala  $\bar{b} = c$

Alas interiores (salvo rectangulares huecas):  $\bar{b} = b$

Alas de secciones rectangulares huecas:  $\bar{b} = b - 3t$

Almas de perfiles en H: altura recta del alma  $\bar{b} = d$

Almas de perfiles en H soldados: distancia entre cordones de soldaduras  $\bar{b} = d$





# A. Paneles de chapa comprimidos de forma uniforme

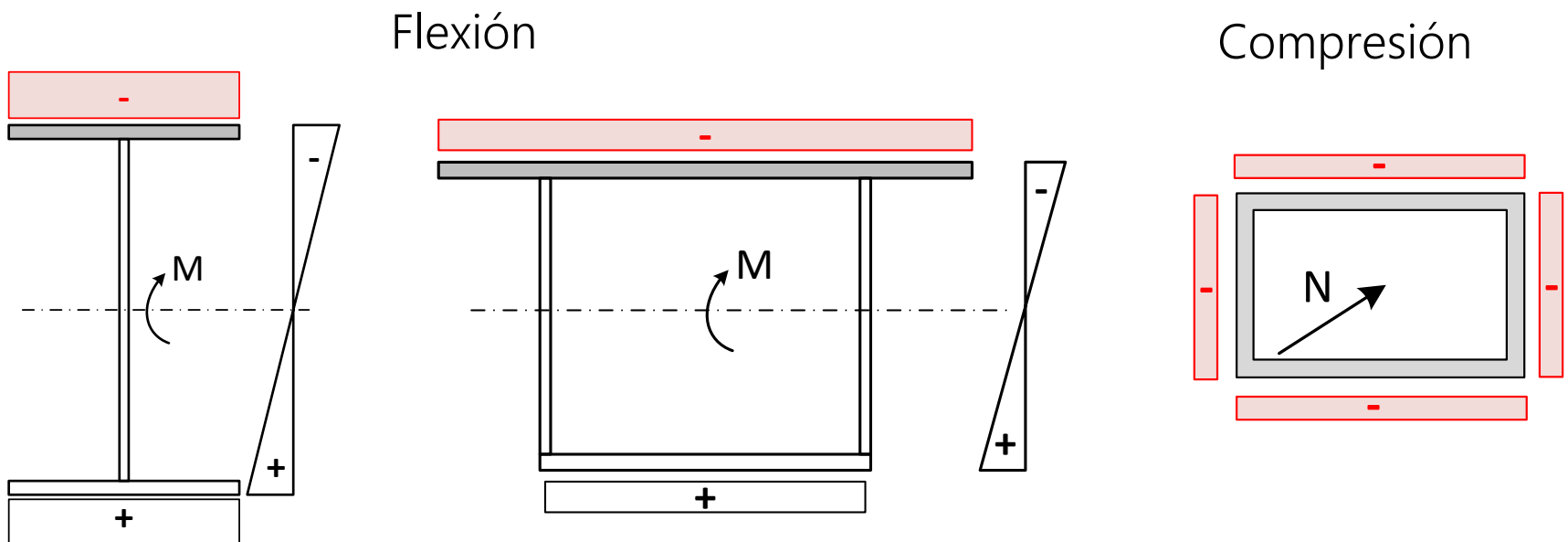
Alas de piezas en H, Z, C,  $\Omega$  a flexión en el eje fuerte.

Piezas en cajón: chapas paralelas al eje de flexión

Todas las chapas en piezas a compresión

Dos casos:

Chapas voladas (un extremo libre) y chapas interiores (entre dos almas)



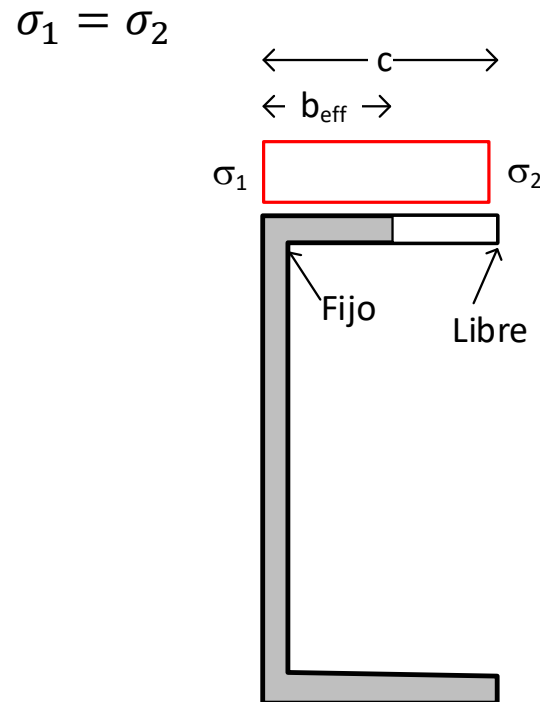
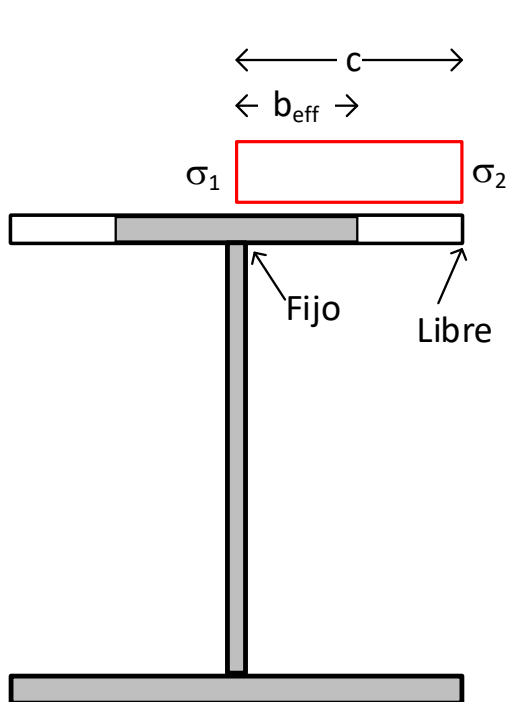
# A.1 Alas voladas comprimidas de forma uniforme

$$\left\{ \begin{array}{ll} \bar{\lambda}_p \leq 0.748 & \rho = 1.0 \\ \bar{\lambda}_p > 0.748 & \rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0.188}{\bar{\lambda}_p^2} \leq 1 \end{array} \right.$$

Factor de abolladura para chapas voladas con tensiones uniformes  
 $k_\sigma = 0.43$

Anchura de la chapa  $\bar{b} = c$

Anchura efectiva  $b_{eff} = \rho c$



$$\bar{\lambda}_p = \frac{(c/t)}{28.4 \epsilon \sqrt{k_\sigma}}$$

## A.2 Alas internas comprimidas de forma uniforme

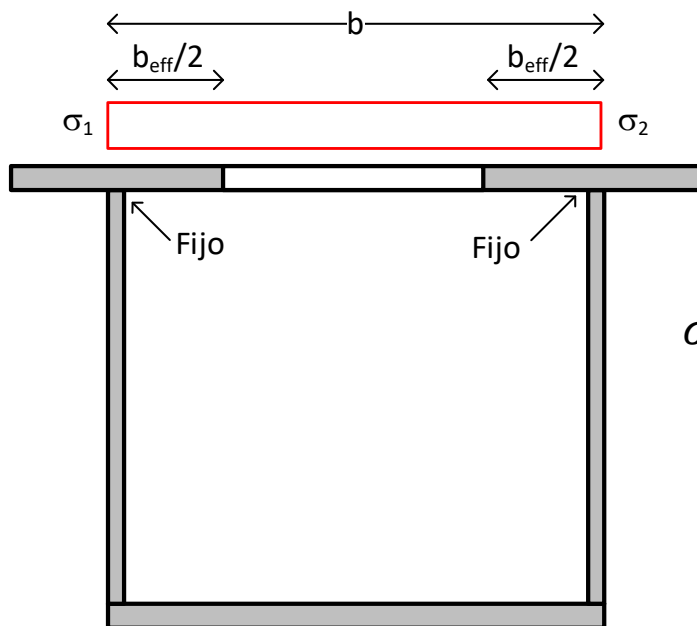
$$\left\{ \begin{array}{ll} \bar{\lambda}_p \leq 0.673 & \rho = 1.0 \\ \bar{\lambda}_p > 0.673 & \rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0.22}{\bar{\lambda}_p^2} \leq 1 \end{array} \right.$$

Factor de abolladura para chapas interiores con tensiones uniformes  $k_\sigma = 4$

Anchura efectiva  $b_{eff} = \rho \bar{b}$

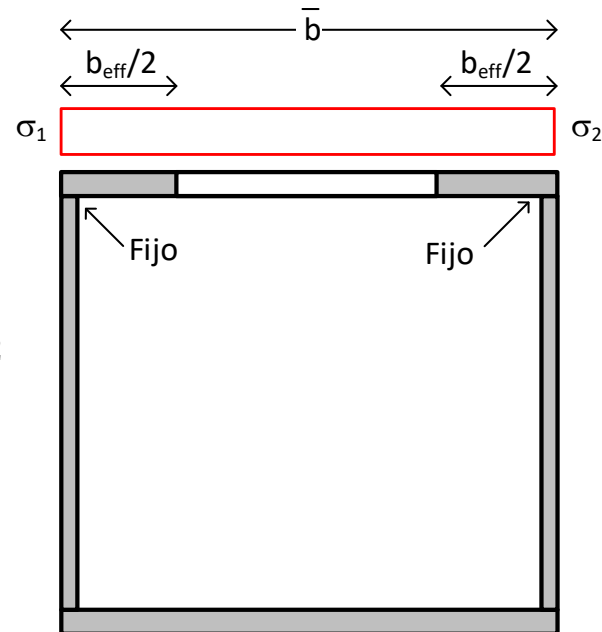
$$\bar{\lambda}_p = \frac{(\bar{b}/t)}{28.4 \epsilon \sqrt{k_\sigma}}$$

Anchura de la chapa  $\bar{b} = b$



$$\sigma_1 = \sigma_2$$

Anchura de la chapa  $\bar{b} = b - 3t$

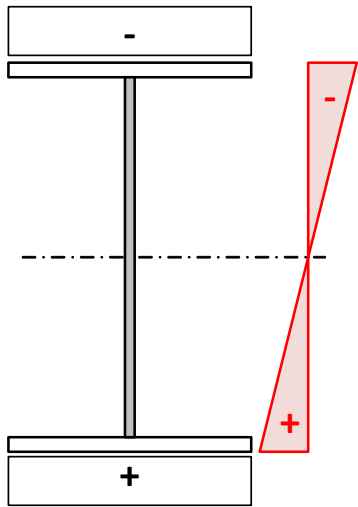


## B. Paneles de chapa a flexión-compresión

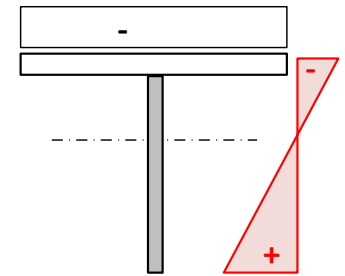
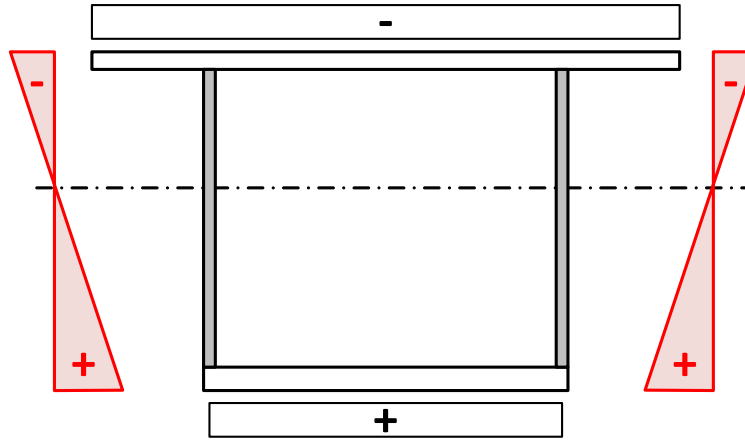
Almas de piezas en H, Z, C,  $\Omega$  a flexión en el eje fuerte.

Piezas en cajón: almas perpendiculares al eje de flexión

Todas las chapas en piezas a compresión



Caso habitual: chapas interiores (entre dos alas)



Alma volada (T)

Ley lineal de tensiones. Valores extremos  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$

# B.1 Paneles interiores a flexión – compresión (1)

$$\psi = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}$$

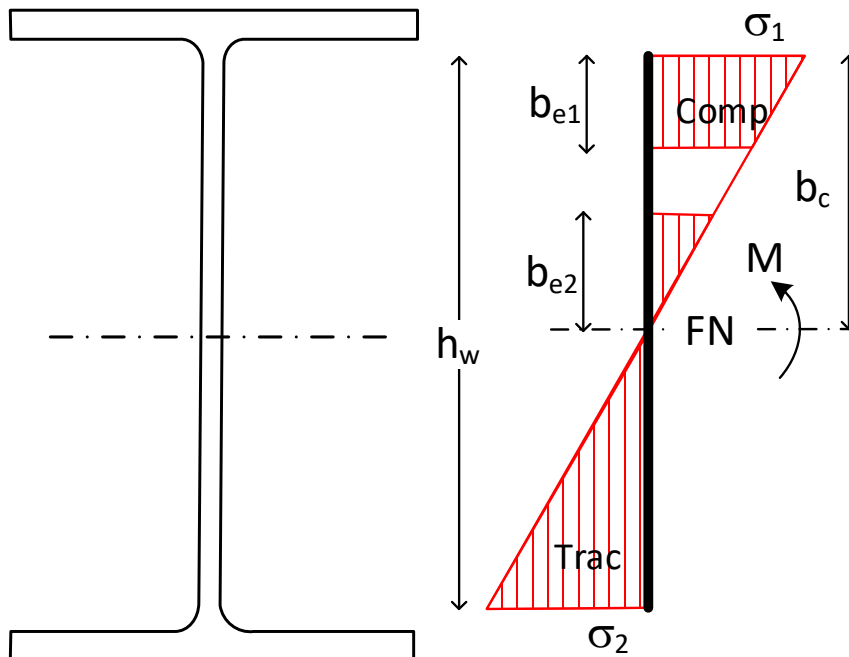
$$\sigma_2 \leq \sigma_1$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{\lambda}_p \leq 0.5 + \sqrt{0.085 - 0.055 \psi} \\ \bar{\lambda}_p > 0.5 + \sqrt{0.085 - 0.055 \psi} \end{array} \right.$$

$$\rho = 1.0$$

$$\rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0.055 (3 + \psi)}{\bar{\lambda}_p^2} \leq 1$$

Flexión simple



$$\sigma_2 = -\sigma_1$$

$$\psi = -1$$

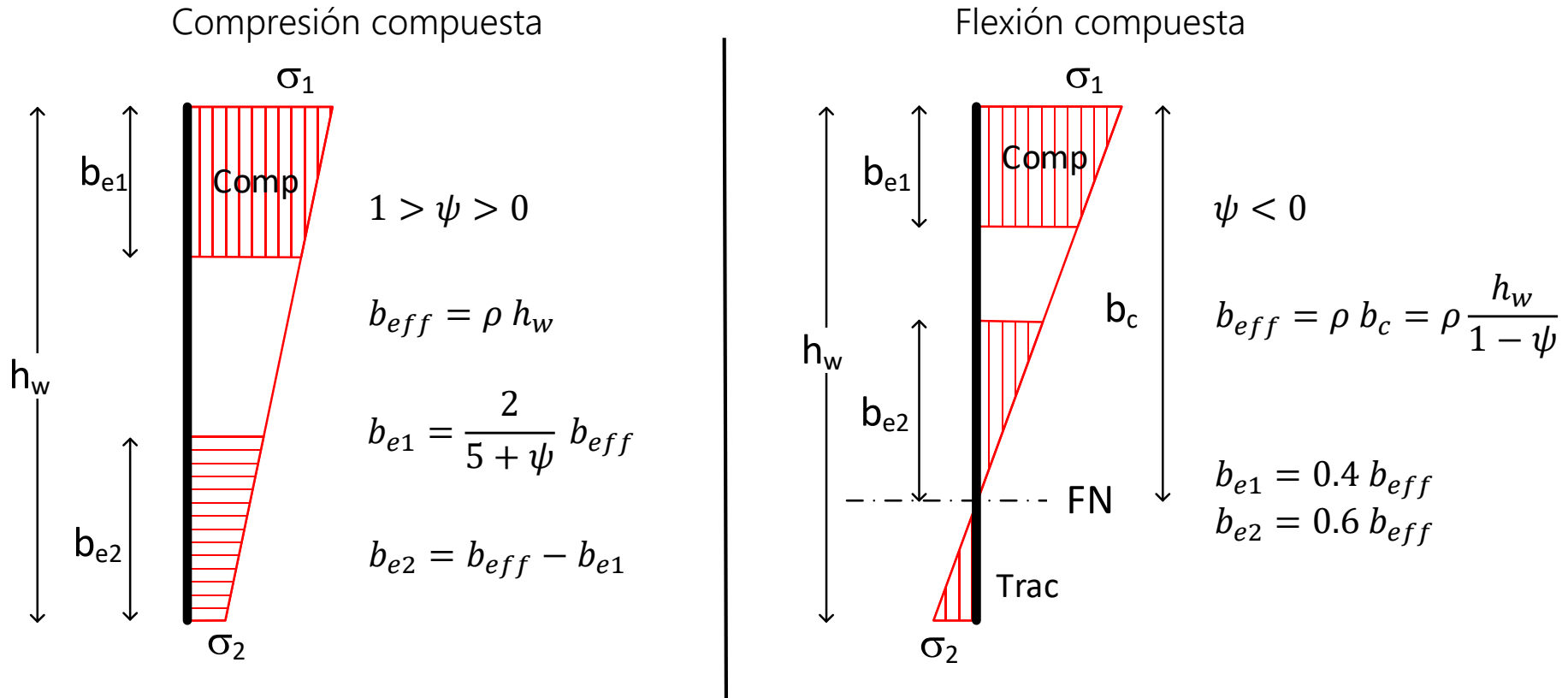
$$b_{eff} = \rho b_c = \rho \frac{h_w}{2}$$

$$b_{e1} = 0.4 b_{eff}$$

$$b_{e2} = 0.6 b_{eff}$$

Coeficiente de abolladura  $k_\sigma = 23.9$

## B.2 Paneles interiores a flexión – compresión (2)



Coeficiente de abolladura  $k_\sigma$  según EN 1993-1-5 Tabla 4.1

$\psi = \sigma_2/\sigma_1$	1.0	$1 > \psi > 0$	0	$0 > \psi > -1$	-1	$-1 > \psi \geq -3$
$k_\sigma$	4.0	$\frac{8.2}{(1.05 + \psi)}$	7.81	$7.81 - 6.29\psi + 9.78\psi^2$	23.9	$5.98 (1 - \psi)^2$

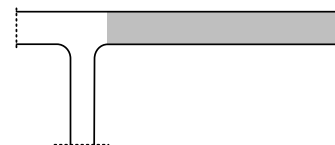
# Chapas comprimidas - Caso general

EN 1993-1-5 y EAE definen el factor de reducción por abolladura de la chapa  $\rho$ , el ancho reducido eficaz  $b_{eff}$  y el coeficiente de abolladura  $k_\sigma$  para las distintas configuraciones y estados de tensiones posibles.

Tablas 4.1 y 4.2 de EN 1993-1-5

Chapas voladas comprimidas

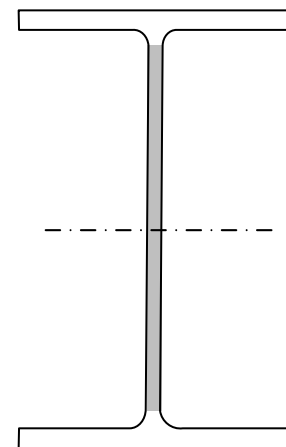
$$\begin{cases} \bar{\lambda}_p \leq 0.748 & \rho = 1.0 \\ \bar{\lambda}_p > 0.748 & \rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0.188}{\bar{\lambda}_p^2} \leq 1 \end{cases}$$

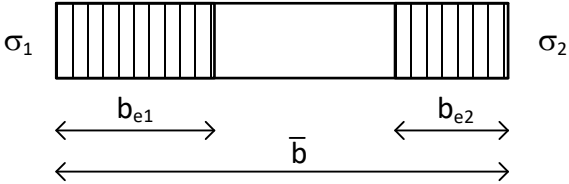
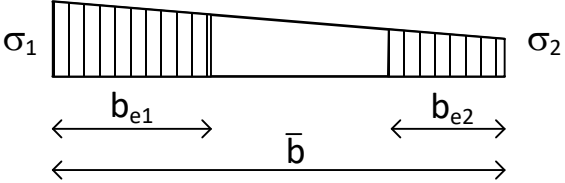
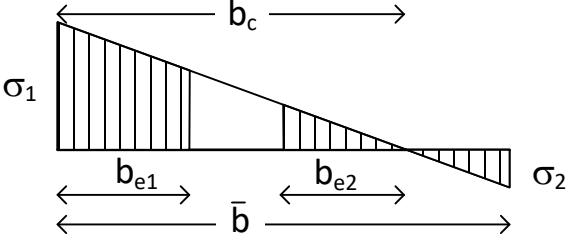


Chapas internas comprimidas

$$\begin{cases} \bar{\lambda}_p \leq 0.5 + \sqrt{0.085 - 0.055 \psi} & \rho = 1.0 \\ \bar{\lambda}_p > 0.5 + \sqrt{0.085 - 0.055 \psi} & \rho = \frac{\bar{\lambda}_p - 0.055 (3 + \psi)}{\bar{\lambda}_p^2} \leq 1 \end{cases}$$

$$\psi = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \quad \sigma_2 \leq \sigma_1$$



Ley de tensiones	Anchura reducida $b_{eff}$
 <p>Diagram showing a rectangular cross-section with uniform stress distribution. The total width is <math>\bar{b}</math>. The effective widths on both sides are <math>b_{e1}</math> and <math>b_{e2}</math>.</p>	$\psi = 1$ $b_{eff} = \rho \bar{b}$ $b_{e1} = b_{e2} = 0.5 b_{eff}$
 <p>Diagram showing a trapezoidal cross-section with linear stress distribution. The total width is <math>\bar{b}</math>. The effective widths on both sides are <math>b_{e1}</math> and <math>b_{e2}</math>.</p>	$1 > \psi \geq 0$ $b_{eff} = \rho \bar{b}$ $b_{e1} = \frac{2}{5 - \psi} b_{eff} \quad b_{e2} = b_{eff} - b_{e1}$
 <p>Diagram showing a triangular cross-section with linear stress distribution. The total width is <math>\bar{b}</math>. The effective widths on both sides are <math>b_{e1}</math> and <math>b_{e2}</math>. The width of the compression flange is <math>b_c</math>.</p>	$\psi < 0$ $b_{eff} = \rho b_c = \rho \bar{b} / (1 - \psi)$ $b_{e1} = 0.4 b_{eff} \quad b_{e2} = 0.6 b_{eff}$

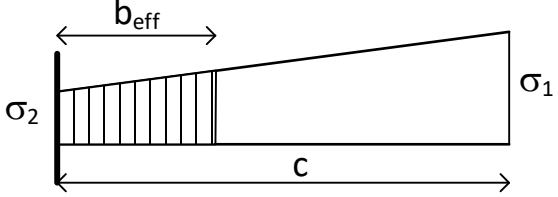
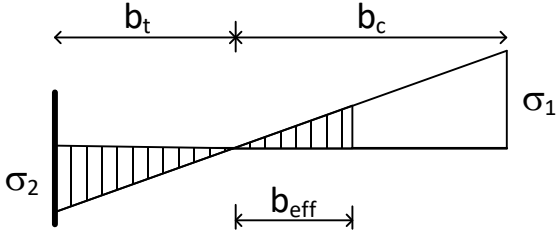
Coeficiente de abolladura  $k_\sigma$

$\psi = \sigma_2 / \sigma_1$	1.0	$1 > \psi > 0$	0	$0 > \psi > -1$	-1	$-1 > \psi \geq -3$
$k_\sigma$	4.0	$\frac{8.2}{(1.05 + \psi)}$	7.81	$7.81 - 6.29\psi + 9.78\psi^2$	23.9	$5.98 (1 - \psi)^2$



# Anchura eficaz – Chapas voladas comprimidas (1)

Coincide con EN 1993-1-5 Tabla 4.2

Ley de tensiones	Anchura reducida $b_{eff}$
	$1 > \psi \geq 0$ $b_{eff} = \rho c$
	$\psi < 0$ $b_{eff} = \rho b_c = \rho \frac{c}{1 - \psi}$

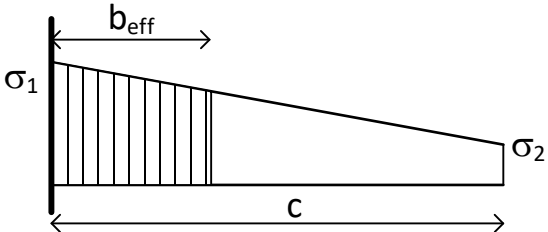
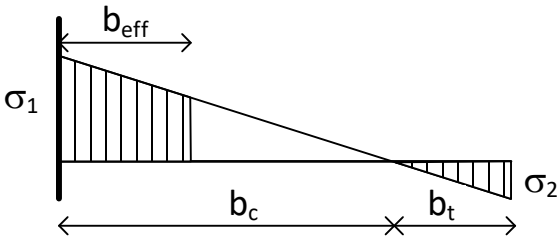
Coeficiente de abolladura  $k_\sigma$

$\psi = \sigma_2/\sigma_1$	1.0	0	-1	$-1 \geq \psi \geq -3$
$k_\sigma$	0.43	0.57	0.85	$0.57 - 0.21 \psi + 0.07 \psi^2$



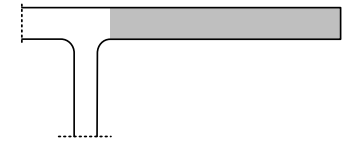
# Anchura eficaz – Chapas voladas comprimidas (2)

Coincide con EN 1993-1-5 Tabla 4.2

Ley de tensiones	Anchura reducida $b_{eff}$
	$1 > \psi \geq 0$ $b_{eff} = \rho c$
	$\psi < 0$ $b_{eff} = \rho b_c = \rho \frac{c}{1 - \psi}$

Coefficiente de abolladura  $k_\sigma$

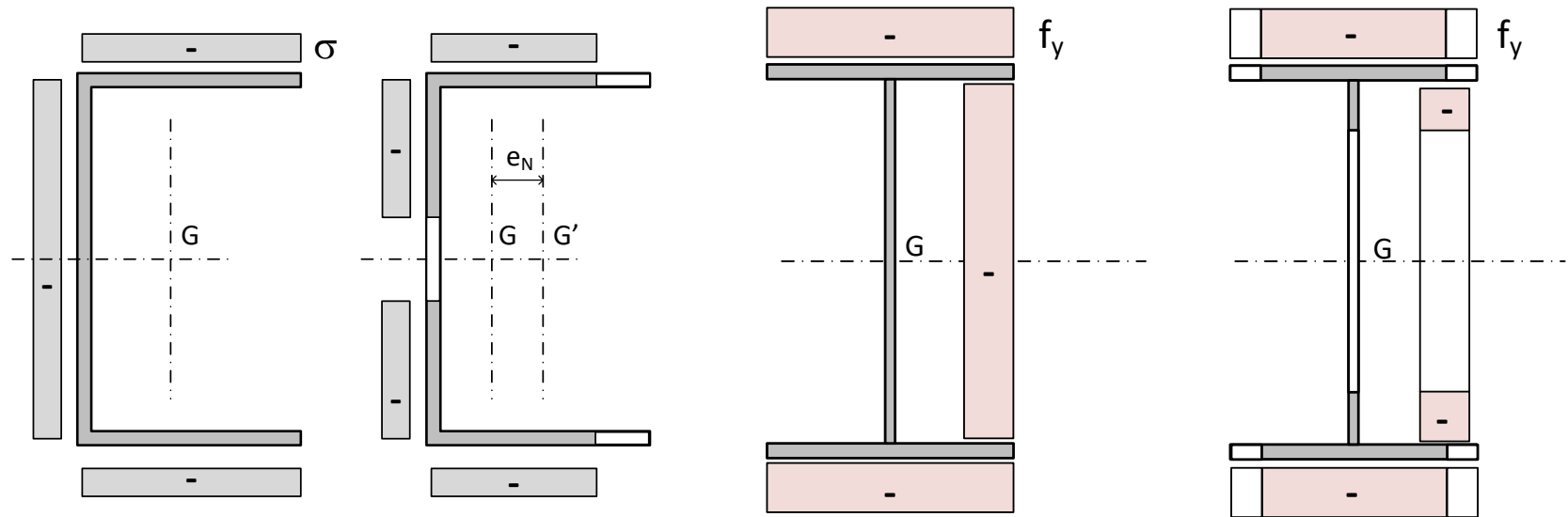
$\psi = \sigma_2/\sigma_1$	1.0	$1 > \psi > 0$	0	$0 > \psi > -1$	-1
$k_\sigma$	0.43	$\frac{0.578}{\psi + 0.34}$	1.70	$1.7 - 5\psi + 17.1\psi^2$	23.8



# Criterios de diseño según EN 1993 (1)

Área reducida eficaz  $A_{eff}$ : determinar suponiendo que el estado de tensiones es de **compresión uniforme**

Cálculo sencillo  $\psi = 1$  en todas las chapas

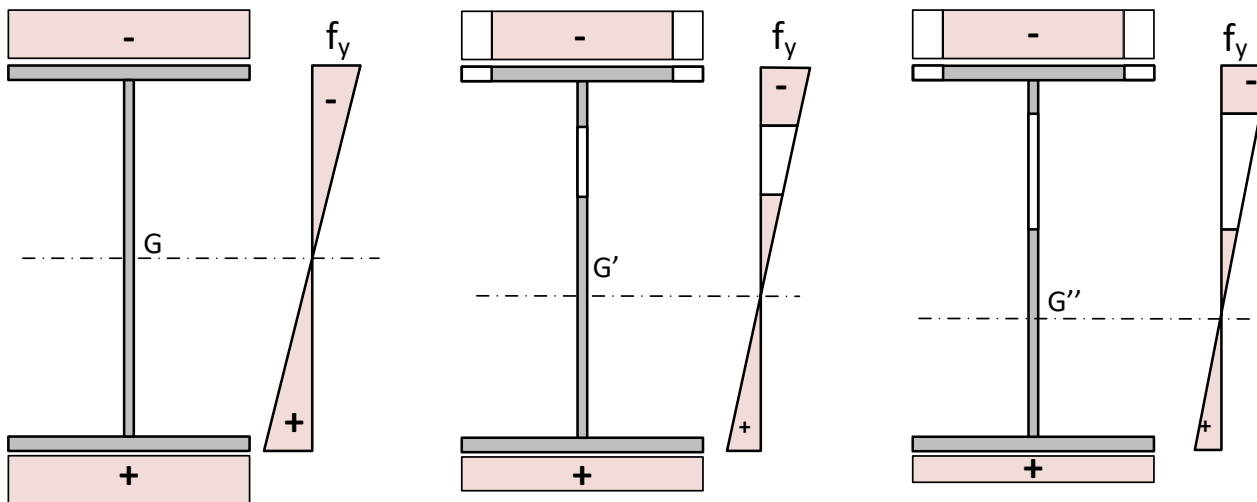


Si la sección no es simétrica, calcular el desplazamiento del c.d.g  $e_N$

## Criterios de diseño según EN 1993 (2)

Módulo resistente elástico de la sección reducida eficaz  $W_{eff}$ : determinar suponiendo que el estado de tensiones es de **flexión simple**

1. Ley de tensiones elástica en la sección. Alas  $\psi = 1$ , Alma  $\psi = -1$
  2. Calcular la anchura efectiva  $b_{eff}$  en cada chapa: nueva sección efectiva
  3. Calcular el nuevo c.d.g.  $G'$
  4. Calcular las propiedades resistentes de la nueva sección efectiva:  $I_{eff}, W_{eff}$
  5. Calcular la nueva ley de tensiones y determinar  $\psi$  en cada chapa
- Iterar.** Seguir en 2 hasta que no haya cambios en  $W_{eff}$ .



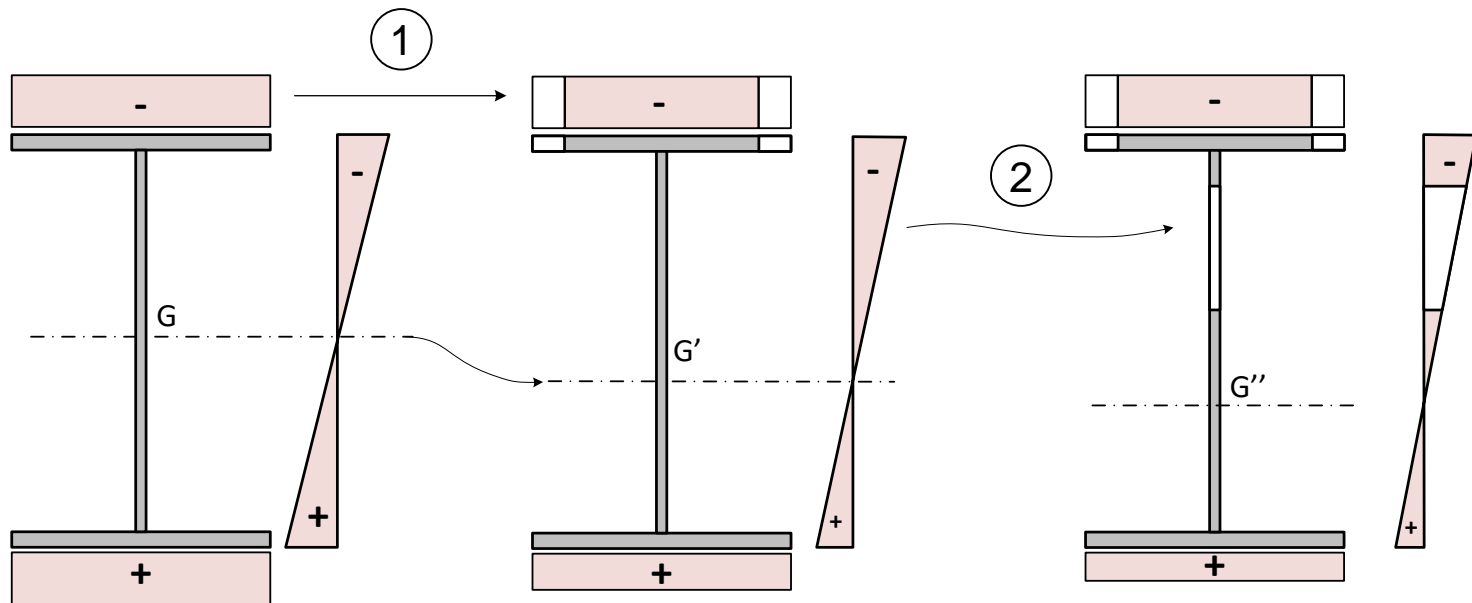
# Criterios de diseño según EN 1993 (3)

**Método simplificado** para hallar el módulo resistente elástico de la sección reducida eficaz  $W_{eff}$

Indicado en EN 1993-1-5 §4.4(3)

1. Alas: anchura reducida basada en las propiedades del área bruta  $\psi = 1$

2. Almas: Usar un coeficiente  $\psi$  basado en la ley de tensiones calculada con el área bruta del alma, y con el área reducida del ala comprimida. En general no es necesario iterar



# Comprobación de resistencia

Según: EN 1995-1-5 §4.6

Compresión y flexión en un eje:

$$\frac{N_{Ed}}{A_{eff} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}} + \frac{M_{Ed} + N_{Ed} e_N}{W_{eff} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}} \leq 1$$

Compresión y flexión en dos ejes:

$$\frac{N_{Ed}}{A_{eff} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}} + \frac{M_{y,Ed} + N_{Ed} e_{N,y}}{W_{eff,y} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}} + \frac{M_{z,Ed} + N_{Ed} e_{N,z}}{W_{eff,z} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}} \leq 1$$



# Comprobación de estados límite últimos

## Resistencia de las secciones

### Parte 1. Esfuerzos individuales

Tracción

Compresión (sin pandeo)

Momento flector

EN 1993-1-1 § 6.2

Esfuerzo cortante

EAE Art. 34

Torsión

# Resistencia de las secciones. Generalidades

Los códigos actuales (EC3, EAE, CTE) plantean las comprobaciones de resistencia mediante **comparación de esfuerzos**, no de tensiones como en las normas anteriores. Además de ser más sencillo, permite aprovechar la capacidad plástica de las secciones.

$$\text{Valor de cálculo } M_{Ed} \leq M_{c,Rd} \quad \text{Resistencia}$$

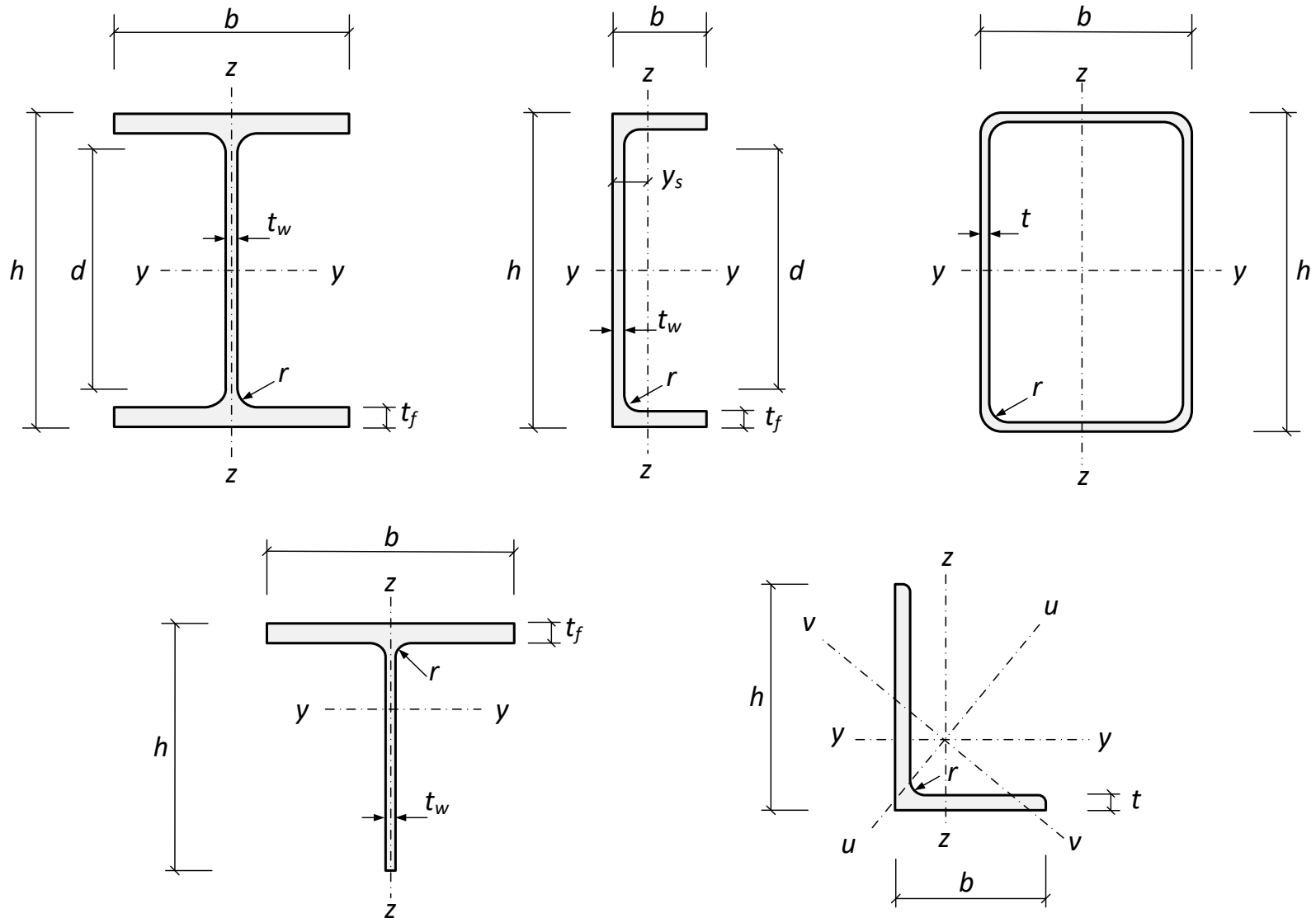
En cualquier caso, siempre se puede usar un criterio de comprobación elástico, empleando la tensión de comparación de Von Mises obtenida para los valores de cálculo de las tensiones en el material:

Vigas: 
$$\sqrt{\sigma_{Ed}^2 + 3\tau_{Ed}^2} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

Chapas, tensión plana: 
$$\sqrt{\sigma_{x,Ed}^2 + \sigma_{y,Ed}^2 - \sigma_{x,Ed} \sigma_{y,Ed} + 3\tau_{xy,Ed}^2} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$



# Notación – EN 1993-1-1 Figura 1.1, EAE Figura A1.1



# Esfuerzo axial de tracción

$N_{Ed}$  Valor de cálculo del esfuerzo axial de tracción



$$\left\{ \begin{array}{l} N_{Ed} \leq N_{pl,Rd} = A \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \\ N_{Ed} \leq N_{u,Rd} = 0.9 A_{neta} \frac{f_u}{\gamma_{M2}} \end{array} \right.$$

Resistencia **plástica** de cálculo de la sección **bruta**  $A$

Resistencia **última** de cálculo de la sección **neta**

Debe cumplirse que  $N_{pl,Rd} < N_{u,Rd}$  (comportamiento dúctil)

# Áreas bruta y neta

Área bruta: dimensiones nominales, sin descontar agujeros de tornillos, sólo las aberturas importantes

Área neta: área bruta descontando agujeros de tornillos y otras aberturas en cada sección.

$$A_{neta} = A_{bruta} - A_{seccion}^{torn}$$

$A_{seccion}^{torn}$  Suma de las áreas de los tornillos (no situados al tresbolillo) en cualquier sección de la pieza

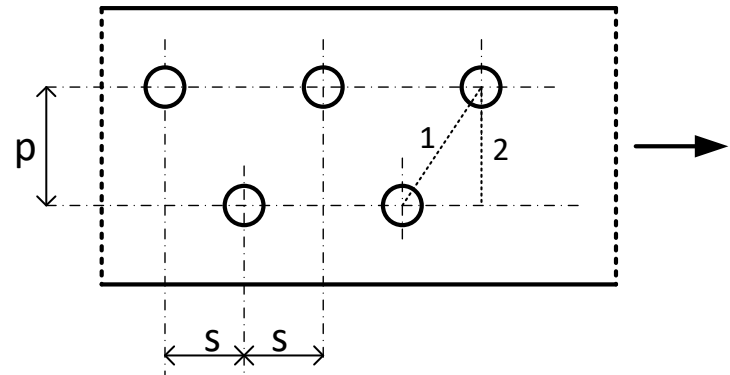
Tornillos al tresbolillo.  $A_{neta} = A_{bruta} - \max(A_{seccion}^{torn}, A_{ZZ})$

$A_{ZZ}$ : Suma de las áreas de los ( $n$ ) tornillos situados en una línea en zig-zag

$$A_{ZZ} = \left( n d_0 - \sum \frac{s^2}{4 p} \right) t$$

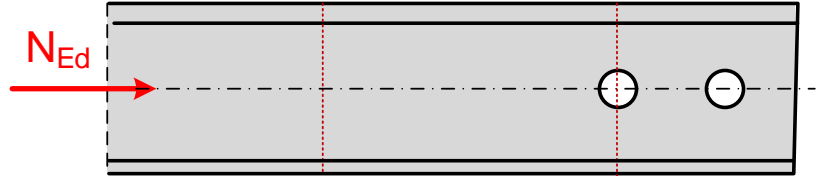
$s$ : Paso del tresbolillo

$p$ : distancia entre agujeros perpendicular al eje



# Esfuerzo axial de compresión. Sin pandeo

$N_{Ed}$  Valor de cálculo del esfuerzo axial de compresión



$$\left\{ \begin{array}{l} N_{Ed} \leq N_{pl,Rd} = A \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \quad \text{Clases 1, 2, 3} \\ N_{Ed} \leq A_{ef} \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \quad \text{Clase 4} \end{array} \right.$$

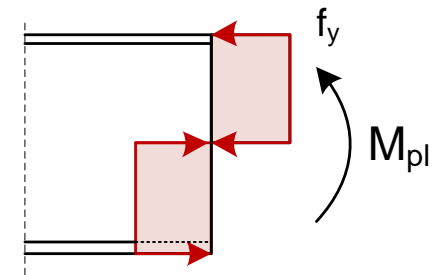
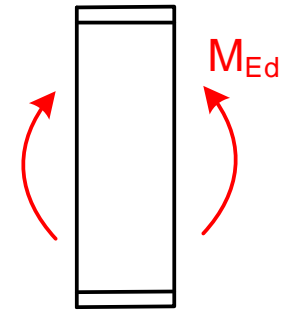
$A_{ef}$  Área efectiva del perfil

Secciones con agujeros: descontar sólo el área de los agujeros donde no haya un tornillo, o los agujeros rasgados o sobredimensionados

# Momento flector

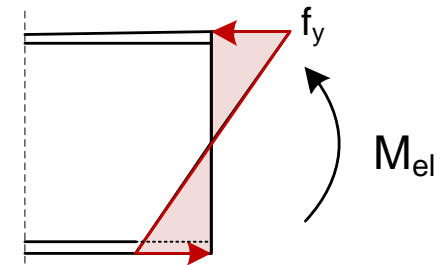
$M_{Ed}$  Valor de cálculo del momento flector

$$\left\{ \begin{array}{l} M_{Ed} \leq M_{pl,Rd} = W_{pl} \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \quad \text{Clases 1 y 2} \\ M_{Ed} \leq M_{el,Rd} = W_{el,min} \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \quad \text{Clase 3} \\ M_{Ed} \leq W_{eff,min} \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \quad \text{Clase 4} \end{array} \right.$$



$W_{pl}$  Módulo plástico de la sección  $W_{pl} = S_G^{sup} + S_G^{inf}$

$W_{el,min}$  Módulo resistente elástico en el punto de mayor tensión  $W_{el,min} = \frac{I}{z_{max}}$



$W_{eff,min}$  Módulo eficaz en el punto más alejado de la fibra neutra efectiva

$S_G^{sup}$ : Momento estático respecto del c.d.g. de la media sección superior

# Momento flector. Zonas con tornillos

- Tornillos en la **zona comprimida**: se descontará el área de los agujeros si  
- no está montado el tornillo, o  
- si el agujero es rasgado o sobredimensionado en diámetro.
- Tornillos en el **ala traccionada**: se descontará el área de los agujeros si se cumple que:

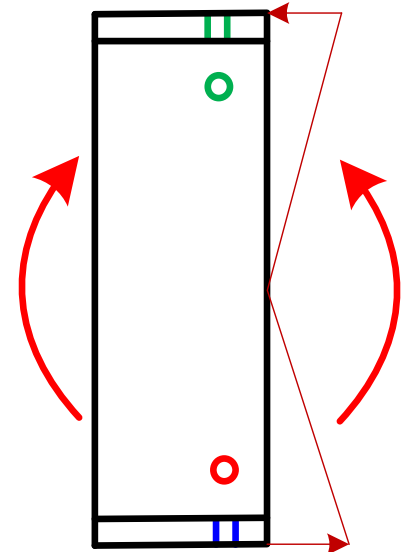
$$0.9 A_{f,neta} \frac{f_u}{\gamma_{M2}} < A_{f,trac} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

$A_{f,neta}$   $A_{f,trac}$  Áreas neta y bruta del ala traccionada.

- Tornillos en el **alma traccionada**: se descontará el área de los agujeros si se cumple que:

$$0.9 A_{trac,neta} \frac{f_u}{\gamma_{M2}} < A_{trac,total} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

$A_{trac,neta}$   $A_{trac,total}$  Áreas neta y bruta de la zona traccionada de ala y alma.



# Esfuerzo cortante - Sin torsión – Dimensionamiento plástico

$V_{Ed}$  Valor de cálculo del esfuerzo cortante

$V_{pl,Rd}$  Resistencia plástica a esfuerzo cortante

$$V_{Ed} \leq V_{pl,Rd} = A_V \frac{f_y}{\sqrt{3} \gamma_{M0}}$$

$A_V$  = Área a cortante de la sección

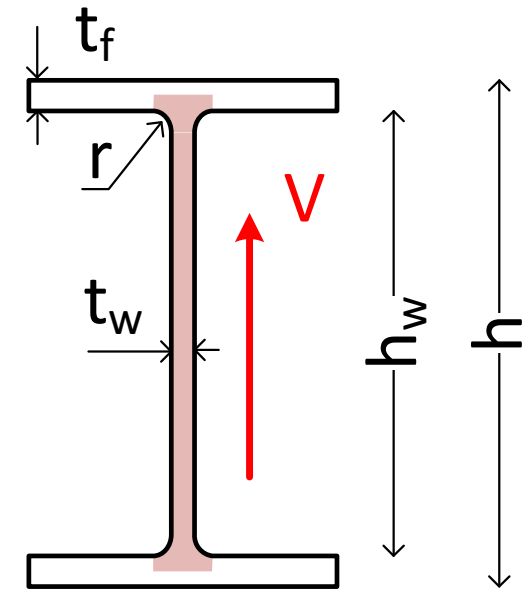
- Perfiles laminados en I, H, con fuerza cortante paralela al alma:

$$A_V = A - 2 b t_f + (t_w + 2 r) t_f \quad (\text{Valores tabulados})$$

Debe ser:  $A_V \geq \eta h_w t_w$       Altura del alma  $h_w = h - 2 t_f$

$\eta = 1.2$  para  $f_y < 460$        $\eta = 1.0$  conservador

(Resistencia adicional por endurecimiento plástico)



# Áreas a cortante típicas

Más valores en EN 1993 6.2.6, EAE 34.5

- Vigas soldadas en I, H, cajón, con carga paralela al alma:

$$A_V = \eta \Sigma(h_w t_w)$$

- Perfiles laminados en I, H, con carga según las alas (CTE):

$$A_V = A - d t_w$$

- Vigas armadas en I, H, cajón, con carga según las alas:

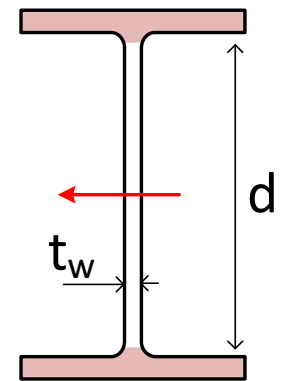
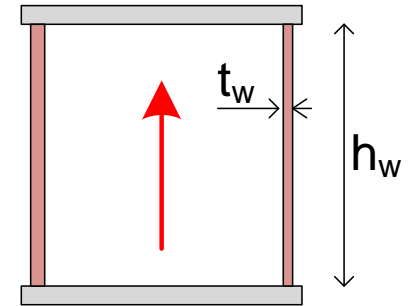
$$A_V = A - \Sigma(h_w t_w)$$

- Tubos rectangulares ( $b \times h$ ), espesor constante:

Carga según  $h$ :  $A_V = \frac{A h}{b + h}$

Carga según  $b$ :  $A_{V,b} = \frac{A b}{b + h}$

- Tubos circulares:  $A_V = \frac{2 A}{\pi}$





# Esfuerzo cortante. Comprobación elástica

Siempre puede emplearse el criterio elástico, basado en determinar el flujo de tensiones cortantes en los puntos críticos del perfil:

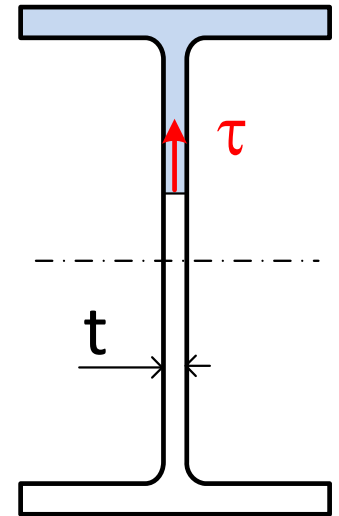
$$\tau_{Ed} = \frac{V_{Ed} S}{I t} \leq \frac{f_y}{\sqrt{3} \gamma_{M0}}$$

$\tau_{Ed}$  Tensión tangencial de cálculo

$S$  Momento estático, respecto del c. de g., del área situada entre el punto estudiado y el exterior de la sección

$I$  Momento de inercia de la sección

$t$  Espesor del perfil en el punto considerado



# Torsión

## A. Piezas huecas cerradas

Se desprecia la componente de alabeo

Calcular la distribución de tensiones en la sección según la teoría de la torsión uniforme (de Saint Venant)

## B. Piezas abiertas I, H

No se puede despreciar la componente de alabeo

Calcular la distribución de tensiones en la sección según la teoría de la torsión alabeada (Método simplificado de Timoshenko)

Tensiones cortantes en las alas:  $\tau_W$

Tensiones axiales en las alas debidas al bimomento :  $\sigma_W$

Efectuar la comprobación con criterios elásticos

# Comprobación de estados límite últimos

## Resistencia de las secciones

### Parte 2. Esfuerzos combinados

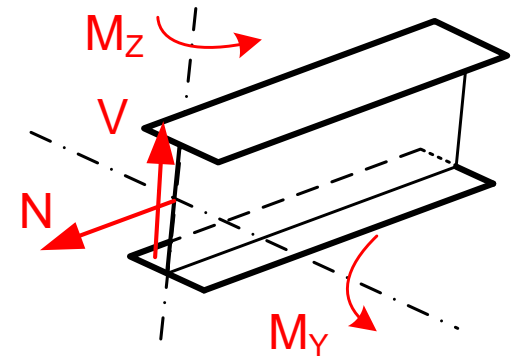
Momento flector y esfuerzo axial (sin pandeo)

Momento flector y esfuerzo cortante

Momento flector, esfuerzo axial y esfuerzo cortante

EN 1993-1-1 § 6.2

EAE Art. 34



# Comprobación de esfuerzos individuales. Resumen

Esfuerzo axial: 
$$N_{Ed} \leq A \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \longrightarrow \frac{N_{Ed}}{A f_{yd}} \leq 1$$

Momento flector

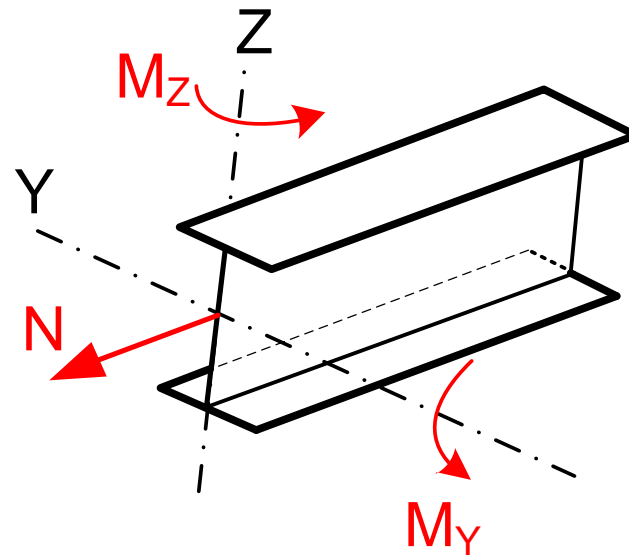
Clases 1, 2 
$$M_{Ed} \leq W_{pl} \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \longrightarrow \frac{M_{Ed}}{W_{pl} f_{yd}} \leq 1$$

Clase 3 
$$M_{Ed} \leq W_{el,min} \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \longrightarrow \frac{M_{Ed}}{W_{el,min} f_{yd}} \leq 1$$

Clase 4 
$$M_{Ed} \leq W_{eff,min} \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \longrightarrow \frac{M_{Ed}}{W_{eff,min} f_{yd}} \leq 1$$

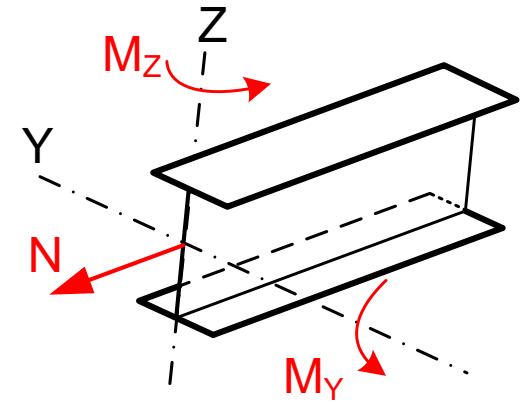
Cortante 
$$V_{Ed} \leq A_V \frac{f_y}{\sqrt{3} \gamma_{M0}}$$

# Resistencia de las secciones Flexión y esfuerzo axial combinados



# Flexión y esfuerzo axial - CTE

Fórmulas conservadoras y sencillas:



Clases 1 y 2

$$\frac{N_{Ed}}{A f_{yd}} + \frac{M_{y,Ed}}{W_{pl,y} f_{yd}} + \frac{M_{z,Ed}}{W_{pl,z} f_{yd}} \leq 1$$

Clase 3

$$\frac{N_{Ed}}{A f_{yd}} + \frac{M_{y,Ed}}{W_{el,y,min} f_{yd}} + \frac{M_{z,Ed}}{W_{el,z,min} f_{yd}} \leq 1$$

$$f_{yd} = \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

Perfiles laminados in I,H: Puede despreciarse el término de N, si cumple:

$$N_{Ed} \leq 0.5 A_{alma} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

# Flexión y esfuerzo axial - EC3 y EAE - Secciones clases 1 y 2

El momento de cálculo  $M_{Ed}$  debe cumplir:  $M_{Ed} \leq M_{N,Rd}$

$M_{N,Rd}$  **resistencia plástica a flexión reducida**, debida a la presencia de esfuerzo axial, que es menor que la resistencia plástica a flexión sin axial  $M_{pl,Rd}$

$$M_{N,Rd} < M_{pl,Rd} = W_{pl} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

$M_{N,Rd}$  depende del tipo de sección

# Flexión y esfuerzo axial – EC3 y EAE

Secciones en I, H, flexión en el eje fuerte (Y), clases 1 y 2, laminadas o soldadas

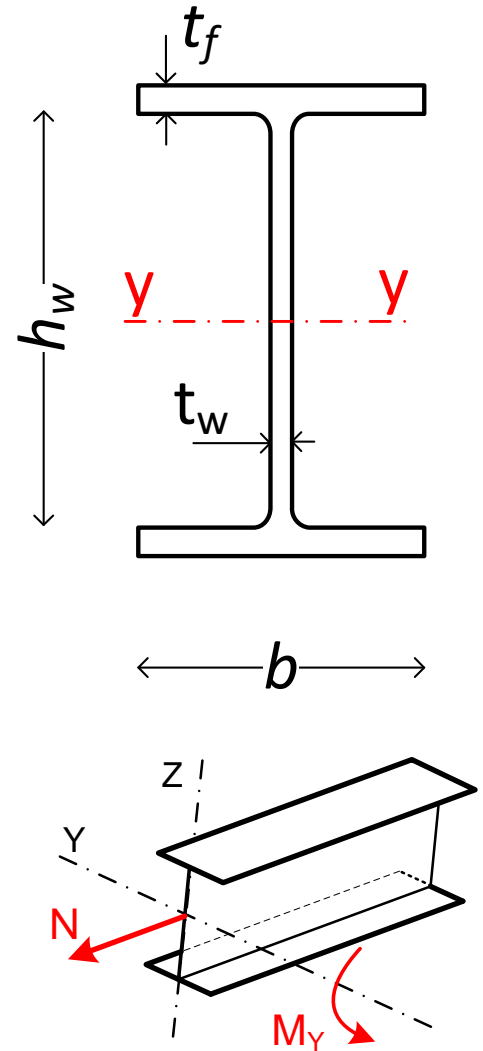
Sólo se debe reducir la resistencia a flexión si el axial es relevante:

$$N_{Ed} > \min \left( 0.25 N_{pl,Rd}, 0.5 h_w t_w \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \right)$$

$$N_{pl,Rd} = A \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

Comprobar:  $M_{Ed} \leq M_{N,y,Rd}$

??





# Flexión y esfuerzo axial – EC3 y EAE

Secciones en I, H, flexión en el eje fuerte (Y), clases 1 y 2, laminadas o soldadas

Resistencia plástica a flexión reducida por el axial  $M_{N,y,Rd}$ :

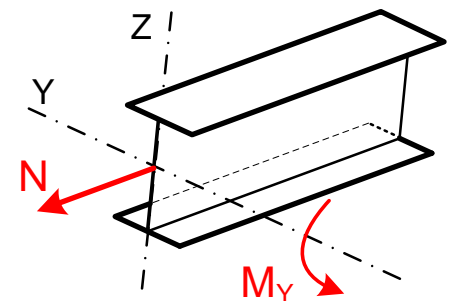
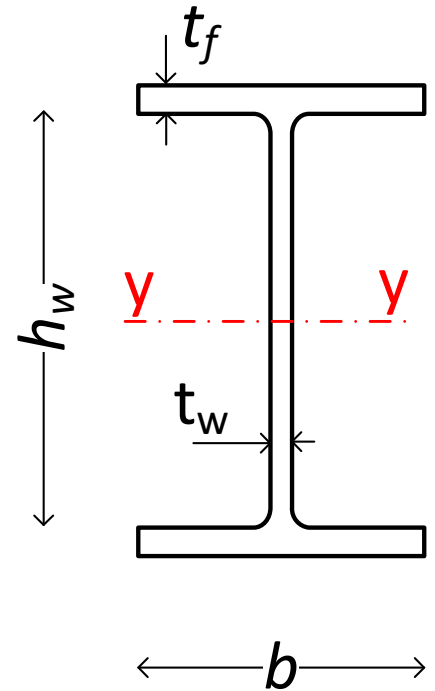
$$M_{Ed} \leq M_{N,y,Rd} = \left( W_{pl,y} \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \right) \left( \frac{1 - n}{1 - 0.5 a} \right)$$

Resistencia no reducida  $M_{pl,Rd}$

Factor de reducción  
Debe ser  $\leq 1$

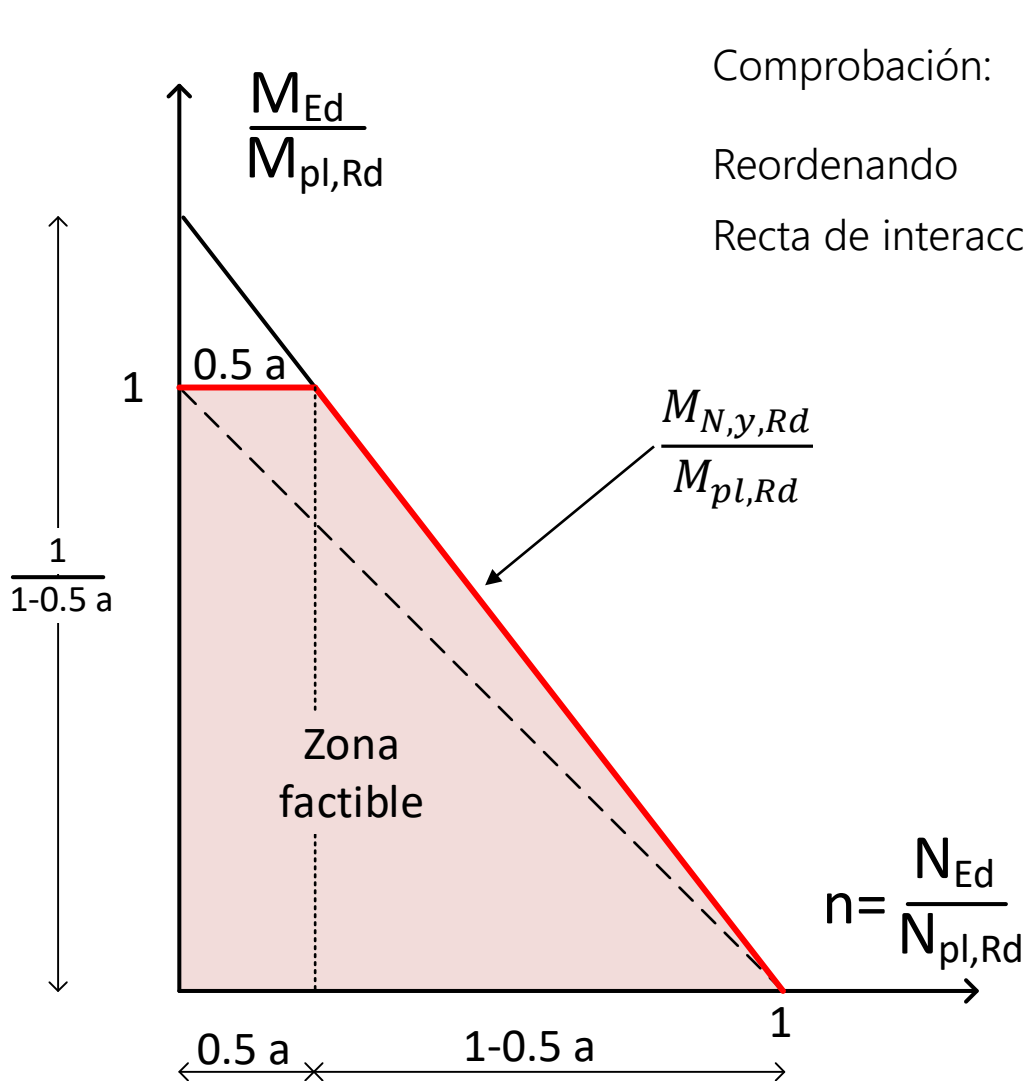
$$n = \frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}} \quad a = \frac{A - 2 b t_f}{A} \quad a \leq 0.5$$

Debe ser  $\frac{1 - n}{1 - 0.5 a} \leq 1 \rightarrow n \geq 0.5 a$



# Diagrama de interacción N-M

Secciones en I, H, flexión en el eje fuerte (Y), clases 1 y 2, laminadas o soldadas



# Flexión y esfuerzo axial – EC3 y EAE

Secciones en I, H, flexión en el eje débil (Z), clases 1 y 2, laminadas o soldadas

Sólo se debe reducir la resistencia a flexión si:

$$N_{Ed} > A_{alma} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

Comprobar que  $M_{Ed} \leq M_{N,z,Rd}$

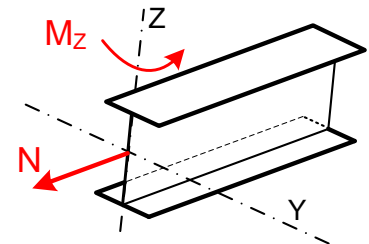
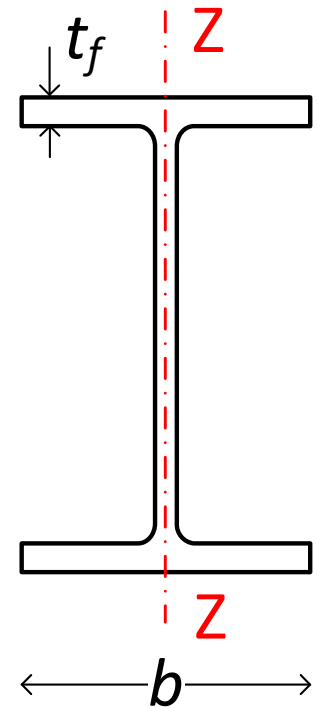
Resistencia plástica a flexión reducida  $M_{N,z,Rd}$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} n \leq a \quad M_{N,z,Rd} = M_{pl,z,Rd} = W_{pl,z} \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \\ n > a \quad M_{N,z,Rd} = M_{pl,z,Rd} \left[ 1 - \left( \frac{n-a}{1-a} \right)^2 \right] \end{array} \right.$$

$$n = \frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}}$$

$$a = \frac{A - 2 b t_f}{A} \approx \frac{A_{alma}}{A}$$

$$a \leq 0.5$$

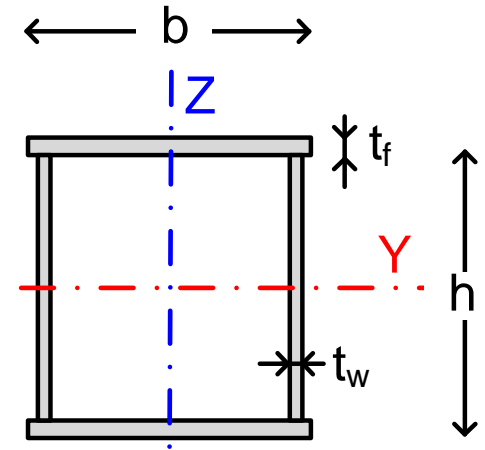


# Flexión y esfuerzo axial – EC3 y EAE

Secciones en **cajón**, almas y alas iguales, clases 1 y 2

Tubos rectangulares, sin agujeros de unión

Muy similar a perfiles H en el eje fuerte



**Eje Y** 
$$M_{N,y,Rd} = \left( W_{pl,y} \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \right) \left( \frac{1 - n}{1 - 0.5 a_w} \right)$$

$$\frac{1 - n}{1 - 0.5 a_w} < 1 \quad a_w = \frac{A - 2 b t_f}{A} \quad a_w \leq 0.5$$

**Eje Z** 
$$M_{N,z,Rd} = \left( W_{pl,z} \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \right) \left( \frac{1 - n}{1 - 0.5 a_f} \right)$$

$$\frac{1 - n}{1 - 0.5 a_f} < 1 \quad a_f = \frac{A - 2 h t_w}{A} \quad a_f \leq 0.5$$

# Flexión en dos ejes con axial. Secciones clases 1 y 2

$$\left( \frac{M_{y,Ed}}{M_{N,y,Rd}} \right)^\alpha + \left( \frac{M_{z,Ed}}{M_{N,z,Rd}} \right)^\beta \leq 1$$

Coeficientes ya conocidos:  $M_{N,y,Rd}, M_{N,z,Rd}$

En la fórmula no está el axial  $N$  directamente

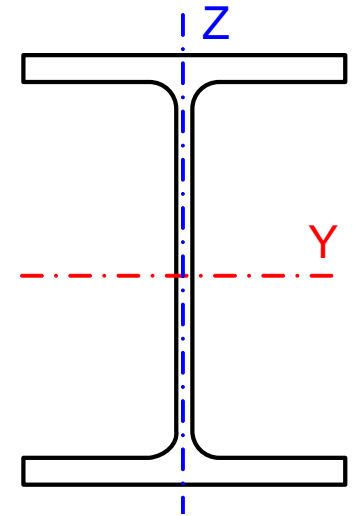
Valores conservadores:  $\alpha = 1 \quad \beta = 1$

Secciones I, H:  $\alpha = 2 \quad \beta = 5n \quad (\beta \geq 1) \quad n = \frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}}$

Secciones huecas circulares  $\alpha = 2 \quad \beta = 2$

$$M_{N,y,Rd} = M_{N,z,Rd} = M_{pl,Rd} (1 - n^{1.7})$$

Secciones huecas rectangulares  $\alpha = \beta = \frac{1.66}{1 - 1.13 n^2}$

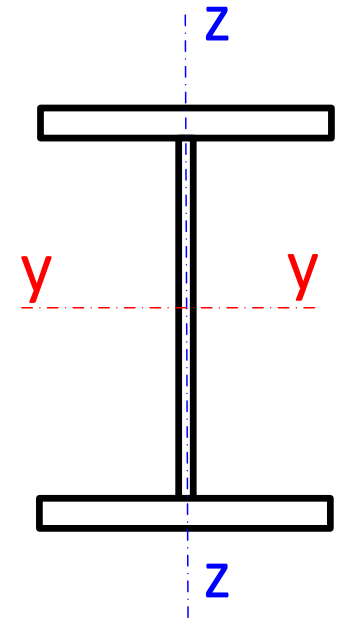


# Flexión en dos ejes con axial. Secciones clase 3

Criterio de comprobación elástico

$$\sigma_{x,Ed} = \frac{N_{Ed}}{A} + \frac{M_{y,Ed}}{W_{el,y,min}} + \frac{M_{z,Ed}}{W_{el,z,min}} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

$W_{el,y,min}$ ,  $W_{el,z,min}$ : Módulos resistentes elásticos en el punto donde se comprueba la tensión: punto más alejado de la fibra neutra



# Flexión con axial - Secciones clase 4

Compresión y flexión en un eje:

$$\frac{N_{Ed}}{A_{eff} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}} + \frac{M_{Ed} + N_{Ed} e_N}{W_{eff} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}} \leq 1$$

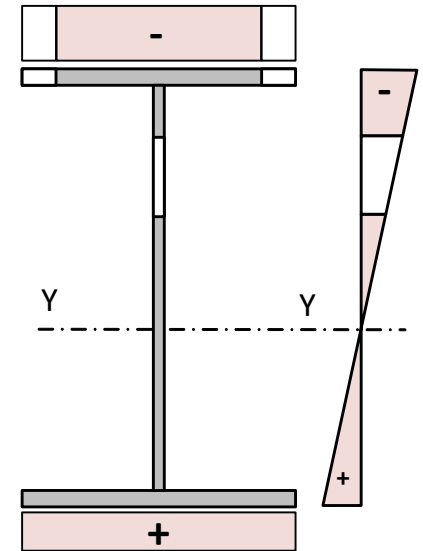
Compresión y flexión en dos ejes:

$$\frac{N_{Ed}}{A_{eff} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}} + \frac{M_{y,Ed} + N_{Ed} e_{N,y}}{W_{eff,y} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}} + \frac{M_{z,Ed} + N_{Ed} e_{N,z}}{W_{eff,z} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}} \leq 1$$

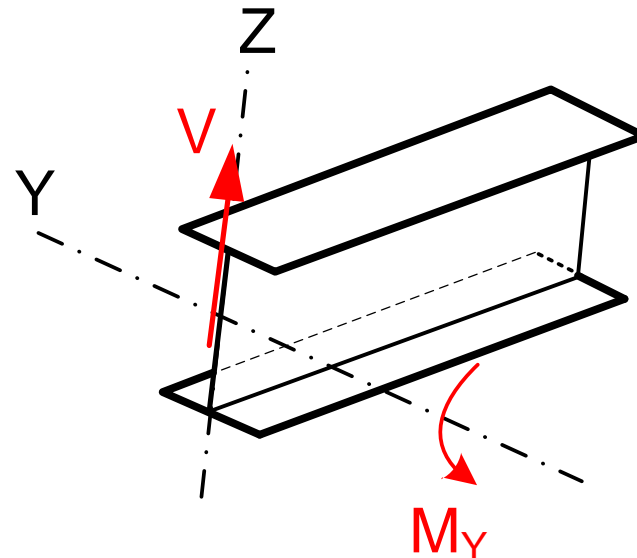
$A_{eff}$ : Área de la sección reducida

$W_{eff,y}, W_{eff,z}$ : Módulo elástico mínimo según los ejes y, z, de la sección reducida

$e_{N,y}, e_{N,z}$ : Desplazamientos del c.d.g. de la sección reducida respecto de la sección bruta



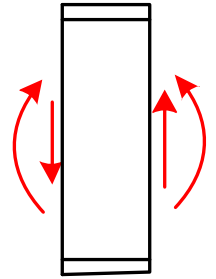
# Resistencia de las secciones Flexión y cortante combinados





# Resistencia a flector y cortante

Clases 1 y 2: La presencia de cortante puede hacer **disminuir la resistencia a flexión** de la sección.



Hay que determinar la resistencia a flexión en presencia de cortante  $M_{V,Rd}$

1. Comprobar resistencia a cortante sólo:  $V_{Ed} \leq V_{pl,Rd} = A_V \frac{f_y}{\sqrt{3} \gamma_{M0}}$

2. Si el cortante es inferior a la mitad de la resistencia a cortante

No hay disminución de la resistencia a flexión: sus resistencia a flexión es la misma (momento plástico)

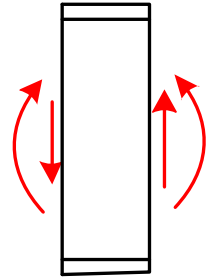
$$V_{Ed} \leq \frac{V_{pl,Rd}}{2} \rightarrow M_{V,Rd} = M_{pl,Rd} = W_{pl} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

Este límite, y el proceso siguiente, no son aplicables cuando la abolladura del alma reduzca la resistencia a cortante de la sección, que impone unos límites específicos

# Resistencia a flector y cortante

3. Si el cortante es superior a la mitad de la resistencia a cortante

$$V_{Ed} > \frac{V_{pl,Rd}}{2}$$

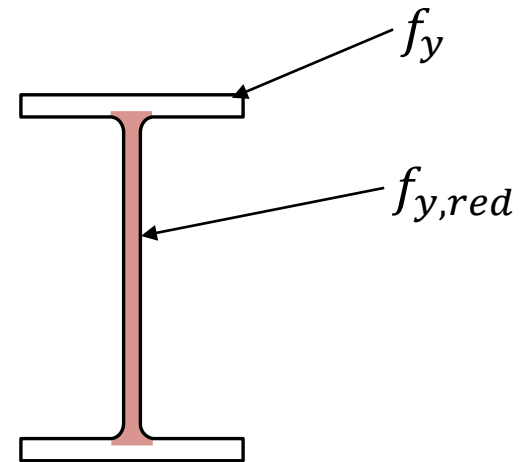


La resistencia a flexión disminuye de forma parabólica

Para calcular el momento resistente a flexión en presencia de cortante  $M_{V,Rd}$  se debe emplear en el área que soporta el cortante ( $\approx$  alma de la H) un **valor reducido del límite elástico**:

$$f_{y,red} = (1 - \rho)f_y$$

$$\rho = \left(2 \frac{V_{Ed}}{V_{pl,Rd}} - 1\right)^2 \quad 0 \leq \rho \leq 1$$



# Resistencia reducida a flexión y cortante $M_{V,Rd}$

$$M_{V,Rd} = S_{AreaCort} \frac{(1 - \rho) f_y}{\gamma_{M0}} + S_{Resto} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

S: momento estático

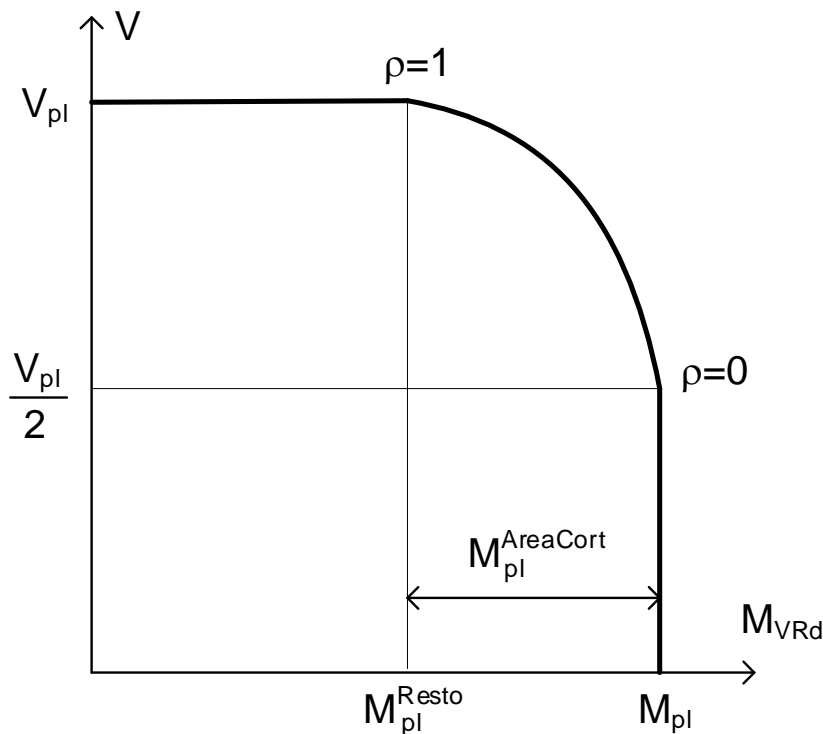
$$M_{V,Rd} = (1 - \rho) M_{pl}^{AreaCort} + M_{pl}^{Resto}$$

$$\frac{1}{2} \leq \frac{V_{Ed}}{V_{pl,Rd}} \leq 1$$

$$0 \leq \rho \leq 1$$

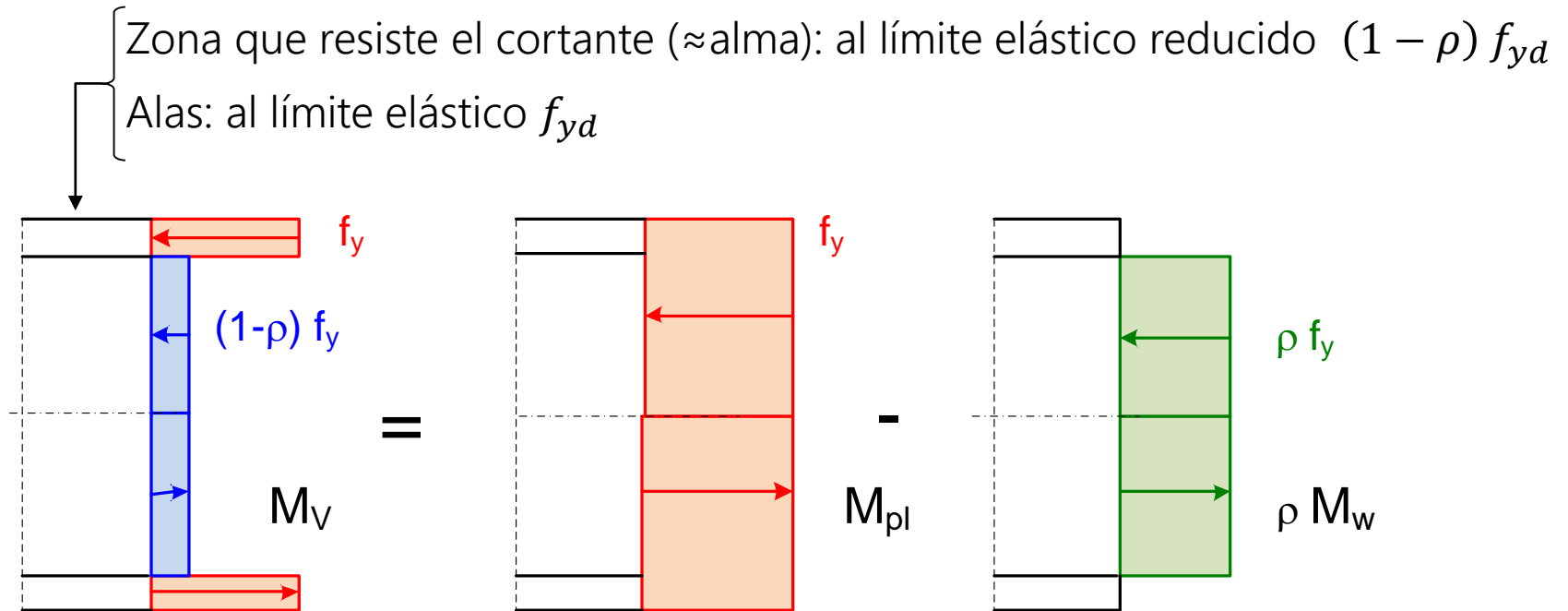
$$\rho = \left( 2 \frac{V_{Ed}}{V_{pl,Rd}} - 1 \right)^2$$

Diagrama de interacción flector - cortante



# Resistencia reducida a flexión y cortante - Secciones en I o H

El momento máximo con interacción M-V es:



$$M_{V,Rd} = M_f + (1 - \rho) M_w$$

Momento plástico de las alas

Momento plástico reducido del alma

$$M_{V,Rd} = M_{pl,Rd} - \rho M_w$$

Momento plástico de la sección completa

Momento plástico del alma, reducido por  $\rho$

$$M_f + M_w = M_{pl,Rd}$$

# Resistencia a flector y cortante. Secciones en I o H

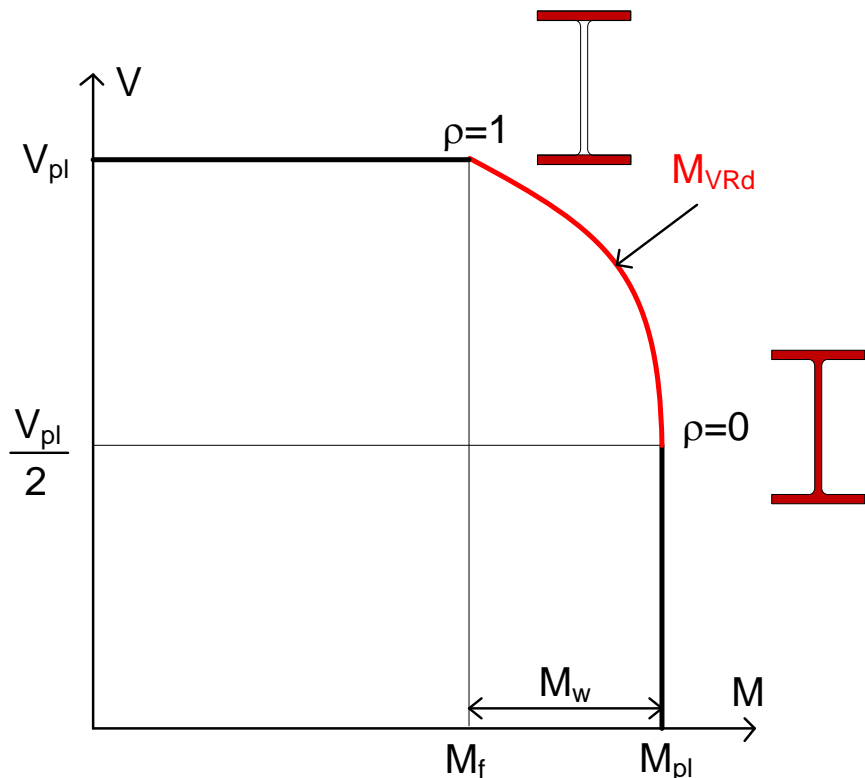
Resumen:

$$M_{V,Rd} = M_{pl,Rd} - \rho M_w$$

$$M_{V,Rd} = M_f + (1 - \rho) M_w$$

$M_f$ : momento de las alas

$M_w$ : momento del alma



$\rho = 1$   $\left\{ \begin{array}{l} M_{V,Rd} = M_f \\ \text{Cuando se llega a } V_{Ed} = V_{pl} \\ \text{Trabajan sólo las alas a flector} \end{array} \right.$

$\rho = 0$   $\left\{ \begin{array}{l} M_{V,Rd} = M_f + M_w = M_{pl} \\ \text{Hasta que } V_{Ed} = V_{pl}/2 \\ \text{Trabaja toda la sección a flector} \end{array} \right.$

$0 < \rho < 1$  Disminuye la contribución del alma a flector

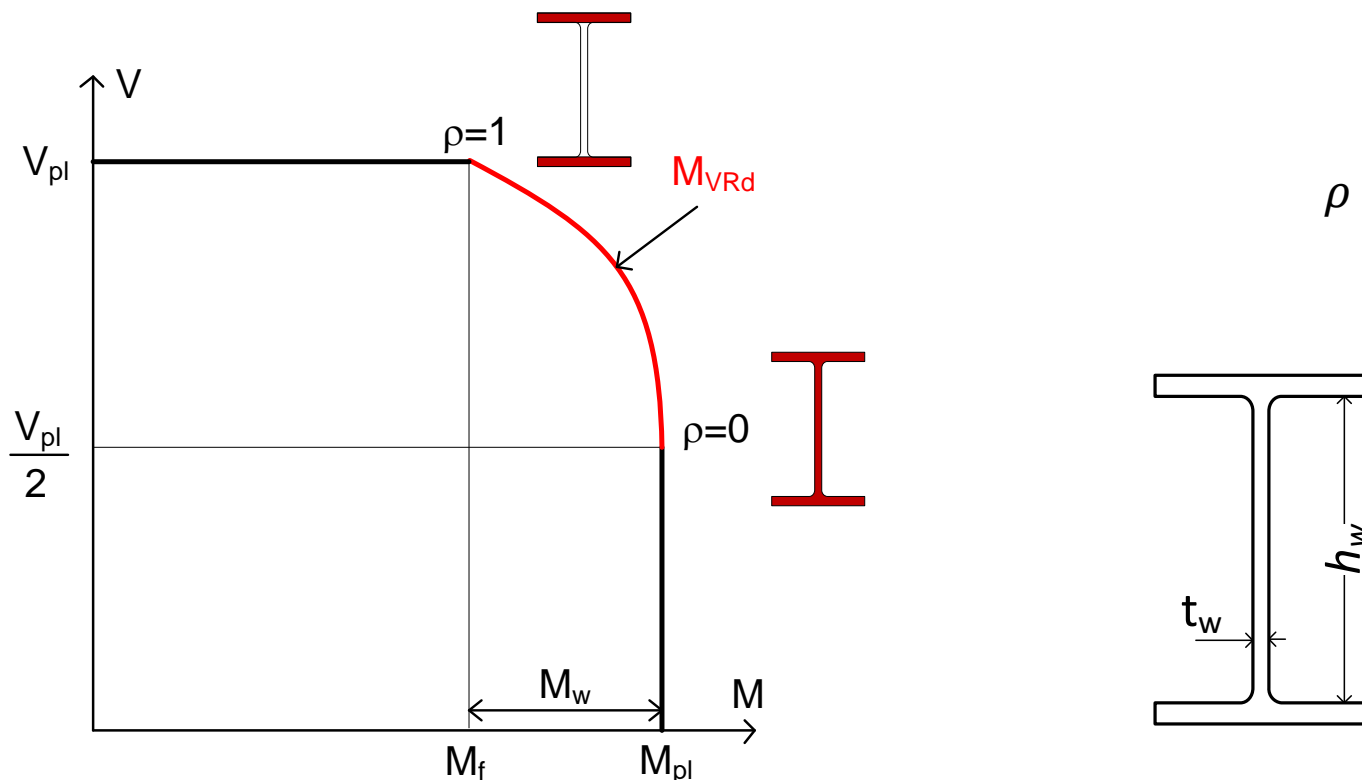
# Resistencia a flector y cortante. Secciones en I o H

Momento en el alma: 
$$M_w = 2 \left( \frac{h_w}{2} t_w \right) \frac{h_w}{4} \frac{f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{A_w^2 f_y}{4 t_w \gamma_{M0}} \quad A_w = h_w t_w$$

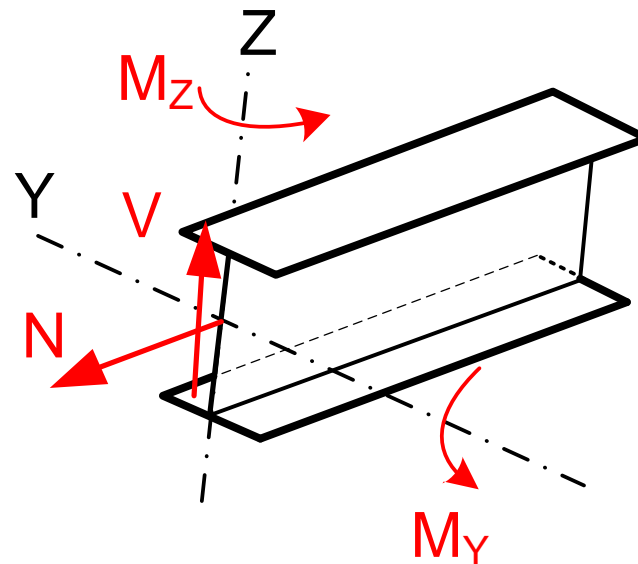
Momento máximo con interacción: 
$$M_{V,Rd} = \left( W_{pl} - \rho \frac{A_w^2}{4 t_w} \right) \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \quad \frac{1}{2} \leq \frac{V_{Ed}}{V_{pl,Rd}} \leq 1$$

$$0 \leq \rho \leq 1$$

$$\rho = \left( 2 \frac{V_{Ed}}{V_{pl,Rd}} - 1 \right)^2$$



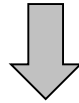
# Resistencia de las secciones Flexión, axial y cortante



# Resistencia a flexión, axial y cortante

- A. Si el cortante de cálculo es inferior a la mitad de la resistencia a cortante de la sección:

$$V_{Ed} \leq \frac{V_{pl,Rd}}{2} = \frac{1}{2} A_V \frac{f_y}{\sqrt{3} \gamma_{M0}}$$



No hay interacción de M con V: se emplearán las fórmulas estándar para comprobación de flexión + axial

CTE

$$\frac{N_{Ed}}{A f_{yd}} + \frac{M_{y,Ed}}{W_{pl,y} f_{yd}} + \frac{M_{z,Ed}}{W_{pl,z} f_{yd}} \leq 1$$

EC3, EAE

$$\left( \frac{M_{y,Ed}}{M_{N,y,Rd}} \right)^\alpha + \left( \frac{M_{z,Ed}}{M_{N,z,Rd}} \right)^\beta \leq 1$$

Resistencias a flexión reducidas por axial



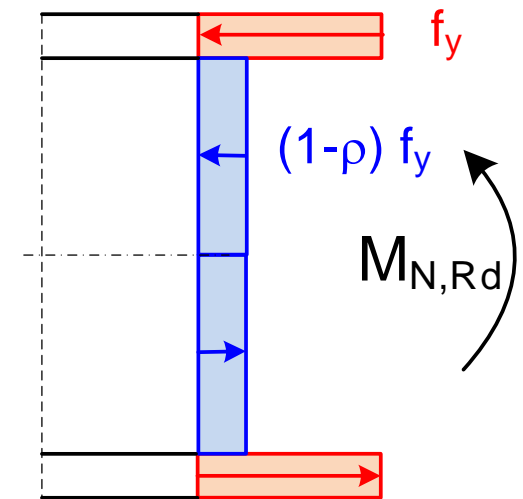
# Resistencia a flexión, axial y cortante

- B. Si el cortante de cálculo es **superior a la mitad** de la resistencia a cortante de la sección:

$$V_{Ed} > \frac{V_{pl,Rd}}{2}$$

Se debe **reducir la resistencia de cálculo a flexión y axial** de la misma forma que para la interacción M+V

Calcular la resistencia a flexión y axial combinados  $M_{N,Rd}$  asignando al área de cortante (alma) un valor reducido del límite elástico  $(1 - \rho)f_y$





# Comprobación de estados límite últimos

## Estados límite de inestabilidad

# Estados límite de inestabilidad

Inestabilidad: al llegar a un determinado nivel de carga aplicada, se producen deformaciones incontroladas sin aumentar la carga aplicada.

- Inestabilidad **a nivel de toda la pieza**:
  - Elementos a **compresión**:
    - Pandeo lateral por flexión
    - Pandeo por torsión y flexión-torsión (secciones débil rigidez C, Z...)
  - **Pandeo lateral de vigas a flexión**: inestabilidad por pandeo lateral de la zona comprimida
  - Pandeo por **flexión y compresión**: postes
- Inestabilidad **global** de toda la estructura
  - Pandean muchos elementos a la vez
- Inestabilidad **local** en un punto una pieza
  - Abolladura del alma por cortante



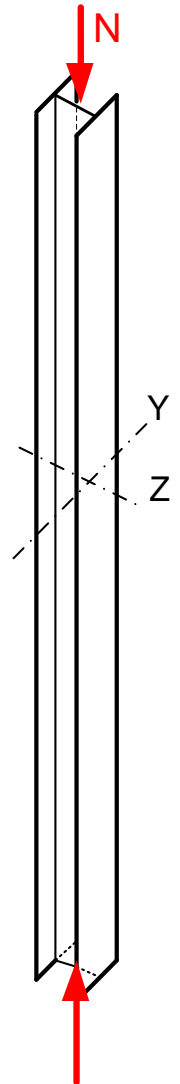
# Estado límite de inestabilidad Piezas a compresión

## Pandeo por flexión

Normativa:

EN 1993-1-1 §6.1

EAE §35.1



# Pandeo por flexión de piezas a compresión

Elementos de sección constante, clases 1, 2, 3

$$N_{Ed} \leq N_{b,Rd} = \chi A \frac{f_y}{\gamma_{M1}}$$

$N_{Ed}$  Valor de cálculo del esfuerzo axial de compresión

$N_{b,Rd}$  Resistencia de cálculo a pandeo del elemento a compresión

$\chi$  Coeficiente de reducción por pandeo ( $<1$ ), para el plano de pandeo considerado. Función de la esbeltez  $\bar{\lambda}$

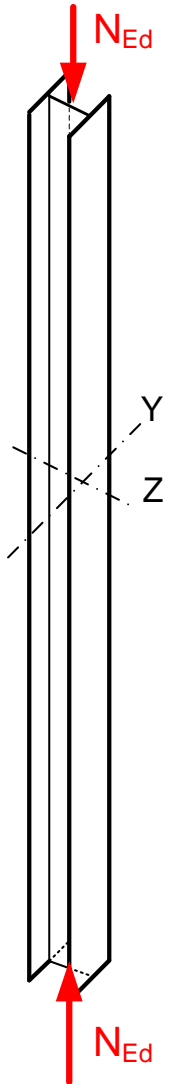
$$\gamma_{M1} = 1.05$$

Secciones clase 4: usar  $A_{eff}$  en lugar de  $A$

Elementos de sección variable o  $N$  variable: análisis específico

No es necesaria la comprobación a pandeo si:

$$\bar{\lambda} \leq 0.2 \quad \text{o bien} \quad N_{Ed} \leq 0.04 N_{cr}$$

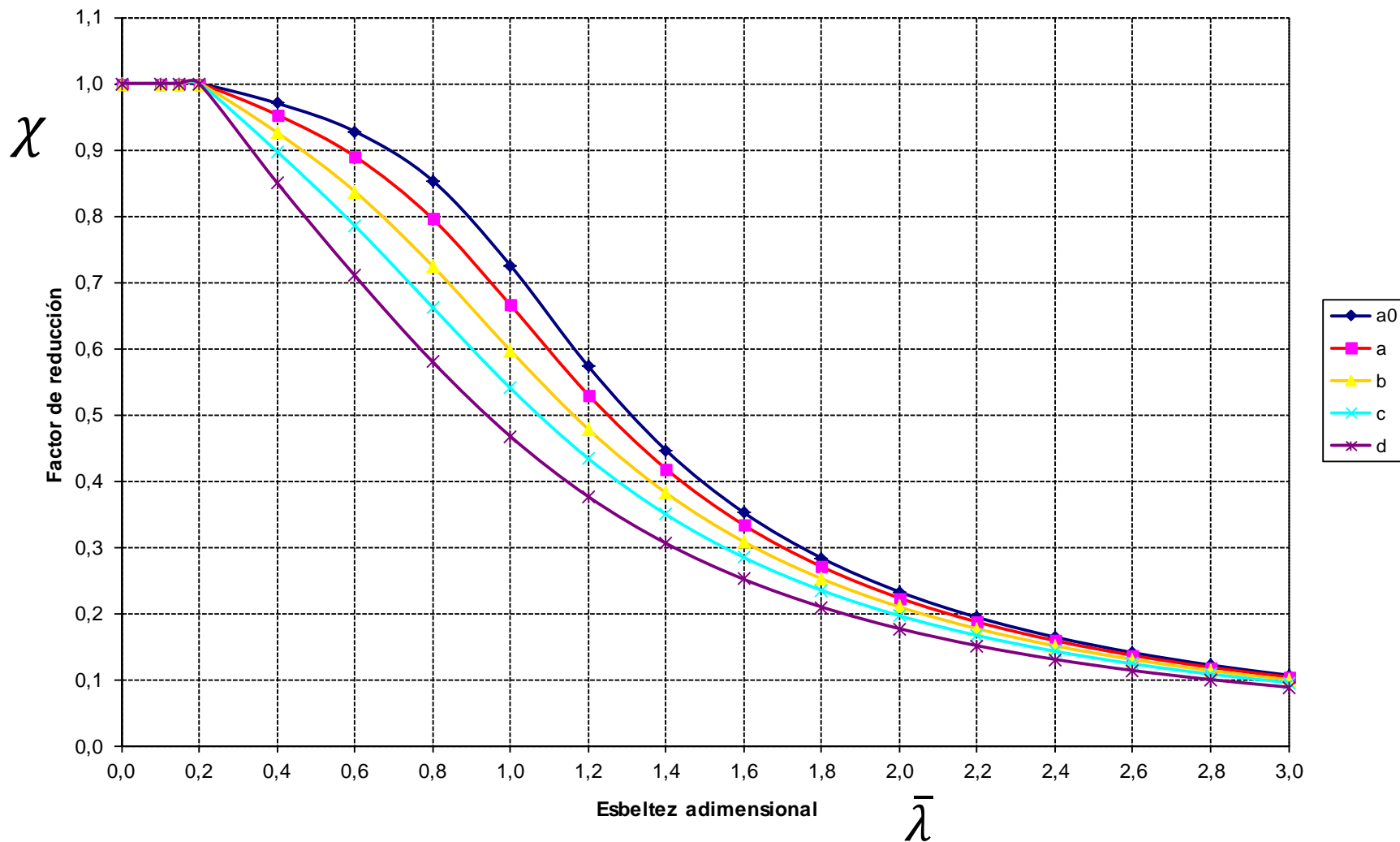


# Curvas de pandeo $\chi(\bar{\lambda})$

EN 1993-1-1 Fig. 6.4

EAE Fig. 35.1.2

Curvas de pandeo



# Coeficiente de reducción por pandeo $\chi(\bar{\lambda})$

Elementos de sección constante, con N constante

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \quad \chi \leq 1.0$$

$$\Phi = 0.50 [1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0.2) + \bar{\lambda}^2]$$

$\bar{\lambda}$  Esbeltez adimensional ( $\leq 3$ )

$\alpha$  = Coeficiente de imperfección: depende de la "curva de pandeo"

Curva de pandeo	a0	a	b	c	d
Coeficiente $\alpha$	0.13	0.21	0.34	0.49	0.76

Curvas de pandeo: dependen del tipo de sección, del eje de pandeo y del material

# Esbeltez adimensional $\bar{\lambda}$ (CTE: esbeltez reducida)

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A f_y}{N_{cr}}}$$

Carga axial de plastificación de la sección

Carga axial crítica (Euler) para el plano de pandeo considerado

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 E I}{L_p^2}$$

Sustituyendo:

$$\bar{\lambda} = \frac{L_p}{i} \frac{1}{93.9 \epsilon}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{L_p}{i} \quad \text{Esbeltez geométrica} \\ \epsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} \end{array} \right.$$

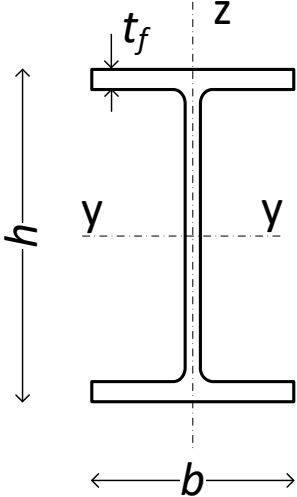
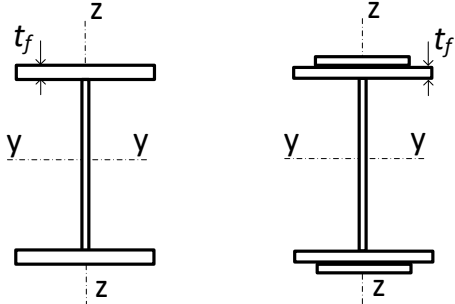
$L_p$ : Longitud de pandeo

$i$ : radio de giro de la sección

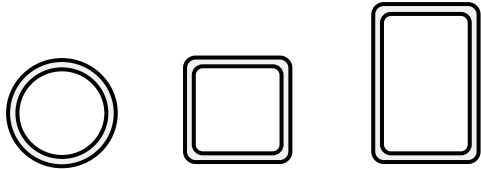
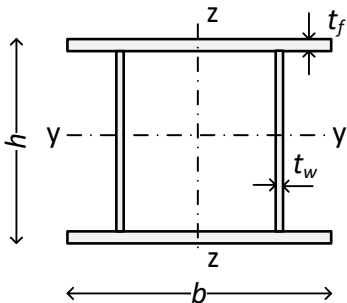
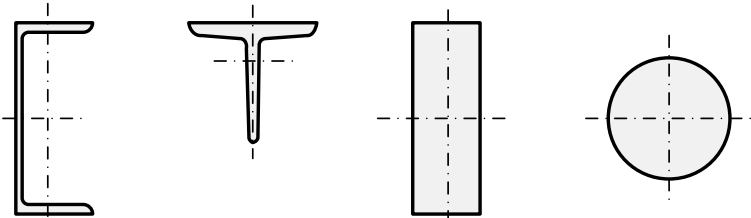
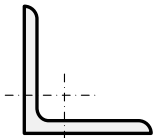
$$i = \sqrt{\frac{I}{A}}$$



# Elección de las curvas de pandeo (1) EN 1993-1-1 tabla 6.2

Sección transversal		Límites		Pandeo alrededor del eje	Curva de pandeo	
					S235 S275 S355 S420	S460
Secciones de perfiles laminados		$\frac{h}{b} > 1.2$	$t_f \leq 40 \text{ mm}$	y-y z-z	a b	a <sub>0</sub> a <sub>0</sub>
			$40 < t_f \leq 100 \text{ mm}$	y-y z-z	b c	a a
		$\frac{h}{b} \leq 1.2$	$t_f \leq 100 \text{ mm}$	y-y z-z	b c	a a
			$t_f > 100 \text{ mm}$	y-y z-z	d d	c c
Secciones en I de vigas soldadas		$t_f \leq 40 \text{ mm}$		y-y z-z	b c	b c
		$t_f > 40 \text{ mm}$		y-y z-z	c d	c d

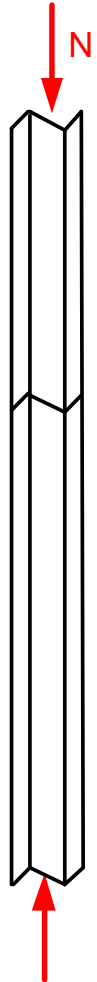
## Elección de las curvas de pandeo (2) EN 1993-1-1 tabla 6.2

Sección transversal	Límites	Pandeo alrededor del eje	Curva de pandeo	
			S235 S275 S355 S420	S460
Secciones huecas 	Acabados en caliente	cualquiera	a	a <sub>0</sub>
	Conformados en frío	cualquiera	c	c
Secciones en cajón de vigas soldadas 	En general (excepto el caso del recuadro inferior)	cualquiera	b	b
	Soldaduras gruesas $a > 0.5 t_f \quad \frac{b}{t_f} < 30 \quad \frac{h}{t_w} < 30$	cualquiera	c	c
Secciones en U o en simple T y secciones macizas 		cualquiera	c	c
Secciones de perfiles angulares 		cualquiera	b	b



# Piezas a compresión Pandeo por flexión y torsión

Piezas con sección transversal abierta  
con débil rigidez a torsión (C, Z, W)



# Pandeo por flexión y torsión

Piezas con **sección transversal abierta con débil rigidez a torsión** (C, Z, W)

Comprobar frente a pandeo por torsión (T) y pandeo por torsión y flexión (TF).

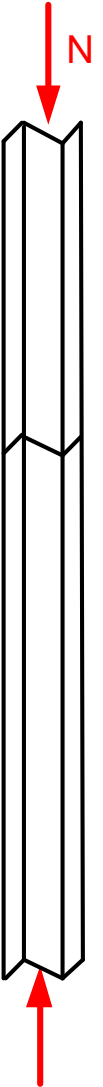
Normativa: EN 1993-1-1 § 6.3.1.4  
EN 1993-1-3 § 6.2.3  
EAE: § 35.1.4

Mismo método que pandeo lateral, con otra carga crítica:

Esbeltez para pandeo por T y TF: 
$$\bar{\lambda}_T = \sqrt{\frac{A f_y}{N_{cr}}}$$

Carga crítica para pandeo por T y TF: 
$$N_{cr} = \min(N_{cr,TF}, N_{cr,T})$$

Curva de pandeo a emplear: eje Z-Z



# Cargas críticas de pandeo por torsión y torsión-flexión

EN 1993-1-3 §6.2.3

- Carga crítica de pandeo por torsión:

$$N_{cr,T} = \frac{1}{i_0^2} \left( G I_t + \frac{\pi^2 E I_w}{l_T^2} \right) \quad i_0^2 = i_y^2 + i_z^2 + y_0^2 + z_0^2$$

$I_t$  módulo de torsión de la sección bruta

$I_w$  módulo de alabeo de la sección bruta

$i_y, i_z$  radio de giro de la sección bruta respecto de los ejes Y, Z

$l_T$  longitud de pandeo a torsión  $\approx 0.7 \div 1.0 L$

$y_0, z_0$  coordenadas del centro de esfuerzos cortantes respecto del c.d.g. de la sección bruta

- Carga crítica de pandeo por flexión y torsión, secciones simétricas respecto a Y-Y

$$N_{cr,TF} = \frac{N_{cr,y}}{2 \beta} \left[ 1 + \frac{N_{cr,T}}{N_{cr,y}} \sqrt{\left( 1 - \frac{N_{cr,T}}{N_{cr,y}} \right)^2 + 4 \left( \frac{y_0}{i_0} \right)^2 \left( \frac{N_{cr,T}}{N_{cr,y}} \right)} \right] \quad \beta = 1 - \left( \frac{y_0}{i_0} \right)^2$$





# Estados de inestabilidad

## Longitudes de pandeo en barras comprimidas de celosías

EN 1993-1-1 Anexo BB  
EAE Art. 72.

# 1. Longitud de pandeo en el plano de la celosía

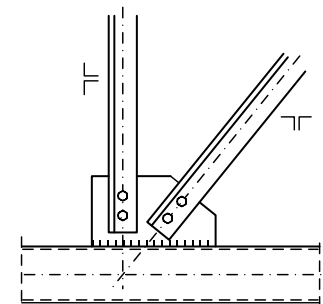
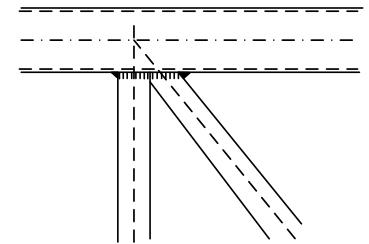
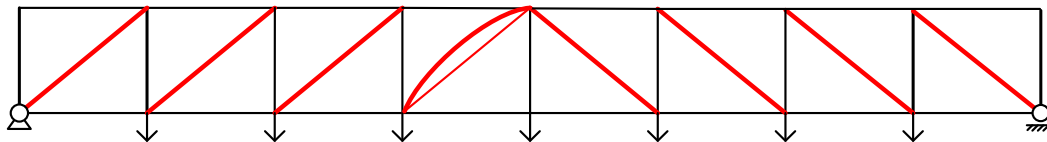
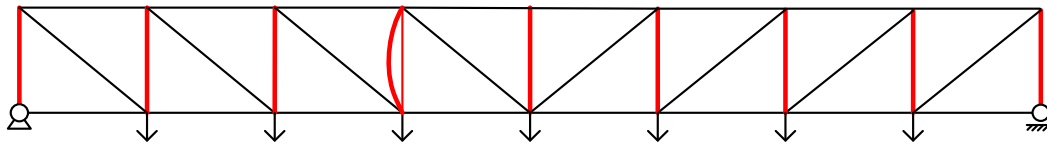
La barra se mantiene en el plano de la celosía al pandear.

1.1 En general: Longitud pandeo = Longitud real

(Se está suponiendo que la barra está articulada en ambos extremos)

1.2 Montantes y diagonales unidos a los cordones con uniones que ejerzan una cierta coacción al giro (soldadas o con  $\geq 2$  tornillos)

Longitud pandeo = 0.9 Longitud real



# 1. Longitud de pandeo en el plano de la celosía

## 1.3 Montantes y diagonales en L simple.

Unidos a los cordones por una sola cara lateral

→ Pandeo por flexión y torsión

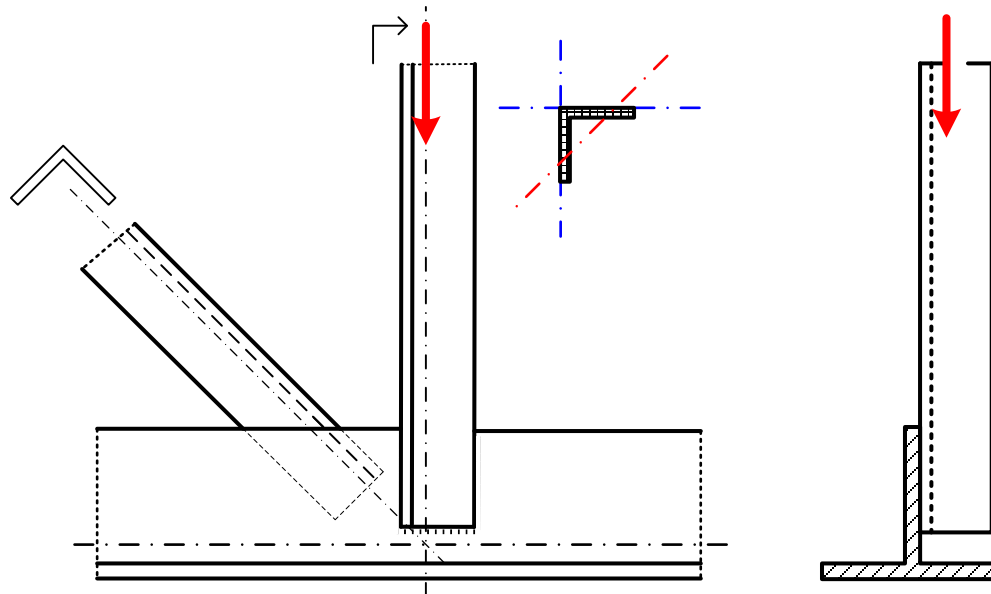
Emplear una esbeltez eficaz:  $\bar{\lambda}_{ef}$

Pandeo alrededor del eje ( $v$ ) de mínima inercia  $\bar{\lambda}_{ef,v} = 0.35 + 0.70 \bar{\lambda}_v$

Pandeo alrededor de los ejes ( $y, z$ ) paralelos a las caras:

$$\bar{\lambda}_{ef,y} = 0.50 + 0.70 \bar{\lambda}_y$$

$$\bar{\lambda}_{ef,z} = 0.50 + 0.70 \bar{\lambda}_z$$





## 2. Pandeo en el plano perpendicular a la celosía

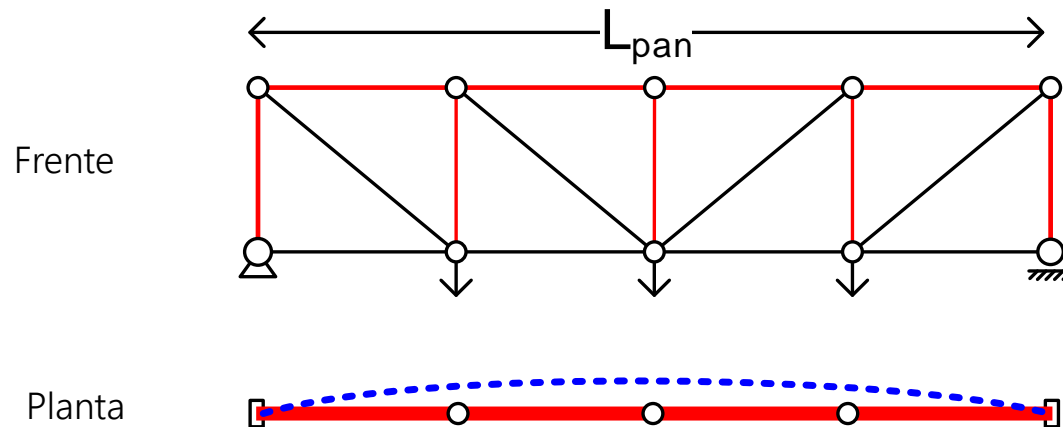
La barra "se sale" del plano de la celosía al pandear.

### 2.1 Cordón comprimido sin arriostramiento transversal

Longitud pandeo = Longitud total del cordón

Solución no recomendable, salvo para celosías muy pequeñas

Entre los dos extremos del cordón habrá más de una barra/nudo: el esfuerzo axial es variable. Calcular como poste sometido a fuerzas variables según su eje.



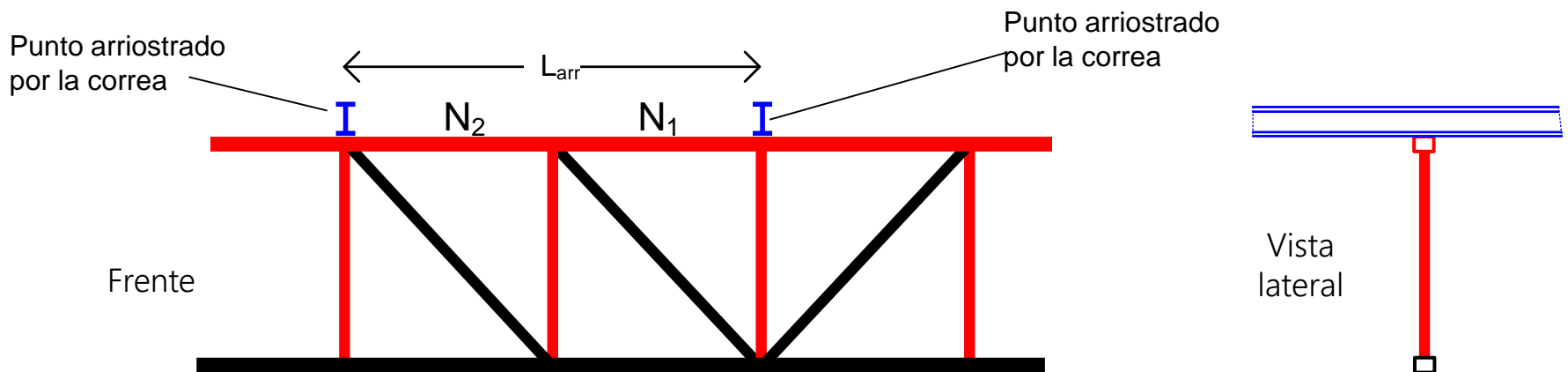
## 2. Pandeo en el plano perpendicular a la celosía

La barra "se sale" del plano de la celosía al pandear.

### 2.2 Cordón comprimido con arriostramiento transversal producido por las vigas correas

Longitud pandeo = Longitud entre 2 arriostramientos  $L_{arr}$

Si entre 2 arriostramientos hay un nudo:  $L_p = \left( 0.75 + 0.25 \frac{N_2}{N_1} \right) L_{arr}$   $|N_1| > |N_2|$



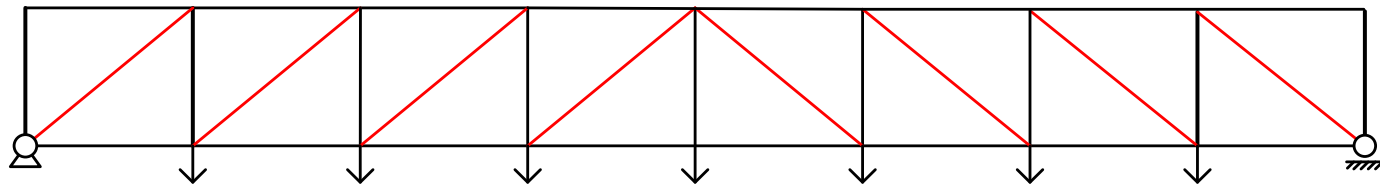
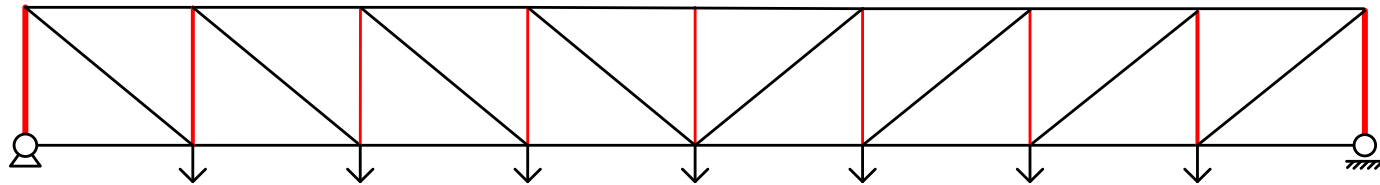
Si entre 2 arriostramientos hay más de un nudo: calcular como poste sometido a varias fuerzas según su eje.

## 2. Pandeo en el plano perpendicular a la celosía

La barra "se sale" del plano de la celosía al pandear.

### 2.3 Montantes y diagonales

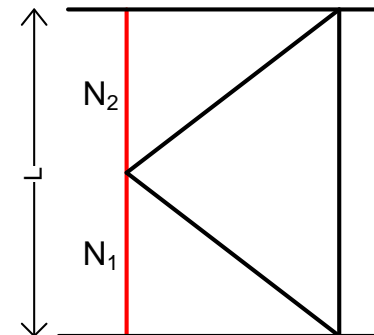
Longitud pandeo = Longitud real



Montantes en K: dos esfuerzos  $N_1, N_2$ .

Usar:

$$L_p = \left( 0.75 + 0.25 \frac{N_2}{N_1} \right) L \quad |N_1| > |N_2|$$

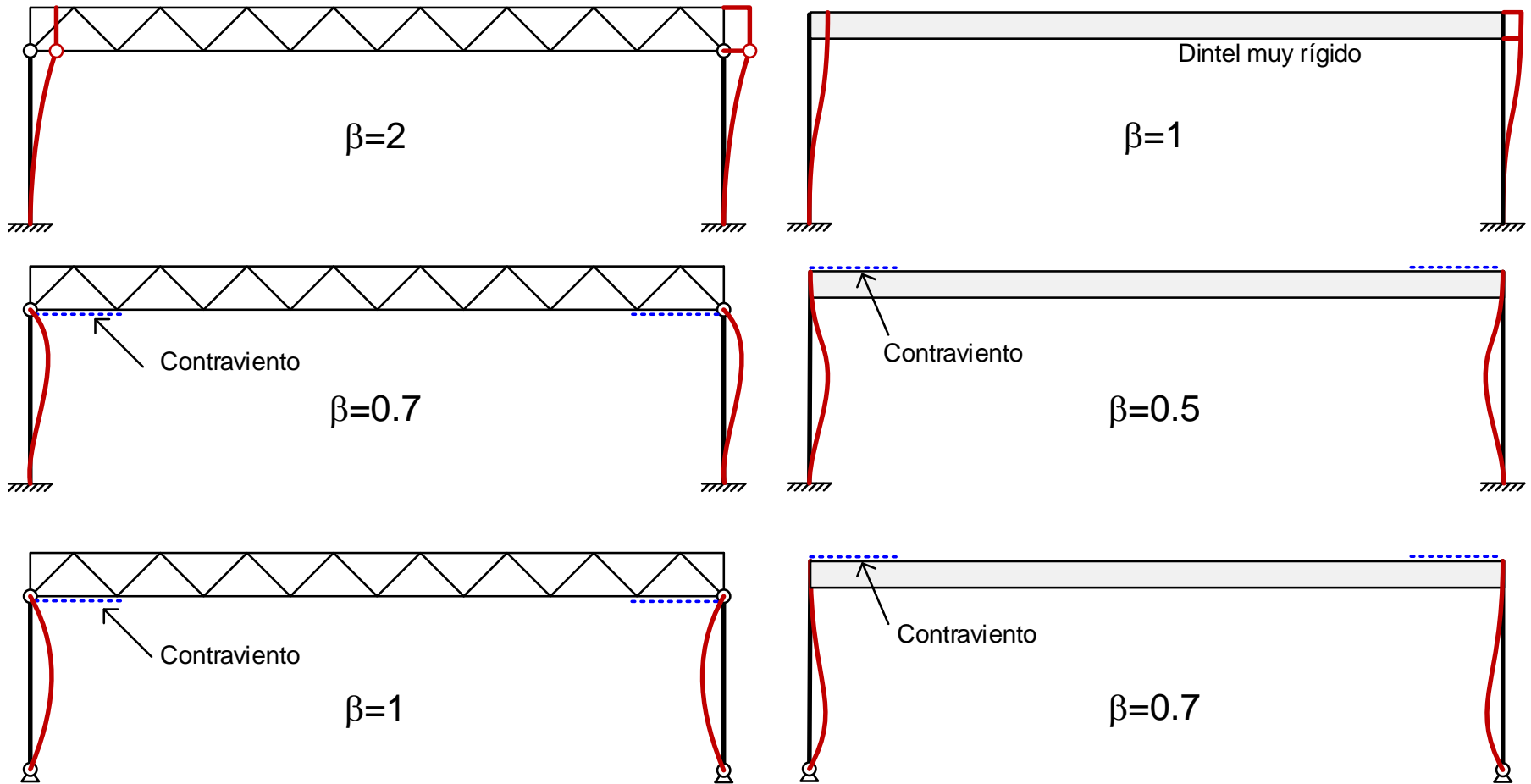




# Estados de inestabilidad

## Longitudes de pandeo en postes de naves y edificios

# Longitudes de pandeo en postes de naves simples



Longitud de pandeo:  $L_p = \beta L$

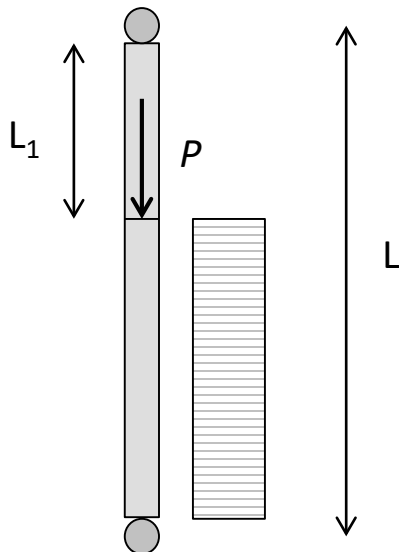
# Postes con varias fuerzas axiales - EAE: §70.4

Sección constante. Esfuerzo axial variable. Diversas condiciones en los extremos.

Longitud de pandeo:  $L_p = \beta L$        $\beta = \sqrt{\sum(\alpha_i \beta_i^2)}$        $\alpha_i = \frac{P_i}{\sum P_i}$

$\beta_i$  Coeficiente de pandeo para la carga  $P_i$  actuando sola. Depende de la posición de la carga en la viga y de las condiciones en los extremos

Comprobar la resistencia a pandeo con el esfuerzo axial máximo:  $\sum P_i$



Coeficientes  $\beta_i$  para una carga sola:

$L_1 / L$	Art. - Art.	Emp. - Libre	Emp. - Art.	Emp. - Emp.
0.0	1.00	2.00	0.70	0.50
0.2	0.80	1.60	0.53	0.47
0.4	0.71	1.20	0.46	0.39
0.6	0.70	0.80	0.44	0.36
0.8	0.59	0.40	0.36	0.28
1.0	0.00	0.00	0.00	0.00

# Pandeo global de pórticos

Estudiar la estabilidad de la estructura completa. El pandeo elástico está controlado por el problema de autovalores:

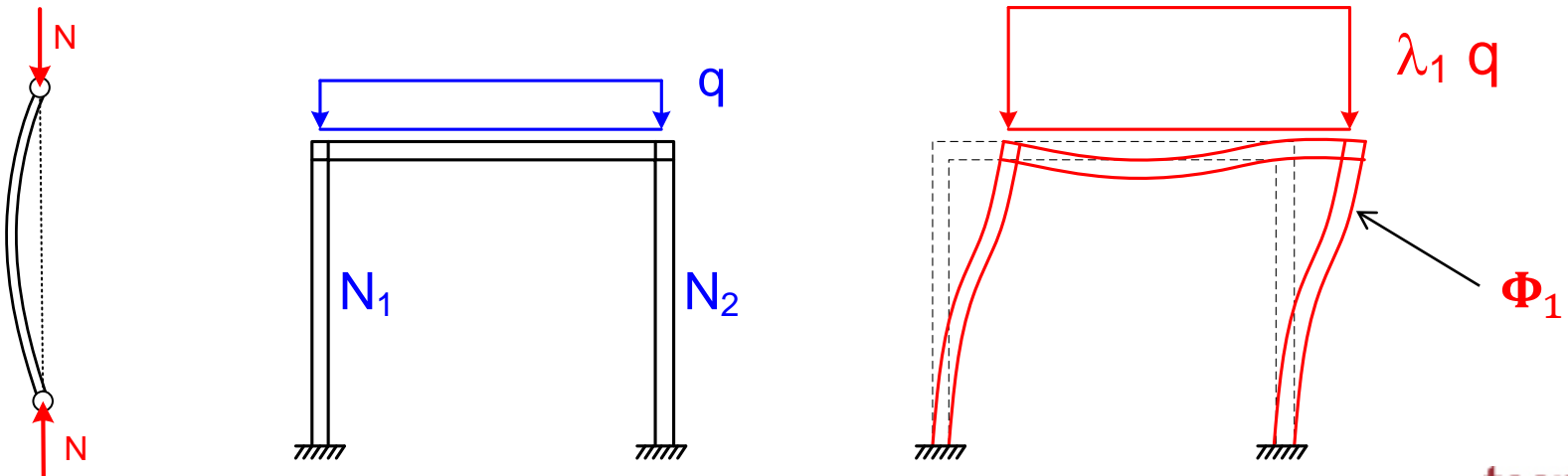
$$(\mathbf{K} + \lambda \mathbf{K}_G(N)) \Phi = 0$$

$\mathbf{K}$  Matriz de rigidez de la estructura

$\mathbf{K}_G$  Matriz de rigidez geométrica de la estructura. Proporcional a los esfuerzos axiales ( $N$ ) en las barras, y por lo tanto a las cargas reales aplicadas

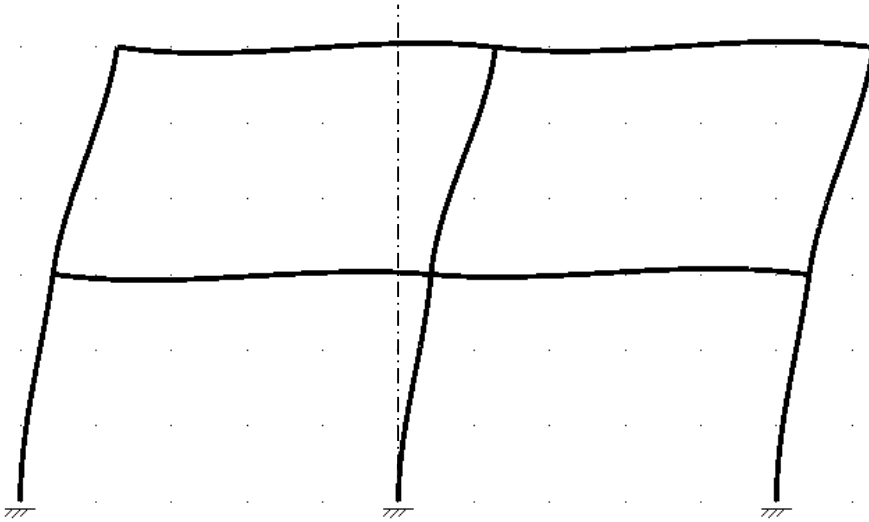
Primer autovalor  $\lambda_1$ : carga crítica de pandeo. Valor por el que hay que multiplicar las cargas reales para que la estructura sea inestable

Primer autovector  $\Phi_1$ : Forma en la que la estructura abandona el equilibrio

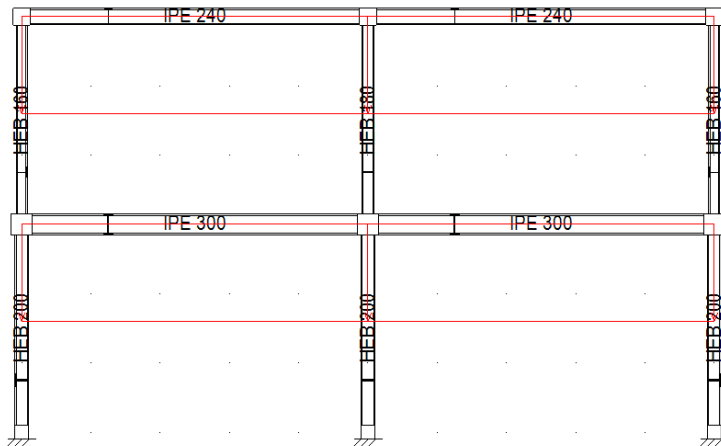


# Pandeo global de pórticos

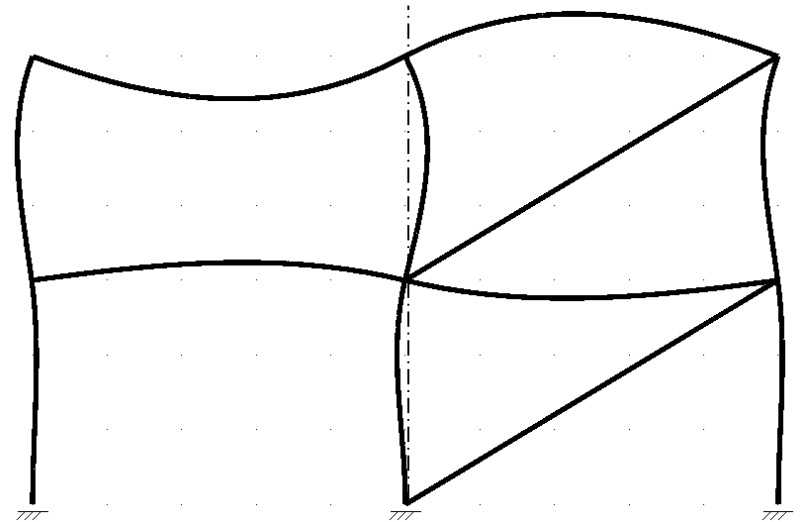
Modo de pandeo traslacional



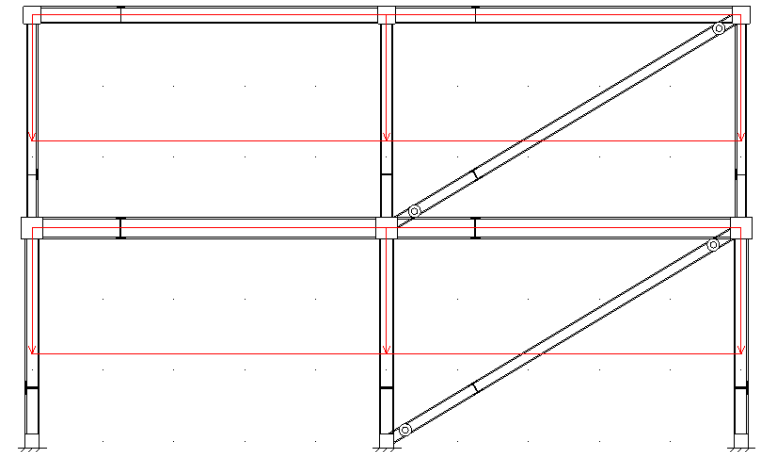
$$q_{cr} = 48 q_{real}$$



Modo de pandeo no traslacional



$$q_{cr} = 192 q_{real}$$





# Longitud de pandeo de postes en pórticos - EAE: A5

Postes continuos en varias plantas

ENV 1993-1-1

No está en la norma definitiva

Rigidez relativa  
de los postes  
en la planta

$$\eta_1 = \frac{K_C + K_1}{K_C + K_1 + K_{11} + K_{12}}$$

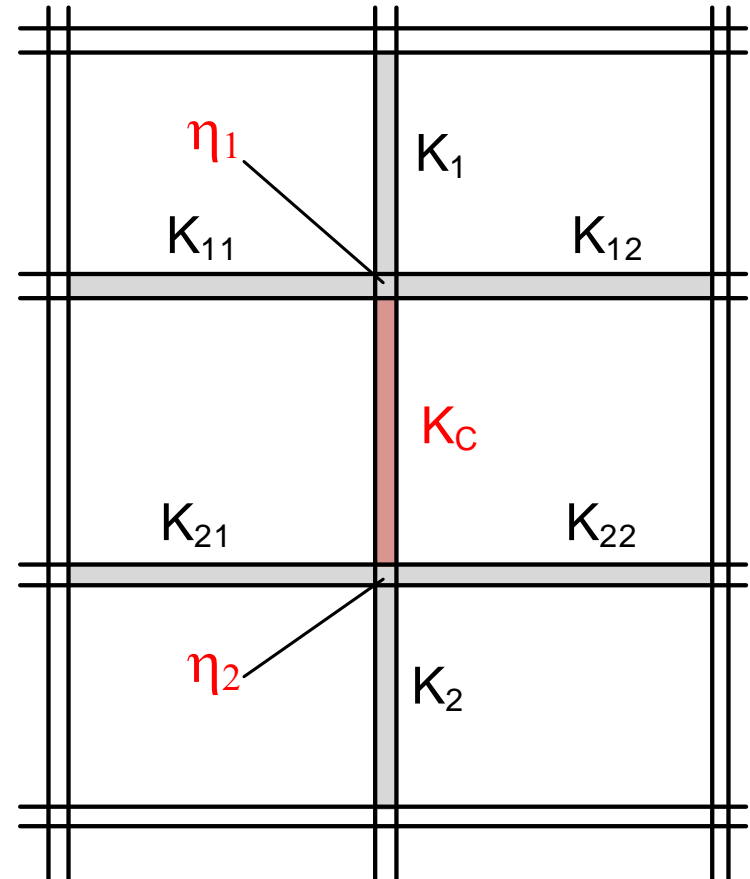
$$\eta_2 = \frac{K_C + K_2}{K_C + K_2 + K_{21} + K_{22}}$$

$K_C = \frac{EI}{H}$  Rigidez del poste estudiado

$K_i = \frac{EI_i}{H_i}$  Rigidez de los postes adyacentes

$K_{ij}$  Rigidez efectiva de las 4 vigas

Otras configuraciones de plantas:  
ajustar  $K_1 = 0$   $K_2 = 0$  cuando sea necesario



Este método supone que en todas las plantas la relación  $N/N_{cr}$  es la misma.  
Si no lo es, los valores que proporciona están del lado de la seguridad.

# Longitud de pandeo de un poste. Modo no traslacional ( $\beta < 1$ )

$$L_{cr} = \beta L$$

$\beta$  No traslacional

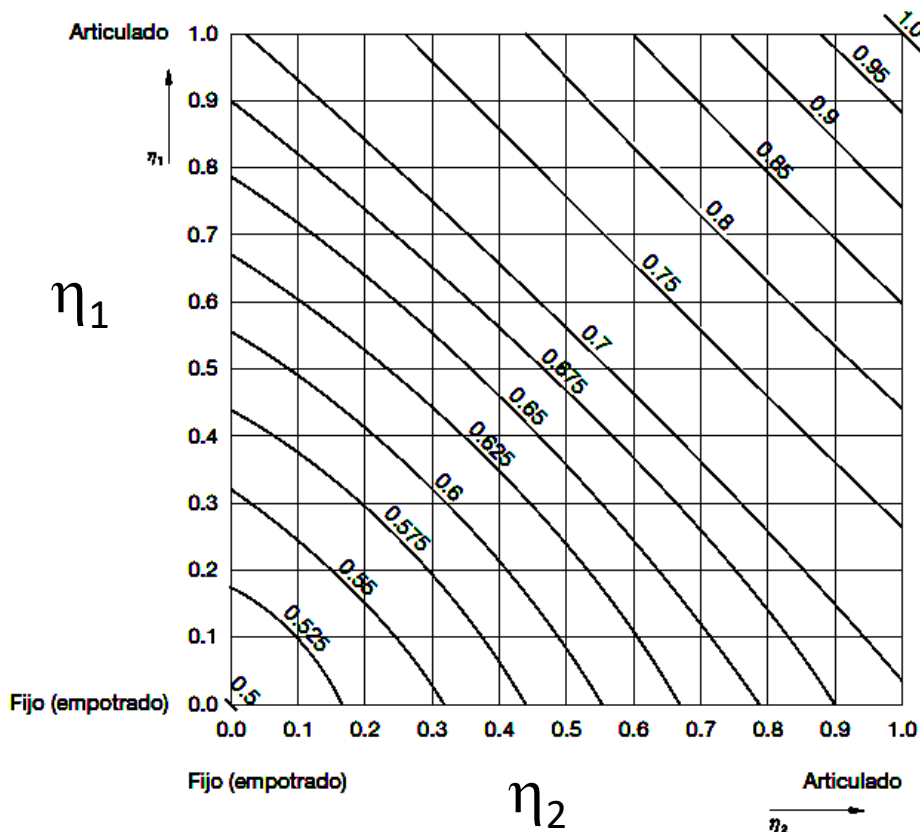
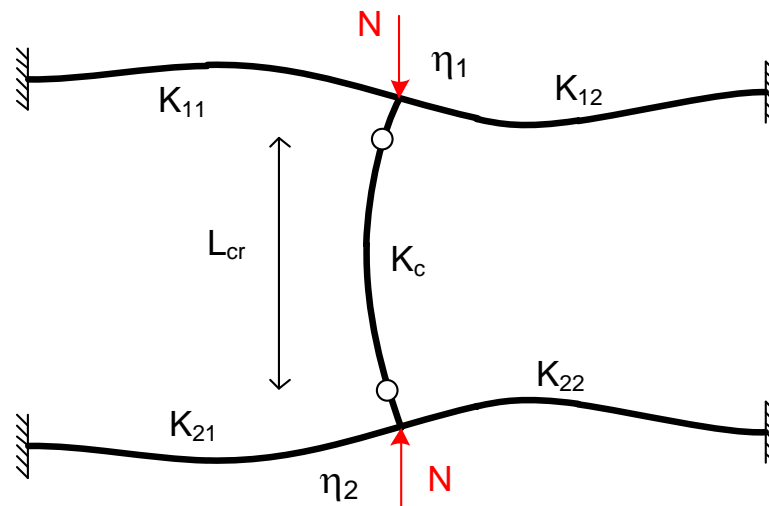


Imagen reproducida de la Instrucción EAE



Expresión analítica, conservadora

$$\beta = 0.5 + 0.14 (\eta_1 + \eta_2) + 0.055 (\eta_1 + \eta_2)^2$$

# Longitud de pandeo de un poste. Modo traslacional ( $\beta > 1$ )

$$L_{cr} = \beta L$$

$\beta$  traslacional

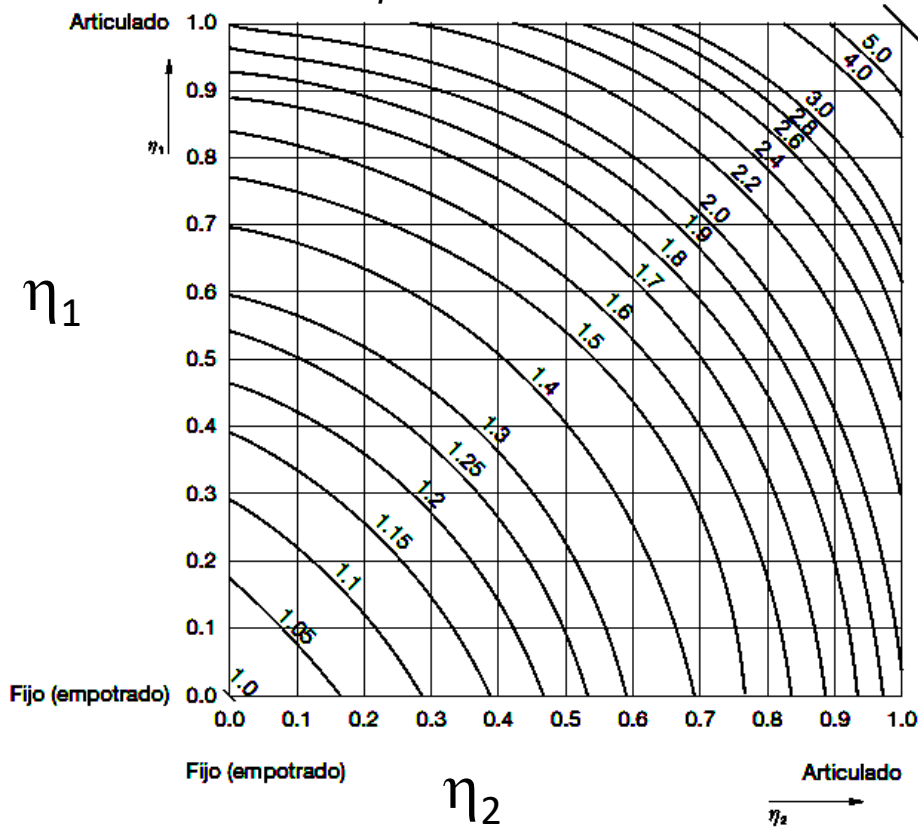
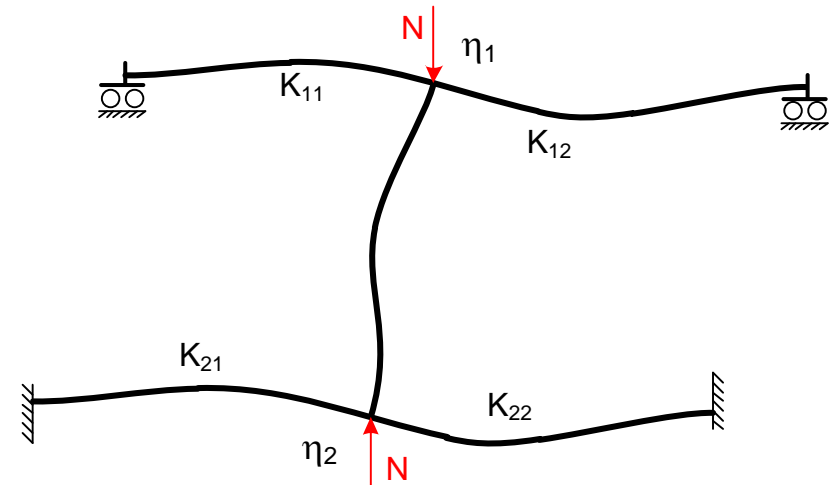


Imagen reproducida de la Instrucción EAE

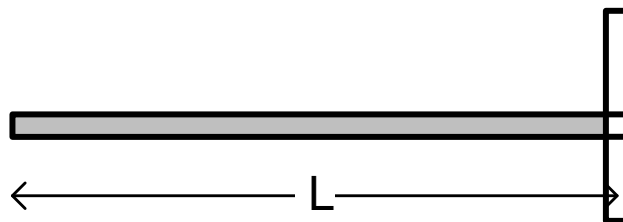


Expresión analítica, conservadora

$$\beta = \sqrt{\frac{1 - 0.2 (\eta_1 + \eta_2) - 0.12 \eta_1 \eta_2}{1 - 0.8 (\eta_1 + \eta_2) + 0.6 \eta_1 \eta_2}}$$

# Rigidez efectiva de las vigas $K_{ij}$ . Vigas sin esfuerzo axial

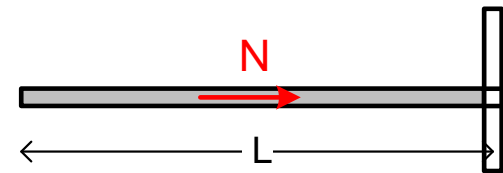
Coacción al giro en el extremo alejado	Coefficiente $K_{ij}$
Empotrada en el extremo alejado	$\frac{EI}{L}$
Articulada en el extremo alejado	$0.75 \frac{EI}{L}$
Mismo giro que en el extremo próximo	$1.5 \frac{EI}{L}$
Giro igual y opuesto al extremo próximo	$0.5 \frac{EI}{L}$
Giros $\theta$ distintos en los dos extremos	$\left(1 + 0.5 \frac{\theta_{alej}}{\theta_{prox}}\right) \frac{EI}{L}$



# Rigidez efectiva de las vigas $K_{ij}$ . Vigas con esfuerzo axial

Coacción al giro en el extremo alejado	Coefficiente $K_{ij}$
Empotrada en el extremo alejado	$\left(1 - 0.4 \frac{N}{N_E}\right) \frac{EI}{L}$
Articulada en el extremo alejado	$\frac{3}{4} \left(1 - \frac{N}{N_E}\right) \frac{EI}{L}$
Mismo giro que en el extremo próximo	$\frac{3}{2} \left(1 - 0.2 \frac{N}{N_E}\right) \frac{EI}{L}$
Giro igual y opuesto al extremo próximo	$\frac{1}{2} \left(1 - \frac{N}{N_E}\right) \frac{EI}{L}$

$$N_E = \frac{\pi^2 E I}{L^2} \quad \text{Carga crítica de Euler}$$



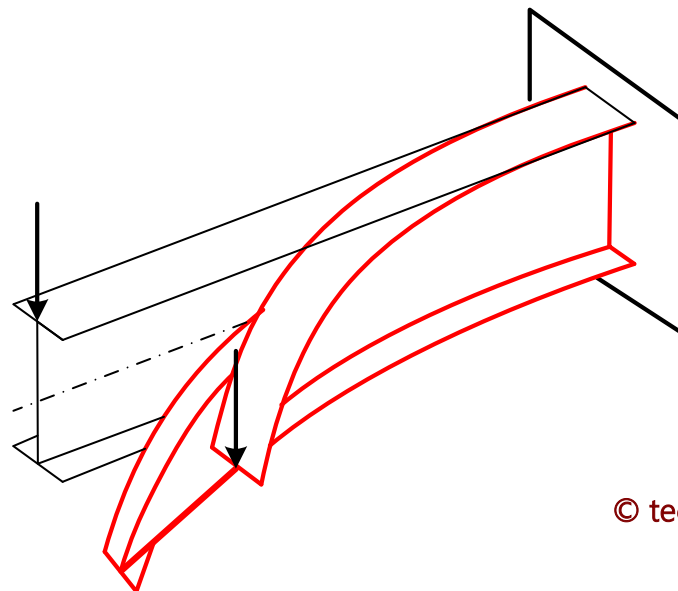
Vigas con esfuerzo axial de tracción: se puede considerar la viga como sin esfuerzo axial (simplificación)

# Pandeo lateral de vigas

EN 1993-1-1 §6.3.2

EAE 35.2

CTE DB-SE-A §6.3.3.3

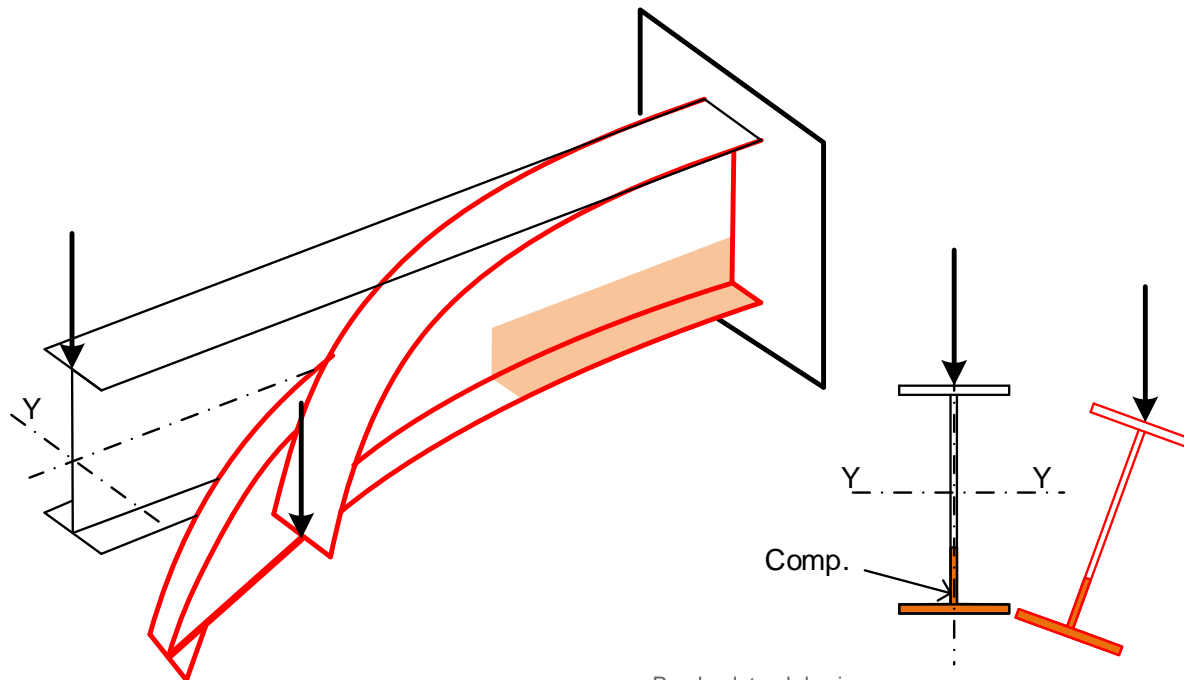


# Estado límite de inestabilidad – Pandeo lateral

Viga sometida a flexión dentro de su plano: su zona comprimida puede pandear lateralmente, arrastrando a la zona traccionada, provocando un desplazamiento lateral de toda la viga, acompañado de una rotación.

Habitual en vigas sometidas a flexión en el eje fuerte, si no están arriostradas lateralmente. Si el ala comprimida está bien arriostrada, no es sensible al pandeo lateral

No es necesaria la comprobación a pandeo lateral en secciones en cajón o tubos circulares o cuadrados huecos-



# Pandeo lateral. Comprobación

Vigas de sección uniforme, sometidas a flexión en el eje fuerte, no arriostradas lateralmente:

$$M_{Ed} \leq M_{b,Rd} = \chi_{LT} W_y \frac{f_y}{\gamma_{M1}} \quad \gamma_{M1} = 1.05$$

$M_{b,Rd}$  Resistencia de cálculo a flexión frente al pandeo lateral

$\chi_{LT}$  Coeficiente de reducción por pandeo lateral ( $\leq 1$ ). Depende de:

$\bar{\lambda}_{LT}$  Esbeltez adimensional para pandeo lateral

$M_{cr}$  Momento crítico de pandeo lateral

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y f_y}{M_{cr}}}$$

$W_y = W_{pl,y}$  Secciones clase 1 y 2

$W_y = W_{el,y}$  Secciones clase 3       $W_y = W_{eff,y}$  Secciones clase 4

No es necesaria la comprobación a pandeo lateral si se cumple:

$$\bar{\lambda}_{LT} \leq 0.4 \quad \text{o bien} \quad M_{Ed} \leq 0.16 M_{cr}$$



## A. Caso general - Coeficiente de reducción $\chi_{LT}$

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}} \quad \chi_{LT} \leq 1$$

$\Phi_{LT}$  Variable intermedia. Misma expresión que para el pandeo por flexión

$$\Phi_{LT} = 0.5 [1 + \alpha_{LT}(\bar{\lambda}_{LT} - 0.2) + \bar{\lambda}_{LT}^2]$$

$\bar{\lambda}_{LT}$  Esbeltez adimensional para pandeo lateral

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y f_y}{M_{cr}}}$$

$M_{cr}$  Momento crítico de pandeo lateral

$\alpha_{LT}$ : Coeficiente de imperfección: depende de la curva de pandeo.

Perfil		Curva	$\alpha_{LT}$
Laminado doble T	$h/b \leq 2$	a	0.21
	$h/b > 2$	b	0.34
Soldado en doble T	$h/b \leq 2$	c	0.49
	$h/b > 2$	d	0.76
Otros		d	0.76

Mismos valores que para el pandeo por flexión

## B. Perfiles laminados o soldados equivalentes - Coeficiente de reducción $\chi_{LT}$

Se puede emplear un método menos conservador que el general

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \beta \bar{\lambda}_{LT}^2}} \quad \chi_{LT} \leq 1 \quad \chi_{LT} \leq \frac{1}{\bar{\lambda}_{LT}^2}$$

$$\Phi_{LT} = 0.5 \left[ 1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - \bar{\lambda}_{LT,0}) + \beta \bar{\lambda}_{LT}^2 \right] \quad \bar{\lambda}_{LT,0} = 0.4 \quad \beta = 0.75$$

$\bar{\lambda}_{LT}$  : Esbeltez adimensional para el pandeo lateral

↑  
Anejo Nacional

$\alpha_{LT}$ : Coeficiente de imperfección: depende de la curva de pandeo.

Curvas de pandeo lateral de perfiles laminados o soldados equivalentes

Perfil		Curva	$\alpha_{LT}$
Secciones doble T laminadas	$h/b \leq 2$	b	0.34
	$h/b > 2$	c	0.49
Secciones doble T soldadas	$h/b \leq 2$	c	0.49
	$h/b > 2$	d	0.76


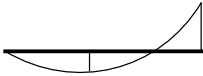

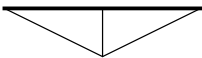
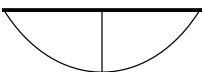
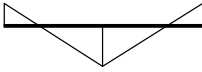
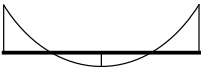
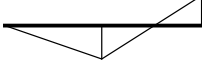
## B. Perfiles laminados o soldados equivalentes. Reducción por momentos

Para tener en cuenta la distribución de momento flector entre arriostramientos, se puede modificar el coeficiente de reducción  $\chi_{LT}$

$$\chi_{LT,mod} = \frac{\chi_{LT}}{f} \quad \chi_{LT,mod} \leq 1 \quad \chi_{LT,mod} \leq \frac{1}{\bar{\lambda}_{LT}^2}$$

$$f = 1 - 0.5(1 - k_c) \left[ 1 - 2 (\bar{\lambda}_{LT} - 0.8)^2 \right] \quad f \leq 1$$

$k_c$  coeficiente de corrección para tener en cuenta la forma de la ley de momentos

Diagrama M	$k_c$	Diagrama M	$k_c$
	1.0		0.91
	$\frac{1}{1.33 - 0.33 \Psi}$		0.86
	0.94		0.77
	0.90		0.82

# Momento crítico de pandeo lateral. Expresión general (1)

A. Perfiles de doble simetría. Flexión alrededor del eje fuerte

No incluido en normas

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 E I_z}{(k_z L)^2} \left[ \left[ \left( \frac{k_z}{k_w} \right)^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{(k_z L)^2 G I_t}{\pi^2 E I_z} + (C_2 z_g)^2 \right]^{\frac{1}{2}} - C_2 z_g \right]$$

$k_z$ : posibilidad de giro  $\theta_y, \theta_z$  en los extremos

$k_z = 1$  los dos extremos permiten libremente el giro. Conservador. Apoyo en horquilla

$k_z = 0.5$  los dos extremos impiden totalmente el giro

$k_z = 0.7$  un extremo permite el giro y el otro no

$k_w$ : posibilidad de alabeo de los extremos. Salvo medidas especiales  $k_w = 1$

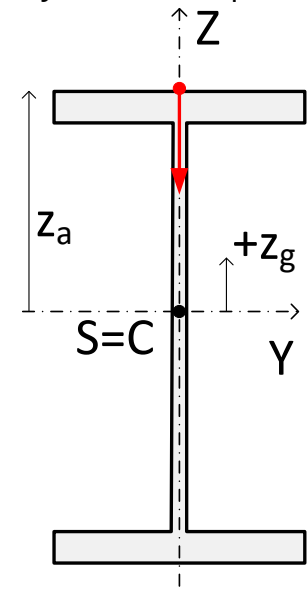
$I_z$  momento de inercia respecto del eje débil

$I_t$  módulo de torsión

$I_w$ : módulo de alabeo de la sección

$$I_w \approx I_z \frac{(h - t_f)^2}{4}$$

$L$ : Longitud entre puntos fijos lateralmente.



# Momento crítico de pandeo lateral. Expresión general (2)

$C_1$ : Factor del diagrama de momentos uniforme equivalente

$$\text{EAE: } C_1 = (k_c)^{-2}$$

Diferentes valores según la fuente.

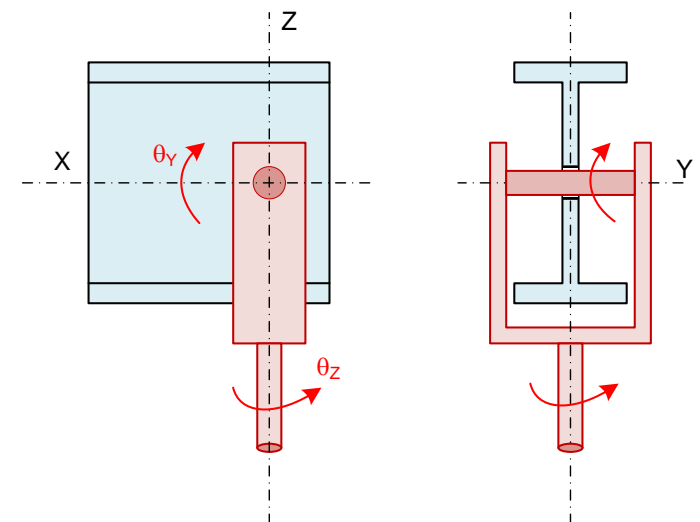
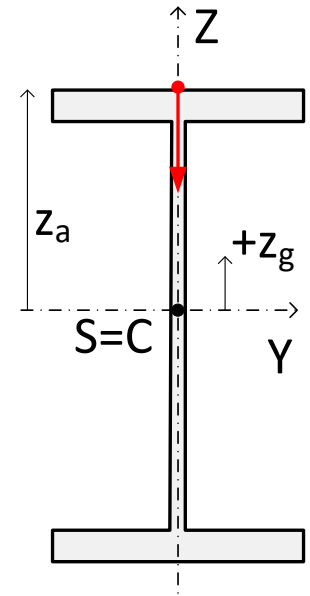
$k_c$  Coeficiente de corrección de la esbeltez para tener en cuenta la distribución de momentos flectores

$C_2$ : Factor de corrección por el punto de aplicación de la carga

$z_g = z_a - z_s$ : distancia vertical desde el centro de cortadura  $S$  ( $z_s$ ) al punto de aplicación de la carga ( $z_a$ ).

$z_g$  positiva en dirección contraria a la carga

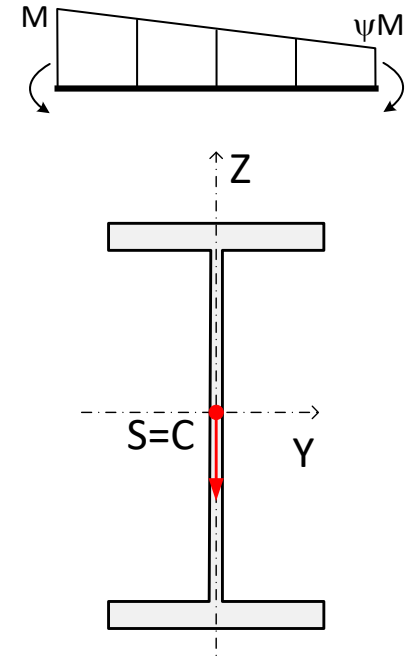
Perfiles de doble simetría:  $S$  coincide con el c.d.g



# Momento crítico de pandeo lateral. Expresiones particulares

- B. Vigas con diagrama de momentos lineal ( $C_2 = 0$ ) o  
 Vigas con carga aplicada en el centro de cortadura ( $z_g = 0$ )

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 E I_z}{(k L)^2} \left[ \left[ \left( \frac{k}{k_w} \right)^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{(k L)^2 G I_t}{\pi^2 E I_z} \right]^{\frac{1}{2}} \right]$$



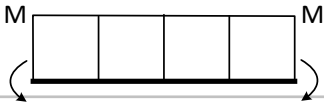
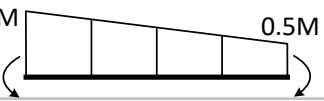
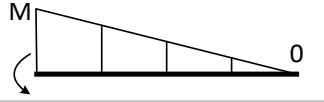
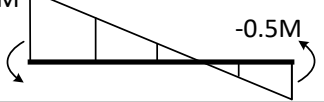
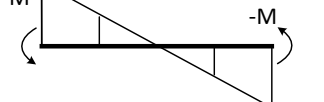
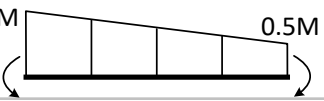
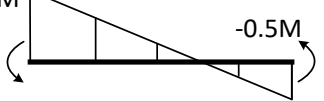

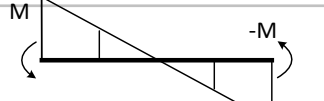
- C. Vigas con diagrama de momentos lineal ( $C_2 = 0$ ) o  
 Vigas con carga aplicada en el centro de cortadura ( $z_g = 0$ )  
 Vigas con libertad del giro en ambos extremos ( $k = 1$ ), y  
 además con alabeo no restringido ( $k_w = 1$ )

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 E I_z}{L^2} \left[ \frac{I_w}{I_z} + \frac{L^2 G I_t}{\pi^2 E I_z} \right]^{\frac{1}{2}}$$

Recomendado en EAE  
 Similar en CTE 6.3.3.3

## Factor $C_1$ Diagrama de momentos lineal

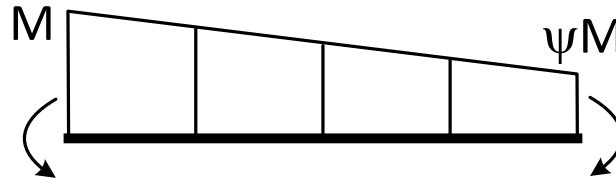
Perfiles de doble simetría. Giro Z libre en ambos extremos.  $k = 1$        $C_2 = 0$

	$\Psi = \frac{M_B}{M_A}$	$k_c = \frac{1}{1.33 - 0.33 \Psi}$ (EC3 y EAE)	$C_1 = (k_c)^{-2}$ (EAE)	$C_1$ (CTE=ENV)
	+1	1.0	1.0	1.0
	0.75	0.924	1.17	1.14
	0.50	0.858	1.36	1.32
	0.25	0.802	1.56	1.56
	0.0	0.752	1.77	1.88
	-0.25	0.708	1.99	2.28
	-0.50	0.669	2.23	2.70
	-0.75	0.634	2.49	2.93
	-1.0	0.602	2.76	2.75

# Factor $C_1$ - Otros métodos de cálculo

En el texto de ENV 1993-1-1 se recomienda, para diagrama de momentos lineal:

$$C_1 = 1.88 - 1.40 \Psi + 0.52 \Psi^2 \quad C_1 < 2.70$$

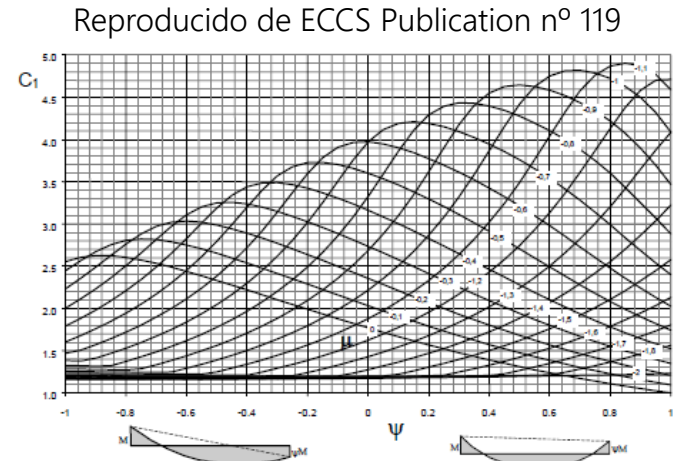


$$-1 \leq \Psi \leq 1$$

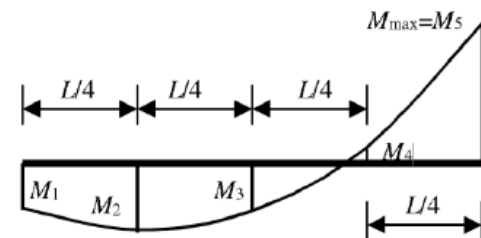
Gráficas de Boissonnade *et al* (2006) para vigas con momentos en los extremos y cargas transversales aplicadas.

Función de  $\psi$  y  $\mu$

$$\mu = \frac{qL^2}{8M} \quad \mu = \frac{PL}{4M}$$



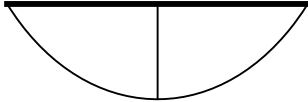
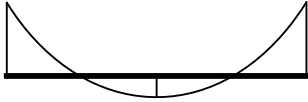
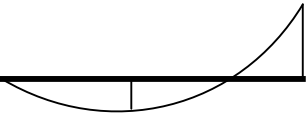
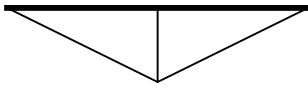
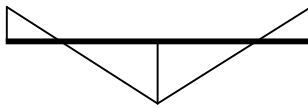
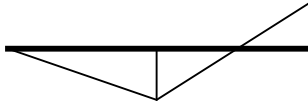
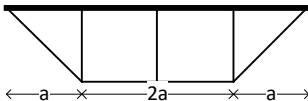
Fórmula analítica de López, Yong, Serna (tecnun 2006), para cualquier diagrama de momentos





# Factores $C_1, C_2$ Cargas aplicadas sobre la viga

Perfiles de doble simetría. Giro libre en ambos extremos.  $k = 1$

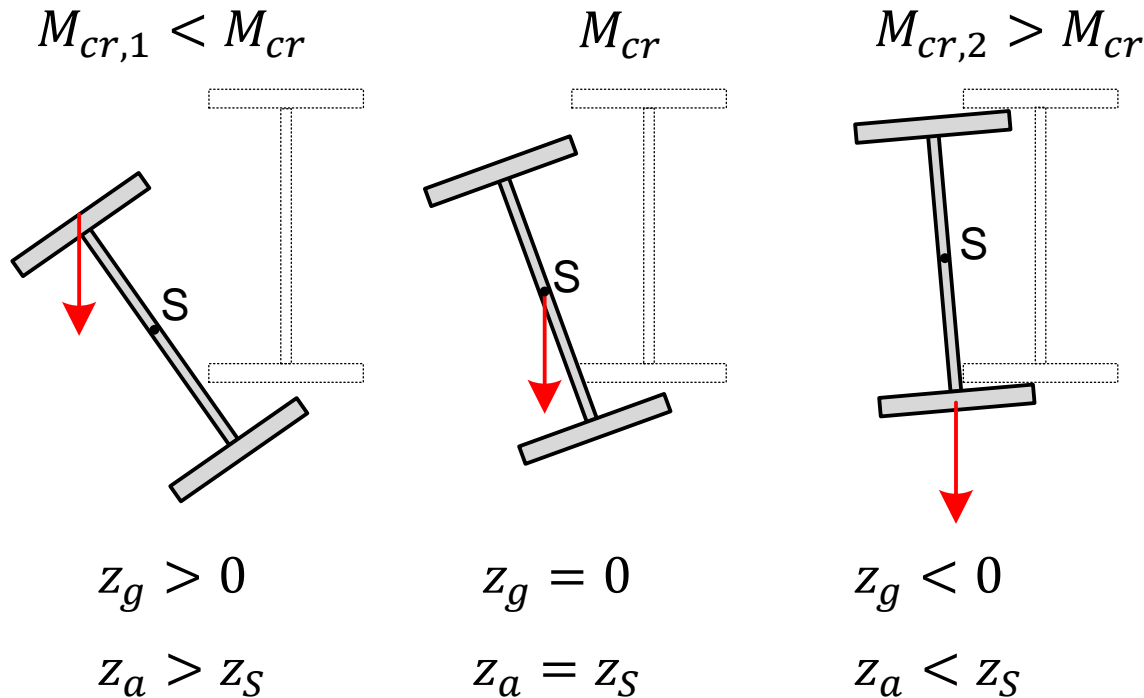
Diagrama M	$k_c$ (EC3)	$C_1 = (k_c)^{-2}$ (EAE)	$C_1$ (ENV)	$C_2$ (ENV)
	0.94	1.13	1.13	0.46
	0.90	1.23	1.28	1.56
	0.91	1.21		
	0.86	1.35	1.36	0.55
	0.77	1.68	1.56	1.27
	0.82	1.49		
			1.05	0.43

CTE no incluye valores para este caso

# Influencia del punto de aplicación de la carga

Cargas aplicadas bajo el centro de cortadura ( $z_g < 0$ ) tienen un efecto "estabilizador" y aumentan el momento crítico

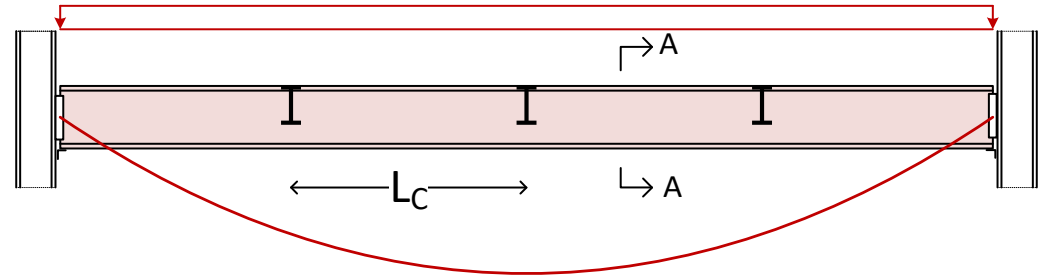
Cargas aplicadas por encima del centro de cortadura ( $z_g > 0$ ) tienen un efecto "desestabilizador" y disminuyen el momento crítico



# Método simplificado para vigas con arriostramientos laterales en edificios (1)

No es necesario comprobar si:

$$\bar{\lambda}_f = \frac{k_c L_c}{i_{f,z} \lambda_l} \leq \bar{\lambda}_{c0} \frac{M_{c,Rd}}{M_{y,Ed}}$$



$M_{y,Ed}$  Momento flector máximo de diseño entre puntos arriostrados

$$M_{c,Rd} = W_y \frac{f_y}{\gamma_{M1}} \quad \text{Resistencia a flexión de la sección}$$

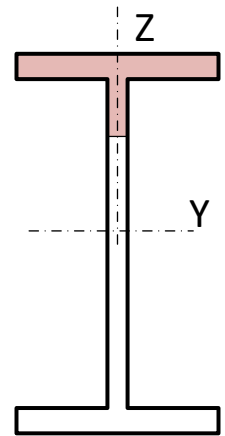
$W_y$  Módulo resistente en el ala comprimida, según clase de sección

$k_c$  Coeficiente de corrección de la esbeltez para tener en cuenta la distribución de momentos flectores

$i_{f,z}$  Radio de giro respecto del eje débil Z del ala comprimida equivalente: ala comprimida más 1/3 del alma comprimida

$$\lambda_l = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 93.9 \sqrt{\frac{235}{f_y}}$$

$\bar{\lambda}_{c0} = 0.5$  Límite de esbeltez de la cabeza comprimida equivalente  $\bar{\lambda}_{c0} = \bar{\lambda}_{LT,0} + 0.1$



Sección A-A

# Método simplificado para vigas con arriostramientos laterales en edificios (2)

Comprobación:

$$M_{y,Ed} \leq M_{b,Rd} \qquad M_{b,Rd} = k_{fl} \chi M_{c,Rd}$$
$$M_{b,Rd} \leq M_{c,Rd}$$

$k_{fl}$  Coeficiente de corrección para tener en cuenta que el método del ala comprimida es conservador

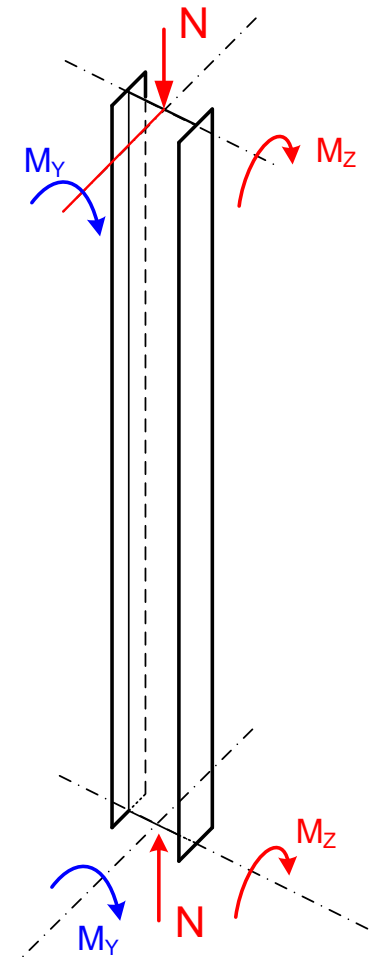
$k_{fl} = 1.1$  (EC3 y Anejo Nacional)

$\chi$  Coeficiente de reducción del ala comprimida equivalente, calculado para la esbeltez  $\bar{\lambda}_f$  anterior, con las curvas:

$$\bar{\lambda}_f = \frac{k_c L_c}{i_{f,z} \lambda_1}$$

Perfil	Curva
Secciones soldadas con $\frac{h}{t_f} \leq 44 \epsilon$ $h$ canto total, $t_f$ espesor ala comprimida	d
Resto	c

# Estabilidad de piezas a compresión y flexión



# Estabilidad de piezas a compresión y flexión

Piezas con esfuerzo axial de compresión y momentos flectores en dos ejes.  
Fenómeno muy complejo, con interacción entre los 3 esfuerzos y plasticidad.  
Las normas proporcionan métodos para tenerlo en cuenta, de forma sencilla.

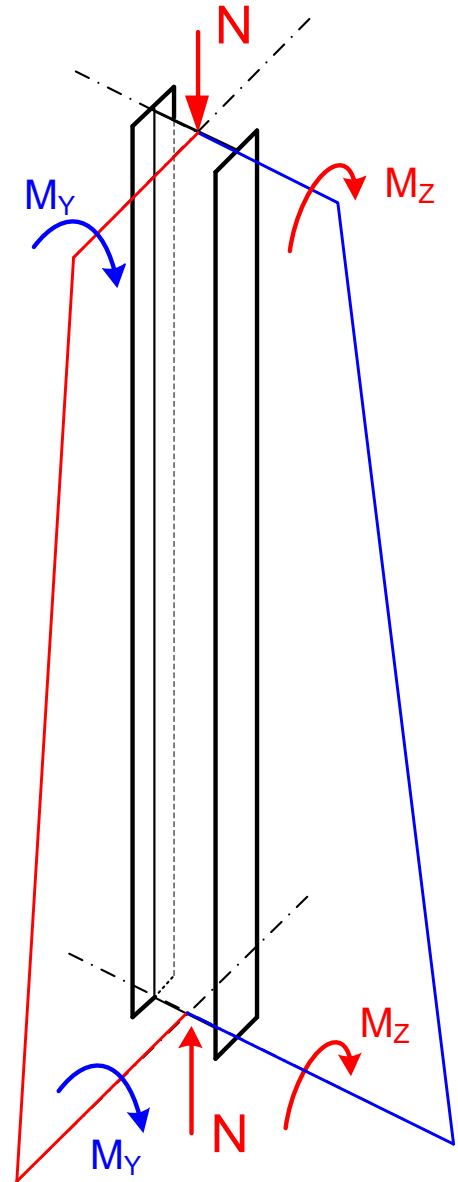
Normativa:

EC3: EN 1993-1-1 §6.3.3

EAE §35.3 es idéntica a EC3

CTE: DB SE-A 6.3.4.2

1. Método general de EC3 (ídem en EAE)  
Dos variantes (1 y 2)
2. Método simplificado de EAE: No normativo, incluido en los comentarios al Art. 35.3.
3. CTE: Método similar al método 2 de EC3

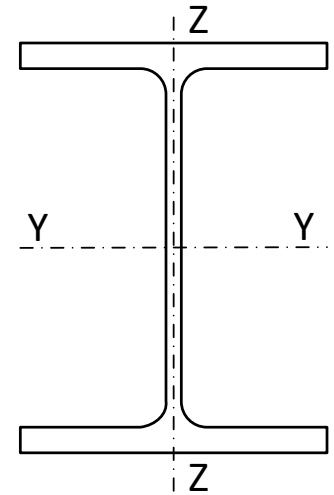


## Estabilidad de piezas a compresión y flexión - Método general (1)

Piezas de sección constante, doble simetría, flexión en dos ejes, clases 1, 2 o 3, susceptibles o no de deformaciones por torsión:

$$\text{Eje Y} \quad \frac{N_{Ed}}{\chi_y \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yz} \frac{M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,Rk}}{\gamma_{M1}}} \leq 1$$

$$\text{Eje Z} \quad \frac{N_{Ed}}{\chi_z \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{zz} \frac{M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,Rk}}{\gamma_{M1}}} \leq 1$$



$N_{Ed}$   $M_{y,Ed}$   $M_{z,Ed}$  **Valores de cálculo** del esfuerzo axial y de los momentos flectores máximos en el elemento

**Resistencias características** ( $Rk$ ) de la sección:

$$\gamma_{M1} = 1.05$$

Clases 1 y 2

$$N_{Rk} = A f_y$$

$$M_{y,Rk} = W_{pl,y} f_y$$

$$M_{z,Rk} = W_{pl,z} f_y$$

Clase 3

$$N_{Rk} = A f_y$$

$$M_{y,Rk} = W_{el,y} f_y$$

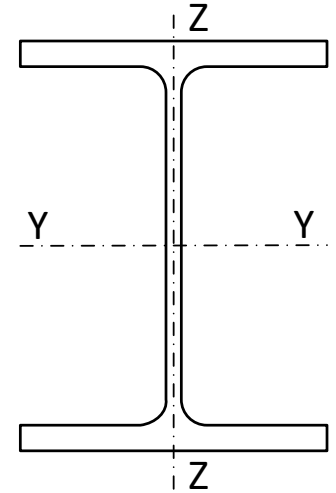
$$M_{z,Rk} = W_{el,z} f_y$$

## Estabilidad de piezas a compresión y flexión - Método general (2)

Piezas de sección constante, doble simetría, flexión en dos ejes, clases 1, 2 o 3, susceptibles o no de deformaciones por torsión:

$$\text{Eje Y} \quad \frac{N_{Ed}}{\chi_y \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yz} \frac{M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,Rk}}{\gamma_{M1}}} \leq 1$$

$$\text{Eje Z} \quad \frac{N_{Ed}}{\chi_z \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{zz} \frac{M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,Rk}}{\gamma_{M1}}} \leq 1$$



$\chi_y \chi_z$  Coeficientes de reducción por pandeo según los dos ejes Y, Z

$\chi_{LT}$  Coeficiente de reducción por pandeo lateral.  
Elementos sin posibilidad de deformación por torsión  $\chi_{LT} = 1$

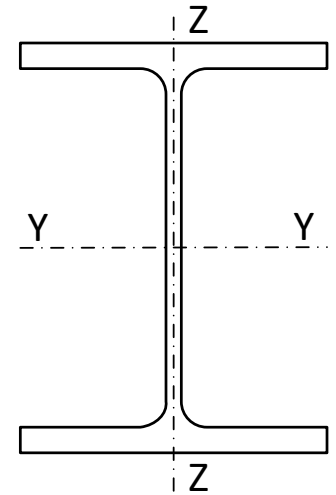


## Estabilidad de piezas a compresión y flexión - Método general (3)

Piezas de sección constante, doble simetría, flexión en dos ejes, clases 1, 2 o 3, susceptibles o no de deformaciones por torsión:

$$\text{Eje Y} \quad \frac{N_{Ed}}{\chi_y \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yz} \frac{M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,Rk}}{\gamma_{M1}}} \leq 1$$

$$\text{Eje Z} \quad \frac{N_{Ed}}{\chi_z \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{zz} \frac{M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,Rk}}{\gamma_{M1}}} \leq 1$$



$k_{yy}$   
 $k_{yz}$   
 $k_{zy}$   
 $k_{zz}$

**Coeficientes de interacción** entre la flexión en los dos ejes.  
 EC3 (y EAE) permite 2 métodos diferentes para evaluarlos  
 Distintos para piezas con posibilidad deformación a torsión o no.  
 Dependen de la forma del diagrama de momentos, a través de los coeficientes de momento uniforme equivalente  $C_m$ .

## Estabilidad de piezas a compresión y flexión – Secciones clase 4

Piezas de sección constante, doble simetría, flexión en dos ejes, clase 4, susceptibles o no de deformaciones por torsión:

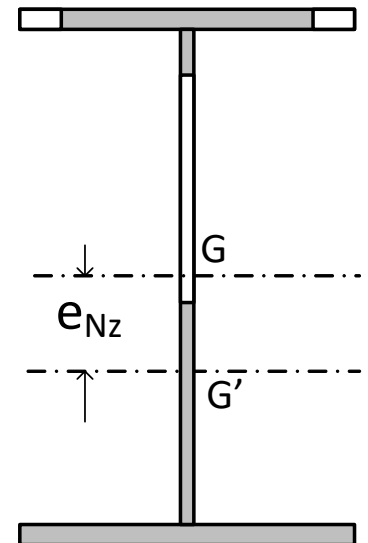
$$\text{Eje Y} \quad \frac{N_{Ed}}{\chi_y \frac{A_{eff} f_y}{\gamma_{M1}}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed} + N_{Ed} e_{N,y}}{\chi_{LT} \frac{W_{eff,y} f_y}{\gamma_{M1}}} + k_{yz} \frac{M_{z,Ed} + N_{Ed} e_{N,z}}{\frac{W_{eff,z} f_y}{\gamma_{M1}}} \leq 1$$

$$\text{Eje Z} \quad \frac{N_{Ed}}{\chi_z \frac{A_{eff} f_y}{\gamma_{M1}}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed} + N_{Ed} e_{N,y}}{\chi_{LT} \frac{W_{eff,y} f_y}{\gamma_{M1}}} + k_{zz} \frac{M_{z,Ed} + N_{Ed} e_{N,z}}{\frac{W_{eff,z} f_y}{\gamma_{M1}}} \leq 1$$

$A_{eff}$ : Área de la sección reducida

$W_{eff,y}, W_{eff,z}$ : Módulo elástico mínimo respecto de los ejes  $y, z$ , de la sección reducida

$e_{N,y}, e_{N,z}$ : Desplazamientos del c.d.g. de la sección reducida respecto de la sección bruta



# Coeficientes de interacción entre la flexión en dos ejes $k_{yy}$ , $k_{zz}$ , $k_{yz}$ , $k_{zy}$

Dos métodos alternativos:

Método 1:

Para cualquier tipo de pieza.  
Coeficientes laboriosos de evaluar  
Desarrollado por investigadores de Bélgica y Francia

Método 2:

Coeficientes algo menos laboriosos de evaluar.  
Más conservador a veces que el método 1  
Desarrollado por investigadores de Austria y Alemania  
Dos variantes (similares):

- Piezas no susceptibles de sufrir deformación por torsión:
  - tubos circulares, tubos cuadrados
  - tubos rectangulares que cumplan  $\frac{h}{b} \leq \frac{10}{\lambda_z}$
  - piezas en I, H arriostradas lateralmente y a torsión de forma continua (Anejo BB.2)
- Piezas susceptibles de sufrir deformación por torsión:  
perfiles I, H

## Parámetros auxiliares para ambos métodos

$\bar{\lambda}_y$  Esbeltez adimensional de pandeo lateral por flexión alrededor del eje  $i$

$$\bar{\lambda}_y = \sqrt{\frac{A f_y}{N_{cr,y}}} = \frac{L_{p,y}}{i_y} \frac{1}{93.9 \epsilon} \qquad \bar{\lambda}_z = \sqrt{\frac{A f_y}{N_{cr,z}}} = \frac{L_{p,z}}{i_z} \frac{1}{93.9 \epsilon}$$

$N_{cr,i}$  Esfuerzo axial crítico de pandeo lateral por flexión alrededor del eje  $i$

$$N_{cr,y} = \frac{\pi^2 E I_y}{L_{p,y}^2} \qquad N_{cr,z} = \frac{\pi^2 E I_z}{L_{p,z}^2}$$

$\bar{\lambda}_{LT}$  Esbeltez adimensional de pandeo lateral

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y f_y}{M_{cr}}}$$

$M_{cr}$  Momento crítico de pandeo lateral

# Método 1 – Coeficientes de interacción $k_{ij}$

Coeficiente	Clases 3 y 4 Propiedades elásticas	Clases 1 y 2 Propiedades plásticas
$k_{yy}$	$C_{my} C_{mLT} \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}}$	$C_{my} C_{mLT} \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \frac{1}{C_{yy}}$
$k_{yz}$	$C_{mz} \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}}$	$C_{mz} \frac{\mu_y}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}} \frac{1}{C_{yz}} 0.6 \sqrt{\frac{w_z}{w_y}}$
$k_{zy}$	$C_{my} C_{mLT} \frac{\mu_z}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}}$	$C_{my} C_{mLT} \frac{\mu_z}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}} \frac{1}{C_{zy}} 0.6 \sqrt{\frac{w_y}{w_z}}$
$k_{zz}$	$C_{mz} \frac{\mu_z}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}}$	$C_{mz} \frac{\mu_z}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}} \frac{1}{C_{zz}}$

EN 1993-1-1 tabla A.1

EAE tabla 35.3.b (a)

## Método 1 – Coeficientes de momento $C_{my}$ $C_{mz}$ $C_{mLT}$

$$\text{Si } \bar{\lambda}_0 \leq 0.2 \sqrt{C_1} \sqrt[4]{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}\right) \left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,T}}\right)} \quad \left\{ \begin{array}{l} C_{my} = C_{my,0} \\ C_{mz} = C_{mz,0} \\ C_{mLT} = 1.0 \end{array} \right.$$

Sin deformaciones de torsión

$$\text{Si } \bar{\lambda}_0 > 0.2 \sqrt{C_1} \sqrt[4]{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}\right) \left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,T}}\right)} \quad \left\{ \begin{array}{l} C_{my} = C_{my,0} + (1 - C_{my,0}) \frac{\sqrt{\epsilon_y} a_{LT}}{1 + \sqrt{\epsilon_y} a_{LT}} \\ C_{mz} = C_{mz,0} \\ C_{mLT} = (C_{my})^2 \frac{a_{LT}}{\sqrt{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}\right) \left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,T}}\right)}} \\ C_{mLT} \geq 1 \end{array} \right.$$

Con deformaciones de torsión

$$\epsilon_y = \frac{M_{y,Ed}}{N_{Ed}} \frac{A}{W_{el,y}} \quad \text{Clases 1, 2, 3}$$

$\bar{\lambda}_0$  esbeltez adimensional de pandeo lateral para ley de momentos constante ( $M_{cr}(\psi_y = 1)$ )

$C_1$  Coeficiente de momento uniforme, empleado en pandeo lateral  $C_1 = \frac{1}{(k_c)^2}$

## Método 1 – Coeficientes auxiliares

$$\mu_y = \frac{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}}{1 - \chi_y \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}}$$

$$\mu_z = \frac{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}}{1 - \chi_z \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}}$$

$$w_y = \frac{W_{pl,y}}{W_{el,y}} \leq 1.5$$

$$w_z = \frac{W_{pl,z}}{W_{el,z}} \leq 1.5$$

$$n_{pl} = \frac{N_{Ed}}{\frac{N_{Rk}}{\gamma_0}}$$

$$a_{LT} = 1 - \frac{I_t}{I_y} \geq 0$$

$$\bar{\lambda}_{max} = \max(\bar{\lambda}_y, \bar{\lambda}_z)$$

$N_{cr,T}$  Esfuerzo axial crítico de pandeo por torsión

## Método 1 – Coeficientes auxiliares $C_{ij}$

$$C_{yy} = 1 + (w_y - 1) \left[ \left( 2 - \frac{1.6}{w_y} C_{my}^2 \bar{\lambda}_{max} (1 + \bar{\lambda}_{max}) \right) n_{pl} - b_{LT} \right] \quad C_{yy} \geq \frac{W_{el,y}}{W_{pl,y}}$$

$$b_{LT} = 0.5 a_{LT} \bar{\lambda}_0^2 \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} M_{pl,y,Rd}} \frac{M_{z,Ed}}{M_{pl,z,Rd}}$$

$$C_{yz} = 1 + (w_z - 1) \left[ \left( 2 - 14 \frac{C_{mz}^2 \bar{\lambda}_{max}^2}{w_z^5} \right) n_{pl} - c_{LT} \right] \quad C_{yz} \geq 0.6 \sqrt{\frac{w_z}{w_y}} \frac{W_{el,z}}{W_{pl,z}}$$

$$c_{LT} = 10 a_{LT} \frac{\bar{\lambda}_0^2}{5 + \bar{\lambda}_z^4} \frac{M_{y,Ed}}{C_{my} \chi_{LT} M_{pl,y,Rd}}$$

$$C_{zy} = 1 + (w_y - 1) \left[ \left( 2 - 14 \frac{C_{my}^2 \bar{\lambda}_{max}^2}{w_y^5} \right) n_{pl} - d_{LT} \right] \quad C_{zy} \geq 0.6 \sqrt{\frac{w_y}{w_z}} \frac{W_{el,y}}{W_{pl,y}}$$

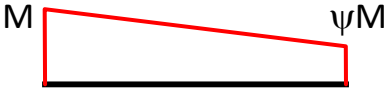
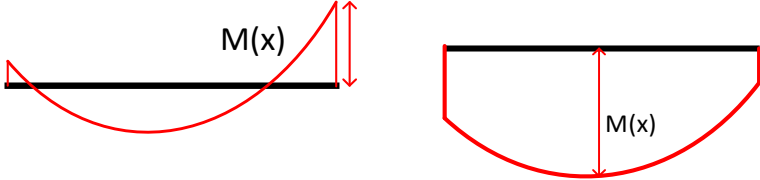
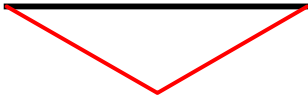
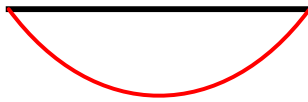
$$d_{LT} = 2 a_{LT} \frac{\bar{\lambda}_0}{0.1 + \bar{\lambda}_z^4} \frac{M_{y,Ed}}{C_{my} \chi_{LT} M_{pl,y,Rd}} \frac{M_{z,Ed}}{C_{mz} M_{pl,z,Rd}}$$

$$C_{zz} = 1 + (w_z - 1) \left[ 2 - \frac{1.6}{w_z} C_{mz}^2 \bar{\lambda}_{max} (1 + \bar{\lambda}_{max}) - e_{LT} \right] n_{pl} \quad C_{zz} \geq \frac{W_{el,z}}{W_{pl,z}}$$

$$e_{LT} = 1.7 a_{LT} \frac{\bar{\lambda}_0}{0.1 + \bar{\lambda}_z^4} \frac{M_{y,Ed}}{C_{my} \chi_{LT} M_{pl,y,Rd}}$$



# Método 1 - Factores $C_{mi,0}$ de momento uniforme equivalente

Diagrama	$C_{mi,0}$ $i \equiv (y, z)$
 <p style="text-align: center;"><math>-1 \leq \psi \leq 1</math></p>	$C_{mi,0} = 0.79 + 0.21 \psi_i + 0.36(\psi_i - 0.33) \frac{N_{Ed}}{N_{cr,i}}$
	$C_{mi,0} = 1 + \left( \frac{\pi^2 E I_i  \delta_x }{L^2  M_{i,Ed}(x) } - 1 \right) \frac{N_{Ed}}{N_{cr,i}}$ <p><math>M_{i,Ed}(x)</math> momento flector máximo en análisis de primer orden  <math> \delta_x </math> flecha máxima del elemento</p>
	$C_{mi,0} = 1 - 0.18 \frac{N_{Ed}}{N_{cr,i}}$
	$C_{mi,0} = 1 + 0.03 \frac{N_{Ed}}{N_{cr,i}}$

EN 1993-1-1 tabla A.2

EAE tabla 35.3.b (b)

## Método 2 - Coeficientes de interacción - Piezas no susceptibles de torsión

	Sección	Clases 3 y 4 Propiedades elásticas	Clases 1 y 2 Propiedades plásticas
$k_{yy}$	I, H, SHR	$C_{my} \left( 1 + 0.6 \bar{\lambda}_y \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{my} \left( 1 + 0.6 \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$	$C_{my} \left( 1 + (\bar{\lambda}_y - 0.2) \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{my} \left( 1 + 0.8 \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$
$k_{yz}$	I, H, SRH	$k_{zz}$	$0.6 k_{zz}$
$k_{zy}$	I, H, SRH	$0.8 k_{yy}$	$0.6 k_{yy}$
$k_{zz}$	I, H	$C_{mz} \left( 1 + 0.6 \bar{\lambda}_z \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{mz} \left( 1 + 0.6 \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$	$C_{mz} \left( 1 + (2\bar{\lambda}_z - 0.6) \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{mz} \left( 1 + 1.4 \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$
	SRH	$C_{mz} \left( 1 + 0.6 \bar{\lambda}_z \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{mz} \left( 1 + 0.6 \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$	$C_{mz} \left( 1 + (\bar{\lambda}_z - 0.2) \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{mz} \left( 1 + 0.8 \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$

Piezas en I, H y rectangulares huecas con flexión en un plano.  $k_{zy} = 0$

EN 1993-1-1  
tabla B.1

EAE tabla  
35.3.c (a)

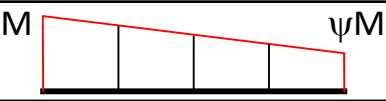
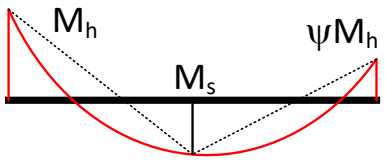
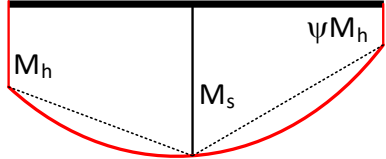
## Método 2 - Coeficientes de interacción - Piezas susceptibles de torsión

	Clases 3 y 4 Propiedades elásticas	Clases 1 y 2 Propiedades plásticas
$k_{yy}$	Ídem a piezas no susceptibles de torsión	Ídem a piezas no susceptibles de torsión
$k_{yz}$	Ídem a piezas no susceptibles de torsión	Ídem a piezas no susceptibles de torsión
$k_{zy}$	$\left(1 - \frac{0.05 \bar{\lambda}_z}{(C_{mLT} - 0.25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}}\right)$ $\geq \left(1 - \frac{0.05}{(C_{mLT} - 0.25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}}\right)$	$\left(1 - \frac{0.1 \bar{\lambda}_z}{(C_{mLT} - 0.25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}}\right)$ $\geq \left(1 - \frac{0.1}{(C_{mLT} - 0.25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}}\right)$ <p>Para <math>\bar{\lambda}_z &lt; 0.4</math> :</p> $k_{zy} = 0.6 + \bar{\lambda}_z$ $k_{zy} \leq 1 - \frac{0.1 \bar{\lambda}_z}{(C_{mLT} - 0.25)} \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}}$
$k_{zz}$	Ídem a piezas no susceptibles de torsión	Ídem a piezas no susceptibles de torsión

EN 1993-1-1 tabla B.2

EAE tabla 35.3.c (b)

## Método 2 - Factores $C_m$ de momento uniforme equivalente

Diagrama <sup>(1)</sup>	Rango		$C_{my}$ $C_{mz}$ $C_{mLT}$	
			Carga uniforme	Carga concentrada
	$-1 \leq \psi \leq 1$		$0.6 + 0.4 \psi \geq 0.4$	$0.6 + 0.4 \psi \geq 0.4$
 $\alpha_s = M_s/M_h$	$0 \leq \alpha_s \leq 1$	$-1 \leq \psi \leq 1$	$0.2 + 0.8 \alpha_s \geq 0.4$	$0.2 + 0.8 \alpha_s \geq 0.4$
	$-1 \leq \alpha_s < 0$	$0 \leq \psi \leq 1$	$0.1 - 0.8 \alpha_s \geq 0.4$	$-0.8 \alpha_s \geq 0.4$
		$-1 \leq \psi < 0$	$0.1 (1 - \psi) - 0.8 \alpha_s \geq 0.4$	$-0.2 \psi - 0.8 \alpha_s \geq 0.4$
 $\alpha_s = M_h/M_s$	$0 \leq \alpha_h \leq 1$	$-1 \leq \psi \leq 1$	$0.95 + 0.05 \alpha_h$	$0.9 + 0.1 \alpha_h$
	$-1 \leq \alpha_h < 0$	$0 \leq \psi \leq 1$	$0.95 + 0.05 \alpha_h$	$0.9 + 0.1 \alpha_h$
		$-1 \leq \psi < 0$	$0.95 + 0.05 \alpha_h (1 + 2 \psi)$	$0.90 + 0.1 \alpha_h (1 + 2 \psi)$

(1): usar el diagrama de momentos entre los puntos de arriostamiento

EN 1993-1-1 tabla B.3

EAE tabla 35.3.c (c)

	Eje de flexión	Puntos fijos en dirección
$C_{my}$	Y-Y	Z-Z
$C_{mz}$	Z-Z	Y-Y
$C_{mLT}$	Y-Y	Y-Y

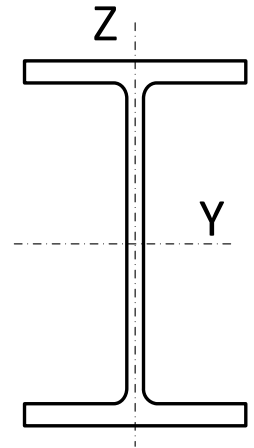
Para elementos con modo de pandeo traslacional usar:

$$C_{my} = 0.9 \quad C_{mz} = 0.9$$

## Método simplificado EAE – No normativo (Comentarios al artículo 35.3)

Piezas de sección constante, doble simetría, flexión en dos ejes, clases 1, 2 o 3, susceptibles de deformaciones por torsión:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_{min} \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} + \frac{C_{my}}{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,y}}\right)} \frac{M_{Y,Ed}}{\chi_{LT} \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + \frac{C_{mz}}{\left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr,z}}\right)} \frac{M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,Rk}}{\gamma_{M1}}} \leq 1$$

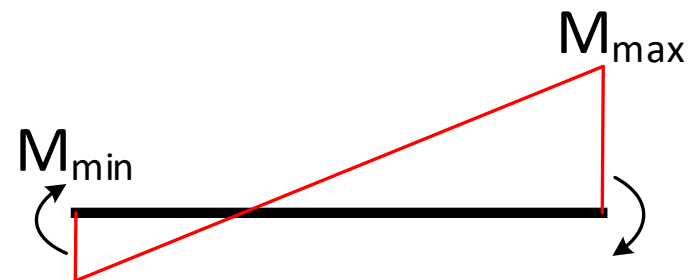


$\chi_{min} = \min(\chi_y, \chi_z)$  Menor coeficiente de pandeo según los dos ejes Y, Z

$C_{my}$   $C_{mz}$  Coeficientes de momento equivalente uniforme.

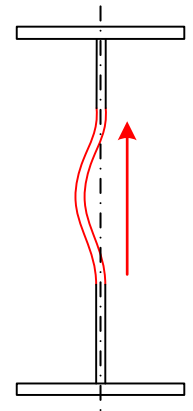
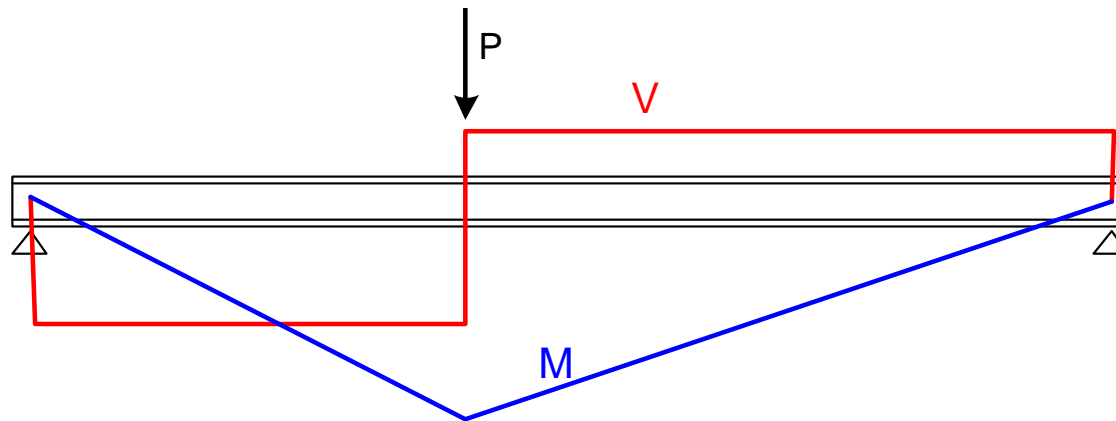
$$C_m = 0.6 + 0.4 \left( \frac{M_{Ed,min}}{M_{Ed,max}} \right)$$

$$C_m \geq 0.4$$



# Inestabilidad local por abolladura del alma

EN 1993-1-5 §5  
EAE §35.5



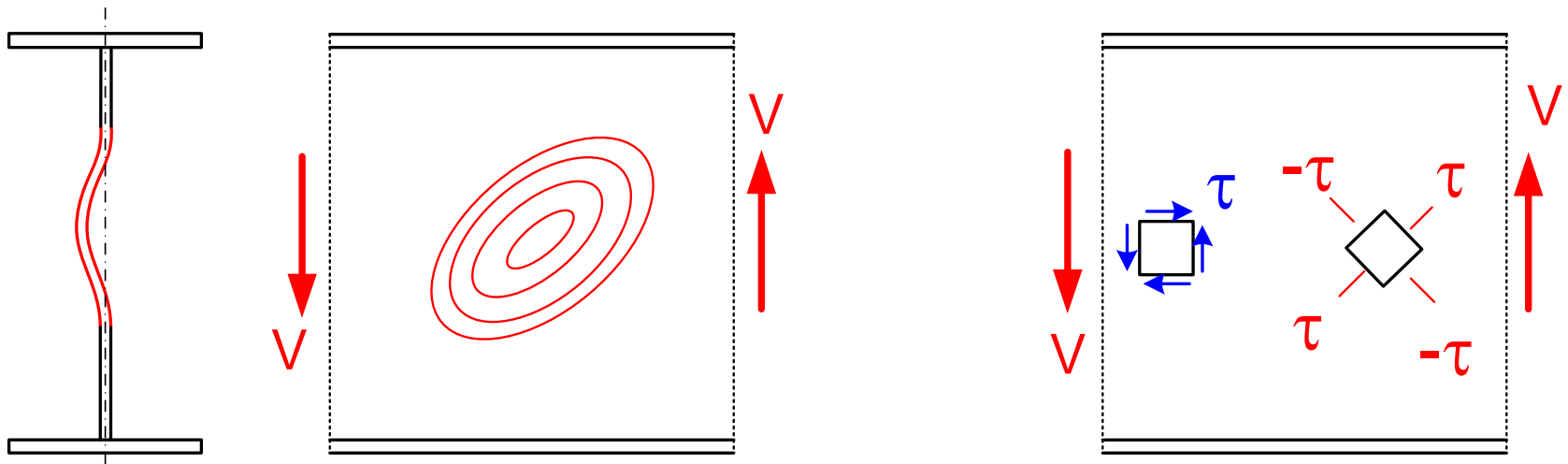
# Abolladura del alma por cortante (\*)

En **vigas armadas** se emplean grandes cantos y almas delgadas, para máximo aprovechamiento

En las zonas de cortante grande (almas, apoyos) las tensiones verticales  $\tau$  producen unas **tensiones principales de compresión a  $45^\circ$**  de valor igual a la de cortante

Estas tensiones de compresión pueden hacer **pandear localmente el alma (abollar)**

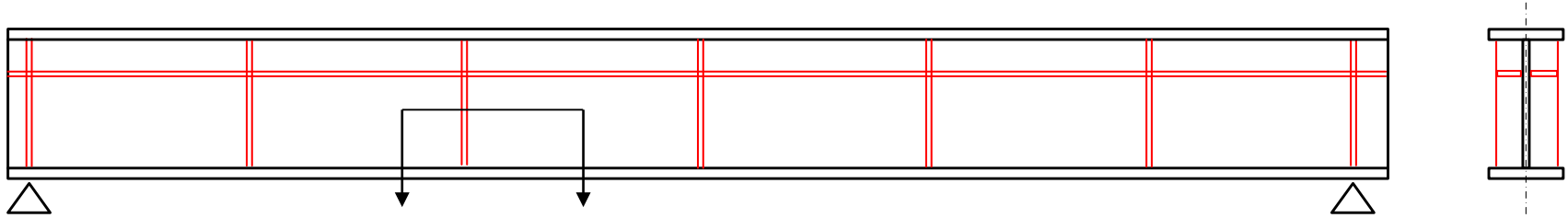
**No ocurre en perfiles laminados normalizados** (salvo en el punto de aplicación de fuerzas puntuales)



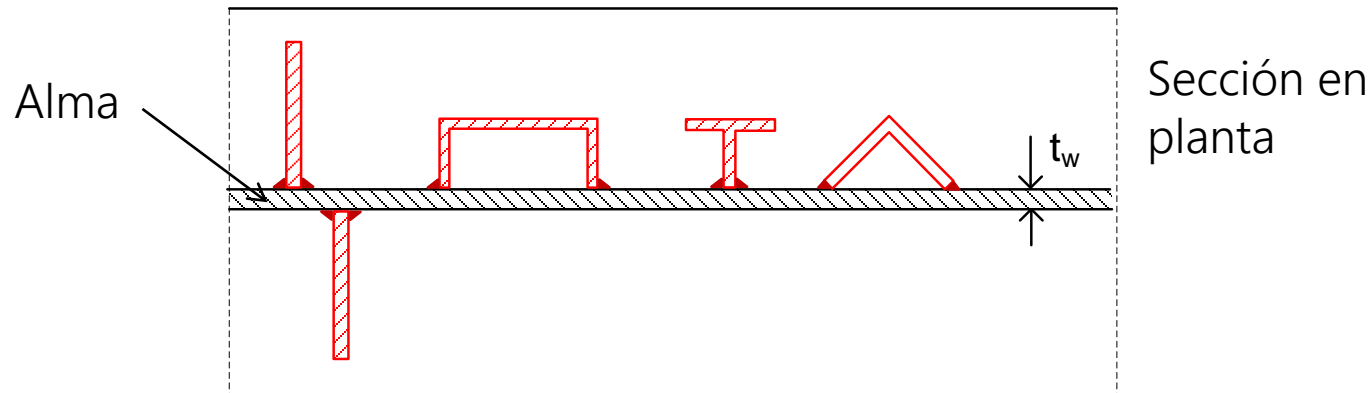
(\*) CTE emplea los mismos conceptos, pero algunas expresiones son distintas

# Abolladura del alma por cortante

Se añaden rigidizadores verticales y horizontales al alma para evitarlo.



Lo más habitual: rigidizadores transversales de chapa recta.  
Otras formas: perfiles (T, L...) soldados al alma



Situación habitual: paneles rectangulares, agujeros en las chapas pequeños, espesor constante



# Tensión crítica de pandeo (abolladura) de una chapa a compresión

Compresión uniforme  $\sigma$ , espesor  $t$ , ancho  $b$ , longitud  $L$ , dos lados apoyados

$\sigma_{cr}$  Tensión de compresión crítica  $\sigma_{cr} = k_{\sigma} \sigma_E$

$k_{\sigma}$  Coeficiente de abolladura, depende de la condición de apoyo en los lados y de la relación entre lados ( $L/b$ ) de la placa

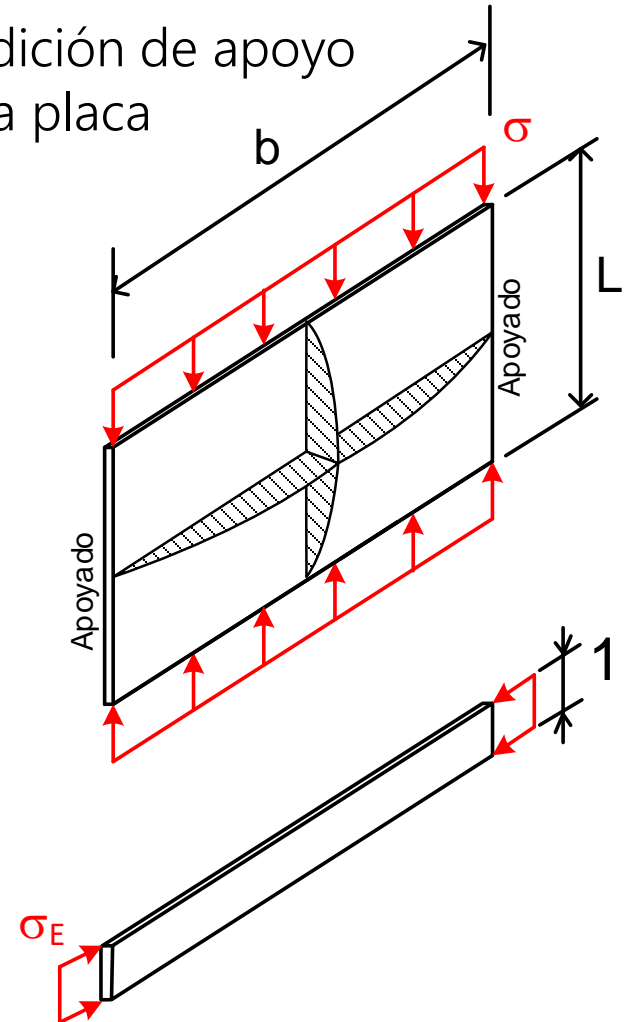
Dos lados apoyados  $k_{\sigma} = 4$

$\sigma_E$  Tensión crítica de Euler: tensión de pandeo de una placa de longitud  $b$ , ancho 1, espesor  $t$

$$\sigma_E = \frac{\pi^2 E}{12 (1 - \nu^2)} \left( \frac{t}{b} \right)^2$$

$$\sigma_{cr} = k_{\sigma} 189800 \left( \frac{t}{b} \right)^2$$

(MPa, Acero)



# Necesidad de comprobación de la abolladura del alma por cortante

Almas no rigidizadas:  $\frac{h_w}{t_w} > \frac{72}{\eta} \epsilon$

Almas rigidizadas:  $\frac{h_w}{t_w} > \frac{31}{\eta} \epsilon \sqrt{k_\tau}$



Se debe comprobar la abolladura

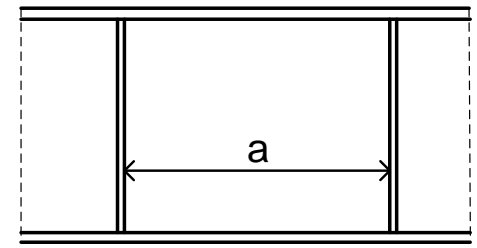
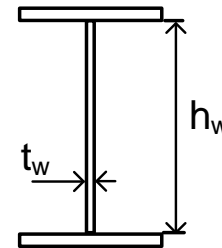
y se deben disponer rigidizadores en los apoyos

Se basa en que el alma no plastifique antes de abollarse

$\eta$  Resistencia adicional debida al endurecimiento por deformación  
EC3:  $\eta = 1.2$  para materiales hasta S460,  $\eta = 1.0$  para superiores  
EAE: recomienda  $\eta = 1.2$

$k_\tau$  Coeficiente de abolladura por cortante,  
función de la relación del lados del panel  $\frac{h_w}{a}$

$h_w$   $t_w$ : dimensiones del alma



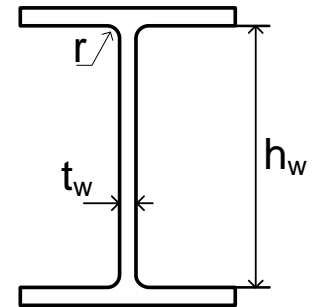
$$\epsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}}$$

# Límite para no tener que comprobar la abolladura del alma

**Perfiles normalizados:** todos los IPE, HEA, HEB, HEM cumplen que:

$$\frac{h_w}{t_w} < \frac{72}{(\eta = 1.2)} \epsilon \quad \epsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}}$$

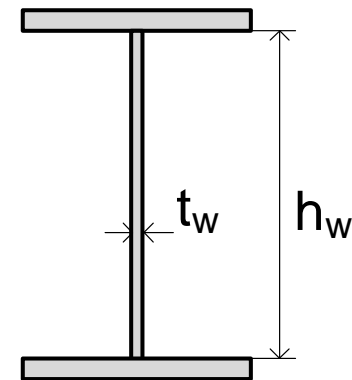
No es necesario comprobar la abolladura,  
ni se necesitan rigidizadores



**Perfiles soldados:** para no tener que comprobar la abolladura del alma, ni colocar rigidizadores en los apoyos se debe cumplir que:

$$\frac{h_w}{t_w} < \frac{72}{(\eta = 1.2)} \epsilon \quad \Rightarrow \quad \frac{h_w}{t_w} < \frac{920}{\sqrt{f_y}}$$

	$\epsilon$	$\frac{h_w}{t_w}$ máx
S 275	0.92	55.5
S 355	0.81	48.8
S 420	0.75	44.8

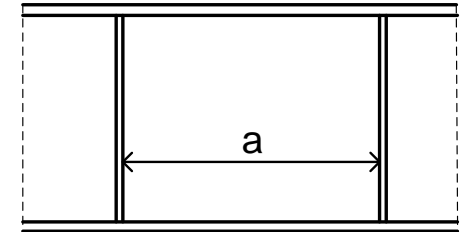
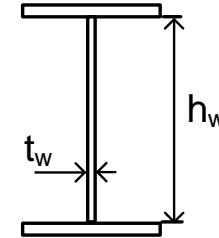


# Coeficiente de abolladura por cortante $k_{\tau}$

EN 1993-1-5 A.3

Dos casos: a) rigidizadores transversales rígidlos y sin rigidizadores longitudinales, o  
b) con >2 rigidizadores longitudinales

$$\frac{a}{h_w} \geq 1 \rightarrow k_{\tau} = 5.34 + 4.00 \left( \frac{h_w}{a} \right)^2 + k_{\tau sl}$$

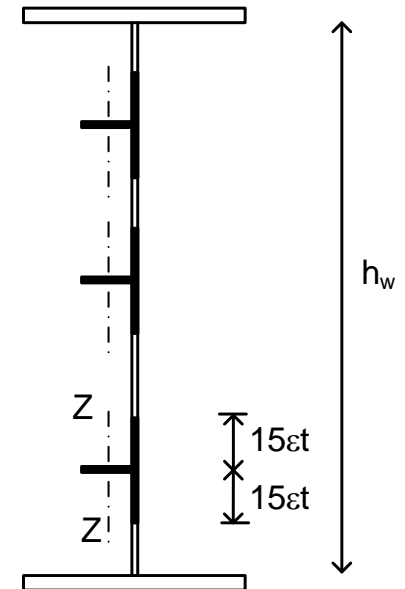


$$\frac{a}{h_w} < 1 \rightarrow k_{\tau} = 4.00 + 5.34 \left( \frac{h_w}{a} \right)^2 + k_{\tau sl}$$

$k_{\tau sl}$ : efecto de los rigidizadores (s) longitudinales (l)

$$k_{\tau sl} = 9 \left( \frac{h_w}{a} \right)^2 \sqrt[4]{\left( \frac{I_{sl}}{t_w^3 h_w} \right)^3} \quad k_{\tau sl} \leq \frac{2.1}{t_w} \sqrt[3]{\frac{I_{sl}}{h_w}}$$

$I_{sl}$ : momento de inercia s/ z-z de la rigidización longitudinal.  
Inercia del propio rigidizador + 15  $\epsilon t$  a cada lado.  
(Suma de todos ellos)

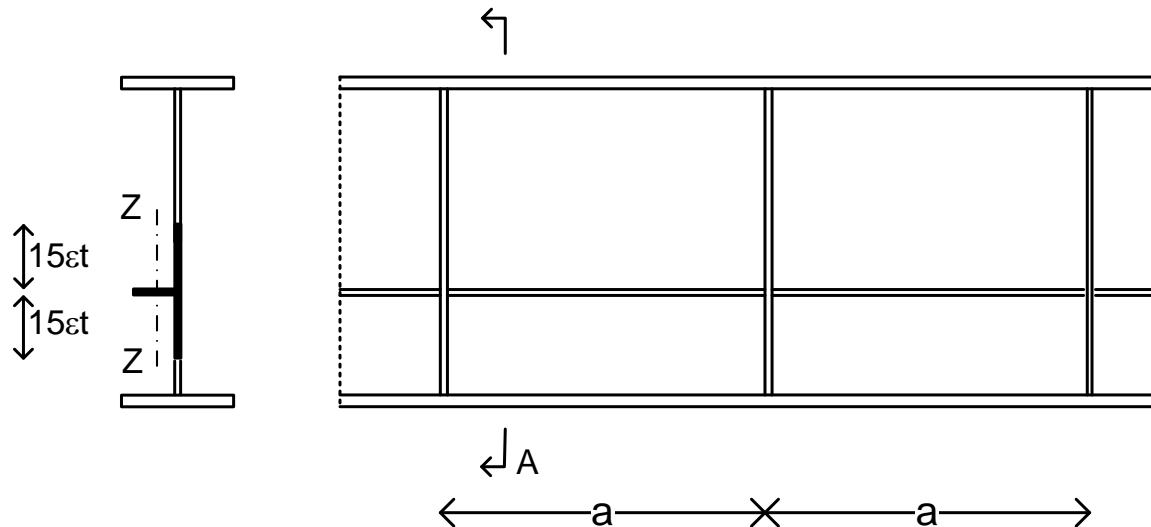


Caso c) Con sólo 1 o 2 rigidizadores longitudinales:

Si  $\frac{a}{h_w} \geq 3$  Puede usarse la expresión anterior de  $k_\tau$

Si  $\frac{a}{h_w} < 3$

$$k_\tau = 4.1 + \frac{6.3 + 0.18 \frac{I_{sl}}{t_w^3 h_w}}{\left(\frac{a}{h_w}\right)^2} + 2.2 \sqrt[3]{\frac{I_{sl}}{t_w^3 h_w}}$$



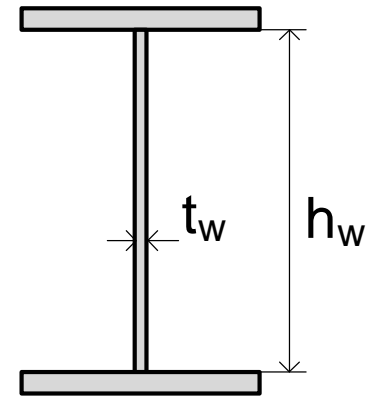
# Comprobación de la abolladura del alma por cortante

$$V_{Ed} \leq V_{b,Rd} = V_{bw,Rd} + V_{bf,Rd}$$

Alma                      Alas

$V_{Ed}$  Valor de cálculo del esfuerzo cortante (1)

$V_{b,Rd}$  Resistencia de cálculo a la abolladura del alma. Dos sumandos: alma + alas



(1), si hay torsión, incluir el cortante inducido por torsión

Valor máximo de la resistencia a abolladura, para evitar su plastificación:

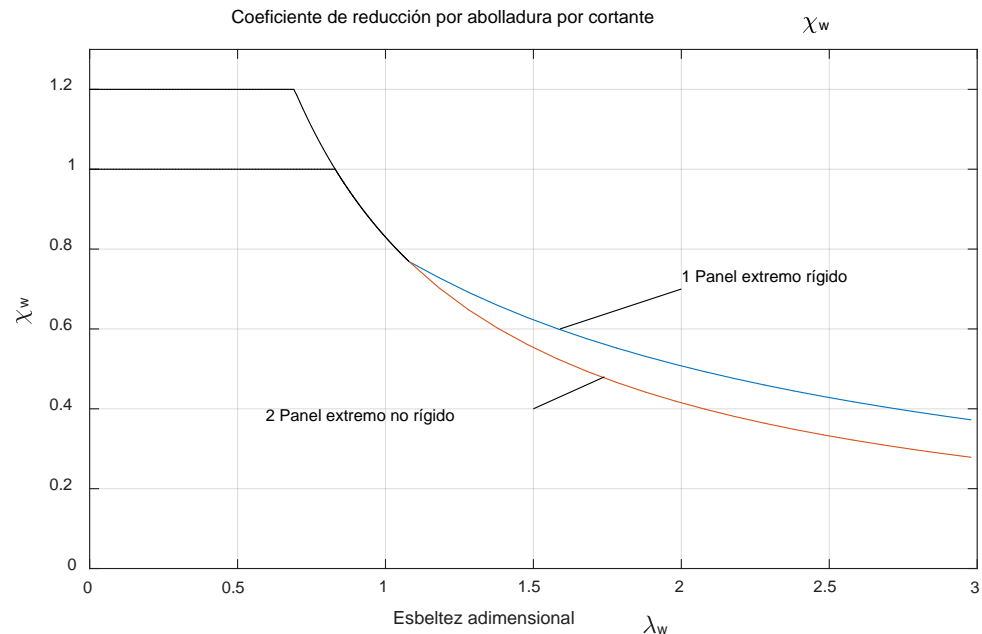
$$V_{b,Rd} \leq \frac{\eta f_{yw} h_w t_w}{\sqrt{3} \gamma_{M1}}$$

# $\chi_w$ Coeficiente de contribución del alma a la resistencia por abolladura

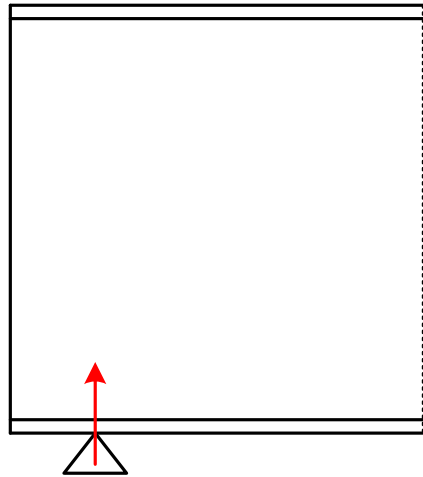
	Panel extremo rígido (1)	Panel extremo no rígido (2)
$\bar{\lambda}_w < \frac{0.83}{\eta}$	$\eta$	$\eta$
$\frac{0.83}{\eta} \leq \bar{\lambda}_w < 1.08$	$\frac{0.83}{\bar{\lambda}_w}$	$\frac{0.83}{\bar{\lambda}_w}$
$\bar{\lambda}_w \geq 1.08$	$\frac{1.37}{0.70 + \bar{\lambda}_w}$	$\frac{0.83}{\bar{\lambda}_w}$

$\eta = 1.2$  (hasta S460)

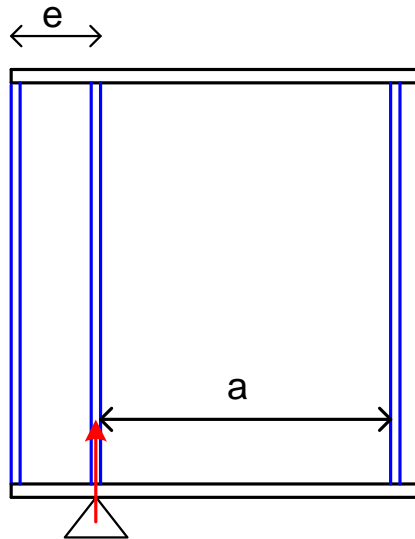
Siempre es  $\chi_w^1 \geq \chi_w^2$



# Tipos de paneles extremos

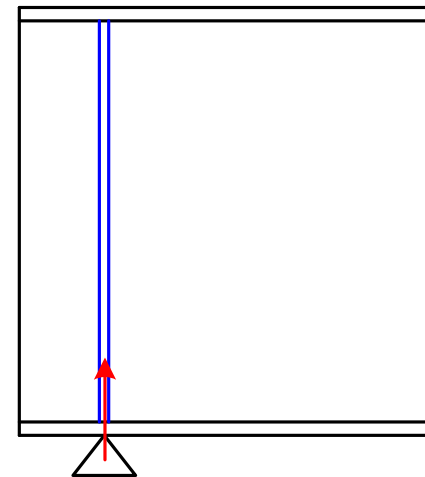


Panel extremo  
sin rigidizador



Panel extremo  
rígido (1)

Requieren  
comprobar  
su diseño



Panel extremo  
no rígido (2)

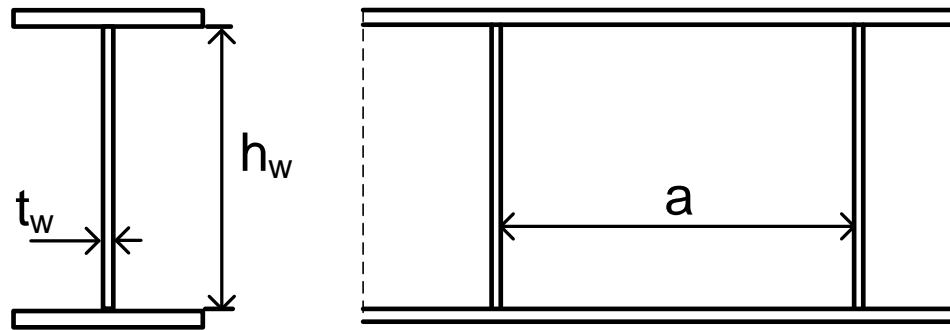
Habitual



## Esbeltez del alma para abolladura por cortante $\bar{\lambda}_w$ (2)

Sustituyendo  $\tau_{cr}$  en  $\bar{\lambda}_w$

$$\bar{\lambda}_w = \frac{h_w}{37.4 t_w \epsilon \sqrt{k_\tau}} \quad \epsilon = \sqrt{\frac{235}{f_{yw}}}$$



Si sólo hay rigidizadores en los apoyos:  $a \gg \gg h_w$

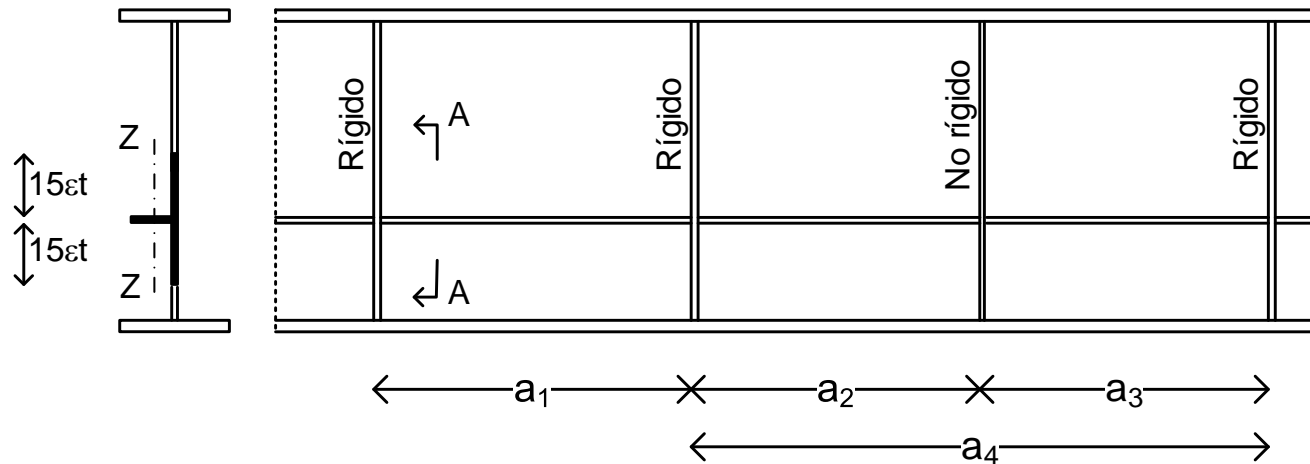
$$a \gg h_w \rightarrow k_\tau \approx 5.34 \rightarrow \bar{\lambda}_w = \frac{h_w}{86.4 t_w \epsilon}$$

## Esbeltez del alma para abolladura por cortante $\bar{\lambda}_w$ (3)

- Si coexisten rigidizadores transversales rígidos y no rígidos

$k_\tau$  es el mínimo obtenido entre:

- Dos paneles cualesquiera (p.e.  $a_2$  y  $a_3$ )
- Dos paneles rígidos que contengan no rígidos (p.e.  $a_4$ )



- Si todos los rigidizadores transversales son no rígidos

$k_\tau$  es el mínimo obtenido entre:

- Dos paneles adyacentes
- Tres paneles adyacentes

## Esbeltez del alma para abolladura por cortante $\bar{\lambda}_w$ (4)

- Si existen rigidizadores longitudinales, la esbeltez del alma  $\bar{\lambda}_w$  no debe ser menor que la esbeltez del subpanel con mayor esbeltez

$$\bar{\lambda}_w \geq \bar{\lambda}_{wi} \quad \bar{\lambda}_{wi} = \frac{h_{wi}}{37.4 t_w \epsilon \sqrt{k_{\tau i}}}$$

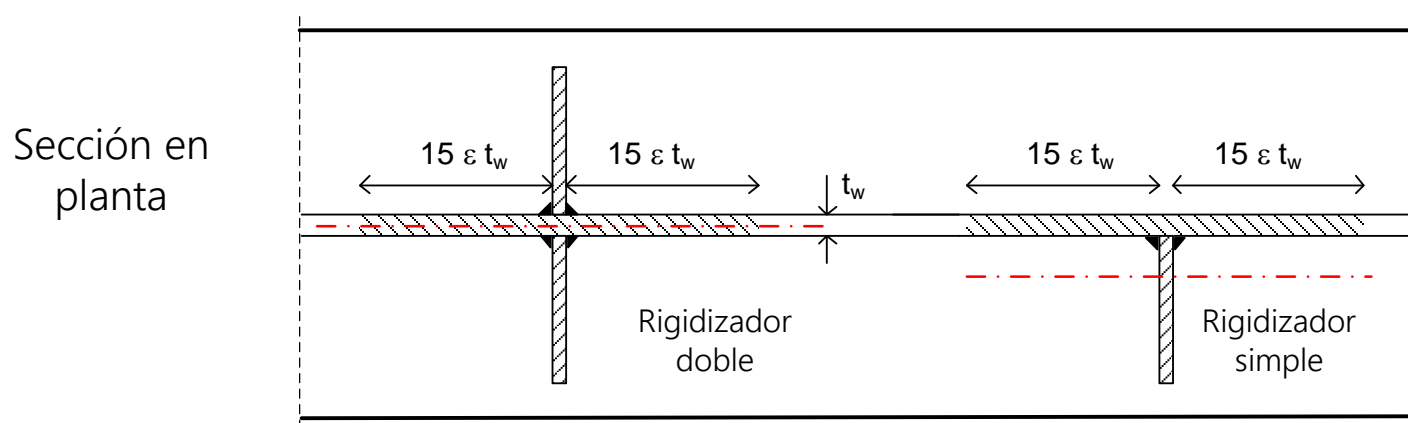
$\bar{\lambda}_{wi}$  esbeltez del panel con mayor esbeltez

$h_{wi}$  canto interior para el panel con mayor esbeltez

$k_{\tau i}$  coeficiente de abolladura para el panel con mayor esbeltez. Calculado con las expresiones anteriores, suponiendo  $k_{\tau st} = 0$

# Rigidizadores transversales rígidos

Sección transversal del rigidizador = su área bruta más una distancia de alma de  $15 \epsilon t_w$  a cada lado, sin superponer las zonas contribuyentes a dos rigidizadores



Se diseñan como rígidos para que los paneles de la viga actúen de forma independiente

$I_{st}$  Inercia de la sección transversal, respecto a un eje paralelo al alma en el c.d.g

Inercia mínima del rigidizador para ser considerado rígido para el pandeo de los paneles interiores del alma (Coeficiente de abolladura  $k_\tau$ )

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{a}{h_w} < \sqrt{2} \quad \rightarrow \quad I_{st} \geq \frac{1.5 h_w^3 t_w^3}{a^2} \\ \frac{a}{h_w} \geq \sqrt{2} \quad \rightarrow \quad I_{st} \geq 0.75 h_w t_w^3 \end{array} \right.$$

## Panel extremo rígido

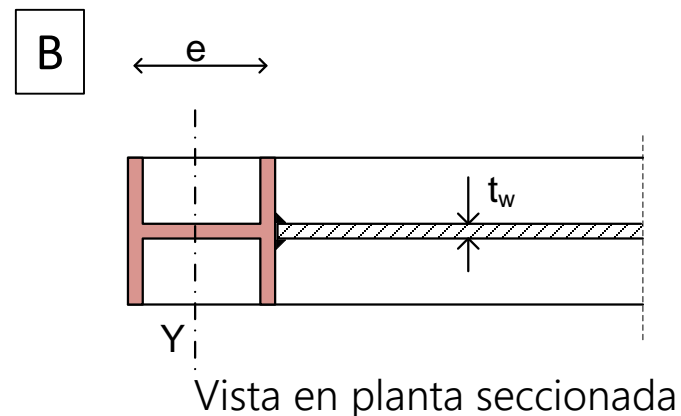
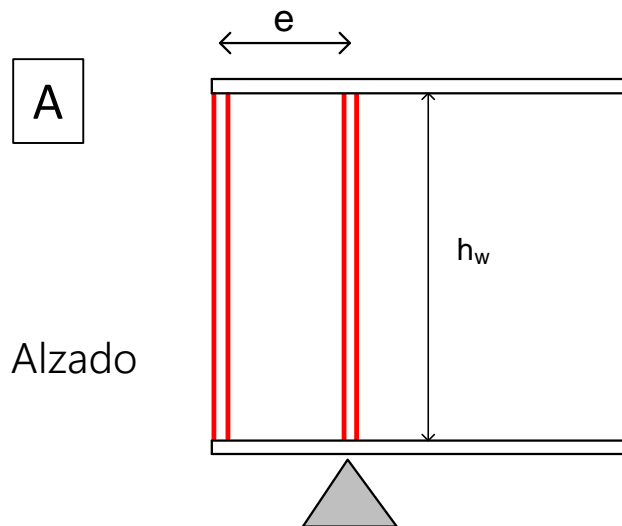
Un panel extremo rígido actúa como rigidizador de apoyo

Debe ser capaz de absorber la reacción exterior como esfuerzo axial en una viga corta vertical

A. **Dos rigidizadores transversales** dobles, a ambos lados del alma. Trozo del alma de la viga entre los rigidizadores forma el alma de la viga corta.

Cada uno debe tener: 
$$A_{rig} \geq \frac{4 h_w t_w^2}{e} \quad e > 0.1 h_w$$

B. Un **perfil H laminado** introducido en el alma, con: 
$$W_Y \geq 4 h_w t_w^2$$



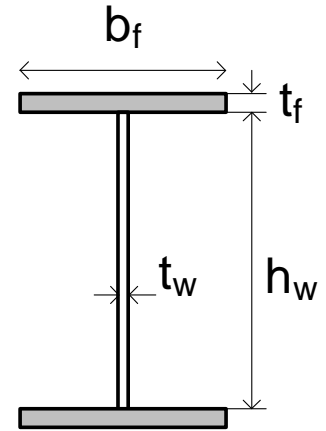
## Contribución de las alas a la resistencia de cálculo a abolladura por cortante

Si la resistencia de las alas ( $M_{f,Rd}$ ) no está utilizada completamente para absorber el momento flector ( $M_{Ed}$ )

$$M_{Ed} < M_{f,Rd} = \frac{M_{f,Rk}}{\gamma_{M0}} \approx A_{ala} \frac{f_{yf}}{\gamma_{M0}} (h_w + t_f)$$

$M_{f,Rd}$  resistencia á flexión considerando sólo las alas

$f_{yf}$  límite elástico del ala



Contribución de las alas a la resistencia a abolladura:

$$V_{bf,Rd} = \frac{b_f t_f^2 f_{yf}}{c \gamma_{M1}} \left( 1 - \left( \frac{M_{Ed}}{M_{f,Rd}} \right)^2 \right)$$

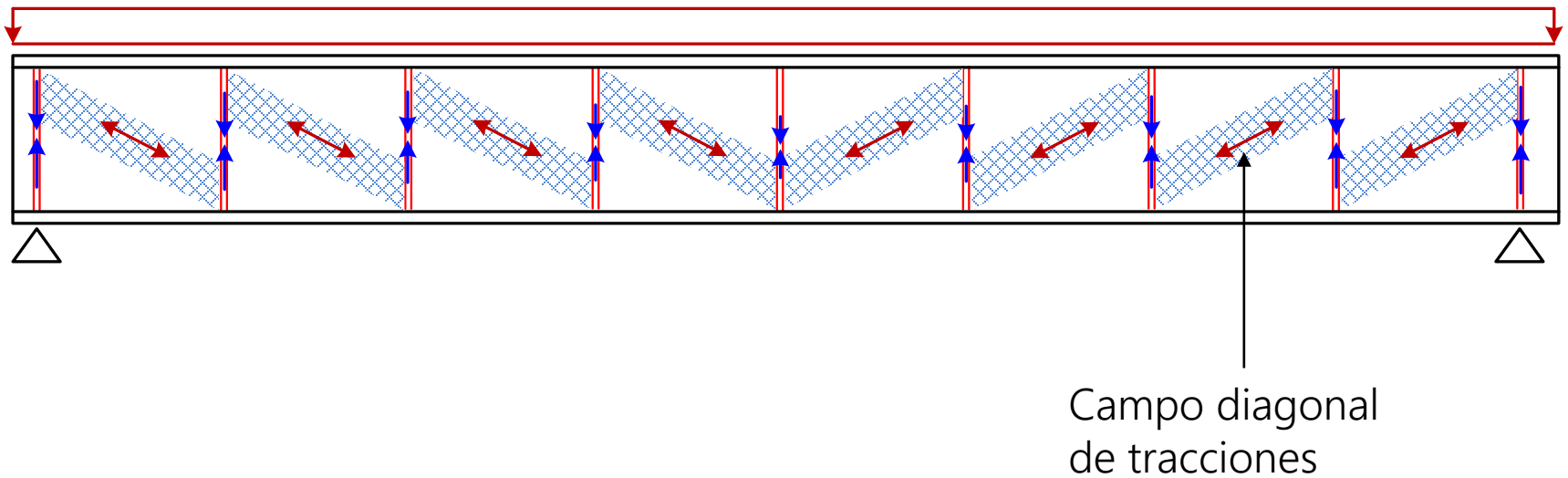
$c$ : distancia de anclaje del campo de tracciones diagonal en el ala

$$c = a \left( 0.25 + \frac{1.6 b_f t_f^2 f_{yf}}{t_w h_w^2 f_{yw}} \right)$$

Nota: si existe un esfuerzo axial  $N_{Ed}$ , el valor de  $M_{f,Rd}$  se debe reducir por el factor:  $\left( 1 - \frac{N_{Ed}}{(A_{f1} + A_{f2}) f_{yf}} \right) \gamma_{M0}$

# Rigidizadores intermedios - Esfuerzos

Rigidizadores intermedios a compresión bajo cargas verticales habituales



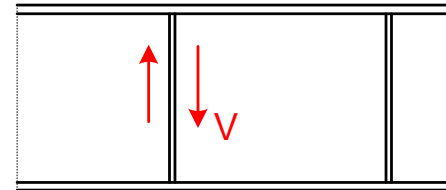
# Rigidizadores intermedios - Resistencia

Esfuerzo axial de cálculo del rigidizador:

$$N_{st} = V_{Ed} - \frac{1}{\bar{\lambda}_w^2} \frac{f_{yw} h_w t_w}{\sqrt{3} \gamma_{M1}}$$

$V_{Ed}$  cortante en los paneles adyacentes

Si el cortante es variable,  $V_{Ed}$  se obtiene a una distancia  $0.5 h_w$  del extremo del panel sometido a mayor cortante



$\bar{\lambda}_w$  esbeltez calculada para el panel situado entre el rigidizador calculado y el siguiente

Comprobación de resistencia del rigidizador: 
$$\frac{N_{st}}{A_{st}} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M1}}$$

Comprobación de estabilidad del rigidizador: como barra de longitud de pandeo  $0.75 h_w$  y curva de pandeo  $c$

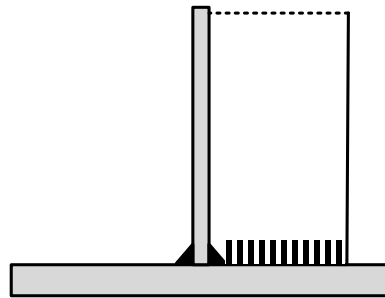
Comprobación precisa del rigidizador requiere un estudio de segundo orden, incluyendo su deformación lateral



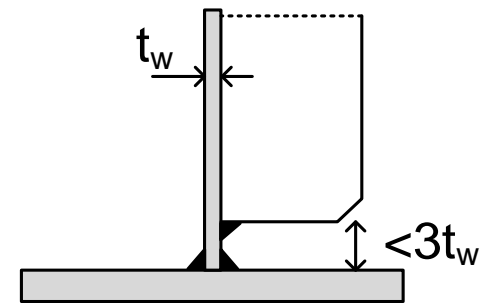
# Rigidizadores intermedios. Detalles

Los rigidizadores intermedios no deben soldarse al ala traccionada, para permitir su deformación

Incorrecto



Correcto



## Interacción flexión – cortante

Si se ha comprobado la abolladura del alma, la comprobación de la interacción flexión – cortante requiere una pequeña modificación:

$$\bar{\eta}_3 = \frac{V_{Ed}}{V_{bw,Rd}}$$

Contribución del alma

$\bar{\eta}_3 \leq 0.5$  No es necesario reducir la resistencia a flexión  
 $\bar{\eta}_3 > 0.5$  Se debe cumplir la comprobación de interacción:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{pl,Rd}} + \left[ \left( 1 - \frac{M_{f,Rd}}{M_{pl,Rd}} \right) (2 \bar{\eta}_3 - 1)^2 \right] \leq 1 \quad M_{Ed} \geq M_{f,Rd}$$

$M_{f,Rd}$  Resistencia plástica de la sección considerando sólo el área reducida eficaz de las alas

$M_{pl,Rd}$  Resistencia plástica de la sección considerando el área reducida eficaz de las alas y todo el alma, para cualquier tipo de sección (momento plástico transversal)

Debe comprobarse en todas las secciones situadas a una distancia mayor que  $h_w/2$  de un apoyo rigidizado

La comprobación anterior es la misma que en secciones sin abolladura del alma, empleando la contribución del alma  $V_{bw,Rd}$  en lugar de la resistencia a cortante total  $V_{pl,Rd}$

# Interacción flexión – cortante - axial

Si en la sección además hay esfuerzo axial, la fórmula de la interacción debe modificarse:

$M_{pl,Rd} \rightarrow M_{N,Rd}$  Emplear la resistencia plástica a flexión reducida por la existencia de axial

El momento que absorben las alas  $M_{f,Rd}$  debe reducirse por el factor indicado en la contribución de las alas

$$\left( 1 - \frac{N_{Ed}}{\frac{(A_{f1} + A_{f2}) f_{yf}}{\gamma_{M0}}} \right)$$

# Abolladura del alma debida al ala comprimida

Ocurre en secciones con almas muy esbeltas ( $h_w > 200 t_w$ )

El ala comprimida pandea al fallar el soporte que le proporciona el alma

Al pandear el ala comprimida produce una abolladura lateral del alma

Para evitarlo se debe limitar su esbeltez:

$$\frac{h_w}{t_w} \leq k \frac{E}{f_{yf}} \sqrt{\frac{A_w}{A_{fc}}}$$

$h_w$ : altura del alma

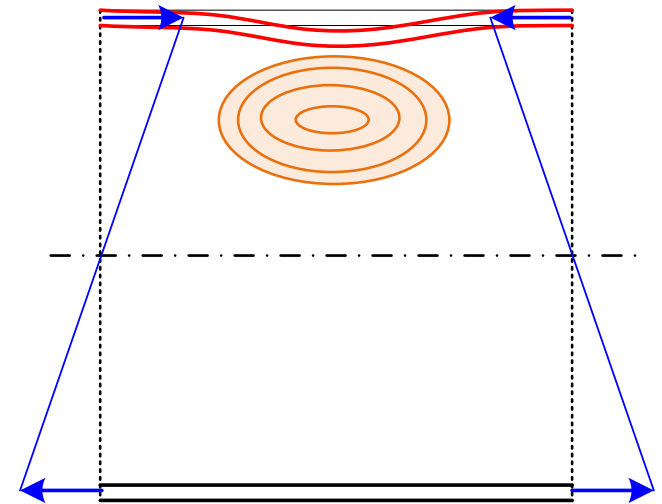
$t_w$ : espesor del alma

$A_w$ : Área del alma

$A_{fc}$ : Área reducida eficaz del ala comprimida

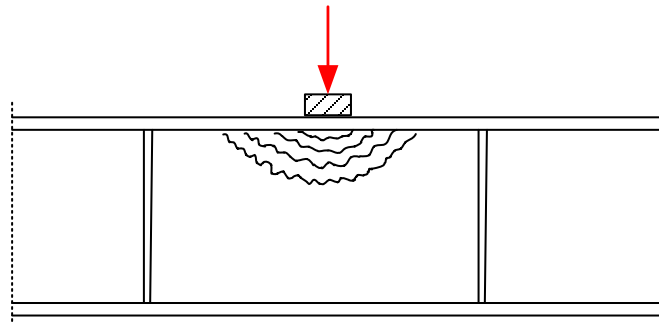
$k = 0.55$  si se considera la resistencia elástica de la sección

$k = 0.40$  si se considera la resistencia plástica a flexión



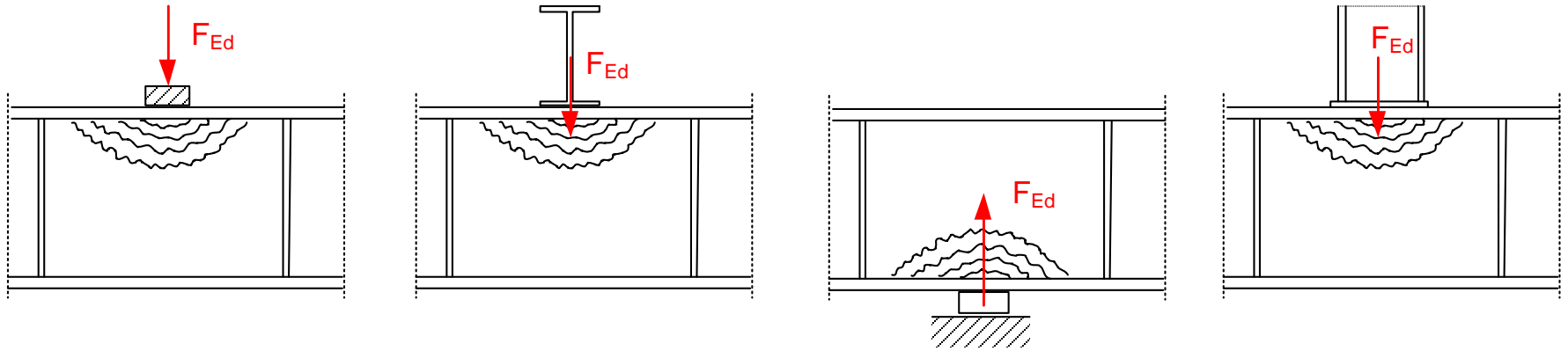
# Resistencia a cargas concentradas

EN 1993-1-5 §6  
EAE §35.6



# Fuerzas puntuales transversales a la viga, aplicadas sobre un ala

Pueden ser: cargas exteriores, fuerzas transmitidas por otros elementos (vigas o postes apoyados en vigas), o reacciones.

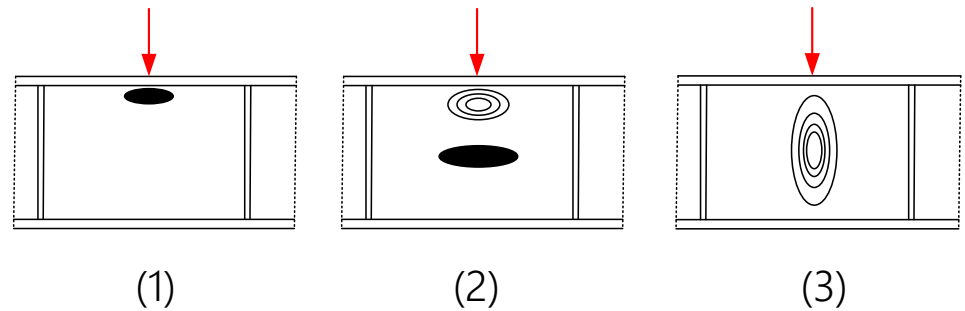


## Modos de fallo bajo la carga puntual

1. Plastificación del alma bajo la carga

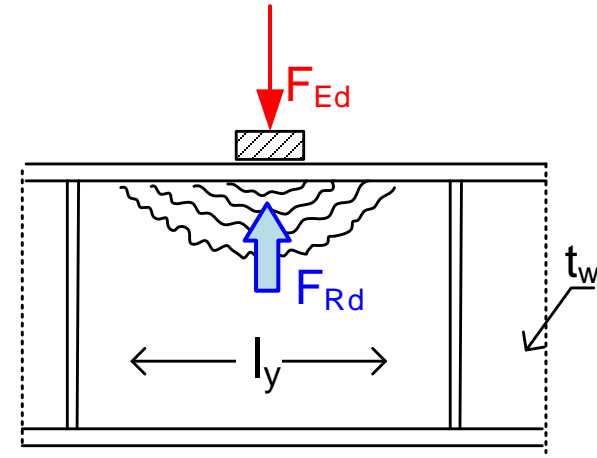
2. Abolladura local bajo la carga y plastificación en el centro del alma

3. Abolladura por pandeo de todo el alma



# Resistencia del alma a cargas concentradas

$$F_{Ed} \leq \chi_F l_y t_w \frac{f_{yw}}{\gamma_{M1}}$$



$F_{Ed}$  Valor de cálculo de la fuerza transversal aplicada

$l_y$  Longitud efectiva de carga, correspondiente a la longitud de apoyo rígido  $s_s$

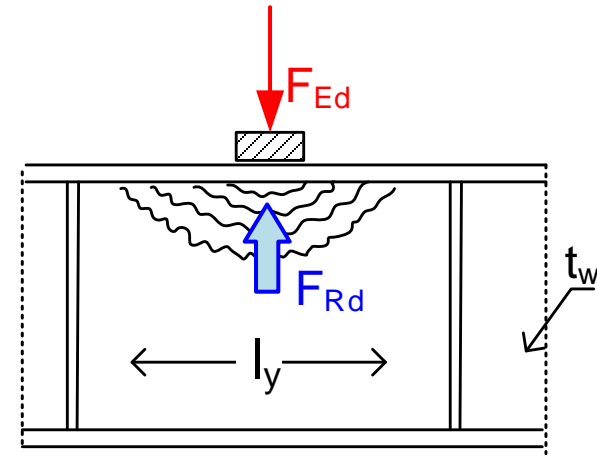
$\chi_F$  Coeficiente de reducción para abolladura local frente a carga concentrada

Si no se cumple la condición anterior: se debe situar un rigidizador bajo la carga puntual. El rigidizador se debe diseñar para un esfuerzo axial:

$$N_{st} = V_{Ed} - \frac{1}{\bar{\lambda}_w^2} \frac{f_{yw} h_w t_w}{\sqrt{3} \gamma_{M1}} + F_{Ed}$$

# Coeficiente de reducción para abolladura local frente a carga concentrada $\chi_F$

$$\chi_F = \frac{0.50}{\bar{\lambda}_F} \quad \chi_F \leq 1$$



$$\bar{\lambda}_F = \sqrt{\frac{l_y t_w f_{yw}}{F_{cr}}}$$

Esbeltez adimensional para abolladura frente a carga concentrada

$$F_{cr} = 0.9 k_F E \frac{t_w^3}{h_w}$$

Fuerza crítica para abolladura local del alma

Factor de carga crítica  $k_F$



# Factor de carga crítica $k_F$

$k_F$  depende de la forma de aplicación de la carga concentrada

Para vigas sin rigidizadores longitudinales

**Tipo a:** soportada por el cortante en el alma

$a$ : distancia entre rigidizadores (L si no los hay)

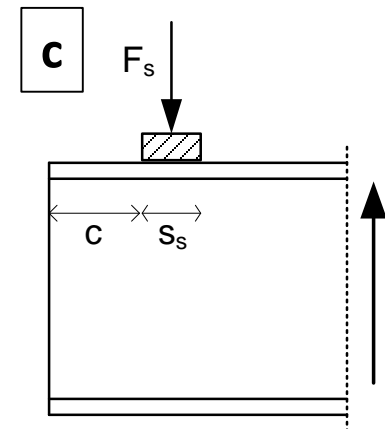
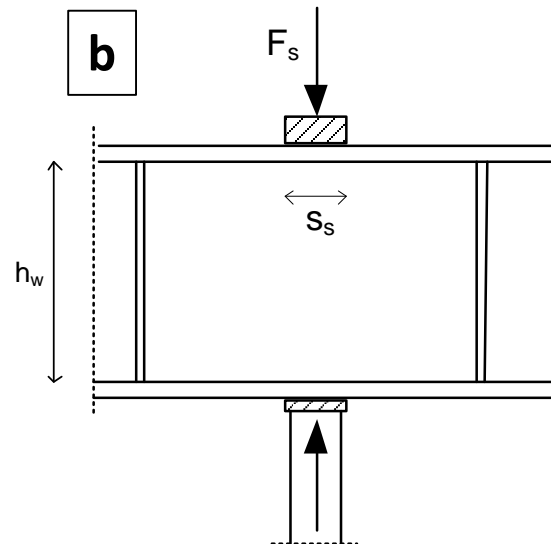
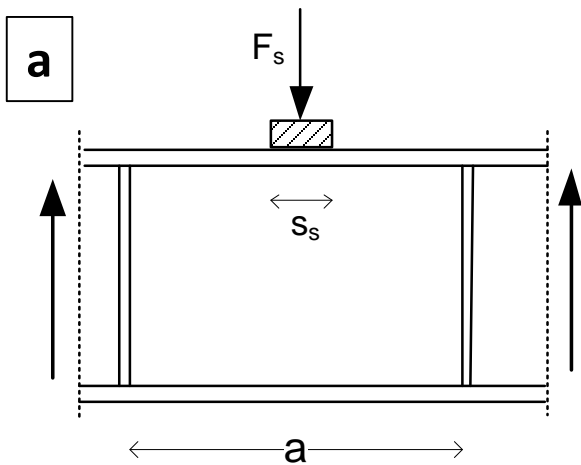
$$k_F = 6 + 2 \left( \frac{h_w}{a} \right)^2$$

**Tipo b:** transmitida del ala superior a la inferior por el alma

$$k_F = 3.5 + 2 \left( \frac{h_w}{a} \right)^2$$

**Tipo c:** aplicada en un ala próxima a un extremo no rigidizado

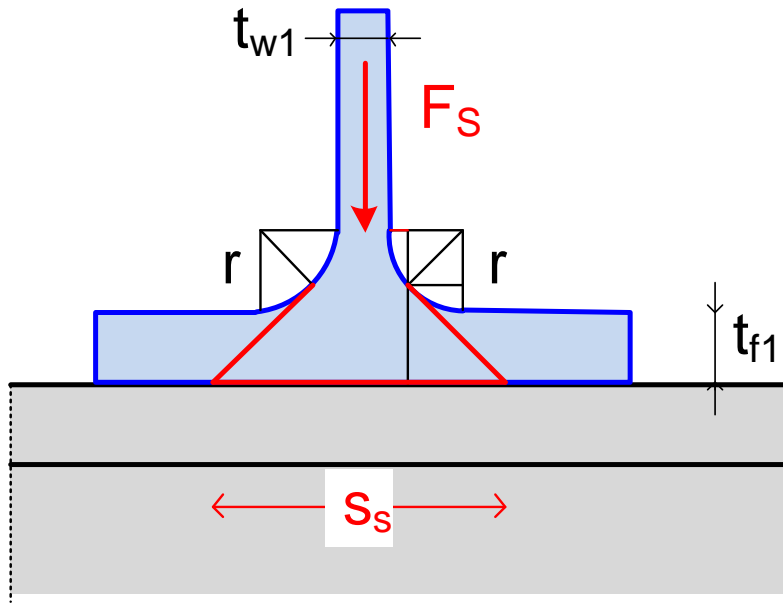
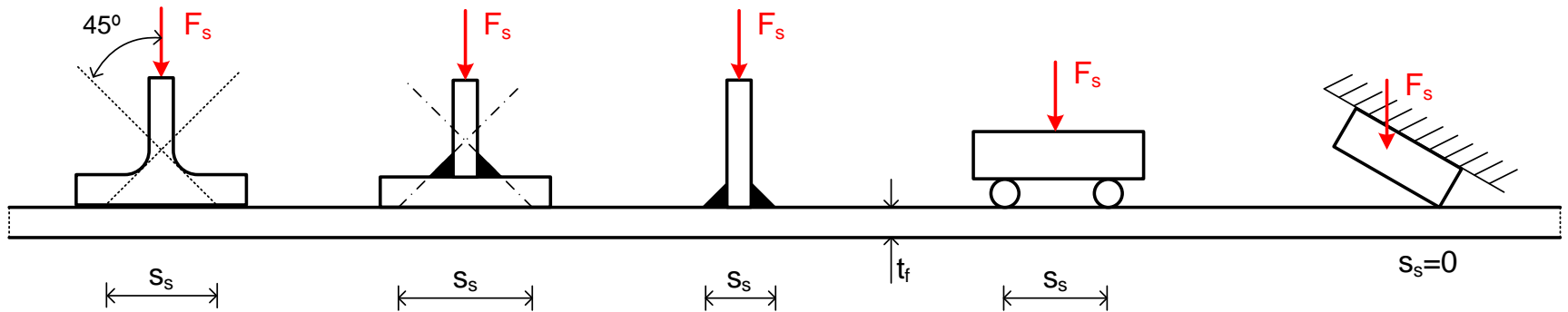
$$k_F = 2 + 6 \left( \frac{s_s + c}{h_w} \right)^2 \leq 6$$



# Longitud de apoyo rígido $s_s$

Longitud real del ala sobre la cual se aplica directamente la carga puntual

Se determina suponiendo un reparto de la fuerza a  $45^\circ$ , con:  $s_s < h_w$



Carga transmitida por una viga laminada apoyada:

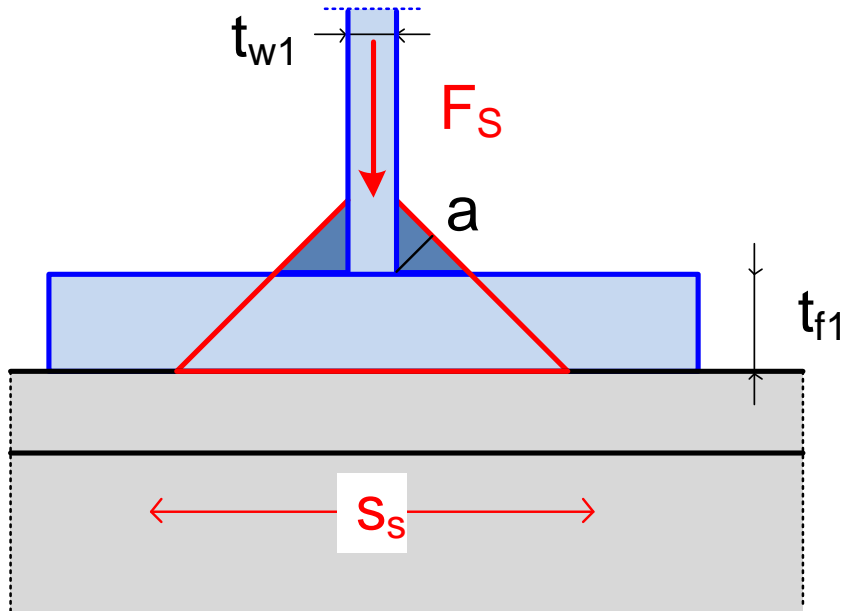
$$s_s = t_{w1} + 2[2(r - r \cos 45) + t_{f1}]$$

$$s_s = t_{w1} + 1.1716 r + 2 t_{f1}$$

$r$ : radio de acuerdo alma-ala

# Longitud de apoyo rígido $s_s$

Carga transmitida por una viga soldada apoyada



$$s_s = t_{w1} + 2(a\sqrt{2} + t_{f1})$$

$a$ : garganta de la soldadura

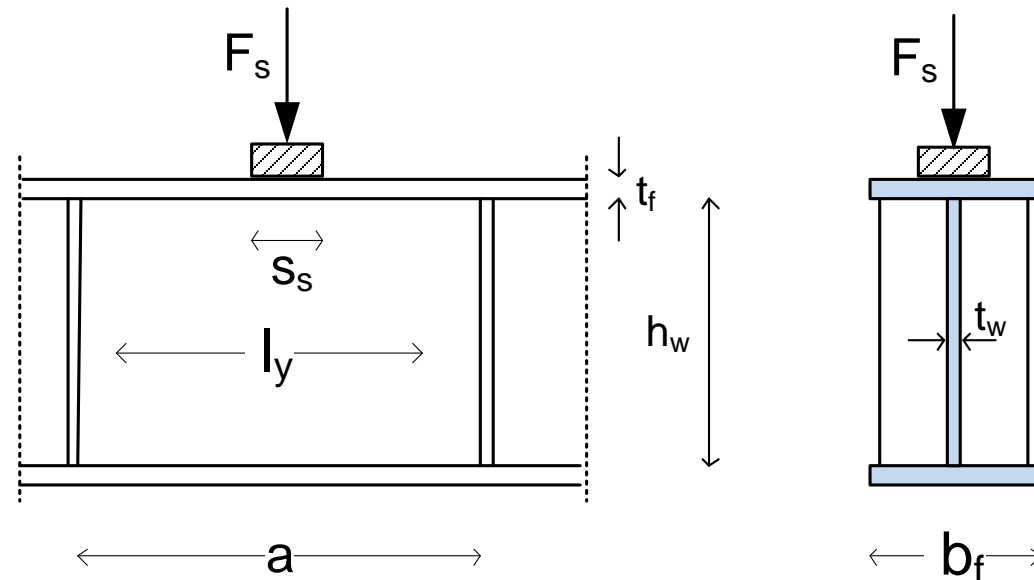
# Longitud efectiva de carga $l_y$ . Apoyos tipos a y b

Depende de  $s_s$  y de cómo se aplique dicha carga sobre el ala de la viga

$$l_y = s_s + 2 t_f (1 + \sqrt{m_1 + m_2}) \quad l_y < a$$

$$m_1 = \frac{f_{yf} b_f}{f_{yw} t_w} \quad \begin{cases} m_2 = 0.02 \left( \frac{h_w}{t_f} \right)^2 & \text{si } \bar{\lambda}_F > 0.5 \\ m_2 = 0 & \text{si } \bar{\lambda}_F \leq 0.5 \end{cases}$$

$b_f$ : ancho del ala de la viga



# Longitud efectiva de carga $l_y$ . Apoyo tipo c

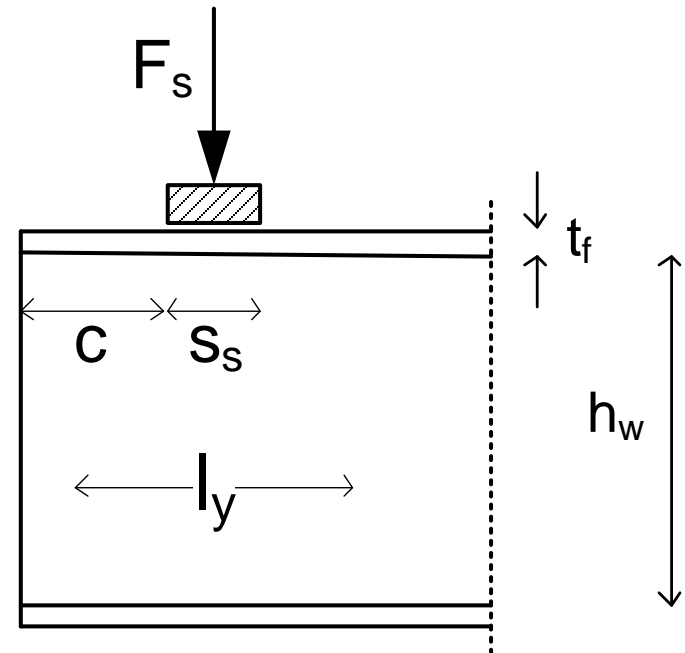
Depende de  $s_s$  y de cómo se aplique dicha carga sobre el ala de la viga

$$l_y = \min \left( \begin{array}{l} l_e + t_f \sqrt{\frac{m_1}{2} + \left(\frac{l_e}{t_f}\right)^2 + m_2} \\ l_e + t_f \sqrt{m_1 + m_2} \\ s_s + 2 t_f (1 + \sqrt{m_1 + m_2}) \end{array} \right)$$

No en EC3

$$l_e = \frac{k_F E t_w^2}{2 f_{yw} h_w} \leq s_s + c$$

$l_y <$  separación entre rigidizadores



# Interacción de carga concentrada con axial y flector

Si actúa una fuerza concentrada en el ala comprimida de la viga, y además existen momento flector y esfuerzo axial, se debe comprobar la interacción

$$\eta_2 + 0.8 \eta_1 \leq 1.4$$

$$\eta_2 = \frac{F_{Ed}}{\chi_F l_y t_w \frac{f_{yw}}{\gamma_{M1}}}$$

Factor de agotamiento para resistencia a carga concentrada

$$\eta_1 = \frac{N_{Ed}}{A_{eff} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}} + \frac{M_{Ed} + N_{Ed} e_N}{W_{eff} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}}$$

Factor de agotamiento ante axial + flector de la sección, considerando clase 4

$$\eta_1 = \frac{N_{Ed}}{A \frac{f_y}{\gamma_{M0}}} + \frac{M_{Ed}}{W_{el} \frac{f_y}{\gamma_{M0}}}$$

Ídem , para clase 3



# Imperfecciones en el análisis estructural

EN 1993-1-1 §5.3  
EAE Art. 22

# Imperfecciones geométricas

El análisis estructural debe considerar los **defectos** de verticalidad, alineación, excentricidad... cuando puedan afectar al comportamiento de la estructura

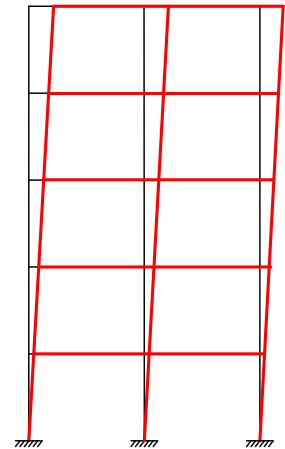
Se deben introducir en el análisis **imperfecciones geométricas equivalentes** a dichos defectos

Deben considerarse en el análisis:

- a) global de la estructura
- b) de los sistemas de arriostramiento
- c) local de cada elemento

Deben incluirse para la comprobación de los EL últimos.  
En general no son necesarias para comprobación de los EL de servicio.

Las imperfecciones locales de los elementos (c) ya se tienen en cuenta al determinar su resistencia.





# Imperfecciones en celosías de arriostramiento de cubiertas (1)

Celosía horizontal que arriostra los cordones comprimidos de un conjunto de ( $m$ ) estructuras principales de la nave (pórticos o celosías), unidas mediante correas.

Estructura principal de celosía:

Cordón comprimido es el cordón superior, esfuerzo  $N_{cor}$

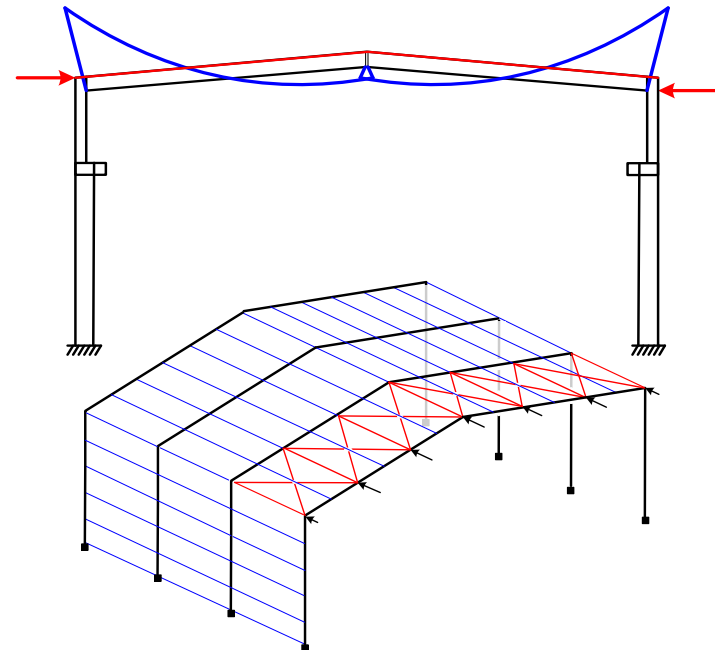
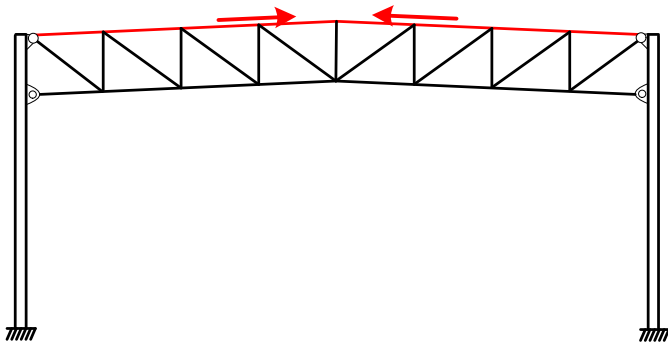
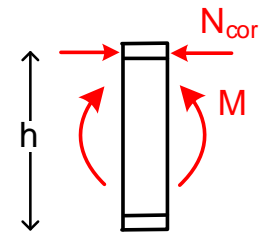
Estructura principal de pórtico:

Cordón comprimido es el ala superior de la viga

Esfuerzo  $N_{cor}$  aproximado

Añadirle el esfuerzo axial real en el dintel

$$N_{cor} = \frac{M_{max}}{h_{viga}}$$



## Imperfecciones en celosías de arriostramiento de cubiertas (2)

Se debe emplear una **imperfección de curvatura** inicial  $e_0$  en el cordón comprimido:

$$e_0 = \alpha_m \frac{L}{500} \quad \alpha_m = \sqrt{0.5 \left(1 + \frac{1}{m}\right)} \quad m: \text{número de celosías estabilizadas.}$$

La imperfección  $e_0$  se sustituye por una fuerza equivalente  $q_d$ , que genere el mismo momento flector en el centro de la celosía, suponiéndola apoyada en ambos extremos:

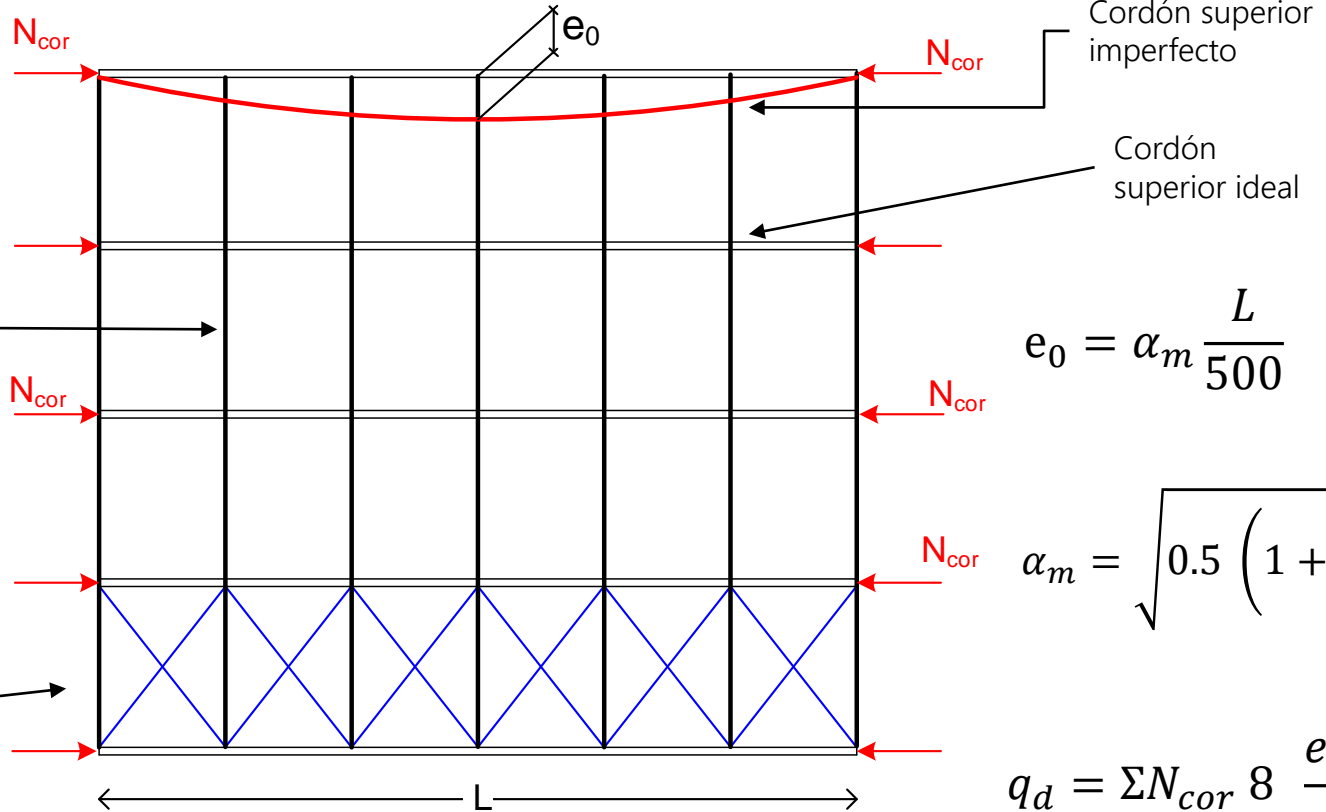
$$\Sigma N_{cor} (e_0 + \delta_q) = \frac{q_d L^2}{8} \longrightarrow q_d = \Sigma N_{cor} 8 \frac{e_0 + \delta_q}{L^2}$$

$\delta_q$ : deformación horizontal en la celosía de arriostramiento, debida a la carga equivalente  $q_d$  y a las otras acciones exteriores que puedan actuar sobre la celosía riostra ( $F_V$  viento).

Es necesario iterar, pues  $q_d$  depende de  $\delta_q$

# Imperfecciones en celosías de arriostramiento de cubiertas (3)

Vista en planta de la cubierta



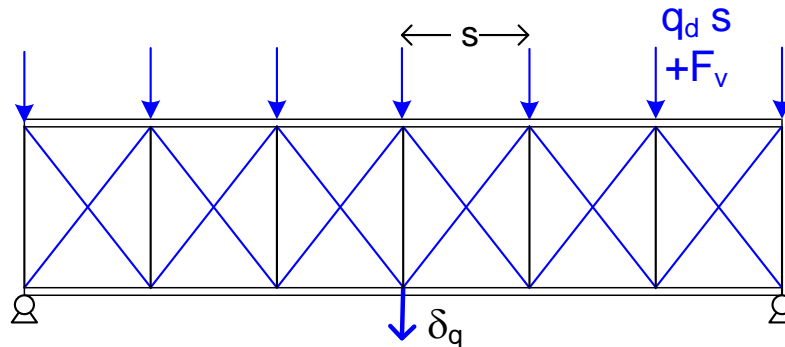
$$e_0 = \alpha_m \frac{L}{500}$$

$$\alpha_m = \sqrt{0.5 \left(1 + \frac{1}{m}\right)}$$

$$q_d = \sum N_{cor} 8 \frac{e_0 + \delta_q}{L^2}$$

Celosía de arriostramiento

Vista en planta de la celosía de arriostramiento



# Imperfecciones en celosías de arriostramiento de cubiertas (4)

Cálculo de la deformación  $\delta_q$

A. Como una celosía

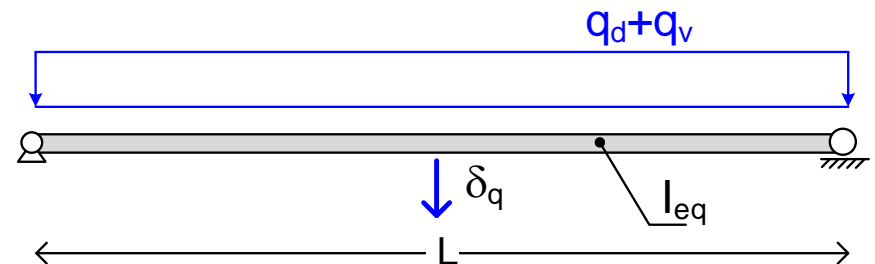
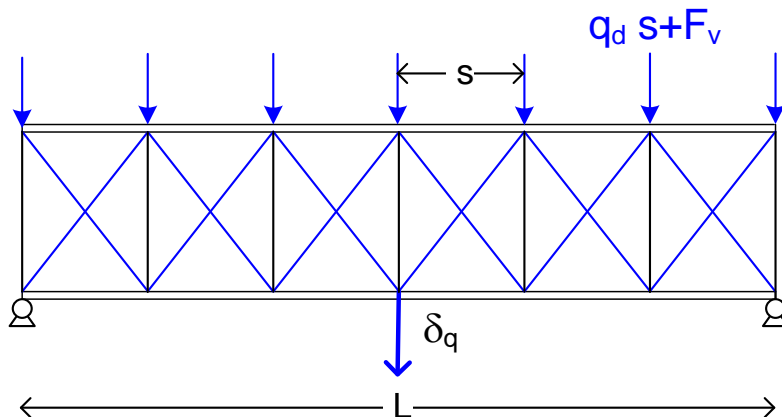
Sobre cada nudo de la celosía riostra se aplica una fuerza puntual de valor  $(q_d \cdot s)$  ( $s$ =separación de correas), que se suma a la debida del viento  $F_V$  y con ellas se calcula  $\delta_q$

$$F_{nudo} = q_d s + F_V$$

B. Aproximando la celosía a una viga apoyada, con inercia equivalente  $I_{eq}$

$$\delta_q \approx \frac{5}{384} \frac{(q_d + q_v) L^4}{E I_{eq}}$$

$$I_{eq} = 0.75 \sum_{i=1,2} A_{cor,i} d_{cor,i}^2$$



# Imperfecciones en celosías de arriostramiento de fachadas

Defecto inicial de verticalidad:  $\phi = \phi_0 \alpha_h \alpha_m$

EAE usa  $k$   
en vez de  $\alpha$

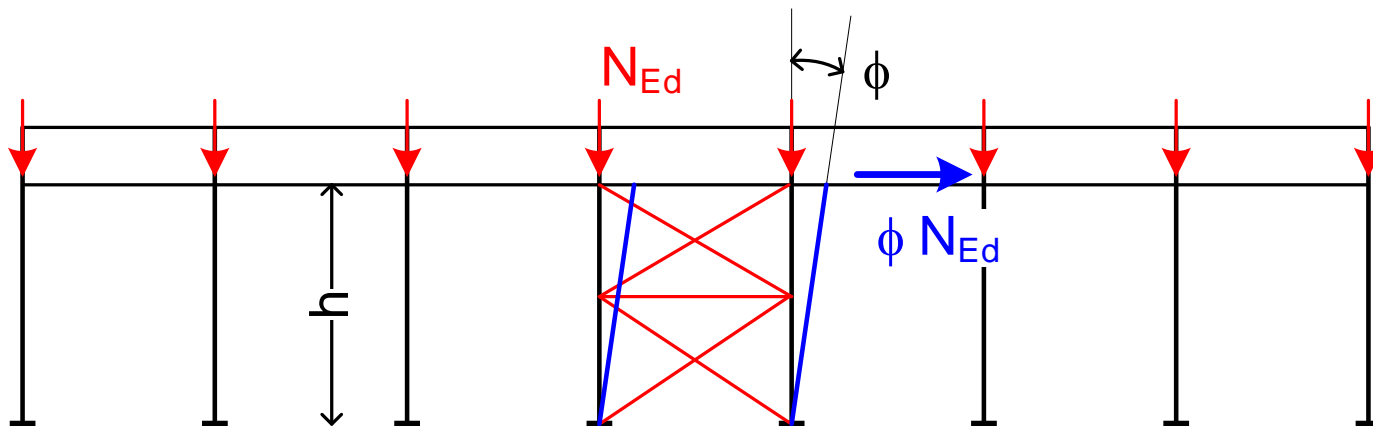
$\phi_0$  Valor base de la imperfección lateral: 1/200

$\alpha_h$  Coeficiente reductor por altura  $h$  (m):  $\alpha_h = \frac{2}{\sqrt{h}} \quad \frac{2}{3} \leq \alpha_h \leq 1$

$\alpha_m$  Coeficiente reductor por número de alineaciones de postes  $m$   $\alpha_m = \sqrt{0.5 \left(1 + \frac{1}{m}\right)}$

Fuerza horizontal equivalente a la imperfección  $H_{td} = \phi \Sigma N_{Ed}$

$N_{Ed}$  Valor de cálculo de las fuerzas de compresión



# Imperfecciones laterales para el análisis global de pórticos

Defecto inicial de verticalidad:  $\phi = \phi_0 \alpha_h \alpha_m$

EAE usa  $k$   
en vez de  $\alpha$

$\phi_0$  Valor base de la imperfección lateral: 1/200

$\alpha_h$  Coeficiente reductor por altura  $h$  (m):  $\alpha_h = \frac{2}{\sqrt{h}} \quad \frac{2}{3} \leq \alpha_h \leq 1$

$\alpha_m$  Coeficiente reductor por número de alineaciones de postes  $m$ .

$$\alpha_m = \sqrt{0.5 (1 + 1/m)}$$

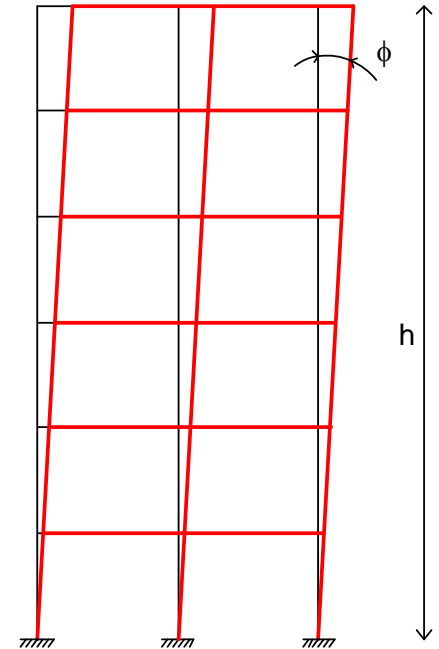
En  $m$  sólo se cuentan los postes que se extienden a toda la  $h$  total y con  $N_{Ed} > 0.5 N_{media}$

En pórticos de edificación sólo es necesario considerar la imperfección cuando:

$$H_{Ed} \geq 0.15 V_{Ed}$$

$H_{Ed}$  Valor de cálculo de la resultante de las fuerzas horizontales en la base del edificio.

$V_{Ed}$  Ídem de las fuerzas verticales



# Curvaturas iniciales para elementos comprimidos

Deben considerarse en la inestabilidad global de estructuras traslacionales.

Sólo se debe considerar en elementos comprimidos con:

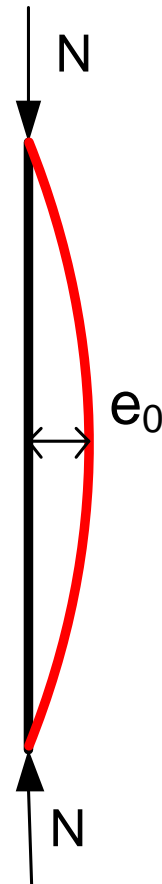
Al menos un nudo empotrado

Valor de cálculo del axial de compresión  $N_{Ed} > 0.25 N_{cr,Euler}$

Equivalente a:  $\bar{\lambda} > 0.5 \sqrt{\frac{A f_y}{N_{Ed}}}$

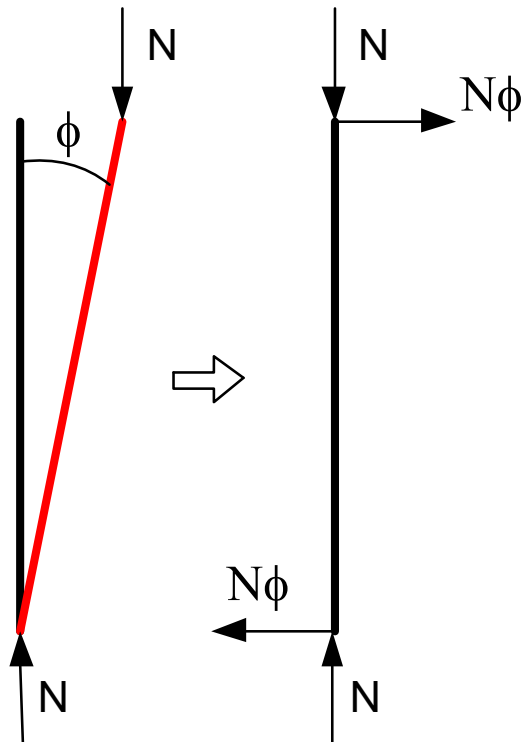
Incluir una curvatura inicial equivalente, parabólica con valor máximo  $e_0$ , que depende de la curva de pandeo correspondiente al poste, y del tipo de análisis:

$e_0$	a0	a	b	c	d
Análisis global elástico	L/350	L/300	L/250	L/200	L/150
Análisis global plástico	L/300	L/250	L/200	L/150	L/100

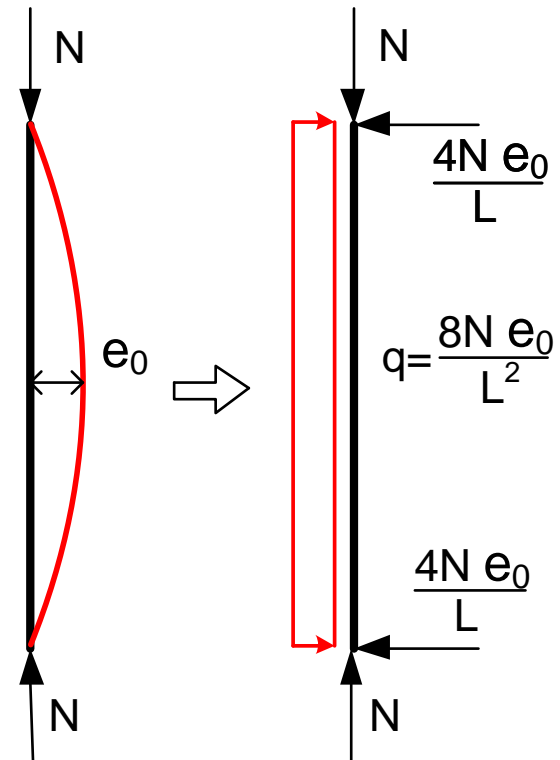


# Fuerzas equivalentes a las imperfecciones laterales

Se pueden sustituir las imperfecciones laterales y de curvatura por un conjunto de fuerzas horizontales equivalentes, aplicadas en los forjados, autoequilibradas, y proporcionales a las fuerzas verticales



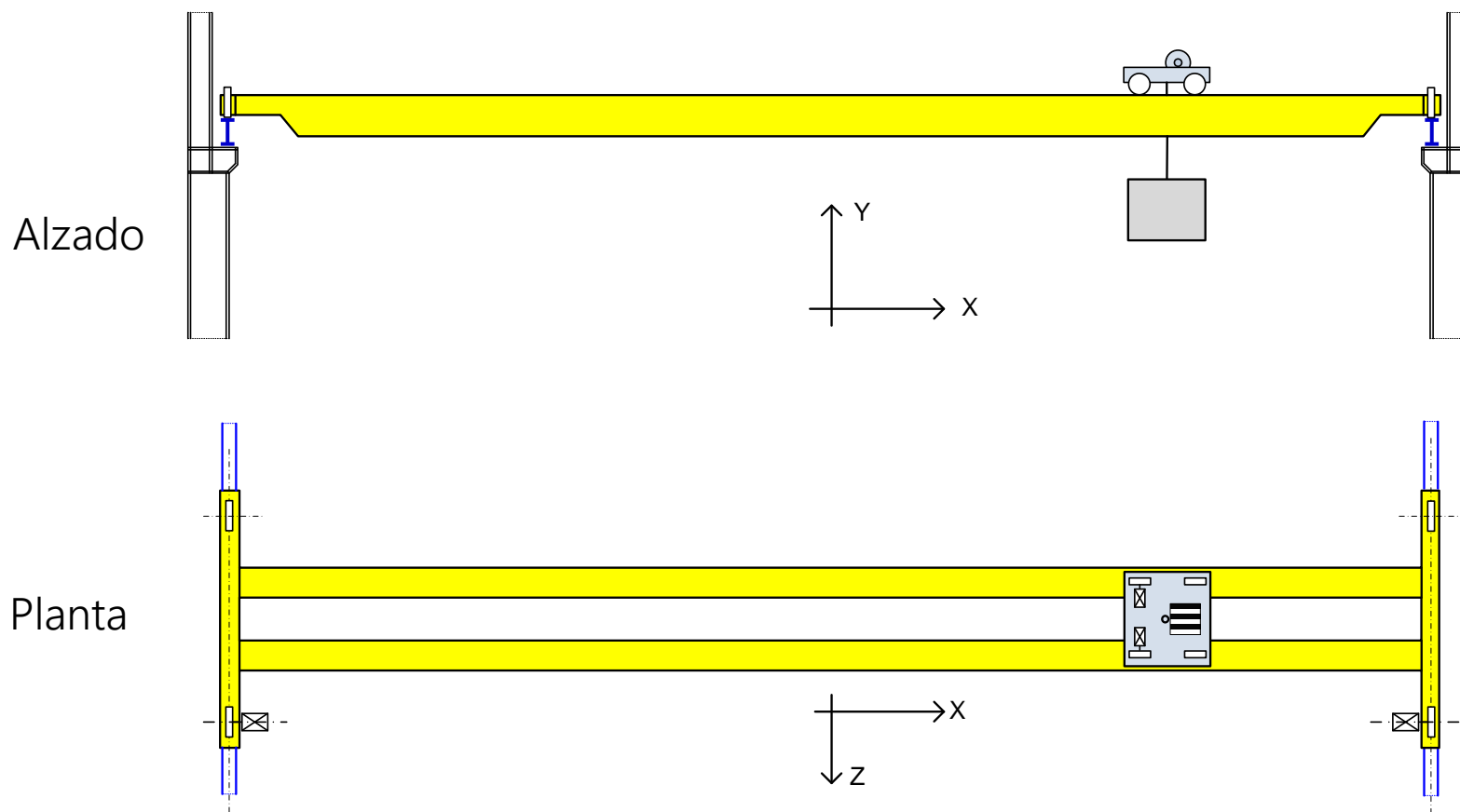
Imperfección lateral:  
par de fuerzas  
horizontales



Curvatura: fuerza distribuida  
y reacciones



# Grúas puente



# Grúas puente. Clasificación. UNE 58112, EN 13001

Según su uso (U)

	Ciclos (máx.)	Uso
U0	16 k	Ocasional
U1	32 k	" "
U2	63 k	" "
U3	125 k	" "
U4	250 k	Regular ligero

	Ciclos (máx.)	Uso
U5	500 k	Regular intermitente
U6	1 M	Regular intensivo
U7	2 M	Intensivo
U8	4 M	" "
U9	> 4 M	" "

Según su condición de carga (Q)

Condición de carga	Observaciones
Q1 Ligero	Raramente carga nominal. Habitualmente cargas muy pequeñas
Q2 Moderado	Con bastante frecuencia carga nominal. Corrientemente cargas pequeñas
Q3 Pesado	Con bastante frecuencia carga nominal. Corrientemente cargas medianas
Q4 Muy pesado	Corrientemente carga próxima a la nominal

Cálculo mucho más preciso de Q, según EN 13001: requiere conocer en detalle los ciclos de carga

# Grúas puente. Grupos

8 grupos, en función de su uso U y condición de carga Q

	U0	U1	U2	U3	U4	U5	U6	U7	U8	U9
Q1	1	1	1	2	3	4	5	6	7	8
Q2	1	1	2	3	4	5	6	7	8	8
Q3	1	2	3	4	5	6	7	8	8	8
Q4	2	3	4	5	6	7	8	8	8	8

# Grúas puente. Factor de esfuerzos dinámicos

Las reacciones estáticas se multiplican por un factor dinámico:  $\Phi$

$$R_{dinam} = \Phi R_{estat}$$

$$H_{dinam} = \Phi H_{estat}$$

Depende del grupo de la grúa

Según UNE 76201

Grupo	$\Phi$ viga carril		$\Phi$ postes	
	Máximo	Reducido	Máximo	Reducido
1 y 2	1.10	1.10	1.00	1.00
3 y 4	1.15	1.10	1.00	1.00
5 y 6	1.25	1.10	1.10	1.00
7 y 8	1.35	1.10	1.20	1.00

Reducido: cuando hay varias grúas en la misma viga carril

Otro procedimiento para hallar  $\Phi$  muy sofisticado y complejo en EN 1991-3

# Acciones verticales (1)

Deben ser proporcionadas por el fabricante de la grúa.

Normalmente se consideran **dos situaciones** de la grúa que producen las máximas reacciones: con la **carga en los dos extremos** del puente.

Valores aproximados:

Reacción vertical máxima total  $\Sigma R_{max}$  en cada testero de la viga carril:

$$\Sigma R_{max} \approx \frac{P}{2} + (C + Q) \left( 1 - \frac{d_{min}}{L_{grua}} \right)$$

Reacción total máxima en el testero más cargado

$$\Sigma R_{ACmax} \approx \frac{P}{2} + (C + Q) \left( \frac{d_{min}}{L_{grua}} \right)$$

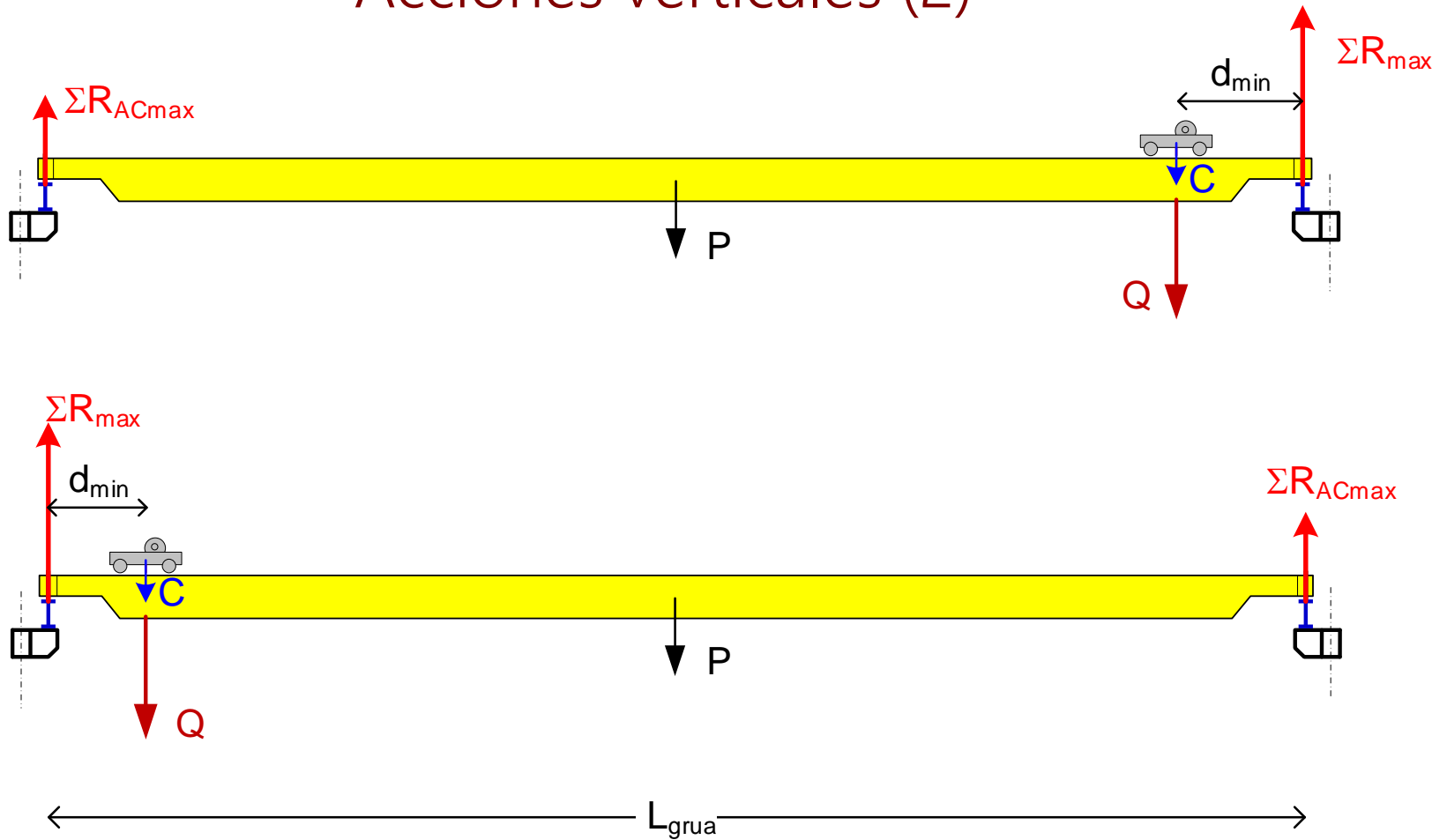
Reacción total acompañante a la máxima, en el testero menos cargado

$P$ : peso del puente,  $C$ : peso del carro móvil,  $Q$  carga útil

$d_{min}$  distancia mínima de la carga al carril

$L_{grua}$  luz de la grúa entre vigas carril

# Acciones verticales (2)

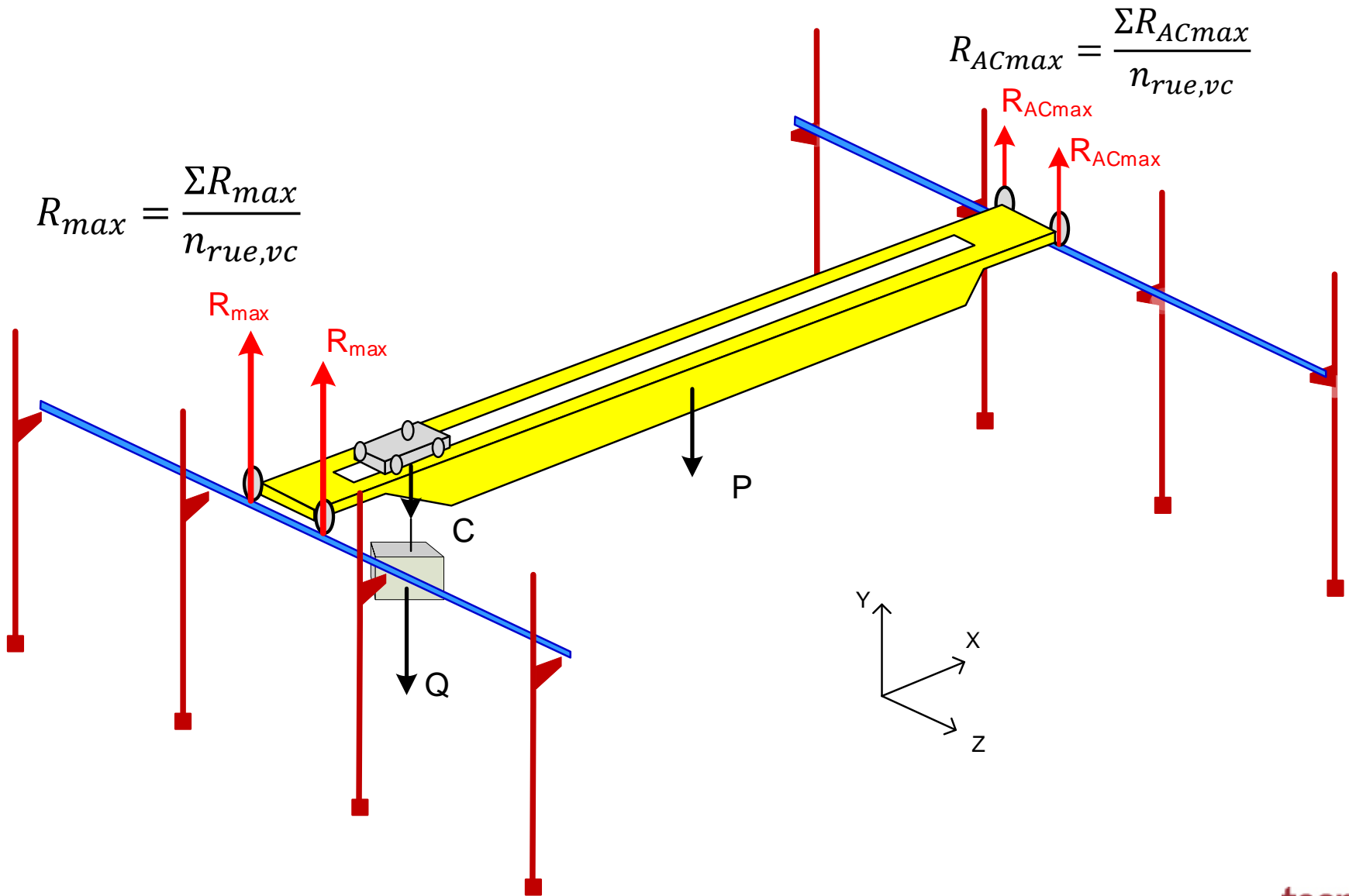


$$R_{max} = \frac{\Sigma R_{max}}{n_{rue,vc}}$$

$$R_{ACmax} = \frac{\Sigma R_{ACmax}}{n_{rue,vc}}$$

$n_{rue,vc}$  número de ruedas en cada viga carril (normalmente 2, grúas grandes 4)

# Acciones verticales (3)



# Acciones longitudinales sobre los carriles del puente (1)

Causadas por la aceleración/frenado longitudinal del puente grúa

Resultado de la fuerza de accionamiento en el contacto rueda motriz / carril

## A. Para diseño de la viga carril:

$$\Sigma H_{lmax} = (Q + C + P) \left( \omega + \frac{2j_p}{g} \right) \leq (Q + C + P) f \frac{n_{mot,p}}{n_{rue,p}}$$

$\Sigma H_{lmax}$ : suma de todas las fuerzas longitudinales en la grúa

$\omega$ : Coeficiente de resistencia al avance por fricción  $\omega \approx 0.003 \div 0.005$

$j_p$ : aceleración longitudinal del puente. Recomendado  $j_p = 0.4 \text{ m/s}^2$

Valores en Tabla 6 UNE:  $j_p \approx 0.2 \div 0.6 \text{ m/s}^2$

$f$ : Coeficiente de adherencia (acero/acero seco  $f = 0.2$ )

$n_{mot,p}$ : número de ruedas motrices del puente (hab. 2)

$n_{rue,p}$ : número de ruedas del puente (hab. 4)

Valor conservador (máximo):  $\Sigma H_{lmax} = 0.2 (Q + C + P) \frac{n_{mot,p}}{n_{rue,p}}$



## Acciones longitudinales sobre los carriles del puente (2)

$\Sigma H_{lmax}$  se distribuye a partes iguales sobre las ruedas motrices de ambos carriles ( $n_{mot,p}$ ), salvo si está limitada por la adherencia

$$H_{li} = \frac{\Sigma H_{lmax}}{n_{mot,p}}$$

Si está limitada por la adherencia: repartir proporcionalmente a la reacción vertical en cada carril

Reacción menor: 
$$H_{l2} = f \frac{n_{mot,p}}{n_{rue,p}} \Sigma R_{ACmax}$$

Reacción mayor: 
$$H_{l1} = \Sigma H_{lmax} - H_{l2}$$

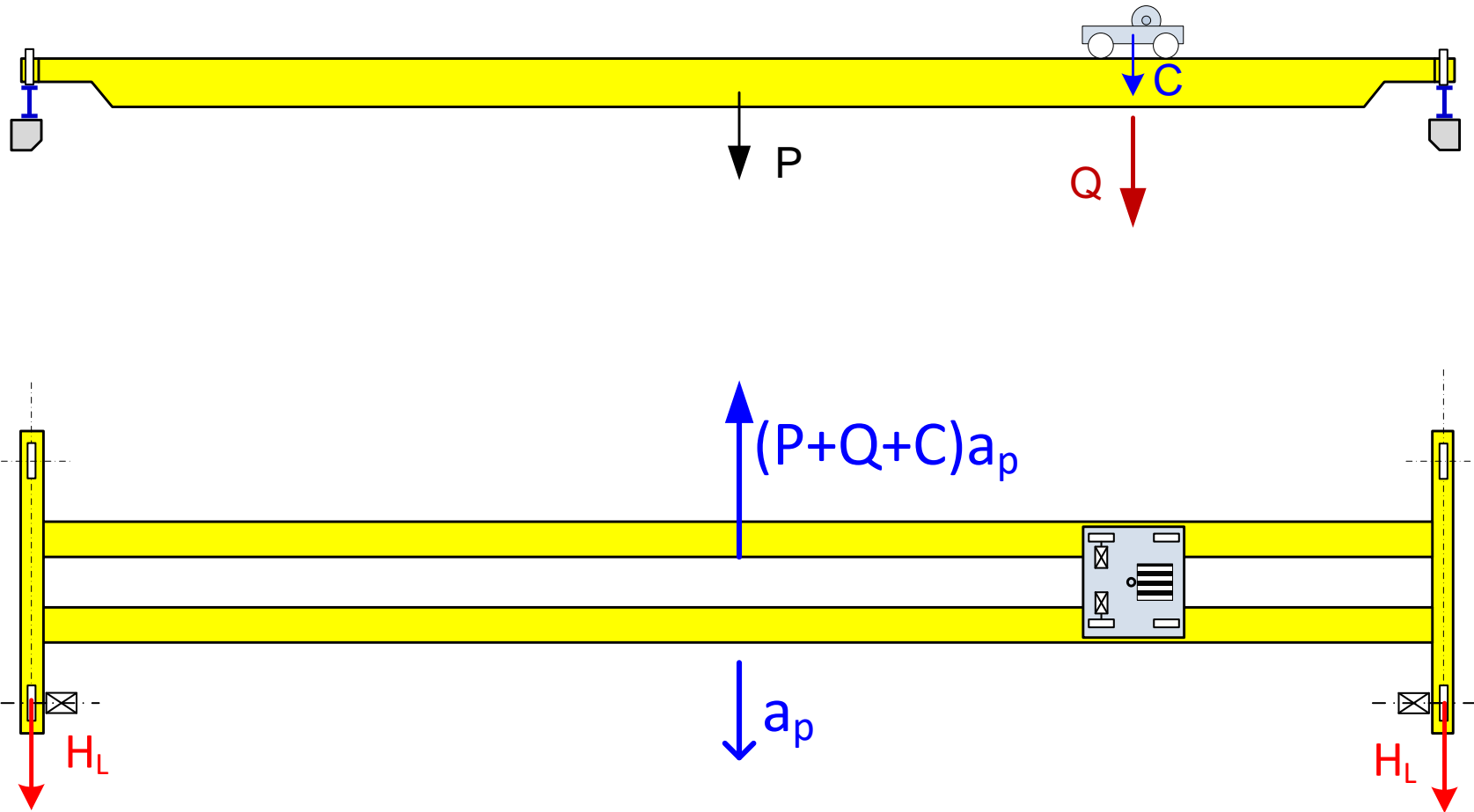
### B. Para diseño de los soportes:

Fuerza longitudinal en cada sistema de soporte de la viga carril (pórtico de frenado):

$$H_{li} = 0.2 \frac{n_{mot,p}}{n_{rue,p}} \Sigma R_i$$

$\Sigma R_i$  Suma de las reacciones verticales en cada testero

# Acciones longitudinales sobre los carriles del puente (3)



# Acciones transversales debidas a la aceleración del carro (1)

Causadas por la aceleración/frenado transversal del carro

Se producen en la rueda de accionamiento del carro y se absorben por las ruedas de la grúa en los testeros

A. Para diseño de la viga carril:

$$\Sigma H_{cmax} = (Q + C) \left( \omega + \frac{2j_c}{g} \right) \leq (Q + C) f \frac{n_{mot,c}}{n_{rue,c}}$$

$\Sigma H_{cmax}$ : suma de todas las fuerzas transversales en la grúa

$j_c$ : aceleración longitudinal del carro. Recomendado  $j_c = 0.2 \text{ m/s}^2$

Valores en Tabla 6 UNE:  $j_c \approx 0.1 \div 0.6 \text{ m/s}^2$

$n_{mot,c}$ : número de ruedas motrices del carro (hab. 2)

$n_{rue,c}$ : número de ruedas del carro (hab. 4)

Valor conservador (máximo):

$$\Sigma H_{cmax} = 0.2 (Q + C) \frac{n_{mot,c}}{n_{rue,c}}$$

## Acciones transversales debidas a la aceleración del carro (2)

$\Sigma H_{cmax}$  se distribuye a partes iguales entre todas las ruedas de un testero

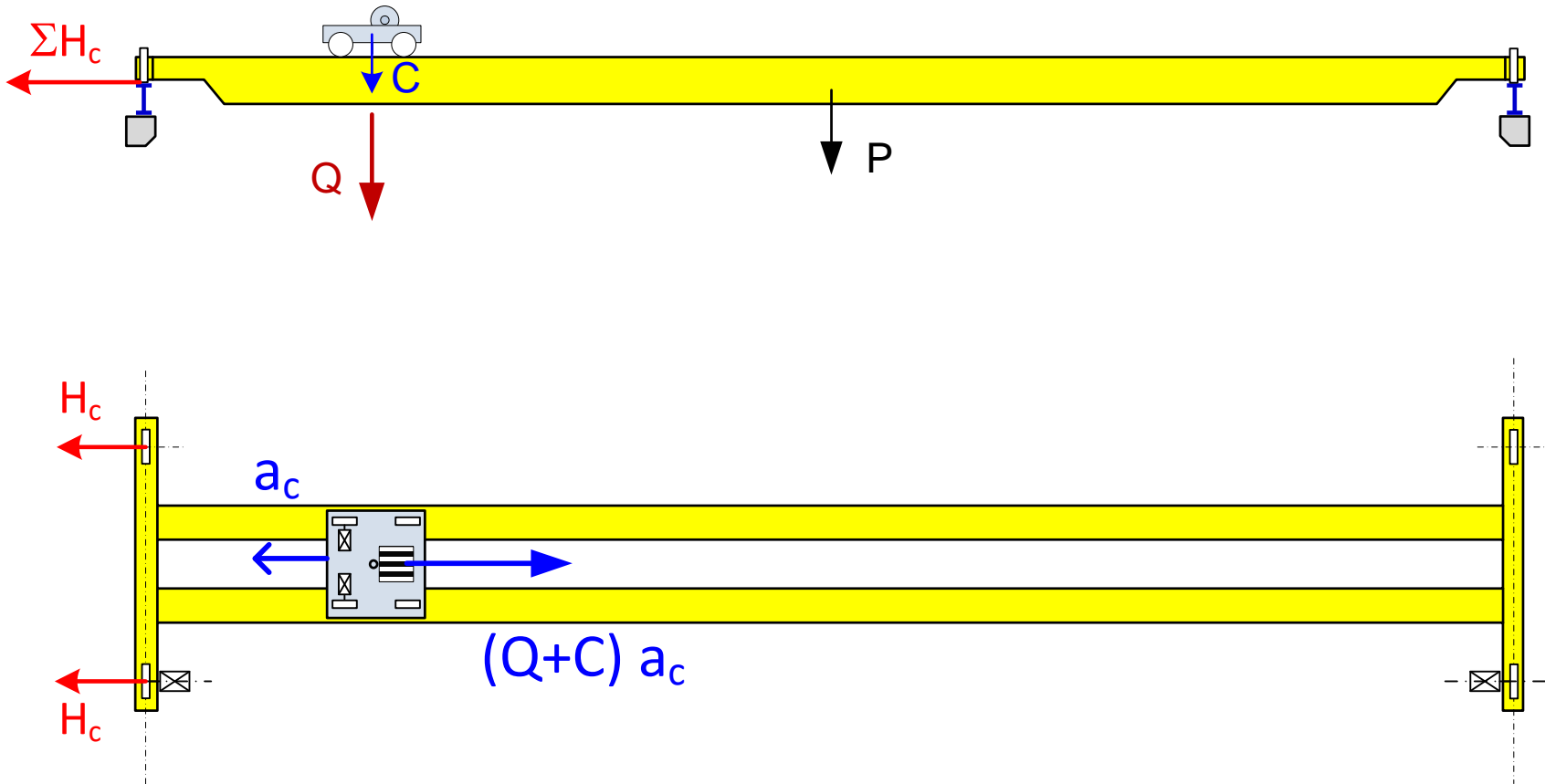
### B. Para diseño de los soportes:

Fuerza transversal en cada sistema de soporte de la viga carril  
(poste de la nave)

$$\Sigma H_c = 0.1 \Sigma R_i$$

$\Sigma R_i$  Suma de las reacciones verticales en cada testero

# Acciones transversales debidas a la aceleración del carro (3)



# Acciones transversales debidas a la aceleración de la grúa (1)

## A. Para diseño de la viga carril:

Durante la aceleración/frenado longitudinal de la grúa, la resultante de las fuerzas de inercia longitudinales está situada en un punto G, que es el c.d.g. de dichas tres masas P, C, Q.

La resultante de las fuerzas de inercia longitudinales es:  $\Sigma H_{lmax}$

Las situaciones pésimas son con el carro en ambas posiciones extremas. La excentricidad de G respecto del centro de la grúa en ambas, es:  $e_{max}$

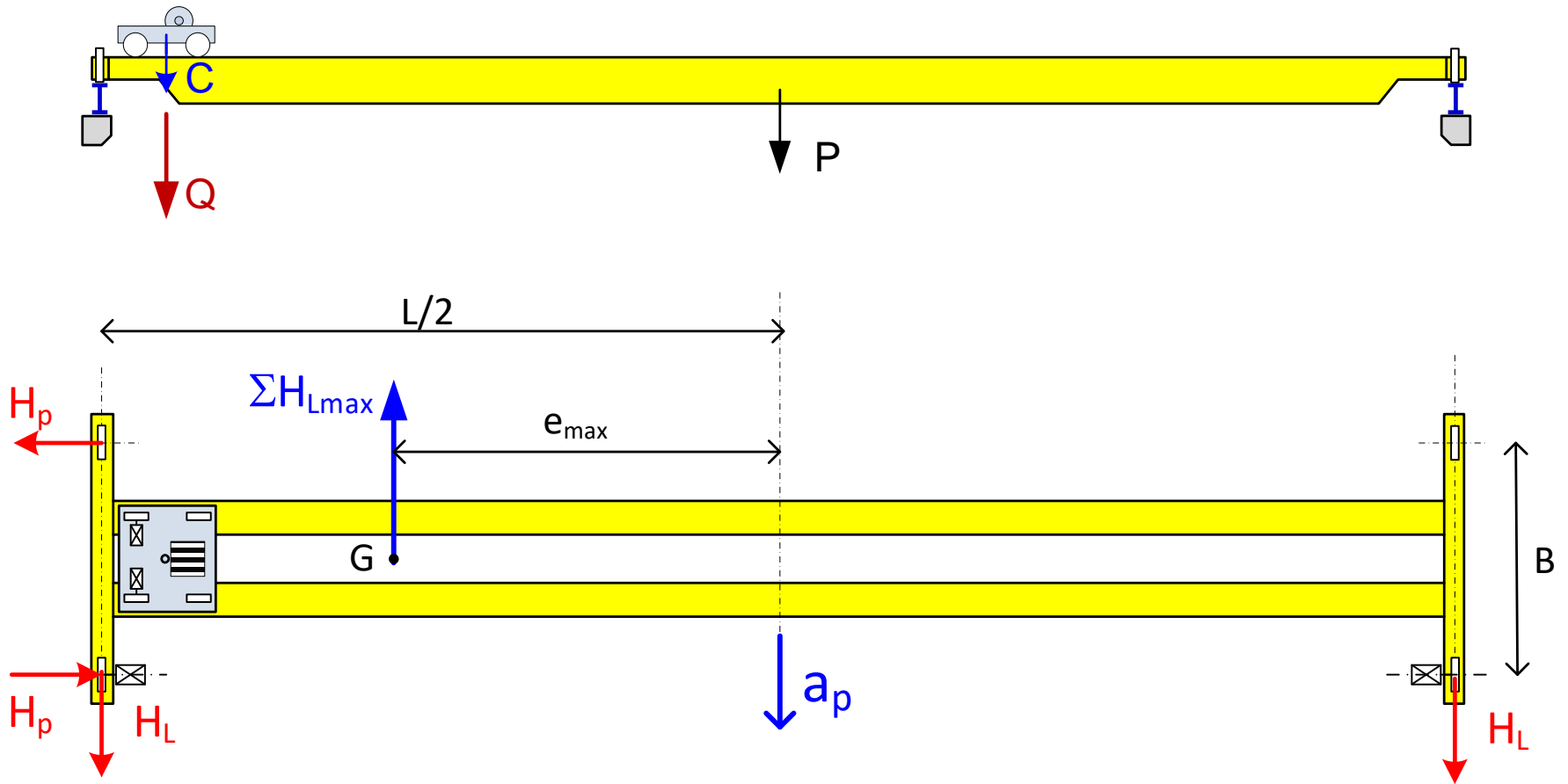
Equilibrio horizontal: dos fuerzas iguales y de sentido contrario  $H_p$  en ambas ruedas

Equilibrio de momentos respecto al eje vertical en el centro de la grúa

$$H_p B = \Sigma H_{lmax} e_{max} \longrightarrow H_p = \Sigma H_{lmax} \frac{e_{max}}{B}$$

Las fuerzas  $H_p$  aparecen en las ruedas extremas del testero más próximo al carro.

# Acciones transversales debidas a la aceleración de la grúa (2)



## Acciones transversales debidas a la aceleración de la grúa (3)

El valor de  $e_{max}$  se calcula como el eje central de las 3 fuerzas verticales  $Q$ ,  $C$ ,  $P$ , pues las tres fuerzas de inercia longitudinales tienen el mismo punto de aplicación que las fuerzas verticales:

$$\Sigma F_Y = 0 \quad R_{max} + R_{AC,max} = Q + C + P$$

$$\Sigma M_Z = 0 \quad R_{max} L = (Q + C + P) \left( \frac{L}{2} + e_{max} \right)$$

$$e_{max} = \frac{R_{max} - R_{ACmax}}{R_{max} + R_{ACmax}} \frac{L}{2}$$

B. Para diseño de la estructura de soporte:

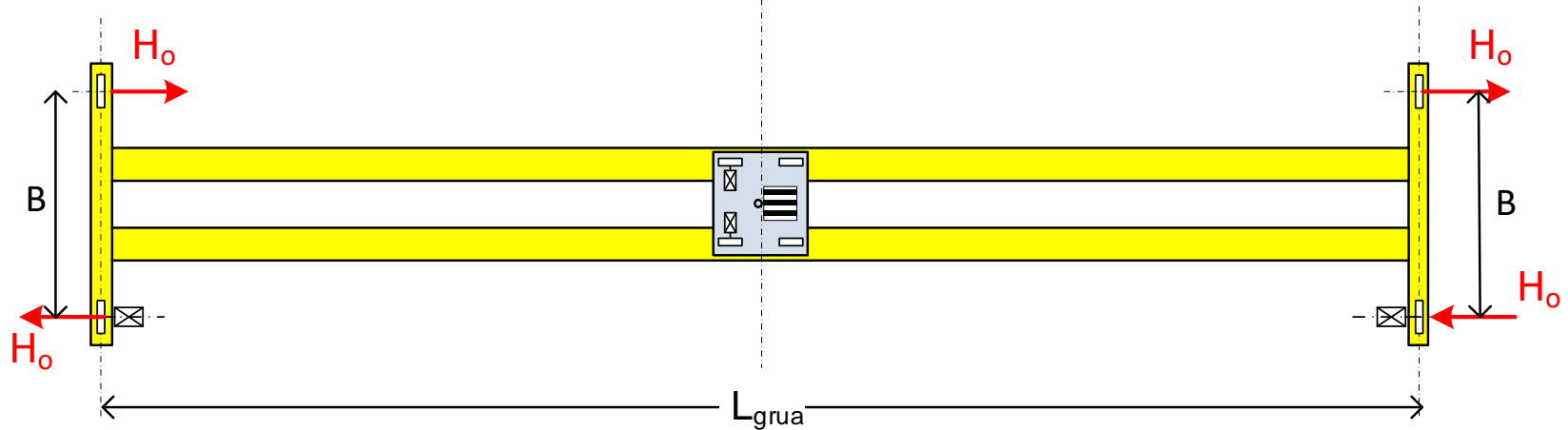
Esta fuerza se considera incluida en la  $H_c$



# Acciones debidas a la marcha oblicua la grúa

Genera acciones  $H_o$  horizontales transversales, iguales y opuestas en las ruedas extremas. Valor máximo con el carro en el centro.

A. Para diseño de la viga carril 
$$H_o = 0.024 (Q + C + P) \frac{L_{grua}}{B}$$



Valores mucho más precisos, y deducción compleja, en EN 1991-3

B. Para diseño de la estructura de soporte:

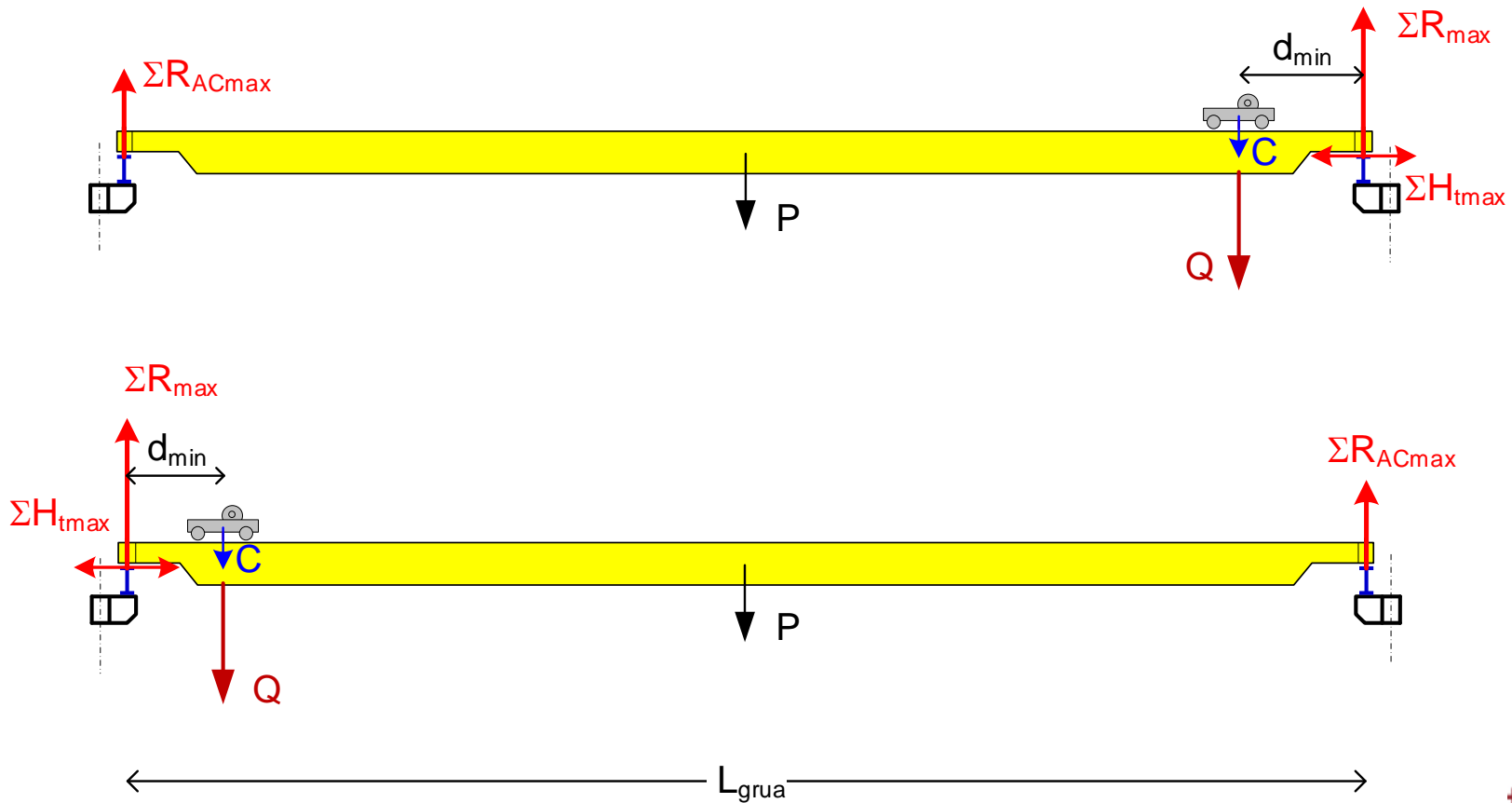
Esta fuerza se considera incluida en la  $H_c$

# Acciones horizontales. Expresión simplificada. Norma SIA 160

Una única fuerza horizontal  $H_t$  engloba todos los efectos:  $H_c$   $H_p$   $H_o$

$$H_{t,max} \approx 0.025 \frac{L_{grua}}{B} R_{max} \quad 2 \leq \frac{L_{grua}}{B} \leq 8$$

Se aplica en el testero más cargado, en ambas direcciones



# Acciones longitudinales. Expresión simplificada

Se emplea el valor conservador (máximo):

$$\Sigma H_{lmax} = 0.2 (Q + C + P) \frac{n_{mot,p}}{n_{rue,p}}$$

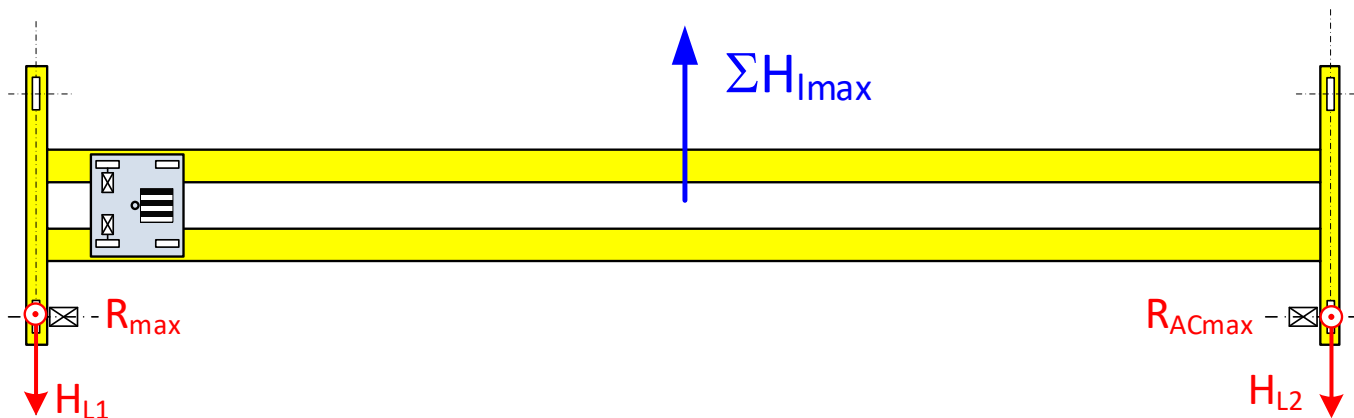
$\Sigma H_{lmax}$  se distribuye a partes iguales sobre las ruedas motrices de ambos carriles ( $n_{mot,p}$ ), salvo si está limitada por la adherencia

$$H_{li} = \frac{\Sigma H_{lmax}}{n_{mot,p}}$$

Si no se conoce ( $Q + C + P$ ) es habitual adoptar una fuerza longitudinal igual a 0.2 de la reacción vertical en cada rueda motriz

$$H_{l1} = 0.2 R_{max}$$

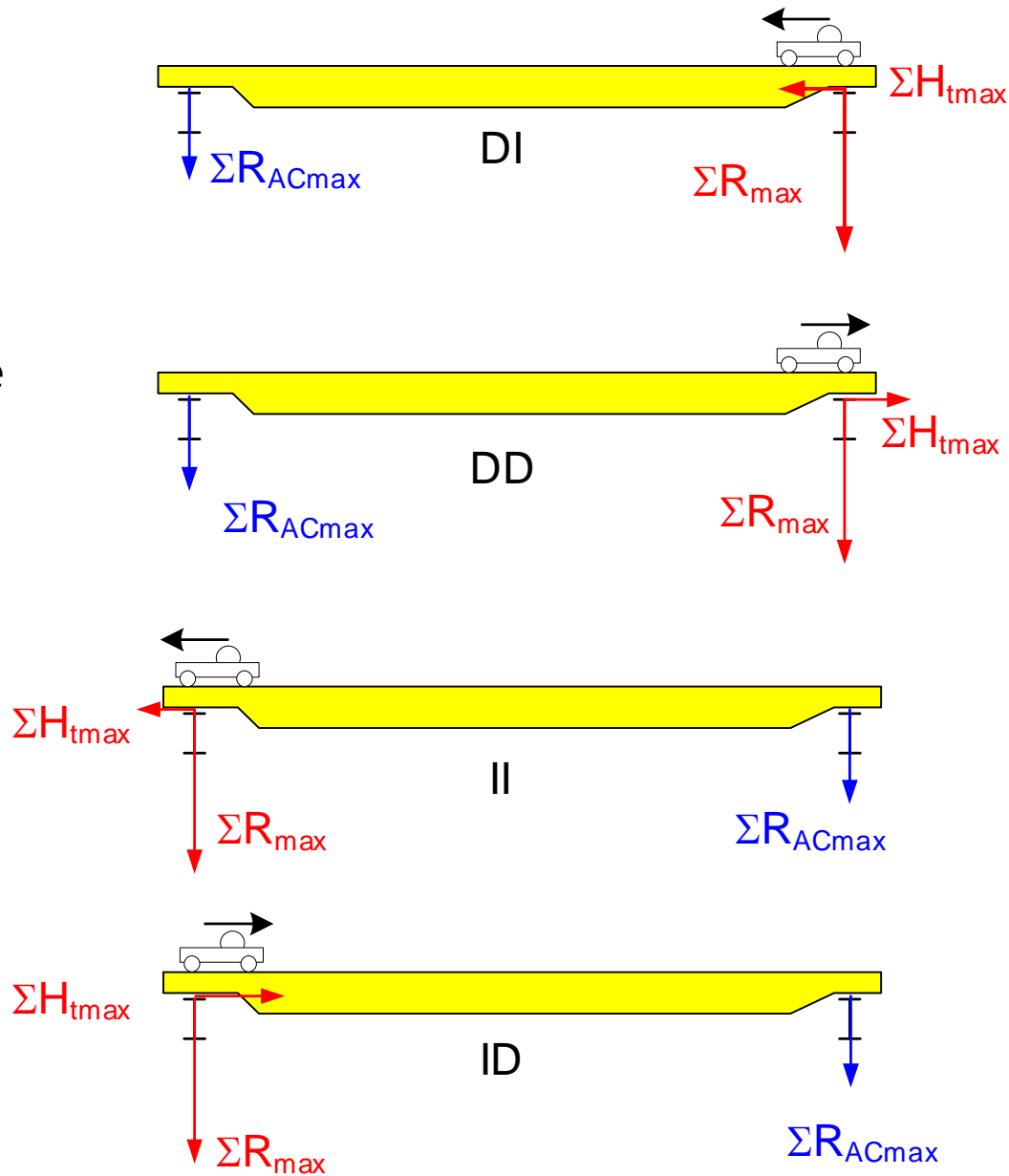
$$H_{l2} = 0.2 R_{ACmax}$$



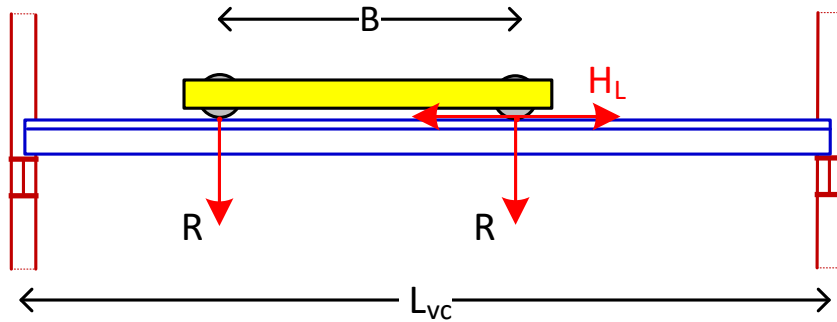
# Casos de carga debidos a una grúa

4 casos de carga

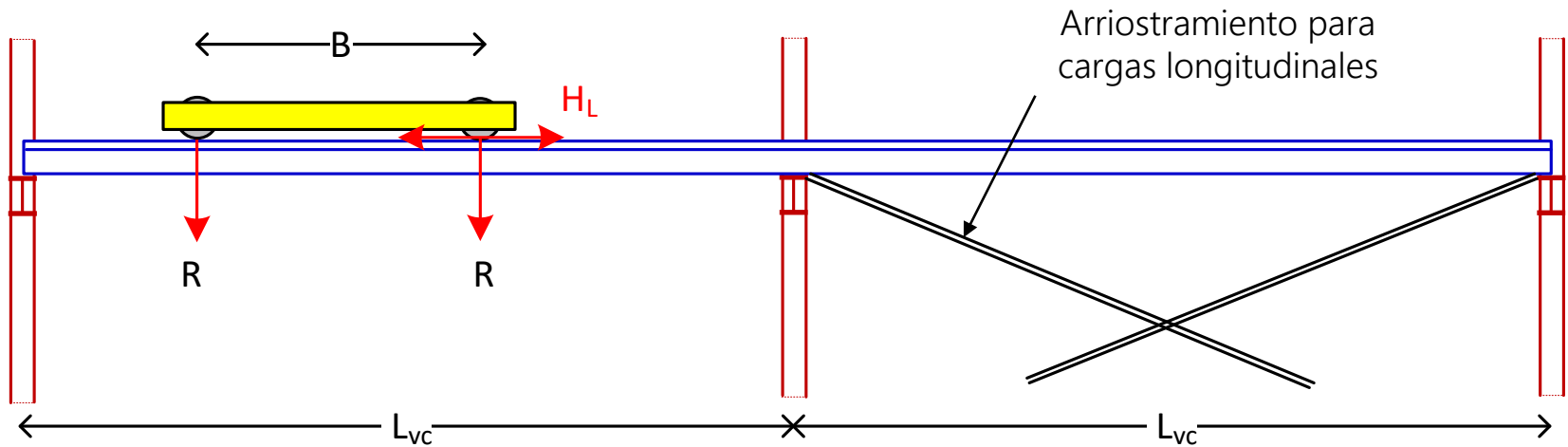
Acciones sobre la viga carril



# Casos de carga debidos a las fuerzas longitudinales



2 casos de carga ( $\pm H_L$ )



# Coeficientes parciales de acción $\gamma$ para grúas

Valores según EN 1991-3 Anexo A

## Estados límite últimos ELU - Coeficientes parciales $\gamma$

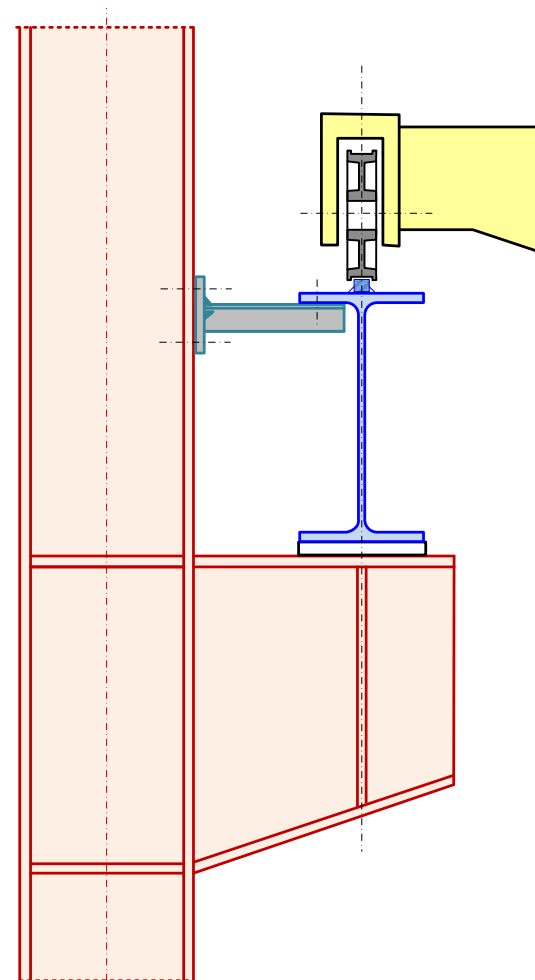
Tipo de acción	Situación permanente o transitoria		Situación accidental	
	Favorable	Desfavorable	Favorable	Desfavorable
Acciones permanentes de la grúa $\gamma_G$	1.00	1.35	1.00	1.00
Acciones variables de la grúa $\gamma_Q$				
Desfavorable		1.35		1.00
Favorable Grúa presente	1.00		1.00	
Favorable Grúa no presente	0.00		0.00	
Otras acciones variables $\gamma_Q$	0.00	1.50	0.00	1.00
Accidental $\gamma_A$	- -	- -		1.00

Estados límite de servicio ELS:  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Coeficientes parciales } \gamma = 1.0 \\ \text{Coeficientes dinámicos } \Phi = 1 \end{array} \right.$

Coeficientes de simultaneidad:  $\Psi_0 = 1.0$        $\Psi_1 = 0.9$        $\Psi_2 = \frac{\text{Cargas permanentes}}{\text{Cargas totales}}$

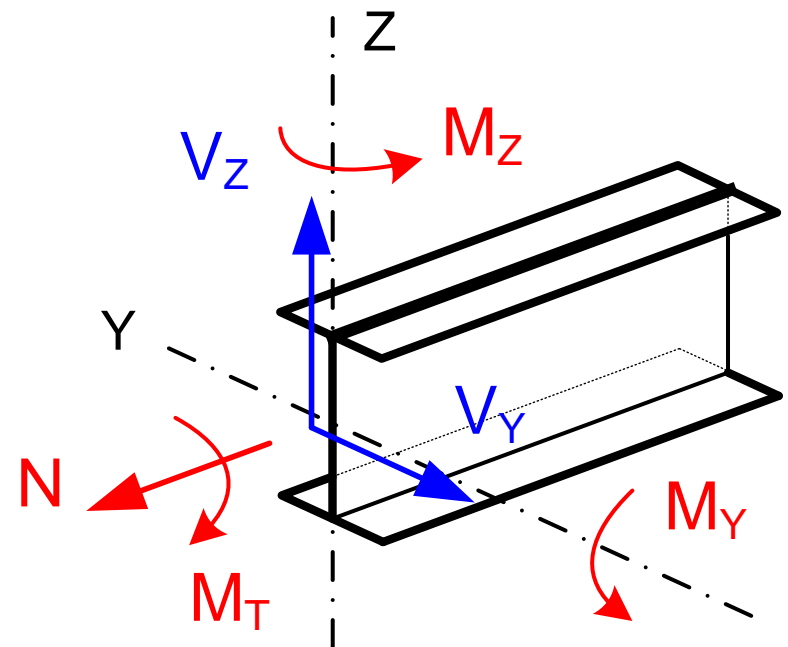
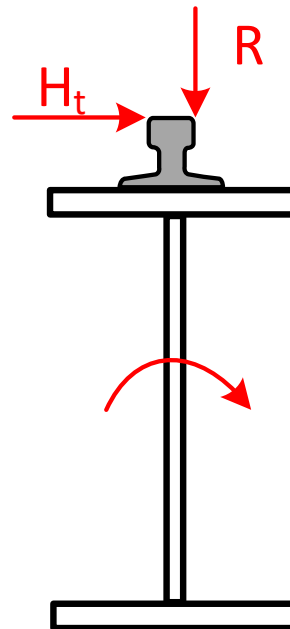
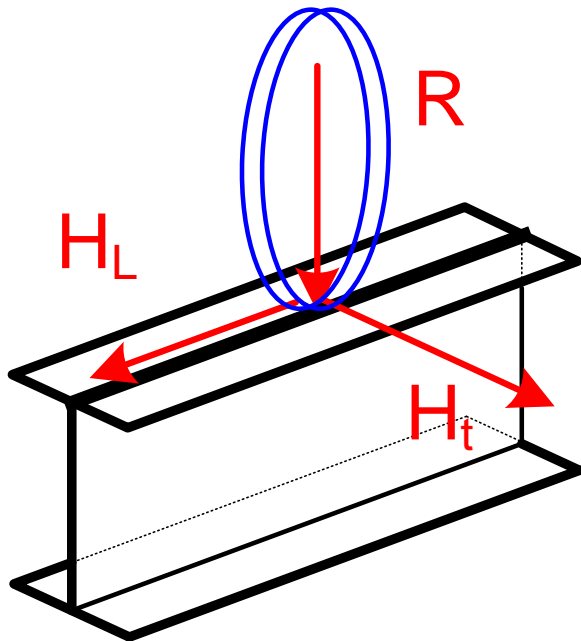


# Vigas carril



# Vigas carril. Esfuerzos

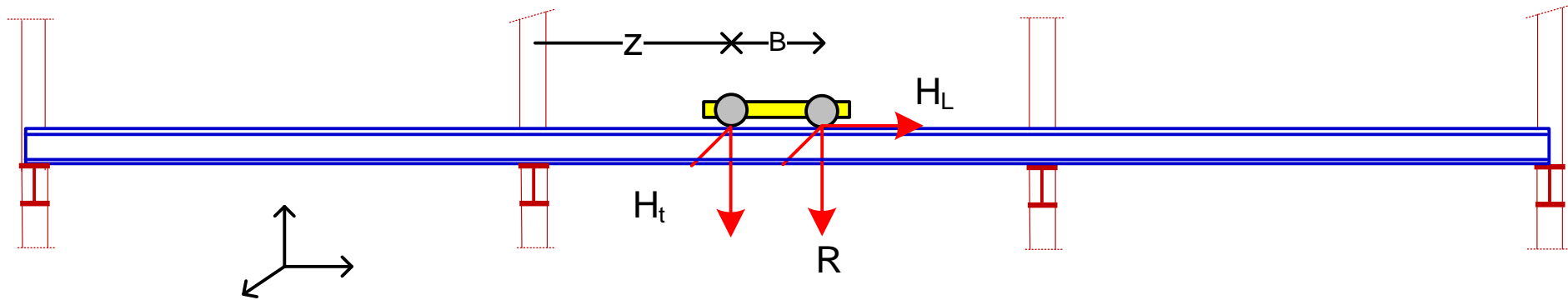
- Flexión en dos planos {
  - Reacciones verticales  $R$ : flexión eje fuerte  $M_Y$
  - Reacciones horizontales  $H_t$ : flexión eje débil  $M_Z$
- Esfuerzo cortantes {
  - Cargas verticales  $R$ : absorbido por el alma  $V_Z$
  - Cargas horizontales  $H_t$ : absorbido por las alas  $V_Y$
- Esfuerzo axial
  - Fuerza de frenado longitudinal  $H_L$
- Momento torsor
  - Reacciones horizontales  $H_t$  y verticales  $R$  excéntricas





# Vigas carril. Cálculo de esfuerzos

Habitualmente: vigas continuas de 2 o más vanos. Mejor aprovechamiento, pero requiere uniones continuas.



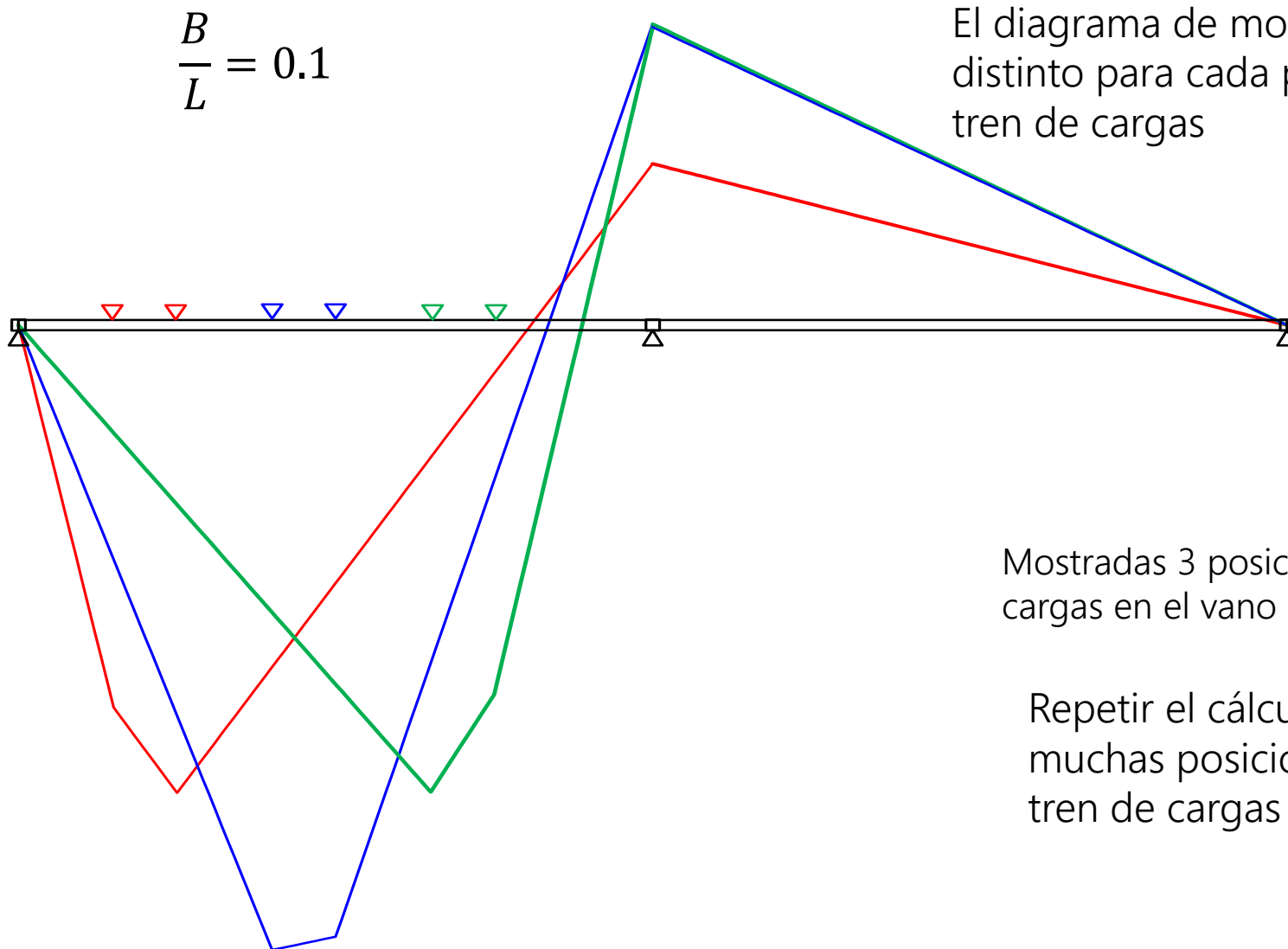
Cargas son móviles: posición pésima? Es distinta para cada esfuerzo en cada punto

Repetir el cálculo de los esfuerzos y deformaciones para distintas posiciones de las cargas móviles y hallar la envolvente de la respuesta

# Viga carril continua de 2 vanos.

## Momento flector debido a dos cargas iguales móviles

$$\frac{B}{L} = 0.1$$



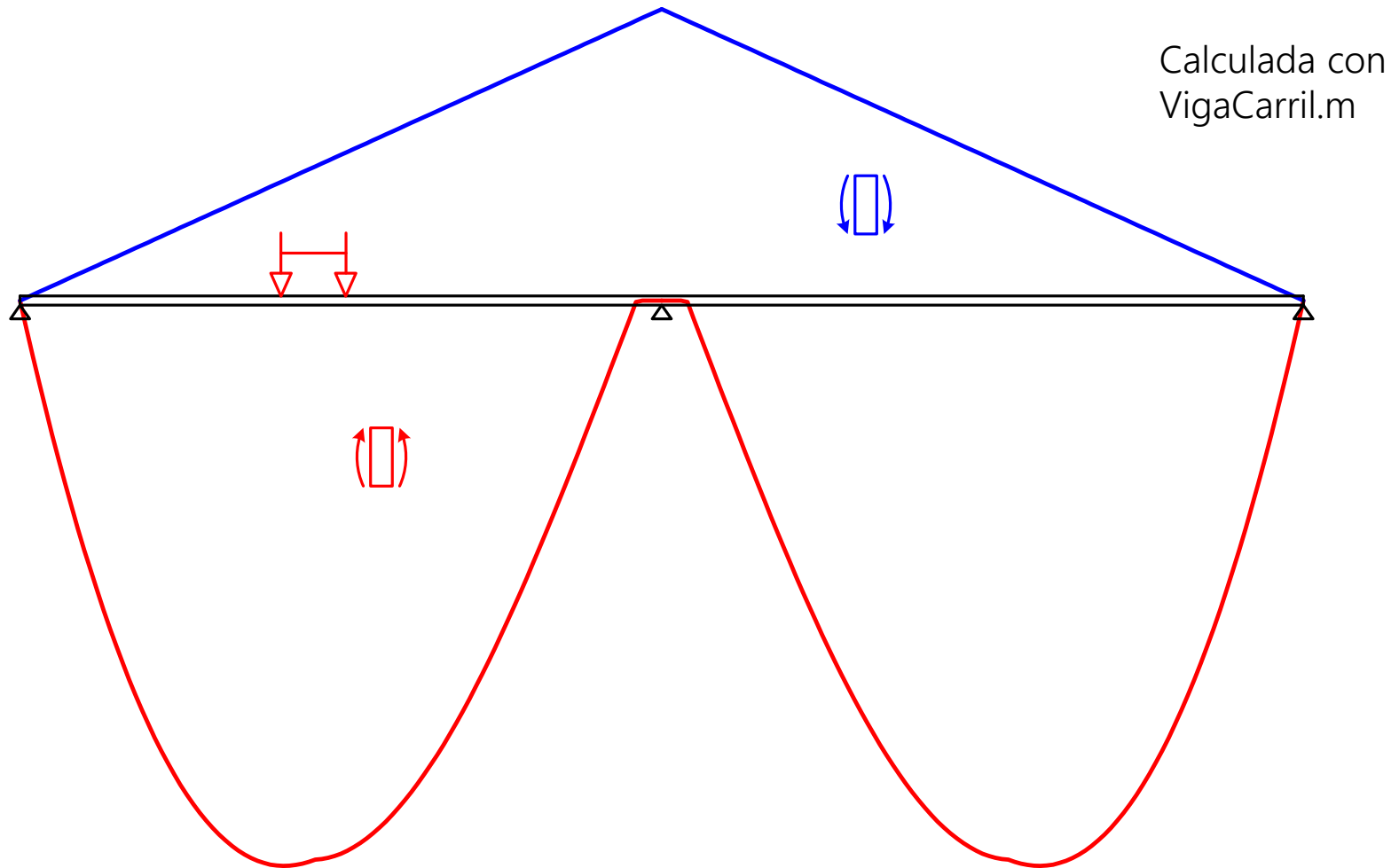
El diagrama de momentos es distinto para cada posición del tren de cargas

Mostradas 3 posiciones de las cargas en el vano izquierdo

Repetir el cálculo para muchas posiciones del tren de cargas

# Viga carril continua de 2 vanos. Envolverte de M

Hallar la curva envolvente (máximo y mínimo) de todos los diagramas de M obtenidos para muchas posiciones de las fuerzas móviles

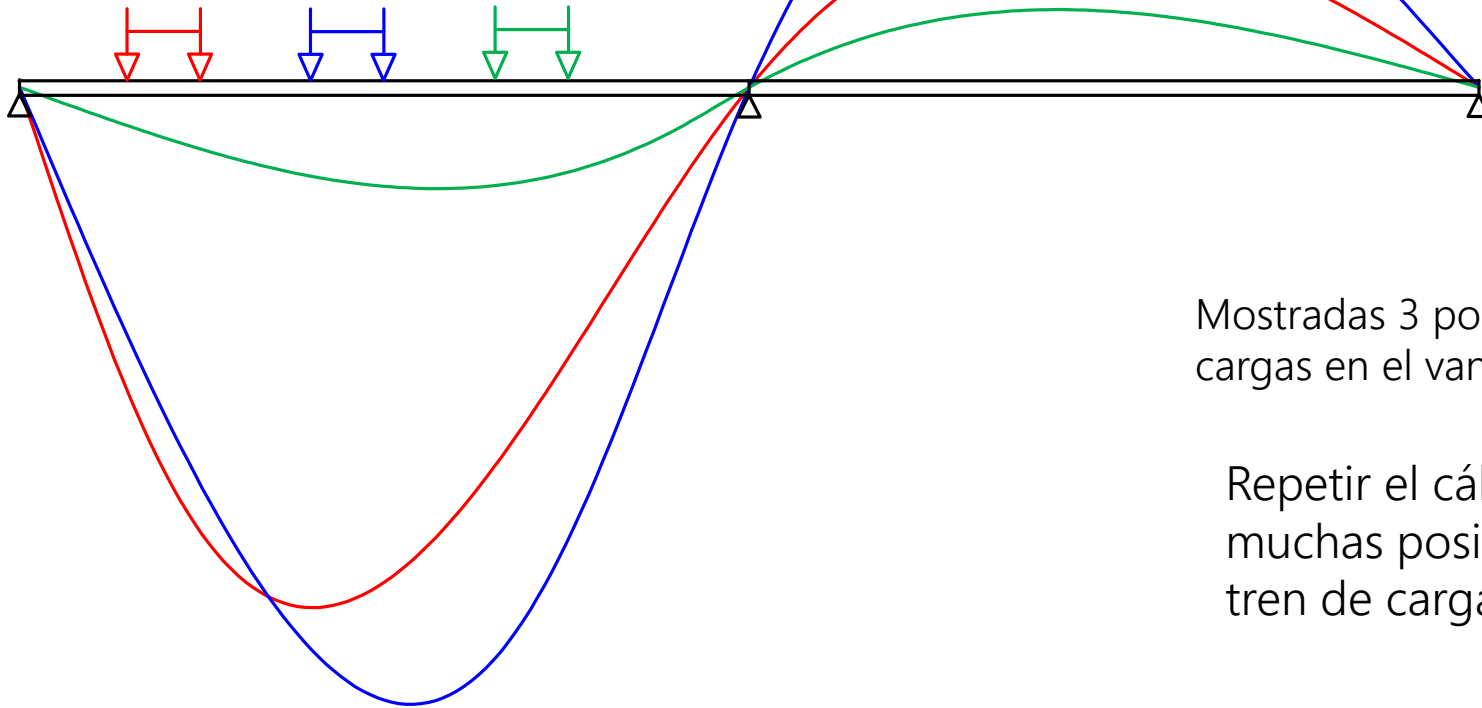


# Viga carril continua de 2 vanos.

## Deformaciones producidas por dos cargas iguales móviles

$$\frac{B}{L} = 0.1$$

La deformada es distinta para cada posición del tren de cargas



Mostradas 3 posiciones de las cargas en el vano izquierdo

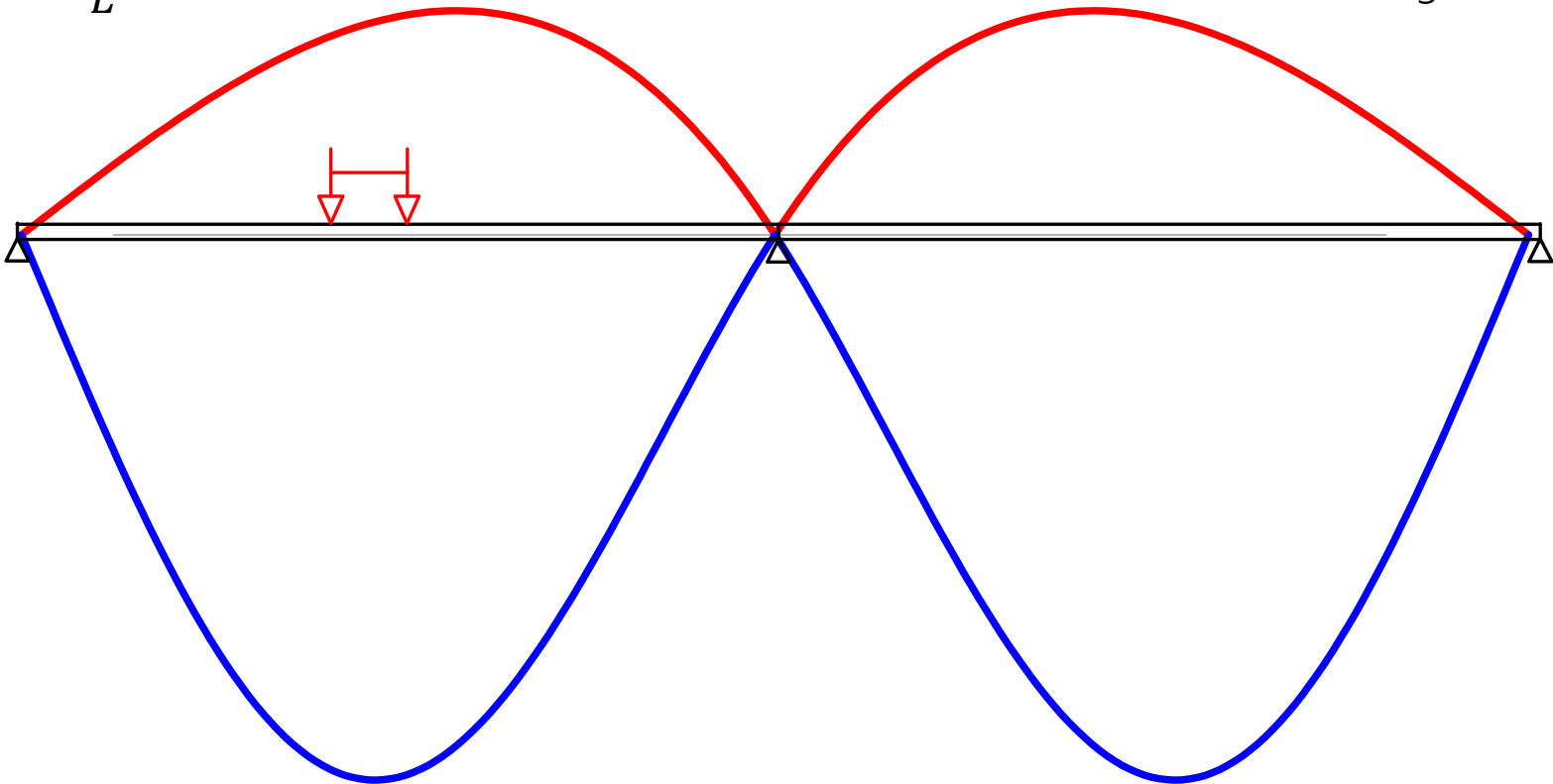
Repetir el cálculo para muchas posiciones del tren de cargas

# Viga carril continua de 2 vanos. Envoltente de $\Delta$

Hallar la curva envolvente ( $\Delta$  máxima y mínima) de todas las deformadas obtenidas para muchas posiciones de las fuerzas móviles

$$\frac{B}{L} = 0.1$$

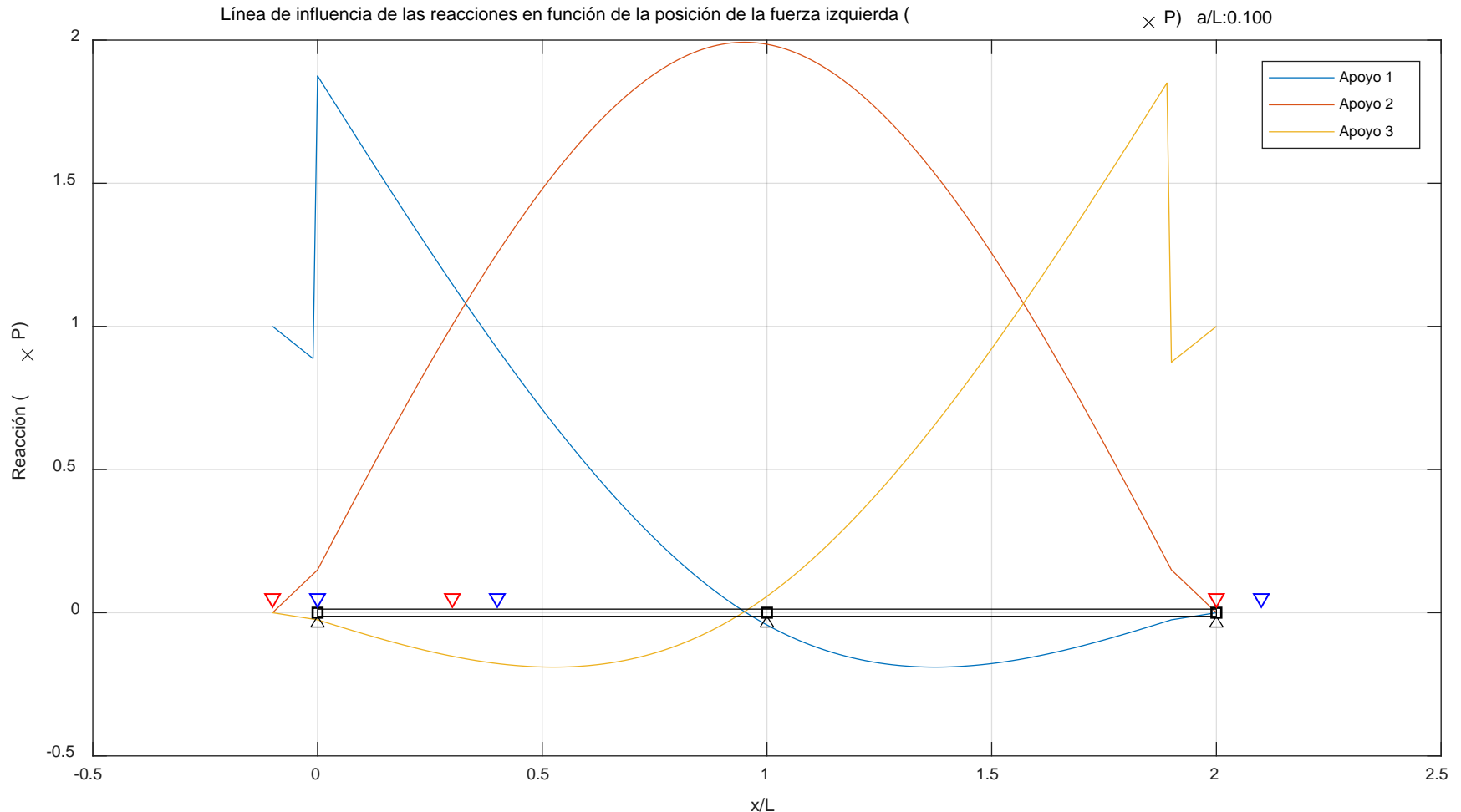
Calculada con  
VigaCarril.m



# Viga carril continua de 2 vanos. Línea de influencia de las reacciones

Variación de las reacciones en los apoyos obtenidas para muchas posiciones de las fuerzas móviles

$$\frac{B}{L} = 0.1$$

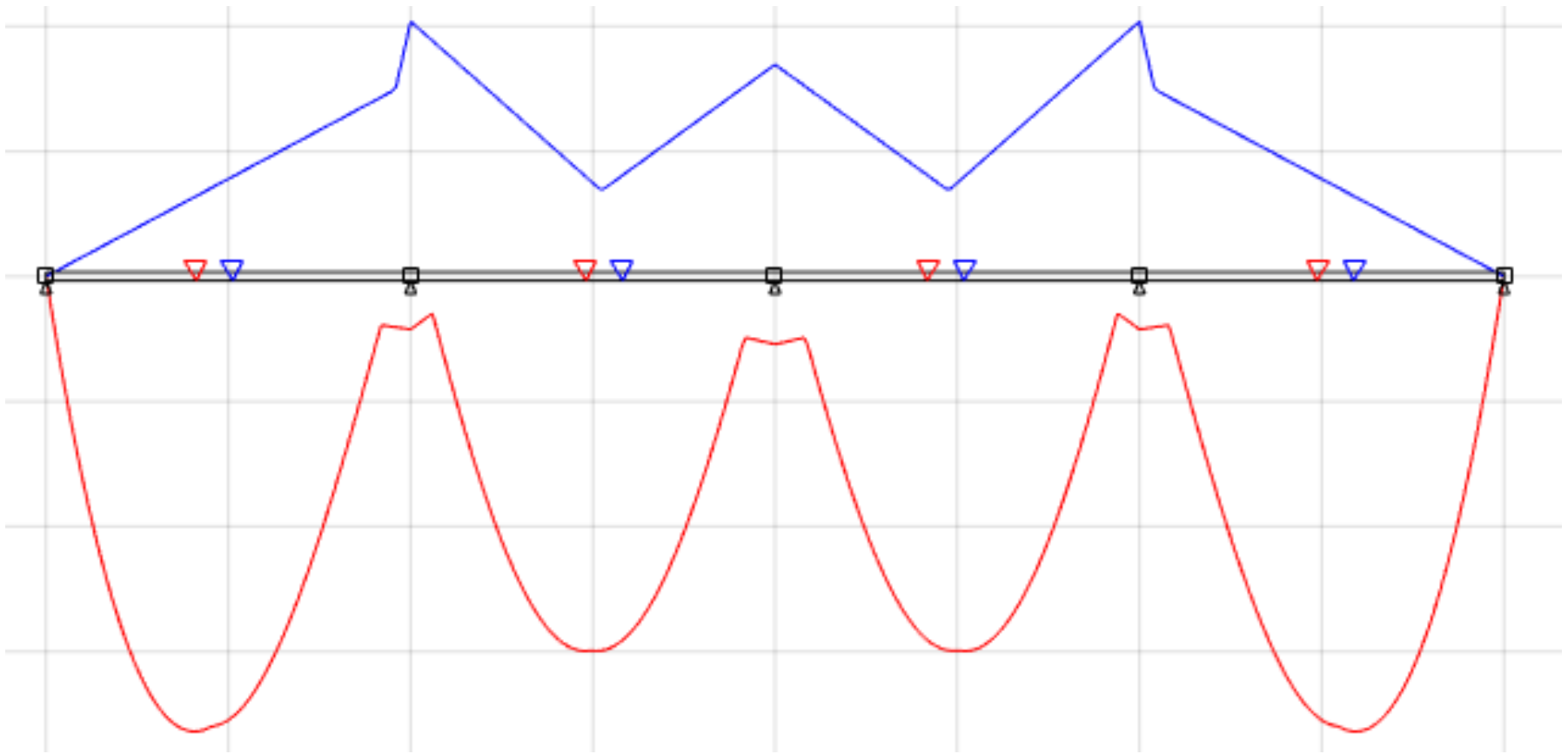


Calculada con VigaCarril.m

# Viga carril continua de 4 vanos. Envolverte de M

Curva envolvente (máximo y mínimo) de todos los diagramas de M obtenidos para muchas posiciones de las fuerzas móviles

$$\frac{B}{L} = 0.1$$

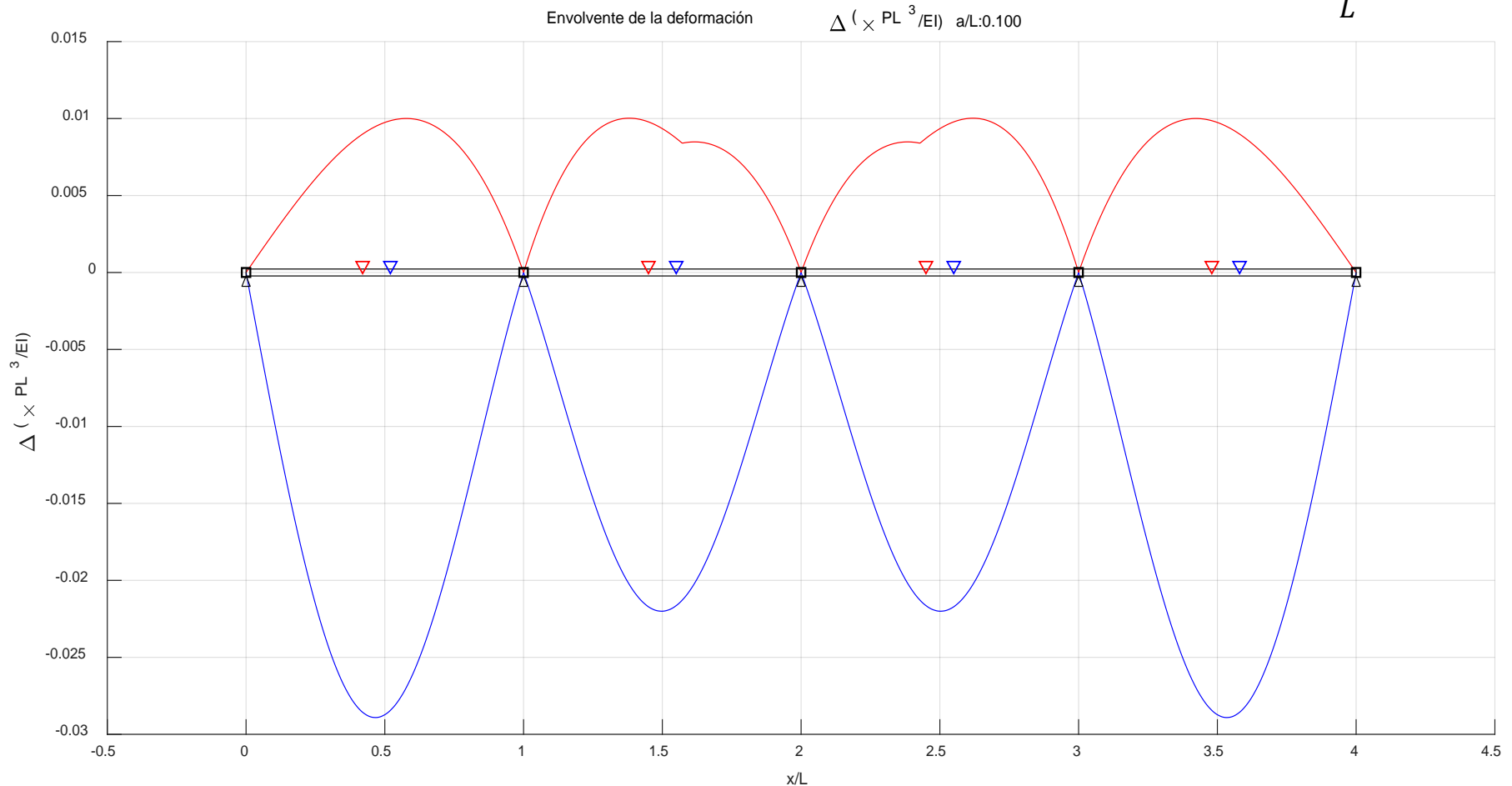


Calculada con VigaCarril.m

# Viga carril continua de 4 vanos. Envoltente de $\Delta$

Curva envolvente ( $\Delta$  máxima y mínima) de todas las deformadas obtenidas para muchas posiciones de las fuerzas móviles

$$\frac{B}{L} = 0.1$$



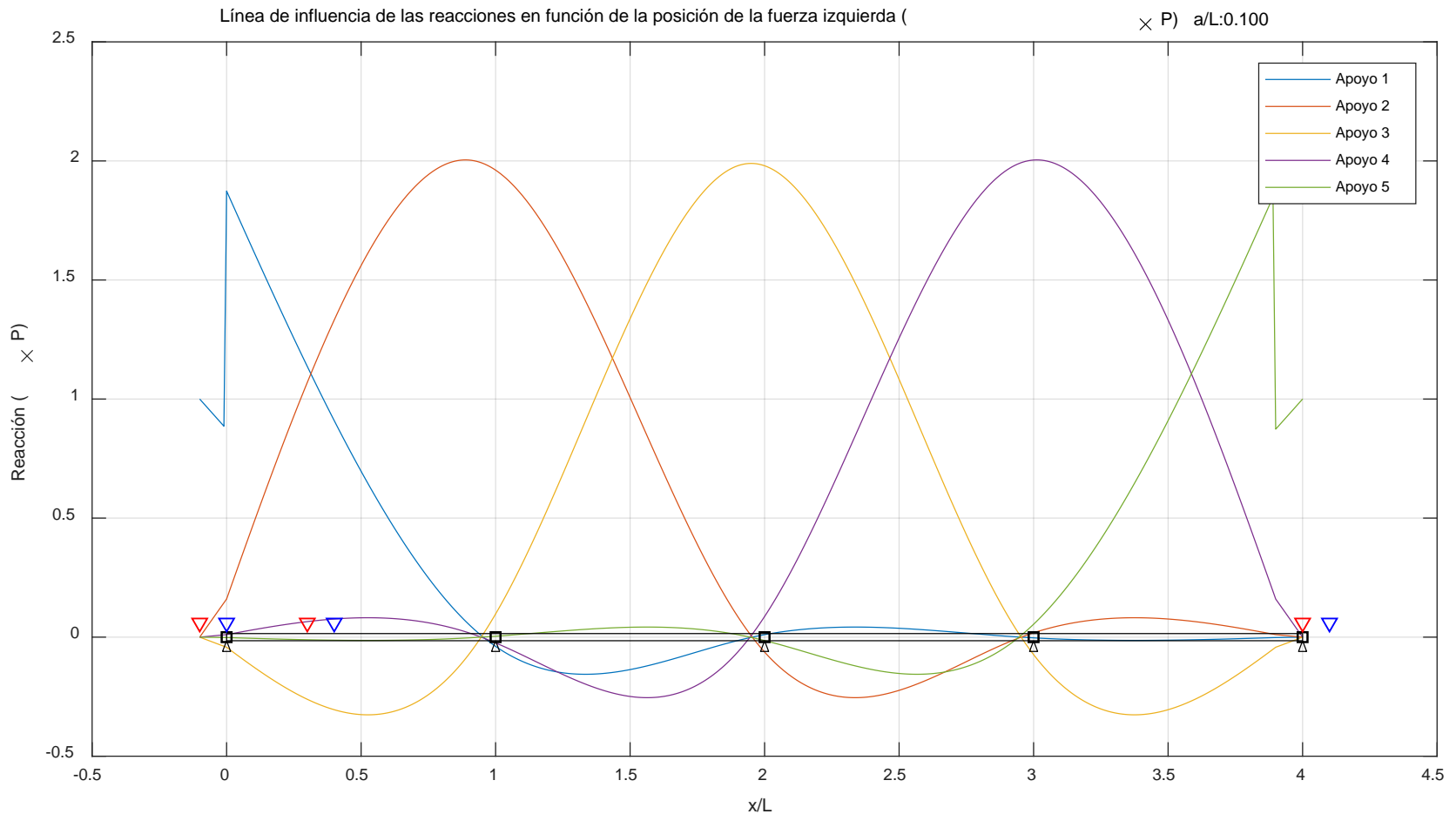
Calculada con VigaCarril.m



# Viga carril continua de 4 vanos. Líneas de influencia de las reacciones

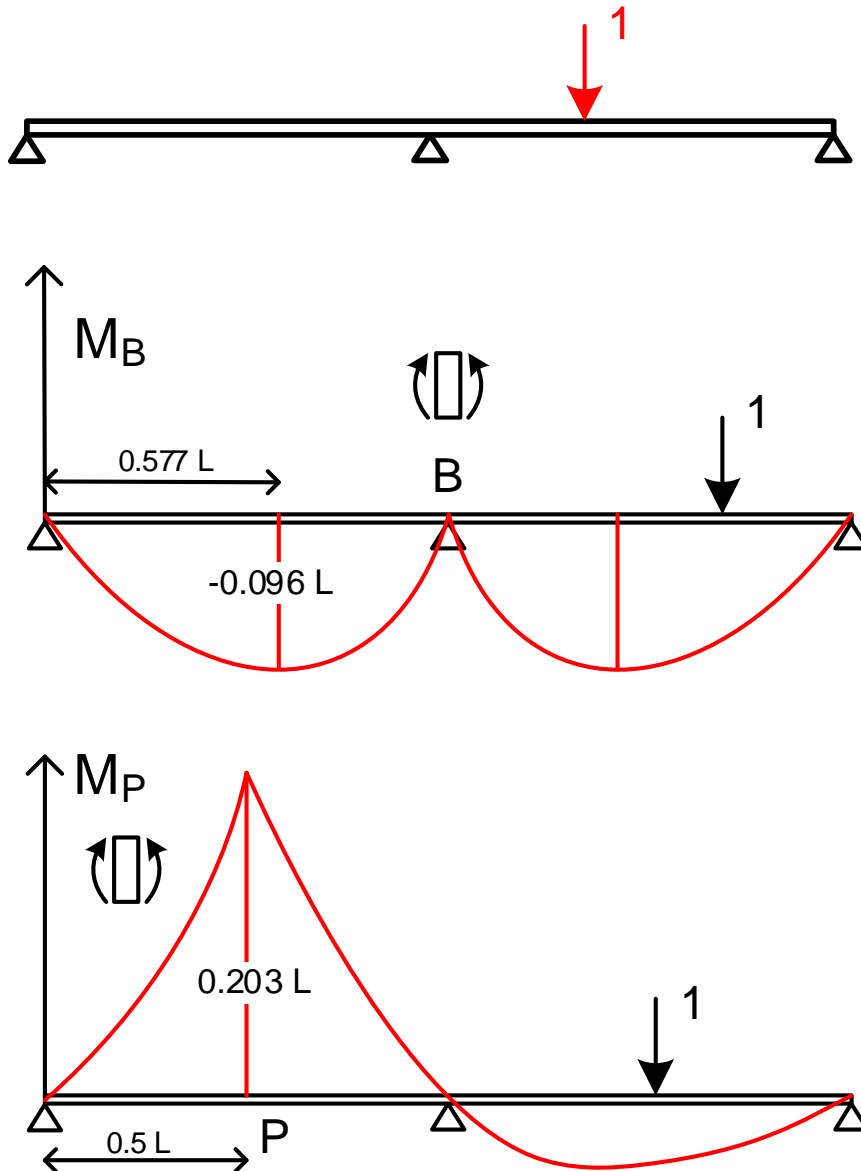
Variación de las reacciones en los apoyos obtenidas para muchas posiciones de las fuerzas móviles

$$\frac{B}{L} = 0.1$$



Calculada con VigaCarril.m

# Viga carril continua de 2 vanos. Líneas de influencia de momentos



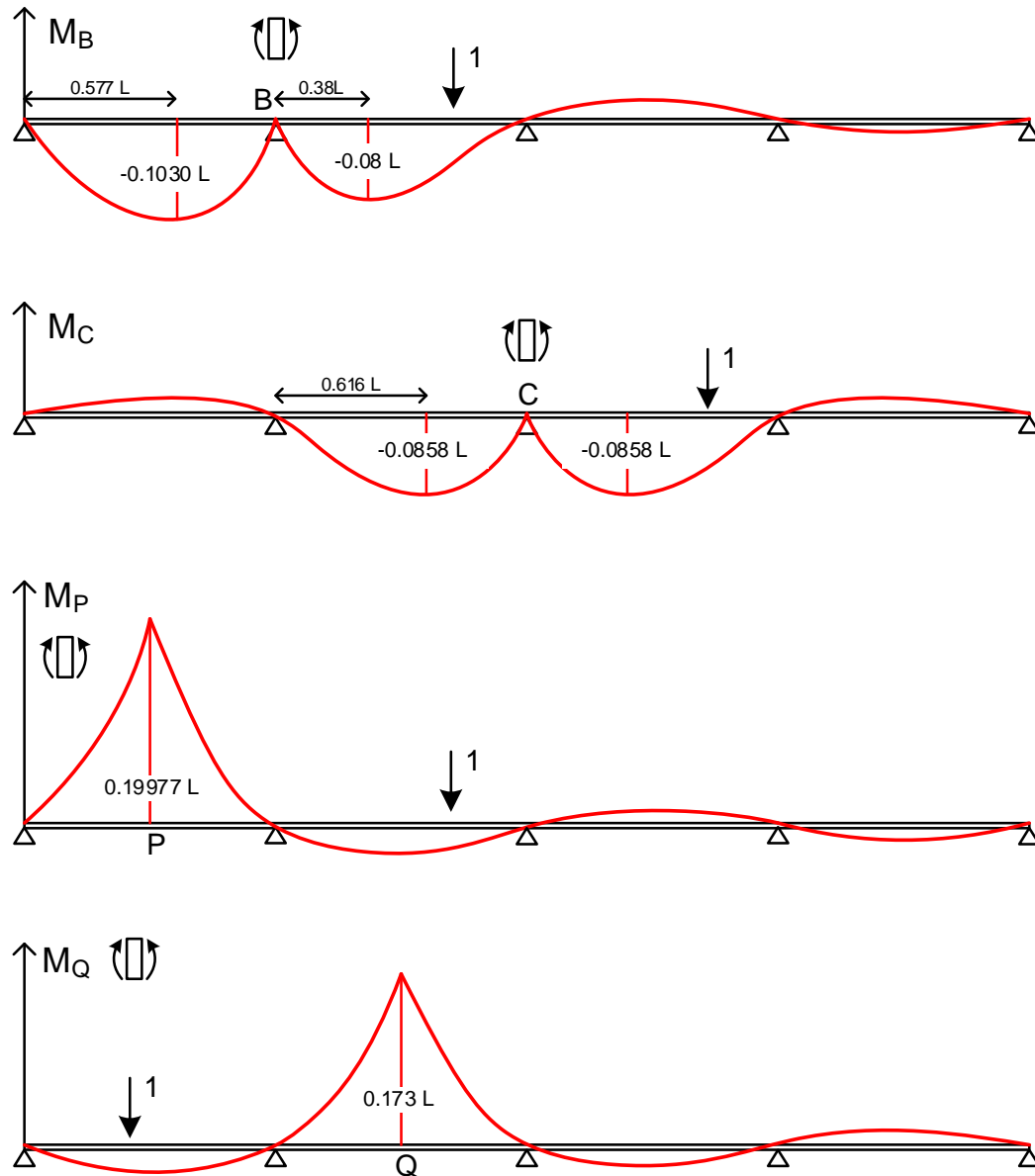
Ll: variación de un esfuerzo en la viga (p.e. momento flector), la cambiar la posición de la fuerza móvil. Cúbicas.

Cálculo requiere conocimientos específicos de Análisis Estructural

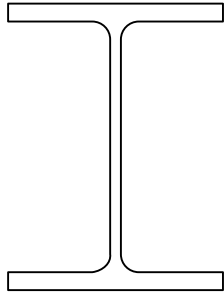
Valores graficados en detalle en la bibliografía (Ensidesa)

Superponer el valor para cada carga móvil

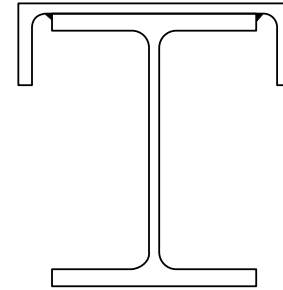
# Viga carril continua de 4 vanos. Líneas de influencia de momentos



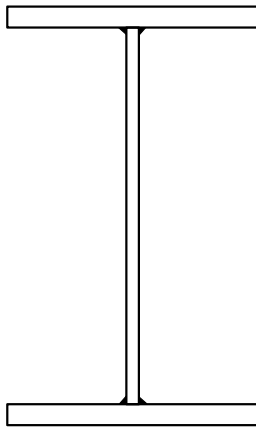
# Perfiles para vigas carril



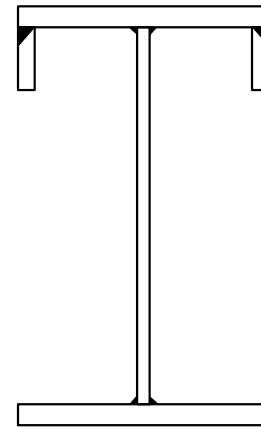
IPE/HEB/HEA/HEM



IPE/HEB/HEB/HEM  
+ UPE para esfuerzos horizontales



Viga armada



Viga armada reforzada para  
esfuerzos horizontales

# Comprobación de resistencia de vigas carril

Normativa: EN 1993-6

Resistencia de la sección:

Flexión en dos ejes

Esfuerzo cortante en dos ejes

Momento torsor

Esfuerzo axial

Estabilidad:

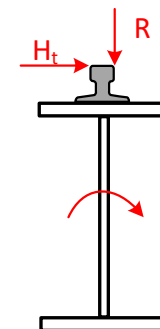
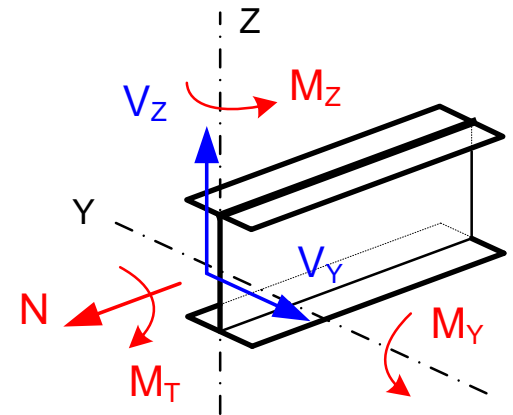
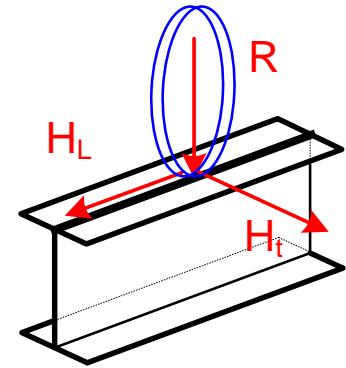
Pandeo lateral por flexión y torsión

Abolladura del alma por cortante

Resistencia a cargas concentradas

Tensiones locales propias de la viga carril

Fatiga



# Límites de deformaciones en vigas carril - EN 1993-6 §7

Deformación vertical de la viga carril  $\delta_z < L/600$  y  $\delta_z < 25 \text{ mm}$

Deformación horizontal de la viga carril  $\delta_y < L/600$

Deformación horizontal en cabeza de los postes de apoyo:  $\delta_{yC} < h_C/400$

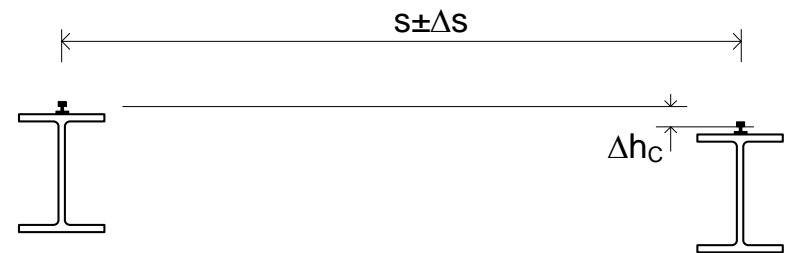
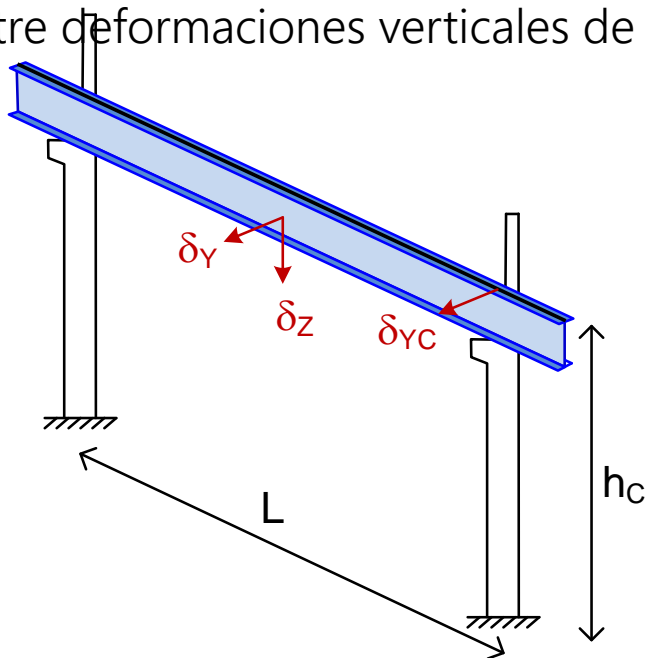
Diferencia entre deformaciones horizontales en cabeza de 2 postes adyacentes:

$$\Delta\delta_{yC} < L/600$$

Separación entre los centros de los dos carriles enfrentados (incluso efectos térmicos)

$\Delta s \leq 10 \text{ mm}$  Se pueden admitir valores mayores si la holgura lateral entre la pestaña de la rueda y el rail es suficiente para acomodar la deformación de la estructura

Diferencia entre deformaciones verticales de los dos carriles enfrentados  $\Delta h_C \leq s/600$



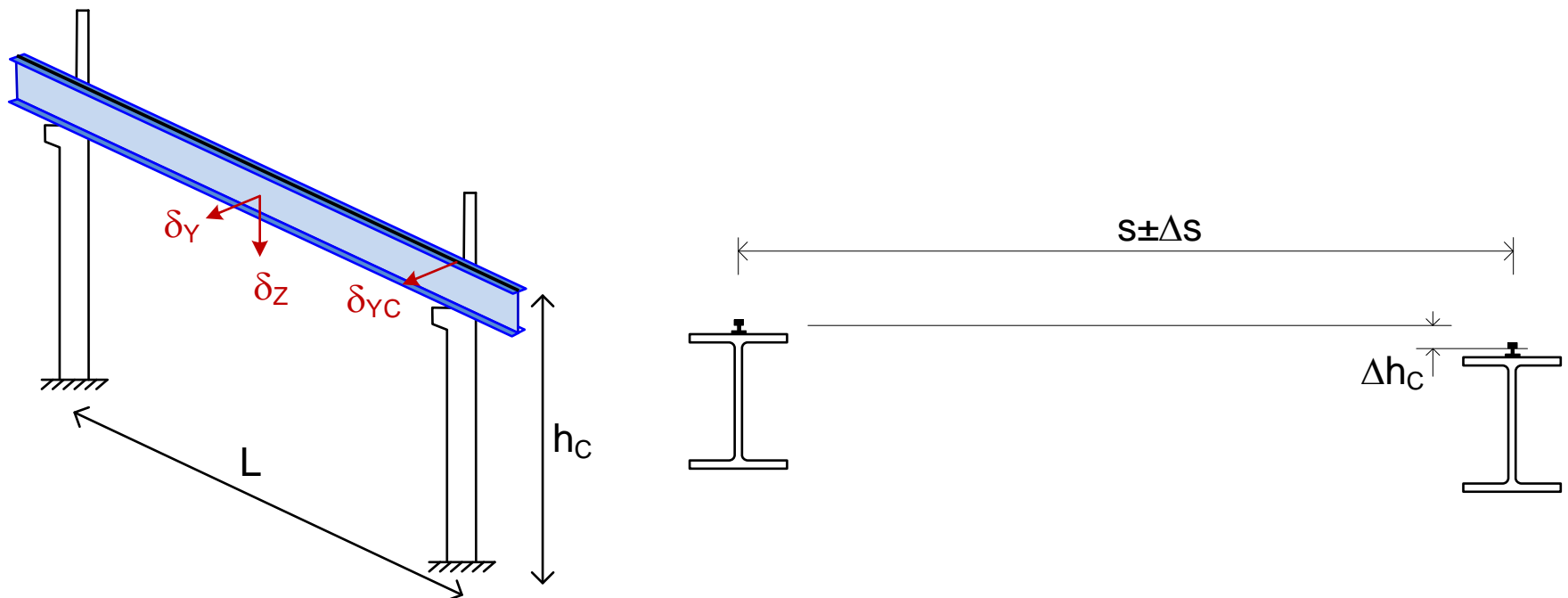
# Límites de deformaciones en vigas carril - EAE 37.2.2

Flecha vertical máxima recomendada  $\delta_z < L/700$

Flecha horizontal máxima recomendada  $\delta_y < L/800$

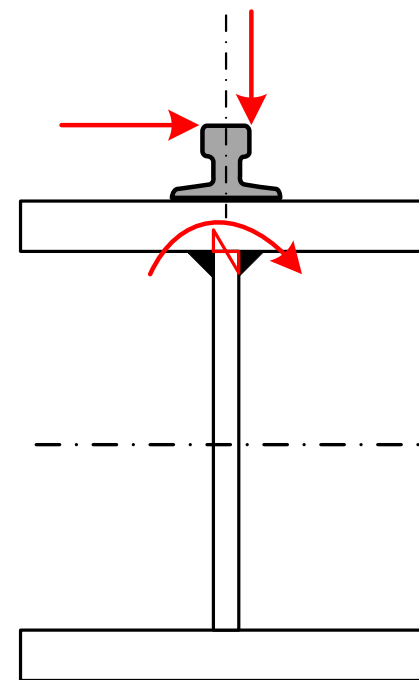
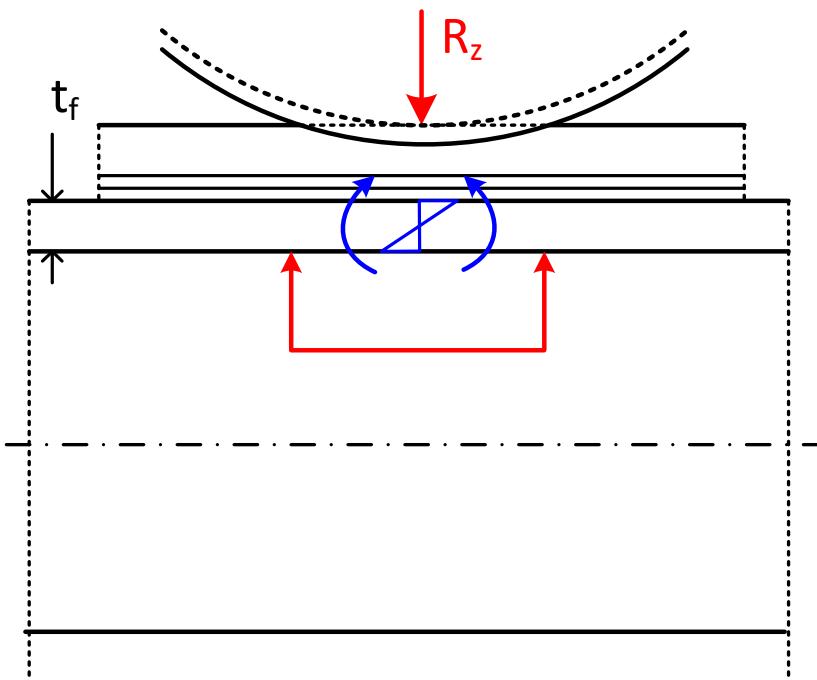
Flecha horizontal máxima recomendada en cabeza de los postes de apoyo de vigas carril:  $\delta_{yC} < h_c/300$

Diferencia entre deformaciones horizontales en cabeza de 2 postes enfrentados  $\Delta s < 20 \text{ mm}$



# Tensiones locales en vigas carril

- A. Tensión vertical de compresión en el alma por acción directa de la reacción vertical
- B. Tensión cortante asociada a la tensión vertical
- C. Flexión local de la parte superior del alma por torsión debida a la excentricidad de la reacción
- D. Tensión de flexión local en el ala



Vigas carril



# A. Tensión vertical de compresión en el alma

La reacción vertical en la rueda produce una tensión de compresión vertical en el alma, con distribución muy variable.

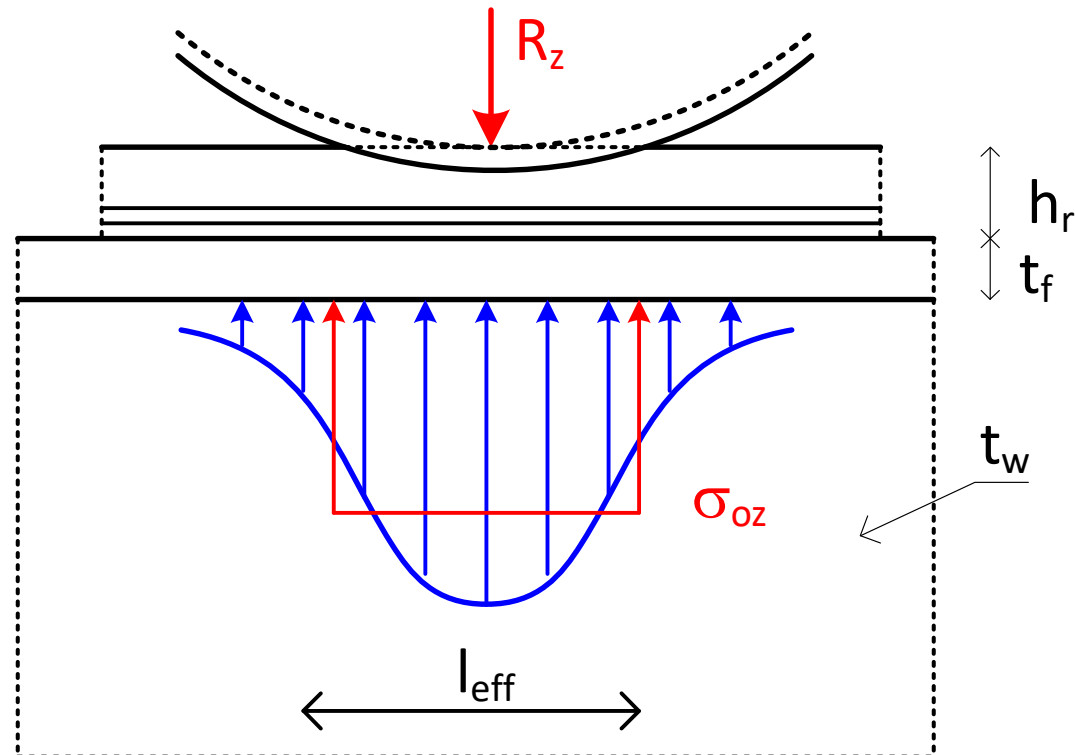
Tensión en la unión ala-alma  $\sigma_{oz}$ :

Se aproxima mediante una tensión uniforme actuando sobre una longitud eficaz  $l_{eff}$

$$\sigma_{oz} = \frac{R_z}{l_{eff} t_w}$$

$t_f$  Espesor del alma

Si la distancia entre ruedas es menor que  $l_{eff}$ , se deben superponer las tensiones debidas a las dos ruedas



# Longitud eficaz $l_{eff}$ para la tensión vertical de compresión

EN 1993-6	$l_{eff}$
a. Carril unido rígidamente a la viga	$l_{eff} = 3.25 \left( \frac{I_{rf}}{t_w} \right)^{1/3}$
b. Carril no unido a la viga	$l_{eff} = 3.25 \left( \frac{(I_r + I_{f,eff})}{t_w} \right)^{1/3}$
c. Carril montado sobre un apoyo de elastómero de espesor $\geq 6 \text{ mm}$	$l_{eff} = 4.25 \left( \frac{(I_r + I_{f,eff})}{t_w} \right)^{1/3}$

$I_{rf}$  Momento de inercia respecto del eje horizontal centroidal, de la sección combinada del carril y del ala con una ancho equivalente  $b_{eff}$

$I_r$  Momento de inercia respecto del eje horizontal centroidal del carril

$I_{f,eff}$  Momento de inercia respecto del eje horizontal centroidal, del ala de la viga con una ancho equivalente  $b_{eff}$

## Anchura eficaz del ala $b_{eff}$

$$b_{eff} = b_{fr} + h_r + t_f$$

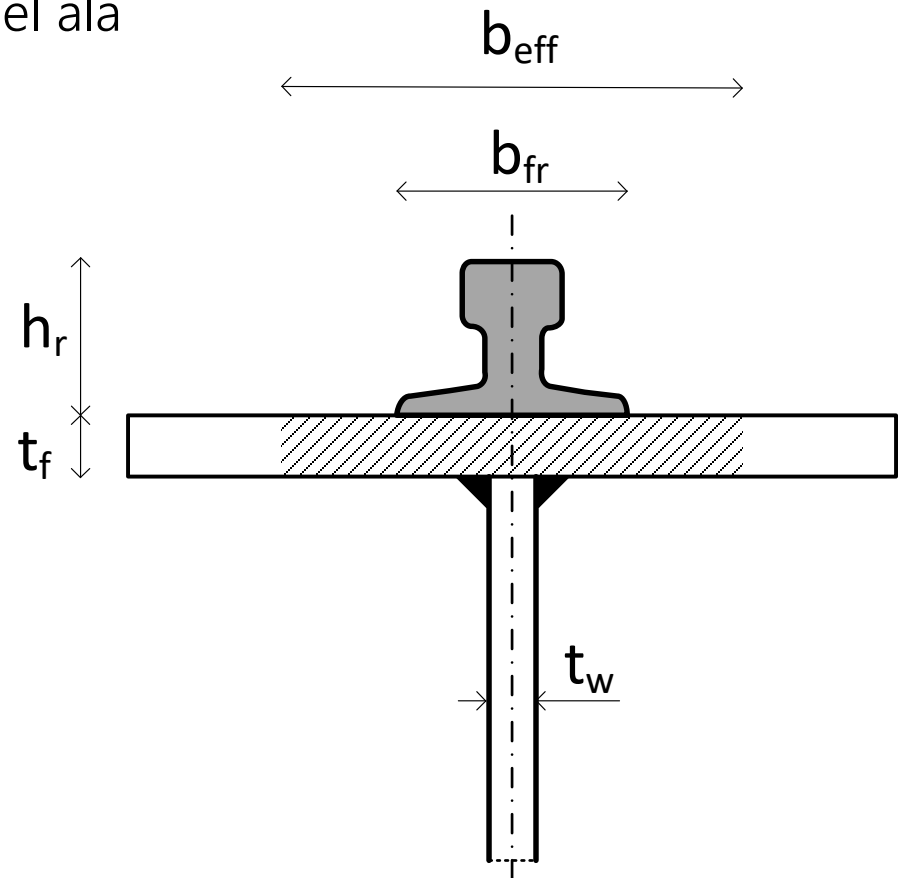
$$b_{eff} \leq b$$

$b_{fr}$  Anchura de apoyo del carril en el ala

$h_r$  Altura del carril

$t_f$  Espesor del ala

$b$  Ancho del ala de la viga



# Tensión en zonas alejadas de la unión ala-alma

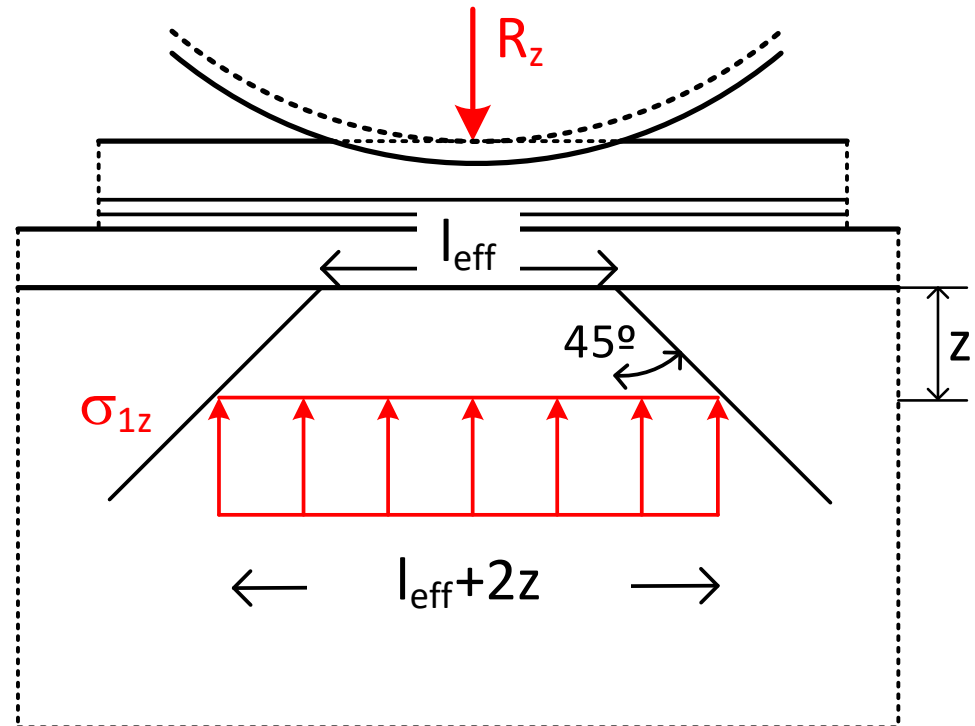
La tensión de compresión vertical en el alma a otros niveles más inferiores del alma se calcula suponiendo una dispersión a 45° de la longitud efectiva

$$l_{eff1} = l_{eff} + 2z$$

z: distancia a la cara inferior del ala

En zonas alejadas de los apoyos, la tensión de compresión vertical calculada con esta longitud efectiva se debe afectar por un coeficiente reductor:

$$\sigma_{1z} = \sigma_{oz} \left( 1 - \left( \frac{2z}{h_w} \right) \right)$$



## B. Tensión cortante asociada a la compresión en el alma

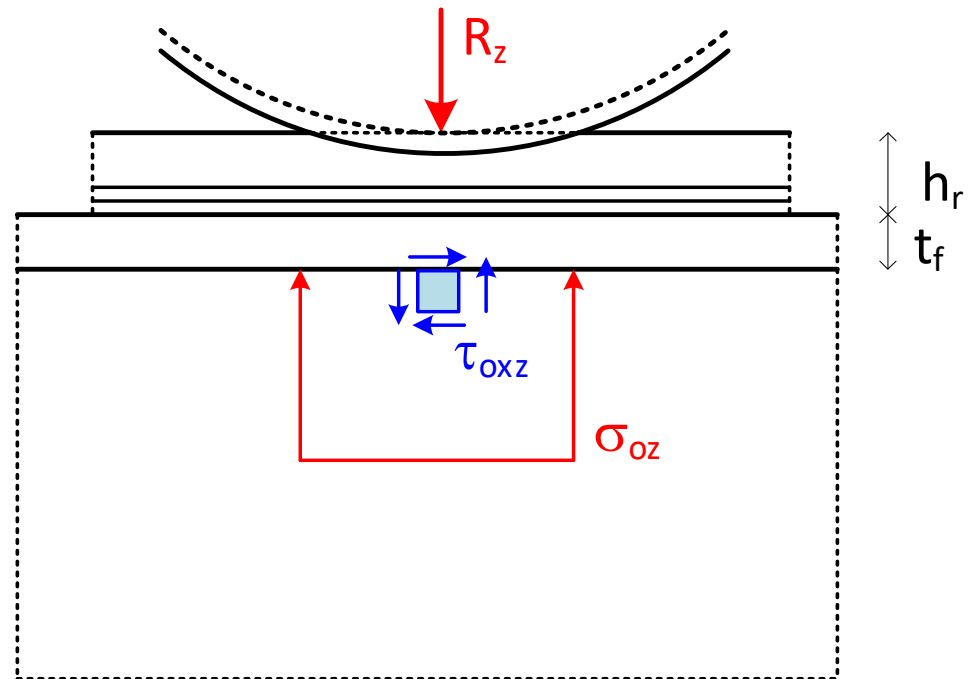
La reacción vertical, además de la tensión de compresión vertical en el alma  $\sigma_{oz}$ , produce una tensión cortante local  $\tau_{oxz}$ .

Su valor se estima en el 20% de la tensión vertical correspondiente .

$$\tau_{oxz} = 0.2 \sigma_{oz}$$

Puede despreciarse para  $z \geq 0.2 h_w$

Esta tensión debe sumarse a la tensión cortante nominal producida por la carga vertical



## C. Flexión local por torsión de la parte superior del alma (UNE)

Momento torsor puntual producido por la excentricidad de la carga vertical  $R_z$  y la altura de aplicación de la carga horizontal  $H_y$

$$M_t = R_z e_y + H_y h_r$$

Este momento torsor puntual bajo cada rueda se transforma en un momento torsor por unidad de longitud de la viga:

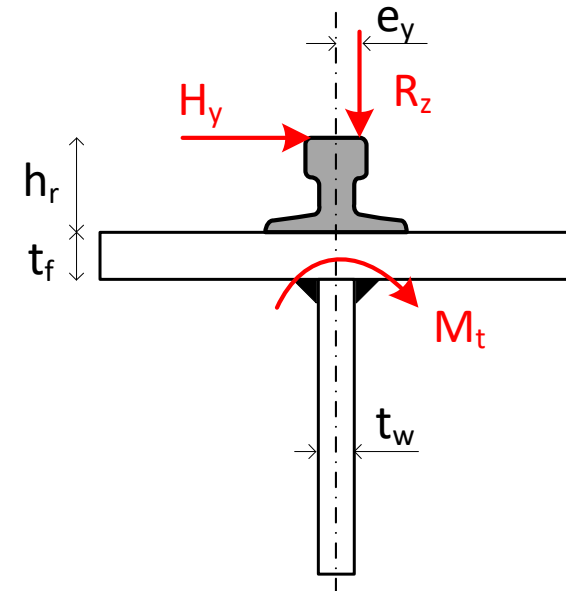
$$M_{ta} = \frac{2.5 M_t}{d + 6 \frac{I_{ts}}{t_w^3}}$$

$d$ : separación entre los rigidizadores verticales. Pero  $d \leq 2 h_w$

$I_{ts}$ : Módulo de torsión del ala de la viga.  $I_{ts} = \frac{1}{3} b t_f^3$

Si el carril está soldado a ella, se puede sumar

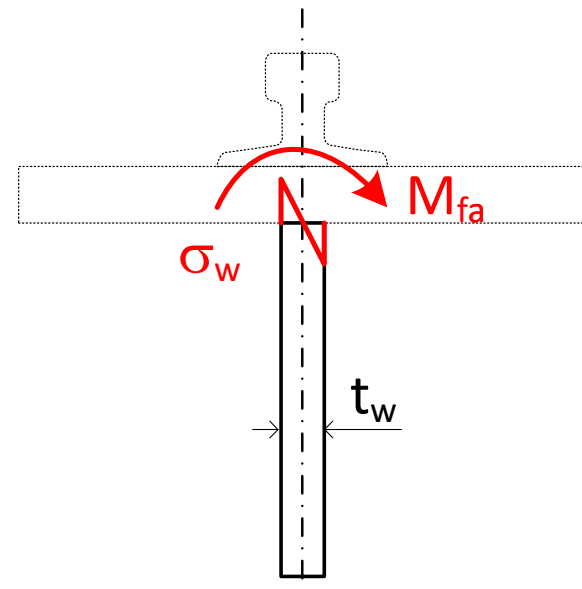
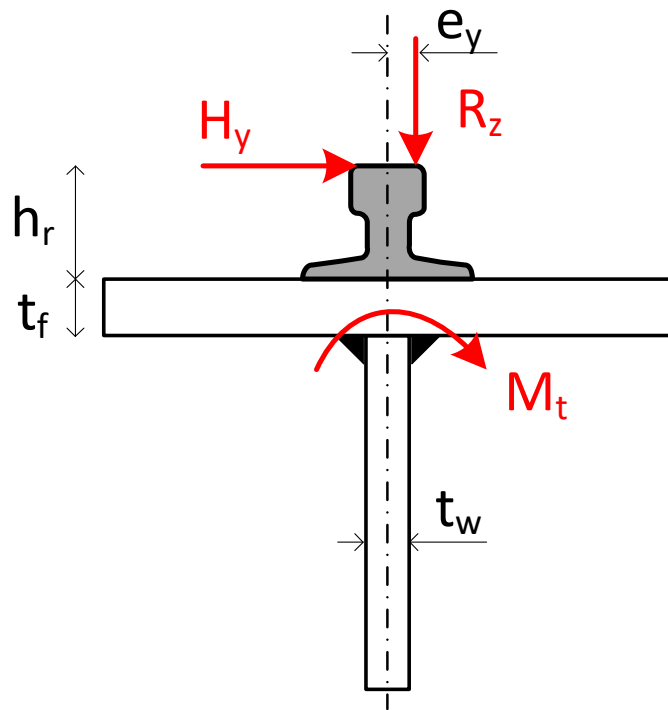
$t_w$ : espesor del alma       $h_w$ : altura recta del alma



## C. Flexión local por torsión de la parte superior del alma (UNE)

Tensión en el alma, debida a la flexión local, en una sección de longitud unidad

$$\sigma_w = \frac{M_{ta}}{\frac{1}{6} t_w^2}$$



## C. Flexión local por torsión de la parte superior del alma (EN)

Según EN 1993-6, la tensión de flexión debida al momento torsor, en un alma con rigidizadores, es:

$$\sigma_{T,Ed} = \frac{6 T_{Ed}}{a t_w^2} \eta \tanh(\eta)$$

$a$ : separación entre los rigidizadores verticales del alma

$T_{Ed}$ : Momento torsor bajo cada rueda ( $M_t$  según UNE)  $T_{Ed} = R_z e_y$

EN 1993-6 no incluye la fuerza horizontal en  $T_{Ed}$

$$\eta = \left[ \frac{0.75 a t_w^3}{I_t} \frac{\sinh^2(\pi h_w/a)}{\sinh(2 \pi h_w/a) - 2 \pi h_w/a} \right]^{\frac{1}{2}}$$

Diferencia entre UNE y EN

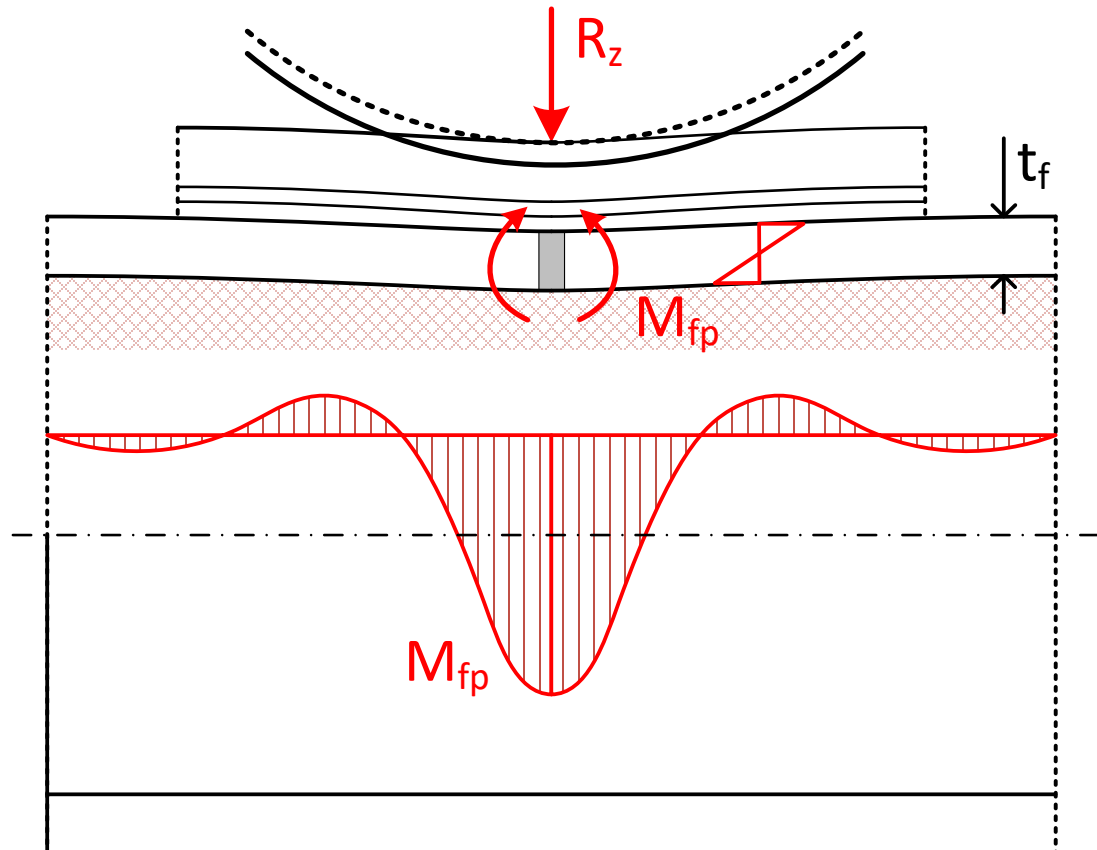
$\frac{a}{h_w}$	$\frac{\sigma_{T,Ed}}{\sigma_w}$
0.5	0.94
1.0	0.99
1.5	1.09
1.8	1.17
$\geq 2$	1.22



## D. Tensión de flexión local en el ala

El ala se comporta como una viga (canto  $t_f$ , ancho  $b_{eff}$ ) apoyada en una fundación elástica constituida por el alma que es deformable.

Momento máximo bajo la carga:  $M_{fp}$



## D. Tensión de flexión local en el ala

Momento máximo bajo la carga:

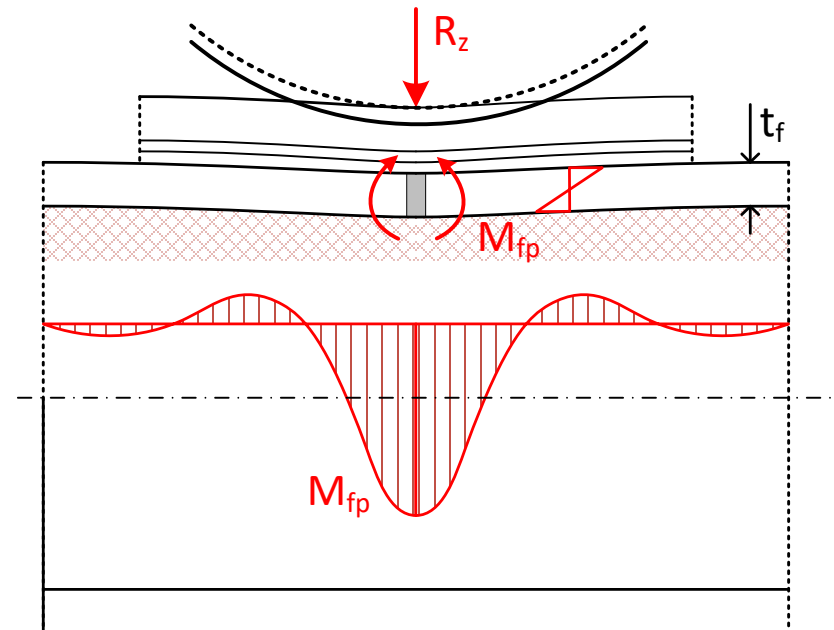
$$M_{fp} = \frac{R_z I_{f,eff}}{4 I_s} \sqrt[4]{2 I_s \frac{h_w}{t_w}}$$

Carril no soldado al alma:  $I_s = I_r + I_{f,eff}$

Carril soldado al alma:  $I_s = I_{rf}$

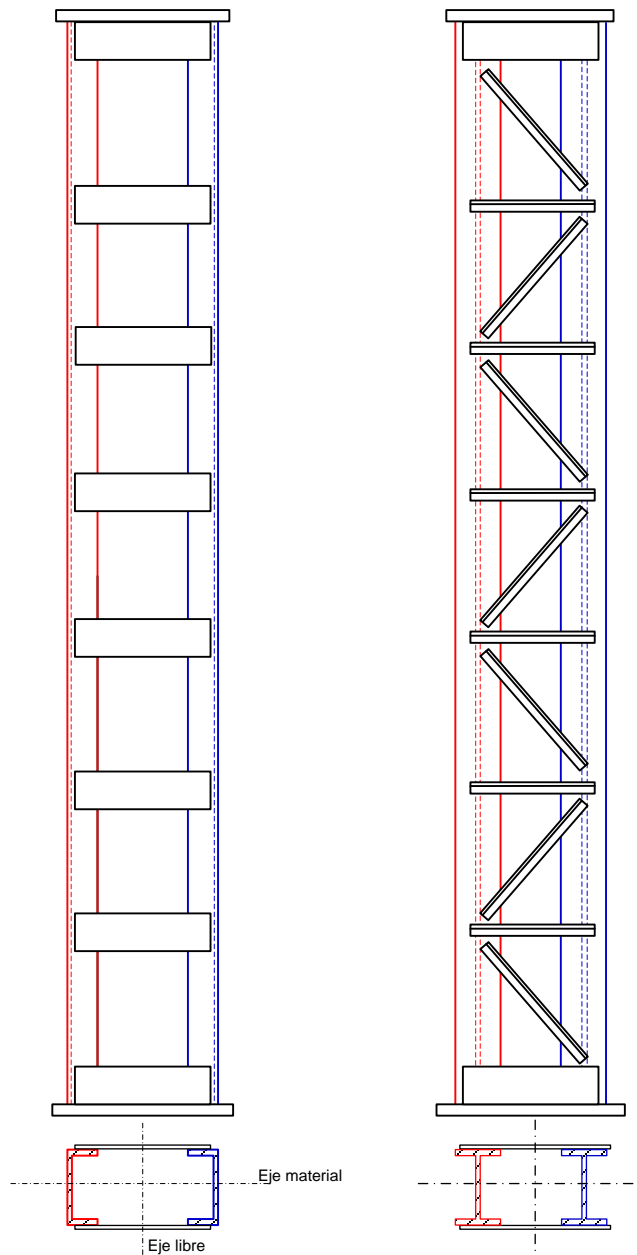
Tensión de flexión local:

$$\sigma_{fp} = \frac{M_{fp}}{\frac{1}{6} b_{eff} t_f^2}$$





# Postes compuestos



# Postes compuestos

Dos (o cuatro) cordones iguales, paralelos, con enlaces entre sí discontinuos.

Bajo ciertas condiciones: comportamiento global similar al de una pieza única.

Enlaces: presillas o celosías. Celosías sombra entre las caras. Soldadas o atornilladas.

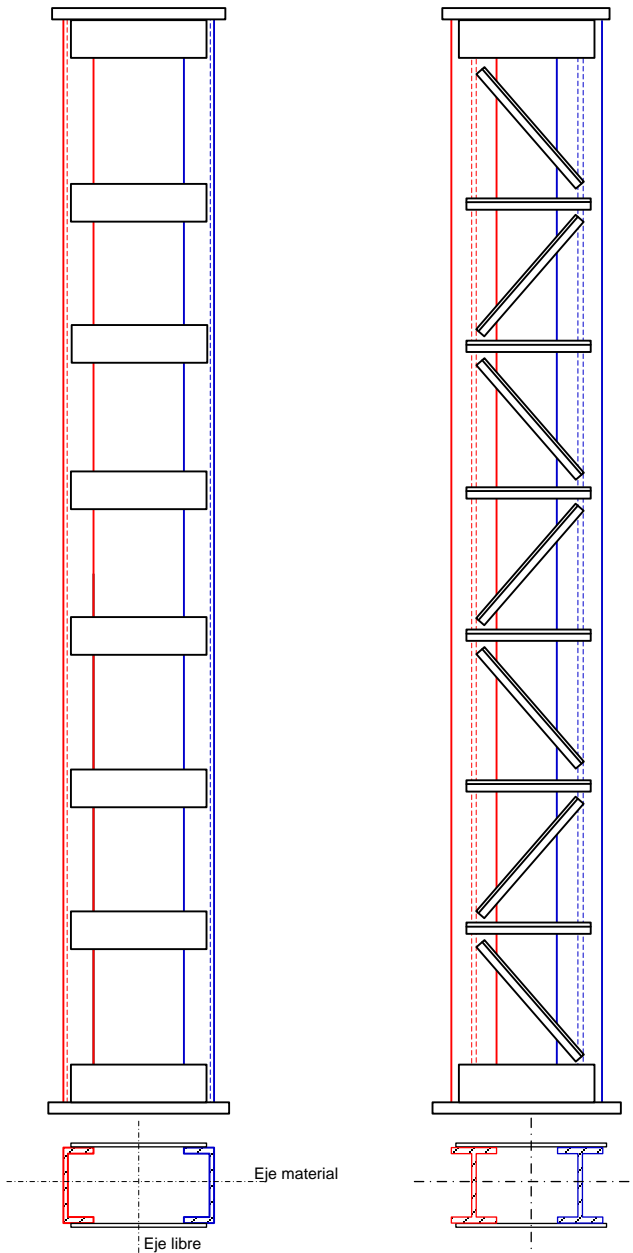
Todos los tramos iguales, longitud  $a$ .  
Mínimo 4 tramos (EC3: 3 tramos)

Disponer siempre presillas extremas unidas a las placas de base y cabeza.

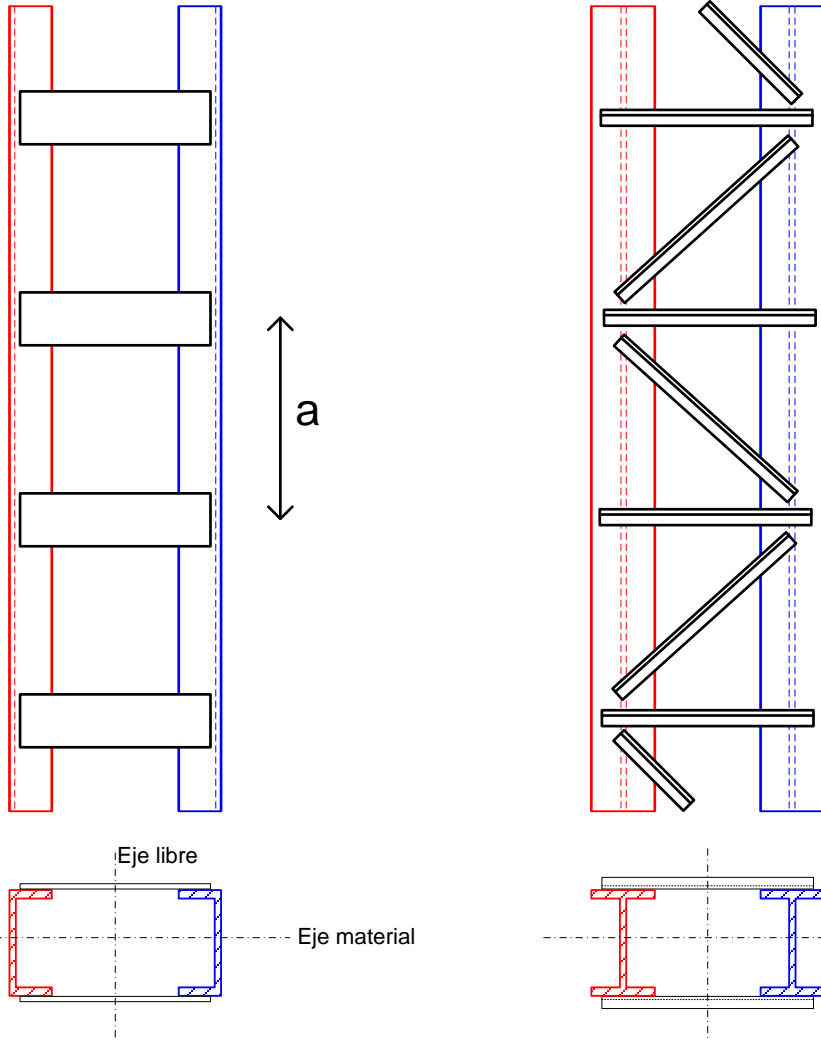
Normativa:

EC3: EN 1993-1-1 §6.4

EAE: Art. 71



# Postes compuestos



Longitud máxima de un tramo:

$$\text{EAE: } a < 50 i_{min}$$

$$\text{EC3: } a < 70 i_{min}$$

$i_{min}$ : radio de giro mínimo del cordón

Ángulo diagonales:  $30^\circ - 60^\circ$

**Eje material:** el principal de inercia que contiene los c.d.g. de los cordones

**Eje libre:** el principal de inercia que no cumple lo anterior

# Poste compuesto: flexión alrededor del eje material

Los dos cordones son simétricos entre sí respecto al plano de flexión: se deforman igual.

Las presillas no trabajan.

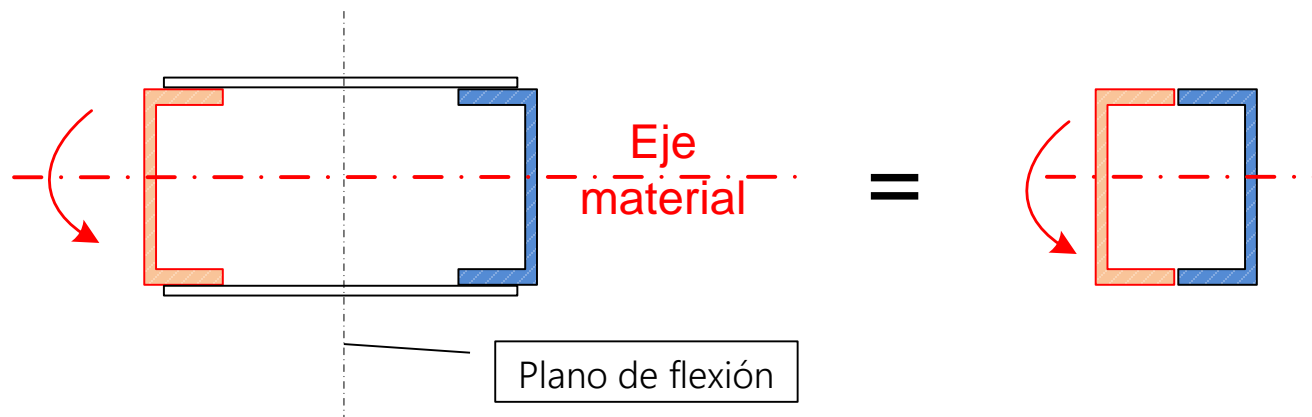
Se estudia como una **pieza simple** formada por los dos cordones unidos.

No se considera la rigidez aportada por las presillas

$$A_{poste} = 2 A_{ch} \quad I_{mat} = 2 I_{ch}^{mat}$$

$A_{ch}$ : Área de un perfil del cordón

$I_{ch}^{mat}$ : Inercia de un perfil del cordón respecto del eje material

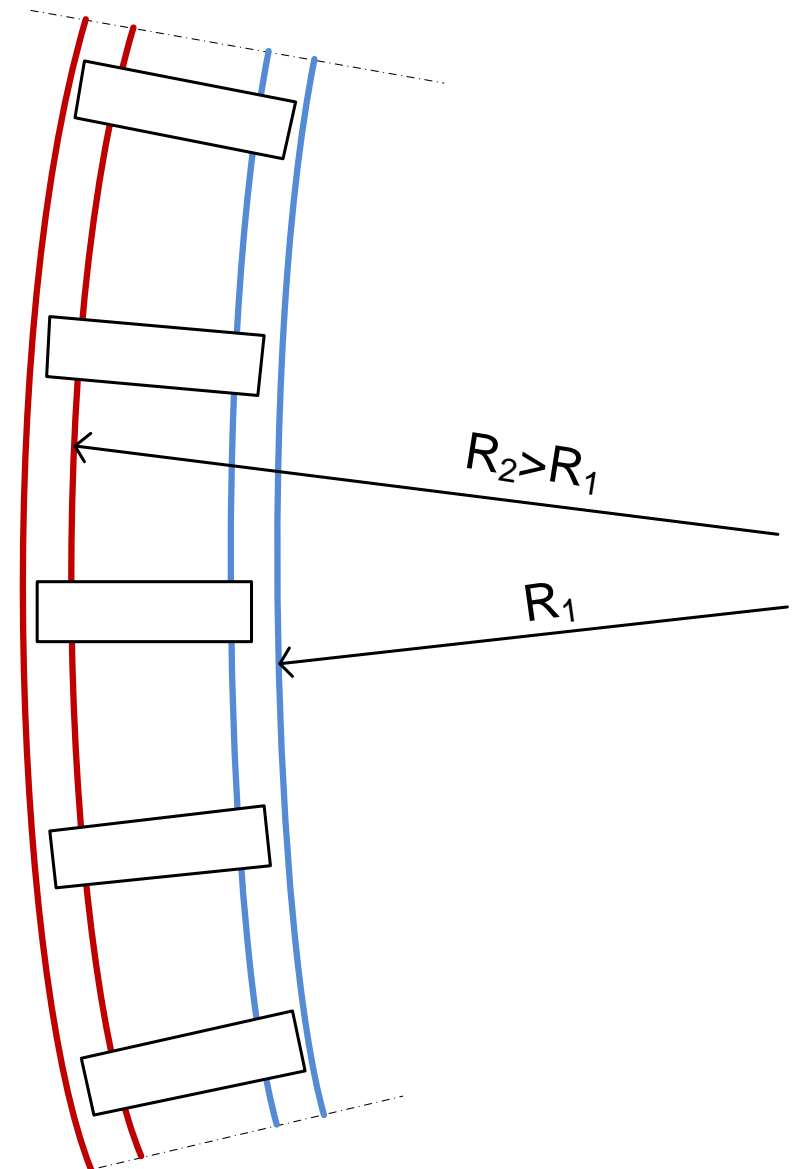
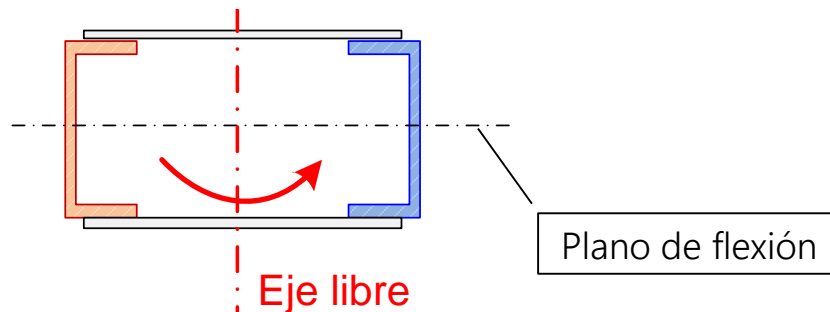


# Flexión alrededor del eje libre

Los dos cordones no son simétricos entre sí respecto al plano de flexión.

Si no hubiese presillas los dos cordones se deformarían de forma diferente, cada uno con un radio de curvatura distinto.

La rigidez de las presillas limita la flexión individual de los cordones: se debe estudiar como una pieza compuesta



# Flexión de un poste – Teoría 2º orden

Esfuerzos a transmitir, en la parte superior: Compresión:  $N_{Ed}$

Flexión:  $M_{Ed}^1$

Imperfección geométrica =  $e_0 = \frac{L}{500}$  (ley seno)

Equilibrio en la posición deformada:

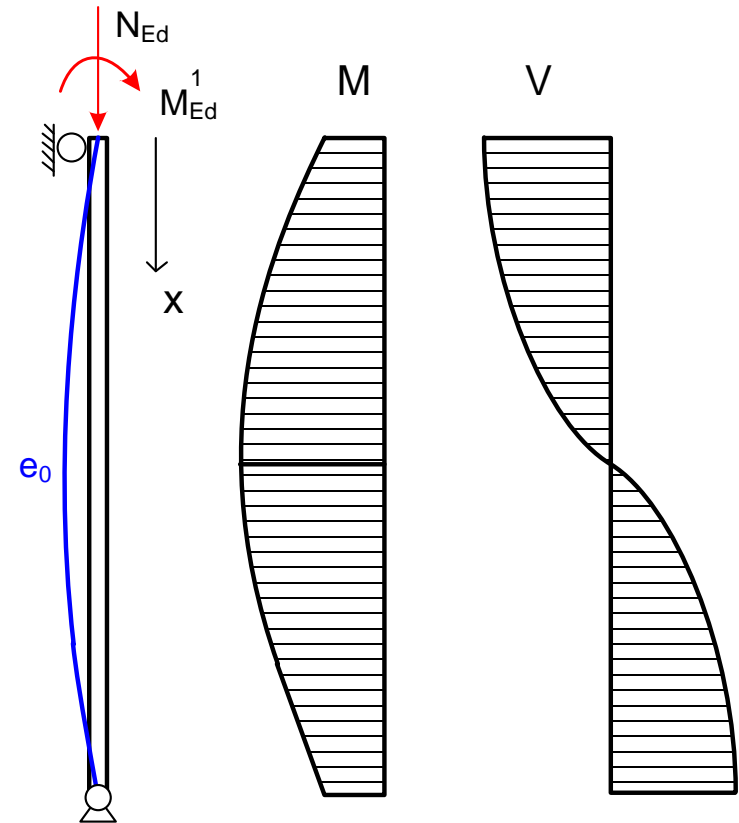
1. Momento máximo en el centro (ley seno)

$$M_{x=\frac{L}{2}}^{max} = \frac{M_{Ed}^1 + N_{Ed} e_0}{\cos\left(\frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{N_{Ed}}{N_{cr}}}\right)} \approx \frac{M_{Ed}^1 + N_{Ed} e_0}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr}}}$$

2. Cortante: variación según ley coseno, máximo en los extremos:

$$V_{x=0}^{max} = \pi \frac{M_{x=\frac{L}{2}}^{max}}{L}$$

Para simplificar el diseño se considera que el cortante en todo el poste es igual al máximo





# Esfuerzos de diseño en un poste con presillas

- **Compresión:**  $N_{Ed}$
- **Momento de diseño:** el máximo en el centro

$$M_{Ed} = \frac{M_{Ed}^1 + N_{Ed} e_0}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr}} - \frac{N_{Ed}}{S_V}}$$

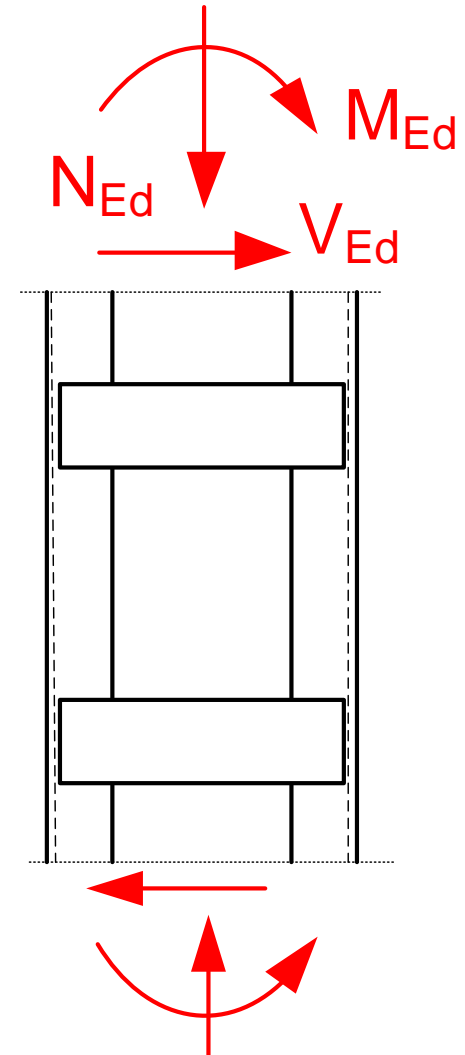
Se añade un término de corrección ( $S_V$ ) en el denominador, debido a la interacción axial – cortante

Nota:

Según EC3, si  $a \leq 75 i_{min}$ , puede tomarse  $S_V = \infty$

- **Cortante de diseño:** el máximo de los extremos

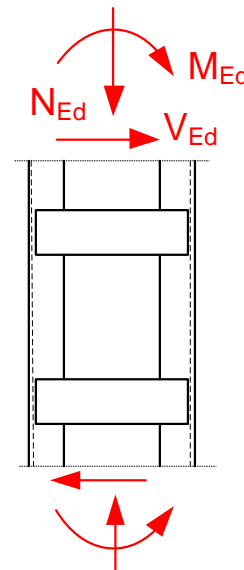
$$V_{Ed} = \pi \frac{M_{Ed}}{L}$$



# Momento de diseño de postes compuestos $M_{Ed}$

Momento flector de diseño en el centro del poste compuesto, incluyendo efectos de orden 2:

$$M_{Ed} = \frac{M_{Ed}^1 + N_{Ed} e_0}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr}} - \frac{N_{Ed}}{S_V}}$$



$N_{cr}$  Esfuerzo axial crítico elástico del poste compuesto  $N_{cr} = \frac{\pi^2 E I_{ef}}{L^2}$

$M_{Ed}^1$  Momento máximo en el centro del poste compuesto, sin efectos de orden 2

$e_0$  Imperfección geométrica =  $\frac{L}{500}$

$I_{ef}$  Inercia efectiva del poste compuesto

$S_V$  Rigidez a cortante del sistema de enlace

Nota:

Según EC3, si  $a \leq 75 i_{min}$ ,  
puede tomarse  $S_V = \infty$

# Inercia efectiva de un poste compuesto con presillas $I_{ef}$

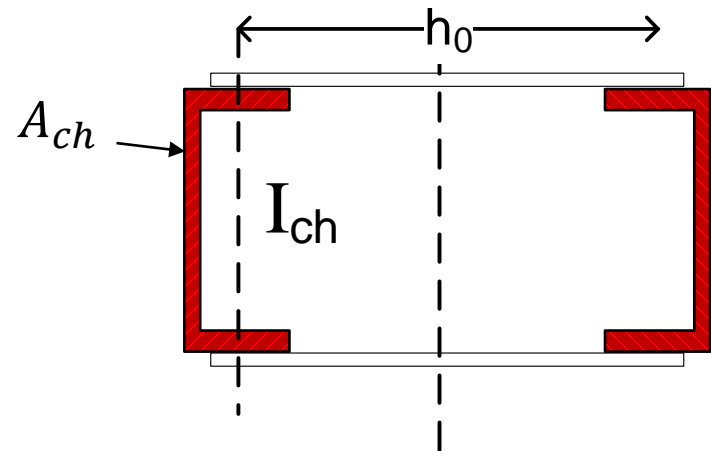
$$I_{ef} = 0.50 h_0^2 A_{ch} + 2 \mu I_{ch}$$

$I_{ch}$  Inercia del cordón para flexión en el plano de las presillas

Con  $\mu = 1$  es la inercia respecto al eje libre (T. Steiner) sin contar las presillas

Se añade un factor de eficiencia ( $\mu < 1$ ) para postes esbeltos

Esbeltez $\lambda$	$\mu$
$\lambda \geq 150$	0
$75 < \lambda < 150$	$2 - \frac{\lambda}{75}$
$\lambda \leq 75$	1.0



$\lambda$  : esbeltez ideal del poste formado sólo por los cordones

$i_0$  : radio de giro del poste formado sólo por los cordones

$$\lambda = \frac{L}{i_0}$$

$$i_0 = \sqrt{\frac{0.5 h_0^2 A_{ch} + 2 I_{ch}}{2 A_{ch}}}$$

# Rigidez a cortante de un poste compuesto con presillas $S_V$

Rigidez a cortante del poste con presillas = rigidez a cortante de los cordones + rigidez a cortante de las presillas de enlace

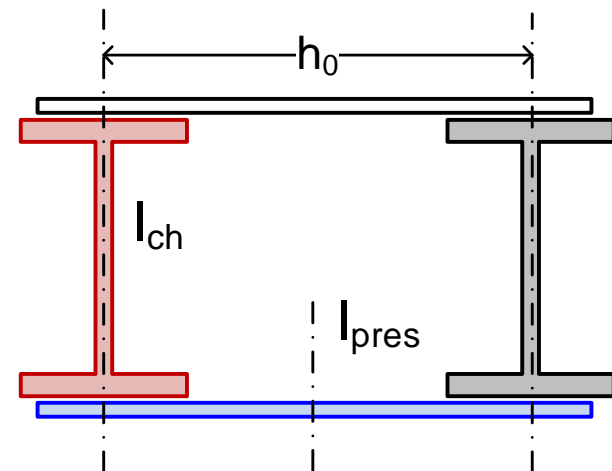
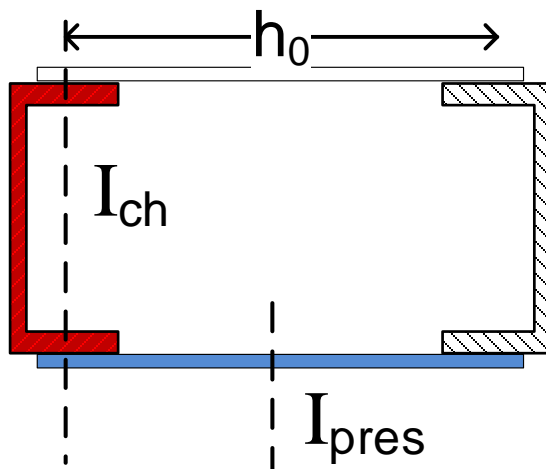
$$S_V = \frac{24 E I_{ch}}{a^2 \left( 1 + \frac{2 I_{ch}}{n_{pres} I_{pres}} \frac{h_0}{a} \right)}$$

Debe ser:  $S_V \leq \frac{2 \pi^2 E I_{ch}}{a^2}$

$I_{ch}$  Inercia de un cordón para flexión en el plano de las presillas

$I_{pres}$  Inercia de una presilla para flexión en el plano de las presillas =  $\frac{1}{12} t_{pres} h_{pres}^3$

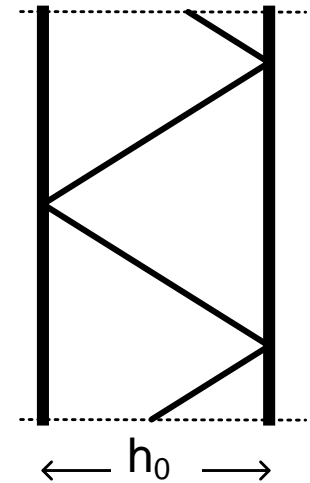
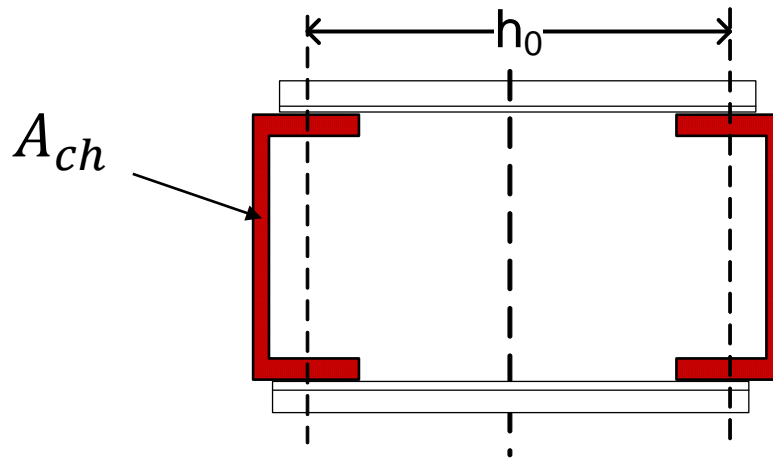
$n_{pres}$  Número de planos de presillas (habitual 2)



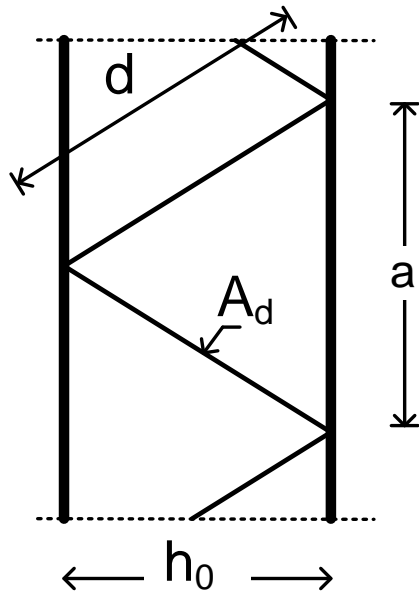
# Inercia efectiva de un poste compuesto con celosía $I_{ef}$

$$I_{ef} = 0.50 h_0^2 A_{ch}$$

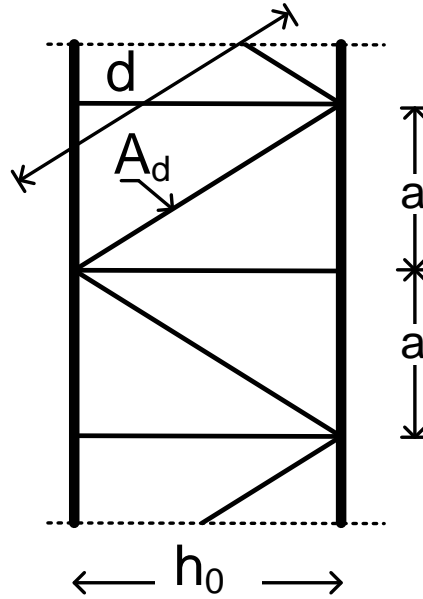
$A_{ch}$  Área de la sección transversal de un cordón



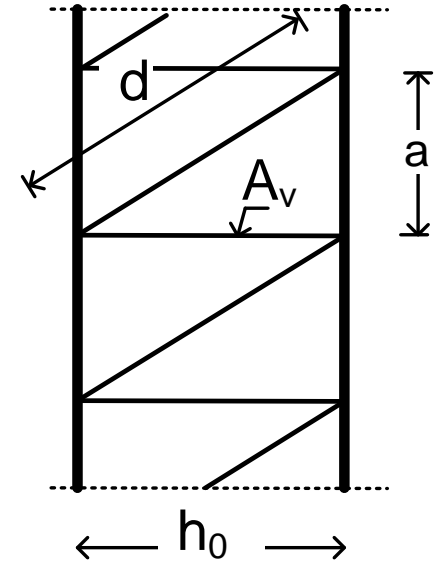
# Rigidez a cortante de un poste compuesto con celosía $S_V$



$$S_V = \frac{n_{pl} E A_d a h_0^2}{2 d^3}$$



$$S_V = \frac{n_{pl} E A_d a h_0^2}{d^3}$$

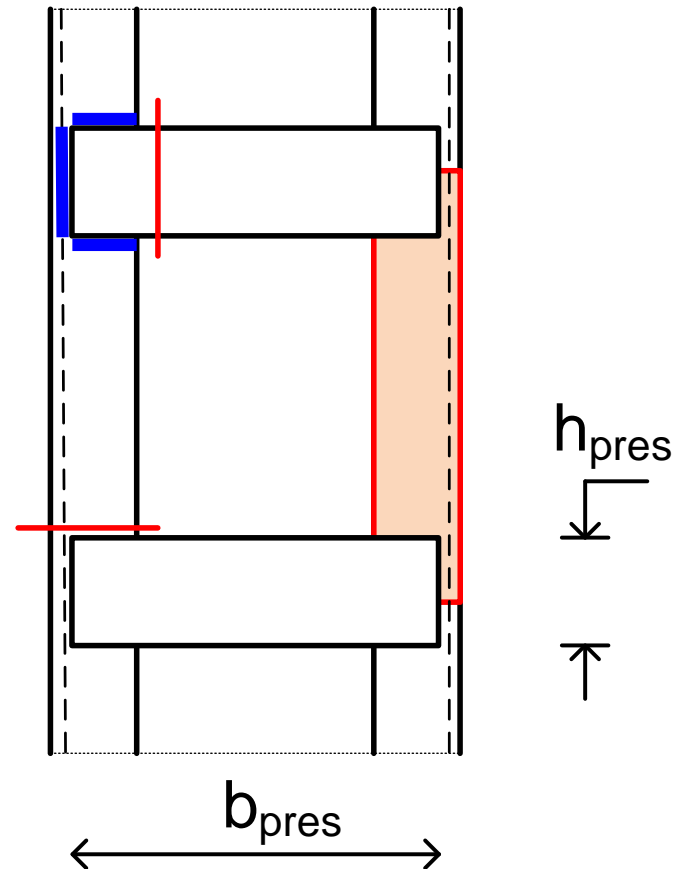


$$S_V = \frac{n_{pl} E A_d a h_0^2}{d^3 \left[ 1 + \frac{A_d h_0^3}{A_v d^3} \right]}$$

$A_d$  Área del perfil de las diagonales.  $A_v$ : área del perfil de los montantes

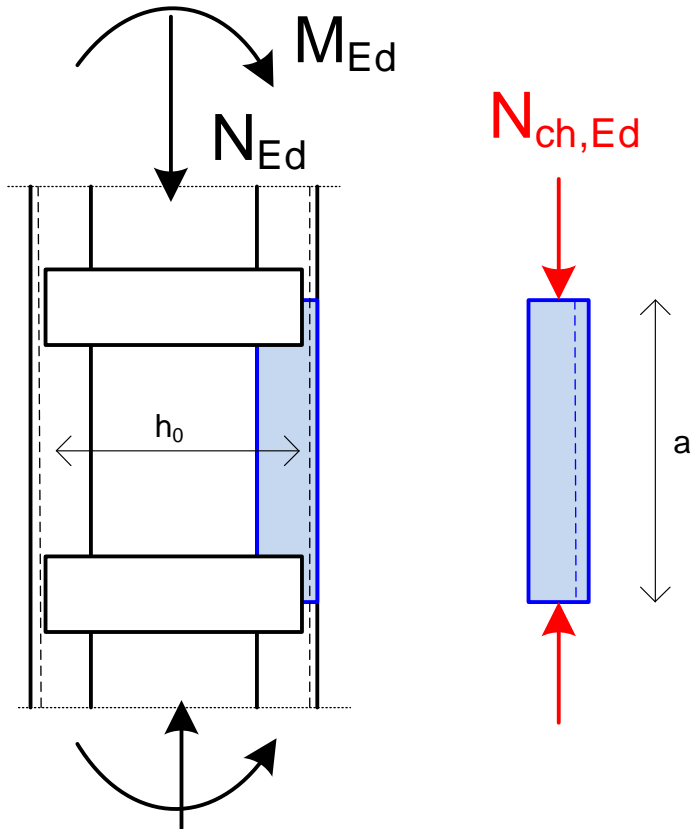
# Comprobación del diseño de un poste compuesto

1. Pandeo del tramo de cordón situado entre dos enlaces
2. Resistencia de los enlaces (presillas)
3. Resistencia del cordón
4. Resistencia de la soldadura de la presilla al poste



# Pandeo del tramo de cordón situado entre dos enlaces (1)

Esfuerzo axial de cálculo a pandeo del tramo central del cordón: debido a N y a M



$$N_{ch,Ed} = 0.5 N_{Ed} + \frac{M_{Ed} \left( \frac{h_0}{2} \right)}{I_{ef}} A_{ch}$$

$N_{Ed}$  Esfuerzo axial de cálculo en el poste

$M_{Ed}$  Momento flector de cálculo en el centro del poste, con efectos de orden 2

$A_{ch}$  Área de un cordón

$I_{ef}$  Inercia efectiva del poste compuesto

$h_0$  Distancia entre los c.d.g. de los dos cordones

El segundo sumando de  $N_{ch,Ed}$  se basa en suponer una ley de tensiones lineal, como en la flexión debida a  $M_{Ed}$



## Pandeo del tramo de cordón situado entre dos enlaces (2)

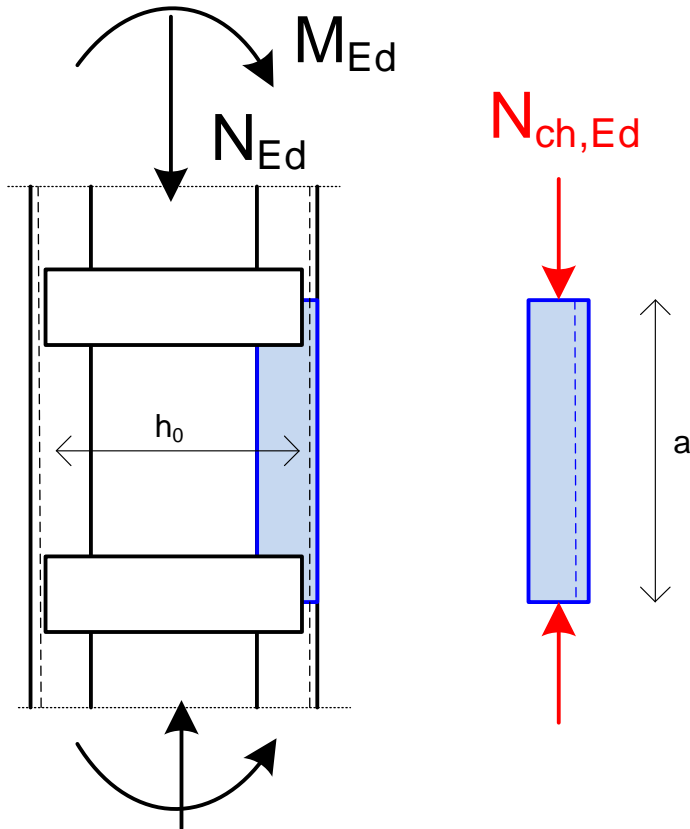
Comprobación

$$N_{ch,Ed} \leq \chi A_{ch} \frac{f_y}{\gamma_{M1}}$$

Calcular  $\chi$  para piezas a pandeo por flexión, en función de la esbeltez del cordón  $\bar{\lambda}_{cor}$

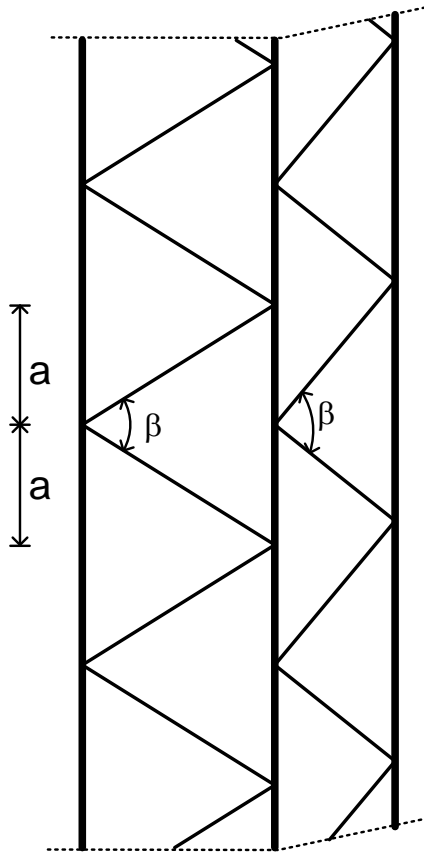
$$\bar{\lambda}_{cor} = \frac{L_{p,ch}}{i_{min,ch}} \frac{1}{93.9 \epsilon}$$

$L_{p,ch}$ : Longitud de pandeo del tramo de cordón entre dos enlaces.

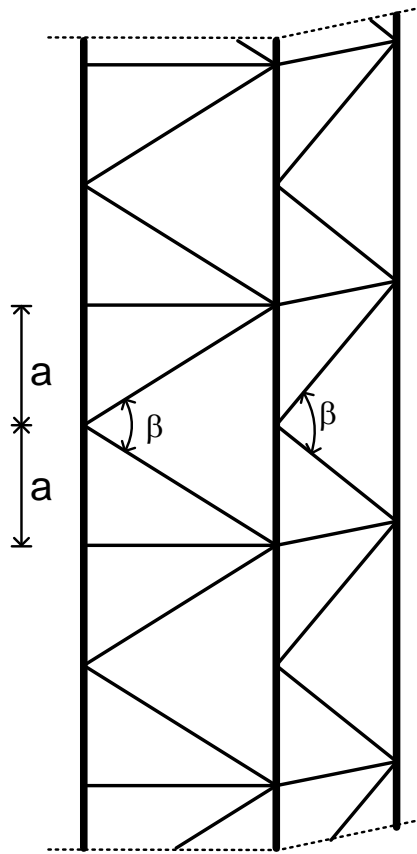


# Longitud de pandeo del cordón $L_{p,ch}$

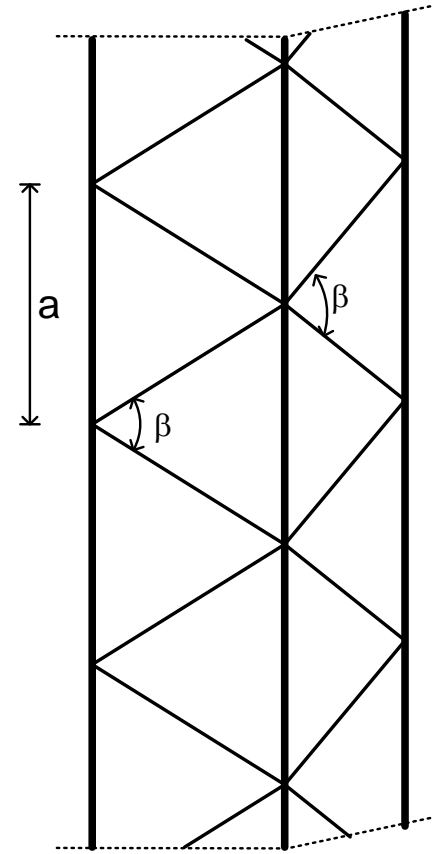
Piezas con presillas  $L_{p,ch} = a$



$$L_{p,ch} = 1.52 a$$



$$L_{p,ch} = 1.28 a$$

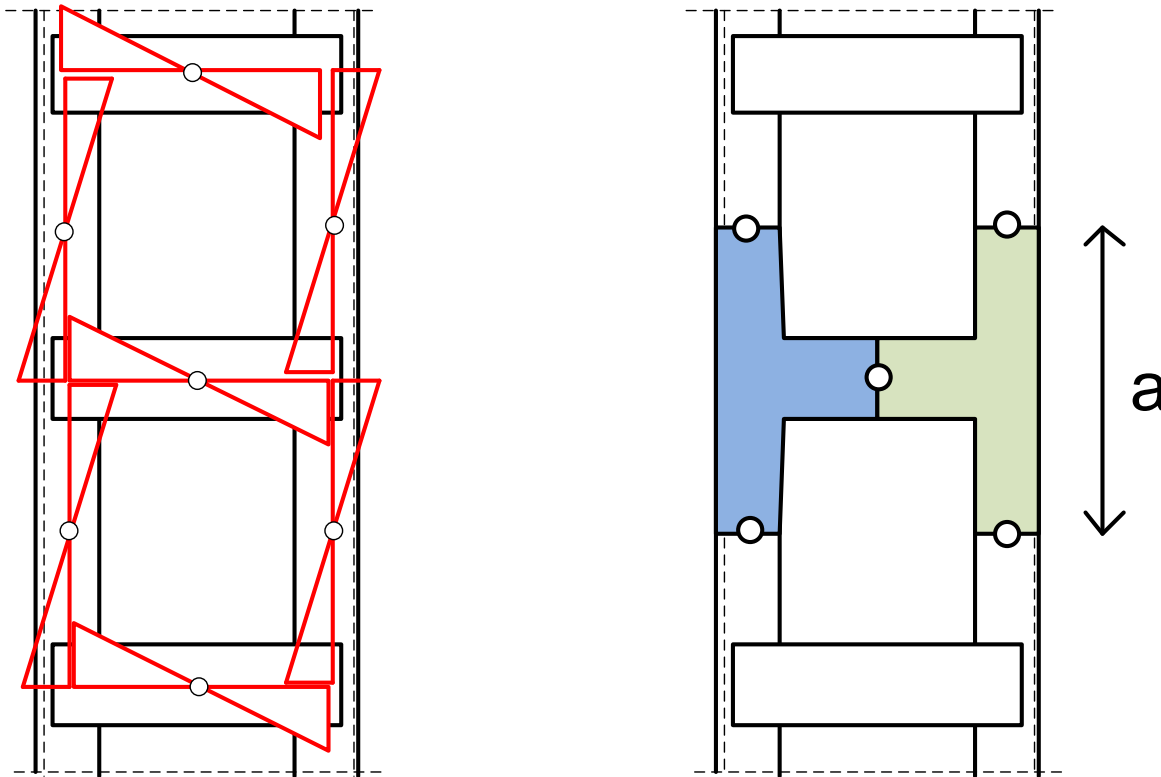


$$L_{p,ch} = a$$

# Resistencia de los cordones y enlaces

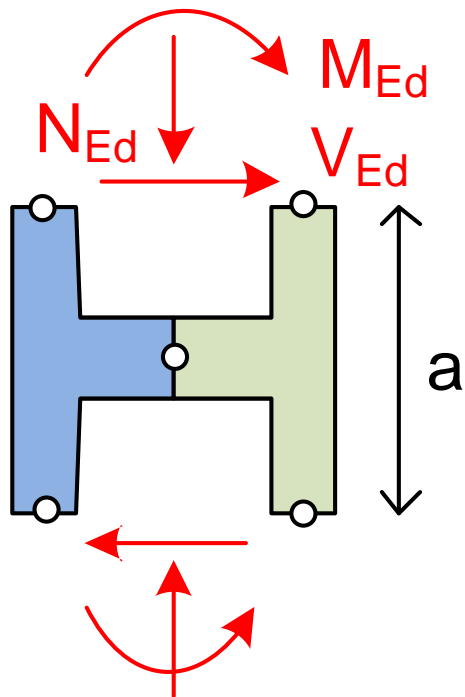
Estudios detallados muestran que el diagrama de momentos tiene valor nulo en el centro de las presillas y de los cordones: estos puntos se pueden considerar articulados

Modelo estructural sencillo de un tramo, para comprobación de resistencia



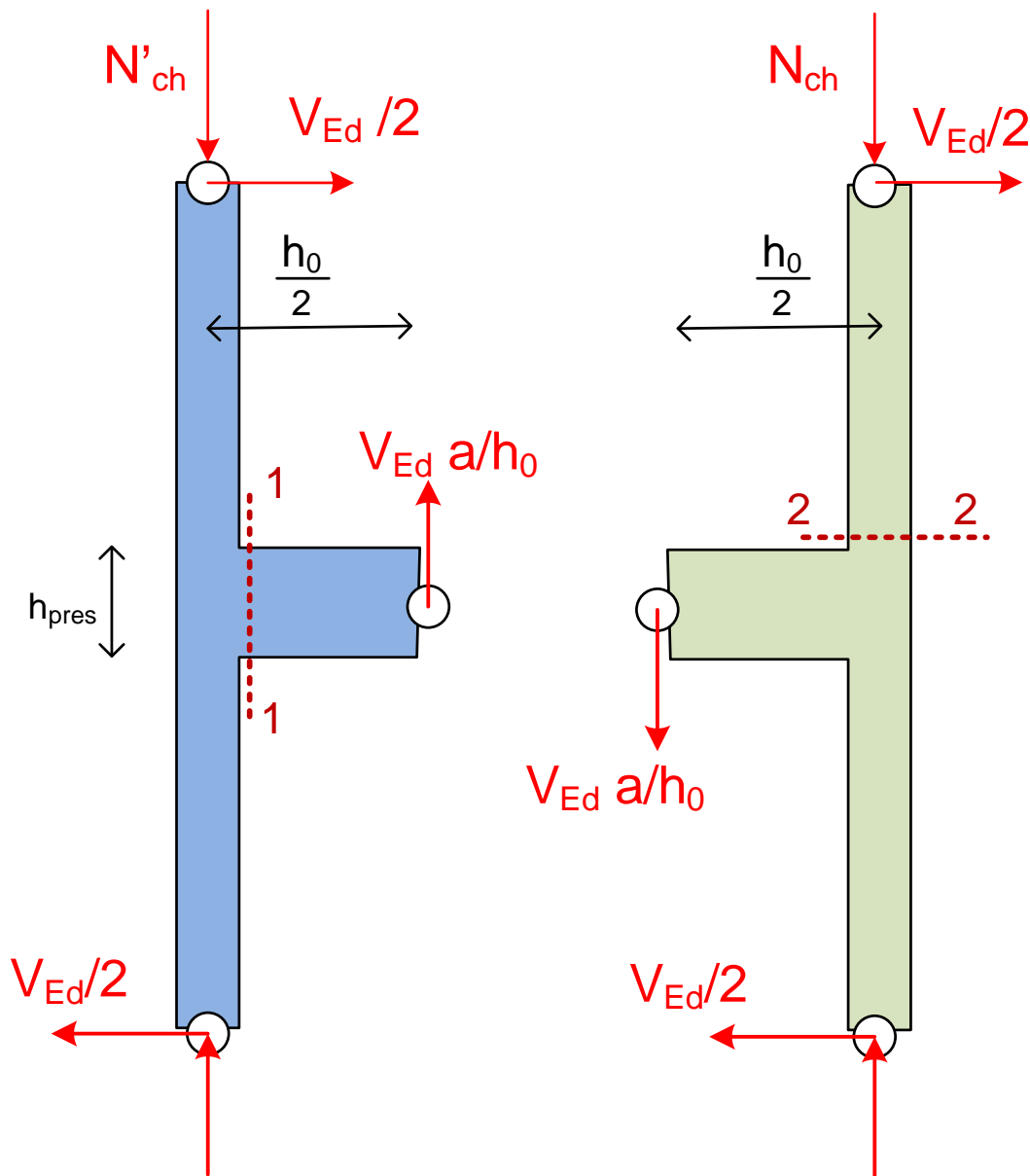
# Resistencia de los cordones y enlaces. Esfuerzos interiores

Fuerzas actuantes



$$N_{ch,Ed} = 0.5 N_{Ed} + \frac{M_{Ed} \left( \frac{h_0}{2} \right)}{I_{ef}} A_{ch}$$

$$N'_{ch,Ed} = 0.5 N_{Ed} - \frac{M_{Ed} \left( \frac{h_0}{2} \right)}{I_{ef}} A_{ch}$$



Postes compuestos

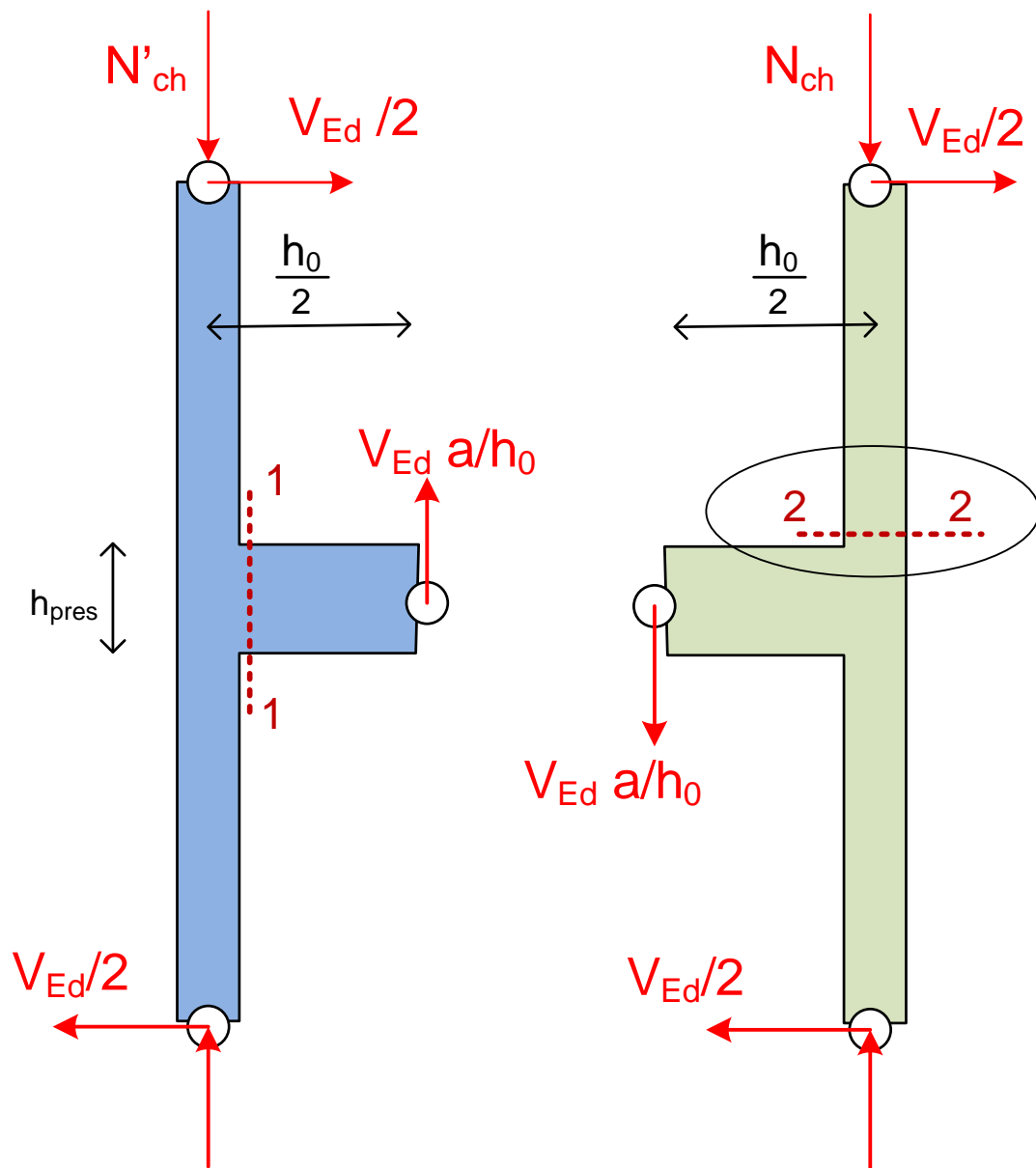
# Resistencia de los cordones. Sección 2-2

$$N_{22} = N_{ch}$$

$$M_{22} = \frac{V_{Ed} a}{2} \frac{h_0}{2}$$

$$V_{22} = \frac{V_{Ed}}{2}$$

Comprobar la resistencia de la sección de un cordón (U, H) ante esfuerzos combinados



# Resistencia de las presillas. Sección 1-1

$$N_{11} = 0$$

$$M_{11} = \frac{V_{Ed} a}{2}$$

$$V_{11} = \frac{V_{Ed} a}{h_0}$$

Comprobar la resistencia de una presilla como una sección rectangular:  
 canto  $h_{pres}$ , espesor:  $t_{pres}$

