

MTL 2016 – La Plata, Argentina

DISEÑO CONSTRUCTAL DE ÁLABES DE TURBINA DE GAS REFRIGERADOS MEDIANTE CONDUCTOS ELIPTICOS

Cristian Bosc¹, L.A.O Rocha²

1-UIDET-IAME, Facultad de Ingeniería de UNLP, Calle 1 y 47, La Plata, Argentina.

cristian.bosc@ing.unlp.edu.ar

2-Universidad Federal de Rio Grande do Sul, Escuela de Ingeniería, Av. Itália km 8, Cx. P. 474, Rio Grande, RS 96.201-900, Brasil.

Palabras clave: Refrigeración de álabes, Diseño Constructal, Optimización de la difusión de calor.

Resumen

La eficiencia térmica y la potencia generada de una turbina de gas, se incrementan a medida que aumenta la temperatura de entrada al rotor (RIT, por sus siglas en inglés, "rotor inlet temperatures"). La RIT es la variable crítica que limita la eficiencia, debido a la máxima temperatura que pueden soportar los materiales de los álabes. Los gases provenientes de la cámara de combustión a muy alta temperatura y velocidad, generan tensiones térmicas y mecánicas provocando desgaste, fluencia lenta (creep) y fatiga, como los principales causantes de fallas, influyendo en la vida útil de los mismos. El creciente interés por hacer un aprovechamiento más eficiente de los recursos disponibles, ha enfocado esfuerzos en el mejoramiento de 3 grandes cuestiones: 1- Mejora de la efectividad de refrigeración, 2- nuevos materiales con recubrimientos cerámicos de alta temperatura, 3- Mejora de la eficiencia del guiado del flujo, reduciendo las fugas.

El presente trabajo, busca mejorar la eficiencia de refrigeración interna de los álabes, mediante un diseño óptimo del perfil de álabes con canales elípticos internos, que permita maximizar la conducción de calor, minimizando la máxima temperatura sobre la superficie externa del álabes, sometido a un flujo de calor externo proveniente de los gases calientes. El modelo analizado es un álabes elemental, con canales elípticos, con la posibilidad de variar 7 grados de libertad geométricos, cuya resolución numérica mediante el método de volúmenes finitos es realizada con Matlab. Los resultados obtenidos, indican que existe, tal como la teoría Constructal predice, un diseño óptimo que mejora la accesibilidad de los flujos, reduciendo la resistencia térmica y por ende, minimizando la máxima temperatura sobre la superficie del álabes.

1. Introducción

La eficiencia térmica de las turbinas de gas, está fuertemente ligada a la máxima temperatura que pueden soportar los materiales de sus componentes sometidos a fatiga, desgaste y "creep". La RIT es la variable crítica que limita la eficiencia. En la actualidad la RIT está por encima de la temperatura de ablandamiento del material, gracias a técnicas de recubrimientos cerámicos y a refrigeración de los álabes. La refrigeración interna debe evacuar el flujo de calor proveniente desde la superficie externa del álabes, mojada por los gases a alta temperatura, por medio de canales internos, por los cuales circula un fluido refrigerante, el cual generalmente es aire proveniente de una extracción del compresor [1].

Debido a que el aire comprimido extraído del compresor, no es utilizado para generar potencia, es necesario optimizar las técnicas de refrigeración con el fin de utilizar la menor cantidad de extracción de aire y no incurrir en una baja en la eficiencia. Las técnicas de refrigeración incluyen refrigeración interna y externa. Las nuevas técnicas de refrigeración interna utilizan refrigeración por choque de chorro (jet impingement) en el borde de ataque donde el punto de estancamiento posee la máxima temperatura, y refrigeración por pines de aletas en el borde de fuga del álabe.

La optimización del diseño de canales de refrigeración en turbinas de gas, usando teoría Constructral, fue estudiado por Bejan y Lorente [2, 3], usando un modelo rectangular del álabe llevando a cabo la optimización por medio de métodos analíticos de minimización de la distancia recorrida por el flujo de calor.

Procurando optimizar la transferencia de calor Huijun Feng et al. [4] han utilizado el diseño Constructral para generar un perfil de álabe de turbina de gas con canales circulares de refrigeración que optimiza la transferencia de calor por difusión mediante la solución por métodos numéricos de la difusión de calor. La configuración de múltiples escalas con 2 tamaños de canales diferentes, arroja una sensible mejora en la eficiencia de refrigeración con respecto a un sólo tamaño de canal, reduciendo la resistencia térmica en 50% con la consecuente reducción en la temperatura máxima, cuando el diseño es optimizado.

El presente trabajo, tiene como objetivo mejorar el nivel de refrigeración alcanzada por Huijun Feng et al. mediante un análisis de múltiples escalas pero con canales elípticos en vez de circulares. Esta mejora en el diseño significa 2 grados de libertad adicionales a la hora de analizar las posibles configuraciones. Se analiza un modelo rectangular de álabe con canales internos elípticos de refrigeración. El objetivo es diseñar el perfil mediante la optimización de 5 grados de libertad geométricos de forma de minimizar la máxima temperatura sobre el sólido, la cual ocurrirá sobre la superficie externa del álabe. La resolución de la ecuación de difusión es llevada a cabo por el método de elementos finitos.

2. Nomenclatura

H	altura del álabe elemental
L	ancho del álabe elemental
H_1	semieje vertical de la elipse 1
L_1	semieje horizontal de la elipse 1
H_0	semieje vertical de la elipse 0
L_0	semieje horizontal de la elipse 0
H_2	espesor de pared de elipse 1
k	coeficiente de conductividad
T	temperatura
\dot{q}	flujo de calor por unidad de área
x	coordenada de abscisas
y	coordenada de ordenadas
A	área del dominio
\emptyset	relación material cavidad/sólido del dominio
\emptyset_0	área adimensional de $\frac{1}{4}$ de elipse 0
\emptyset_1	área adimensional de $\frac{1}{2}$ elipse 1
R	resistencia térmica
W	dimensión transversal al plano

<i>Sub-índices:</i>	
0	elipse 0
1	elipse 1
max	máximo
min	mínimo
.	.

<i>Supra-índices:</i>	
~	adimensional

3. Modelo

Este trabajo se enfoca en la optimización del diseño, que minimiza la máxima temperatura sobre el sólido de un álabe elemental con condiciones de flujo de calor impuesto sobre las superficies externas. Se suponen idénticas condiciones sobre todo el largo del álabe, y se desprecia la transferencia de calor por conducción en sentido longitudinal del mismo, lo cual permite analizar únicamente una única sección transversal, convirtiendo al modelo de estudio en bidimensional. El análisis se realiza en régimen estacionario, con propiedades termo-físicas constantes. La superficie externa del álabe es completamente mojada por la corriente de gases calientes, mientras que el álabe es refrigerado internamente mediante el paso de un fluido por los conductos elípticos internos que recorren toda la longitud del álabe. El fluido refrigerante usualmente es aire, que proviene de una extracción intermedia desde el compresor, transfiriendo calor desde el sólido hacia el aire principalmente por mecanismos de convección.

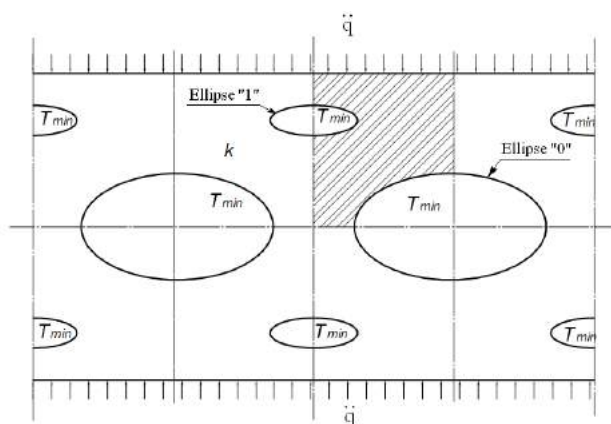


Figura 1. Sección transversal de álabe elemental rectangular con canales elípticos.

El diseño de las superficies exteriores del álabe responde a una especialidad, siendo definida principalmente por consideraciones de dinámica de fluidos, y no relacionadas a la transferencia de calor. Procurando simplicidad en el análisis de transferencia de calor que se pretende realizar, se considera un álabe elemental rectangular con canales internos elípticos que siguen el patrón descrito en la figura 1. En la sección transversal, se observan dos tipos de conductos elípticos, unos fijados en el centro del álabe, cuya área transversal define la elipse "0" y otros conductos de menor área transversal cuyo emplazamiento definitivo será optimizado, elipse "1". Debido a la existencia de simetría vertical y horizontal sobre el patrón de los canales, se estudia un octavo de la sección transversal de la figura 1 de altura H y base L . El dominio de estudio se muestra en la figura 2 con sus variables dimensionales y condiciones de borde correspondientes. Las variables geométricas a optimizar son: tamaño del dominio (H, L); relación de aspecto del dominio (H/L), tamaño de la elipse menor de semiejes (H_1, L_1), Relación de aspecto de la elipse menor (H_1/L_1), Tamaño de la elipse mayor de semiejes (H_0, L_0), Relación de aspecto de la elipse mayor (H_0/L_0) y Espesor de pared entre la elipse "1" y la superficie externa (H_2).

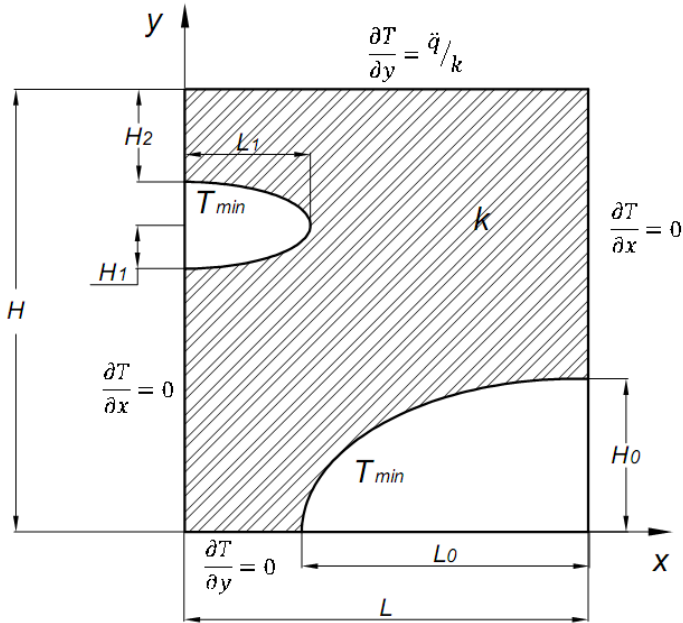


Figura 2. Dominio: "Cuarto de álabe elemental con dimensiones y condiciones de borde"

La transferencia de calor sobre el sólido ocurre por conducción térmica. El material es considerado isotrópico y con conductividad térmica constante k . Es asumido que la superficie exterior es uniformemente calentada con un flujo de calor por unidad de área \dot{q} constante. Las superficies internas de los conductos son isotérmicas con temperatura T_{min} . Los bordes derecho e izquierdo del dominio son considerados adiabáticos. En el dominio de estudio, se encuentra $\frac{1}{4}$ de elipse "0" cuya posición se encuentra fija, siendo el centro de la misma el correspondiente al vértice inferior derecho del dominio, de semiejes H_0 y L_0 y la mitad de elipse "1" de semiejes H_1 y L_1 cuyo centro se encuentra emplazado sobre el borde izquierdo del dominio pudiendo variar su posición en la dirección "y". La distancia del borde la elipse "1" a la superficie externa del álabe, se denomina H_2 , representando el espesor de pared hasta el conducto, la cuál será una variable a optimizar.

La conducción de calor sobre el dominio bajo las condiciones descritas, es enteramente por difusión, siendo la ecuación gobernante:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 \quad (1)$$

4. Condiciones de borde

Las condiciones de borde del dominio son:

$$\text{"Adiabático"} \quad \left\{ \begin{array}{lll} \frac{\partial T}{\partial y} = 0 & \text{para } x = 0; & 0 \leq y \leq H - 2H_1 - H_2 \quad \vee \quad H - H_2 \leq y \leq H \\ \frac{\partial T}{\partial x} = 0 & \text{para } y = 0; & 0 \leq x \leq L - L_0 \\ \frac{\partial T}{\partial y} = 0 & \text{para } x = L; & H_0 \leq y \leq H \end{array} \right. \quad (2)$$

$$\text{"Flujo de calor por unidad de área, constante"} \quad \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\dot{q}}{k}; \quad \left\{ \begin{array}{ll} \text{para } y = H; & 0 \leq x \leq L \end{array} \right. \quad (3)$$

$$\text{"Superficies isotérmicas"} \quad T = T_{min}; \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{perímetro de los canales elípticos} \end{array} \right. \quad (4)$$

5. Adimensionalización

Las variables son adimensionalizadas como sigue:

$$\tilde{T} = \frac{T - T_{min}}{\frac{\dot{q}}{k} WL} \quad (5)$$

Tomando unitaria la distancia perpendicular al plano,

$$W = 1 \quad (6)$$

Las longitudes son adimensionalizadas con las raíz del área del dominio $A=H.L$

$$(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{H}, \tilde{L}, \tilde{H}_0, \tilde{L}_0, \tilde{H}_1, \tilde{L}_1, \tilde{H}_2) = \frac{(x, y, H, L, H_0, L_0, H_1, L_1, H_2)}{\sqrt{A}} \quad (7)$$

A partir de las ecs. (5) y (7), la ecuación de difusión de calor (ec. 1) es adimensionalizada:

$$\frac{\partial^2 \tilde{T}}{\partial \tilde{x}^2} + \frac{\partial^2 \tilde{T}}{\partial \tilde{y}^2} = 0 \quad (8)$$

Las correspondientes condiciones de borde adimensionales son:

$$\text{"Adiabático"} \quad \left\{ \begin{array}{lll} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{y}} = 0 & \text{para } \tilde{x} = 0; & 0 \leq \tilde{y} \leq \tilde{H} - \tilde{H}_1 - \tilde{H}_2 \quad \text{And } \tilde{H} - \tilde{H}_2 \leq \tilde{y} \leq \tilde{H} \\ \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{x}} = 0 & \text{para } \tilde{y} = 0; & 0 \leq \tilde{x} \leq \tilde{L} - \tilde{L}_0 \\ \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{y}} = 0 & \text{para } \tilde{x} = \tilde{L}; & \tilde{H}_0 \leq \tilde{y} \leq \tilde{H} \end{array} \right. \quad (9)$$

$$\text{"Flujo de calor por área constante"} \quad \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{y}} = -\frac{1}{\tilde{L}'} \quad \left\{ \begin{array}{ll} \text{for } \tilde{y} = \tilde{H}; & 0 \leq \tilde{x} \leq \tilde{L} \end{array} \right. \quad (10)$$

$$\text{"Superficies isotérmicas"} \quad \tilde{T} = 0; \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{perímetro de conductos elípticos} \end{array} \right. \quad (11)$$

6. Restricciones

El dominio rectangular dimensional se vuelve unitario:

$$1 = \tilde{H} \cdot \tilde{L} \quad (12)$$

El área adimensional de $\frac{1}{4}$ de la elipse "0" es:

$$\phi_0 = \frac{\pi}{4} \tilde{L}_0 \tilde{H}_0 \quad (13)$$

El área adimensional de $\frac{1}{2}$ de la elipse "1" es:

$$\phi_1 = \frac{\pi}{2} \tilde{L}_1 \tilde{H}_1 \quad (14)$$

Se define la relación de material (ϕ) al cociente entre el área total de los canales elípticos y el área de dominio." Esta relación representa el porcentaje de cavidad que existe en el dominio sólido rectangular. Es esperable, que en etapas de diseño, la cantidad mínima de material sólido en el álabe, sea definida por requerimientos de resistencia estructural. Sin embargo, es de interés también, analizar la variación de (ϕ) y su incidencia en el comportamiento térmico.

$$\phi = \phi_0 + \phi_1 \quad (15)$$

Siendo el tamaño y relación de aspecto de ambas elipses variables a optimizar, se estudian los valores de ϕ_0 que corresponden a un área de elipse "0" mayor o igual al área de elipse "1". Para ello, siendo las áreas totales de los canales elípticos:

$$A_0 = 4 \phi_0 \quad \text{y} \quad A_1 = 2 \phi_1 \quad (16)$$

Se de cumplir:

$$\begin{aligned} A_0 &\geq A_1 \\ \phi_0 &\geq \frac{1}{3} \phi \end{aligned} \quad (17)$$

La relación de las áreas de los canales elípticos en el dominio, ec.(18) representa el tamaño relativo entre ambos canales de refrigeración.

$$\frac{A_0}{A_1} = \frac{4 \phi_0}{2 \phi_1} \quad (18)$$

7. Grados de libertad

Por conveniencia para la manipulación de las variables a optimizar, se toman grupos de cocientes de variables adimensionales, que representan los 5 grados de libertad a optimizar $\langle \phi_0, \frac{\tilde{H}}{\tilde{L}}; \frac{\tilde{H}_0}{\tilde{L}_0}; \frac{\tilde{H}_1}{\tilde{L}_1}; \frac{\tilde{H}_2}{H} \rangle$ para diferentes valores de relación material (restricción ϕ).

$$\{[\tilde{T}_{\text{máx}}]_{\text{min}}, \phi\} = f \langle \phi_0, \frac{\tilde{H}}{\tilde{L}}; \frac{\tilde{H}_0}{\tilde{L}_0}; \frac{\tilde{H}_1}{\tilde{L}_1}; \frac{\tilde{H}_2}{H} \rangle \quad (19)$$

8. Metodología

La función objetivo es obtener la mínima máxima temperatura alcanzada sobre el sólido del álabe, lo cual sucederá, cuando la resistencia térmica adimensional del dominio sea mínima.

$$[\tilde{R}_t]_{min} = \left[\frac{\tilde{T}_{max}}{4} \right]_{min} \tag{20}$$

El campo de temperaturas adimensionales sobre el sólido es obtenido mediante la resolución de la ecuación (8) con las condiciones de borde determinadas por las ecs. (9) a (11), mediante el método de elementos finitos.

La malla es generada con elementos triangulares y es refinada gradualmente hasta asegurar independencia de la solución, con respecto al tamaño de los triángulos (o análogamente a la cantidad de los mismos), vea tabla 1.

Se define la independencia de malla cuando, la diferencia entre dos soluciones con sucesivos incrementos en la cantidad de elementos (triángulos) es menor al 0,5%, es decir:

$$\left| \frac{(\tilde{T}_{max}^i - \tilde{T}_{max}^{i-1})}{\tilde{T}_{max}^{i-1}} \right| * 100 < 0,5 \tag{21}$$

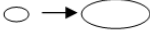
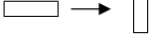
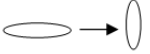
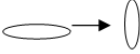

Tabla 1. Tabla de independencia de malla.

<i>Nº refinación</i>	<i>Nº triángulos</i>	\tilde{T}_{max}^i	$(\tilde{T}_{max}^i - \tilde{T}_{max}^{i-1}) / \tilde{T}_{max}^{i-1}$
<i>Inicio</i>	<i>142</i>	<i>0,3645</i>	-
<i>1º</i>	<i>568</i>	<i>0,3666</i>	<i>0,58</i>
<i>2º</i>	<i>2272</i>	<i>0,3668</i>	<i>0,05</i>
<i>3º</i>	<i>9088</i>	<i>0,3669</i>	<i>0,03</i>

En el caso expuesto en la tabla 1 la independencia de malla es alcanzada con el segundo refinamiento.

La optimización es llevada a cabo, por medio de la obtención del valor mínimo de la máxima temperatura sobre el dominio variando los 5 grados de libertad definidos en la ec. 18 para diferentes valores de la restricción ϕ , analizando todas las posibles combinaciones en los rangos establecidos en la tabla 2. Los rangos de variación del análisis fueron establecidos, atendiendo a limitaciones físicas y estructurales básicas que debe cumplir el diseño del perfil de álabe (limitar concentración de tensiones en bordes agudos de elipses, espesores mínimos de pared, etc.)

Tabla 2. Rangos de variación de grados de libertad y restricción.

<i>Rangos</i>	<i>Indicaciones</i>
$\phi = [0,1 - 0,35]$	relación material (cavidad/sólido)
$\phi_0 = [\frac{\phi}{3} - 0,9\phi]$	tamaño de la elipse "0" 
$\frac{\tilde{H}}{\tilde{L}} = [0,3 - 2]$	relación de aspecto del dominio 
$\frac{\tilde{H}_0}{\tilde{L}_0} = [0,4 - 2]$	relación de aspecto de la elipse "0" 
$\frac{\tilde{H}_1}{\tilde{L}_1} = [0,4 - 2]$	relación de aspecto de la elipse "1" 
$\frac{\tilde{H}_2}{\tilde{H}} = [0,1 - \frac{(H - 2H_1)}{H}]$	espesor de pared entre elipse "1" y superficie externa 

El diseño Constructral corresponde con aquella geometría óptima que genera el valor mínimo de máxima temperatura sobre la superficie del álabe, sobre todas las combinaciones geométricas posibles. Para encontrar tal geometría, es obtenido el campo de temperaturas sobre el sólido para más de 5000 combinaciones de diferentes geometrías en los rangos establecidos en la tabla 2.

Debido al gran número de variables a analizar, la optimización se llevó a cabo siguiendo la secuencia que se detalla a continuación:

- Se mantiene una relación de material fija ϕ .
- Primer paso: Se analiza respecto de $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ el comportamiento de $\frac{\tilde{H}_2}{\tilde{H}}$ con relación a los otros 4 grados de libertad restantes.
- Segundo paso: Se analiza respecto de $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ el comportamiento de $\frac{\tilde{H}_0}{\tilde{L}_0}$, $\frac{\tilde{H}_1}{\tilde{L}_1}$, y ϕ_0 manteniendo constante el resto de las variables.
- Tercer paso: Se analiza respecto de $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ el comportamiento de $\frac{\tilde{H}}{\tilde{L}}$ y ϕ_0 manteniendo constantes los valores óptimos hallados en los pasos previos.
- Cuarto paso: Se analiza respecto de $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ el comportamiento de la relación material ϕ y el resto de las variables, mediante la repetición de los pasos 1, 2 y 3 para diferentes valores de ϕ .

9. Resultados

Los resultados del primer paso, arrojan que la $\tilde{T}_{m\acute{a}x}$ crece monótonamente a medida que $\frac{\tilde{H}_2}{\tilde{H}}$ es incrementado, para diferentes valores de $\frac{\tilde{H}}{L}$; $\frac{\tilde{H}_0}{L_0}$; $\frac{\tilde{H}_1}{L_1}$. Al analizar la variación de $\frac{\tilde{H}_2}{\tilde{H}}$ con respecto a ϕ_0 , para valores constantes del resto de las variables, se observan dos cuestiones las cuales se evidencian en la figura 3. La curva de $\phi_0 = 0,074$ es la que genera menor máxima temperatura sobre el sólido para todos los valores de $\frac{\tilde{H}_2}{\tilde{H}}$, lo que evidencia la existencia de un ϕ_0 óptimo que no corresponde al extremo del rango de variación. Además, se observa un decrecimiento en la máxima temperatura monótonamente con la reducción de $\frac{\tilde{H}_2}{\tilde{H}}$ para todos los valores de ϕ_0 , salvo para $\phi_0 = 0,084$ curva para la cual aparece un mínimo. Al analizar más detalladamente ese comportamiento, se observa que para todos los valores superiores a $\phi_0 = 0,080$ existe un valor óptimo de $\frac{\tilde{H}_2}{\tilde{H}}$, superior al mínimo del rango de variación, que minimiza la máxima temperatura. Este comportamiento se explica ya que, para esa configuración geométrica, valores de $\frac{\tilde{H}_2}{\tilde{H}} < 0,2$ generan isothermas menos planas (esbeltas), generando gradientes de temperatura cada vez más pronunciados a medida que $\frac{\tilde{H}_2}{\tilde{H}}$ se reduce. Debido a que las curvas con valores de $\phi_0 > 0,084$ no representan mínimos relativos de máxima temperatura, no resulta de interés para este trabajo profundizar el análisis del comportamiento particular en dicho rango de configuración geométrica.

Después de analizar el comportamiento de $\frac{\tilde{H}_2}{\tilde{H}}$ con el resto de las variables, se concluye que el valor óptimo absoluto corresponde a $\left[\frac{\tilde{H}_2}{\tilde{H}}\right]_{opt} = 0,1$ para valores de ϕ_0 menores a 0,08.

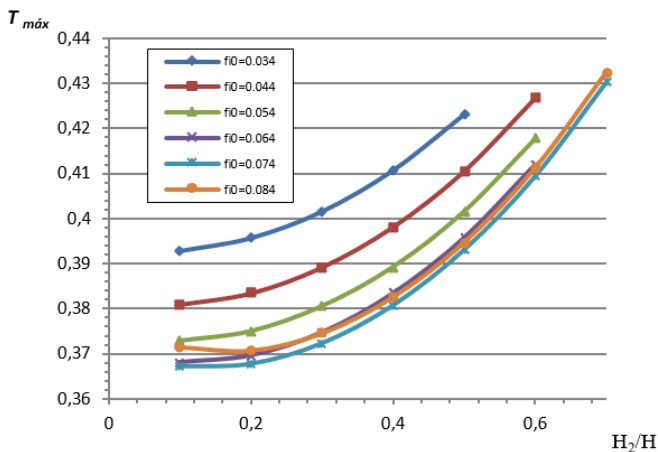


Figura 3. Temperatura máxima vs. \tilde{H}_2/H para diferentes ϕ_0 constantes, con $\phi=0,1$ $H_1/L_1=0,4$; $H_0/L_0=0,4$ y $H/L=0,4$.

Los resultados del segundo paso, manteniendo constante el valor óptimo $\left[\frac{\tilde{H}_2}{\tilde{H}}\right]_{6pt} = 0,1$ hallado en el paso 1, arrojan la existencia, de un valor óptimo de ϕ_0 para cada \tilde{H}_0/\tilde{L}_0 como se muestra en la figura 4 (a) para valores constantes de ϕ ; \tilde{H}_1/\tilde{L}_1 y \tilde{H}_2/\tilde{L}_2 . El valor mínimo de la máxima temperatura se logra con la mínima relación de aspecto de la elipse "0", $\left[\frac{H_0}{L_0}\right]_{opt} = 0,4$ cuyo mínimo absoluto, puede adelantarse se alcanzará para el valor $\phi_0 = 0,07$.

Siendo que se ha mantenido constante $\phi=0,1$ de la ec. (15) se obtiene $\phi_1 = 0,03$, resultando el área total de la elipse "0" 4,6 veces mayor al área de la elipse "1" sobre el perfil del álabo.

De la figura 4 (b), es inferido que para todas las curvas de ϕ_0 constante decrece la máxima temperatura a medida que \tilde{H}_1/\tilde{L}_1 es reducido. Nuevamente valores de $\phi_0 \geq 0,080$ no representan curvas de mínima máxima temperatura, por lo cual no su análisis no es realizado. Se concluye que el valor óptimo de relación de aspecto de la elipse "1" corresponde al extremo inferior del rango de variación $\left[\frac{H_1}{L_1}\right]_{opt} = 0,4$.

La figura 9.3, muestra una grafica de T_{max} vs. \tilde{H}_0/\tilde{L}_0 para diferentes valores de \tilde{H}_1/\tilde{L}_1 donde se evidencia que la mínima temperatura se alcanza en los extremos del rango de variación, siendo el mínimo absoluto, cuando ambas elipses poseen la mínima relación de aspecto posible, es decir $\left[\frac{H_0}{L_0}\right]_{opt} = 0,4$ y $\left[\frac{H_1}{L_1}\right]_{opt} = 0,4$.

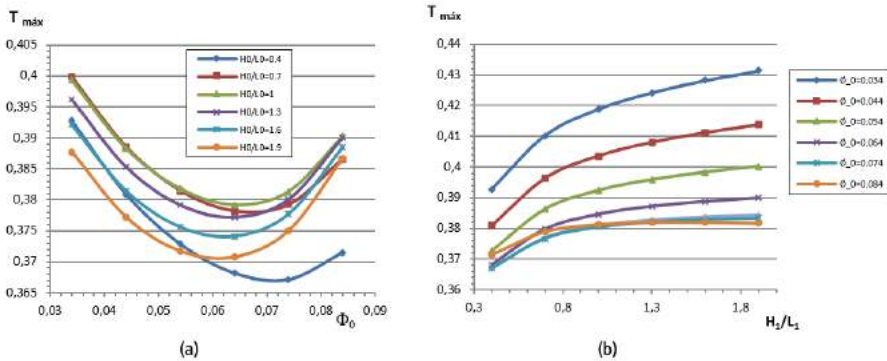


Figura 4. (a) Temperatura máxima vs. ϕ_0 para diferentes \tilde{H}_0/\tilde{L}_0 con $\phi=0,1$; $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=0,4$; $\tilde{H}_2/\tilde{L}_2=0,4$; y $\tilde{H}_2/\tilde{H}=0,1$.

(b) Temperatura máxima vs. \tilde{H}_1/\tilde{L}_1 para diferentes ϕ_0 con $\phi=0,1$; $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0=0,4$; $\tilde{H}_2/\tilde{L}_2=0,4$; y $\tilde{H}_2/\tilde{H}=0,1$.

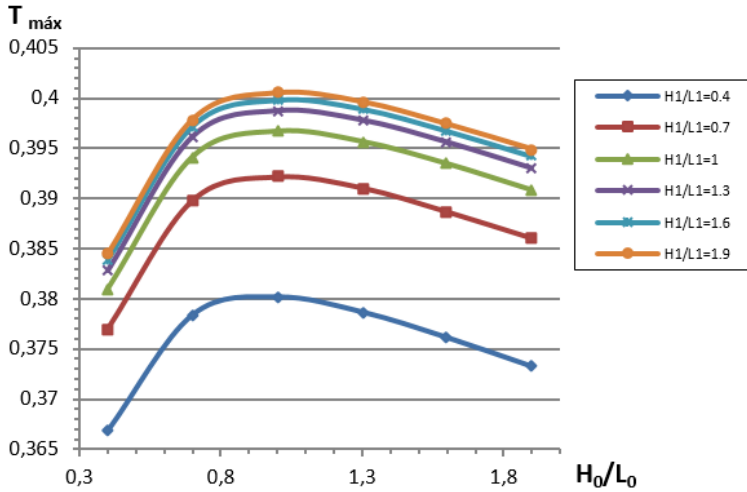


Figura 5. Temperatura máxima vs. \tilde{H}_0/\tilde{L}_0 para diferentes \tilde{H}_1/\tilde{L}_1 con $\phi=0,1$; $\phi_0=0,7$; $\tilde{H}\tilde{L}=0,4$; y $\tilde{H}_2/\tilde{H}=0,1$.

Para el tercer paso de análisis se mantienen constante los valores óptimos $\left[\frac{\tilde{H}_0}{\tilde{L}_0}\right]_{opt} = 0,4$; $\left[\frac{\tilde{H}_1}{\tilde{L}_1}\right]_{opt} = 0,4$; $\left[\frac{\tilde{H}_2}{\tilde{H}}\right]_{opt} = 0,1$. Al analizar el comportamiento de T_{max} respecto a la relación de aspecto del dominio \tilde{H}/\tilde{L} y al tamaño relativo de las elipses, para una relación de material fija $\phi=0,1$, tal como se representa en la figura 6 (a), las curvas de ϕ_0 constante evidencian gran sensibilidad respecto de $\tilde{H}\tilde{L}$, especialmente en el rango de 0,4 a 1 donde el comportamiento es prácticamente lineal con una elevada pendiente. Con una adecuada selección de $\tilde{H}\tilde{L}$ y ϕ_0 sería posible, a priori, reducir a la mitad la máxima temperatura. En la figura 6 (b) se ha realizado una ampliación del gráfico de la figura 6 (a) en el rango de $\tilde{H}\tilde{L}$ de 0,25 a 0,55 donde se logran menores temperaturas. A simple vista, se evidencia la existencia de un único valor óptimo de relación de aspecto para cada curva de ϕ_0 , cuyo valor de $\tilde{H}\tilde{L}$ ocurre entorno de 0,3 a 0,4. A su vez se remarca, que para cada valor de $\tilde{H}\tilde{L}$ existirá, un único valor óptimo de ϕ_0 , siendo que el mínimo absoluto de máxima temperatura se obtiene para $[\phi_0]_{opt} = 0,07$ y $\left[\frac{\tilde{H}}{\tilde{L}}\right]_{opt} = 0,36$.

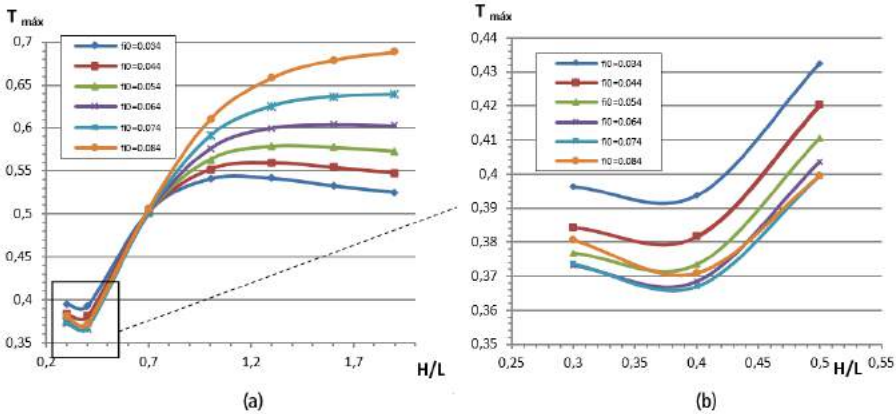


Figura 6. (a) Temperatura máxima vs. $\tilde{H}\tilde{L}$ para diferentes ϕ_0 , con $\phi=0,1$; $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=0,4$; $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0=0,4$; $\tilde{H}\tilde{L}=0,4$ y $\tilde{H}_2/\tilde{H}=0,1$.
 (b) Ampliación de figura 6 (a). Temperatura máxima vs. $\tilde{H}\tilde{L}$ para diferentes ϕ_0 , con $\phi=0,1$; $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=0,4$; $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0=0,4$; $\tilde{H}\tilde{L}=0,4$ y $\tilde{H}_2/\tilde{H}=0,1$.

Cuarto paso: hasta aquí se ha encontrado el diseño óptimo para una relación de material fija $\phi = 0,1$. Repitiendo los 3 pasos de análisis sistemáticamente para diferentes valores de ϕ , es posible encontrar el diseño Constructral para diferentes relaciones de material. Los resultados establecen que los valores óptimos de relación de aspecto de ambas elipses y espesor de pared continúan siendo óptimos para los valores inferiores de escala, es decir $\left[\frac{\tilde{H}_0}{\tilde{L}_0}\right]_{opt} = 0,4$; $\left[\frac{\tilde{H}_1}{\tilde{L}_1}\right]_{opt} = 0,4$; y $\left[\frac{\tilde{H}_2}{\tilde{H}}\right]_{opt} = 0,1$, para diferentes valores de ϕ . Sin embargo, el tamaño relativo de las elipses ϕ_0 y la relación de aspecto del dominio $\tilde{H}\tilde{L}$, continúan mostrando que existe un valor óptimo para cada curva de ϕ constante, que minimiza la máxima temperatura, tal como se observa en las figuras 7 (a) y 7 (b). La tabla 3 resume los resultados del diseño Constructral para diferentes valores de ϕ , donde además indica la correspondiente relación entre área total del conducto elíptico "0" y área total del conducto elíptico "1". En la figura 8 se muestran las isotermas sobre los perfiles de la tabla 3.

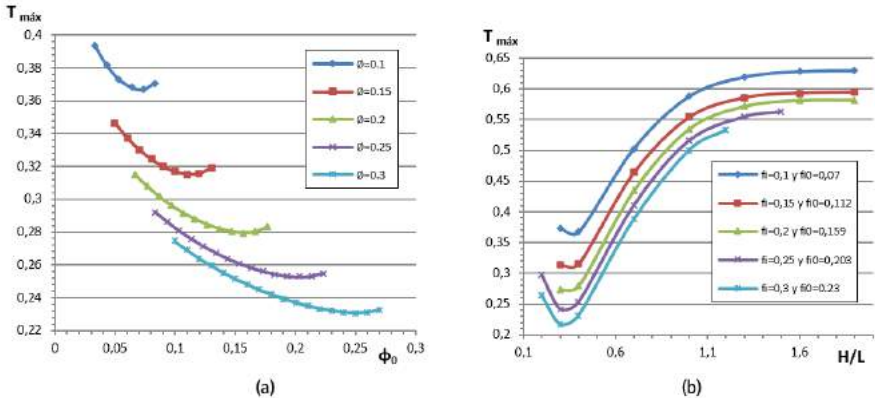


Figura 7. (a) Temperatura máxima vs. ϕ_0 para diferentes ϕ , con $\tilde{H}_0/\tilde{L}_0=0.4$; $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=0.4$ y $\tilde{H}_2/H=0.1$.
 (b) Temperatura máxima vs. \tilde{H}_0/\tilde{L}_0 para diferentes ϕ y su valor óptimo de ϕ_0 , con $\tilde{H}_1/\tilde{L}_1=0.4$ y $\tilde{H}_2/H=0.1$.

Tabla 3. Diseño Constructual para diferentes relaciones de material ϕ .

DISEÑO CONSTRUCTUAL										
ϕ	$[\phi_0]_{opt}$	$[\phi_1]_{opt}$	$[\tilde{H}/\tilde{L}]_{opt}$	$[\tilde{H}_0/\tilde{L}_0]_{opt}$	$[\tilde{H}_1/\tilde{L}_1]_{opt}$	$[\tilde{H}_2/\tilde{H}]_{opt}$	\tilde{T}_{max}	\tilde{R}_{min}	$[A_0/A_1]_{opt}$	Figura 8
0,1	0,069	0,031	0,36	0,4	0,4	0,1	0,363	0,091	4,5	(a)
0,15	0,109	0,041	0,34	0,4	0,4	0,1	0,308	0,077	5,3	(b)
0,2	0,149	0,051	0,33	0,4	0,4	0,1	0,270	0,067	5,8	(c)
0,25	0,19	0,06	0,32	0,4	0,4	0,1	0,240	0,060	6,3	(d)
0,3	0,23	0,07	0,31	0,4	0,4	0,1	0,215	0,054	6,6	(e)
0,35	0,27	0,08	0,3	0,4	0,4	0,1	0,195	0,049	6,8	(f)

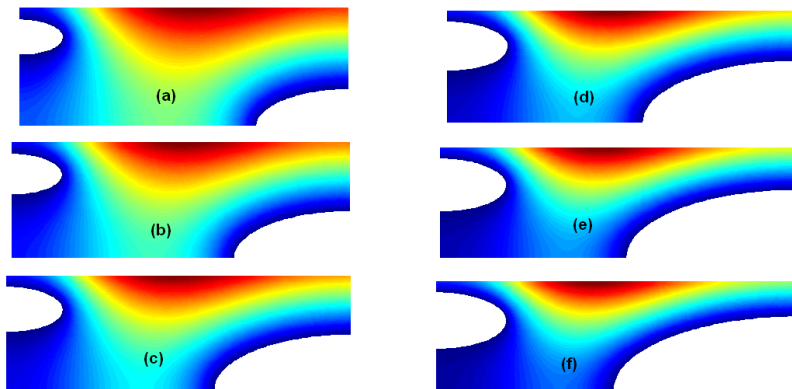


Figura 8. Perfil de temperaturas para diferentes \tilde{H}_0/\tilde{L}_0 con geometrías óptimas referidas a la tabla 9.6

10. Conclusiones

Después de analizar la influencia de los 5 grados de libertad y de la restricción (relación de material), se concluye que es posible diseñar el perfil de álabe elemental de forma óptima que minimice la resistencia térmica a la transferencia de calor y por ende, desarrolle el menor valor de temperatura máxima sobre la superficie del mismo. El comportamiento de $\frac{\bar{H}_2}{\bar{H}}$, $\frac{\bar{H}_0}{L_0}$ y $\frac{\bar{H}_1}{L_1}$ respecto de la $T_{m\acute{a}x}$, resultó tal como podría esperarse, tomando valores óptimos en los extremos inferiores de los rangos de variación, resultando en la menor distancia a recorrer por el flujo de calor. Sin embargo, se concluye que existe para cada relación de material (ϕ), una única relación óptima de áreas de conductos elípticos (A_0/A_1), y una única relación de aspecto del dominio (H^*L^*) que minimizan la resistencia térmica. Esto se explica ya que el diseño Constructral es aquel que facilita el acceso del flujo de calor, generando isotermas más planas (esbeltas) sobre el perfil. Mediante el diseño Constructral es posible reducir a la mitad la temperatura máxima con un adecuado H^*L^* como así lo indican los valores de la tabla 3. A su vez en la figura 7 a, establece que para diferentes relaciones de material se puede reducir hasta un 15% en el mejor de los casos la $T_{m\acute{a}x}$ con la adecuada selección de la relación de áreas de los canales elípticos ϕ_0 .

La tabla 3 resume los diseños óptimos para diferentes relaciones de material, donde se puede concluir la significativa influencia de la relación de material en la temperatura máxima, pudiendo reducirse el valor de $T_{m\acute{a}x}$, un 46% al pasar de una relación de 10% ($\phi = 0,1$) a 35% ($\phi = 0,35$). En la misma tabla, se observa además un incremento sostenido de las relaciones de áreas óptimas de los canales (A_0/A_1) a medida que (ϕ) es aumentado, pasando de 4,5 a 6,8, significando un aumento de 33%.

Tomando de referencia el trabajo realizado por Huijun Feng et al. [1], donde se ha encontrado el diseño Constructral para canales circulares, fue posible mediante la transformación de canales circulares a canales elípticos y una adecuada selección de los 5 grados de libertad, una reducción de la temperatura máxima adimensional de 9,3% al pasar de $\bar{T}_{m\acute{a}x} = 0,4$ a $\bar{T}_{m\acute{a}x} = 0,363$, para $\phi = 0,1$. Mientras que para $\phi = 0,3$ se ha logrado pasar de $\bar{T}_{m\acute{a}x} = 0,27$ a $\bar{T}_{m\acute{a}x} = 0,215$, significando una reducción de 20% en la máxima temperatura alcanzada sobre la superficie del perfil.

11. Referencias

- [1] J. Han, S. Dutta, S. Ekkad, "Gas Turbine Heat Transfer and Cooling Technology". 2 editions (November 27, 2012) ISBN-13:978-1439855683, Taylor & Francis, New York.
- [2] Bejan- Lorente, "Design with Constructral Theory", Jhon Wiley and sons, 2008.
- [3] Rocha- Bejan- Lorente, "Constructral Law and the Unifying Principle of design". Springer, 2013.
- [4] Huijun Feng, Lingen Chen, Zhihui Xie, Fengrui Sun, "Constructral design for gas-turbine blade based on minimization of maximum thermal resistance", Applied Thermal Engineering 90 (2015) 792e797.
- [5] M. H. Alhajeri, H. Alhamad Alhajeri, Jasem Alrajhi, Mohsen Alardhi, Sulaiman Alshaye, "Numerical Analysis of Fluid Flow in Turbine Blade Cooling Passage", International Journal of Science and Advanced Technology (ISSN 2221-8386) Vol. 1 N° 8 Oct. 2011.

- [6] Je-Chin Han, "Recent Studies in Turbine Blade Cooling", *International Journal of Rotating Machinery*, 10(6): 443–457, 2004, Taylor & Francis Inc.
- [7] Je-Chin Han, Lesley M. Wright, "Enhanced Internal Cooling of Turbine Blades and Vanes", *Turbine Heat Transfer Laboratory, Department of Mechanical Engineering, Texas A&M University College Station, Texas 77843-3123, USA.*
- [8] Ron S. Bunker, "Cooling Design Analysis", GE Global Research One Research Circle, K-1 ES-104 Niskayuna, NY 12309
- [9] Jenny Sundberg, "Heat Transfer Correlations for Gas Turbine Cooling", <http://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:21321/FULLTEXT01.pdf>// pagina consultada el 06/06/16.
- [10] A. Ahmed J. Al-Luhaibi, M. Tariq "Thermal analysis of cooling effect on gas turbine blade". *IJRET: International Journal of Research in Engineering and Technology*, 3-3: 603-610, 2014.
- [11] H. Iacovides, Mehrdad Raisee, "Flow and heat transfer in straight cooling passages with inclined ribs on opposite walls: An experimental and computational study", *Experimental Thermal and Fluid Science* 27 (2003) 283–294.
- [12] Majid Rezazadeh Reyhani, Mohammad Alizadeh, AlirezaFathi, Hiwa Khaledi, "Turbine blade temperature calculation and life estimation - a sensitivity analysis", *Propulsion andPowerResearch2013;2(2):148–161.*
- [13] T. Ravi Teja, S. Krishna Chaitanya, "Case study on Turbine Blade Internal Cooling", *International Journal of Engineering Research & Technology (IJERT)*, Vol. 2 Issue 3, March – 2013, ISSN: 2278-0181.
- [14] Hasan Nasir, "Turbine blade tip cooling and heat transfer", Doctoral thesis, B.S., Bangladesh University of Engineering and Technology, December 2004.
- [15] Je-Chin Han, Srinath Ekkad, "Recent Development in Turbine Blade Film Cooling" *International Journal of Rotating Machinery* 2001, Vol. 7, No. 1, pp. 21-40.
- [16] Rui Xu, Jinliang Hou, Li Wang, Yanfei Yu, Jiaying Wei, Changfeng Li, "Fluid Flow and Heat Transfer Characteristics in a 180-deg Round Turned Channel with a Perforated Divider", *Journal of Applied Mathematics and Physics*, 2014, 2, 411-417.
- [17] Masanori Yuri, Junichiro Masada, Keizo Tsukagoshi, Eisaku Ito, Satoshi Hada, "Development of 1600°C-Class High-efficiency Gas Turbine for Power Generation Applying J-Type Technology", *Mitsubishi Heavy Industries Technical Review* Vol. 50 No. 3 (September 2013).
- [18] Jaeyong Ahn, M.T. Schobeiri, Je-Chin Han, Hee-Koo Moon, "Effect of rotation on leading edge region film cooling of a gas turbine blade with three rows of film cooling holes". *International Journal of Heat and Mass Transfer* 50 (2007) 15–25.
- [19] Waseem Siddique, Doctoral Thesis "Design of Internal Cooling Passages: Investigation of Thermal Performance of Serpentine Passages". Division of Heat and Power Technology, Department of Energy Technology, Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden 2011, ISBN 978-91-7501-147-9.
- [20] Michele Ferlauto, "An Inverse Method of Designing the Cooling Passages of Turbine Blades Based on the Heat Adjoint Equation", *Institution of Mechanical Engineers, PartA: Journal of Power and Energy*, pp. 328-339. ISSN 0957-6509.
- [21] C. Zhou, H. Hodson, G. Lock, "A numerical analysis of heat transfer and effectiveness on film cooled turbine blade tip model". NASA technical documents, 1999.

