

氏 名 傅愛玲 授与した学位 博 士 理 学 専攻分野の名称 学位授与番号 博甲第 号 5957 学位授与の日付 平成31年 3月25日 専攻 学位授与の要件 自然科学研究科 数理物理科学 (学位規則第4条第1項該当) Qualitative behaviors of solutions in reaction-diffusion systems 学位論文の題目 (反応拡散方程式系における解の定性的振舞い) 論文審查委員 教授 谷口 雅治 准教授 大下 承民 准教授 楠岡誠一郎

学位論文内容の要旨

The thesis is divided into four chapters. The first chapter includes introduction and problem formulation of the following three chapters.

Chapter 2 surveys the discrete Allen-Cahn problems on a line. It includes the analysis of bifurcation diagram of positive stationary solutions and large time behavior of any positive solution. We were able to find all critical values of bifurcation diagram of stationary problem and classify the behavior of positive solutions. The result is new because there was no corresponding result for discrete Allen—Cahn equations.

Chapter 3 is related to the so-called a center problem of reaction diffusion problem. We consider the solutions of reaction diffusion system that become spatially homogeneous as time diverges to plus infinity and converge to one solution of the corresponding ordinary differential system. This type of phenomenon could be seen in Lotka-Volterra reaction diffusion system, Gierer-Meinhardt reaction diffusion system and singular prey-predator system and so on. The aim of our paper is to find a general theory that covers a large class of reaction terms which produce eventually spatially homogeneous oscillation as explained above. We succeeded to formulate in a very general setting, including the above examples, and theorem does not have any restriction for space dimension, with requirement that diffusion coefficients of both components must be equal.

In chapter 4, we survey blow-up problem of a Cauchy problem of quasilinear equation which solution behaves like a positive solution of the corresponding ordinary differential equation at space infinity. We obtain the precise description of the large time behavior of the solution and reveal the relationship between the behavior of the solution and the nonlinear diffusion. The result claims that if the diffusion is relatively slow at space infinity, the solution blows up only at space infinity, otherwise the solution can enjoy total blow-up phenomenon, which was not found before by other researchers.

論文審査結果の要旨

本論文は"Qualitative behaviors of solutions in reaction-diffusion systems" (反応拡散方程式系における解の 定性的振舞い) と題し、序文および三つの章からなっている。

第1章 "Introduction"では本論文で得られた結果が概観されている。

第2章 "Discrete Allen-Cahn problem"では、空間的かつ時間的に離散化したAllen-Cahn方程式において、解の比較定理が成立するための空間的な刻み目と時間的な刻み目が満たすべき条件について述べられている。またこの条件のもとで離散化Allen-Cahn方程式において、正値な平衡解がただ一つ存在することを証明し、その漸近安定性を示している。

第3章 "Center problem of reaction-diffusion system"においては、反応拡散方程式系における解の「空間一様な時間周期解」への漸近的収束について議論がなされている。自明なゼロ解が非退化であるという条件のもとで、その近傍においてハミルトニアン(Hamiltonian)が新しく構成されている。またこのハミルトニアンを用いて、解が空間一様な時間周期解に漸近的に収束することが証明されている。またその周期は一般に初期値に依存するが、反応拡散方程式系の非線形項が等時的(isochronous)である場合には周期が初期値に依存しない一定値であることが証明されている。

第4章 "Total blow-up of non-decaying solution for quasi-linear problem"においては、非線形項をもつ 退化拡散方程式の解の全域爆発(total blow-up)が研究されている。解の値が時間とともに無限大になる点 の集合である爆発点集合が空間全体である場合に、解は全域爆発すると呼ばれる。本章では全域爆発する 解の存在が初期値を適切に選ぶことにより証明されている。

以上のように本論文は、反応拡散方程式系における解の定性的振舞いについて新しい知見を与えたもので理学上貢献するところ大である。よって本論文は博士(理学)の学位に相応しいものと認める。