

UDK:532.5/532.21  
Originalni naučni rad

## PRIKAZ MODELA LINIJSKOG TEČENJA U KORITU ZA VELIKU VODU ZASNOVANOG NA RAZMENI KOLIČINE KRETANJA IZMEĐU GLAVNOG KORITA I PLAVNIH POVRŠINA

Dejana ĐORĐEVIĆ, Ivan STOJNIĆ, Filip MUHIĆ  
Građevinski fakultet Univerziteta u Beogradu

### REZIME

Cilj ovog rada je da se stručnoj javnosti prikaže model linijskog tečenja u koritu za veliku vodu koji do sada nije primenjivan u našoj inženjerskoj praksi. Reč je o modelu koji ima dvostruku namenu. Kada se raspolaze zabeleženim tragovima velikih voda, može se iskoristiti za definisanje krive protoka u domenu vodostaja koji prevazilaze granice osnovnog korita, ali je isto tako pogodan i za procenu nagiba linije energije u proračunima linijskog tečenja za protoke pri kojima se voda izliva iz osnovnog korita. Model je proveren korišćenjem rezultata merenja u pravolinijskom prizmatičnom laboratorijskom kanalu Hidrauličke laboratorije u Volingfordu namenjenom ispitivanju tečenja u koritu za veliku vodu. Razmotren je uticaj dva činioca na krivu protoka – širine plavnih površina i različite rapavosti dna glavnog korita i plavnih površina. Rezultati modela upoređeni su i sa rezultatima tradicionalnih modela koji se standardno koriste u inženjerskoj praksi. Poređenje ukazuje na to da se najbolja slaganja sa merenjima postižu upravo primenom modela razmene količine kretanja između glavnog korita i plavnih površina, dok se tradicionalnim modelom zasnovanim na podeli preseka na hidraulički homogene segmente vrednosti protoka značajno procenjuju.

**Ključne reči:** korito za veliku vodu, kriva protoka, model linijskog tečenja, razmena količine kretanja, nagib linije energije

### 1. UVOD

Strujanje u koritu za veliku vodu (KVV), koje nastaje izlivanjem vode iz osnovnog korita nakon prekoračenja njegove propusne moći, složenije je od onog u glavnom koritu pre početka izlivanja vode na plavne površine. Osnovni uzroci stvaranja složene strujne slike su: 1) naglo proširenje korita, 2) obraslost plavnih površina razli-

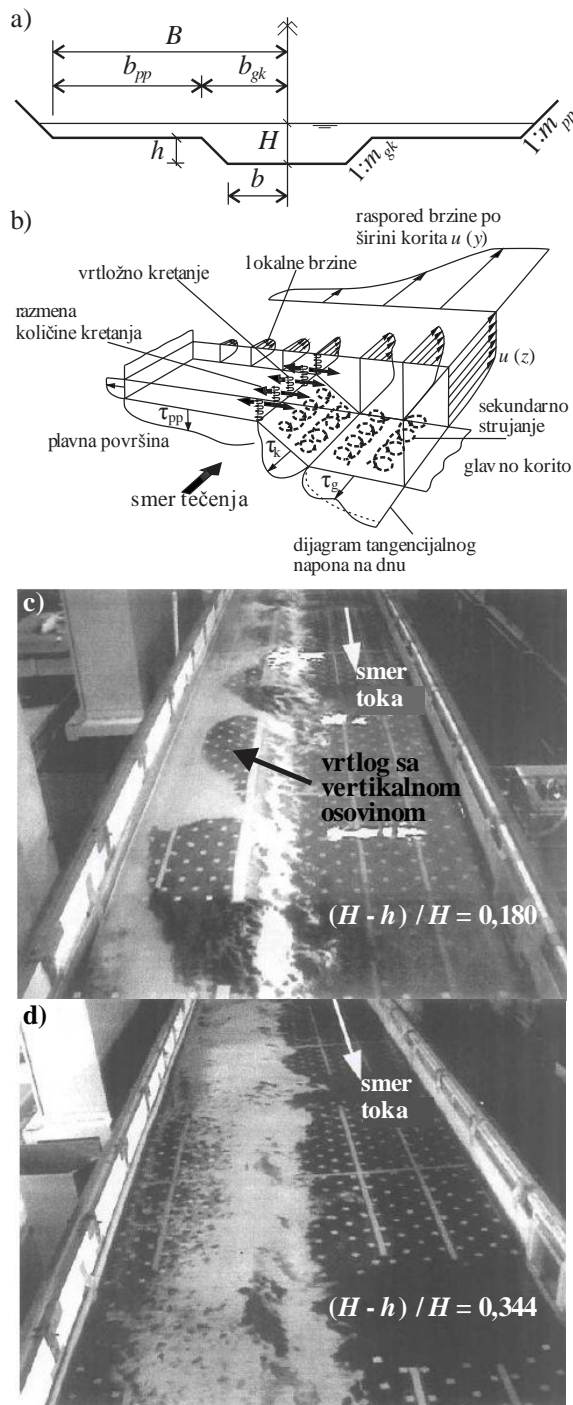
čitim vrstama rastinja zbog kojeg je njihova rapavost znatno veća od rapavosti glavnog korita, 3) neravnomern prostorni raspored te rapavosti i 4) krivudanje trase osnovnog korita. Početkom 1990-ih, pri Međunarodnom udruženju za hidraulička istraživanja osnovana je radna grupa sa ciljem da se: 1) izuče osobenosti strujanja u KVV, 2) proveru važenje postojećih zakona otpora tečenju u otvorenim tokovima izvedenih za korita jednostavne geometrije, 3) proveru valjanost tradicionalnih metoda za procenu krive protoka u KVV kao što su metoda jedinstvenog preseka (MJP) u kojoj se protok procenjuje korišćenjem Šezi-Maningove jednačine na osnovu vrednosti ekvivalentne rapavosti dobijene težinskim osrednjavanjem rapavosti srazmerno pripadajućem delu okvašenog obima ili metoda hidraulički homogenih segmenata/delova (MHHS) u kojoj se protok kroz složeni presek dobija na osnovu procenjenih vrednosti protoka kroz delove poprečnog preseka sa nepromenljivom rapavošću, opet uz korišćenje Šezi-Maningove jednačine, 4) po potrebi predlože novi postupci za utvrđivanje krive protoka u KVV, 5) formulišu matematički modeli za proračun linijskog jednolikog i nejednolikog tečenja u KVV i 6) formulišu modeli tečenja u ravni poprečnog preseka (modeli ravanskog tečenja) kako bi se utvrdili rasporedi brzine i tangencijalnog napona po širini složenog korita, koji su bitni za procenu vučne sile toka i zasipanja plavnih površina. Objavljivanjem dve evropske direktive – Direktive 2007/60/EC Evropskog parlamenta i Saveta o proceni i upravljanju rizicima od poplava i Direktive o vodama 2000/60/EC, aktualizovana su istraživanja u ovoj oblasti rečne hidraulike kako u zemljama članicama EU, tako i kod nas. O tome govore brojni radovi i saopštenja u vezi sa: preliminarnom procenom rizika od poplava na teritoriji Republike Srbije [6], procenom i kartiranjem rizika od poplava [7 i 8], određivanjem ekološki prihvatljivih protoka u cilju postizanja povoljnog ekološkog statusa tekućih i stajaćih voda [3], rehabilitacijom reka u naseljenim sredinama gde

su, zbog izgradnje različitih urbanih sadržaja na plavnim površinama, ozbiljno pogoršani uslovi tečenja i povećani nivoi poplavnih talasa iste verovatnoće prevazilaženja [11].

Osnovu istraživanja ove radne grupe čine hidraulička modelska ispitivanja. Za sada su najbrojnija ona izvedena u pravolinijskim prizmatičnim i neprizmatičnim kanalima dvogubog pravougaonog ili trapeznog poprečnog preseka (slika 1a), dok je broj ispitivanja u meandrirajućim kanalima srazmerno mali.

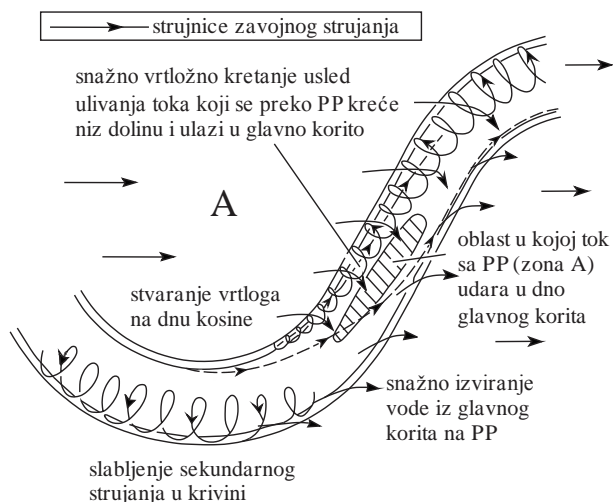
Ogledi u pravolinijskim prizmatičnim kanalima sa glatkim plavnim površinama pokazali su da se pri malim relativnim dubinama vode na plavnim površinama  $(H - h) / H < 0,25$  (gde je  $H$  dubina vode u glavnom koritu, a  $h$  dubina glavnog korita, slika 1a) na granici između glavnog korita i plavnih površina na rasporedu brzine po širini poprečnog preseka  $u(y)$  javlja tačka infleksije sa velikim gradijentima brzine (slika 1b). Usled izraženog smicanja između brze vodene struje u glavnom koritu i sporog toka preko plavne površine, na prelazu iz glavnog korita na plavnu površinu stvaraju se dugački vrtlozi sa vertikalnom osovinom (slika 1c). Kroz ove vrtloge se posredstvom turbulentne difuzije  $u'v'$  u horizontalnoj i  $u'w'$  u vertikalnoj ravni razmenjuje količina kretanja između glavnog korita i plavnih površina (slika 1b). Sa povećanjem dubine na plavnim površinama ( $(H - h) / H \geq 0,25$ ) raspored brzine po širini poprečnog preseka postaje ravnomerniji – tačka infleksije prelazi u lokalni minimum, pa su gradijenti sa obe strane zamišljene granične površine znatno manjeg intenziteta od onih pri  $(H - h) / H < 0,25$ . Zbog toga se na prelazu iz glavnog korita na plavnu površinu sa obe strane zamišljene granice javljaju znatno kraći vrtlozi sa vertikalnom osovinom praćeni prekidnim zavojnim strujanjem sa približno horizontalnom osovinom (slika 1d). Zavojno strujanje sa raznih strana zamišljene granične površine je suprotnog smera.

U neprizmatičnim koritima voda se, zbog preraspodele brzina po širini poprečnog preseka izazvane proširenjem ili suženjem korita, izliva iz glavnog korita na plavne površine ili se sa plavnih površina vraća u glavno korito, tako da osim bočne razmene turbulentnom difuzijom postoji i tzv. „geometrijska” razmena količine kretanja. Ukupna razmena količine kretanja između glavnog korita i plavnih površina dobija se sabiranjem ove dve komponente. I razmena količine kretanja turbulentnom difuzijom i „geometrijska” razmena predstavlja bočnu razmenu količine kretanja između dva manje-više



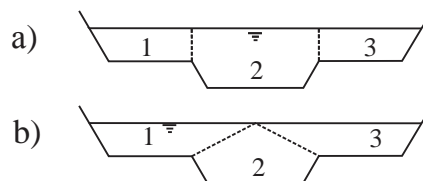
Slika 1. a) Geometrija KVV, b) prostorno tečenje u KVV [5], c) dugački vrtlozi sa vertikalnom osovinom na plavnoj površini  $(H - h) / H = 0,180$  i d) kraći vrtlozi sa vertikalnom osovinom sa raznih strana granične površine između glavnog korita i plavne površine  $(H - h) / H = 0,344$  [4]

naporedna toka. Kada je trasa glavnog korita zakrivljena, bočnoj razmeni pridružuje se i razmena količine kretanja između toka koji se kreće niz rečnu dolinu i toka koji se kreće kroz glavno korito (slika 2). Ovakvo strujanje, međutim, još uvek nije dovoljno izučeno.



Slika 2. Međudejstvo tokova koji se kreću niz rečnu dolinu i kroz glavno korito [5]

Iako je još sredinom 1980-ih, analizirajući sile koje deluju na tri osnovna dela složenog preseka – glavno korito i dve plavne površine, Miodrag Radojković, profesor Građevinskog fakulteta u Beogradu, predložio poboljšanje tradicionalnog računskog postupka zasnovanog na podeli preseka na hidraulički homogene delove, u našoj inženjerskoj praksi se za proračun linijskog jednolikog i nejednolikog tečenja u KVV još uvek koristi MHHS. Suština Radojkovićevog postupka je obuhvatanje razmene količine kretanja između glavnog korita i plavne površine pomoću tzv.  $\phi$ -indeksa, koji predstavlja odnos sile trenja i komponente sile gravitacije koja deluje u pravcu tečenja u razmatranom segmentu složenog preseka [15]. Metoda  $\phi$ -indeksa uspešno je korišćena u analizi rezultata merenja prikupljenih u velikom laboratorijskom kanalu za ispitivanje tečenja u KVV, napravljenom u Hidrauličkoj laboratoriji u Volingfordu (VKV) za potrebe istraživanja već pomenute radne grupe. Vormilton i Meret [15] su pokazali da se ova metoda može sa podjednakim uspehom primeniti na različite slučajeve podele složenog preseka – podelu vertikalnim i dijagonalnim ravnima (slika 3) i da se najbolje slaganje sa merenjima postiže upravo u slučajevima sa povećanom rapavošću plavne površine, kada je međudejstvo glavnog korita i plavne površine najizraženije.



Slika 3. Podela poprečnog preseka KVV na hidraulički homogene segmente; a) vertikalnim i b) dijagonalnim ravnima [15]

Nekoliko godina kasnije, Ekers [1] je, koristeći već dovoljno obiman fond merenja, predložio empirijski postupak za poboljšanje rezultata dobijenih standardnom MHHS. Suština ovog postupka je u određivanju tzv. *koherencije* koja predstavlja odnos protočnosti poprečnog preseka kao celine i zbira protočnosti hidraulički homogenih segmenata. Koherencija je, dakle, bezdimenzionalna veličina koja je pokazatelj hidrauličke homogenosti složenog poprečnog preseka. Vrednosti protoka, dobijene Ekersovim postupkom su, kao što će se videti, potcunjene.

Krajem 1990-ih Buzmar i Zek [2] predložili su fizički zasnovan matematički model linijskog jednolikog/nejednolikog tečenja u KVV u kojem se prilikom procene nagiba linije energije, osim uticaja trenja, uzimaju u obzir i „gubici” energije usled razmene količine kretanja između glavnog korita i plavne površine turbulentnom difuzijom i „gubici” usled „geometrijske” razmene. Ovaj model, koji će se u nastavku skraćeno označavati sa MRKK, dao je znatno bolja slaganja sa merenjima od Ekersovog i dva tradicionalna modela (MJP i MHHS) [1, 14, 9]. Tokom prve decenije XXI veka, Prust i ost. [12] unapredili su matematički model linijskog nejednolikog tečenja u KVV koji su 1985. godine predložili Jen i ost. i nazvali ga metodom nezavisnih segmenata/delova (MNS). Kao i u MRKK, i u ovom matematičkom modelu dve osnovne jednačine (jednačina održanja mase i jednačina održanja količine kretanja) ispisuju se za svaki deo složenog preseka vodeći računa o međudejstvu susednih segmenata. Razlika MNS u odnosu na MRKK ogleda se u načinu rešavanja jednačina. U MRKK sistem jednačina se pogodnim zamenama prevodi u jednu nelinearnu jednačinu sa jednom nepoznatom, dok se u MNS do raspodele protoka po segmentima dolazi rešavanjem sistema jednačina. Postupak određivanja razmene količine kretanja turbulentnom difuzijom i „geometrijske” razmene između susednih segmenata sličan je onom u modelu Buzmara i Zeka.

U ovom radu prikazaće se MRKK koju su predložili Buzmar i Zek sa ciljem da se naša stručna javnost upozna sa jednom od savremenih metoda proračuna tečenja

u KVV. MNS biće prikazana u radu koji je u pripremi. MRKK će najpre biti proverena korišćenjem rezultata merenja iz VKV. Za proveru će se koristiti tri ogleadne postavke – dve sa glatkim i jedna sa rapavim plavnim površinama da bi se, istovremeno, ukazalo i na uticaj geometrije poprečnog preseka i na uticaj povećane rapavosti plavne površine na oblik krive protoka u KVV. Važnost uzimanja u obzir razmene količine kretanja između glavnog korita i plavne površine prilikom procesne protoka kroz KVV (određivanja krive protoka) biće istaknuta poređenjem rezultata dobijenih korišćenjem MRKK sa rezultatima dobijenim primenom tradicionalnih metoda (MJP i MHHS). Na kraju će se rezultati fizički zasnovanih metoda, koje uzimaju u obzir razmenu količine kretanja (MRKK i metoda Radojkovića) uporediti sa Ekersovim empirijskim postupkom da bi se ukazalo na prednost fizički zasnovanih metoda nad empirijskim metodama.

## 2. MATEMATIČKI MODEL

Matematički model linijskog ustaljenog tečenja u koritu za veliku vodu, koji su predložili Buzmar i Zek [2], zasniiva se na prikazanom konceptualnom modelu (slika 1b).

U modelu razmene količine kretanja poprečni presek KVV deli se vertikalnim ravnima na glavno korito i plavne površine, a jednačine održanja mase i količine kretanja ispisuju se posebno za svaki deo složenog preseka. U opštem slučaju postoje tri dela (segmenta) – glavno korito i dve plavne površine. Pri ispisivanju osnovnih jednačina uticaj izostavljenog susednog dela ili izostavljenih susednih delova uzima se u obzir uvođenjem dodatnih članova. U jednačinu održanja mase uvodi se jedinični bočni protok  $q_b$  (bočni protok po jedinici dužine). On predstavlja zbir jediničnog bočnog dotoka  $q_{ul}$  u razmatrani deo poprečnog preseka i jediničnog bočnog isticanja iz tog dela  $q_{izl}$ . Radi kraćeg pisanja, izostaviće se indeks  $i$  kojim se označava razmatrani deo poprečnog preseka ( $i = 1, 2, 3$ ). Jednačina održanja mase tada glasi:

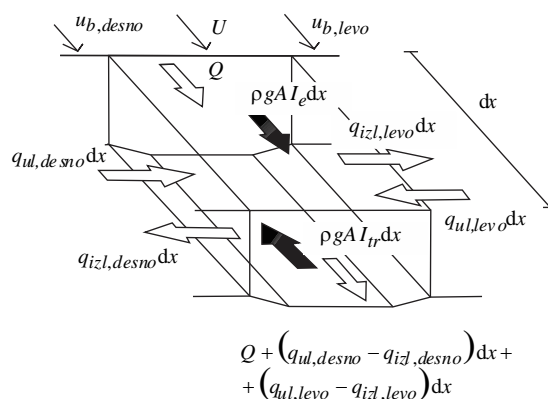
$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial t} = q_b = q_{ul} - q_{izl} \quad (1)$$

Prostorna koordinata  $x$  i vreme  $t$  su u ovoj jednačini nezavisno promenljive, dok su površina razmatranog dela poprečnog preseka  $A$ , protok kroz taj deo preseka  $Q$  i jedinični bočni protok  $q_b$ , zavisno promenljive. Kod prizmatičnih korita nema promene geometrije duž toka, pa se bočni dotok i bočno isticanje međusobno potiru kao veličine istog intenziteta ali suprotnog smera. Isto važi i za razmenu protoka usled turbulentne difuzije, ali ne i za

razmenu količine kretanja između glavnog korita i plavnih površina turbulentnom difuzijom.

Prema zakonu održanja količine kretanja, promena proticaja količine kretanja izazvana dejstvom spoljašnjih (površinskih i zapreminskih) sila dovodi do promene količine kretanja unutar razmatrane kontrolne zapremine. Jednačina održanja količine kretanja za elementarnu deonicu dužine  $dx$  (slika 4) glasi:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho AU) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho AU^2) + \rho g A \frac{\partial Z}{\partial x} + \rho g A I_{tr} - \rho q_{ul} u_b + \rho q_{izl} U = 0 \quad (2)$$



Slika 4. Shema sila i uticaja za kontrolnu zapreminu jednog segmenta KVV (glavno korito)

Veličine iz prethodne jednačine imaju sledeće značenje:  $\rho$  je gustina vode,  $U = Q/A$  je srednja brzina u razmatranom delu poprečnog preseka,  $Z$  je nivo vode u poprečnom preseku,  $g$  je ubrzanje Zemljine teže,  $I_{tr}$  je nagib linije energije usled trenja, a  $u_b$  komponenta brzine susednog dela preseka u pravcu glavnog toka kojom se ostvaruje unos količine kretanja. Kada se jednačina (2) podeli sa  $\rho$ , izvodi proizvoda napišu u razvijenom obliku i iskoristi jednačina održanja mase (1), prethodna jednačina dobija sledeći oblik:

$$A \frac{\partial U}{\partial t} + g A \frac{\partial}{\partial x} \left( Z + \frac{U^2}{2g} \right) = q_{ul} (u_b - U) - g A I_{tr} \quad (3)$$

Uočava se da na promenu količine kretanja neposredno utiče samo bočni dotok  $q_{ul}$ , dok se uticaj isticanja iz razmatranog segmenta obuhvata implicitno preko člana koji opisuje promenu energije duž toka (drugi član sa leve strane znaka jednakosti). Važna posledica ove asime-

trije između doticanja vode u segment i njenog isticanja iz segmenta je činjenica da između susednih segmenata postoji razmena količine kretanja čak i onda kada je vremenski osrednjeni pronos mase kroz zajedničku graničnu površinu jednak nuli.

U uslovima ustaljenog tečenja, prvi član sa leve strane znaka jednakosti jednak je nuli, pa jednačina održanja količine kretanja za ustaljeno tečenje glasi:

$$I_e = -\frac{\partial}{\partial x} \left( Z + \frac{U^2}{2g} \right) = I_{tr} + \frac{q_{ul}(U - u_b)}{gA} \quad (4)$$

Zapaža se da u koritu za veliku vodu tok ne „gubi” mehaničku energiju samo usled trenja, već i usled razmene količine kretanja između susednih segmenata. Drugi član sa desne strane znaka jednakosti predstavlja nagib linije energije usled razmene količine kretanja i označiće se sa  $I_{rkk}$ . U opštem slučaju postoje dva susedna segmenta, pa se ukupni dotok  $q_{ul}$  može predstaviti zbirom dotoka iz susednih segmenata. U tom slučaju jednačina (4) dobija sledeći oblik:

$$I_e = I_{tr} + \frac{q_{ul,d}(U - u_{b,desno}) + q_{ul,l}(U - u_{b,levo})}{gA} = I_{tr} + I_{rkk} \quad (5)$$

Uvođenjem oznake  $\chi = I_{rkk} / I_{tr}$  za odnos ove dve komponente „gubitaka” izraz za nagib linije energije postaje:

$$I_e = I_{tr} (1 + \chi) \quad (6)$$

Ovde je važno naglasiti da je nagib linije energije  $I_e$  isti u celom poprečnom preseku, a da se nagibi linije energije usled trenja  $I_{tr}$  i razmene količine kretanja  $I_{rkk}$  razlikuju po segmentima, zbog različite rapavosti u glavnom koritu i na plavnim površinama. Stoga će ovi nagibi nositi i oznaku segmenta  $i$ :  $I_{tr,i}$  i  $I_{rkk,i}$ , a njihov odnos biće označen sa  $\chi_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ .

Kao što je već pomenuto, tokovi koji različitim brzinama struje kroz susedne segmente, međusobno razmenjuju količinu kretanja posredstvom turbulentne difuzije ili usled razmene mase izazvane neprizmatičnošću korita. Shodno tome, deo jediničnog bočnog dotoka koji potiče od turbulentne difuzije označiće se sa  $q_{ul}^t$ , a deo koji potiče od promene geometrije korita sa  $q_{ul}^g$ . U nastavku se prikazuje kako se modeliraju ove dve komponente bočnog dotoka.

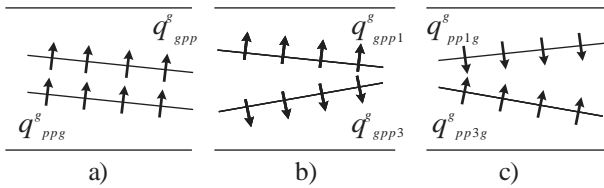
**Model razmene količine kretanja turbulentnom difuzijom** zasniva se na modelu dužine mešanja u horizontalnoj ravni. Buzmar i Zek su izabrali ovaj model zato što omogućava relativno jednostavno definisanje krive protoka i uspostavljanje veze između protoka i nagiba linije energije [2].

U ovom modelu, bočni dotok iz glavnog korita na plavnu površinu  $q_{ppg}^t$  i bočni dotok sa plavne površine u glavno korito  $q_{ppg}^t$  računaju se množenjem apsolutne vrednosti fluktuacije poprečne komponente brzine osrednjene po dubini  $|\overline{v'}|$  i granične površine jedinične dužine  $(H - h_i)$ , gde je  $H$  dubina vode u glavnom koritu, a  $h_i$  dubina glavnog korita na strani plavne površine  $i$  (slika 1a). Pri tome se pretpostavlja da je osrednjena turbulentna fluktuacija poprečne komponente brzine proporcionalna apsolutnoj vrednosti razlike brzina u dva susedna segmenta  $|U_{gk} - U_{pp}|$ :

$$q_{ppg}^t = q_{ppg}^t = |\overline{v'}| (H - h_{pp}) = \psi^t |U_{gk} - U_{pp}| (H - h_{pp}) \quad (7)$$

Koeficijent proporcionalnosti označen je sa  $\psi^t$ . Buzmar i Zek usvajaju da je bočni dotok iz glavnog korita, zbog njegove oscilujuće prirode, jednak dvostrukom bočnom dotoku sa plavne površine kroz istu graničnu površinu [2].

**Razmena količine kretanja usled promene geometrije.** Jedan od važnih parametara koji utiče na propusnu moć plavne površine jeste njena širina. Pošto šire plavne površine imaju veću protočnost od uskih plavnih površina, usputnim proširivanjem plavne površine njena protočnost se povećava, dok se usputnim sužavanjem, njena protočnost smanjuje. Povećanje i smanjenje protočnosti plavnih površina u pravcu toka znači i usputnu promenu raspodele protoka između segmenta KVV. Ova promena raspodele protoka nastaje usled bočne razmene protoka kroz graničnu površinu između glavnog korita i plavne površine. Bočni jedinični dotok iz glavnog korita usled proširenja plavne površine označiće se sa  $q_{ppg}^g$ , a jedinični dotok sa plavne površine usled njenog sužavanja u pravcu toka, sa  $q_{ppg}^g$ . Na slici 5 prikazane su moguće dispozicije neprizmatičnog KVV.



Slika 5. Prikaz različitih dispozicija neprizmatskog KVV: a) istovremeno proširivanje jedne, i sužavanje druge plavne površine, pri čemu se širina osnovnog korita ne menja, b) istovremeno proširivanje obe plavne površine na račun suženja glavnog korita i c) istovremeno sužavanje obe plavne površine zbog proširenja glavnog korita

Kada se plavna površina proširuje važi sledeće:

$$q_{ppg}^g = 0 \quad \wedge \quad q_{gpp}^g = \frac{dQ_{pp}}{dx} = \frac{dK_{pp}}{dx} I_{tr,pp}^{1/2} \quad (8)$$

a kada se sužava:

$$q_{ppg}^g = -\frac{dQ_{pp}}{dx} = -\frac{dK_{pp}}{dx} I_{tr,pp}^{1/2} \quad \wedge \quad q_{gpp}^g = 0 \quad (9)$$

U prethodnim izrazima zanemarena je promena nagiba \$I\_{tr}\$ na deonici na kojoj se menja protočnost plavne površine [2]. Izrazi (8) i (9) skraćeno se mogu napisati na sledeći način:

$$q_{ppg}^g = \psi^g \kappa_{ppg} \frac{dK_{pp}}{dx} I_{tr,pp}^{1/2} \quad \text{i} \quad (10)$$

$$q_{gpp}^g = \psi^g \kappa_{gpp} \frac{dK_{pp}}{dx} I_{tr,pp}^{1/2}$$

gde je:

$$\kappa_{ppg} = \begin{cases} 0, & \frac{dK_{pp}}{dx} > 0 \\ -1, & \frac{dK_{pp}}{dx} < 0 \end{cases} \quad \wedge \quad \kappa_{gpp} = \begin{cases} 1, & \frac{dK_{pp}}{dx} > 0 \\ 0, & \frac{dK_{pp}}{dx} < 0 \end{cases} \quad (11)$$

a \$\psi^g\$ koeficijent proporcionalnosti kojim se uzima u obzir promena vrednosti tangencijalnog napona na plavnoj površini pri njenom punjenju i pražnjenju. Tako se pri povlačenju vode u glavno korito vrednost tangencijalnog napona na plavnoj površini povećava, a pri izlivanju iz glavnog korita, smanjuje.

### 3. PRIMENA MODELA U REŠAVANJU PRAKTIČNIH INŽENJERSKIH ZADATAKA

Kao što je u uvodnom delu pomenuto, model razmene količine kretanja pogodan je za: 1) procenu protoka u koritu za veliku vodu na osnovu snimljenih tragova velike vode, tj. za definisanje krive protoka i 2) za procenu nagiba linije energije u proračunu linije nivoa kada su poznati nivo i protok velike vode. Za procenu protoka velike vode potrebni su sledeći podaci:

- 1) geometrija poprečnog preseka,
- 2) prosečna vrednost nagiba dna \$I\_d\$,
- 3) vrednosti Maningovog koeficijenta rapavosti po segmentima složenog preseka i
- 4) zabeležena / snimljena kota nivoa velike vode,

dok su za procenu nagiba linije energije potrebni:

- 1) geometrija poprečnog preseka,
- 2) prosečna vrednost nagiba dna \$I\_d\$,
- 3) kota nivoa velike vode,
- 4) protok velike vode i
- 5) vrednosti Maningovog koeficijenta rapavosti po segmentima KVV.

Ova dva problema se u metodi razmene količine kretanja rešavaju korišćenjem Maningove jednačine za proračun linijskih otpora i izraza za procenu ukupnog nagiba linije energije \$I\_e = I\_{tr,i} (1 + \chi\_i)\$. Protok u segmentu \$i\$ računa se prema izrazu:

$$Q_i = A_i U_i = \frac{A_i R_i^{2/3}}{n_i} I_{tr,i}^{1/2} = K_i I_{tr,i}^{1/2} = K_i \left( \frac{I_e}{1 + \chi_i} \right)^{1/2} \quad (12)$$

a srednja brzina prema:

$$V_i = \frac{R_i^{2/3}}{n_i} \left( \frac{I_e}{1 + \chi_i} \right)^{1/2} \quad (13)$$

Parametri \$\chi\_i\$ za tri segmenta korita za veliku vodu se, imajući u vidu i jednačinu (5), računaju prema sledećim izrazima:

- leva plavna površina:

$$\chi_1 = \frac{1}{gA_1} \left[ \psi^t (H - h_1) \left( \frac{R_2^{2/3}}{n_2} \left( \frac{1 + \chi_1}{1 + \chi_2} \right)^{1/2} - \frac{R_1^{2/3}}{n_1} \right) + \right. \quad (14a)$$

$$\left. + \psi^g \kappa_{21} \frac{dK_1}{dx} \right] \left[ \frac{R_1^{2/3}}{n_1} - \frac{R_2^{2/3}}{n_2} \left( \frac{1 + \chi_1}{1 + \chi_2} \right)^{1/2} \right]$$

- glavno korito:

$$\begin{aligned} \chi_2 = & \frac{1}{gA_2} \left[ \psi^t(H-h_1) \left( \frac{R_2^{2/3}}{n_2} \left( \frac{1+\chi_1}{1+\chi_2} \right)^{\frac{1}{2}} - \frac{R_1^{2/3}}{n_1} \right) + \right. \\ & \left. + \psi^g \kappa_{12} \frac{dK_1}{dx} \right] \left[ \frac{R_2^{2/3}}{n_2} \left( \frac{1+\chi_1}{1+\chi_2} \right)^{\frac{1}{2}} - \frac{R_1^{2/3}}{n_1} \right] \left( \frac{1+\chi_1}{1+\chi_2} \right) + \quad (14b) \\ & + \frac{1}{gA_2} \left[ \psi^t(H-h_3) \left( \frac{R_2^{2/3}}{n_2} \left( \frac{1+\chi_3}{1+\chi_2} \right)^{\frac{1}{2}} - \frac{R_3^{2/3}}{n_3} \right) + \right. \\ & \left. + \psi^g \kappa_{32} \frac{dK_3}{dx} \right] \left[ \frac{R_2^{2/3}}{n_2} \left( \frac{1+\chi_3}{1+\chi_2} \right)^{\frac{1}{2}} - \frac{R_3^{2/3}}{n_3} \right] \left( \frac{1+\chi_2}{1+\chi_3} \right) \end{aligned}$$

- desna plavna površina:

$$\begin{aligned} \chi_3 = & \frac{1}{gA_3} \left[ \psi^t(H-h_3) \left( \frac{R_2^{2/3}}{n_2} \left( \frac{1+\chi_3}{1+\chi_2} \right)^{1/2} - \frac{R_3^{2/3}}{n_3} \right) + \right. \\ & \left. + \psi^g \kappa_{23} \frac{dK_3}{dx} \right] \left[ \frac{R_2^{2/3}}{n_2} \left( \frac{1+\chi_3}{1+\chi_2} \right)^{1/2} - \frac{R_3^{2/3}}{n_3} \right] \end{aligned} \quad (14c)$$

Uvođenjem smene:  $X_i = (1+\chi_i)^{1/2}$  (15)

sistem jednačina (14) dobija sledeći oblik:

$$\begin{aligned} X_1^2 - 1 = & \frac{1}{gA_1} \left[ \psi^t(H-h_1) \left( \frac{R_2^{2/3}}{n_2} \frac{X_1}{X_2} - \frac{R_1^{2/3}}{n_1} \right) + \right. \\ & \left. + \psi^g \kappa_{21} \frac{dK_1}{dx} \right] \left[ \frac{R_1^{2/3}}{n_1} - \frac{R_2^{2/3}}{n_2} \frac{X_1}{X_2} \right] \end{aligned} \quad (16a)$$

$$\begin{aligned} X_2^2 - 1 = & \frac{1}{gA_2} \left[ \psi^t(H-h_1) \left( \frac{R_2^{2/3}}{n_2} \frac{X_1}{X_2} - \frac{R_1^{2/3}}{n_1} \right) + \right. \\ & \left. + \psi^g \kappa_{12} \frac{dK_1}{dx} \right] \left[ \frac{R_2^{2/3}}{n_2} \frac{X_1}{X_2} - \frac{R_1^{2/3}}{n_1} \right] \left( \frac{X_1}{X_2} \right)^2 + \quad (16b) \\ & + \frac{1}{gA_2} \left[ \psi^t(H-h_3) \left( \frac{R_2^{2/3}}{n_2} \frac{X_3}{X_2} - \frac{R_3^{2/3}}{n_3} \right) + \right. \\ & \left. + \psi^g \kappa_{32} \frac{dK_3}{dx} \right] \left[ \frac{R_2^{2/3}}{n_2} \frac{X_3}{X_2} - \frac{R_3^{2/3}}{n_3} \right] \left( \frac{X_3}{X_2} \right)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X_3^2 - 1 = & \frac{1}{gA_3} \left[ \psi^t(H-h_3) \left( \frac{R_2^{2/3}}{n_2} \frac{X_3}{X_2} - \frac{R_3^{2/3}}{n_3} \right) + \right. \\ & \left. + \psi^g \kappa_{23} \frac{dK_3}{dx} \right] \left[ \frac{R_3^{2/3}}{n_3} - \frac{R_2^{2/3}}{n_2} \frac{X_3}{X_2} \right] \end{aligned} \quad (16c)$$

Uz pretpostavku da je brzina u glavnom koritu veća od brzine na plavnim površinama, ovaj sistem mora da zadovolji sledeće uslove:

$$0 < X_1 \leq 1 \wedge 1 \leq X_2 \wedge 0 < X_3 \leq 1 \quad (17a)$$

$$\frac{1}{X_1} \frac{R_1^{2/3}}{n_1} \leq \frac{1}{X_2} \frac{R_2^{2/3}}{n_2} \wedge \frac{1}{X_3} \frac{R_3^{2/3}}{n_3} \leq \frac{1}{X_2} \frac{R_2^{2/3}}{n_2} \quad (17b)$$

Jednačine (16a) i (16c) mogu se posmatrati kao kvadratne jednačine po nepoznatim  $X_1$ , odnosno  $X_3$ . Za praktično rešenje problema od interesa su samo njihovi pozitivni koreni koji zadovoljavaju uslov (17b):

$$\begin{aligned} \frac{X_1}{X_2} = & \frac{1}{2} \left\{ 2 \frac{\psi^t(H-h_1) R_1^{2/3} R_2^{2/3}}{gA_1 n_1 n_2} - \frac{\psi^g \kappa_{21} \frac{dK_1}{dx} R_2^{2/3}}{gA_1 n_2} \right\} + \\ & + \left\{ 4 \frac{\psi^t(H-h_1)}{gA_1} + \left( \frac{\psi^g \kappa_{21} \frac{dK_1}{dx}}{gA_1} \right)^2 \right\} \left( \frac{R_2^{2/3}}{n_2} \right)^2 + \quad (18a) \\ & + 4X_2^2 \left\{ 1 - \frac{\psi^t(H-h_1) \left( \frac{R_1^{2/3}}{n_1} \right)^2}{gA_1} + \frac{\psi^g \kappa_{21} \frac{dK_1}{dx} R_1^{2/3}}{gA_1 n_1} \right\} \left[ \frac{1}{2} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left[ X_2^2 + \frac{\psi^t(H-h_1) \left( \frac{R_2^{2/3}}{n_2} \right)^2}{gA_1} \right]^{-1} \\ \frac{X_3}{X_2} = & \frac{1}{2} \left\{ 2 \frac{\psi^t(H-h_3) R_3^{2/3} R_2^{2/3}}{gA_3 n_3 n_2} - \frac{\psi^g \kappa_{23} \frac{dK_3}{dx} R_2^{2/3}}{gA_3 n_2} \right\} + \\ & + \left\{ 4 \frac{\psi^t(H-h_3)}{gA_3} + \left( \frac{\psi^g \kappa_{23} \frac{dK_3}{dx}}{gA_3} \right)^2 \right\} \left( \frac{R_2^{2/3}}{n_2} \right)^2 + \quad (18b) \\ & + 4X_2^2 \left\{ 1 - \frac{\psi^t(H-h_3) \left( \frac{R_3^{2/3}}{n_3} \right)^2}{gA_3} + \frac{\psi^g \kappa_{23} \frac{dK_3}{dx} R_3^{2/3}}{gA_3 n_3} \right\} \left[ \frac{1}{2} \right] \\ & \left[ X_2^2 + \frac{\psi^t(H-h_3) \left( \frac{R_2^{2/3}}{n_2} \right)^2}{gA_3} \right]^{-1} \end{aligned}$$

Zamenom izraza (18a) i (18b) u jednačinu (16b) dobija se nelinearna jednačina u kojoj se pojavljuje samo jedna nepoznata veličina, a to je  $X_2$ :

$$F\left(\frac{X_1}{X_2}, \frac{X_3}{X_2}, X_2\right) = F(X_2) = 0 \quad (19)$$

Ova jednačina rešava se primenom Njutn-Rafsonovog postupka. Kada se sračuna  $X_2$ , veličine  $X_1$  i  $X_3$  lako se određuju iz izraza (18a) i (18b), a potom i nepoznati parametri  $\chi_i$  iz izraza (15). Sa tako sračunatim vrednostima  $\chi_i$ , koje su, kao što se uočava, isključivo funkcija geometrije poprečnog preseka i rapavosti segmenata, mogu se odrediti nepoznate veličine – protok  $Q$  i njegova raspodela po segmentima KVV ili nagib linije energije  $I_e$ .

S obzirom na to da su terenska merenja tokom poplavnih talasa teška i opasna, procena protoka  $Q$  zasniva se na pretpostavci jednolikog tečenja ( $I_e = I_d$ ):

$$Q = \sum_i Q_i = \sum_i K_i \left(\frac{I_e}{1+\chi_i}\right)^{1/2} = \sum_i \left(\frac{K_i}{(1+\chi_i)^{1/2}}\right) I_e^{1/2} \quad (20)$$

gde veličina:

$$K_i^* = \frac{K_i}{(1+\chi_i)^{1/2}} \quad (21)$$

predstavlja korigovanu protočnost segmenta, kojom je obuhvaćen uticaj razmene količine kretanja između glavnog korita i plavnih površina.

Nagib linije energije se, kao što je već pomenuto, računa na osnovu poznate kote nivoa velike vode i poznate ukupne vrednosti protoka  $Q$ :

$$I_e = I_{tr} + I_{rp} = I_{tr} (1+\chi) = \left(\frac{Q}{\sum_i K_i}\right)^2 (1+\chi) \quad (22)$$

gde je vrednost globalnog parametra  $\chi$  za ceo presek KVV definisana odnosom zbir protočnosti dobijenih podelom preseka na hidraulički homogene delove i zbir korigovanih protočnosti segmenata:

$$\chi = \left(\frac{\sum_i K_i}{\sum_i \left(K_i / (1+\chi_i)^{1/2}\right)}\right)^2 - 1 \quad (23)$$

Sledeći opisani postupak, u softverskom paketu MATLAB napisan je program pomoću kojeg su u ovom radu računane krive protoka za različite geometrije KVV i različite rapavosti plavnih površina.

#### 4. PROVERA MODELA

Za podešavanje vrednosti parametara matematičkog modela opisanog u prethodnoj tački i njegovu proveru korišćeni su rezultati merenja u VKV (slika 6).

##### 4.1 Opis laboratorijskog kanala i ogleda

VKV je pravolinijski prizmatičan kanal dvogubog trapeznog preseka. Kanal je dugačak 56 m i širok 10 m. Glavno korito je izrađeno od betona, a plavne površine napravljene su od ploča od pleksiglasa. Osnovne dimenzije dvogubog trapeznog poprečnog preseka, prikazane na slici 1a, uključujući i nagibe kosina, date su u tabeli 1. Za podešavanje vrednosti parametara modela i njegovu proveru korišćene su tri ogledne postavke (tabela 1). Prve dve su korišćene za ispitivanje uticaja promene širine plavne površine na krivu protoka u KVV, a prva i treća za ispitivanje uticaja rapavosti plavne površine. Za razliku od prve dve ogledne postavke (ogledi 2 i 3), u trećoj postavci (ogled 7) u dno od pleksiglasa pobodene su glatke šipke prečnika 25 mm, što je za posledicu imalo povećanje vrednosti Maningovog koeficijenta rapavosti, čija vrednost za glatku ravnu površinu iznosi  $n = 0,010 \text{ m}^{-1/3}\text{s}$ . Za postizanje veće rapavosti plavnih površina na svaki  $\text{m}^2$  plavne površine postavljano je po 12 šipki, čija je visina takva da im vrhovi dosežu iznad slobodne površine vode. Manja rapavost plavnih površina ostvarena je proređivanjem ove mreže, tj. izostavlja-



Slika 6. Laboratorijski kanal za ispitivanje tečenja u koritu za veliku vodu [15]



Tabela 1. Geometrija KVV za različite ogledne postavke

ogledna postavka	$B$ [ m ]	$b$ [ m ]	$B/b$ [ / ]	$m_{gk}$ [ / ]	rapavost pp
2	6,3	1,5	4,20	1	ne
3	3,3	1,5	2,20	1	ne
7	6,3	1,5	4,20	1	da*

\* Napomena: Podaci o vrednostima koeficijenta rapavosti plavnih površina mogu se naći u [1]

njem pojedinih šipki [1, 15]. U okviru svake ogledne postavke varirano je osam dubina, a merenja su obavljena u uslovima jednolikog tečenja. Nagib dna kanala nije menjan i iznosio je 1,027‰.

Pošto je kanal prizmatičan, razmena količine kretanja usled promene geometrije nije postojala, pa uticaj faktora proporcionalnosti  $\psi^g$  nije ispitivan ( $\psi^g = 0$ ).

#### 4.2 Krive protoka za različite geometrije korita

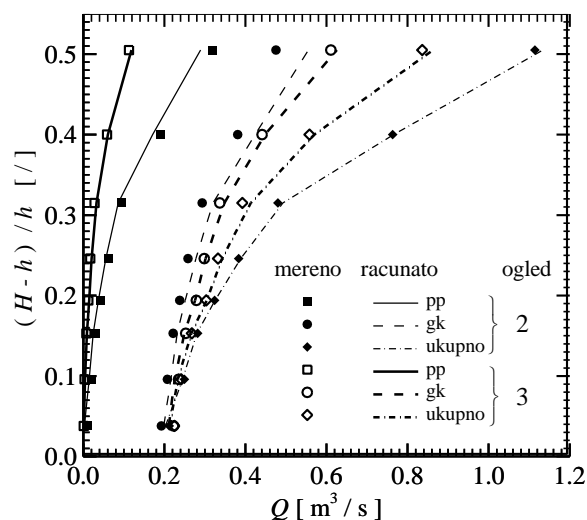
Uticaj širine plavne površine na krivu protoka ispitivan je poređenjem rezultata oglednih postavki 2 i 3, koje imaju isti oblik KVV i iste širine glavnog korita, ali različite širine plavnih površina. Optimalna vrednost parametra  $\psi^t$  određena je variranjem njegovih vrednosti u rasponu od 0,01 do 0,15. Najbolje slaganje sa izmerenim vrednostima kada je  $B/b = 4,20$  ostvareno je za  $\psi^t = 0,05$ , dok je za  $B/b = 2,20$  optimalna vrednost  $\psi^t = 0,10$  [14]. Relativno odstupanje u oba slučaja manje je od 5%.

Izmerene i sračunate krive protoka prikazane su na slici 7. Kao što se i očekivalo, na plavnim površinama sa većom širinom (ogled 2), ostvaruje se veći protok nego na plavnim površinama sa manjom širinom (ogled 3). Za  $(H-h)/H > 0,153$ , izmereni protoci na široj plavnoj površini su u proseku 3,5, a računski 2,7 puta veći od onih na užoj plavnoj površini. Pri manjim relativnim dubinama na plavnim površinama ove razlike su znatno izraženije što je posledica većih neizvesnosti merenja. Može se primetiti da se protoci u glavnom koritu vrlo malo razlikuju, naročito pri manjim dubinama vode na plavnim površinama, pa se zaključuje da najveći uticaj na vrednosti ukupnog protoka u KVV, u ovom slučaju, imaju upravo protoci zabeleženi na plavnim površinama.

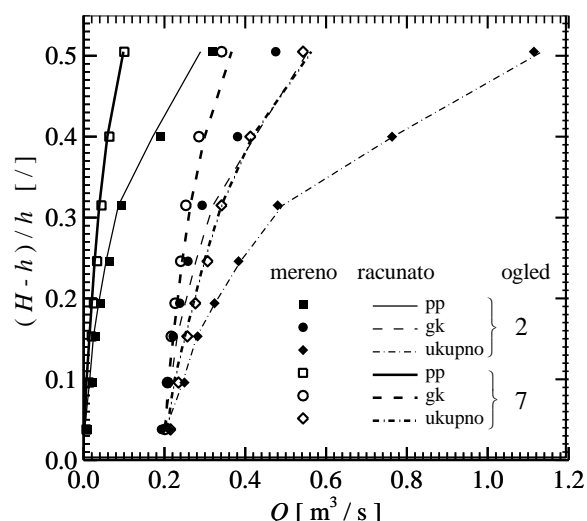
#### 4.3 Krive protoka za različite rapavosti plavnih površina

Tokom provere modela u uslovima povećane/smanjene rapavosti plavnih površina, parametar razmene količine kretanja usled turbulentne difuzije  $\psi^t$  variran je u opsegu

od 0,01 do 0,20. Pokazalo se da sve vrednosti parametra između 0,05 i 0,10 daju zadovoljavajuće rezultate, sa prosečnim relativnim odstupanjem manjim od 5%. Tokom podešavanja vrednosti parametra  $\psi^t$  pokazalo se da manje vrednosti ovog parametra daju bolje procene pri manjim protocima, dok veće vrednosti daju bolje procene pri većim protocima [9]. Kao što je već rečeno, u slučaju glatkih plavnih površina najbolje slaganje sa merenjima dobijeno je za vrednost  $\psi^t = 0,10$  dok je za ogledne sa rapavim plavnim površinama najbolje slaganje sa merenjima postignuto sa vrednošću  $\psi^t = 0,07$  [9].



Slika 7. Uticaj širine plavnih površina na krive protoka za glavno korito, plavne površine i ceo presek



Slika 8. Uticaj rapavosti plavnih površina na krive protoka za glavno korito, plavne površine i ceo presek

Uticaj rapavosti plavnih površina na krivu protoka, prikazan je na slici 8. Na njoj su upoređene krive koje odgovaraju ogleđnim postavkama sa istom geometrijom (ogledi 2 i 7), ali sa različitim vrednostima Maningovog koeficijenta rapavosti na plavnim površinama (tabela 1).

Kao što je i očekivano, veće vrednosti Maningovog koeficijenta rapavosti na plavnim površinama u trećoj ogleđnoj postavci (ogled 7) dovode do smanjenja protočnosti plavne površine, odnosno do usporenja toka i smanjenja protoka na plavnim površinama. Sa povećanjem dubine, uticaj Maningovog koeficijenta rapavosti na krivu protoka na plavnoj površini, a samim tim i na krivu protoka za ceo presek, postaje sve izraženiji.

Usled velike razlike brzina između glavnog korita i plavnih površina dolazi do intenzivne razmene količine kretanja na njihovoj granici, gde je gradijent brzine najveći, pa se brzina toka, odnosno protok, u glavnom koritu smanjuje, a brzina toka i protok na plavnim površinama se povećavaju. Efekat usporenja toka u glavnom koritu se najbolje uočava na krivama protoka za glavno korito, koje su prikazane na slici 8. Iako su geometrijske karakteristike preseka iste, krive protoka za glavno korito i plavne površine nemaju isti oblik, jer su razmene količine kretanja različite. Efekat usporenja je izrazitiji u slučaju plavnih površina sa većim vrednostima Maningovog koeficijenta rapavosti, jer je tada razlika brzina između glavnog korita i plavne površine veća. Ovaj efekat se takođe povećava sa povećanjem dubine, pa se može zaključiti da rapavost plavne površine ima značajan uticaj na krivu protoka u KVV. Primećuje se da je najveći zabeležen protok u trećoj ogleđnoj postavci (ogled 7) skoro dva puta manji od najvećeg protoka u prvoj ogleđnoj postavci (ogled 2).

Poređenje krivih protoka za glavno korito na slikama 7 i 8 pokazuje da je uticaj rapavosti plavnih površina na razmenu količine kretanja, odnosno usporenje toka u glavnom koritu, daleko izraženiji od uticaja širine plavne površine, što je i logično, pošto je i gradijent brzina u prvom slučaju mnogo veći.

## 5. POREĐENJE SA DRUGIM MODELIMA

Efekat razmene količine kretanja između glavnog korita i plavnih površina na raspored protoka u složenom koritu najbolje se može uočiti poređenjem rezultata dobijenih primenom MRKK sa tradicionalnim metodama (MJP i MHHS). On je ispitan na primeru ogleđne postavke sa rapavim plavnim površinama (ogled 7), zato

što ona najrealnije odražava uslove prisutne u KVV prirodnih vodotoka, gde su plavne površine znatno rapavije od glavnog korita, i gde se Maningov koeficijent rapavosti na plavnim površinama povećava sa porastom nivoa vode. U ovakvim uslovima tečenja međudejstvo glavnog korita i plavne površine je najizraženije. Kao što se vidi, posmatranjem KVV kao celine (bez međudejstva susednih segmenata) u MJP, ukupan protok kroz poprečni presek se potcenjuje, što je posledica nerealnog povećanja vrednosti Maningovog koeficijenta rapavosti u glavnom koritu. Relativno odstupanje od na izmerenih vrednosti kreće se u granicama od  $-49,5\%$  do  $-25,5\%$  (tabela 2). Ono se povećava sa povećanjem dubine vode na plavnoj površini. Sa druge strane, podela KVV na hidraulički homogene segmente ima suprotan efekat – precenjivanje ukupnog protoka, jer se u proračunu „gubitaka” energije uzimaju u obzir samo gubici usled trenja. U ovom slučaju relativno odstupanje u odnosu na izmerene vrednosti kreće se u rasponu od  $1,8\%$  do  $59,0\%$  (tabela 2).

Obe tradicionalne metode (MJP i MHHS) pokazale su na primerima glatkih plavnih površina (ogledi 2 i 3, tabela 2) bolje slaganje sa merenjima, što je posledica manjeg gradijenta brzina na granici glavnog korita i plavne površine, a samim tim i manjeg uticaja razmene količine kretanja na vrednost protoka. To je posebno izraženo kod MHHS, gde najveće relativno odstupanje za slučaj glatkih plavnih površina neznatno prelazi  $10\%$ . Ekersova empirijska metoda, kao i MJP, potcenjuje vrednosti ukupnog protoka, ali je u ovom slučaju relativno odstupanje manje. Ono se kreće u rasponu od  $-31,3\%$  do  $18,3\%$  (tabela 2). Pri malim dubinama na plavnim površinama Ekersov postupak ne daje fizički realne rezultate.

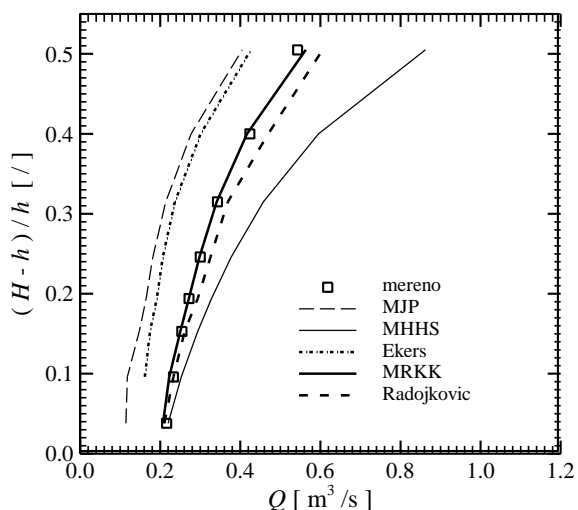
Najbolje slaganje sa krivom protoka sa modela pokazuju upravo metode zasnovane na razmeni količine kretanja između glavnog korita i plavnih površina, s tim što su u slučaju metode Radojkovića odstupanja od merenja nešto veća od onih dobijenih korišćenjem MRKK. Tako se pokazalo da metoda Radojkovića pri manjim dubinama vode na plavnim površinama ( $(H - h) / H < 0,096$ ) potcenjuje vrednosti protoka za svega  $2,5\%$ , dok ih pri većim dubinama precenjuje. Pri tome, relativno odstupanje raste sa povećanjem dubine, ali ne prelazi  $12\%$ . MRKK vrednosti protoka potcenjuje samo kada je dubina na plavnoj površini zanemarljivo mala, tj. kada počne izlivanje vode iz glavnog korita. Relativna odstupanja su u oba slučaja (precenjivanje i potcenjivanje) manja od  $5\%$ , što je u granicama greške merenja.

Tabela 2. Relativna odstupanja sračunatih vrednosti protoka u odnosu na izmerene vrednosti za sve ispitivane metode

Metoda	Ogledna postavka		
	2	3	7
MJP	-46,0 ÷ -1,0	-27,8 ÷ -0,7	-49,5 ÷ -25,5
MHHS	3,5 ÷ 11,1	-0,5 ÷ 11,0	1,8 ÷ 59,0
MRKK	-4,4 ÷ 2,6	-5,1 ÷ 5,3	-4,5 ÷ 3,7
Radojković	/	/	-2,5 ÷ 11,5
Ekers	/	/	-31,3 ÷ 18,3

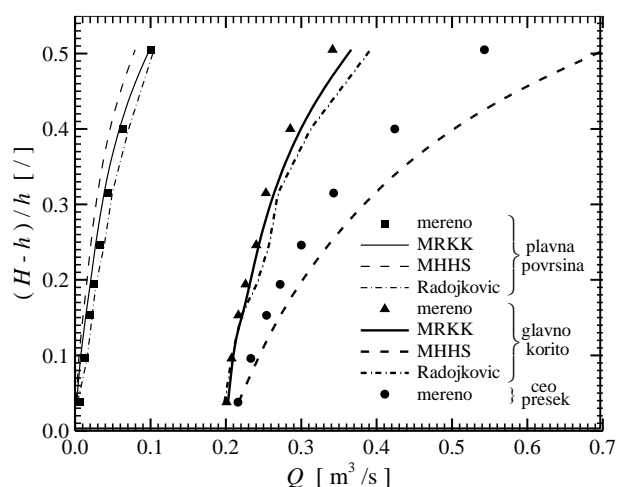
Za sve ispitivane dubine na modelu, prosečno relativno odstupanje za  $\psi' = 0,07$  u MRKK iznosi 2,1%, dok za drugu metodu zasnovanu na razmeni količine kretanja – metodu Radojkovića, ono iznosi 5,9%. Može se uočiti da MHHS daje zadovoljavajuće rezultate pri manjim vrednostima dubina na plavnim površinama, ali se odstupanje povećava sa povećanjem dubine i za najviši ispitivani nivo iznosi 37%.

Na slici 9 prikazan je samo ukupan protok. Odstupanja koja se dobijaju prilikom procene protoka po segmentima kada se koristi MHHS veća su od onih za ceo presek KVV, što je prikazano na slici 10. Razlog za to leži u činjenici da se u ovoj metodi zamišljena vertikala na granici između glavnog korita i plavnih površina ne uključuje u okvašeni obim, što je jednako pretpostavci da na toj granici ne postoji napon smicanja. Posledica ovoga je precenjivanje protoka u glavnom koritu i potcenjivanje protoka na plavnim površinama. Ova odstupanja su suprotnog znaka pa se sabiranjem potiru, što za posledicu ima bolju procenu protoka za



Slika 9. Poređenje različitih modela – krive protoka za ceo presek

ceo presek. Međutim, postoje procesi kao što su pronos nanosa i njegovo taloženje na plavnim površinama za koje je dobra procena protoka po segmentima veoma bitna. Na slici 10 se vidi da MRKK, za razliku od MHHS, veoma dobro procenjuje protoke po segmentima, što u izvesnoj meri važi i za metodu Radojkovića. Relativno odstupanje za glavno korito je u rasponu od 0,75% do 7,2%, a za plavne površine, od -70,0% do 2,0%. Velika odstupanja u proceni protoka na plavnim površinama javljaju se pri malim dubinama vode na plavnoj površini kada su vrednosti protoka zanemarljive u odnosu na protok celog korita.



Slika 10. Poređenje različitih modela – krive protoka po segmentima i kriva protoka za ceo presek

## 6. ZAKLJUČCI

U ovom radu prikazan je model linijskog tečenja u KVV zasnovan na razmeni količine kretanja između glavnog korita i plavnih površina. Model je proveren korišćenjem rezultata laboratorijskih ogleda u prizmatičnom KVV. Analizirani su uticaji različite: 1) geometrije korita i 2) rapavosti plavnih površina na krivu protoka u KVV, a rezultati dobijeni primenom ovog modela upoređeni su sa rezultatima dobijenim primenom tradicionalnih modela (MJP i MHHS), zatim empirijski zasnovanog Ekersovog modela i na kraju sa još jednim modelom zasnovanim na razmeni količine kretanja – modelom Radojkovića. Rezultati laboratorijskih ogleda poslužili su da se ispita osetljivost modela na vrednost parametra  $\psi'$  kojim se modelira razmena količine kretanja između glavnog korita i plavnih površina posredstvom turbulencije.

Ove analize dovele su do sledećih zaključaka:

1. Optimalne vrednosti parametra  $\psi'$  za oglede sa različitim širinama plavnih površina iznose  $\psi' = 0,05$  kada je  $B / b = 4,20$  i  $\psi' = 0,10$  za  $B / b = 2,20$ . Za oglede sa rapavim plavnim površinama optimalna vrednost je  $\psi' = 0,07$ .
2. Prosečno odstupanje rezultata MRKK od merenja pri svim ispitivanim vrednostima ovog parametra (0,05;0,10) ne prelazi 5%, što je u granicama greške merenja, pa se zaključuje da, za razliku od ostalih modela, MRKK u uslovima pojednostavljene geometrije KVV daje pouzdanu procenu krive protoka.
3. Variranje širine plavnih površina potvrdilo je ono što je već uočeno na hidrauličkom modelu, a to je da se propusna moć, odnosno protok kroz KVV smanjuje sa smanjenjem širine plavne površine. Ovaj uticaj se povećava sa povećanjem dubine vode.
4. Uticaj rapavosti plavnih površina na razmenu količine kretanja, odnosno ubrzanje toka u glavnom koritu, daleko je izraženiji od uticaja širine plavne površine, što je i očekivano s obzirom na to da je gradijent brzine u prvom slučaju znatno veći.
5. Povećanje koeficijenta rapavosti na plavnim površinama dovodi do smanjenja njihove propusne moći, a samim tim i do smanjenja ukupne propusne moći KVV. Ovaj uticaj je najizraženiji pri manjim dubinama, dok je pri većim dubinama, kada se veliki deo protoka kreće preko plavnih površina, skoro zanemarljiv.
6. Rezultati proračuna su potvrdili već poznate nedostatke tradicionalnih metoda u određivanju krive protoka, kao što je precenjivanje ukupne vrednosti protoka u MHHS, odnosno njeno potcenjivanje u MJP. Relativna odstupanja ovih modela, u odnosu na izmerene vrednosti, u nekim slučajevima iznose i do 60%. U slučaju MHHS relativno odstupanje se povećava sa povećanjem dubine na plavnoj površini.
7. Empirijski zasnovan Ekersov model potcenjuje vrednosti protoka kao i MJP, s tim što je relativno odstupanje u ovom slučaju manje. Najveće relativno odstupanje u metodi Ekersa iznosi oko 31%, dok u MJP ono dostiže 50%. Sem toga, pri manjim dubinama metoda Ekersa pokazuje nestabilnost i daje fizički nerealne rezultate.
8. Primenom metoda zasnovanih na razmeni količine kretanja, a posebno MRKK, postiže se najbolje slaganje sa merenjima. Relativno odstupanje u metodi Radojkovića veće je od 10% samo pri najvećim dubinama kada je razmena količine kretanja manje izražena, dok najveće odstupanje zabeleženo primenom MRKK iznosi 5,3%. Još jedna prednost ovih modela u odnosu na tradicionalne metode i metodu Ekersa je pouzdano procenjivanje vrednosti protoka po segmentima KVV, što omogućava bolju procenu vrednosti nagiba linije energije.

#### LITERATURA

- [1] Ackers, P. (1993): Flow formulae for straight two-stage channels, *J. Hydr. Res.*, 31(4), 509-531
- [2] Bousmar, D. and Zech, Y. (1999): Momentum transfer for practical flow computation in compound channels, *J. Hydr. Engrg., ASCE*, 125(7), 696-706
- [3] Đorđević, B., Dašić, T. (2011): Određivanje potrebnih protoka nizvodno od brana i rečnih vodozahvata, *Vodoprivreda*, 252-254, Vol. 43, br. 4-6, str. 151-164, ISSN 0350-0519, COBISS.SR-ID 132119
- [4] Gunawan, B. (2010): A study of flow structures in a two-stage channel using field data, a physical model and numerical modeling, PhD Thesis, University of Birmingham, 322 pp.
- [5] Knight, D.W., Aya, S., Ikeda, S., Nezu, I. and Shiono, K. (2009): Flow structure, Flow and sediment transport in compound channels, ed. Ikeda, S. and McEwan, I.K., *IAHR Monograph Series*
- [6] Kolarov, V., Babić-Mladenović, M (2010): Podaci za izradu preliminarne procene rizika od poplava na teritoriji Republike Srbije, *Vodoprivreda*, Vol. 42, br. 1-3, str. 79-86
- [7] Jovanović, M., Prodanović, D., Plavšić, J., Rosić, N. (2014): Problemi pri izradi karata ugroženosti od poplava, *Vodoprivreda*, 267-272, Vol. 46, br. 1-6, str. 3-13, ISSN 0350-0519
- [8] Jovanović, M., Todorović, A., Rodić, M., (2009): Kartiranje rizika od poplava, *Vodoprivreda*, vol. 41, br. 1-3, str. 31-45
- [9] Muhić, F. (2015): Model linijskog ustaljenog tečenja u koritu za veliku vodu zasnovan na

- razmeni količine kretanja između glavnog korita i plavnih površina – uticaj rapavosti plavnih površina na krivu protoka, seminarski rad iz Odbrane od poplava, Građevinski fakultet, Beograd
- [10] Myers, W.R.C. and Brennan, E.K. (1990): Flow resistance in compound channels, *J. Hydr. Res.*, 28(2), 141-155
- [11] Popovska, C., Đorđević, B. (2013): Rehabilitacija reka – nužan odgovor na pogoršanje ekoloških i klimatskih uslova u gradovima, *Vodoprivreda* 261-263, Vol. 45, br. 1-3, str. 3-20, ISSN 0350-0519
- [12] Proust, S., Bousmar, D., Riviere, N., Paquier, A. and Zech, Y. (2009): Nonuniform flow in compound channel: A 1-D method for assessing water level and discharge distribution, *Water Resour. Res.*, 45, W12411, doi: 10.1029/2009WR008202
- [13] Radojković, M. (1980): Matematički model kretanja vode u otvorenim tokovima složenog preseka, doktorska disertacija, Građevinski fakultet, Beograd
- [14] Stojnić, I. (2014): Model linijskog ustaljenog tečenja u koritu za veliku vodu zasnovan na razmeni količine kretanja između glavnog korita i plavnih površina – uticaj širine plavnih površina na krivu protoka, seminarski rad iz Odbrane od poplava, Građevinski fakultet, Beograd
- [15] Wormleaton, P.R. and Merret, D.J. (1990): An improved method of calculation for steady uniform flow in prismatic main-channel/flood plain sections, *J. Hydr. Res.*, 28(2), 157-174

## INTRODUCTION TO AN EXCHANGE DISCHARGE MODEL FOR COMPOUND CHANNEL FLOW MODELLING

by

Dejana ĐORĐEVIĆ, Ivan STOJNIĆ, Filip MUHIĆ  
Faculty of Civil Engineering, University of Belgrade

### Summary

This paper aims at introducing a novel approach to 1D compound channel flow modelling to the Serbian hydraulic engineering community. To this aim an Exchange Discharge Model (EDM) is presented, first. The model can be used both for the estimation of a rating curve in a two-stage channel based on the recorded water level, and the slope of the energy grade-line for non-uniform flow calculations in a flooding river once the flood discharge is known. EDM is calibrated and tested against the benchmark data from the Flood Channel Facility at HR Wallingford, UK. An effect of two different controls on the rating curve is analysed – the effect of a floodplain to main-channel width ratio ( $B / b$ ) and that of the

floodplain roughness. Moreover, the model is compared to traditional models that are still used in everyday engineering practice (single channel and divided channel methods, SCM and DCM), to an empirically based Ackers' method and one physically based method proposed by Radojković. It is readily demonstrated that physically based models that account for momentum exchange between the main-channel and floodplains provide almost perfect fit to measurements, while the DCM method over predicts the discharge value.

Keywords: compound channel, stage discharge curve, 1D flow model, momentum transfer, energy slope

Redigovano 18.11.2015.