

# Quantification de risque pour les véhicules a deux-roues motorisés (V2RM) : Aspects d'Estimation & de Perception

Hichem Arioui, Pierre-Marie Damon, Majda Fouka

► **To cite this version:**

Hichem Arioui, Pierre-Marie Damon, Majda Fouka. Quantification de risque pour les véhicules a deux-roues motorisés (V2RM) : Aspects d'Estimation & de Perception. [Rapport de recherche] Université d'Evry-Val-d'Essonne - IBISC Lab. 2019. hal-02094324

**HAL Id: hal-02094324**

**<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02094324>**

Submitted on 9 Apr 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



**Bilan Scientifique du laboratoire IBISC dans le cadre du projet  
ANR VIROLO++**

**Quantification de risque pour les véhicules à deux-roues  
motorisés (V2RM) : Aspects d'Estimation & de Perception**

Rédacteurs :

M.	Hichem ARIQUI	MCF-HDR, IBISC-UEVE
M.	Pierre-Marie DAMON	Doctorant, IBISC-UEVE
Mlle.	Majda FOUKA	Doctorante, IBISC-UEVE

Participants au projet :

Mme.	Naïma AÏT-OUFROUKH	MCF, IBISC-UEVE
M.	Hicham HADJ ABDELKADER	MCF, IBISC-UEVE
M.	Dalil ICHALAL	MCF, IBISC-UEVE
M.	Saïd MAMMAR	Professeur, IBISC-UEVE
M.	Lamri NEHAOUA	MCF, IBISC-UEVE
M.	Vincent VIGNERON	MCF, IBISC-UEVE

Rédigé le 05 Mars 2019.



# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>7</b>
1.1	Cadre du travail . . . . .	7
1.2	Publications relatives . . . . .	8
<b>2</b>	<b>Modélisation dynamique des V2RM</b>	<b>11</b>
2.1	Introduction . . . . .	11
2.2	Avant propos . . . . .	11
2.3	Modèle à deux-corps . . . . .	12
<b>3</b>	<b>Identification des paramètres inertiels</b>	<b>15</b>
3.1	Introduction . . . . .	15
3.2	Algorithme d'identification - modèle à deux-corps . . . . .	15
3.3	Identification des paramètres basée observateurs à entrées inconnues . . . . .	16
3.3.1	Introduction . . . . .	16
3.3.2	Modèle linéaire - Motorcycle . . . . .	16
3.3.3	Modèle augmenté pour la synthèse de l'observateur . . . . .	17
3.3.4	Synthèse de l'observateur . . . . .	18
3.3.5	Résultats de simulation . . . . .	19
3.3.6	Analyse objective . . . . .	23
<b>4</b>	<b>Caractérisation du comportement de braquage basée vision</b>	<b>25</b>
4.1	Approche cinématique . . . . .	26
4.2	Approche basée sur la vision . . . . .	27
4.2.1	Calcul des indicateurs basés sur la vision . . . . .	27
4.3	Validation sur le simulateur BikeSim . . . . .	28
4.3.1	Simulation de scénarios de sous et survirage . . . . .	29
4.3.2	Discussion des résultats . . . . .	33
4.4	Conclusion . . . . .	34
<b>5</b>	<b>Conclusion générale</b>	<b>36</b>
<b>A</b>	<b>Observateurs, observabilité et détectabilité</b>	<b>42</b>
A.1	Observateur pour les systèmes dynamiques . . . . .	42
A.2	Observabilité des systèmes linéaires . . . . .	43
A.3	Observabilité des systèmes non-linéaires . . . . .	45
<b>B</b>	<b>Notations et définitions</b>	<b>47</b>

# Table des figures

3.1	Paramètres géométriques d'un modèle à deux corps . . . . .	16
3.2	(droite) Couple de direction (gauche) Vitesse longitudinale et les erreurs d'estimation . . . . .	20
3.3	Paramètres actuels (rouge) <i>vs</i> paramètres estimés (bleu) et l'erreur (vert)	21
3.4	(right) Couple de direction (left) vitesse longitudinale . . . . .	21
3.5	Estimation des états. . . . .	22
3.6	Paramètres actuels (rouge) paramètres estimés (bleu) et l'erreur d'identi- fication (vert) . . . . .	23
4.1	Trajectoire du véhicule en virage pour différents comportements de bra- quage . . . . .	29
4.2	Dynamique du véhicule et de l'action du conducteur en virage pour différents comportements de braquage . . . . .	30
4.3	Ratio de braquage cinématique . . . . .	30
4.4	Résultats d'estimation pendant un virage constant pour une résolution d'image de (1080 × 720) . . . . .	31
4.5	Indicateurs basés vision pour la détection de sous et survirage . . . . .	33





# Chapitre 1

## Introduction

### 1.1 Cadre du travail

Principal partenaire et pilote de la tâche 4 “Développement d’une fonction de risque” du projet ANR - VOROLO++, le laboratoire IBISC de l’UEVE a pris en charge la définition des profils de sécurité ainsi que la génération d’alertes en vue du développement d’un système de sécurité préventive. Ce lot est subdivisé en 3 sous-tâches dont :

- la définition de profils de conduite sécurisée ;
- la génération d’alertes et système de sécurité préventive ;
- l’étude et implémentation des systèmes d’alertes.

Ces actions constituent les principaux points à aborder pour répondre aux objectifs du lot 4. Le début de cette tâche est effectif depuis le sixième mois (08/2016) et a pour échéance le 42<sup>ème</sup> mois (06/2019).

Le démarrage de cette tâche requiert en amont des résultats (les entrées) de la tâche 2 que sont :

- la modélisation moto/véhicule, caractérisation de la route (attributs, adhérence, etc.) ;
- l’observation, l’estimation de systèmes complexes ;
- l’implémentation sur prototype réel et validation.

L’ensemble des points susmentionnés sera abordé dans le reste de ce bilan, en complément du rapport à mi-parcours d’octobre 2017 accessible au lien [https://www.ibisc.univ-evry.fr/~harioui/publications/Bilan\\_IBISC\\_Mi\\_Parcours\\_VIROLO.pdf](https://www.ibisc.univ-evry.fr/~harioui/publications/Bilan_IBISC_Mi_Parcours_VIROLO.pdf).

En sortie de ce lot, le laboratoire fournit des résultats sur :

- les modèles dynamiques pour les différentes motos à disposition avec des structures à 1 et/ou 2 corps rigides.
- l’identification des paramètres géométriques et inertiels.
- l’estimation et reconstruction des états dynamiques des motos avec leurs environnements.
- une quantification de risque lors de la prise de virage.



## 1.2 Publications relatives

Cette section reprend la liste des articles publiés récemment et répondent aux problématiques posées par les lots 2 & 4.

- [1] P-M. Damon, H. Dabladji, D. Ichalal, L. Nehaoua and H. Arioui, “ Lateral motorcycle dynamics and rider action estimation : An LPV unknown input observer approach ”, 2016 IEEE Multi-Conferences on Systems and Control (MSC), Buenos Aires, Argentina, 2016.
- [2] P-M. Damon, H. Dabladji, D. Ichalal, L. Nehaoua and H. Arioui, “ Estimation of Lateral Motorcycle Dynamics and Rider Action with Luenberger Observer ”, 19th IEEE Intelligent Transportation Systems Conference (ITSC), Rio, Brazil, 2016.
- [3] P-M. Damon, D. Ichalal, L. Nehaoua, H. Arioui, “ Lateral & Steering Dynamics Estimation for Single Track Vehicle : Experimental Tests ”, 20th World Congress of the International Federation of Automatic Control (IFAC), Toulouse, France, 2017.
- [4] M. A. A. Fouka, L. Nehaoua, H. Arioui and Said Mammar, “ Parametric Identification of a Powered Two-Wheeled Vehicles : Algebraic Approach ”, IEEE 25th Mediterranean Conference on Control and Automation, Malte, 2017.
- [5] M. A. A. Fouka, L. Nehaoua, H. Arioui and Said Mammar, “ Mutiple-Gradient Descent Algorithm for Parametric Identification of a Powered Two-Wheeled Vehicles ”, IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics (SMC), Banff, Canada, 2017.
- [6] P-M. Damon D. Ichalal, H. Arioui and S. Mammar, “ Cascaded Flatness-Based Observation Approach For Lateral Motorcycle Dynamics Estimation ”, IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics (SMC), Banff, Canada, 2017.
- [7] P-M Damon, D. Ichalal, L. Nehaoua and H. Arioui, “ Rider weight consideration for Luenberger observer design to estimate lateral motorcycle dynamics and rider’s action ”, IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics (SMC), Banff, Canada, 2017.
- [8] P-M. Damon, D. Ichalal and H. Arioui, “ Steering and Lateral Motorcycle Dynamics Estimation : Validation of Luenberger-like LPV Observer Approach ”, IEEE Transactions on Intelligent Vehicles, 2019.
- [9] M. A. A. Fouka, L. Nehaoua, H. Arioui and Said Mammar, “ Simultaneous Parameters Identification and State Estimation based on Unknown Input Observer for a class of LPV Systems. ”, American Control Conference, 2018.
- [10] P-M. Damon, H. Hadj-Adelkader, H. Arioui, et K. Youcef-Toumi, “ Image-based lateral position, steering behavior estimation and road curvature prediction for motorcycles”, IEEE Robotics and Automation Letters, April 2018, volume 3, issue 3, pages 2694 - 2701.
- M. Fouka, P-M Damon, L Nehaoua, H. Arioui, S Mammar, “Interconnected Observers for a Powered Two-Wheeled Vehicles : Both Lateral and Longitudinal Dynamics Estimation ”, 16<sup>th</sup> IEEE International Conference on Networking, Sensing and Control (ICNSC’19), Banff, Canada, Mai 2019.
- [10] M. Fouka, P-M Damon, L Nehaoua, H. Arioui, S Mammar, “Adaptive Observer for Motorcycle State Estimation and Tire Cornering Stiffness Identification”, 57<sup>th</sup> IEEE Conference on Decision and Control (CDC’18), Miami, USA, 17-19 Décembre 2018, pages 3018 - 3024.
- [11] M Fouka, L Nehaoua, H. Arioui, S Mammar, “Road Geometry and Steering

- Reconstruction for Powered Two Wheeled Vehicles”, 21<sup>st</sup> International Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC’18), Maui, Hawaii, USA, 5-9 Novembre 2018, pages 2024 - 2029.
- M Fouka, S Gelmini, S Strada, M Tanelli et S Savaresi, “Analysis and development of an IMU axes self-calibration algorithm for motorcycles”, 21<sup>st</sup> International Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC’18), Maui, Hawaii, USA, 5-9 Novembre 2018.
  - [12] P-M Damon, H Hadj-Adelkader, H Arioui et K Youcef-Toumi, “Inverse Perspective Mapping Roll Angle Estimation for Motorcycles”, 15<sup>th</sup> International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision (ICARCV’18), Singapour, 19-21 Novembre 2018, pages 355 - 360.
  - [13] P-M Damon, H Hadj-Adelkader, H Arioui et K Youcef-Toumi, “Image-based lateral position, steering behavior estimation and road curvature prediction for motorcycles”, IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS’18), Madrid, Espagne, 1-5 Octobre 2018, pages 2694 - 2701.
  - [14] P-M Damon, H Hadj-Adelkader, H Arioui et K Youcef-Toumi, “Powered Two-Wheeled Vehicles Steering Behavior Study : Vision-Based Approach”, 15<sup>th</sup> International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision (ICARCV’18), Singapour, 19-21 Novembre 2018, pages 355 - 360.
  - [15] M Fouka, L Nehaoua, H. Arioui, S Mammar, “Simultaneous Parameters Identification and State Estimation based on Unknown Input Observer for a class of LPV Systems”, Annual American Control Conference (ACC18), Milwaukee, WI, USA, 26-30 Juin 2018, pages 1120 - 1125.

Le laboratoire IBISC a conduit des travaux antérieurs sur les aspects de modélisation des V2RM ([16] et [17]), de contrôle ([18] et [19]), d’observation ([20], [21], [22], [23], [24] et [25]) et synthèse de fonction de risque [] que l’on souhaite étendre, améliorer ou valider expérimentalement.



## Chapitre 2

# Modélisation dynamique des V2RM

### 2.1 Introduction

La modélisation des V2RM est un sujet complexe qui a suscité beaucoup d'intérêt ces dernières années. En effet, à la différence des V4RM, le développement d'un modèle théorique faisant intervenir la dynamique latérale nécessite la prise en compte du roulis qui ne peut être négligé puisque dans certains scénarios extrêmes il peut dépasser les  $40^\circ$ . Les modèles précédemment développés pour les V4RM ne peuvent donc pas être généralisés aux V2RM. Il existe un large panel de modèles de la dynamique latérale pour les V2RM, allant du simple pendule inversé jusqu'au modèle multi-corps composé de 9 corps et autorisant pas moins de 16 DDL. Parmi les modèles les plus connus on peut citer [26], [27], [28], [29] ou encore [17].

Le lecteur peut se référer au précédent rapport (1.1) exposant les modèles développés en présentant les avantages et les inconvénients en vue de l'identification des paramètres et l'estimation de leurs états dynamiques. Cette partie rappelle le modèle de Sharp utilisé pour les nouvelles approches d'identification mises en place récemment.

### 2.2 Avant propos

Un motorcycle est un véhicule muni d'une dynamique très complexe débouchant sur un modèle mathématique fortement non linéaire. La méconnaissance de ses paramètres inertiels implique une difficulté supplémentaire poussant à choisir soigneusement le modèle dynamique. Plusieurs choix peuvent être entérinés dans notre étude, nous voulions exposer nos deux choix avec une brève présentation des trois modèles les plus utilisés à l'heure actuelle :

- Le modèle de Sharp (1971) [26] : il s'agit d'un modèle à deux corps. Le cadre avant comprend la roue avant, la fourche, le guidon et les installations. Le cadre arrière comprend quant à lui le châssis, l'ensemble moteur-boîtes de vitesse, le réservoir d'essence, la roue arrière, etc. Le modèle a 4 degrés de liberté : le lacet  $\psi$ , le roulis  $\phi$ , la direction  $\delta$  et le mouvement latéral  $v_y$ . Les forces pneumatiques sont pour la première fois prises en compte avec une représentation linéaire et la vitesse longitudinale est considérée constante.
- Le modèle de Dabladji (2015) [30] : ce modèle à un corps avec un axe de roulis qui se trouve sur le sol prenant en compte la variation de la vitesse.

Dans ce qui suit, et pour les algorithmes d'identification développés récemment, seul le premier modèle est rappelé.

## 2.3 Modèle à deux-corps

Le célèbre modèle de Sharp [26] est largement utilisé pour le développement d'algorithmes de contrôle ou observation de la dynamique latérale des V2RM. Dans ces travaux, Sharp considère la moto comme un ensemble de deux corps avant et arrière joints par une liaison pivot au niveau du mécanisme de la direction. Le corps arrière comprend le châssis du véhicule, le moteur, le conducteur, le bras oscillant, la roue et la suspension arrière, etc. tandis que le corps avant englobe la roue et la suspension avant, le système de direction, etc. Le principe de Lagrange ou de Jourdain [17] autrement connus sous le nom de principe des puissances virtuelles permettent de mettre en équation la dynamique latérale du V2RM sous certaines hypothèses :

- le motard est rigidement lié au corps arrière,
- les pneus sont assimilés à des disques fins et rigides,
- la dynamique des suspensions est négligée,
- le sol est plat,
- le glissement longitudinal est négligé,
- les efforts aérodynamiques latéraux sont négligés.

Le modèle de Sharp permet de simuler 4 DDL, le roulis  $\phi$ , le lacet  $\psi$ , l'angle de direction  $\delta$  et la vitesse latérale  $v_y$ . La vitesse longitudinale est prise en compte en considérant  $v_x$  comme un paramètre variant dans les équations du modèle latérale qui est défini par :

$$\begin{cases} m_{33}\dot{v}_y + m_{34}\ddot{\psi} + m_{35}\ddot{\phi} + m_{36}\ddot{\delta} - r_{34}v_x\dot{\psi} & = \sum F_y \\ m_{34}\dot{v}_y + m_{44}\ddot{\psi} + m_{45}\ddot{\phi} + m_{46}\ddot{\delta} - r_{44}v_x\dot{\psi} - r_{45}v_x\dot{\phi} - r_{46}v_x\dot{\delta} & = \sum M_z \\ m_{35}\dot{v}_y + m_{45}\ddot{\psi} + m_{55}\ddot{\phi} + m_{56}\ddot{\delta} - r_{54}v_x\dot{\psi} - r_{36}v_x\dot{\delta} & = \sum M_x \\ m_{36}\dot{v}_y + m_{46}\ddot{\psi} + m_{56}\ddot{\phi} + m_{66}\ddot{\delta} - r_{64}v_x\dot{\psi} - r_{65}v_x\dot{\phi} - r_{66}\dot{\delta} & = \sum M_s \end{cases} \quad (2.1)$$

avec :

$$\begin{cases} \sum F_y & = F_{yf} + F_{yr} \\ \sum M_z & = r_{47}F_{yf} + r_{48}F_{yr} \\ \sum M_x & = r_{51}\phi + r_{52}\delta \\ \sum M_s & = r_{61}\phi + r_{62}\delta + r_{67}F_{yf} + \tau \end{cases} \quad (2.2)$$

Les variables dynamiques et les termes  $m_{ij}$  et  $r_{ij}$  sont détaillées dans l'annexe B. Ce modèle possède une structure LPV et permet l'utilisation de nombreux outils de l'automatique.

Néanmoins, il existe une alternative intéressante permettant de considérer les non-linéarités du roulis et de l'angle de direction dues à l'action de l'énergie potentielle comme l'auteur l'a souligné dans [31]. L'expression (2.2) devient alors :

$$\begin{cases} \sum F_y & = F_{yf} + F_{yr} \\ \sum M_z & = r_{47}F_{yf} + r_{48}F_{yr} \\ \sum M_x & = r_{51} \sin(\phi) + r_{52} \sin(\delta) \\ \sum M_s & = r_{61} \sin(\phi) + r_{62} \sin(\delta) + r_{67}F_{yf} + \tau \end{cases} \quad (2.3)$$

Qu'il soit linéaire (2.2) ou non-linéaire (2.3), le modèle est ensuite complété avec la dynamique de relaxation des pneumatiques donnée par l'expression suivante :

$$\frac{\sigma_i}{v_x} \dot{F}_{yi} + F_{yi} = F_{yi0} \quad (2.4)$$

avec  $i = f, r$  désignant respectivement avant et arrière. Cette notation sera utilisée tout au long de ce rapport. Les expressions des forces pneumatiques latérales en régime permanent  $F_{y_{i0}}$  sont considérées sous leur forme linéaire et données par la célèbre formule magique de Pacejka linéarisée [28] :

$$F_{y_{i0}} = C_{i1}\alpha_i + C_{i2}\lambda_i \quad (2.5)$$

avec  $C_{i1}$  et  $C_{i2}$  désignant respectivement les coefficients de raideur et de carrossage linéaires. Les angles de dérive  $\alpha_i$  sont linéairement approchés par :

$$\begin{cases} \alpha_f &= \frac{v_y + l_f \dot{\psi} - \eta \dot{\delta}}{v_x} - \delta \cos(\epsilon) \\ \alpha_r &= \frac{v_y - l_r \dot{\psi}}{v_x} \end{cases} \quad (2.6)$$

avec  $\eta$  désignant la chasse mécanique,  $l_f$  et  $l_r$  les distances entre les points de contact pneumatique-sol respectivement avant et arrière et la projection du centre de gravité du corps arrière sur le sol. Cette approximation linéaire est valable pour des efforts pneumatiques faibles représentatifs de conditions de conduite urbaine.

Les angles de carrossage  $\lambda_i$  sont exprimés par :

$$\begin{cases} \lambda_f &= \phi + \delta \cos(\epsilon) \\ \lambda_r &= \phi \end{cases} \quad (2.7)$$

Après combinaison des équations (2.4), (2.5), (2.6) et (2.7), il vient :

$$\begin{cases} \dot{F}_{yf} &= r_{71}v_x\phi + r_{72}v_x\delta + r_{73}v_y + r_{74}\dot{\psi} + r_{76}\dot{\delta} + r_{77}v_xF_{yf} \\ \dot{F}_{yr} &= r_{81}v_x\phi + r_{83}v_y + r_{84}\dot{\psi} + r_{88}v_xF_{yr} \end{cases} \quad (2.8)$$

Finalement, (2.1), (2.8) et les 2 équations triviales :  $\dot{\phi} = \dot{\phi}$  et  $\dot{\delta} = \dot{\delta}$  permettent de construire une représentation d'état LPV complète sous forme descripteur avec la vitesse longitudinale  $v_x$  comme paramètre variant :

$$M\dot{x} = R(v_x)x + V\tau \quad (2.9)$$

Comme la matrice  $M$  est uniquement dépendante des paramètres du modèle et est inversible, il vient :

$$\dot{x} = A(v_x)x + B\tau \quad (2.10)$$

avec  $x = [\phi, \delta, v_y, \dot{\psi}, \dot{\phi}, \dot{\delta}, F_{yf}, F_{yr}]^T$  le vecteur d'état,  $A(v_x) = M^{-1}R(v_x)$  la matrice d'état dépendante du paramètre variant  $v_x$ ,  $B = M^{-1}V$  le vecteur des entrées et  $\tau$  le couple de braquage appliqué par le conducteur sur le guidon.

Le modèle dynamique de Sharp du V2RM est donc le point de départ pour la synthèse des observateurs ou d'algorithmes d'identification explicités dans les chapitres suivants.



## Chapitre 3

# Identification des paramètres inertiels

### 3.1 Introduction

Cette section est dédiée aux questions ouvertes liées aux approches d'identification de paramètres et d'estimation de l'état pour les systèmes complexes, spécifiquement la moto.

Dans ce qui suit, nous décrivons une approche originale mise en place dans le cadre du projet VIROLO++ afin de remédier aux difficultés d'identification des paramètres inertiels.

L'identification d'un système est une technique consistant à déterminer un modèle décrivant au mieux le système étudié. Pour ce faire, deux étapes préliminaires sont à valider :

1. Fixer la forme des équations (modèle paramétrique), c'est l'étape qualitative (caractérisation) ;
2. Trouver les valeurs numériques des paramètres qui interviennent dans le modèle proposé, c'est l'étape quantitative.

Ces valeurs numériques sont déterminées pour que le comportement du modèle soit le plus proche au celui du système. Cette proximité se mesure à l'aide d'un critère ; une fois le critère choisi, il suffit de faire appel aux approches mathématiques pour réduire la différence système - modèle.

Le but de cette partie, est l'identification des paramètres inertiels du modèle à deux-corps d'un motorcycle par des techniques d'estimation à entrées inconnues.

### 3.2 Algorithme d'identification - modèle à deux-corps

Les travaux d'identification des paramètres inertiels sur un modèle de moto à deux-corps font appel des à des techniques d'estimation et d'observation que l'on abordera avec plus de détails dans le chapitre ??, section 3.3. La principale difficulté réside dans le nombre important de paramètres à estimer (plus de 30) qui résulte en scénarios irréalisables pouvant exciter les modes en question.



### 3.3 Identification des paramètres basée observateurs à entrées inconnues

#### 3.3.1 Introduction

Dans cette section, nous présenterons une nouvelle approche, d'identification et d'observation simultanées, développée dans le cadre de la thèse de Mlle Fouka (voir plus de détails [9] et [32]).

L'idée fondamentale est celle d'augmenter les dimensions du système, en l'occurrence la moto, afin de pouvoir appliquer les technique des observateurs à entrées inconnues. Plus précisément, nous aborderons le problème de l'estimation des états dynamiques et des paramètres inertiels de la dynamique latérale de la moto. Nous contournerons les conditions de découplage classiques (voir équation ??) afin de pouvoir appliquer les observateurs à entrées inconnues pour les systèmes ayant le nombre de paramètres plus important que les sorties du système, figure (3.1).

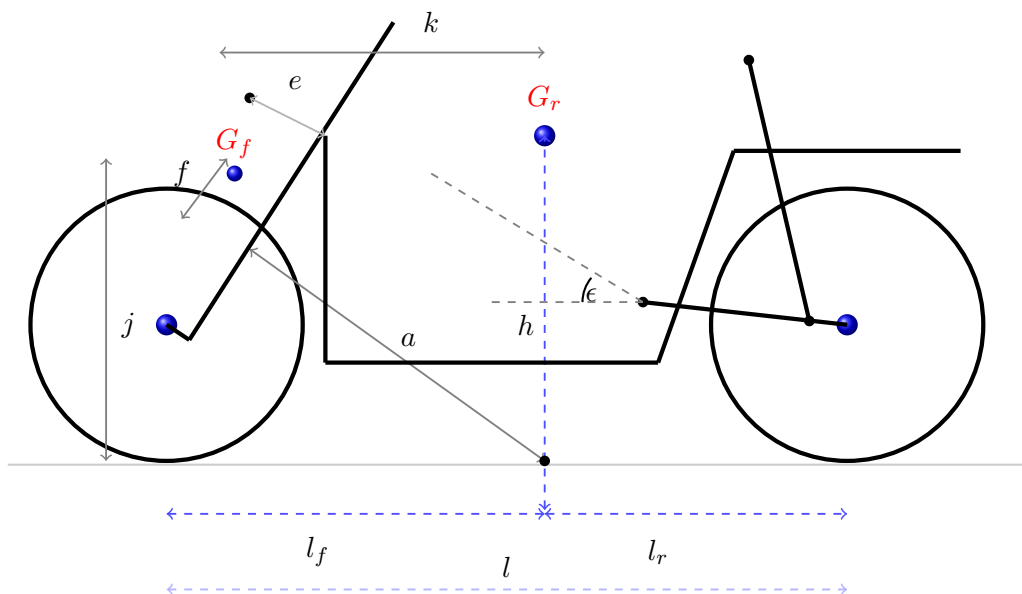


FIGURE 3.1: Paramètres géométriques d'un modèle à deux corps

#### 3.3.2 Modèle linéaire - Motocycle

Comme déjà discuté, le modèle dynamique explicité dans l'équation (2.1) peut-être réécrit sous la forme suivante :

$$\begin{cases} E\dot{x} &= M(v_x)x + R\tau + F(x, y, \theta) \\ y &= Cx \end{cases} \quad (3.1)$$

où  $x = [\phi, \delta, v_y, \psi, \dot{\phi}, \dot{\delta}, F_{yf}, F_{yr}]^T$  représente le vecteur d'état, la matrice  $M(v_x)=[a_{ij}]_{8 \times 8}$  est à paramètres variants,  $R$  est une matrice constante,  $F(x, y, \theta)$  est la dynamique inconnue comprenant des états et des paramètres constants,  $y$  et le vecteur de sortie exprimées dans la matrice  $C$   $E=[e_{ij}]$  est matrice constante non-singulière, avec son inverse  $E^{-1}$  existe, d'où :

$$\dot{x}(t) = A(v_x)x(t) + B\tau(t) + E^{-1}F(x, y, \theta) \quad (3.2)$$

où  $B = E^{-1}R$  est matrice constante et  $A(v_x(t)) = E^{-1}M(v_x)$  est matrice à paramètres variant relative à la vitesse longitudinale.  $v_x$ .

Dans toutes ces équations, tous les états et les paramètres ne sont pas connus, nous adapterons l'écriture de la partie inconnue du modèle afin de vérifier la condition découplage.

**Proposition 1** *On supposera que  $F$  peut-être factorisé sous la forme suivante :*

$$F(x, y, \theta) = D(y)f(x, \theta)$$

la matrice  $D \in \mathbb{R}^{n \times p}$  est une matrice de plein rang colonne ne dépendant que des sorties, i.e.  $\text{rank}(D) = p$

Ainsi, nous obtenons le modèle à paramètres variants (LPV) exprimé comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(\rho)x(t) + Bu(t) + E^{-1}D(y)f(x, \theta) \\ y = Cx(t) \end{cases} \quad (3.3)$$

où  $x(t) \in \mathbb{R}^n$ ,  $u(t) = \tau(t) \in \mathbb{R}^m$ ,  $f(x, \theta) \in \mathbb{R}^p$ , and  $y(t) \in \mathbb{R}^{n_y}$ . La matrice  $A(\rho) = E^{-1}M(\rho) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ , les matrices  $C \in \mathbb{R}^{n_y \times n}$ ,  $B = E^{-1}R \in \mathbb{R}^{n \times m}$ . avec,  $n = 8$ ,  $m = 1$ ,  $p = 6$ ,  $n_y = 5$ .

**Remarque 1** *La condition classique d'existence d'un observateur à entrée inconnue est donnée par  $\text{rank}(CE^{-1}D) = \text{rank}(E^{-1}D)$ . Les sorties  $y(t)$  doivent avoir un degré relatif uniforme par rapport à l'entrée inconnue.*

Au regard du modèle (3.3), il n'est pas possible d'implémenter l'OEI du fait que la condition de découplage n'est pas satisfaite (nombre d'entrées inconnues est supérieur que le nombre des paramètres). Dans ce cas de figure, nous proposons de considérer une structure augmentée de l'observateur pour satisfaire la condition de découplage et permettre l'existence d'un OEI.

Pour contourner cette dernière problématique, nous proposons de retarder les sorties  $y(t)$  pour obtenir  $y(t-k)$  afin de concevoir un système augmenté avec un nouveau vecteur d'état et de sorties comme suit  $x_a(t) = (x(t), x(t-k_1), x(t-k_2), \dots, x(t-k_p))$  et  $y_a(t) = (y(t), y(t-k_1), y(t-k_2), \dots, y(t-k_p))$ , jusqu'à satisfaire  $\dim(y_a) > \dim(F)$  et ainsi vérifier la condition de découplage de l'entrée inconnue.

Afin de simplifier les notations, on considère  $x_a(t) = (x(t), x(t-k))$  et  $y_a(t) = (y(t), y(t-k))$  où  $x(t-k)$  contient  $p$  temps de retard :  $(x(t-k_1), \dots, x(t-k_p))$ .

### 3.3.3 Modèle augmenté pour la synthèse de l'observateur

On note  $x_a(t) = [x \ x_k]^T$  le vecteur d'état augmenté, et  $y_a(t) = [y \ y_k]^T$  le vecteur d'état relatif, où  $y_k = Cx_k = y(t-k)$ .

On considère à présent le système augmenté :

$$\begin{cases} \dot{x}_a = \underbrace{\begin{bmatrix} A(\rho) & 0_{n \times n} \\ 0_{n \times n} & A(\rho) \end{bmatrix}}_{\mathfrak{A}} x_a + \underbrace{\begin{bmatrix} B \\ B \end{bmatrix}}_{\mathfrak{B}} u + E^{-1} \underbrace{\begin{bmatrix} D \\ D\tau \end{bmatrix}}_{\mathfrak{D}} f \\ y = \underbrace{\begin{bmatrix} C & 0_{n_y \times n} \\ 0_{n_y \times n} & C \end{bmatrix}}_{\mathfrak{C}} x_a(t) \end{cases} \quad (3.4)$$

où  $x_a(t) \in \mathbb{R}^{2n}$  et  $y_a(t) \in \mathbb{R}^{2n_y}$ . La matrice  $\mathfrak{A} \in \mathbb{R}^{2n \times 2n}$ , les matrices  $\mathfrak{C} \in \mathbb{R}^{2n_y \times 2n}$ ,  $\mathfrak{B} \in \mathbb{R}^{2n \times 2m}$ .

Notations	
$A > 0$	est symétrique et définie positive.
$k$	représente le temps de retard.
$\ x\ $	représente la norme Euclidienne de $x$ .
$\Theta$	est l'ensemble des paramètres inconnus de dimensions $n_\theta$ , $\theta_i \in \Theta$ à identifier ( $i=1, \dots, n_\theta$ ).
$I_n$	est la matrice d'identité de dimension $n \times n$ .
$O_{n \times m}$	représente la matrice de dimension $n \times m$ avec des éléments nuls.
$\rho$	vecteur de $n_\rho$ paramètres variants connus.
$(\cdot)^\dagger$	$= [(\cdot)^T (\cdot)]^{-1} (\cdot)^T$ pseudo-inverse à gauche de la matrice $(\cdot)$ .

**Remarque 2** Le retard  $k$  est soigneusement choisi de manière à avoir  $y$  et  $y_k$  différent à chaque instant  $t_k$  (le vecteur augmenté  $y_a(t)$  est plein rang colonne).

La condition de découplage pour ce dernier système est donnée par :  $rank(\mathfrak{E}\mathfrak{D}) = rank(\mathfrak{D})$ . Notons que système précédent accepte une écriture sous forme TS comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x}_a = \sum_{i=1}^2 \zeta_i(\rho) \mathfrak{A}_i x_a + \mathfrak{B}u(t) + E^{-1}\mathfrak{D}(y)f(x, \theta) \\ y_a = \mathfrak{C}x_a \end{cases} \quad (3.5)$$

où,  $\mathfrak{A}(\rho) = \sum_{i=1}^2 \zeta_i(\rho)\mathfrak{A}_i$  et les fonctions d'activation  $\zeta_i(\cdot)$ , telles que :

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^2 \zeta_i(\rho) = 1 \\ 0 \leq \zeta_i(\rho) \leq 1 \end{cases} \quad \text{with} \quad \begin{cases} \zeta_1 = \frac{v_{x_{\max}} - v_x}{v_{x_{\max}} - v_{x_{\min}}} \\ \zeta_2 = \frac{v_x - v_{x_{\min}}}{v_{x_{\max}} - v_{x_{\min}}} \end{cases} \quad (3.6)$$

### 3.3.4 Synthèse de l'observateur

Un observateur à entrée inconnue pour le système (3.5) peut-être exprimé par la dynamique suivante :

$$\begin{cases} \dot{\vartheta}(t) = N\vartheta(t) + Ly_a(t) + Gu(t) \\ \hat{x}_a(t) = \vartheta(t) - Hy_a(t) \end{cases} \quad (3.7)$$

où,

$$N(\rho) = \begin{bmatrix} N_1(\rho) & 0_{n \times n} \\ 0_{n \times n} & N_2(\rho) \end{bmatrix}, L = \begin{bmatrix} L_1 & 0_{n \times n_y} \\ 0_{n \times n_y} & L_2 \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} H_1 & 0_{n \times n_y} \\ 0_{n \times n_y} & H_2 \end{bmatrix}$$

Les états estimés et le vecteur de sortie sont respectivement notés  $\hat{x}_a$  et  $\hat{y}_a$ , les matrices  $N(\rho)$ ,  $L(\rho)$  et  $H(y)$  sont paramètres variants :

$$N(\rho) = \sum_{i=1}^{r_1} \zeta_i(\rho)N_i, \quad L(\rho) = \sum_{i=1}^{r_1} \zeta_i(\rho)L_i, \quad H(y) = \sum_{i=1}^{r_2} \zeta_i(y)H_i \quad (3.8)$$

où,  $r_1 = 2^{n_\rho}$ ,  $r_2 = 2^{n_y}$  et,  $r_1 = 2^{n_\rho}$ ,  $r_2 = 2^{n_y}$ . La synthèse de cet observateur suit les mêmes étapes des équations (??-??)

L'analyse de stabilité au sens de Lyapunov est comme suit :

$$V(e_a) = e_a(t)^T X e_a(t), \quad X = X^T > 0 \quad (3.9)$$

sa dynamique est exprimée par :

$$\dot{V}(t) = e_a(t)^T \left( \sum_{i=1}^r \zeta_i(\rho, y) (\Gamma_i - K_i \mathfrak{C})^T X + X (\Gamma_i - K_i \mathfrak{C}) \right) e_a(t) \quad (3.10)$$

En considérant  $\mathfrak{R} = XK$  et la propriété des sommes convexes des fonctions d'activation, des conditions suffisantes sont données par  $\dot{V}(e_a(t)) < 0$  et les problèmes LMIs suivants :

$$\Gamma_i^T X + X \Gamma_i - \mathfrak{C}^T \mathfrak{R}_i^T - \mathfrak{R}_i \mathfrak{C} < 0$$

avec  $\Gamma_i = \dot{P}_i + P_i A_i$  and  $\mathfrak{R}_i = X K_i$ .

Si l'erreur d'estimation  $e_a(t)$  converge vers zéro, nous avons  $e = x(t) - \hat{x}(t)$  aussi converge à zéro et  $\hat{x}(t) \rightarrow x(t)$ . Par conséquent, l'estimation de la partie inconnue  $\hat{F}$  est obtenue par :

$$\hat{F}(\hat{x}, y, \theta) = (CE^{-1})^\dagger (\dot{y}(t) - CA\hat{x} - CBu(t))$$

En se basant sur les résultats précédents, les paramètres inconnus peuvent être obtenus comme suit :

$$\hat{F} = \begin{cases} \hat{F}_1 & = a_{34} \lambda_4 \\ \hat{F}_2 & = a_{44} \lambda_4 + a_{45} \lambda_5 + a_{46} \lambda_6 + a_{47} \lambda_7 + a_{48} \lambda_8 \\ \hat{F}_3 & = a_{51} \lambda_1 + a_{52} \lambda_2 + a_{54} \lambda_4 + a_{56} \lambda_6 \\ \hat{F}_4 & = a_{61} \lambda_1 + a_{62} \lambda_2 + a_{64} \lambda_4 + a_{65} \lambda_5 + a_{66} \lambda_6 + a_{67} \lambda_7 \\ \hat{F}_5 & = a_{71} \lambda_1 + a_{72} \lambda_2 + a_{73} \lambda_3 + a_{74} \lambda_4 + a_{76} \lambda_6 + a_{77} \lambda_7 \\ \hat{F}_6 & = a_{81} \lambda_1 + a_{83} \lambda_3 + a_{84} \lambda_4 + a_{88} \lambda_8 \end{cases} \quad (3.11)$$

avec  $\lambda(\hat{x}, y) = [\hat{x}_1, \delta, \hat{x}_3, \dot{\psi}, \dot{\phi}, \dot{\delta}, \hat{x}_7, \hat{x}_8]^T = (\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6, \lambda_7, \lambda_8)^T$ .

Chaque expression de  $F_i$  contient plusieurs paramètres à estimer. L'ensemble des équations est un système linéaire facile à résoudre puisque ( $p < n_\theta$ ). A trick to solve this problem is to use delayed  $\lambda_i$  and  $F_i$ .

### 3.3.5 Résultats de simulation

Les résultats de simulation présentés ci-dessous sont obtenus avec le modèle à deux corps, développé dans [31] et des forces de pneumatiques suivant la formule magique [28].

#### Simulation sous BS

Tout d'abord, des simulations sont réalisées pour un couple de direction en sinus volant (figure 3.2), riche en fréquence qui peut exciter toute la dynamique latérale. Nous considérons dans ce cas des profils de vitesse longitudinale constante pour obtenir la valeur des paramètres physiques.

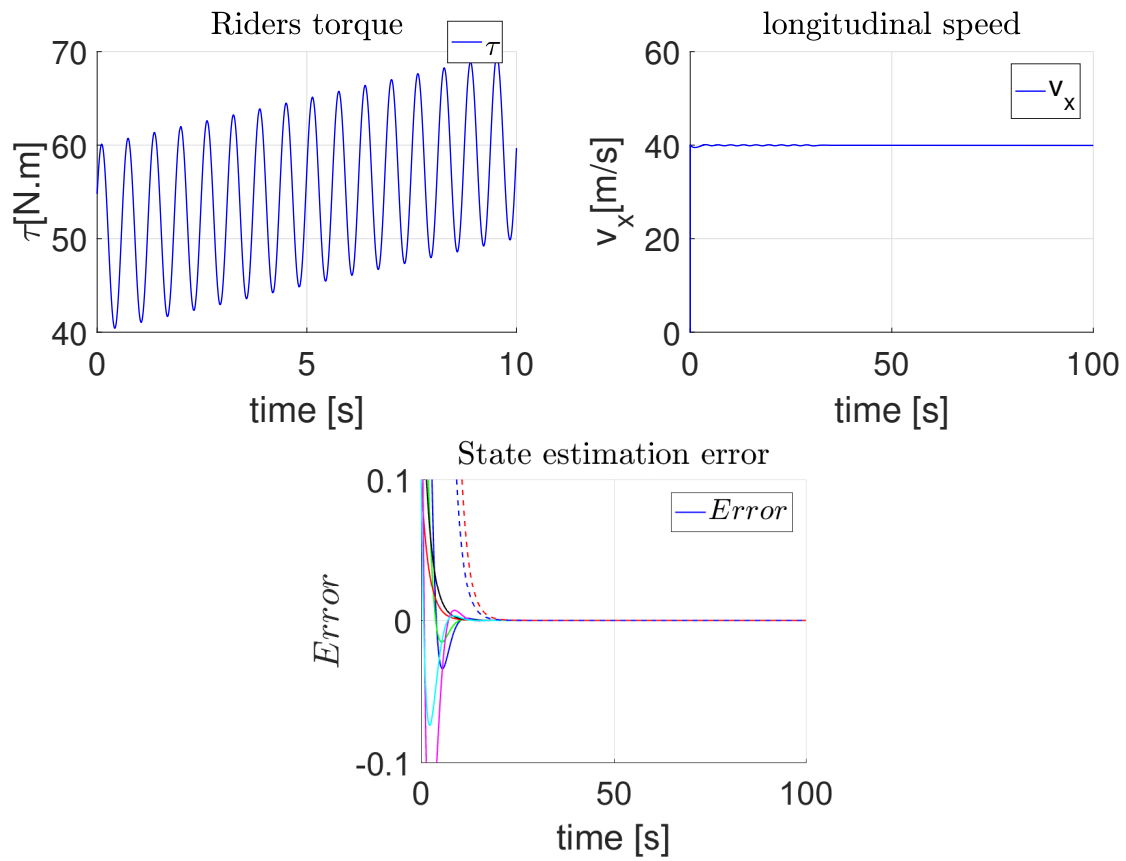


FIGURE 3.2: (droite) Couple de direction (gauche) Vitesse longitudinale et les erreurs d'estimation

Les résultats obtenus (figure 3.3) montrent la bonne convergence des paramètres du modèle et les erreurs d'estimation.

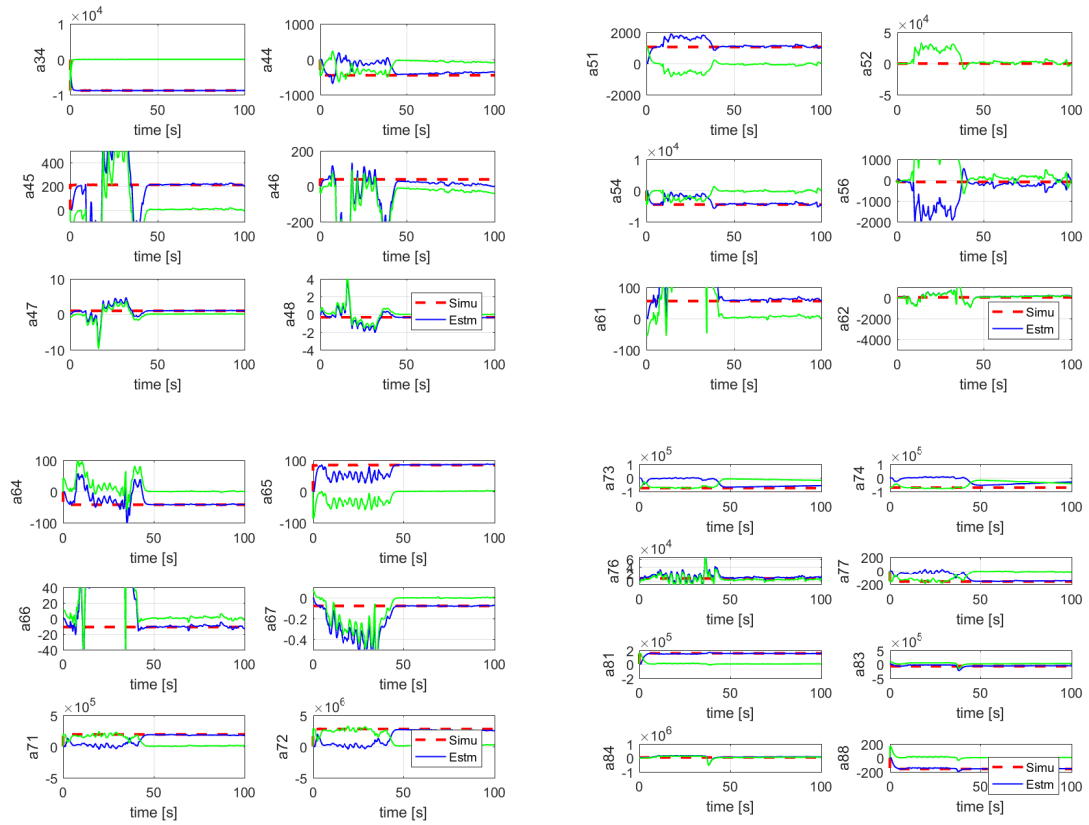


FIGURE 3.3: Paramètres actuels (rouge) vs paramètres estimés (bleu) et l'erreur (vert)

### Scénario réel

Dans la suite, nous considérons un scénario réel avec le scooter du laboratoire IBISC sous une vitesse longitudinale variant de  $3m/s$  à  $11m/s$ , figure 3.5.

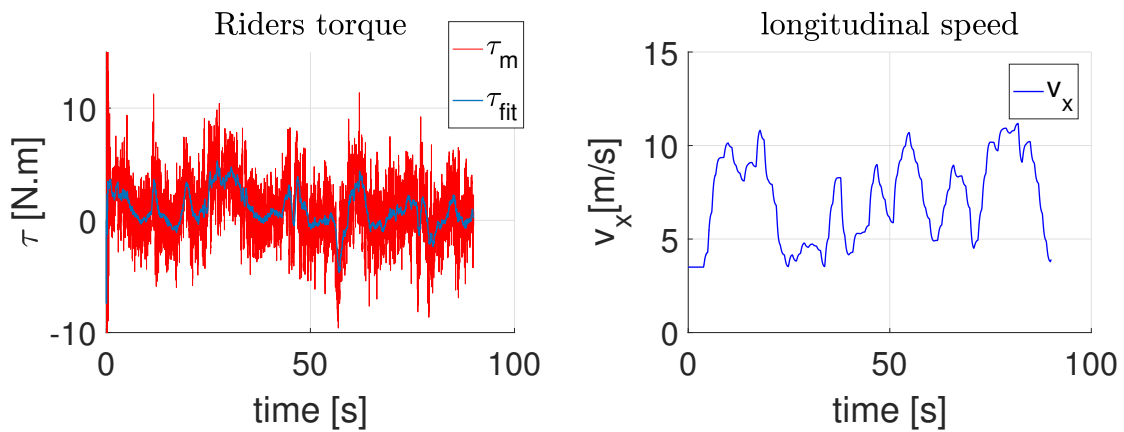


FIGURE 3.4: (right) Couple de direction (left) vitesse longitudinale

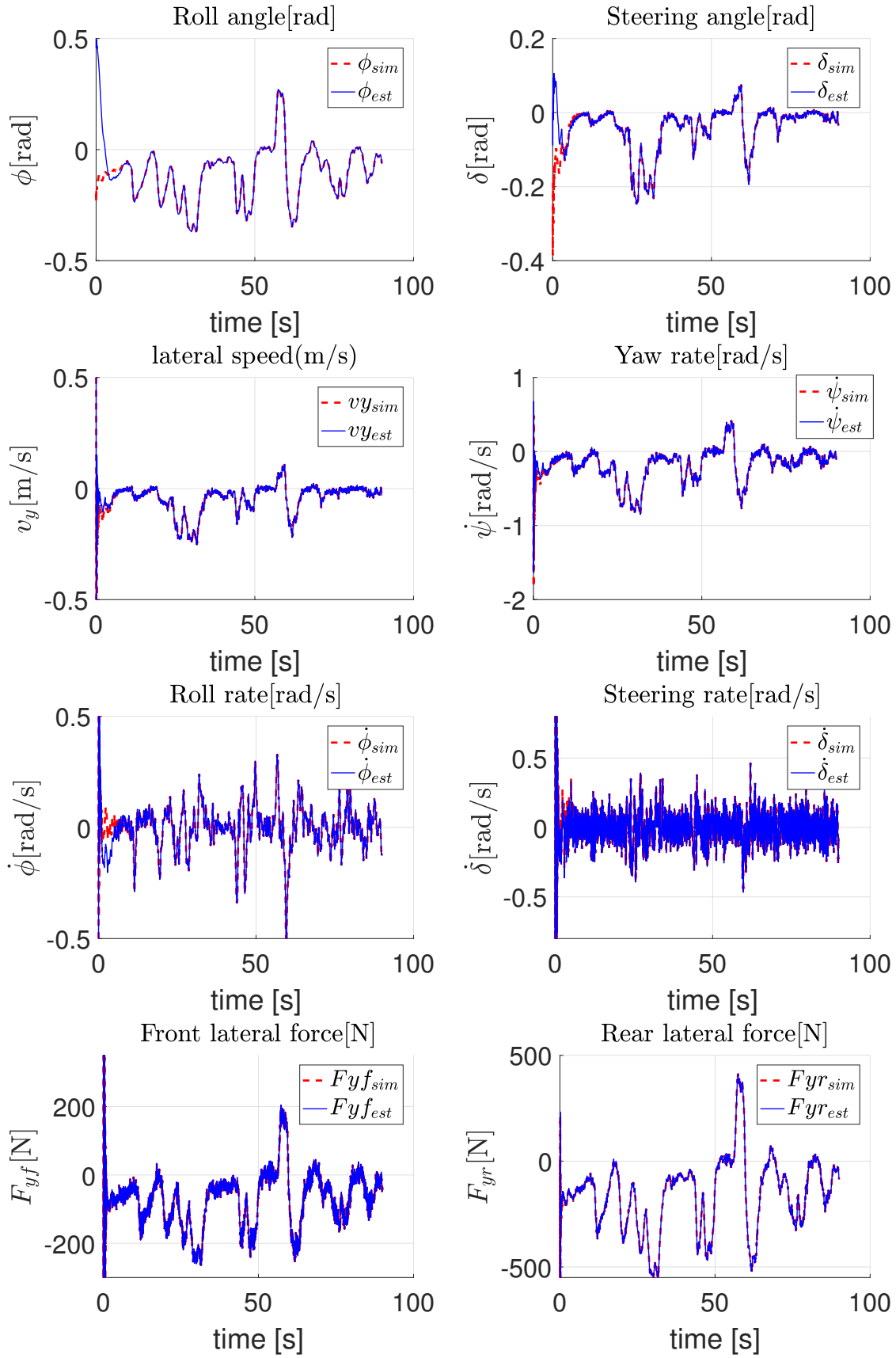


FIGURE 3.5: Estimation des états.

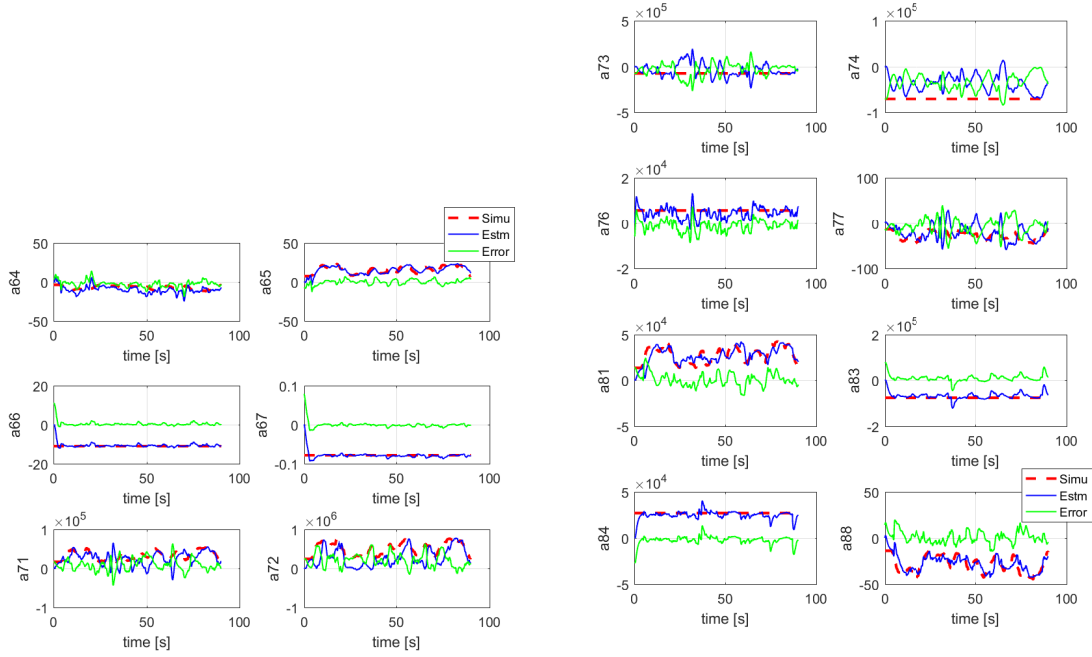


FIGURE 3.6: Paramètres actuels (rouge) paramètres estimés (bleu) et l'erreur d'identification (vert)

Les résultats sont très satisfaisants. Certains écarts, dans l'identification de paramètres, peuvent être expliqués par les erreurs de modélisation avec le prototype du laboratoire.

### 3.3.6 Analyse objective

La sensibilité des états du modèle est quantifiée en termes de variation de sortie, ce coefficient est désigné par le «TIC», utilisé dans l'analyse de sensibilité pour mesurer la précision prédictive du modèle et pour faciliter la comparaison entre le modèle réel et le modèle identifié. La formule suivante mesure la précision de l'identification :

$$TIC_i = \frac{\sqrt{\frac{1}{n} \sum (z_{mes} - z_{est})^2}}{\sqrt{\frac{1}{n} \sum z_{mes}^2 + \frac{1}{n} \sum z_{est}^2}} \quad (3.12)$$

où  $z_{mes}$  est la mesure de  $z$  contenant  $n$  échantillons et  $z_{est}$  est l'estimée donnée par l'observateur. Le «TIC» est borné par 0 et 1, où la borne basse consiste au cas le plus favorable et zéro pour le cas où les deux modèles sont confondus.

TABLE 3.1: Theil inequality coefficient ( $TIC$ )

Output $y_i$	$\phi$	$\delta$	$\psi$	$\phi$	$f$
$TIC_i$ (simulation test)	0.293	0.261	0.048	0.174	$1.482 \times 10^{-5}$
$TIC_i$ (measurement test)	0.309	0.451	0.752	0.776	$2.542 \times 10^{-7}$

Les valeurs du «TIC» concernant l'angle de roulis et de direction, la vitesse de lacet et de roulis et de l'entrée inconnue estimée sont inférieurs à 1. Les faibles valeurs de



«TIC» attestent d'une bonne précision de l'algorithme d'identification et prouvent la fiabilité du modèle identifié.

## Chapitre 4

# Caractérisation du comportement de braquage basée vision

À l'heure actuelle, les industriels du secteur du deux-roues reviennent sur l'importance des dispositifs de stabilité latérale. En effet, ce genre de systèmes a très largement fait ses preuves pour les V4RM. Il pourrait en être tout autant pour les V2RM avec des solutions adéquates. Dans ce contexte, le comportement de braquage est une information importante qui permet d'analyser la trajectoire du véhicule.

Dans l'étude de la dynamique des véhicules, les comportements de braquage dits sous ou survireurs sont bien connus comme des situations dangereuses. C'est d'autant plus vrai pour les V2RM car leur équilibre est précaire. Dans les faits, le comportement sous-vireur est dangereux car le véhicule élargit la courbe vers l'accotement qui est souvent glissant (boue, gravillons, etc.). Alors qu'un véhicule survireur a tendance à couper le virage. Les conséquences sont sans appel lorsqu'il y a un véhicule sur la voie opposée. Ces deux comportements de braquage s'opposent au comportement neutre. À noter que les V4RM sortis d'usine n'ont pas toujours un réglage de la liaison au sol assurant un comportement neutre. Cela dépend d'un ensemble de facteurs dont le principal est le type de véhicule (sportif, utilitaire, tourisme, etc.). Ce sujet a été très largement abordé pour les V4RM.

Tout au long de ce chapitre, on parlera de caractérisation du comportement de braquage. Il s'agit, en fait, de définir si le comportement du véhicule est neutre, sur ou sous-vireur tout en se basant sur des indicateurs précis.

L'approche proposée nécessite la connaissance exacte de plusieurs paramètres géométriques du véhicule et l'installation d'un codeur sur l'axe de direction du V2RM. La complexité pour aligner l'axe du codeur et celui de la colonne de direction et les fortes contraintes d'intégration dues à la compacité des V2RM ne facilitent pas l'installation d'un tel capteur. Par ailleurs, la faible amplitude de l'angle de braquage  $\delta$  (environ 10 degrés) requiert l'utilisation d'un capteur moyenne voire haute résolution pour l'obtention d'une mesure assez précise. Il est aussi possible de recourir à un système de démultiplication type poulie/courroie, plus compliqué à intégrer, mais qui permet d'utiliser un capteur de moins bonne résolution. Une autre alternative est envisageable avec leur approche qui consiste à utiliser un observateur pour estimer les dérives pneumatiques avant et arrière. Cette méthode est complexe puisque l'estimation des angles de dérive est toujours un sujet d'actualité. De plus, elle nécessite l'utilisation d'autres capteurs indispensables à l'observabilité des dérives. Un autre point négatif est le cumul des incertitudes des deux étapes successives d'estimation, celle des dérives pneumatiques, puis celle du ratio de braquage.

Pour y remédier, nous avons proposé une approche basée vision utilisant les paramètres estimés par l'algorithme présenté dans le chapitre. Les avantages sont multiples puisque :

- la solution ne requiert pas de codeur de direction,
- la solution ne requiert pas la connaissance des paramètres du V2RM,
- la solution est démocratisable à n'importe quel V2RM déjà commercialisé sans contrainte d'intégration,
- la solution est utilisable pour d'autres types de véhicules que les V2RM sans restriction particulière.

## 4.1 Approche cinématique

Cette sous-section introduit l'approche purement cinématique pour la caractérisation du comportement de braquage. Cette dernière a initialement été présentée par Cossalter. Que ce soit pour les V4RM ou les V2RM, il existe trois comportements de braquage distincts :

- sous-vireur : l'angle de braquage n'est pas assez grand par rapport à la courbe du virage. Le véhicule a tendance à se diriger vers l'extérieur du virage car le rayon de la courbe réelle est supérieur au rayon de la courbe idéale. En d'autres termes, l'angle de dérive du pneumatique avant est supérieur à l'angle de dérive du pneumatique arrière ( $\alpha_f > \alpha_r$ ),
- survireur : l'angle de braquage est trop grand par rapport à la courbe du virage. Le véhicule a tendance à s'inscrire de manière trop prononcée dans le virage car le rayon de la courbe actuelle est inférieur au rayon de la courbe idéale. En d'autres termes, l'angle de dérive du pneumatique avant est inférieur à l'angle de dérive du pneumatique arrière ( $\alpha_f < \alpha_r$ ),
- neutre : l'angle de braquage est adéquat face à la courbure du virage. Les angles de dérive des pneumatiques sont également égaux ( $\alpha_f = \alpha_r$ )

L'approche repose sur l'analyse d'une variable que l'on notera  $\xi_\delta$  désignant le ratio de braquage. À noter que cette variable est aussi utilisée en dynamique automobile. Il est défini comme étant le ratio entre le rayon de la courbe idéale  $R_{r_0}$  (sans glissement latéral) et le rayon de la courbe réelle noté  $R_r$ . Autrement dit :

$$\xi_\delta = \frac{R_{r_0}}{R_r} \quad (4.1)$$

En se basant sur les relations cinématiques et sur la géométrie du V2RM, Cossalter a introduit la relation suivante pour le calcul de  $R_{r_0}$  :

$$R_{r_0} = \frac{p}{\tan(\Delta_\delta)} = \frac{\cos(\phi) \cos(\delta) - \sin(\phi) \sin(\delta) \sin(\epsilon)}{\sin(\delta) \cos(\epsilon)} p \quad (4.2)$$

où  $p$  est l'empattement du V2RM. Alors que  $\Delta_\delta$  désigne l'angle de direction effectif calculé à partir de l'expression suivante :

$$\Delta_\delta = \text{atan} \left( \frac{\sin(\delta) \cos(\epsilon + \zeta)}{\cos(\phi) \cos(\delta) - \sin(\phi) \sin(\delta) \sin(\epsilon + \zeta)} \right) \quad (4.3)$$

Les termes  $\delta$ ,  $\zeta$ ,  $\phi$  et  $\epsilon$  désignent respectivement les angles de braquage, de tangage, de roulis et l'angle de chasse.

Il est fréquent que la dynamique de l'angle de tangage soit négligée et que des simplifications soient faites dans l'expression (4.3). Si on néglige  $\zeta$  au regard de l'angle de chasse  $\epsilon$  et le terme  $\sin(\phi) \sin(\delta)$  au regard de  $\cos(\phi) \cos(\delta)$ , on obtient :

$$\Delta_\delta = \text{atan} \left( \frac{\cos(\epsilon)}{\cos(\phi)} \tan(\delta) \right) \quad (4.4)$$

Finalement, le rayon de la courbe idéale  $R_{r_0}$  peut être calculé à partir de la connaissance des paramètres du V2RM tels que l'empattement  $p$ , l'angle de chasse  $\epsilon$  et de la mesure des angles de roulis et de braquage respectivement notés  $\phi$  et  $\delta$ .

Toujours d'après Cossalter, le rayon de la courbe actuelle  $R_r$  peut s'exprimer comme suit :

$$R_r = \frac{p}{\tan(\Delta_\delta - \alpha_f) \cos(\alpha_r) + \sin(\alpha_r)} = \frac{v_x}{\dot{\psi}} \quad (4.5)$$

avec  $\alpha_f$  et  $\alpha_r$  désignant les angles de dérive des pneumatiques avant et arrière. Tandis que  $v_x$  et  $\dot{\psi}$  correspondent à la vitesse longitudinale et à la vitesse de lacet.

D'après l'équation (4.5) ci-dessus, il est évident que deux approches sont possibles pour calculer  $R_r$ . La première se base sur la connaissance des angles de dérive des pneumatiques. En pratique,  $\alpha_f$  et  $\alpha_r$  ne sont pas mesurables, leur connaissance nécessite une étape d'estimation préliminaire. À noter que c'est un sujet délicat, encore plus pour les V2RM, qui motive activement de nombreuses recherches. La seconde méthode consiste à utiliser deux capteurs, à savoir un gyroscope pour la mesure de  $\dot{\psi}$  et un capteur de vitesse pour celle de  $v_x$ .

**Remarque 3** *Maintenant que l'expression du ratio de braquage  $\xi_\delta$  (4.1) est complètement définie avec les équations (4.3)-(4.5), une simple analyse de  $\xi_\delta$  permet de caractériser le comportement de braquage du V2RM :*

- $\xi_\delta < 1$  reflète un comportement sous-vireur,
- $\xi_\delta = 1$  reflète un comportement neutre,
- $\xi_\delta > 1$  reflète un comportement survireur.

*En pratique, il existe deux cas supplémentaires. Lorsque  $\xi_\delta < 0$  cela correspond à une situation de contre-braquage alors que  $\xi_\delta = \infty$  reflète une situation de braquage critique ( $R_{r_0} \ll R_r$ ).*

## 4.2 Approche basée sur la vision

### 4.2.1 Calcul des indicateurs basés sur la vision

Dans ce contexte, nous avons proposé une méthode originale basée vision pour la caractérisation du comportement de braquage. Cette dernière est innovante par plusieurs aspects. Premièrement, elle ne requiert pas la connaissance des paramètres du véhicule ou même de la mesure de l'angle de direction  $\delta$ . Deuxièmement, comme pour l'approche cinématique, elle permet d'estimer le ratio de braquage  $\xi_\delta$  mais aussi de nouveaux indicateurs pertinents complémentaires. Ces derniers renforcent les performances pour la caractérisation du comportement de braquage. À noter que ces nouveaux indicateurs ne peuvent pas être obtenus par la méthode cinématique.

Côté architecture matérielle, la solution proposée reprend les capteurs discutés dans le chapitre précédent. À savoir, une caméra conventionnelle et une IMU, le tout fixé à l'avant du V2RM. L'ensemble est donc facilement démocratisable à n'importe quel V2RM. Rappelons que, même s'il est situé à l'avant du véhicule, le système est considéré comme solidaire du corps principal, c'est-à-dire, qu'il n'est pas entaché par le mouvement de direction. La caméra fournit les images de la route qui vont servir de base à l'algorithme pour la reconstruction de la Vue De Dessus (VDD). Quant à l'IMU, elle permet de mesurer les angles de tangage  $\zeta$  et de roulis  $\phi$  nécessaires au calcul de la matrice de rotation de la caméra. Elle mesure également la vitesse de lacet notée  $\dot{\psi}$  requise pour le calcul du rayon de la courbe réel  $R_r$  dans (4.5). Par ailleurs, dans beaucoup de pays, la législation impose

un dispositif de mesure de la vitesse pour les véhicules routiers, on admettra donc que la mesure de la vitesse longitudinale  $v_x$  est accessible.

Finalement, à ce stade, nous disposons de la connaissance de  $R_r$  par l'équation (4.5) et des quatre paramètres estimés par l'algorithme de vision : les paramètres de la clothoïde ( $C_0$  et  $C_1$ ), la position latérale relative à la route ( $\Delta Y$ ) et l'angle de lacet relatif entre la trajectoire du véhicule et celle de la route ( $\Delta\psi$ ). Comme  $R_{r_0} = 1/C_0$ , l'estimation du ratio de braquage  $\xi_\delta$  est directe. Cette fois, le calcul de  $R_{r_0}$  n'est pas basé sur la cinématique comme dans (4.1) mais sur l'algorithme de vision.

Comme  $\Delta Y$  et  $\delta\psi$  sont des états estimés relatifs entre la position du véhicule et la trajectoire de la route (marquage délimitant la voie), nous proposons de s'intéresser à leurs dynamiques. En effet, cela permet d'ôter les composantes constantes tout en caractérisant le comportement de braquage par une simple analyse de signe. Néanmoins, l'inconvénient de la dérivation est l'amplification du bruit d'estimation qui nécessite une étape de filtrage supplémentaire. Comme l'estimation de  $\Delta\psi$  est plus bruitée que celle de  $\Delta Y$ , la dynamique estimée  $\dot{\Delta\psi}$  est plutôt considérée comme un indicateur secondaire par rapport à  $\dot{\Delta Y}$ . Son analyse n'en reste pas moins intéressante.

**Remarque 4** *Le nouvel indicateur que nous proposons est donc  $\dot{\Delta Y}$  dont le signe permet directement de caractériser le comportement de braquage comme suit :*

- $\dot{\Delta Y} < 0$  reflète une situation de sous-virage,
- $\dot{\Delta Y} = 0$  reflète une situation neutre,
- $\dot{\Delta Y} > 0$  reflète une situation de survirage.

Ce constat est assez intuitif car  $\dot{\Delta Y}$  est la vitesse de l'écart latéral entre le véhicule et une des lignes, dite de référence, définissant la trajectoire de la route. Lorsque cette vitesse est nulle, le véhicule suit exactement la trajectoire de la route. Dans le cas contraire, il y a un phénomène de sur ou sous-virage en fonction du signe de la vitesse  $\dot{\Delta Y}$ . La raison qui motive notre engouement pour ce nouvel indicateur est le ratio entre l'amplitude du bruit et celle des variations du signal. Cette observation est discutée en détail dans la section suivante.

**Remarque 5** *On peut faire un constat similaire pour l'indicateur complémentaire  $\dot{\Delta\psi}$  dont une simple analyse du signe permet de caractériser le comportement de braquage. Il vient :*

- $\dot{\Delta\psi} > 0$  reflète une situation de sous-virage,
- $\dot{\Delta\psi} = 0$  reflète une situation neutre,
- $\dot{\Delta\psi} < 0$  reflète une situation de survirage.

Cette remarque 5 est assez triviale puisque  $\dot{\Delta\psi}$  est la vitesse de l'angle de lacet relatif entre la tangente à la trajectoire du V2RM et celle à la trajectoire de la route. Finalement, si les deux tangentes sont parallèles alors le comportement de braquage est neutre. Dans le cas contraire, ce dernier est sous ou survireur suivant le signe de  $\dot{\Delta\psi}$ .

### 4.3 Validation sur le simulateur BikeSim

Dans cette section, on propose de valider la fonction de risque pour la caractérisation du comportement de braquage sur le simulateur BS. Pour ce faire, nous avons simulé un virage à rayon constant avec trois scénarios différents :

- un scénario de survirage,
- un scénario de braquage neutre,
- un scénario de sous-virage.

À noter que l'approche n'est absolument pas limitée aux virages à rayon constant. Néanmoins, ce type de scénario facilite grandement la mise en évidence des critères pour la détection de sous et survirage. Cela permet également une validation beaucoup plus claire de l'approche.

L'objectif de ces trois simulations est de tester les indicateurs pertinents choisis pour la détection de sur et sous-virage au guidon d'un V2RM. Comme discuté dans la section précédente, on propose d'étudier l'estimation du ratio de braquage  $\xi_\delta$  basée sur la vision et sur les mesures de la vitesse du V2RM et de la vitesse de lacet (4.5). Aussi, on discute l'introduction des nouveaux indicateurs issus de la vision, à savoir  $\Delta\dot{Y}$  et  $\Delta\dot{\psi}$ .

Le lecteur pourra se référer au manuscrit de thèse de Pierre-Marie Damon pour toute information sur l'installation de la caméra et de l'IMU ou sur les spécifications des capteurs. De plus, on admettra que :

- la route est plane,
- le rayon de la trajectoire neutre du virage est de 232 mètres,
- la route est propre et sèche avec un coefficient d'adhérence  $\mu = 0.8$ ,
- une seule voie de circulation est simulée avec une largeur de 5 mètres,
- le marquage délimitant la voie de droite est pris comme référence,
- la résolution de la caméra est  $(1080 \times 720)$ .

À noter que BS offre plusieurs modèles de conducteurs avec des stratégies de contrôle très différentes. Dans notre cas, il s'agit d'un contrôle en boucle ouverte sur le couple de braquage, plus propice à simuler des scénarios de sur ou sous-virage.

### 4.3.1 Simulation de scénarios de sous et survirage

La figure 4.1 présente les différentes trajectoires du V2RM pendant le virage constant. Sur la 4.1.a on aperçoit, en bleu, la trajectoire du V2RM pour un comportement de braquage neutre. En d'autres termes, la trajectoire du véhicule est parallèle à celle des lignes de droite et gauche du couloir de circulation. Alors que sur la figure 4.1.b, il s'agit des trajectoires de sur et sous-virages tracées respectivement en rouge et magenta. On notera que ce code couleur est réutilisé tout au long de cette section. Tandis que le couloir de circulation est délimité en noir. La ligne verticale en pointillés désigne le temps à partir duquel le ratio de braquage (voir la figure 4.3) est significativement affecté par le phénomène de sur ou sous-virage.

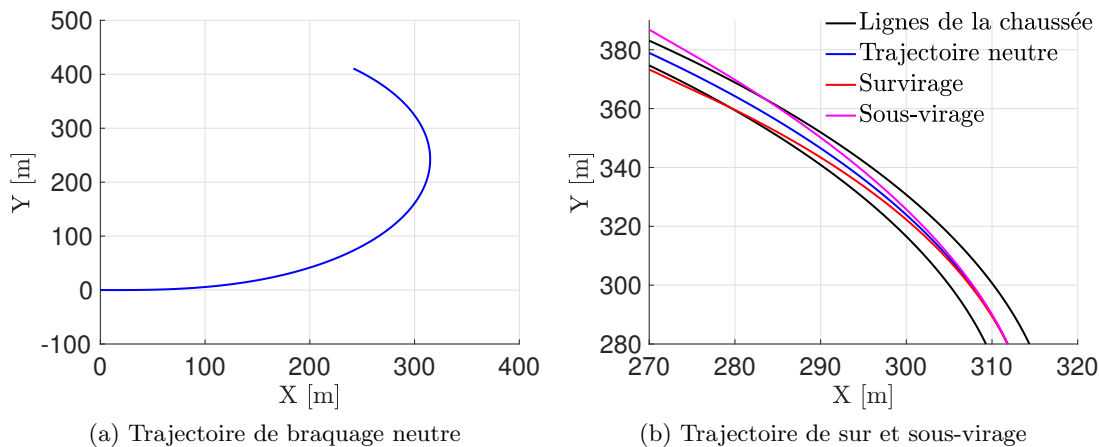


FIGURE 4.1: Trajectoire du véhicule en virage pour différents comportements de braquage

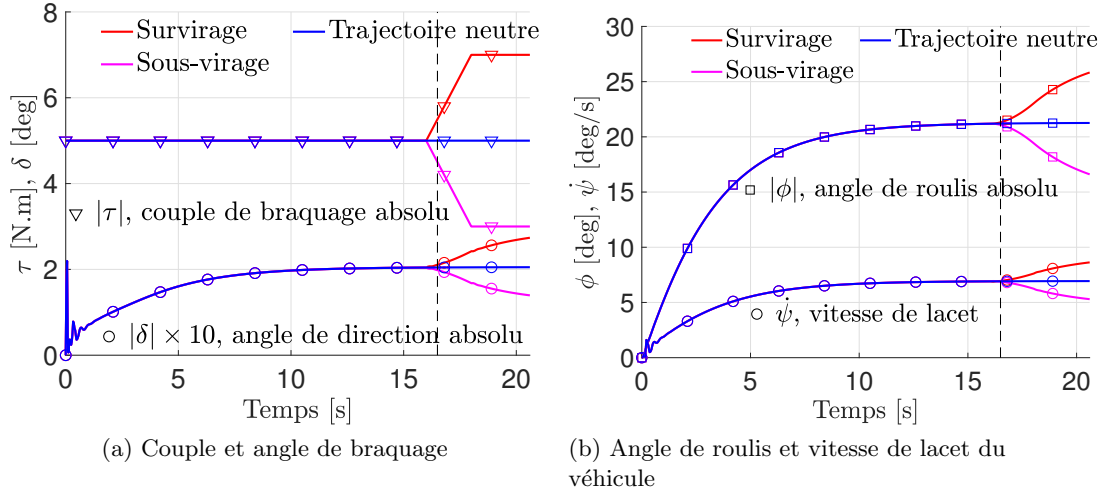


FIGURE 4.2: Dynamique du véhicule et de l'action du conducteur en virage pour différents comportements de braquage

La figure 4.2.a présente le couple de braquage  $\tau$  avec lequel le motard virtuel contrôle la direction du V2RM. Sur cette même figure, on peut aussi voir l'angle de direction  $\delta$  correspondant à un facteur d'échelle de 10.

Les figures 4.1.b et 4.2.a montrent bien les causes des phénomènes de sur et sous-virages. Lorsqu'un V2RM est survireur, le couple appliqué par le motard sur le guidon est trop important par rapport à la géométrie du virage. Le V2RM a tendance à virer vers l'intérieur de la courbe. À l'inverse, en sous-virage le couple appliqué est trop faible, le V2RM a tendance à élargir la trajectoire jusqu'à la sortie de route. La figure 4.2.b présente l'angle de roulis du V2RM  $\phi$  et la vitesse de lacet  $\dot{\psi}$  pour les trois cas de figure. On peut voir que la moindre action sur le guidon en virage (quelques  $N.m$ ) a des conséquences significatives sur la dynamique complète du V2RM (changement du cap, action sur l'angle de roulis, etc.). C'est pourquoi nous avons discuté dans le chapitre précédent de l'importance de prendre en compte les variations de roulis dans l'algorithme d'estimation. On peut aussi remarquer que l'état initial de la simulation est tel que le V2RM entre dans la courbe avec un angle de roulis et de direction nuls ( $\phi_0 = 0^\circ$  et  $\delta_0 = 0^\circ$ ).

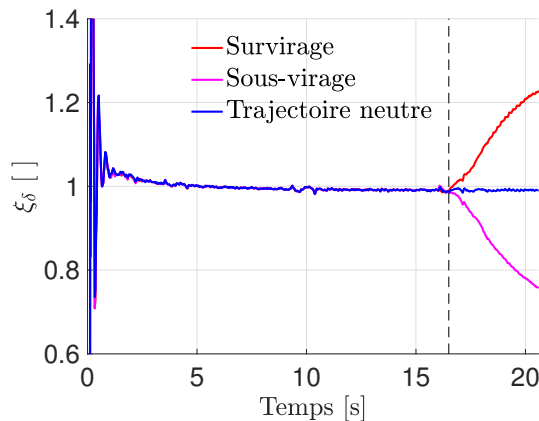
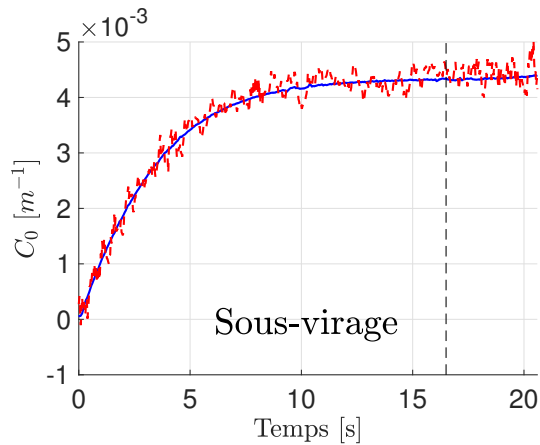
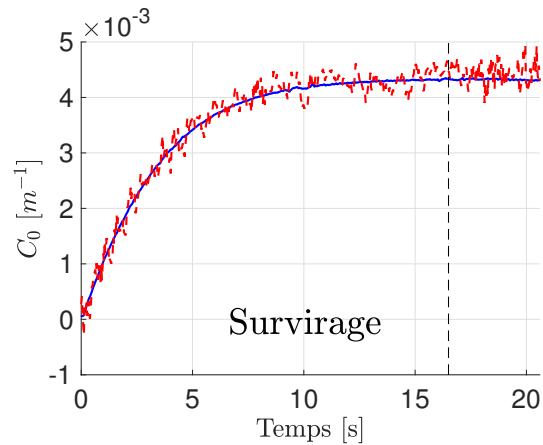


FIGURE 4.3: Ratio de braquage cinématique

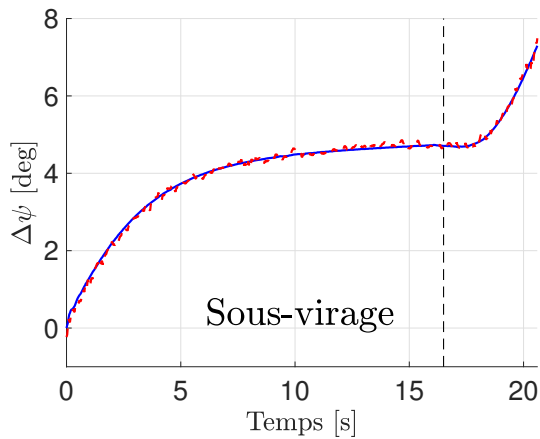
La figure 4.3 présente le ratio de braquage  $\xi_\delta$  calculé par l'approche cinématique avec les expressions (4.1), (4.2) et (4.5). Cette figure illustre bien la remarque 3 faite précédemment.



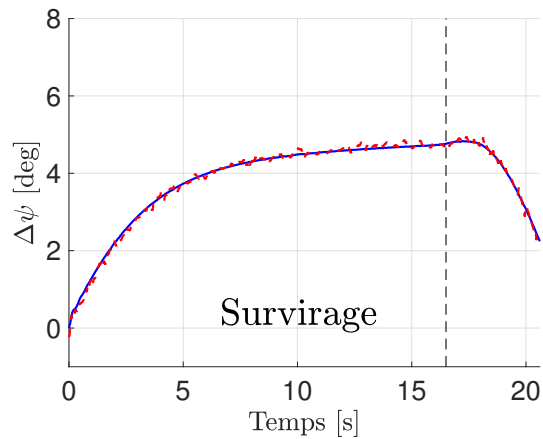
(a) Paramètre  $C_0$  de la clothoïde simulé (bleu) et estimé (rouge)



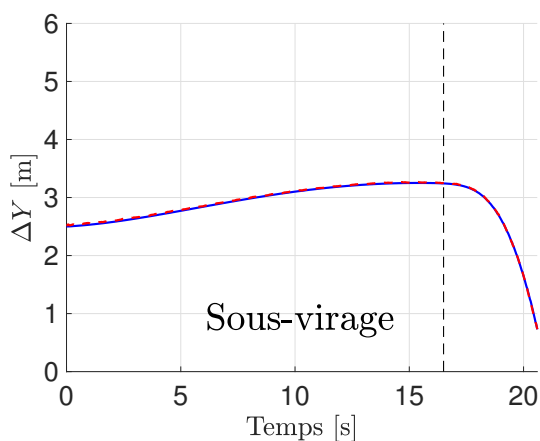
(b) Paramètre  $C_0$  de la clothoïde simulé (bleu) et estimé (rouge)



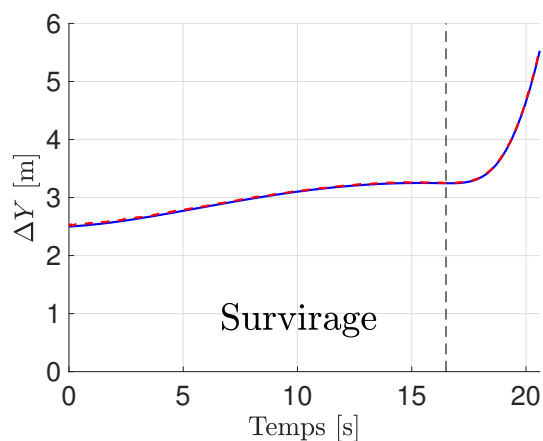
(c) Angle de lacet relatif simulé (bleu) et estimé (rouge)



(d) Angle de lacet relatif simulé (bleu) et estimé (rouge)



(e) Position latérale relative simulée (bleu) et estimée (rouge)



(f) Position latérale relative simulée (bleu) et estimée (rouge)

FIGURE 4.4: Résultats d'estimation pendant un virage constant pour une résolution d'image de  $(1080 \times 720)$

La figure 4.4 montre les états simulés, en bleu, et ceux estimés à partir du modèle



(??) par rapport à ligne de droite de la chaussée, en rouge. Rappelons que le terme  $C_1$  de (??) désigne la vitesse de variation du rayon du virage. Or, il est question de simuler une route avec un virage constant, dans ce cas  $C_1$  n'apporte aucune information utile, c'est pourquoi son estimation n'est pas discutée. On peut remarquer que la résolution d'image de  $(1080 \times 720)$  permet d'obtenir des résultats très fiables avec des estimations très proches des valeurs simulées. Notamment pour la position latérale relative et le lacet relatif du V2RM par rapport à la route.

Les figures 4.4.a-4.4.b montrent le rayon de courbure de la trajectoire de la route. Pour rappel, le rayon de courbure correspond à l'inverse du rayon  $C_0 = 1/R_{r_0}$ . Tandis que les figures 4.4.c-4.4.d et 4.4.e-4.4.f illustrent respectivement le lacet relatif et la position relative du V2RM par rapport à la ligne de droite de la chaussée.

Les figures de gauche de 4.4 correspondent au scénario de sous-virage tandis que celles de droite sont pour un cas de survirage. Les figures 4.4.e-4.4.f montrent bien que, dans le cas du sous-virage, l'écart latéral à la ligne de droite se réduit jusqu'à ce que le véhicule coupe la ligne, c'est alors la sortie de route. À l'inverse, un V2RM survireur s'éloigne de la ligne de droite. Cette observation dépend évidemment de la ligne choisie en référence.

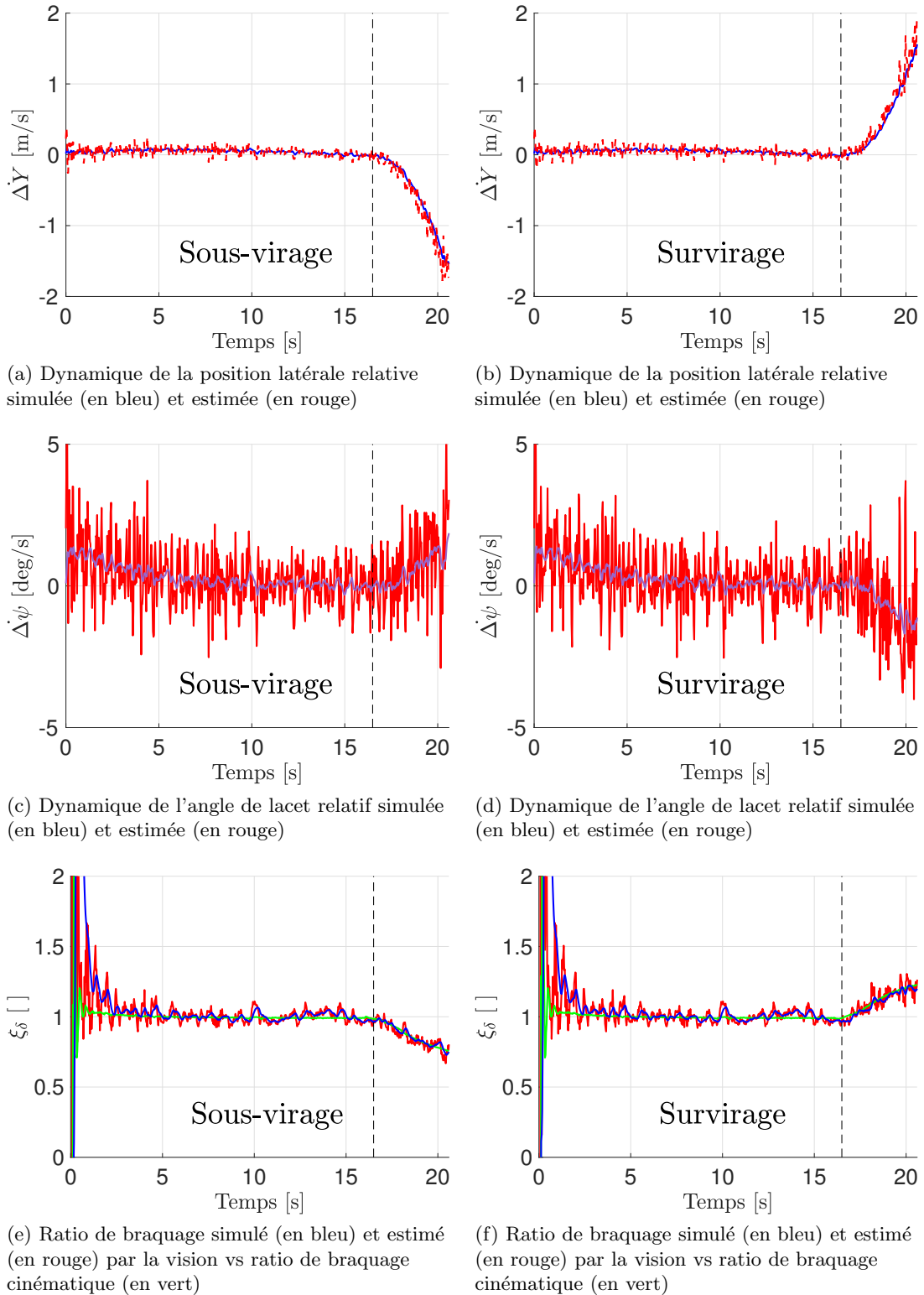


FIGURE 4.5: Indicateurs basés vision pour la détection de sous et survirage

### 4.3.2 Discussion des résultats

La figure 4.5 illustre les indicateurs pertinents proposés pour la caractérisation du comportement de braquage. Comme pour la figure précédente, à gauche ce sont les résultats pour un scénario de sous-virage alors, qu'à droite, il s'agit d'un cas de survirage. On y

retrouve le fameux ratio de braquage  $\xi_\delta$  mais cette fois-ci estimé grâce à la vision et non par l’approche cinématique. Il y a aussi les nouveaux indicateurs proposés  $\Delta\dot{Y}$  qui correspond à la dynamique de l’écart latéral à la ligne de droite et la dynamique du lacet relatif  $\Delta\dot{\psi}$ . Cette dernière est la dynamique de l’angle entre les tangentes aux trajectoires du véhicule et celle de la route. À noter que les données brutes (non-filtrées) sont difficilement exploitables à cause du bruit d’estimation amplifié par la dérivation. C’est pourquoi  $\xi_\delta$ ,  $\Delta\dot{Y}$  et  $\Delta\dot{\psi}$  ont été filtrées avec un simple filtre de Butterworth du premier ordre. L’utilisation d’un différenciateur ou d’un filtre plus avancé pourrait probablement améliorer les performances. Néanmoins, rappelons que l’objectif est de valider l’analyse de ces nouveaux indicateurs obtenus par l’approche basée vision et non de se focaliser sur l’étape de filtrage.

Finalement, on peut voir dans les figures 4.5.e et 4.5.f que le ratio de braquage estimé par la vision est très proche de celui calculé par l’approche cinématique tracé en vert. Ensuite, le nouvel indicateur  $\Delta\dot{Y}$  (figures 4.5.a et 4.5.b) s’avère être vraiment intéressant et son évolution confirme bien la remarque 4. En effet, ce qui motive notre intérêt pour ce nouvel indicateur est le ratio entre l’amplitude de variation du signal en cas de sur ou sous-virage et l’amplitude du bruit. À l’inverse, ce même ratio est très mauvais pour  $\Delta\dot{\psi}$  (figure 4.5.c et 4.5.d), ce qui en fait plutôt un indicateur complémentaire permettant de renforcer la confiance des résultats. Néanmoins, ses variations confirment bien la remarque 5. Par ailleurs, ce ratio bruit-signal est acceptable dans l’estimation de  $\xi_\delta$  mais l’amplitude du bruit peut ponctuellement fausser les résultats.

## 4.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté la synthèse d’une nouvelle fonction de risque pour la caractérisation du comportement de braquage des motards. Alors que les approches conventionnelles utilisent des approches basées sur la cinématique, nous proposons ici une méthode originale basée sur l’interprétation des indicateurs estimés avec l’algorithme de vision. L’utilisation de la vision permet de s’affranchir de nombreuses contraintes comme la connaissance de certains paramètres du véhicule, ou encore, de l’installation d’un codeur sur la direction du V2RM. Elle permet aussi de contourner une éventuelle étape d’estimation préalable des dérivées pneumatiques dans le cas où le concepteur choisirait d’utiliser l’expression nécessitant la connaissance de ces dernières. Cependant, elle nécessite la détectabilité d’au moins un des marquages de la chaussée.

La fonction de risque que nous proposons est basée sur l’analyse de trois variables :

- $\xi_\delta$  : le ratio de braquage calculé grâce à la vision,
- $\Delta\dot{Y}$  : la dynamique de l’écart latéral à la ligne de référence,
- $\Delta\dot{\psi}$  : la dynamique de l’angle entre les tangentes aux trajectoires du véhicule et celle de la ligne de référence.

L’étude de  $\xi_\delta$  est commune à beaucoup de travaux abordant l’analyse du comportement de braquage. Néanmoins, l’introduction de  $\Delta\dot{Y}$  et  $\Delta\dot{\psi}$  est totalement nouvelle. Ces deux derniers sont obtenus par dérivation des paramètres  $\Delta Y$  et  $\Delta\psi$  estimés par l’algorithme de vision. Les remarques 3, 4 et 5 définissent clairement les critères pour la caractérisation du comportement de braquage à partir de ces trois variables. Par ailleurs, l’analyse de  $\Delta\dot{Y}$  est fort intéressante car cette variable a un rapport bruit sur amplitude assez favorable, ce qui n’est pas le cas de  $\Delta\psi$ . C’est pourquoi, nous préférons utiliser  $\xi_\delta$  et  $\Delta\dot{Y}$  comme indicateurs primaires et  $\Delta\dot{\psi}$  comme un indicateur secondaire permettant d’améliorer la confiance des résultats.

Finalement, des résultats de simulation issus du logiciel BikeSim (BS) ont montré que la synthèse de cette fonction de risque basée vision a un potentiel indéniable pour ca-

racteriser le comportement de braquage. Elle s'avère être une alternative très intéressante à l'approche cinématique. En effet, elle est beaucoup plus riche en informations puisqu'elle se base sur l'analyse, non pas d'un seul paramètre  $\xi_\delta$ , mais de trois paramètres  $\xi_\delta$ ,  $\Delta Y$  et  $\Delta\psi$ .

Bien que les résultats soient vraiment encourageants, l'idée présentée dans ce chapitre mérite d'être approfondie. En effet, pour la validation de l'approche et la compréhension des résultats, nous nous sommes limités au cas du virage constant. Il serait intéressant de simuler le cas de la clothoïde où le rayon varie proportionnellement à l'abscisse curviligne de la courbe. De plus, telle que la fonction de risque est présentée dans ce chapitre, elle ne prend pas en compte les cas où le motard souhaite changer volontairement sa position dans son couloir de circulation, sans pour autant, que ce soit une situation dangereuse. Dans ce cas, la simple analyse du ratio de braquage n'est pas suffisante. Mais notre méthode s'avère être parfaitement adaptée à ce type de scénarios, puisqu'elle se base aussi sur l'analyse de la vitesse de l'écart latéral et de l'angle de lacet. On pourrait donc imaginer des critères avec des seuils sur ces deux vitesses. En effet, lorsque le motard décide volontairement de se rapprocher d'une ligne, ce dernier agit assez lentement sur ces paramètres, alors qu'une situation de sous ou survirage dangereuse a une dynamique plus rapide. Les aspects de robustesse sont aussi à étudier comme la présence de véhicule dans l'horizon de prédiction, des conditions extérieurs défavorables, etc.

## Chapitre 5

# Conclusion générale

Ce rapport retrace l'activité scientifique et de développement du laboratoire IBISC dans le cadre du projet ANR générique VIROLO++ pendant la période de 02/2016 à 02/2019. Le laboratoire s'est investi activement dans la tâche 4 (T4.1, T4.2 et T4.3) ayant pour objectif le développement d'une fonction de risque et au préalable à la tâche 2 (T2.2 et T2.3) pour la synthèse des modèles dynamiques et les algorithmes d'observation pour la reconstruction des états non mesurés.

Trois étapes importantes ont été identifiées : 1- définir la finesse des modèles pertinents pour développer les fonctions de risque, 2- identifier des paramètres géométriques et inertiels des motos à l'aide 3- proposer des d'expérimentations excitant les modes des modèles dynamiques.

Concernant le volet "modélisation", nous avons étudié et développé deux types de modèles en fonction de la finesse escomptée. La validation de ces modèles s'est déroulée en plusieurs phases. La première étant d'identifier les paramètres inertiels et les manœuvres excitantes (statiques et dynamiques). Cette étape s'est avérée complexe du fait du nombre important de paramètres, particulièrement pour le modèle à deux corps (plus de 30 paramètres inconnus à identifier). Pour contourner cette difficulté, nous avons proposé plus schémas d'identification : identification algébrique, par descente de gradient et une approche originale basée sur des observateurs à entrées inconnues. Les modèles identités ont été validés, par le biais de quelques scénarios réalisés avec la moto Kawasaki ER6N. Les résultats sont très concluants.

Sur le volet "reconstruction d'états dynamiques", nous avons mis en place plusieurs nouvelles approches d'estimation et d'observation : type Luenberger, algébriques passant par des écritures en fonction de transfert et d'autres approches avancées avec un découplage des entrées/paramètres inconnu(e)s . Ces dernières utilisées pour des techniques d'observation en vue de reconstruire des états dynamiques de la moto que l'on ne peut pas mesurer avec des capteurs physiques (forces de contact pneu-chaussée, action du conducteur, etc.). En effet, le développement des systèmes d'assistance à la conduite pour les véhicules à deux-roues motorisés nécessite l'accès à la dynamique moto.

Par ailleurs, les approches basées systèmes de vision présentent un avantage indéniable. En effet, la facilité d'utilisation et le coût d'installation favoriseraient l'implémentation sur les véhicules à deux roues motorisés. L'inconvénient majeur résiderait dans les conditions " temps-réel " de la reconstruction des états dynamiques ainsi que la sensibilité des algorithmes utilisés dépendant essentiellement de la qualité de l'image et l'optimisation de la recherche de la zone d'intérêt.



# Bibliographie

- [1] P.-M. Damon, H. Dabladji, D. Ichalal, L. Nehaoua, and H. Arioui, “Lateral motorcycle dynamics and rider action estimation : An lpv unknown input observer approach,” in *IEEE Multi-Conferences on Systems and Control (MSC)*, 2016. [Online]. Available : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01515601/document>
- [2] P. Damon, H. Dabladji, D. Ichalal, L. Nehaoua, and H. Arioui, “Estimation of lateral motorcycle dynamics and rider action with luenberger observer,” in *Intelligent Transportation Systems (ITSC), 2016 IEEE 19th International Conference*. IEEE, 2016, pp. 2392–2397. [Online]. Available : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01515601>
- [3] P.-M. Damon, D. Ichalal, L. Nehaoua, and H. Arioui, “Lateral & steering dynamics estimation for single track vehicle : Experimental tests,” in *20th World Congress of the International Federation of Automatic Control (IFAC)*, 2017. [Online]. Available : [http://aramis.iup.univ-evry.fr:8080/~ichalal/Dalil%20Ichalal-fichiers/IFAC17\\_3861\\_PM.pdf](http://aramis.iup.univ-evry.fr:8080/~ichalal/Dalil%20Ichalal-fichiers/IFAC17_3861_PM.pdf)
- [4] M. A. A. Fouka, L. Nehaoua, H. Arioui, and S. Mammar, “Parametric identification of a powered two-wheeled vehicles : Algebraic approach,” in *IEEE 25th Mediterranean Conference on Control and Automation*, Malte, 2017. [Online]. Available : <https://hal.archives-ouvertes.fr/IBISC/hal-01520798v1>
- [5] —, “Mutiple-gradient descent algorithm for parametric identification of a powered two-wheeled vehicles,” in *IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics (SMC)*, Banff, Canada, 2017. [Online]. Available : [http://www.smc2017.org/SMC2017\\_Papers/media/files/0836.pdf](http://www.smc2017.org/SMC2017_Papers/media/files/0836.pdf)
- [6] P.-M. Damon, D. Ichalal, H. Arioui, and S. Mammar, “Cascaded flatness-based observation approach for lateral motorcycle dynamics estimation,” in *IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics (SMC)*, Banff, Canada, 2017. [Online]. Available : [http://www.smc2017.org/SMC2017\\_Papers/media/files/0757.pdf](http://www.smc2017.org/SMC2017_Papers/media/files/0757.pdf)
- [7] P.-M. Damon, D. Ichalal, L. Nehaoua, and H. Arioui, “Rider weight consideration for luenberger observer design to estimate lateral motorcycle dynamics and rider’s action,” in *IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics (SMC)*, Banff, Canada, 2017. [Online]. Available : [http://www.smc2017.org/SMC2017\\_Papers/media/files/0697.pdf](http://www.smc2017.org/SMC2017_Papers/media/files/0697.pdf)
- [8] —, “Steering and lateral motorcycle dynamics estimation : Validation of luenberger-like lpv observer approach,” *IEEE Transactions on Intelligent Vehicles (soumis)*., 2017.
- [9] M. A. A. Fouka, L. Nehaoua, H. Arioui, and S. Mammar, “Simultaneous parameters identification and state estimation based on unknown input observer for a class of lpv systems,” in *American Control Conference (ACC), soumis*, 2018.

- [10] M. Fouka, L. Nehaoua, M. Dabladji, H. Arioui, and S. Mammar, “Adaptive observer for motorcycle state estimation and tire cornering stiffness identification,” in *2018 IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*. IEEE, 2018, pp. 3018–3024.
- [11] M. Fouka, L. Nehaoua, D. Ichalal, H. Arioui, and S. Mammar, “Road geometry and steering reconstruction for powered two wheeled vehicles,” in *2018 21st International Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC)*. IEEE, 2018, pp. 2024–2029.
- [12] P.-M. Damon, H. Hadj-Abdelkader, H. Arioui, and K. Youcef-Toumi, “Inverse perspective mapping roll angle estimation for motorcycles,” in *15th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision (ICARCV 2018)*, 2018.
- [13] P.-M. Damon, H. Hadj-Adelkader, H. Arioui, and K. Youcef-Toumi, “Image-based lateral position, steering behavior estimation and road curvature prediction for motorcycles,” in *IROS 2018 - International Conference on Intelligent Robots*. [https://www.ibisc.univ-evry.fr/~harioui/publications/IROS\\_RAL\\_2018\\_PMD\\_vf.pdf](https://www.ibisc.univ-evry.fr/~harioui/publications/IROS_RAL_2018_PMD_vf.pdf), 2018.
- [14] P.-M. Damon, H. Hadj-Abdelkader, H. Arioui, and K. Youcef-Toumi, “Powered two-wheeled vehicles steering behavior study : Vision-based approach,” in *2018 15th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision (ICARCV)*. IEEE, 2018, pp. 355–360.
- [15] M. Fouka, L. Nehaoua, H. Arioui, and S. Mammar, “Simultaneous parameters identification and state estimation based on unknown input observer for a class of lpv systems,” in *2018 Annual American Control Conference (ACC)*. IEEE, 2018, pp. 1120–1125.
- [16] L. Nehaoua, L. Nouvellière, and S. Mammar, “Dynamics modeling of a two-wheeled vehicle using Jourdain’s principle,” in *19th Mediterranean Conference on Control Automation (MED)*, June 2011, pp. 1088–1093.
- [17] L. Nehaoua, H. Arioui, N. Seguy, and S. Mammar, “Dynamic modeling of a two wheeled vehicle : Jourdain formalism,” *Vehicle System Dynamics*, 2013.
- [18] M. E. H. Dabladji, D. Ichalal, H. Arioui, and S. Mammar, “Observer based controller for single track vehicles,” in *IEEE 52nd Annual Conference on Decision and Control (CDC)*, Dec 2013, pp. 7420–7425.
- [19] M. E.-H. Dabladji, D. Ichalal, H. Arioui, and S. Mammar, “Toward a robust motorcycle braking,” *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 25, no. 3, pp. 1052–1059, 2017.
- [20] L. Nehaoua, D. Ichalal, H. Arioui, S. Mammar, and L. Fridman, “Lean and steering motorcycle dynamics reconstruction : An unknown-input HOSMO approach,” in *American Control Conference (ACC)*, June 2013, pp. 2821–2826.
- [21] D. Ichalal, H. Dabladji, H. Arioui, S. Mammar, and L. Nehaoua, “Observer design for motorcycle lean and steering dynamics estimation : A Takagi-Sugeno approach,” in *American Control Conference (ACC)*, June 2013, pp. 5654–5659.
- [22] L. Nehaoua, D. Ichalal, H. Arioui, S. Mammar, and L. Fridman, “An unknown-input HOSM approach to estimate lean and steering motorcycle dynamics,” *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 63, no. 7, pp. 3116–3127, Sept 2014.
- [23] M. E.-H. Dabladji, D. Ichalal, H. Arioui, S. Mammar, and L. Fridman, “Estimation of lateral dynamics and road curvature for two-wheeled vehicles : A hosm observer approach,” in *IFAC World Congress, 2014*, vol. 19, no. 1, 2014, pp. 2806–2811.



- [24] H. Dabladji, D. Ichalal, H. Arioui, and S. Mammar, “On the estimation of longitudinal dynamics of powered two-wheeled vehicles,” in *European Control Conference*, 2015.
- [25] —, “Unknown-input observer design for motorcycle lateral dynamics : Ts approach,” *Control Engineering Practice*, vol. 54, pp. 12–26, 2016.
- [26] R. S. Sharp, “The stability and control of motorcycles,” *Journal of Mechanical Engineering Science*, vol. 13, no. 5, pp. 316–329, 1971.
- [27] R. Sharp, S. Evangelou, and D. J. Limebeer, “Advances in the modelling of motorcycle dynamics,” *Multibody system dynamics*, vol. 12, no. 3, pp. 251–283, 2004.
- [28] H. Pacejka, *Tire and Vehicle Dynamics*. SAE International, 2005.
- [29] V. Cossalter, *Motorcycle dynamics*. Lulu, 2006.
- [30] M. E.-H. Dabladji, “Vers un système de sécurité semi-actif pour les véhicules à deux-roues motorisés,” Ph.D. dissertation, Université Paris-Saclay ; Université d’Evry Val d’Essonne, 2015.
- [31] M. E.-H. Dabladji, D. Ichalal, H. Arioui, and S. Mammar, “Unknown-input observer design for motorcycle lateral dynamics : Ts approach,” *Control Engineering Practice*, vol. 54, pp. 12–26, 2016.
- [32] M. A. A. Fouka, L. Nehaoua, H. Arioui, and S. Mammar, “State, parameter, and unknown input estimation problems in active automotive safety applications : Novel method,” in *American Control Conference (ACC), soumis*, 2018.
- [33] R. Kalman, “A new approach to linear filtering and prediction problems,” *Transactions of the ASME - Journal of Basic Engineering*, vol. 82, pp. 35–45, 1960.
- [34] H. K. Khalil, *Nonlinear Systems*. Prentice-Hall, New Jersey, 1996.
- [35] L. Fridman, J. Davila, and A. Levant, “High-order sliding-mode observation for linear systems with unknown inputs,” *Nonlinear Analysis : Hybrid Systems*, vol. 5, no. 2, pp. 189–205, 2011.
- [36] H. Rosenbrock, “Transformation of linear constant system equations,” in *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers*, vol. 114, no. 4. IET, 1967, pp. 541–544.
- [37] M. Hautus, “Strong detectability and observers,” *Linear Algebra and its Applications*, vol. 50, pp. 353 – 368, 1983.
- [38] J. A. Moreno, E. Rocha-Cózatl, and A. V. Wouwer, “A dynamical interpretation of strong observability and detectability concepts for nonlinear systems with unknown inputs : application to biochemical processes,” *Bioprocess and biosystems engineering*, vol. 37, no. 1, pp. 37–49, 2014.



## Annexe A

# Observateurs, observabilité et détectabilité

### A.1 Observateur pour les systèmes dynamiques

L'estimation des variables décrivant la dynamique d'un système physique est une thématique de recherche très active depuis une trentaine d'années. Le coût économique de certains capteurs ou l'inaccessibilité à la mesure de certaines variables sont les raisons qui suscitent cet intérêt et qui expliquent pourquoi les outils de l'observation sont largement répandus. Les observateurs ne sont ni plus ni moins que des capteurs logiciels, qui grâce à des algorithmes mathématiques permettent d'estimer certaines dynamiques d'un système. Ils sont incontournables voir indispensable dans certains domaines comme la commande des systèmes, la supervision ou le diagnostic de défauts. Considérons le système dynamique suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= f(x(t), u(t), w(t), t) \\ y(t) &= h(x(t), u(t), w(t), t) \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

avec  $x \in \mathbb{R}^n$  le vecteur d'état,  $u \in \mathbb{R}^{n_u}$  le vecteur des entrées connues,  $w \in \mathbb{R}^{n_w}$  le vecteur des entrées inconnues (perturbations, incertitudes, etc.) et  $y \in \mathbb{R}^{n_y}$  le vecteur des mesures.  $f : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^{n_u} \times \mathbb{R}^{n_w} \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^n$  et  $h : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^{n_u} \times \mathbb{R}^{n_w} \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^{n_y}$  sont deux fonctions continues. Un observateur d'état du système (A.1) est un système dynamique dont les entrées sont le vecteur des entrées connues et le vecteur des mesures respectivement  $u(t)$  et  $y(t)$ . Il a pour sortie le vecteur des états estimés  $\hat{x}(t)$ , calculé à partir des équations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{z}(t) &= f_z(z(t), u(t), y(t), t) \\ \hat{x}(t) &= h_z(z(t), u(t), y(t), t) \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

L'objectif principal lors de la synthèse d'un observateur est de déterminer les fonctions  $f_z(\cdot)$  et  $h_z(\cdot)$  afin de garantir la convergence asymptotique vers zéro de l'erreur d'estimation définie par :

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t) \quad (\text{A.3})$$

Autrement dit :

$$\|e(t)\| = \|x(t) - \hat{x}(t)\| \rightarrow 0 \text{ quand } t \rightarrow \infty \quad (\text{A.4})$$

Dans le cas où la convergence asymptotique ne peut être assurée à cause de la présence d'incertitudes, de perturbations, de défauts ou encore d'entrées non-mesurables, il est

possible d'utiliser les outils issus de la robustesse. Ils permettent de minimiser l'erreur d'estimation  $e$  mais ne garantissent pas une convergence asymptotique. Il existe d'autres structures d'observateurs, comme par exemple celle permettant d'estimer les entrées inconnues. Elle est définie par :

$$\begin{cases} \dot{z}(t) &= f_z(z(t), u(t), y(t), t) \\ \hat{x}(t) &= h_{z1}(z(t), u(t), y(t), t) \\ \hat{w}(t) &= h_{z2}(z(t), u(t), y(t), t) \end{cases} \quad (\text{A.5})$$

Pour synthétiser cet observateur il est donc question de trouver les fonctions  $f_z(\cdot)$ ,  $h_{z1}(\cdot)$  et  $h_{z2}(\cdot)$  permettant d'assurer la convergence de l'erreur d'estimation des états telle qu'elle est définie dans (A.3) et celle de l'estimation des entrées inconnues définie par :

$$e_w(t) = w(t) - \hat{w}(t) \quad (\text{A.6})$$

Avant de procéder à la synthèse d'un observateur, une étude d'observabilité préalable est nécessaire pour savoir s'il est possible ou non de reconstruire le vecteur d'état  $x(t)$  et le cas échéant celui des entrées inconnues  $w(t)$  à partir de la connaissance du vecteur des entrées connues  $u(t)$  et des mesures  $y(t)$ .

## A.2 Observabilité des systèmes linéaires

Etudier l'observabilité ou la détectabilité d'un système dynamique consiste à définir les conditions sous lesquelles les états d'un système peuvent être estimés à partir des entrées connues et des sorties. Dans le cas des systèmes linéaires invariants dans le temps, on considère la classe de systèmes suivant :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + Dw(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

avec  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $B \in \mathbb{R}^{n \times n_u}$ ,  $C \in \mathbb{R}^{n_y \times n}$  et  $D \in \mathbb{R}^{n \times n_w}$  désignant respectivement les matrices d'état, de commande des entrées connues, d'observation et celle de commande des EI.  $n$ ,  $n_u$ ,  $n_y$  et  $n_w$  sont respectivement les dimensions des vecteurs  $x(t)$ ,  $u(t)$ ,  $y(t)$  et  $w(t)$ .

**Definition 1** Soit  $\mathcal{O}$  la matrice d'observabilité définie par Kalman [33] comme suit :

$$\mathcal{O} = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \quad (\text{A.8})$$

- Le système (A.8) est observable si  $\text{rang}(\mathcal{O}) = n$ .
- Autrement, le système (A.8) est détectable si les modes non-observables du système sont stables.

Pour aborder l'observabilité des EI, il est nécessaire d'introduire la notion de degré relatif.

**Definition 2** Considérons que (A.7) est un système mono-entrée mono-sortie aussi appelé SISO.  $r_{yu}$  est un degré relatif de la sortie  $y(t)$  par rapport à l'entrée  $u(t)$  si et seulement si :

- La sortie  $y(t)$  et ses dérivées successives  $\frac{d^i y(t)}{dt^i}$  avec  $i = 1, \dots, r_{yu} - 1$  ne dépendent pas explicitement de l'entrée  $u(t)$ .
- La dérivée  $\frac{d^{r_{yu}} y(t)}{dt^{r_{yu}}}$  dépend explicitement de l'entrée  $u(t)$ .

La même définition est valable pour le degré relatif du vecteur des mesure  $y(t)$  par rapport à l'entrée inconnue  $w(t)$ . pour les systèmes NL, la formulation mathématique du degré relatif est obtenue avec les dérivées de Lie [34].

Pour les systèmes multi-entrée multi-sorties (MIMO), on introduit la notion du vecteur des degrés relatifs comme suit :

**Lemme 2** Soit le système (A.7) avec le vecteur des sorties  $y(t) = [y_1(t), \dots, y_n(t)]^T$ . Soit  $r_i$  le degré relatif de la sortie  $y_i(t)$  par rapport à l'entrée  $u(t)$ . Le vecteur des degrés relatifs partiels de la sortie multi-variables  $y(t)$  par rapport au vecteur des entrées  $u(t)$  est donné par :  $[r_1, \dots, r_{n_y}]$  si et seulement si :

$$\text{rang} \begin{bmatrix} \frac{d^{r_1} y_1(t)}{dt^{r_1}} \\ \vdots \\ \frac{d^{r_{n_y}} y_{n_y}(t)}{dt^{r_{n_y}}} \end{bmatrix} = n_y \quad (\text{A.9})$$

On appelle  $r_{yu} = \sum_1^{n_y} r_i$  le degré relatif du vecteur des sorties  $y(t)$  par rapport au vecteur des entrées  $u(t)$ . Il est toujours inférieur ou égal à  $n$ .

Pour les systèmes linéaires, le vecteur des degrés relatifs est défini comme suit :

**Definition 3** [35] Soit le système (A.7).  $[r_1, \dots, r_{n_y}]$  est le vecteur des degrés relatifs partiels du vecteur de sortie  $y(t)$  par rapport au vecteur des entrées inconnues  $w(t)$ , si pour chaque degré relatif  $r_i$ , les équations suivantes sont vérifiées :

$$\begin{aligned} C_i A^j D &= 0 \text{ pour } j = 1, \dots, r_i - 2 \\ C_i A^{r_i - 1} D &\neq 0 \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

et

$$\det \begin{bmatrix} C_1 A^{r_1 - 1} D \\ \vdots \\ C_{n_y} A^{r_{n_y} - 1} D \end{bmatrix} \neq 0 \quad (\text{A.11})$$

avec  $i$  le  $i^{\text{ème}}$  vecteur de la matrice  $C$ .

L'étude de l'observabilité et de la détectabilité des EI revient à étudier le degré relatif du vecteur des sorties par rapport au vecteur des EI, ou bien étudier la matrice de Roosenbrock défini par :

**Definition 4** Pour le système (A.7), la matrice de Roosenbrock du triplet  $(A, D, C)$  est définie comme suit [36] :

$$\mathcal{R}(s) = \begin{bmatrix} sI - A & D \\ -C & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.12})$$

$s_0$  est un zéro invariant du triplet  $(A, D, C)$  si  $\text{rang}(\mathcal{R}(s_0)) < n + \text{rang}(D)$ .

**Lemme 3** Le système (A.7) est fortement observable si et seulement si l'une des propriétés suivantes est respectée :

- Le triplet  $(A, D, C)$  n'a pas de zéro invariant.

- Le vecteur des mesure  $y(t)$  a un degré relatif  $r_{yw} = n$  par rapport au vecteur des entrées inconnues  $w(t)$ .

Autrement, il est fortement détectable si et seulement si :

- Le degré relatif  $r$  du vecteur de sortie  $y(t)$  par rapport au vecteur des entrées inconnues existe et le triplet  $(A, D, C)$  n'a pas de zéro invariants instables, c'est à dire le système est à phase minimale.

### A.3 Observabilité des systèmes non-linéaires

**Definition 5** [37] *Considérons le système NL (A.1), pour toute condition initiale  $x(0)$ , tout vecteur d'entrée  $u(t)$  et tout couple d'entrées inconnues  $(w(t), \bar{w}(t))$ , le système NL (A.1), considérant deux trajectoires différentes  $x(t)$  et  $\bar{x}(t)$ , est appelé :*

- à états fortement observables si :  $y(x(t), u(t), w(t), t) = y(\bar{x}(t), u(t), \bar{w}(t), t)$  implique que  $x(t) = \bar{x}(t)$ .
- à états fortement détectables si :  $y(x(t), u(t), w(t), t) = y(\bar{x}(t), u(t), \bar{w}(t), t)$  implique que  $x(t) \rightarrow \bar{x}(t)$  quand  $t \rightarrow \infty$ .
- à états fortement détectables si :  $y(x(t), u(t), w(t), t) \rightarrow y(\bar{x}(t), u(t), \bar{w}(t), t)$  quand  $t \rightarrow \infty$  implique que  $x(t) \rightarrow \bar{x}(t)$  quand  $t \rightarrow \infty$ .

La définition 5 traite uniquement de l'observabilité et de la respectabilité des états. L'observabilité (respectivement la détectabilité) des EI est similaire et permet de reconstruire en temps fini les entrées inconnues du système (perturbation, défaut, état non-mesuré, etc.) à partir du vecteur des mesures et celui des entrées connues.

**Definition 6** [38] *Pour toute condition initiale  $x(0)$  et tout vecteur d'entrée connue  $u(t)$  le système (A.1) est dit :*

- à états et entrées inconnues fortement observables si :  $y(x(t), u(t), w(t), t) = y(\bar{x}(t), u(t), \bar{w}(t), t)$  implique que  $x(t) = \bar{x}(t)$ . et que  $w(t) = \bar{w}(t)$ .
- à états et entrées inconnues fortement détectables si :  $y(x(t), u(t), w(t), t) = y(\bar{x}(t), u(t), \bar{w}(t), t)$  implique que  $x(t) \rightarrow \bar{x}(t)$  et  $w(t) \rightarrow \bar{w}(t)$  quand  $t \rightarrow \infty$ .
- à états et entrées inconnues fortement asydétectables si :  $y(x(t), u(t), w(t), t) \rightarrow y(\bar{x}(t), u(t), \bar{w}(t), t)$  quand  $t \rightarrow \infty$  implique que  $x(t) \rightarrow \bar{x}(t)$  et  $w(t) \rightarrow \bar{w}(t)$  quand  $t \rightarrow \infty$ .



## Annexe B

# Notations et définitions

Variables, matrices et notations	
$v_x, v_y$	vitesse longitudinale et latérale
$\phi, \psi, \delta$	angle de roulis, lacet et braquage
$\dot{\phi}, \dot{\psi}, \dot{\delta}$	vitesse de roulis, lacet et braquage
$\ddot{\phi}, \ddot{\psi}, \ddot{\delta}$	accélération de roulis, lacet et braquage
$a_y$	accélération latérale
$\tau$	couple de braquage
$F_y, F_{y_f}, F_{y_r}$	forces pneumatiques latérales
$M_z, M_x, M_s$	moments autour de Z, X et de l'axe de direction
$\dot{x}, \ddot{x}$	dérivées temporelles de la variable $x$
$\hat{x}, [x]_e$	estimation de la variable $x$
$x^T$	transposé du vecteur ou de la matrice $x$
$x_f, x_r$	désigne l'indice avant et arrière de la variable $x$
$y_i$	mesures
$x, \bar{x}, \tilde{x}$	vecteurs des états
$y, \bar{y}, \tilde{y}$	vecteurs des mesures
$f, \bar{f}$	vecteurs des perturbation
$d$	vecteur des entrées inconnues
$M, R(v_x), V$	matrices du système descripteur (2.9)
$A(v_x), \bar{A}(v_x), \tilde{A}(v_x)$	matrices d'état
$B, \bar{B}, \tilde{B}$	vecteurs des entrées
$C, \bar{C}$	matrices d'observation
$D(\rho), \tilde{D}(v_x)$	matrices des entrées inconnues
$F, \bar{F}$	matrices des perturbations

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{33} & m_{34} & m_{35} & m_{36} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{34} & m_{44} & m_{45} & m_{46} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{35} & m_{45} & m_{55} & m_{56} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{36} & m_{46} & m_{56} & m_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



$$R(v_x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_{34}v_x & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & r_{44}v_x & r_{45}v_x & r_{46}v_x & r_{47} & r_{48} \\ r_{51} & r_{52} & 0 & r_{54}v_x & 0 & r_{56}v_x & 0 & 0 \\ r_{61} & r_{62} & 0 & r_{64}v_x & r_{65}v_x & r_{66} & r_{67} & 0 \\ r_{71}v_x & r_{72}v_x & r_{73} & r_{74} & 0 & 0 & r_{77}v_x & 0 \\ r_{81}v_x & 0 & r_{83} & r_{84} & 0 & 0 & 0 & r_{88}v_x \end{bmatrix}$$

---

Termes des matrices  $m_{ij}$  et  $r_{ij}$

---

$$m_{33} = M_f + M_r, m_{34} = M_f k, m_{35} = M_f j + M_r h, m_{36} = M_f e, \\ m_{44} = M_f k^2 + I_{rz} + I_{fx} \sin^2(\epsilon) + I_{fz} \cos^2(\epsilon), m_{45} = M_f j k - C_{rxz} + \\ (I_{fz} - I_{fx}) \sin(\epsilon) \cos(\epsilon), m_{46} = M_f e k + I_{fz} \cos(\epsilon), m_{55} = M_f j^2 + M_r h^2 + \\ I_{rx} + I_{fx} \cos^2(\epsilon) + I_{fz} \sin^2(\epsilon), m_{56} = M_f e j + I_{fz} \sin(\epsilon), m_{66} = I_{fz} + M_f e^2$$

$$r_{34} = -M_f - M_r, r_{44} = -M_f k, r_{45} = i_{fy}/R_f + i_{ry}/R_r, \\ r_{46} = i_{fy}/R_f \sin(\epsilon), r_{47} = l_f, r_{48} = -l_r, r_{51} = (M_f j + M_r h)g, \\ r_{52} = M_f e g - \eta F_{zf}, r_{54} = -M_f j - M_r h - i_{fy}/R_f - i_{ry}/R_r, \\ r_{56} = -i_{fy}/R_f \cos(\epsilon), r_{61} = M_f e g - \eta F_{zf}, r_{62} = (M_f e g - \eta F_{zf}) \sin(\epsilon), \\ r_{64} = -M_f e - i_{fy}/R_f \sin(\epsilon), r_{65} = i_{fy}/R_f \cos(\epsilon), r_{66} = -K, r_{67} = -\eta, \\ r_{71} = \frac{C_{f2}}{\sigma_f}, r_{72} = \frac{C_{f2} \sin(\epsilon) + C_{f1} \cos(\epsilon)}{\sigma_f}, r_{73} = -\frac{C_{f1}}{\sigma_f}, r_{74} = -\frac{C_{f1}}{\sigma_f} l_f, \\ r_{76} = \frac{C_{f1}}{\sigma_f} \eta, r_{77} = -\frac{1}{\sigma_f}, r_{81} = \frac{C_{r2}}{\sigma_r}, r_{83} = \frac{C_{r1}}{\sigma_r}, r_{84} = \frac{C_{r1}}{\sigma_r} l_r, r_{88} = -\frac{1}{\sigma_r}$$

---

Définition des paramètres du modèle de Sharp

---

$g$	gravité
$\epsilon$	angle de chasse
$\eta$	chasse mécanique
$K$	coefficient amortissement de la direction
$F_{zf}$	charge verticale sur le pneumatique avant
$C_{rxz}$	Produit d'inertie du corps arrière
$M_f, M_r$	masse des corps
$j, h$	dimensions géométriques (*)
$k, e$	dimensions géométriques (*)
$l_f, l_r$	dimensions géométriques (*)
$R_f, R_r$	rayon des roues
$i_{fy}, i_{ry}$	inerties des roues autour de Y
$I_{fx}, I_{rx}$	inerties des corps autour de X
$I_{fz}, I_{rz}$	inerties des corps autour de Z

(\*) Pour plus de détails le lecteur pourra se référer à [26].