

**EVALUACIÓN DE DESEMPEÑO DE CONTROLADORES PARA REGULACIÓN
DE TEMPERATURA Y NIVEL EN TANQUES EN CASCADA**

**CAROLINA HIGUERA ARIAS
EDGAR CAMILO CAMACHO POVEDA**

**UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA Y TECNOLÓGICA DE COLOMBIA
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA
TUNJA
2014**

**EVALUACIÓN DE DESEMPEÑO DE CONTROLADORES PARA REGULACIÓN
DE TEMPERATURA Y NIVEL EN TANQUES EN CASCADA**

**CAROLINA HIGUERA ARIAS
EDGAR CAMILO CAMACHO POVEDA**

**Trabajo de grado para optar al título de
INGENIERO ELECTRÓNICO**

**Director del Proyecto
ING. MSc. OSCAR MAURICIO HERNÁNDEZ GÓMEZ**

**UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA Y TECNOLÓGICA DE COLOMBIA
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA
TUNJA
2014**

Nota de aceptación:

Firma del presidente del jurado

Firma del jurado

Firma del jurado

Tunja, 26 de Noviembre de 2014

La autoridad científica de la facultad de ingeniería reside en ella misma, por tanto no responde por las opiniones expresadas en este proyecto de investigación.

Se autoriza su uso y reproducción indicando su origen.

Dedico este trabajo a mis padres, Carlos y Lilitiana, y a mi hermano Ricardo, por su amor incondicional y apoyo en cada proyecto de mi vida. A Franquito, por su compañía y alegrar mis días.

Carolina Higuera Arias

Dedicado a las personas que con su esfuerzo y apoyo incondicional hacen posible que día a día alcance mis sueños y mis metas más preciadas, mi familia: Trinidad, Edgar, Andrea, Ángela y Claudina.

Edgar Camilo Camacho Poveda

AGRADECIMIENTOS

Principalmente damos gracias a Dios por la vida y la salud para permitirnos llegar a éste momento de nuestras vidas, y la sabiduría para emprender los retos y proyectos a los que nos enfrentamos día a día. Agradecemos a nuestros padres y hermanos, por el esfuerzo y apoyo para ayudarnos a cumplir nuestros sueños.

Agradecemos al Ing. Oscar Mauricio Hernández Gómez por asumir éste reto con nosotros y ser el guía para que cada una de las acciones realizadas en éste proyecto fueran exitosas. Por dedicarnos el tiempo y compartir con nosotros sus conocimientos y experiencia para así reflejarlos en éste trabajo.

A los amigos que nos acompañaron y ayudaron en éste proceso, especialmente a Ferney Alonso Soler Sánchez, por su colaboración en la construcción de la planta piloto, y por enseñarnos que las cosas se deben tomar con calma.

A la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, por darnos la formación como ingenieros electrónicos y por prestarnos sus instalaciones en las cuales se desarrolló la mayor parte del proyecto. A la Escuela de Ingeniería Electrónica y a sus semilleros de investigación MATRIS², ROBOTICA-UPTC y S-PERD por su apoyo para la realización de éste trabajo. A los ingenieros Fabián Rolando Jiménez López, Ilber Adonayt Ruge Ruge, Jairo Alonso Mesa Lara, Orlando Fernández Naranjo y Oscar Fernando Vera Cely, por acompañarnos en nuestro proceso de formación como ingenieros, por los consejos dados y los conocimientos compartidos. A Jairo Pacheco Ruano por la colaboración prestada durante el periodo de trabajo en las instalaciones de los laboratorios.

CONTENIDO

	pág.
INTRODUCCIÓN	17
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	19
JUSTIFICACIÓN	20
OBJETIVOS	22
1. MARCO TEÓRICO	23
1.1. ASPECTOS BÁSICOS DE LA PLANTA PILOTO DE TANQUES EN CASCADA	23
1.1.1. Subsistema de Nivel de Líquido	24
1.1.2. Subsistema Térmico	25
1.2. IDENTIFICACIÓN DE SISTEMAS	26
1.2.1. Identificación de sistemas lineales	26
1.2.2. Modelo Hammerstein-Wiener	26
1.2.3. Toolbox de identificación de sistemas de MATLAB®	27
1.3. CONTROLADOR PID (PROPORCIONAL-INTEGRAL-DERIVATIVO)	27
1.3.1. Filtrado de la acción derivativa	29
1.3.2. Función de transferencia continua del controlador PID	29
1.3.3. Discretización del controlador PID	29
1.3.4. Saturación del término integral	31
1.4. CONTROLADOR ALGEBRAICO	31
1.5. CONTROLADOR POR LÓGICA DIFUSA	33
1.5.1. Interfaz de fusificación	34
1.5.2. Base de conocimientos	34
1.5.3. Lógica de decisiones	35
1.5.4. Interfaz de defusificación	35
2. DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE LA PLANTA PILOTO	36
2.1. ESTRUCTURA FÍSICA	36
2.2. ACTUADORES	37
2.2.1. Servoválvula	37
2.2.2. Motobomba	38
2.2.3. Resistencias calefactoras	38
2.3. SENSÓRICA	39
2.3.1. Sensores de nivel	39
2.3.2. Sensor de temperatura	40
2.4. PANEL DE CONTROL DE USUARIO	40
2.5. ELECTRÓNICA Y ACONDICIONAMIENTO DE SEÑALES DE ACTUADORES	41
2.6. CONEXIÓN DE LA PLANTA AL PLC EATON® EC4P-222-MTAX1 PARA REALIZAR CONTROL Y ADQUISICIÓN DE DATOS	44

3. MODELAMIENTO MATEMÁTICO DEL SISTEMA	47
3.1. MODELAMIENTO DEL SUBSISTEMA DE NIVEL DEL LÍQUIDO	47
3.1.1. Obtención de la Ecuación Diferencial Característica	47
3.1.2. Linealización del Modelo de Nivel	48
3.2. MODELAMIENTO DEL SISTEMA TÉRMICO	50
3.2.1. Obtención de la Ecuación Diferencial Característica	51
4. IDENTIFICACIÓN DEL SISTEMA	54
4.1. METODOLOGÍA PARA LA ADQUISICIÓN DE DATOS	54
4.2. IDENTIFICACIÓN DE LOS ACTUADORES	54
4.2.1. Identificación de servoválvula superior	54
4.2.2. Identificación de Resistencias Calefactoras	56
4.3. OBTENCIÓN DEL MODELO DE NIVEL RESPECTO AL FLUJO DE ENTRADA	57
4.4. OBTENCIÓN DEL MODELO DE NIVEL RESPECTO AL VOLTAJE <i>RMS</i> SOBRE LAS RESISTENCIAS CALEFACTORAS	62
4.5. OBTENCIÓN DEL MODELO DE TEMPERATURA RESPECTO AL FLUJO DE ENTRADA	62
4.6. OBTENCIÓN DEL MODELO DE TEMPERATURA RESPECTO AL VOLTAJE <i>RMS</i> SOBRE LAS RESISTENCIAS CALEFACTORAS	63
5. DISEÑO, IMPLEMENTACIÓN Y RESULTADOS OBTENIDOS CON EL CONTROLADOR PID	66
5.1. ESTRUCTURA DEL SISTEMA REALIMENTADO	66
5.1.1. Estructura del sistema realimentado para el control de nivel	66
5.1.2. Estructura del sistema realimentado para el control de temperatura	67
5.2. DISEÑO DE CONTROLADORES PID	67
5.2.1. Diseño analítico de controlador PID para una función de transferencia de un polo y un cero	67
5.2.2. Diseño analítico de controlador PI para una función de transferencia de un polo y un cero	69
5.3. IMPLEMENTACIÓN DEL CONTROLADOR PID DE NIVEL	71
5.3.1. Simulación del controlador PID para nivel	72
5.3.2. Prueba experimental del controlador PID para nivel	72
5.4. IMPLEMENTACIÓN DEL CONTROLADOR PID DE TEMPERATURA	75
5.4.1. Simulación del controlador PID para temperatura	76
5.4.2. Prueba experimental del controlador PID para temperatura	77
5.5. IMPLEMENTACIÓN DEL CONTROLADOR PI DE TEMPERATURA	79
5.5.1. Simulación del controlador PI para temperatura	79
5.5.2. Prueba experimental del controlador PI para temperatura	80
5.6. PRUEBA EXPERIMENTAL DE LOS CONTROLADORES DE NIVEL Y TEMPERATURA SIMULTANEAMENTE	81

6. DISEÑO, IMPLEMENTACIÓN Y RESULTADOS OBTENIDOS CON EL CONTROLADOR ALGEBRAICO	84
6.1. ESTRUCTURA DEL SISTEMA REALIMENTADO.	84
6.2. DISEÑO DEL CONTROLADOR ALGEBRAICO	85
6.3. SIMULACIÓN DEL CONTROLADOR ALGEBRAICO	88
6.4. IMPLEMENTACIÓN DEL CONTROLADOR ALGEBRAICO	91
6.4.1. Simulación del controlador algebraico a implementar	92
6.4.2. Prueba experimental del controlador algebraico	94
7. DISEÑO, IMPLEMENTACIÓN Y RESULTADOS OBTENIDOS CON EL CONTROLADOR POR LÓGICA DIFUSA	97
7.1. ESTRUCTURA DEL SISTEMA REALIMENTADO	97
7.2. DEFINICIÓN DE UNIVERSOS DE DISCURSO Y CONJUNTOS DIFUSOS	98
7.2.1. Universos de discurso y conjuntos difusos para el controlador de nivel	98
7.2.2. Universos de discurso y conjuntos difusos para el controlador de temperatura	98
7.3. DEFINICIÓN DE REGLAS DIFUSAS DE CONTROL	99
7.4. SIMULACIÓN DE LOS CONTROLADORES DIFUSOS	100
7.5. PRUEBA EXPERIMENTAL DE LOS CONTROLADORES DIFUSOS	100
8. EVALUACIÓN DE DESEMPEÑO Y COMPARACIÓN DE CONTROLADORES	105
9. CONCLUSIONES	111
10. RECOMENDACIONES	113
BIBLIOGRAFÍA	114

LISTA DE TABLAS

	pág.
Tabla 1. Variables involucradas en la planta piloto	24
Tabla 2. Parámetros de los tanques	37
Tabla 3. Especificaciones de los sensores ultrasónicos para medir la variable Nivel	39
Tabla 4. Conexiones entre la planta piloto y el módulo de expansión de puertos	46
Tabla 5. Variables que hacen parte del subsistema de nivel del líquido	47
Tabla 6. Parámetro de la planta piloto necesarios para la función de transferencia	50
Tabla 7. Variables que hacen parte del subsistema térmico	50
Tabla 8. Flujo de salida de tanque superior respecto al voltaje aplicado en la entrada de control de la servoválvula 1	55
Tabla 9. Voltaje <i>RMS</i> sobre las resistencias calefactoras para diferentes voltajes en la terminal de control	56
Tabla 10. Niveles de estabilización para los distintos flujos de entrada	62
Tabla 11. Porcentajes de aproximación de los modelos estimados a la respuesta original del sistema	59
Tabla 12. Parámetros de la no linealidad de salida según el rango de entrada	60
Tabla 13. Porcentajes de aproximación de los modelos estimados a la respuesta original del sistema	64
Tabla 14. Especificaciones de diseño para el controlador algebraico	87
Tabla 15. Reglas difusas para los controladores de nivel y temperatura	99
Tabla 16. Comparación de parámetros de desempeño de los controladores para nivel.	105
Tabla 17. Comparación de parámetros de desempeño de los controladores para temperatura.	105
Tabla 18. Tiempo de procesamiento de cada controlador.	106
Tabla 19. Asignación de peso para los objetivos de tercer nivel.	108
Tabla 20. Tabla de ponderaciones de las alternativas: Controlador PID, Algebraico y Difuso.	109

LISTA DE FIGURAS

	pág.
Figura 1. Esquema de la planta piloto.	23
Figura 2. Estructura del modelo Hammerstein-Wiener.	27
Figura 3. Estructura básica de control PID.	28
Figura 4. Diagrama de bloques del controlador PID.	28
Figura 5. Diagrama de bloques del controlador PID discreto.	30
Figura 6. Estructura para la saturación del término integral.	31
Figura 7. Esquema de realimentación para el controlador algebraico.	31
Figura 8. Estructura de un controlador difuso.	34
Figura 9. Ejemplo de universo de discurso de entrada.	34
Figura 10. Ejemplo de universo de discurso de salida, con conjuntos difusos recortados.	35
Figura 11. Centroide de área formada por conjuntos difusos de salida.	35
Figura 12. Estructura física de la planta piloto.	36
Figura 13. Diagrama y resultado final de las servoválvulas.	37
Figura 14. Especificaciones e implementación de la motobomba.	38
Figura 15. Implementación de las resistencias calefactoras y el mezclador.	38
Figura 16. Implementación de los sensores ultrasónicos de distancia para medir nivel.	39
Figura 17. Implementación de la PT100 con su cabezal y transmisor.	40
Figura 18. Diseño y resultado final del panel de control de la planta piloto.	41
Figura 19. Diagrama de bloques del circuito de acondicionamiento de señal de actuadores.	42
Figura 20. Diseño y resultado final de las borneras para conexiones de entrada y salida del compartimiento del panel de control.	44
Figura 21. Esquema de conexión de los equipos utilizados para el control y adquisición de datos.	45
Figura 22. Diagrama del subsistema de nivel del líquido.	47
Figura 23. Diagrama del subsistema térmico.	51
Figura 24. Relación entre el voltaje aplicado a la entrada de control de la servoválvula 1 y el flujo de salida del tanque superior.	55
Figura 25. Estímulo aplicado para la identificación de nivel respecto al flujo de entrada del tanque intermedio.	58
Figura 26. Respuesta del sistema a lazo abierto ante el estímulo aplicado.	58
Figura 27. Comparación de la respuesta de los modelos estimados ante el estímulo aplicado.	60
Figura 28. Respuesta de la temperatura del líquido del tanque intermedio ante el estímulo aplicado.	63
Figura 29. Respuesta de cada uno de los modelos estimados a comparación de la respuesta real del sistema.	64
Figura 30. Estructura del sistema realimentado para el control de nivel.	66
Figura 31. Estructura del sistema realimentado para el control de temperatura.	67

Figura 32. Diagrama de bloques para simulación del controlador PID con el modelo no lineal de nivel en Simulink®.	72
Figura 33. Señales de control, salida y error simuladas del modelo no lineal de nivel con controlador PID.	73
Figura 34. Señales de control, salida y error de nivel con controlador PID obtenidos a partir de la prueba realizada experimentalmente.	74
Figura 35. Diagrama de bloques para simulación del controlador PID con modelo de temperatura en Simulink®.	76
Figura 36. Señales de control, salida y error simuladas del modelo de temperatura con controlador PID, sin saturación (izquierda) y con saturación (derecha).	77
Figura 37. Señales de control, salida y error de temperatura con controlador PID obtenidos a partir de la prueba realizada experimentalmente.	78
Figura 38. Señales de control, salida y error simuladas del modelo de temperatura con controlador PI, sin saturación (izquierda) y con saturación (derecha).	79
Figura 39. Señales de control, salida y error de temperatura con controlador PI obtenidos a partir de la prueba realizada experimentalmente.	80
Figura 40. Señal de control y salida con el controlador PID para nivel.	82
Figura 41. Señal de control y salida con el controlador PI para temperatura.	83
Figura 42. Estructura de realimentación con controlador algebraico para el modelo <i>Hammerstein-Wiener</i> de nivel y el modelo lineal de temperatura.	84
Figura 43. Estructura de control para los modelos lineales de nivel y temperatura.	85
Figura 44. Esquema para la simulación del controlador algebraico con los modelos lineales.	89
Figura 45. Resultados obtenidos de la simulación del controlador algebraico con los modelos lineales.	89
Figura 46. Resultados obtenido de la simulación con el controlador sintonizado para no sobrepasar límites de actuadores.	90
Figura 47. Diagrama de bloques para simulación del controlador algebraico con el modelo no lineal de nivel en Simulink®.	92
Figura 48. Diagrama de bloques para simulación del controlador algebraico con el modelo de temperatura en Simulink®.	92
Figura 49. Resultados obtenidos de la simulación de los controladores algebraicos.	93
Figura 50. Señal de control, salida y error con el controlador algebraico para nivel.	95
Figura 51. Señal de control, salida y error con el controlador algebraico para temperatura.	96
Figura 52. Estructura de control con controladores difusos.	97
Figura 53. Estructura interna del controlador difuso de la Figura 52.	98
Figura 54. Conjuntos difusos de los controladores de nivel y temperatura.	99
Figura 55. Esquema de Simulink® para simulación de los controladores difusos.	100

Figura 56. Resultados obtenidos de la simulación de los controladores difusos.	101
Figura 57. Señal de control, salida y error con el controlador difuso para nivel.	102
Figura 58. Señal de control, salida y error con el controlador difuso para temperatura.	103
Figura 59. Árbol de objetivos para la evaluación de los controladores.	107

LISTA DE ANEXOS

	pág.
ANEXO A. Planos detallados de la estructura metálica de la planta piloto.	117
ANEXO B. Hojas de especificaciones de los sensores de nivel y transmisor de temperatura.	118
ANEXO C. Esquemáticos del circuito de acondicionamiento de señal de actuadores de la planta piloto.	121
ANEXO D. Esquemático de las conexiones internas del compartimiento del panel de control y fotografía del resultado final.	123
ANEXO E. Hardware y software utilizado para realizar la adquisición de datos y el control de la planta piloto.	125
ANEXO F. Programa del PLC para la adquisición de datos para la identificación del sistema.	129
ANEXO G. Gráficas de los bloques del modelo Hammerstein-Wiener obtenido en la identificación de nivel.	132
ANEXO H. Función de MATLAB® para la simulación del controlador PID discreto.	134
ANEXO I. Programa para el PLC del controlador PID para nivel y temperatura.	135
ANEXO J. Respuesta de las variables nivel y temperatura a lazo abierto con los actuadores al máximo valor.	143
ANEXO K. Función de MATLAB® para la simulación del controlador algebraico.	144
ANEXO L. Programa para el PLC del controlador algebraico.	145
ANEXO M. Programa para el PLC de los controladores difusos.	151
ANEXO N. Gráficas de comparación del desempeño de los controladores.	161

RESUMEN

Este proyecto se fundamenta en la evaluación de desempeño de tres estrategias de control para la regulación de nivel y temperatura del tanque central de una planta piloto de tanques en cascada, la cual fue construida por los autores junto con el apoyo de los semilleros de investigación con los que cuenta la Escuela de Ingeniería Electrónica extensión Tunja. Las técnicas de control a evaluar son control PID (Proporcional, Integral, Derivativo), algebraico y por lógica difusa.

Para la implementación de dichos controladores, fue necesario obtener un modelo matemático que describiera la dinámica del sistema a controlar, éste proceso se realizó a partir de dos técnicas, modelamiento matemático e identificación de sistemas por medio del *toolbox* especializado de MATLAB®. Los modelos obtenidos con los cuales se realizaron los diseños fueron los entregados por el método de identificación de sistemas, correspondientes a un modelo no lineal *Hammerstein-Wiener* para el nivel y una función de transferencia de un polo y un cero para la temperatura. A partir de estos modelos se diseñaron, simularon e implementaron los tres tipos de controladores a evaluar sobre un módulo de control industrial con Controlador Lógico Programable (PLC por sus siglas en inglés), conectado a la planta piloto, adquiriendo las curvas de respuesta ante tres condiciones: una referencia inicial, una perturbación y un cambio de referencia. Dichas curvas se analizaron para obtener parámetros de desempeño, comparándolos entre sí y encontrando el controlador más adecuado para realizar la regulación de nivel y temperatura.

Los resultados obtenidos muestran que la mejor alternativa para realizar el control propuesto es un controlador por lógica difusa, la segunda mejor alternativa es el controlador PID. Finalmente, el controlador algebraico es la alternativa que cumplió en menor proporción los parámetros de desempeño evaluados, sin embargo su operación fue satisfactoria.

INTRODUCCIÓN

La ingeniería de control, al igual que otras ciencias, evoluciona día a día a través de nuevos avances tecnológicos, técnicas matemáticas avanzadas y experiencia de los expertos en el tema, con el fin de buscar soluciones más eficientes para los problemas encontrados en sectores industriales, biomédicos, de consumo, y aplicaciones ajenas a la ingeniería, tales como biológicas, económicas y socioeconómicas. El control aplicado a la ingeniería tiene como fin obtener desempeños óptimos de los sistemas dinámicos encontrados en la industria, de tal manera que se logre mejorar la productividad, automatizar operaciones manuales repetitivas y minimizar riesgos tanto para el sistema de producción como para sus operarios.

Los primeros inicios en la ingeniería de control se enfocaron en sistemas de una única entrada y una única salida (SISO por sus siglas en inglés), como fue el caso del avance tecnológico por parte de James Watt (1736-1819) con su control de velocidad centrífugo de una máquina de vapor en el siglo XVIII¹, a partir de esto se han desarrollado estrategias de control para sistemas SISO como lo han sido controladores PID y compensadores de adelanto-atraso, a ésta rama se le denomina *control clásico*. A medida que los procesos industriales se volvieron más complejos al involucrar sistemas con más de una entrada y una salida, el control clásico empezó a perder su solidez, abriendo las puertas a nuevas técnicas como controladores algebraicos y por realimentación de estados, a ésta nueva rama se le llama *control moderno*. Los avances tecnológicos de los últimos años, la rápida evolución de los sistemas computacionales y la inclusión de sistemas robóticos capaces de tomar decisiones por sí mismos, han llevado al desarrollo de teorías que aproximen el comportamiento de una máquina al razonamiento humano, dando origen a técnicas como redes neuronales, sistemas expertos, lógica difusa y algoritmos genéticos, rama a la cual se le denomina *control inteligente*.

El propósito de éste proyecto es evaluar el desempeño de una estrategia perteneciente a cada una de las ramas del control anteriormente expuestas, en un proceso frecuentemente encontrado en ámbitos industriales, tal como es el control de nivel y temperatura en un sistema de tanques conectados en cascada, a partir de una planta piloto. Las estrategias a evaluar son controlador PID, algebraico y por lógica difusa.

El desarrollo de éste proyecto se distribuye en ocho capítulos, y dos finales de conclusiones y recomendaciones. En el primer capítulo se encuentran las bases teóricas para comprender el comportamiento y modelamiento de la planta piloto, el procedimiento de identificación de sistemas utilizado, y la estructura de control de las tres estrategias evaluadas.

¹ OGATA, Katsuhiko. Ingeniería de control moderna. 3ed. México: Pearson Education, 1998. p.1-2.

El segundo capítulo describe el proceso de diseño, construcción e instrumentación de la planta piloto, especificando las características de la estructura física, sus actuadores, sensores, el panel de control de usuario implementado, la electrónica de acondicionamiento de señal para los actuadores y la conexión de la planta al módulo de control industrial con PLC.

El tercer capítulo expone el procedimiento matemático para obtener un modelo aproximado que describe la dinámica del subsistema de nivel y de temperatura, a partir de los principios físicos que los rigen. El cuarto capítulo describe la metodología para obtener un modelo matemático de nivel y temperatura a partir del *toolbox* de identificación de sistemas de MATLAB®, mostrando además las interacciones entre las dos variables a controlar.

Los capítulos cinco, seis y siete contienen el procedimiento de diseño, simulación, implementación y resultados obtenidos para los controladores PID, algebraico y por lógica difusa respectivamente. Contienen además los métodos utilizados para la realización de cada uno de los controladores, a partir de los cuales se crearon los algoritmos correspondientes para ejecutar en el PLC.

El capítulo ocho contiene la evaluación de desempeño y comparación de los resultados obtenidos de las pruebas realizadas a cada uno de los controladores, a partir de parámetros como tiempos de estabilización, error en estado estacionario, sobrepicos y rechazo a perturbaciones, con el fin de determinar la estrategia de control más adecuada para la regulación de nivel y temperatura en la planta piloto.

Finalmente, se presentan las conclusiones del estudio realizado y algunas recomendaciones para futuras investigaciones a realizar sobre la planta piloto.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Gran parte del sector industrial colombiano se dedica al procesamiento de materias primas, por lo cual, normalmente existe una sección en su proceso que se enfoca en el tratamiento térmico y de nivel de algún líquido contenido en un tanque, por ejemplo en industrias alimenticias, de bebidas, de lácteos y farmacéuticas. Sin embargo, en algunas de las industrias en vía de tecnificación, se encuentra que dicho proceso no está automatizado de la manera más óptima y eficiente, influyendo directamente en la producción. Esto se debe generalmente a la implementación de un controlador deficiente, puesto que no es admisible detener la planta o los procesos para realizar ensayos de controladores con mejor desempeño. Por ésta razón se encuentra necesaria la implementación de plantas piloto que reflejen la dinámica de los procesos, sobre las cuales se pueda determinar cuál técnica de control es la más apropiada a razón de que presenta mejores características de desempeño respecto a otras técnicas.

De acuerdo a la situación anteriormente descrita, surge como pregunta de investigación:

¿Cuál técnica de control entre PID, algebraico y lógica difusa es la más apropiada para la regulación de nivel y temperatura en una planta piloto de tanques en cascada de acuerdo con su mejor característica de desempeño?

JUSTIFICACIÓN

La globalización y los tratados de libre comercio hacen que día a día Colombia se vea en la necesidad de mejorar su sector industrial con el fin de lograr mayor competitividad a nivel internacional. Ésta necesidad es la causa principal de la renovación tecnológica que están teniendo los procesos industriales nacionales, debido a que permiten mejorar parámetros tales como eficiencia energética y de materias primas, velocidad y calidad de producción, tolerancia a fallos, entre otros; de esta manera las industrias nacionales pueden cumplir con las normatividades de calidad, seguridad y gestión ambiental que exige el ámbito internacional.

Una de las alternativas que ha tenido mayor acogida por parte del sector industrial Colombiano para lograr su inclusión en el mercado global es la automatización de sus procesos, aunque este tipo de mejora tecnológica acarrea grandes inversiones para el gobierno y para los empresarios del sector privado, sus beneficios a largo plazo compensan de manera absoluta la inversión realizada, puesto que asegura que se reciban mayores utilidades debido a que se minimizan gastos en la corrección de fallas en la producción, en la cantidad de materias primas empleadas, en la compensación a los empleados que sufren accidentes laborales y se maximiza la eficiencia energética de la planta industrial.

Sin embargo, para lograr todos los beneficios comentados es necesario que la automatización industrial se apoye en dos ramas importantes de la ingeniería, como lo son: la instrumentación y el control de procesos. A partir de éstas áreas del conocimiento se garantiza que la instrumentación es la más adecuada en cuanto a costos y características físicas para el ambiente al cual van a ser expuestos los sensores y actuadores, de esta forma es posible obtener y transmitir toda la información relevante del proceso de producción hacia un centro de mando, donde de manera automática se regula el proceso utilizando diversas técnicas de control para asegurar que se cumplan los objetivos establecidos para la producción.

A pesar de la tendencia tecnológica para la mejora de la industria colombiana, se encuentra que el sector de las microempresas aún presenta deficiencias en la automatización de sus procesos, y más precisamente en las técnicas de control implementadas para la regulación de las variables clave para la producción, donde generalmente se encuentran controladores imprecisos o de bajo desempeño, como por ejemplo un ON-OFF. Usualmente, ésta deficiencia es ocasionada por el desconocimiento de las nuevas técnicas de control, o la abstinencia de detener el proceso de producción para ensayar controladores con mejor desempeño, sin tener en cuenta que esta mejora acarrea a futuro mayores utilidades para la organización. A partir del ensayo, comparación y evaluación de diferentes técnicas de control, bajo consideraciones que tengan en cuenta las condiciones de las empresas de la región, como por ejemplo, el control de nivel de líquidos y temperatura en tanques conectados en cascada, es importante para generar bases de información capaces de enriquecer la experiencia y la bibliografía regional y nacional, para así motivar a

los empresarios a optimizar las técnicas de control utilizadas en sus procesos, y darles a entender la magnitud de las ventajas que acarrea la aplicación de éstas tecnologías. Así mismo, la generación de ésta bibliografía representa un incremento importante en las bases de conocimientos de la Escuela de Ingeniería Electrónica y la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia en el área de control aplicada a la industria.

OBJETIVOS

OBJETIVO GENERAL:

Evaluar el desempeño de controladores PID, algebraico y por lógica difusa para la regulación de temperatura y el nivel de fluidos almacenados en tanques sobre una planta piloto.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

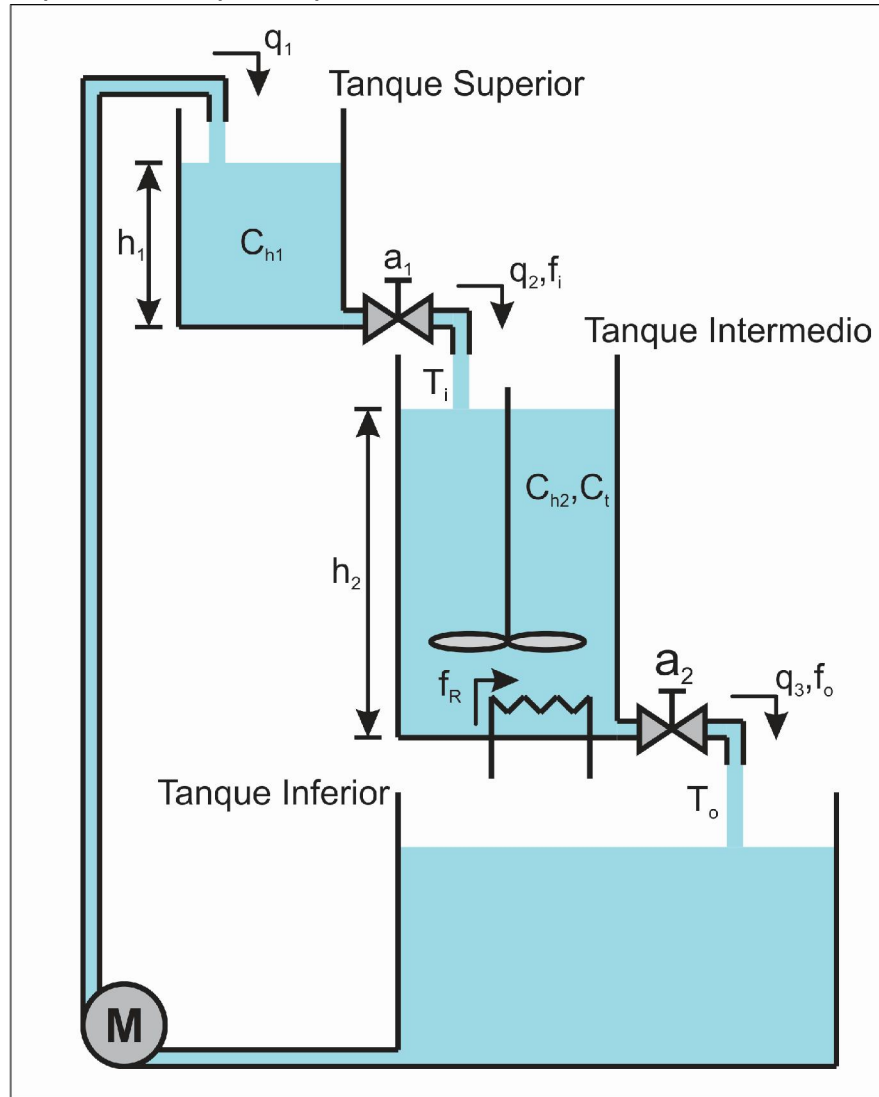
- Diseñar, construir e instrumentar una planta piloto de tanques en cascada.
- Obtener el modelo de nivel y temperatura de una planta piloto de tanques conectados en cascada, a partir del modelamiento teórico y de métodos de identificación de sistemas.
- Diseñar, sintonizar e implementar controladores PID, algebraico y por lógica difusa en la planta piloto para el modelo obtenido.
- Evaluar y comparar los parámetros de desempeño de cada uno de los controladores implementados.

1. MARCO TEÓRICO

1.1. ASPECTOS BÁSICOS DE LA PLANTA PILOTO DE TANQUES EN CASCADA

Ésta planta piloto es una versión a escala reducida de un proceso de monitoreo y control de nivel y temperatura de un líquido, que permite obtener información sobre el sistema y determinar los parámetros apropiados de operación. La Figura 1 muestra el esquema general de la planta piloto, la cual se conforma de tres tanques conectados en cascada, dos servoválvulas, una motobomba, resistencias calefactoras y un mezclador. La Tabla 1 describe detalladamente cada una de las variables involucradas en el esquema.

Figura 1. Esquema de la planta piloto.



Fuente: Autores

Tabla 1. Variables involucradas en la planta piloto.

Variables Hidráulicas		Variables Térmicas	
h_1, h_2	Nivel de los tanques superior e intermedio (cm).	C_t	Capacitancia térmica del tanque intermedio ($J/^\circ C$)
q_1, q_2	Flujo volumétrico de entrada a los tanques superior e intermedio (cm^2/s).	T_i	Temperatura del líquido entrante al tanque intermedio ($^\circ C$).
C_{h1}, C_{h2}	Capacitancia (área transversal) de los tanques superior e intermedio (cm^2).	T_o	Temperatura del líquido saliente del tanque intermedio ($^\circ C$).
a_1, a_2	Área transversal de las válvulas (cm^2).	f_i	Flujo de calor proveniente del tanque superior (J/s).
		f_R	Flujo de calor proveniente de la resistencia calefactora (J/s).
		f_o	Flujo de calor de salida del tanque intermedio (J/s).

Fuente: Autores

1.1.1. Subsistema de Nivel de Líquido. Se define que los tanques están conectados en cascada porque no hay una interacción directa entre ellos, es decir, la salida de cada tanque no hace contacto con el líquido contenido en el tanque posterior². Para el caso del flujo entrante al tanque superior q_1 , éste está definido por la velocidad del motor de la motobomba, mientras que el nivel y las características físicas del tanque inferior no afectan de manera considerable éste valor, contrario a la resistencia hidráulica provocada por la tubería de la salida de la motobomba, la cual sí afecta el flujo q_1 , sin embargo ésta característica es constante.

El flujo de salida de los tanques superior e intermedio depende del nivel del líquido y la apertura de la válvula, lo que se puede comprobar a partir de la ecuación de Bernoulli, que relaciona la rapidez, presión y elevación del fluido en un compartimiento con dos orificios³, la cual se expresa como:

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2 \quad \text{Ecuación 1}$$

Donde: P Presión del fluido. g Aceleración de la gravedad.
 ρ Densidad del fluido. y Altura.
 v Velocidad del fluido.

² SURESH, Maruthai. SRINIVASAN, Gunna J. y HEMAMALINI Ranganathan R. Integrated Fuzzy Logic Based Intelligent Control of Three Tank System. En: Serbian Journal of Electrical Engineering. Vol.6, no.1 (Mayo 2009). p.1-14.

³ SERWAY, Raymond A. y JEWETT, John W. Jr. Física Para Ciencias e Ingenierías. 6ed. México: Thomson, 2005. p. 433-435.

Aplicando ésta expresión a los tanques superior e intermedio de la Figura 1, y estableciendo que el orificio 1 es la cara destapada superior del tanque, y el orificio 2 es la apertura de la válvula, se pueden realizar algunas simplificaciones, tales como:

- Ambos orificios están en contacto con el aire, por lo cual sus presiones son las mismas ($P_1 = P_2$).
- La velocidad del fluido en la sección transversal del tanque es mucho menor con respecto a la velocidad en la válvula, por lo cual se puede despreciar ($v_1 \approx 0$).

Expresando el nivel del tanque como $h = y_1 - y_2$, la velocidad de salida del fluido se define como se observa en la Ecuación 2.

$$v_2 = \sqrt{2gh} \quad \text{Ecuación 2}$$

El flujo de salida de uno de los tanques puede definirse como el producto del área de apertura de la válvula (a) y la velocidad de salida del líquido (definida por la Ecuación 2), obteniéndose el resultado de la Ecuación 3, donde las únicas variables dependientes del tiempo son el flujo q y la altura h .

$$q(t) = a \cdot v_2 = a\sqrt{2g}\sqrt{h(t)} \quad \text{Ecuación 3}$$

Teniendo en cuenta que el tanque superior provee de líquido al tanque intermedio, es necesario que la motobomba asegure un flujo mayor al que sale del tanque superior cuando la válvula está abierta completamente y su nivel se encuentra en el valor máximo.

1.1.2. Subsistema Térmico. El calentamiento del agua en el tanque intermedio se realiza a partir de resistencias calefactoras, las cuales se encuentran sumergidas en el tanque. Con el fin de homogenizar la temperatura del agua en todos los puntos, es necesaria la implementación de un mezclador⁴.

Teniendo en cuenta que el líquido a procesar es agua, cuyo calor específico es $c = 4,184 \cdot 10^{-3} \frac{J}{Kg \cdot ^\circ C}$ y su densidad es $\rho = 999,97 \frac{Kg}{m^3}$, se definen algunos parámetros del sistema, como lo son la capacitancia y resistencia térmicas, observadas en la Ecuación 4 y Ecuación 5 respectivamente.

$$C = Mc \quad \text{Ecuación 4}$$

⁴ OGATA, Katsuhiko. Ingeniería de control moderna. 3ed. México: Pearson Education, 1998. p.98.

$$R = \frac{1}{Gc} \quad \text{Ecuación 5}$$

Donde: C Capacitancia térmica $\left(\frac{J}{^{\circ}C}\right)$. G Flujo másico $\left(\frac{Kg}{s}\right)$.
 M Masa del fluido contenido (Kg). R Resistencia térmica $\left(\frac{^{\circ}C \cdot s}{J}\right)$.
 c Calor específico del fluido $\left(\frac{J}{Kg \cdot ^{\circ}C}\right)$.

1.2. IDENTIFICACIÓN DE SISTEMAS

El proceso que se lleva a cabo para encontrar el modelo que describe la dinámica de un sistema se basa en tres aspectos⁵.

- Recolección de datos*: se aplican diversos estímulos al sistema, de tal manera que se obtenga la respuesta natural de éste.
- Obtención de posibles modelos*: a partir del análisis de los datos recolectados, se estiman modelos lineales y no lineales.
- Determinar el mejor modelo mediante validación*: se compara la respuesta de cada uno de los modelos matemáticos obtenidos con la respuesta natural del sistema con el fin de escoger la mejor aproximación matemática.

1.2.1. Identificación de sistemas lineales. Se llevan a cabo pruebas sobre el sistema real, aplicando como estímulo una entrada tipo escalón. La respuesta del sistema se adquiere con el fin de obtener las variables que dependen de dicho estímulo, las constantes de tiempo, la característica de amortiguamiento, la ganancia DC, entre otra información del sistema⁶.

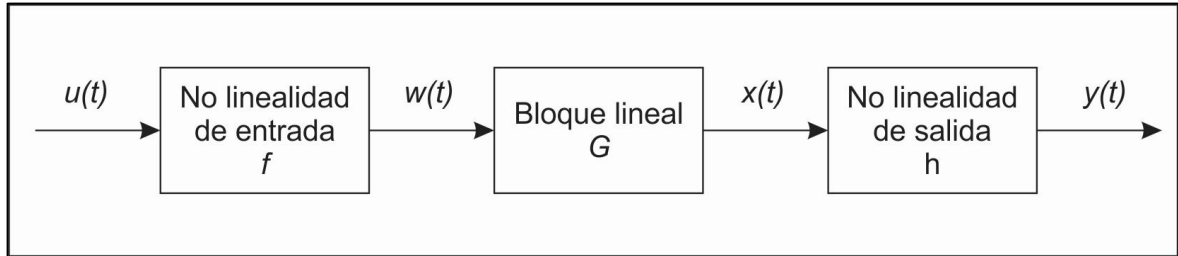
1.2.2. Modelo Hammerstein-Wiener. El modelo *Hammerstein-Wiener* es un método de representación matemática de sistemas no lineales basado en la estructura de la Figura 2. Donde f es una función no lineal que transforma el dato de entrada, G es una función de transferencia lineal, y h es una función no lineal que mapea la señal entregada por el bloque lineal a la salida del sistema. $w(t)$ y $x(t)$ son variables internas que definen la entrada y salida del bloque lineal respectivamente⁷.

⁵ LJUNG, Lennart. System Identification: Theory for the user. New Jersey: Prentice Hall, 1987. p.7.

⁶ LJUNG, Lennart y GLAD, Torkel. Modeling of Dynamic Systems. New Jersey: Prentice Hall, 1994. p.191, 192.

⁷MATHWORKS®. Documentation Center, Identify Nonlinear Black-Box Models Using System Identification Tool. Disponible en internet <<http://www.mathworks.com/help/ident/gs/identify-nonlinear-black-box-models-using-the-gui.html#bqz8hri>>.

Figura 2. Estructura del modelo Hammerstein-Wiener.



Fuente: Autores

No es necesario que el modelo contenga ambas no linealidades, cuando un modelo tiene solo la no linealidad de entrada se llama modelo *Hammerstein*, de igual manera, si solo incluye la no linealidad de salida se llama modelo *Wiener*.

1.2.3. Toolbox de identificación de sistemas de MATLAB®. El *toolbox* de identificación de sistemas (*System Identification Toolbox™*) de MATLAB® permite obtener modelos matemáticos de sistemas dinámicos reales a través de mediciones realizadas a las entradas y salidas de éste, facilitando el proceso de modelado cuando los sistemas tienen un alto nivel de complejidad, o se desconocen parámetros del proceso. Se puede realizar el proceso de identificación a partir de datos en el dominio del tiempo o el dominio de la frecuencia, con la posibilidad de obtener funciones de transferencia continuas o discretas, espacios de estado, modelos no lineales, entre otras representaciones⁸.

1.3. CONTROLADOR PID (PROPORCIONAL-INTEGRAL-DERIVATIVO)

El controlador PID es uno de los algoritmos más comunes para realizar acción de control sobre un sistema realimentado. Su estructura básica de control se observa Figura 3, donde se puede apreciar que la señal de control es calculada a partir del error de la variable controlada respecto a un valor de referencia establecido⁹.

La ecuación general que describe el comportamiento del controlador PID es la mostrada en la Ecuación 6, en la cual se observan las componentes proporcional integral y derivativa¹⁰.

$$u(t) = K_p \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_d \frac{de(t)}{dt} \right) \quad \text{Ecuación 6}$$

Donde: $u(t)$ Señal de control.

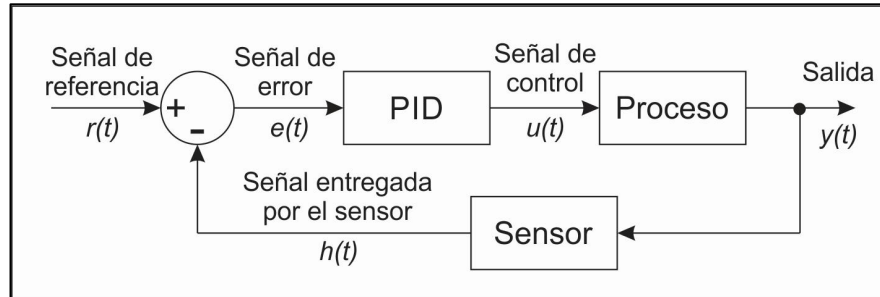
⁸MATWORKS®. System Identification Toolbox. Disponible en internet < <http://www.mathworks.com/products/sysid/>>.

⁹ASTRÖM, Karl J. y HÄGGLUND, Tore. Control PID avanzado. Madrid: Pearson Prentice Hall, 2009. p. 67.

¹⁰ Ibid., p. 67.

- $e(t)$ Señal de error.
- K_p Constante proporcional.
- T_i Tiempo integral.
- T_d Tiempo derivativo.

Figura 3. Estructura básica de control PID.



Fuente: Autores

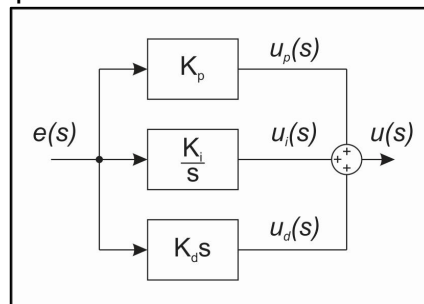
Si se establece la constante integral como $K_i = \frac{K_p}{T_i}$ y la constante derivativa como $K_d = K_p \cdot T_d$, la Ecuación 6 puede reescribirse como se observa en la Ecuación 7.

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau + K_d \frac{de(t)}{dt} \quad \text{Ecuación 7}$$

La Figura 4 representa el diagrama de bloques de un controlador PID en el dominio de la frecuencia.

El término P entrega una señal de control proporcional al error, el término I genera una señal de control proporcional a la integral del error, lo que asegura que el error en estado estacionario sea cero, y el término D entrega una señal de control proporcional a la derivada del error, permitiendo la predicción del error futuro¹¹.

Figura 4. Diagrama de bloques del controlador PID.



Fuente: Autores

¹¹ Ibid., p. 76.

1.3.1. Filtrado de la acción derivativa. La acción derivativa en la forma ideal (último término de la Ecuación 7) acentúa las componentes de alta frecuencia por su naturaleza derivativa, por ésta razón, es conveniente usar filtros cuya función de transferencia (Ecuación 8) atenúe las altas frecuencias, de tal manera que a bajas frecuencias la función de transferencia se aproxima a s , mientras que en altas frecuencias, la función se aproxima a cero¹². El valor de N establece la frecuencia de corte del filtro en rad/s .

$$D(s) = \frac{u_d(s)}{e(s)} = K_d \frac{s}{1 + \frac{s}{N}} \quad \text{Ecuación 8}$$

1.3.2. Función de transferencia continua del controlador PID. Aplicando transformada de Laplace a la Ecuación 7 e incluyendo el término derivativo con el filtro obtenido en la Ecuación 8, se tiene que la función de transferencia del controlador está dada por la expresión de la Ecuación 9.

$$G_C(s) = \frac{u(s)}{e(s)} = K_p + \frac{K_i}{s} + \frac{K_d s}{1 + \frac{s}{N}} \quad \text{Ecuación 9}$$

Sumando los tres términos de la Ecuación 9 se tiene:

$$G_C(s) = \frac{(K_p + K_d N)s^2 + (K_i + K_p N)s + K_i N}{s(s + N)} \quad \text{Ecuación 10}$$

Y definiendo:

$$\beta_1 = K_p + K_d N \quad \beta_2 = K_i + K_p N \quad \beta_3 = K_i N$$

Se obtiene que la función de transferencia del controlador PID en forma polinomial es la mostrada en la Ecuación 11, con la cual se realiza el diseño analítico.

$$G_C(s) = \frac{\beta_1 s^2 + \beta_2 s + \beta_3}{s(s + N)} \quad \text{Ecuación 11}$$

1.3.3. Discretización del controlador PID. Con el fin de implementar el controlador PID en un procesador digital, se discretiza la función de transferencia de la Ecuación 11, quedando en el dominio z , el cual corresponde a frecuencia discreta. Para realizar éste proceso existen varias técnicas, en éste caso se utiliza aproximación

¹² SAVANT C. J., RODEN Martin S. y CARPENTER Gordon. Diseño Electrónico. 3ed. México: Prentice Hall, 2000. p. 640.

de *Tustin*, la cual se basa en reemplazar todos los términos s de la función de transferencia continua con la expresión de la Ecuación 12¹³.

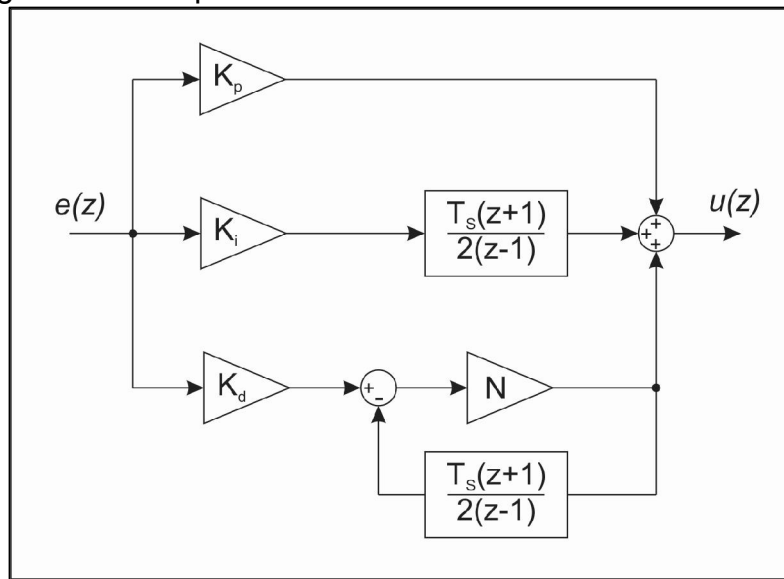
$$s = \frac{2(z-1)}{T_s(z+1)} \quad \text{Ecuación 12}$$

Donde: T_s Periodo de muestreo.

Reemplazando la Ecuación 12 en la Ecuación 9 se obtiene la función de transferencia discreta del controlador PID, mostrada en la Ecuación 13. El diagrama de bloques correspondiente se observa en la Figura 5.

$$G_{cd}(z) = K_p + K_I \frac{T_s(z+1)}{2(z-1)} + K_d \frac{N}{1 + N \frac{T_s(z+1)}{2(z-1)}} \quad \text{Ecuación 13}$$

Figura 5. Diagrama de bloques del controlador PID discreto.



Fuente: Autores.

Donde el bloque $\frac{T_s(z+1)}{2(z-1)}$ corresponde en el tiempo discreto a la expresión de la Ecuación 14, donde u es la salida y f la entrada del bloque¹⁴.

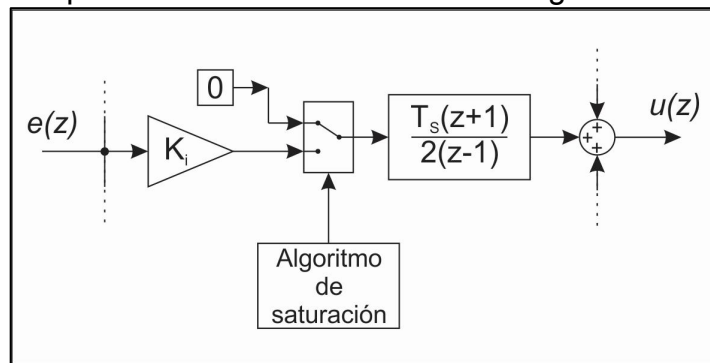
$$u(n) = u(n-1) + \frac{T_s}{2} [f(n) + f(n-1)] \quad \text{Ecuación 14}$$

¹³ NISE Norman S. Control Systems Engineering. 6ed. Nueva Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2011. p. 760.

¹⁴ KUO, Benjamin C. Sistemas de Control Automático. México: Prentice Hall Hispanoamericana, 1996. p. 839.

1.3.4. Saturación del término integral. Teniendo en cuenta que en la implementación real todos los actuadores tienen limitaciones, entre ellas saturación, es necesario incluir un algoritmo que permita detener la acumulación del término integral bajo ciertas condiciones, para evitar que éste siga aumentando cuando el controlador entregue señales de control fuera del rango de operación del actuador, a este proceso se le llama *integración condicional*. Uno de sus métodos es desconectar la integración colocando su entrada en cero cuando el actuador está saturado y el error actual tiende a saturarlo aún más, por ejemplo, supóngase que el controlador se satura en el límite superior, la integración entonces se desconecta si el error de control es positivo, pero no si es negativo¹⁵. La estructura del funcionamiento de éste sistema de saturación se observa en la Figura 6.

Figura 6. Estructura para la saturación del término integral.

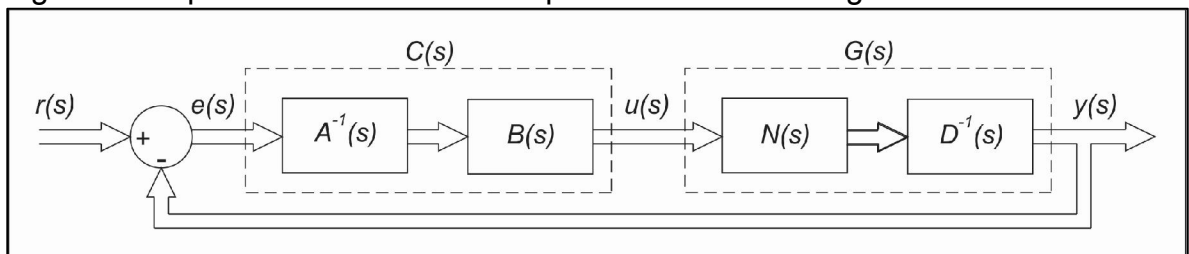


Fuente: Autores

1.4. CONTROLADOR ALGEBRAICO

El esquema de realimentación para el controlador algebraico para un sistema MIMO se muestra en la Figura 7. Donde $G(s)$ es la matriz de transferencia de la planta, de dimensiones $q \times p$ (p entradas y q salidas) y $C(s)$ representa la matriz de transferencia del controlador, cuyas dimensiones son $p \times q$. La matriz de transferencia del sistema a lazo cerrado $G_0(s)$ tiene dimensiones $q \times q$.

Figura 7. Esquema de realimentación para el controlador algebraico.



Fuente: Autores

¹⁵ ASTRÖM y HÄGGLUND, Op. cit., p. 80, 88-89.

Para el diseño del controlador, la matriz de transferencia de la planta se expresa como una fracción coprima por derecha¹⁶, como se observa en la Ecuación 15.

$$\mathbb{G}(s) = \mathbb{N}(s)\mathbb{D}^{-1}(s) \quad \text{Ecuación 15}$$

El controlador se expresa como una fracción coprima por izquierda, según la Ecuación 16.

$$\mathbb{C}(s) = \mathbb{A}^{-1}(s)\mathbb{B}(s) \quad \text{Ecuación 16}$$

El sistema realimentado se puede expresar como:

$$\mathbb{G}_0(s) = [\mathbb{I}_q + \mathbb{G}(s)\mathbb{C}(s)]^{-1}\mathbb{G}(s)\mathbb{C}(s) = \mathbb{G}(s)[\mathbb{I}_q + \mathbb{C}(s)\mathbb{G}(s)]^{-1}\mathbb{C}(s) \quad \text{Ecuación 17}$$

Donde \mathbb{I}_q es una matriz identidad de dimensiones $q \times q$. Reemplazando la Ecuación 15 y la Ecuación 16 en la Ecuación 17, se obtiene:

$$\begin{aligned} \mathbb{G}_0(s) &= \mathbb{N}(s)\mathbb{D}^{-1}(s)[\mathbb{I}_q + \mathbb{A}^{-1}(s)\mathbb{B}(s)\mathbb{N}(s)\mathbb{D}^{-1}(s)]^{-1}\mathbb{A}^{-1}(s)\mathbb{B}(s) \\ \mathbb{G}_0(s) &= \mathbb{N}(s)\mathbb{D}^{-1}(s)\{\mathbb{A}^{-1}(s)[\mathbb{A}(s)\mathbb{D}(s) + \mathbb{B}(s)\mathbb{N}(s)]\mathbb{D}^{-1}(s)\}^{-1}\mathbb{A}^{-1}(s)\mathbb{B}(s) \\ \mathbb{G}_0(s) &= \mathbb{N}(s)[\mathbb{A}(s)\mathbb{D}(s) + \mathbb{B}(s)\mathbb{N}(s)]^{-1}\mathbb{B}(s) \\ \mathbb{G}_0(s) &= \mathbb{N}(s)\mathbb{F}^{-1}(s)\mathbb{B}(s) \end{aligned}$$

Donde:

$$\mathbb{F}(s) = \mathbb{A}(s)\mathbb{D}(s) + \mathbb{B}(s)\mathbb{N}(s) \quad \text{Ecuación 18}$$

La Ecuación 18 es una ecuación polinomial matricial, en donde el objetivo de diseño es encontrar las matrices $\mathbb{A}(s)$ y $\mathbb{B}(s)$ para una determinada matriz de denominadores deseados $\mathbb{F}(s)$ de dimensiones $p \times p$, de tal manera que se cumpla la igualdad¹⁷. El problema de diseño se enfoca a representar la Ecuación 18 como un conjunto de ecuaciones lineales algebraicas, sin embargo, deben cumplirse dos condiciones: $\mathbb{D}(s)$ y $\mathbb{N}(s)$ deben ser fracciones coprimas por derecha y $\mathbb{D}(s)$ debe ser reducida por columna. Estableciendo μ_i como el grado de la i -ésima columna de $\mathbb{D}(s)$, se tiene que:

$$\text{grado}\mathbb{G}(s) = \text{grado } \det\mathbb{D}(s) = \mu_1 + \mu_2 + \dots + \mu_p$$

¹⁶ CHEN, Chi T-Song. Linear System Theory and Design. New York: Oxford University Press, 1999. p. 209.

¹⁷ Ibid., p. 292-294.

Donde p es el número de columnas de $\mathbb{D}(s)$. Haciendo $\mu := \max(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_p)$, se puede expresar:

$$\begin{aligned}\mathbb{D}(s) &= \mathbb{D}_0 + \mathbb{D}_1s + \mathbb{D}_2s^2 + \dots + \mathbb{D}_\mu s^\mu \\ \mathbb{N}(s) &= \mathbb{N}_0 + \mathbb{N}_1s + \mathbb{N}_2s^2 + \dots + \mathbb{N}_\mu s^\mu\end{aligned}\tag{Ecuación 19}$$

Donde $\mathbb{D}_\mu \neq 0$. Estableciendo m como el grado mayor de las columnas de la matriz de transferencia del controlador, se tiene que $\mu + m$ corresponde al grado mayor de las columnas del polinomio característico deseado. A partir de esto se puede expresar:

$$\begin{aligned}\mathbb{A}(s) &= \mathbb{A}_0 + \mathbb{A}_1s + \mathbb{A}_2s^2 + \dots + \mathbb{A}_m s^m \\ \mathbb{B}(s) &= \mathbb{B}_0 + \mathbb{B}_1s + \mathbb{B}_2s^2 + \dots + \mathbb{B}_m s^m \\ \mathbb{F}(s) &= \mathbb{F}_0 + \mathbb{F}_1s + \mathbb{F}_2s^2 + \dots + \mathbb{F}_{\mu+m} s^{\mu+m}\end{aligned}\tag{Ecuación 20}$$

Reemplazando la Ecuación 19 y Ecuación 20 en la Ecuación 18, y agrupando los coeficientes según las potencias de s , se obtiene:

$$[\mathbb{A}_0 \quad \mathbb{B}_0 \quad \mathbb{A}_1 \quad \mathbb{B}_1 \quad \dots \quad \mathbb{A}_m \quad \mathbb{B}_m] \mathbb{S}_m = [\mathbb{F}_0 \quad \mathbb{F}_1 \quad \dots \quad \mathbb{F}_{\mu+m}]\tag{Ecuación 21}$$

Donde:

$$\mathbb{S}_m = \begin{bmatrix} \mathbb{D}_0 & \mathbb{D}_1 & \dots & \mathbb{D}_\mu & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbb{N}_0 & \mathbb{N}_1 & \dots & \mathbb{N}_\mu & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbb{D}_0 & \dots & \mathbb{D}_{\mu-1} & \mathbb{D}_\mu & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbb{N}_0 & \dots & \mathbb{N}_{\mu-1} & \mathbb{N}_\mu & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \mathbb{D}_0 & \mathbb{D}_1 & \dots & \mathbb{D}_\mu \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \mathbb{N}_0 & \mathbb{N}_1 & \dots & \mathbb{N}_\mu \end{bmatrix}\tag{Ecuación 22}$$

Dicha matriz tiene $(m + 1)(p + q)$ filas y $(\mu + m + 1)p$ columnas¹⁸.

1.5. CONTROLADOR POR LÓGICA DIFUSA

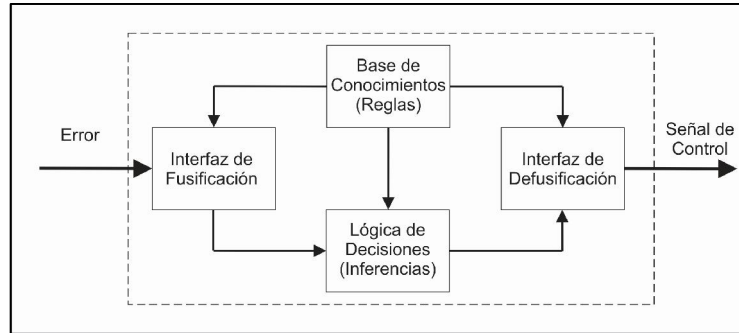
El controlador difuso generalmente tiene menos sobrepaso y una mayor velocidad de respuesta en comparación con el controlador PID clásico y no necesita establecerse un modelo matemático preciso del sistema, por lo tanto es particularmente útil para sistemas no lineales y con retardo¹⁹. La estructura de un

¹⁸ Ibid., p. 295.

¹⁹ MENG QINGSONG, WANG QI, WEI HONGLING. Design of Fuzzy Controller for Liquid Level Control System Based on MATLAB/RTW. En: 2nd International Conference on Measurement, Information and Control, IEEE. Vol.2, (16-18 Ago. 2013); p.1090-1094.

controlador difuso se observa en la Figura 8²⁰. A continuación se explica cada una de las partes que lo conforman.

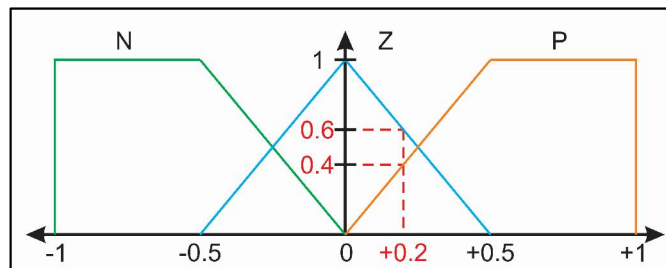
Figura 8. Estructura de un controlador difuso.



Fuente: Autores

1.5.1. Interfaz de fusificación. Mapea el valor de entrada (señal de error) en el universo de discurso difuso de entrada, el cual está compuesto por una serie de conjuntos difusos, los cuales son representación de variables lingüísticas. En la Figura 9 se muestra un ejemplo de un universo de discurso de entrada de error, con un rango de -1 a $+1$. Los conjuntos difusos representan las variables lingüísticas Negativo (N), Cero (Z) y Positivo (P). La variable de entrada tiene un valor de pertenencia $\mu_{conjunto}$ para cada uno de los conjuntos, por ejemplo, para un error de $+0.2$, se tiene $\mu_{Ne} = 0$, $\mu_{Ze} = 0.6$ y $\mu_{Pe} = 0.4$, según la Figura 9.

Figura 9. Ejemplo de universo de discurso de entrada.



Fuente: Autores

1.5.2. Base de conocimientos. Contiene toda la información de la aplicación que se va a controlar, las definiciones necesarias para el manejo de las variables difusas y el establecimiento de las reglas de control. Dichas reglas se basan en el conocimiento previo del comportamiento de la planta, experiencia del operador y reglas básicas de ingeniería de control²¹.

²⁰ SIVANANDAM, S.N, DEEPA, S.N y SUMATHI, S. Introduction to Fuzzy Logic Using MATLAB. Berlin: Springer, 2007. p. 119.

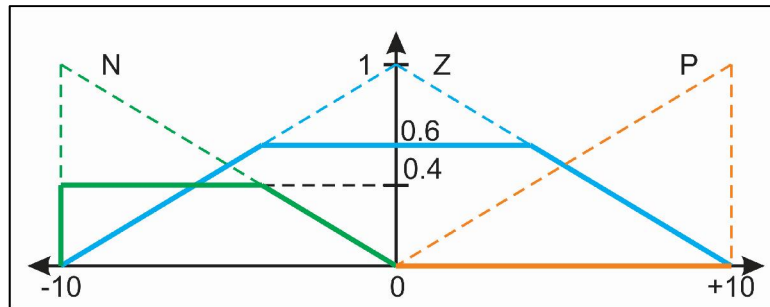
²¹ AYDOGMUS, Zafer. Implementation of a fuzzy-based level control using SCADA. En: Expert Systems with Applications. Vol.36 (2009). p.6593-6597.

Las reglas se definen en forma de proposiciones condicionales de variables lingüísticas, por ejemplo:

- Si el error es positivo, entonces la señal de control debe ser negativa.
- Si el error es cero, entonces la señal de control debe ser cero.
- Si el error es negativo, entonces la señal de control debe ser positiva.

1.5.3. Lógica de decisiones. Aplica las reglas establecidas en la base de conocimientos. Para las reglas de la sección 1.5.2 y el ejemplo de la Figura 9, se tienen valores de pertenencia para la salida $\mu_{Ns} = 0.4$, $\mu_{Zs} = 0.6$ y $\mu_{Ps} = 0$, dando lugar a los conjuntos difusos de salida mostrados en la Figura 10, donde se observa que se recortan en sus valores de pertenencia correspondientes.

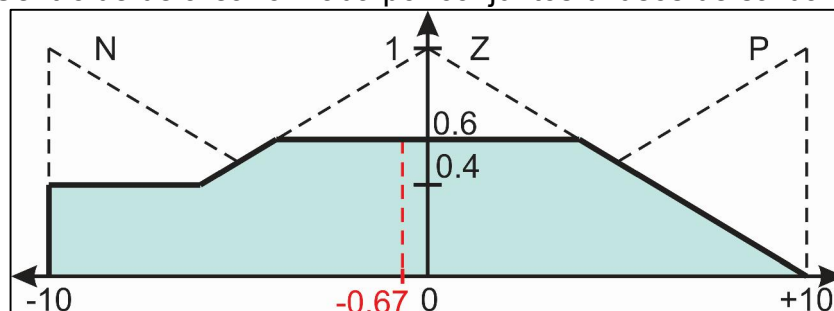
Figura 10. Ejemplo de universo de discurso de salida, con conjuntos difusos recortados.



Fuente: Autores

1.5.4. Interfaz de defusificación. Genera la señal de salida a partir de los conjuntos difusos recortados entregados por la lógica de decisiones. Un método utilizado comúnmente es denominado como cálculo del centroide, el cual corresponde a la ubicación del centro del área formada por los conjuntos difusos de salida recortados. La Figura 11 muestra el centroide del área formada por los conjuntos difusos de salida del ejemplo, el cual corresponde a la salida del controlador.

Figura 11. Centroide de área formada por conjuntos difusos de salida.



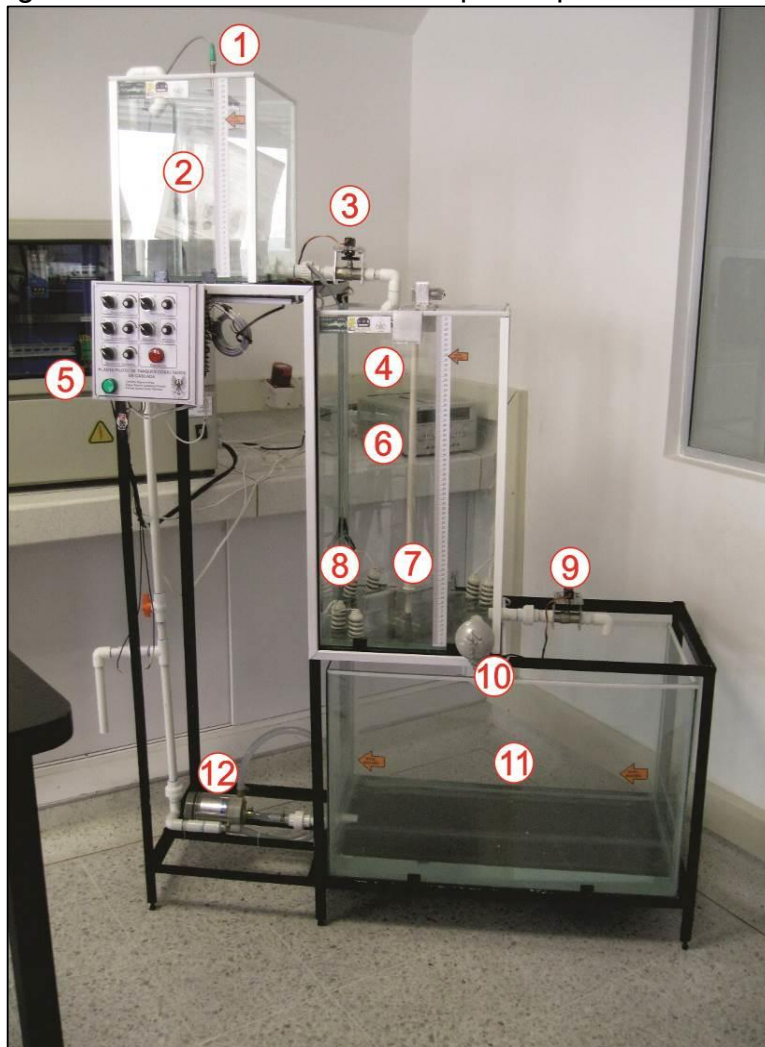
Fuente: Autores

2. DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE LA PLANTA PILOTO

2.1. ESTRUCTURA FÍSICA

La planta piloto está conformada por tres tanques de vidrio conectados en cascada, soportados por una estructura metálica en ángulo de hierro, tal como se observa en la Figura 12. En la Tabla 2 se encuentran las dimensiones y capacidad de almacenamiento de líquido de cada uno de los tanques. En el ANEXO A se presentan los planos detallados de la estructura metálica.

Figura 12. Estructura física de la planta piloto.



- 1 Sensor de Nivel de Tanque Superior
- 2 Tanque Superior
- 3 Servoválvula Superior
- 4 Sensor de Nivel de Tanque Intermedio
- 5 Panel de Control de Usuario
- 6 Tanque Intermedio
- 7 Mezclador
- 8 Resistencias Calefactoras
- 9 Servoválvula Inferior
- 10 Sensor de Temperatura
- 11 Tanque Inferior
- 12 Motobomba

Fuente: Autores

Tabla 2. Parámetros de los tanques.

Parámetro	Tanque Superior	Tanque Intermedio	Tanque Inferior
Ancho	30 cm	40 cm	80 cm
Alto	40 cm	70 cm	50 cm
Fondo	40 cm	40 cm	40 cm
Área transversal (interna)	1144.64 cm ²	1536.64 cm ²	3104.64 cm ²
Nivel máximo	30 cm	60 cm	41 cm
Capacidad	34.34 L	92.20 L	127.3 L

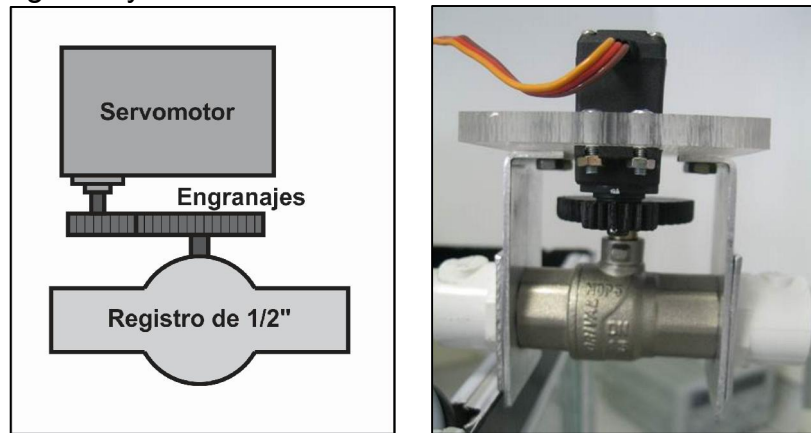
Fuente: Autores

La salida de flujo de los tanques superior e intermedio es regulada a partir de servoválvulas. El tanque superior tiene como función proveer al tanque intermedio el líquido que se debe procesar. En el tanque intermedio se realiza el tratamiento térmico y la supervisión del nivel y se aplica el control sobre los actuadores, los cuales comprenden las resistencias calefactoras y las servoválvulas. Este tanque además tiene un mezclador. El tanque inferior tiene la capacidad de almacenar el volumen de los otros tanques y distribuir el fluido de nuevo al tanque superior por medio de una motobomba, con el fin de mantener continuo el proceso.

2.2. ACTUADORES

2.2.1. Servoválvula. La servoválvula se basa en un servomotor de 20 Kg · cm de torque, conectado mecánicamente a un registro de paso de agua de 1/2" de diámetro, a través de una relación de engranajes de 2:1, como se observa en la Figura 13 dónde además se encuentra el resultado final de la construcción de una de las servoválvulas.

Figura 13. Diagrama y resultado final de las servoválvulas.



Fuente: Autores

2.2.2. Motobomba. La motobomba que conecta el tanque inferior con el superior opera a un máximo de $24V$, con un flujo de $26 L/min$, el cual es mayor que el flujo de salida del tanque superior cuando está en la máxima altura con su servoválvula al 100% de abertura, siendo éste de aproximadamente $18,48 L/min$, calculado a partir de la Ecuación 3. Las demás especificaciones junto con el resultado de la implementación se muestran en la Figura 14.

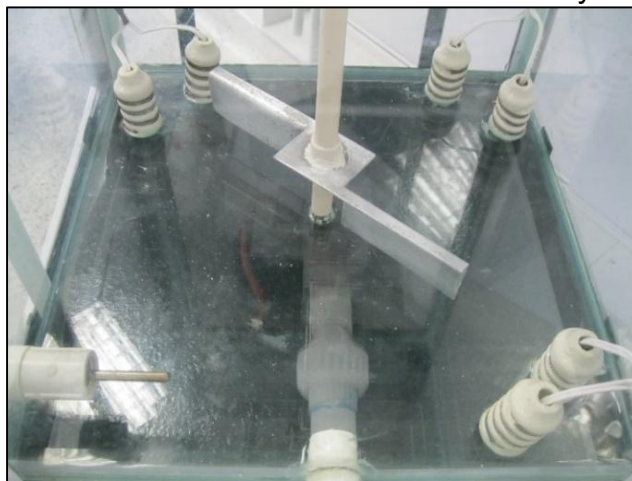
Figura 14. Especificaciones e implementación de la motobomba.



Fuente: Autores

2.2.3. Resistencias calefactoras. El tanque intermedio cuenta con seis resistencias calefactoras de $900W$ en conjunto a $120VAC$ cada una, conectadas en paralelo, con el fin de aumentar la temperatura del líquido almacenado. Para asegurar que la temperatura sea aproximadamente igual en todo el espacio del tanque, se cuenta con un mezclador. La Figura 15 ilustra la implementación de las resistencias y el mezclador en el fondo del tanque.

Figura 15. Implementación de las resistencias calefactoras y el mezclador.



Fuente: Autores

2.3. SENSÓRICA

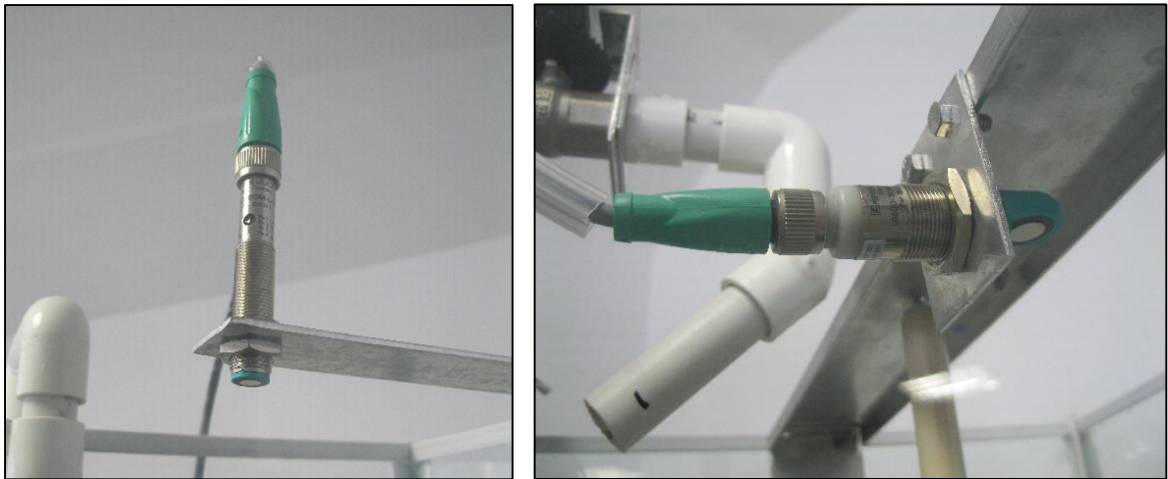
2.3.1. Sensores de nivel. Para la medición de nivel en los tanques superior e intermedio se utilizaron sensores ultrasónicos de distancia disponibles en el laboratorio de electrónica de potencia de la UPTC sede Tunja, cuyos rangos cumplen con los requerimientos de la estructura física de la planta piloto, los cuales dan además la posibilidad de programar sus límites de distancia, facilitando así la escalización de la medida. En la Tabla 3 se encuentran las principales características de los sensores utilizados. Además, en el ANEXO B se encuentran las hojas de especificaciones para información más detallada. La Figura 16 muestra la implementación de los sensores ultrasónicos en los tanques superior e intermedio.

Tabla 3. Especificaciones de los sensores ultrasónicos para medir la variable Nivel.

Parámetros	Pepperl+Fuchs UB400-12GM-U-V1 (Tanque Superior)	Pepperl+Fuchs UB800-18GM40A-U-V1 (Tanque Intermedio)
Rango	3 - 40 cm	5 – 80 cm
Zona ciega	0 – 3 cm	0 – 5 cm
Tiempo de respuesta	aprox. 50 ms	aprox. 100 ms
Señal de salida	0 – 10 V	0 – 10 V
Resolución	0,017 cm	0,04 cm

Fuente: Autores

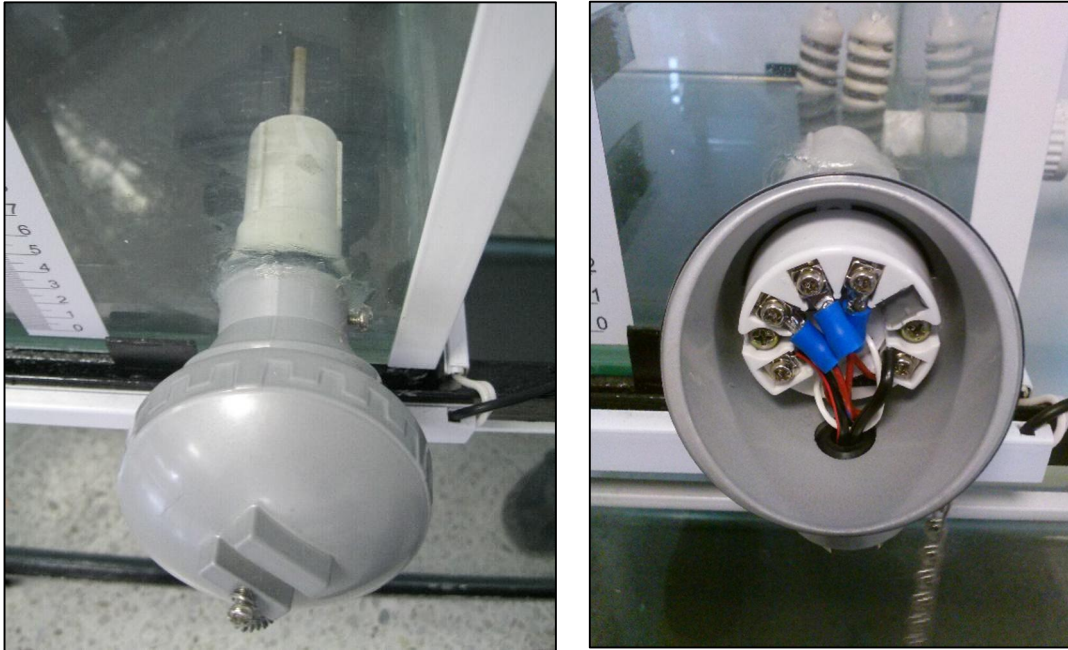
Figura 16. Implementación de los sensores ultrasónicos de distancia para medir nivel.



Fuente: Autores

2.3.2. Sensor de temperatura. Para la medición de la temperatura del líquido almacenado en el tanque intermedio, se utilizó una PT100 en conjunto con un transmisor programable *FineTek* TR120-00-T009-0, disponibles en el laboratorio de electrónica de potencia de la UPTC sede Tunja, el cual entrega una señal de 4 a 20 mA según el rango de medición programado. En la Figura 17 se observa la implementación de la PT100 con su cabezal y transmisor. En el ANEXO B se encuentran las respectivas hojas de especificaciones para información más detallada.

Figura 17. Implementación de la PT100 con su cabezal y transmisor.



Fuente: Autores

2.4. PANEL DE CONTROL DE USUARIO

La planta cuenta con un panel de control que le permite al usuario establecer el modo de operación de las resistencias calefactoras, la motobomba y las servoválvulas, entre automático y manual, a través de una serie de interruptores de muletilla, tal como se observa en la Figura 18. En la operación manual, la señal que controla cada uno de éstos actuadores se establece a partir de la posición de los potenciómetros correspondientes, mientras que en la operación automática las señales de control provienen de las conexiones externas, que en este caso corresponden a las realizadas con el PLC. El mezclador únicamente posee operación manual, establecida por el potenciómetro correspondiente. La motobomba adicionalmente cuenta con un selector de activación, el cual tiene efecto únicamente en la operación manual.

El panel de control cuenta además con luces piloto para indicar el encendido de la planta (luz verde) y para indicar una alerta de nivel mínimo en el tanque intermedio (luz roja), el cual se activa cuando el nivel en éste tanque esta igual o por debajo de los 15 cm, esto como medida de protección para las resistencias calefactoras. Cuando la planta indica la alerta de nivel mínimo, las resistencias son desactivadas automáticamente.

Figura 18. Diseño y resultado final del panel de control de la planta piloto.



Fuente: Autores

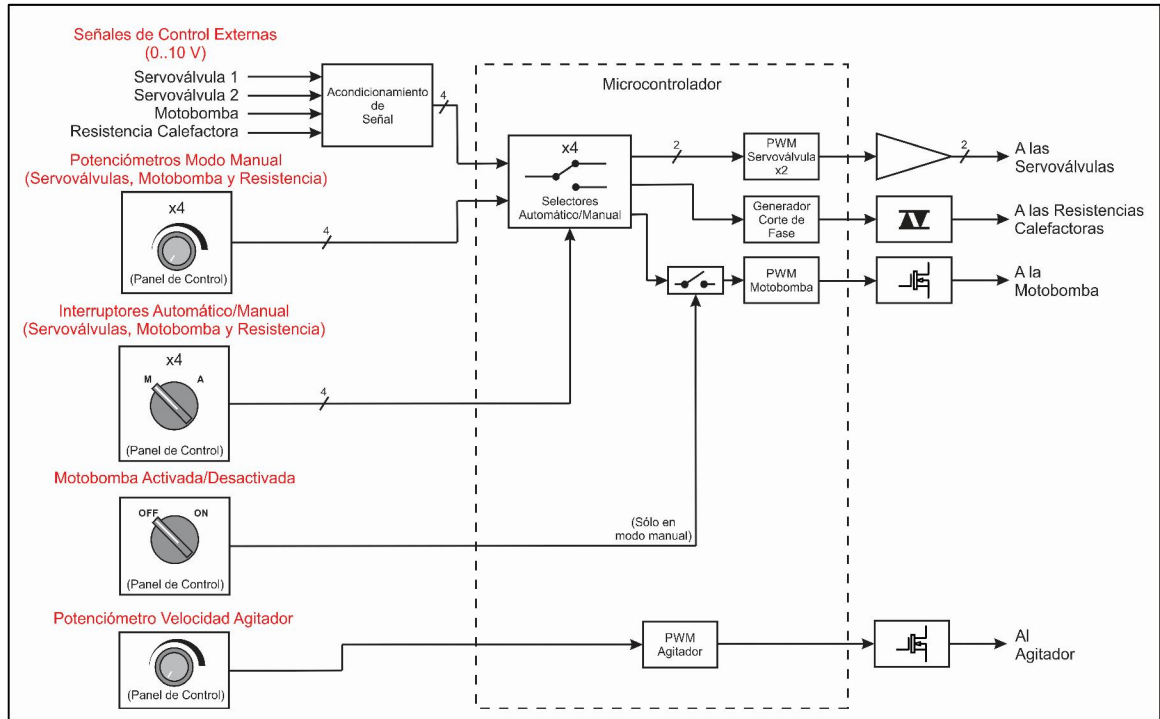
2.5. ELECTRÓNICA Y ACONDICIONAMIENTO DE SEÑALES DE ACTUADORES

La planta piloto cuenta con un circuito de acondicionamiento de señal ubicado al interior del compartimiento del panel de control, para el mando de los distintos actuadores, tales como servoválvulas, resistencias calefactoras, motobomba y mezclador, a partir de sus respectivas señales de control, ya sean éstas provenientes de los potenciómetros correspondientes en el modo de operación manual de la planta o de un dispositivo externo cuando se encuentra en modo de operación automático. En la Figura 19 se muestra un diagrama de bloques del circuito de acondicionamiento de señal de actuadores.

En este circuito se aplica un acondicionamiento para las señales de control de los actuadores (servoválvulas, motobomba y resistencias calefactoras) que provienen de un dispositivo externo, las cuales manejan un estándar de 0 a 10V. Este acondicionamiento consiste en disminuir los niveles de tensión de las señales a un rango de 0 a 5V y asegurar que no se sobrepase por ninguna circunstancia este rango, debido a que las señales de control acondicionadas van hacia las entradas análogas de un microcontrolador, así como las señales de control provenientes de

los potenciómetros de las servoválvulas, motobomba y resistencias calefactoras ubicados en el panel de control.

Figura 19. Diagrama de bloques del circuito de acondicionamiento de señal de actuadores.



Fuente: Autores

El microcontrolador, el cual corresponde a un PIC16F887, se encarga de seleccionar cuál de las distintas señales de control usar para el mando de cada uno de los actuadores de la planta piloto, basándose en las señales provenientes de los interruptores de muletilla ubicados en el panel de control, los cuales indican si el actuador debe funcionar en modo manual, para lo cual el microcontrolador trabajaría con la señal proveniente de los potenciómetros, o si debe trabajar en modo automático, en cuyo caso se utilizaría la señal de control externa acondicionada.

Con base en la señal de control seleccionada para cada actuador, se generan las señales de gobierno para cada uno de éstos. Para el caso de las servoválvulas se generan señales PWM (*Pulse-Width Modulation*) cuyo ciclo útil es proporcional a la señal de control. Estas señales PWM pasan a través de un *driver* para manejar la corriente exigida por los servomotores de estos actuadores. Para el caso de las resistencias calefactoras, la señal de control se emplea para generar el corte de fase de la red eléctrica a partir de un circuito de potencia conformado por un TRIAC de 40A. Para la motobomba se genera de igual manera una señal PWM proporcional a su respectiva señal de control, la cual pasa a través de un *driver* aislado para manejar la potencia de la motobomba por medio de un MOSFET. Sin embargo, la

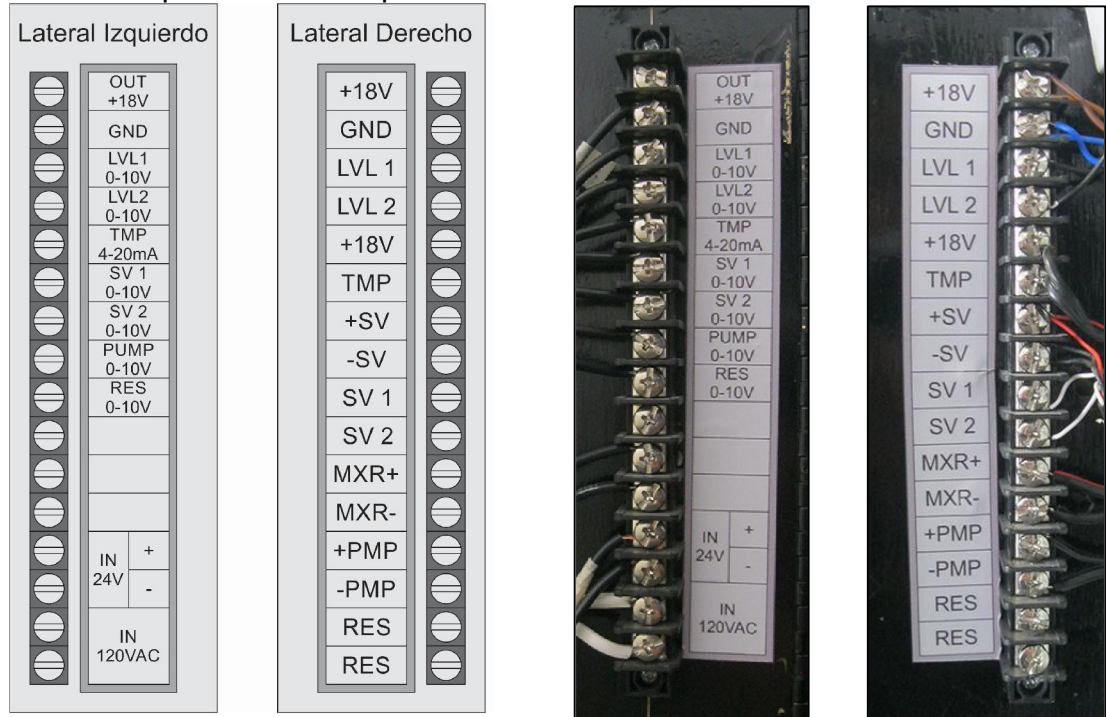
conducción de la señal PWM está condicionada al interruptor que selecciona la activación o desactivación de la motobomba, esto únicamente para el caso del modo manual. Finalmente, para el funcionamiento del mezclador, se genera una señal PWM cuyo ciclo útil es proporcional a la señal de control entregada por su respectivo potenciómetro, esta señal PWM también se conduce a un MOSFET para manejar la potencia del motor del mezclador.

Para información más detallada puede consultarse el ANEXO C donde se encuentran los esquemáticos del circuito de acondicionamiento de señal de actuadores de la planta piloto.

En los laterales del compartimiento del panel de control se encuentran las borneras debidamente marcadas que indican las salidas y entradas al circuito de acondicionamiento de señal, tal como se muestra en la Figura 20. En el lateral derecho del compartimiento del panel de control entran las señales de los sensores ultrasónicos de nivel y del sensor de temperatura, señales que también se encuentran en la bornera del lateral izquierdo, las cuales se conectan de manera directa al dispositivo de control, que para este caso es el PLC. Sin embargo, la señal del sensor ultrasónico de nivel del tanque intermedio se conecta además al circuito de acondicionamiento de señal, debido a que requiere ser medida localmente para tener control sobre el nivel mínimo del tanque, para poder así generar la alerta en caso requerido con el indicador dispuesto para tal fin.

En el lateral derecho del compartimiento del panel de control se encuentran además las señales para manejar cada uno de los actuadores que tiene la planta piloto. En el lateral izquierdo se encuentran los contactos para ingresar las señales de control de las servoválvulas, la motobomba y las resistencias calefactoras, así como las entradas de voltaje para la motobomba (24V) la cual es aislada del voltaje del resto del circuito, y la entrada de red eléctrica para alimentar los demás componentes del compartimiento y los sensores, realizar la detección del cruce por cero y el corte de fase para las resistencias calefactoras. En el ANEXO D se encuentra de manera detallada las conexiones internas del compartimiento del panel de control, el cual incluye fuente de alimentación, borneras y circuito de acondicionamiento, y así mismo la fotografía del resultado final de la conexión realizada.

Figura 20. Diseño y resultado final de las borneras para conexiones de entrada y salida del compartimiento del panel de control.



Fuente: Autores

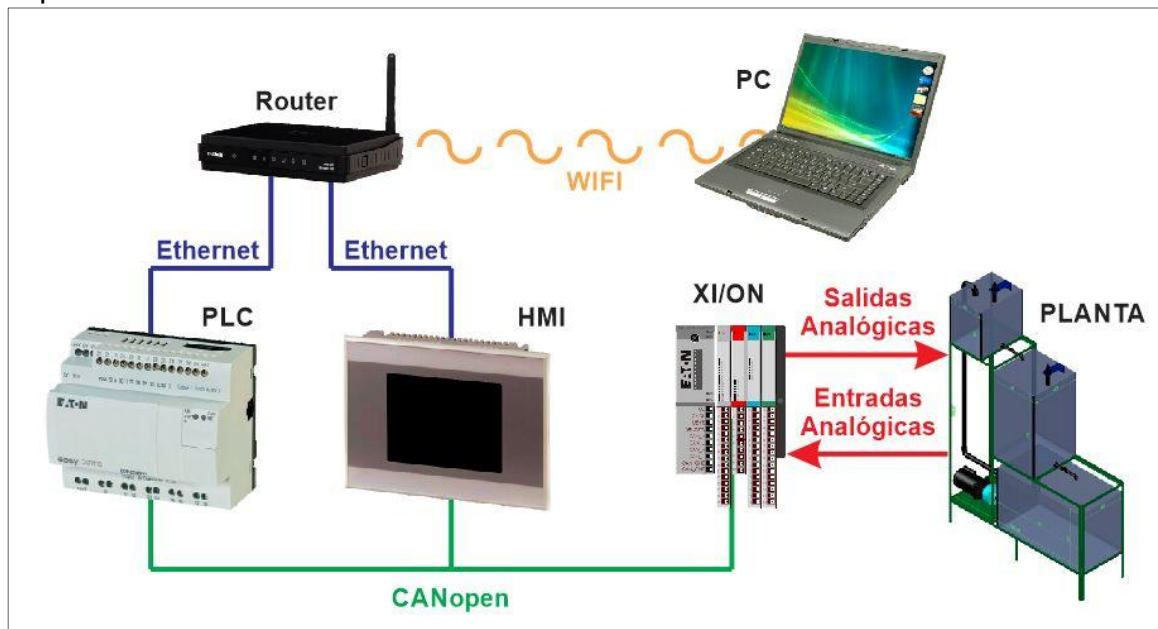
2.6. CONEXIÓN DE LA PLANTA AL PLC EATON® EC4P-222-MTAX1 PARA REALIZAR CONTROL Y ADQUISICIÓN DE DATOS

Con el fin de realizar el control y la adquisición de datos desde y hacia la planta piloto, se optó por utilizar el módulo de control industrial que posee el laboratorio de electrónica de potencia de la Escuela de Ingeniería Electrónica sede Tunja de la UPTC, el cual dispone de un PLC EATON® EC4P-222-MTAX1 y una HMI (Human-Machine Interface) EATON® XV-252-57CNN conectados a través de bus CANopen. Sin embargo, el PLC no cuenta con la cantidad de salidas analógicas necesarias para manejar el total de los actuadores que posee la planta piloto, por lo cual se hizo necesario el uso del módulo de expansión de puertos también disponible en el laboratorio, el cual cuenta con los siguientes elementos:

- Gateway XNE-GWBR-CANOPEN.
- Módulo de entradas digitales XNE-16DI-24VDC-P.
- Módulo de salidas digitales XNE-8DO-24VDC-0.5A-P.
- Módulo de entradas analógicas XNE-8AI-U/I-4PT/NI.
- Módulo de salidas analógicas XNE-4AO-U/I.

El ANEXO E muestra los módulos de control industrial utilizados, las principales características de los equipos que los componen y su *software* de programación, donde se puede observar que con la inclusión del módulo de expansión se cumple con los requerimientos de cantidad de entradas y salidas analógicas.

Figura 21. Esquema de conexión de los equipos utilizados para el control y adquisición de datos.



Fuente: Autores

Teniendo en cuenta el hecho de que el PLC y la HMI se programan a través de protocolo *Ethernet*, se optó por la utilización de un router para crear una red, en la cual sea posible conectar simultáneamente ambos dispositivos, y uno o dos ordenadores según sea necesario para la programación, monitoreo y adquisición de datos en tiempo real. La Figura 21 presenta la conexión de los diferentes dispositivos que conforman el sistema, y los protocolos que se utilizan en cada caso.

En la Tabla 4 se encuentran las conexiones realizadas entre la planta piloto y las diferentes entradas y salidas del módulo de expansión. Las direcciones que se indican son las utilizadas en código para escribir y leer las salidas y entradas analógicas al programar el PLC.

Tabla 4. Conexiones entre la planta piloto y el módulo de expansión de puertos.

Entradas Analógicas			Salidas Analógicas		
N° Entrada	Dirección en Código	Sensor Conectado	N° Salida	Dirección en Código	Actuador Conectado
1	%IW20	Nivel Tanque Superior	1	%QW10	Servoválvula Superior
2	%IW22	Nivel Tanque Intermedio	2	%QW12	Servoválvula Inferior
3	%IW24	Temperatura	3	%QW14	Resistencia Calefactora
			4	%QW16	Motobomba

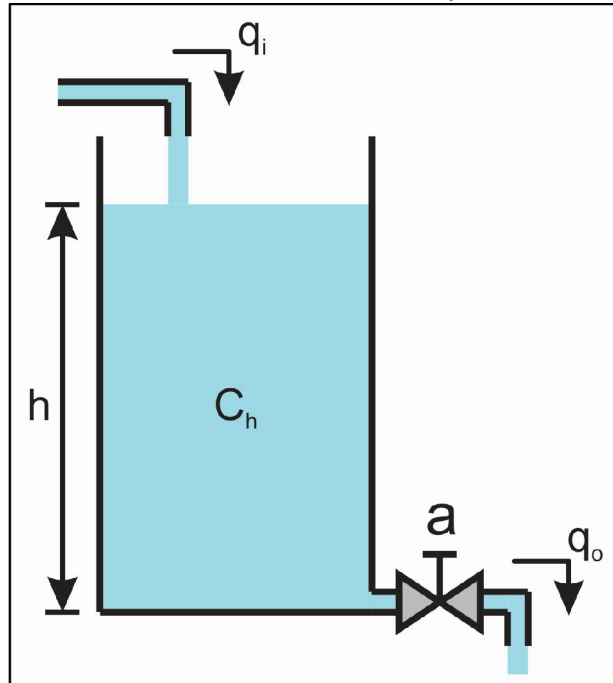
Fuente: Autores

3. MODELAMIENTO MATEMÁTICO DEL SISTEMA

3.1. MODELAMIENTO DEL SUBSISTEMA DE NIVEL DEL LÍQUIDO

La Figura 22 muestra el diagrama del sistema de nivel de líquido a modelar, el cual corresponde al tanque intermedio de la planta piloto. La Tabla 5 describe las variables que se encuentran en el diagrama.

Figura 22. Diagrama del subsistema de nivel del líquido.



Fuente: Autores

Tabla 5. Variables que hacen parte del subsistema de nivel del líquido.

Variable	Descripción
q_i	Flujo de entrada al tanque (cm^3/s).
q_o	Flujo de salida del tanque (cm^3/s).
C_h	Capacitancia o área transversal del tanque (cm^2).
a	Área de la servoválvula de salida (cm^2).
h	Nivel del tanque (cm).

Fuente: Autores

3.1.1. Obtención de la Ecuación Diferencial Característica. Sabiendo que el volumen del líquido en el tanque es:

$$V(t) = C_h \cdot h(t)$$

Ecuación 23

Estableciendo el balance de materia:

$$\frac{dV(t)}{dt} = q_i(t) - q_o(t) \quad \text{Ecuación 24}$$

Reemplazando la Ecuación 3 y la Ecuación 23 en la Ecuación 24 se obtiene:

$$\frac{dC_h \cdot h(t)}{dt} = q_i(t) - a \cdot \sqrt{2g} \cdot \sqrt{h(t)} \quad \text{Ecuación 25}$$

Y sacando el valor constante C_h de la derivada, se obtiene la ecuación diferencial que relaciona la variación del nivel del tanque respecto al flujo de entrada, observada en la Ecuación 26.

$$\frac{dh(t)}{dt} = \frac{1}{C_h} q_i(t) - \frac{a\sqrt{2g}}{C_h} \cdot \sqrt{h(t)} \quad \text{Ecuación 26}$$

De aquí es fácilmente identificable la no linealidad del proceso descrito, debido a que la variable de salida de interés está sujeta a una operación matemática no lineal, como lo es una raíz cuadrada. Por tanto no es posible desacoplar la salida de la entrada para obtener una función de transferencia. Debido a esto, es necesario linealizar el modelo alrededor de un punto de operación.

3.1.2. Linealización del Modelo de Nivel. Para linealizar el modelo matemático obtenido, se parte de que éste es función del nivel y del flujo de entrada, así:

$$\frac{dh(t)}{dt} = f(h, q_i) = \frac{1}{C_h} q_i(t) - \frac{a\sqrt{2g}}{C_h} \cdot \sqrt{h(t)} \quad \text{Ecuación 27}$$

Estableciendo la condición en estado estable como (\bar{H}, \bar{Q}_I) , se tiene que tanto la entrada como la salida del sistema se pueden definir como su valor en estado estable más una desviación.

$$h = \bar{H} + \Delta h \quad y \quad q_i = \bar{Q}_I + \Delta q_i \quad \text{Ecuación 28}$$

Debido a que el objetivo del control es mantener el nivel del líquido constante, también se declara que éste no tiene variaciones en el tiempo.

$$\frac{dh(t)}{dt} = 0 \quad \text{Ecuación 29}$$

Entonces, la función que define la dinámica del sistema, en términos de las condiciones de estado estable es:

$$f(\bar{H}, \bar{Q}_I) = \frac{1}{C_h} \bar{Q}_I - \frac{c\sqrt{2g}}{C_h} \cdot \sqrt{\bar{H}} \quad \text{Ecuación 30}$$

Y partiendo de la ecuación general de linealización de sistemas *SISO* (*Single Input, Single Output*), se tiene que la ecuación diferencial linealizada es²²:

$$\frac{d\Delta h(t)}{dt} \Big|_{in} = f(\bar{H}, \bar{Q}_I) + \left. \frac{\partial f}{\partial h} \right|_{h=\bar{H}} \cdot (h - \bar{H}) + \left. \frac{\partial f}{\partial q_i} \right|_{q_i=\bar{Q}_I} \cdot (q_i - \bar{Q}_I) \quad \text{Ecuación 31}$$

Donde:

$$\left. \frac{\partial f}{\partial h} \right|_{h=\bar{H}_0} = -\frac{a\sqrt{2g}}{2C_h\sqrt{\bar{H}}} \quad \text{Ecuación 32}$$

$$\left. \frac{\partial f}{\partial q_i} \right|_{q_i=\bar{Q}_I} = \frac{1}{C_h} \quad \text{Ecuación 33}$$

Reemplazando la Ecuación 32 y la Ecuación 33 en la Ecuación 31, se obtiene:

$$\frac{d\Delta h(t)}{dt} \Big|_{in} = f(\bar{H}, \bar{Q}_I) - \frac{a\sqrt{2g}}{2C_h\sqrt{\bar{H}}} \cdot (h(t) - \bar{H}) + \frac{1}{C_h} \cdot (q_i(t) - \bar{Q}_I) \quad \text{Ecuación 34}$$

Dado que la Ecuación 28 describe que $h - \bar{H} = \Delta h$ y $q_i - \bar{Q}_I = \Delta q_i$, entonces:

$$\frac{d\Delta h(t)}{dt} \Big|_{in} = f(\bar{H}, \bar{Q}_I) - \frac{a\sqrt{2g}}{2C_h\sqrt{\bar{H}}} \Delta h(t) + \frac{1}{C_h} \Delta q_i(t) \quad \text{Ecuación 35}$$

Aplicando transformada de Laplace a la Ecuación 35:

$$s\Delta H(s) = \frac{1}{C_h} \Delta Q_I(s) - \frac{a\sqrt{2g}}{2C_h\sqrt{\bar{H}}} \Delta H(s) + \frac{f(\bar{H}, \bar{Q}_I)}{s} \quad \text{Ecuación 36}$$

Agrupando términos semejantes:

$$\Delta H(s) \left[s + \frac{a\sqrt{2g}}{2C_h\sqrt{\bar{H}}} \right] = \frac{1}{C_h} \Delta Q_I(s) + \frac{f(\bar{H}, \bar{Q}_I)}{s} \quad \text{Ecuación 37}$$

²² JIMÉNEZ LÓPEZ, Fabián. Modelado de Sistemas. Apuntes de Clase. UPTC. Segundo Semestre de 2013.

Y teniendo en cuenta que la variación del nivel es cero en estado estacionario (Ecuación 29), se establece que $\frac{f(\bar{H}, \bar{Q}_I)}{s} = 0$, así que la función de transferencia lineal que representa al sistema alrededor del punto (\bar{H}, \bar{Q}_I) se observa en la Ecuación 38.

$$\frac{\Delta H(s)}{\Delta Q_I(s)} = \frac{\frac{1}{C_h}}{s + \frac{a\sqrt{2g}}{2C_h\sqrt{\bar{H}}}} \quad \text{Ecuación 38}$$

La Tabla 6 contiene los parámetros de la planta piloto necesarios para reemplazar en la Ecuación 38, y así obtener la función de transferencia específica para el sistema, presentada en la Ecuación 39. El valor del área del orificio de salida a corresponde a la servoválvula en un 50% de apertura, y el valor para el flujo en estado estacionario \bar{Q}_I es calculado a partir de la Ecuación 3.

Tabla 6. Parámetro de la planta piloto necesarios para la función de transferencia.

Parámetro	Valor
a	0.543 cm^2
C_h	1536.64 cm^2
g	$980 \text{ cm}^2/\text{s}$
\bar{H}	40 cm
\bar{Q}_I	$152.04 \text{ cm}^3/\text{s}$

$$\frac{\Delta H(s)}{\Delta Q_I(s)} = \frac{6.5077 \cdot 10^{-5}}{s + 1.2368 \cdot 10^{-3}} \quad \text{Ecuación 39}$$

3.2. MODELAMIENTO DEL SUBSISTEMA TÉRMICO

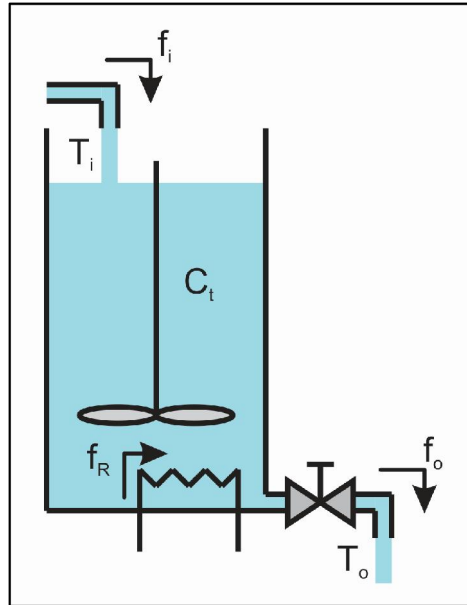
La Figura 23 muestra el diagrama del sistema térmico a modelar, el cual corresponde al tanque intermedio de la planta piloto. La Tabla 7 describe las variables que se encuentran en el diagrama.

Tabla 7. Variables que hacen parte del subsistema térmico.

Variable	Descripción
f_i	Flujo de calor del líquido entrante (J/s).
f_o	Flujo de calor del líquido saliente (J/s).
f_R	Flujo de calor proporcionado por las resistencias calefactoras (J/s).
T_i	Temperatura del líquido entrante ($^{\circ}C$).
T_o	Temperatura del líquido saliente ($^{\circ}C$).
C_t	Capacitancia térmica del tanque ($J/^{\circ}C$)

Fuente: Autores

Figura 23. Diagrama del subsistema térmico.



Fuente: Autores

3.2.1. Obtención de la Ecuación Diferencial Característica. Suponiendo que el flujo másico de entrada al tanque se encuentra en estado estable y que su temperatura puede fluctuar de \bar{T}_i a $\bar{T}_i + t_i$ mientras que su flujo de calor f_i permanece constante, y que el flujo de calor entregado por las resistencias calefactoras varía de \bar{F}_R a $\bar{F}_R + f_R$, se espera que la temperatura y el flujo de calor del líquido de salida cambien de manera gradual²³.

La ecuación diferencial que describe la dinámica térmica del sistema está definida por la Ecuación 40.

$$C_t \frac{dt_o(t)}{dt} = f_i(t) + f_R(t) - f_o(t) - f_p(t) \quad \text{Ecuación 40}$$

Donde: f_p Pérdidas de flujo de calor.

Teniendo en cuenta que el cambio de flujo de calor de entrada puede expresarse como Gct_i y que el flujo de calor de salida es Gct_o , en donde G corresponde al flujo másico de entrada (Kg/s) y c es el calor específico ($J/Kg^\circ C$) del líquido entrante al tanque, para este caso agua, puede reescribirse la Ecuación 40 como la Ecuación 41, involucrando los cambios de temperatura de entrada y de salida.

$$C_t \frac{dt_o(t)}{dt} = Gct_i(t) + f_R(t) - Gct_o(t) - f_p(t) \quad \text{Ecuación 41}$$

²³ OGATA, Katsuhiko. Op. cit., p. 99.

El diseño de la planta piloto hace que el agua que sale del tanque intermedio vuelva a circular por el sistema, por lo tanto, el cambio de temperatura del líquido entrante a dicho tanque es igual al cambio de temperatura de salida, ya que las pérdidas de temperatura se tienen en cuenta con el término f_p . Considerando la pérdida de temperatura durante la recirculación de agua y agrupando términos semejantes de la Ecuación 41, se tiene que $t_o - t_i = 0$. La Ecuación 42 presenta la ecuación diferencial incluyendo ésta relación.

$$C_t \frac{dt_o(t)}{dt} = f_R(t) - f_p(t) \quad \text{Ecuación 42}$$

Teniendo en cuenta que las pérdidas de flujo de calor pueden ser representadas en términos del cambio de la temperatura de salida y de la temperatura ambiente (Ecuación 43), la Ecuación 42 puede ser reescrita como se observa en la Ecuación 44.

$$f_p(t) = \frac{t_o(t) - t_a(t)}{R_a} \quad \text{Ecuación 43}$$

Donde: $t_a(t)$ Cambio de temperatura ambiente.
 R_a Resistencia térmica del ambiente.

$$\frac{dt_o(t)}{dt} = \frac{1}{C_t} f_R(t) - \left(\frac{t_o(t) - t_a(t)}{R_a C_t} \right) \quad \text{Ecuación 44}$$

Debido a que el flujo de calor producido por el ambiente es mucho menor en comparación con el flujo de calor entregado por la resistencia calefactora, este factor no es tenido en cuenta, llegando a la Ecuación 45, la cual describe la dinámica térmica del sistema.

$$\frac{dt_o(t)}{dt} + \frac{t_o(t)}{R_a C_t} = \frac{1}{C_t} f_R(t) \quad \text{Ecuación 45}$$

Aplicando a la ecuación anterior la Transformada de Laplace, se llega finalmente a la función de transferencia del sistema, mostrada en la Ecuación 46, la cual relaciona temperatura de salida con respecto al flujo de calor entregado por la resistencia calefactora.

$$\frac{T_o(s)}{F_R(s)} = \frac{\frac{1}{C_t}}{s + \frac{1}{R_a C_t}} \quad \text{Ecuación 46}$$

Para obtener la función de transferencia específica del subsistema térmico es necesario conocer el valor de los parámetros, de los cuales, la capacitancia térmica del tanque (C_t) se obtiene de la Ecuación 4, cuyo valor es de $0.257 J/^\circ C$. Sin embargo no fue posible calcular o conocer el valor de la resistencia térmica del ambiente (R_a). Ésta fue la limitación por la cual no se obtuvo la función de transferencia específica para este subsistema.

4. IDENTIFICACIÓN DEL SISTEMA

4.1. METODOLOGÍA PARA LA ADQUISICIÓN DE DATOS

Se realizó un programa para el PLC el cual lee las entradas análogas provenientes de los sensores de nivel y temperatura de la planta piloto con un periodo de muestreo de un segundo, además el programa establece los valores de las salidas analógicas para las resistencias calefactoras y las servoválvulas, definidos por usuario en la HMI. El programa además, garantiza que el nivel del tanque superior se aproxime a un valor constante entre un rango de $29,5\text{cm}$ y 30cm , actuando sobre la motobomba con un control *ON/OFF*, con esto se garantiza que el flujo de salida sea aproximadamente constante ante un porcentaje de apertura fijo de la válvula superior.

La adquisición de los datos se realizó a través del servidor *DDE* de *CoDeSys* (Ver ANEXO E), el cual establece conexión con *Microsoft EXCEL*[®] donde se grafican y almacenan los estímulos y respuestas obtenidas en cada prueba.

4.2. IDENTIFICACIÓN DE LOS ACTUADORES

4.2.1. Identificación de servoválvula superior. Debido a que las servoválvulas utilizadas fueron construidas por los autores del proyecto, no se conocía una característica matemática que definiera su comportamiento. Por tal razón, se hizo necesario hallar ésta característica de forma experimental, obteniendo una expresión que relaciona el voltaje aplicado a la entrada de la servoválvula 1 en el compartimiento del panel de control de la planta, en función del flujo de salida del tanque superior.

Durante el desarrollo de las pruebas se encontró que la característica de apertura de la servoválvula superior presenta histéresis debido al juego de los engranajes que hacen parte del sistema, por ende se halló la función que describe su comportamiento tanto aumentando como disminuyendo el voltaje aplicado a su entrada de control en la planta. La Tabla 8 contiene los resultados obtenidos de éste procedimiento.

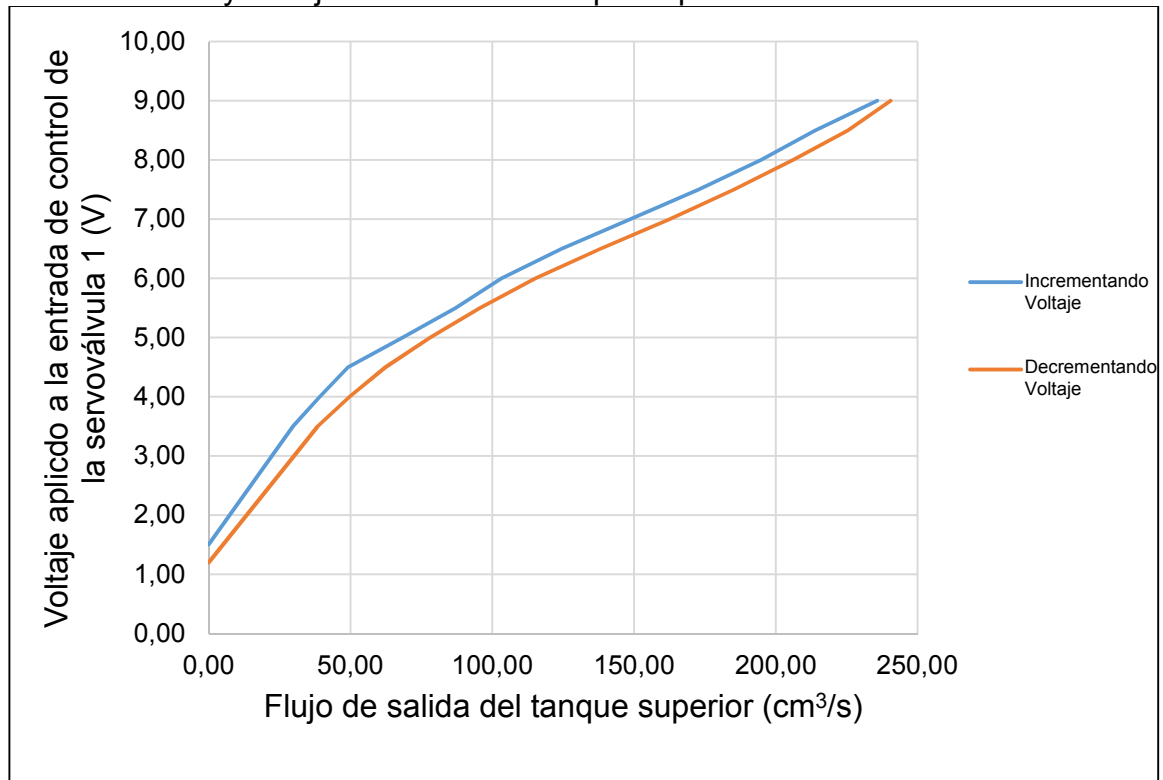
En la Figura 24 se observa claramente la histéresis que presenta la servoválvula. La Ecuación 47 y la Ecuación 49 muestran la expresión matemática que determina el voltaje que debe ser aplicado a la entrada de control de la servoválvula 1 para obtener un flujo deseado de salida del tanque superior, cuando el voltaje incrementa y decrecienta respectivamente. Estas ecuaciones fueron obtenidas a partir de regresiones polinomiales realizadas a los datos de la Tabla 8, cuyos coeficientes de determinación son presentados en la Ecuación 48 y la Ecuación 50, indicando que los modelos son confiables.

Tabla 8. Flujo de salida de tanque superior respecto al voltaje aplicado en la entrada de control de la servoválvula 1.

Voltaje (V)	Flujo Subiendo Voltaje (cm ³ /s)	Flujo Bajando Voltaje (cm ³ /s)
1,50	0,00	0,00
3,50	29,74	38,46
4,00	39,14	49,60
4,50	49,12	62,24
5,00	68,38	78,12
5,50	86,98	95,61
6,00	103,30	115,28
6,50	124,32	138,09
7,00	148,86	162,76
7,50	172,80	185,23
8,00	194,80	206,08
8,50	213,85	225,44
9,00	235,75	240,57

Fuente: Autores

Figura 24. Relación entre el voltaje aplicado a la entrada de control de la servoválvula 1 y el flujo de salida del tanque superior.



Fuente: Autores

$$y_{subiendo} = -4,08965 \cdot 10^{-9} \cdot x^4 + 2,66309 \cdot 10^{-6} \cdot x^3 - 6,19494 \cdot 10^{-4} \cdot x^2 + 8,33385 \cdot 10^{-2} \cdot x + 1,51349 \quad \text{Ecuación 47}$$

$$R^2_{subiendo} = 0,999 \quad \text{Ecuación 48}$$

$$y_{bajando} = -1,10345 \cdot 10^{-9} \cdot x^4 + 1,23367 \cdot 10^{-6} \cdot x^3 - 4,03393 \cdot 10^{-4} \cdot x^2 + 7,33612 \cdot 10^{-2} \cdot x + 1,20318 \quad \text{Ecuación 49}$$

$$R^2_{bajando} = 0,999 \quad \text{Ecuación 50}$$

Donde: x Flujo deseado de salida del tanque superior.
 $y_{subiendo}$ Voltaje a aplicar a la entrada de control de la servoválvula 1 cuando el flujo aumenta.
 $y_{bajando}$ Voltaje a aplicar a la entrada de control de la servoválvula 1 cuando el flujo disminuye.

4.2.2. Identificación de Resistencias Calefactoras. Con el fin de obtener una función que caracterice el comportamiento de éstos actuadores, se procedió a medir el voltaje efectivo (*RMS*) en las terminales de las seis resistencias conectadas en paralelo para diferentes valores de voltaje en la terminal de control, con ayuda de un osciloscopio digital GW-INSTEK GDS-1152A disponible en el laboratorio de electrónica de potencia de la UPTC sede Tunja. Los valores obtenidos están contenidos en la Tabla 9. Debido a que la corriente proporcionada a la resistencia se encontró limitada a 20A por los circuitos de protección del laboratorio, ésta prueba se pudo realizar únicamente hasta una corriente máxima de 16A (manteniendo una tolerancia de 4A para los demás equipos del laboratorio), esto permitió un voltaje máximo en la terminal de control de 4V, el cual se establece como el límite máximo para éste actuador bajo éstas condiciones.

Tabla 9. Voltaje *RMS* sobre las resistencias calefactoras para diferentes voltajes en la terminal de control.

Voltaje en terminal de control (V)	Voltaje <i>RMS</i> en las resistencias (V)
0,00	0,00
0,80	4,00
1,00	5,46
1,20	7,50
1,40	9,45
1,60	12,50
1,80	15,40
2,00	18,20
2,20	22,20
2,40	25,60

Tabla 9. (Continuación)

Voltaje en terminal de control (V)	Voltaje <i>RMS</i> en las resistencias (V)
2,60	28,80
2,80	32,00
3,00	35,60
3,20	39,00
3,40	42,50
3,60	46,00
3,80	49,50
4,00	52,70

Fuente: Autores

Para encontrar una ecuación que permita determinar el voltaje a aplicar en la terminal de control para obtener el voltaje *RMS* deseado en las resistencias calefactoras, se realizó una regresión polinomial con los datos de la Tabla 9. La Ecuación 51 presenta el resultado obtenido de dicha regresión, y la Ecuación 52 el coeficiente de determinación, el cual demuestra que el modelo obtenido es confiable.

$$y = 4,13935 \cdot 10^{-8} \cdot x^5 - 6,97178 \cdot 10^{-6} \cdot x^4 + 4,42205 \cdot 10^{-4} \cdot x^3 - 1,30847 \cdot 10^{-2} \cdot x^2 + 2,37900 \cdot 10^{-1} \cdot x \quad \text{Ecuación 51}$$

$$R^2 = 0,999 \quad \text{Ecuación 52}$$

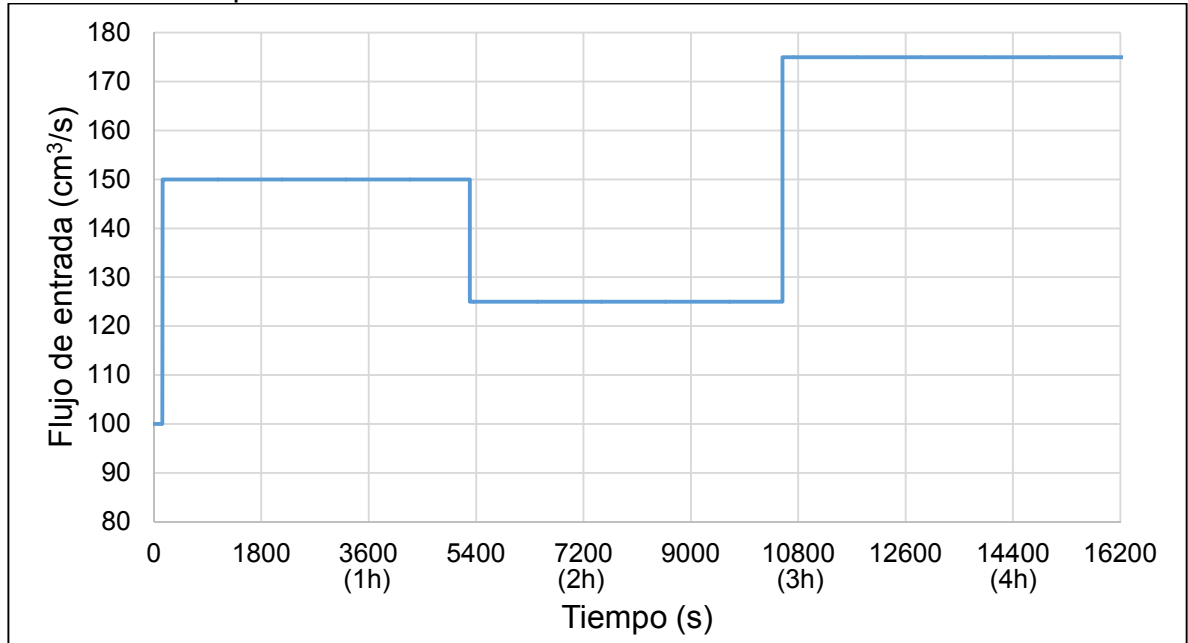
Donde: x Voltaje *RMS* deseado sobre las resistencias calefactoras.
 y Voltaje a aplicar en la terminal de control.

4.3. OBTENCIÓN DEL MODELO DE NIVEL RESPECTO AL FLUJO DE ENTRADA.

Para la identificación del nivel del tanque intermedio se aplicaron varios escalones de diversas magnitudes de flujo de entrada dentro de un rango de $100 \text{ cm}^3/\text{s}$ a $175 \text{ cm}^3/\text{s}$, con el fin de obtener un modelo estimado que represente el sistema sin limitarse a un único punto de operación, en la Figura 25 se muestra el estímulo aplicado al sistema.

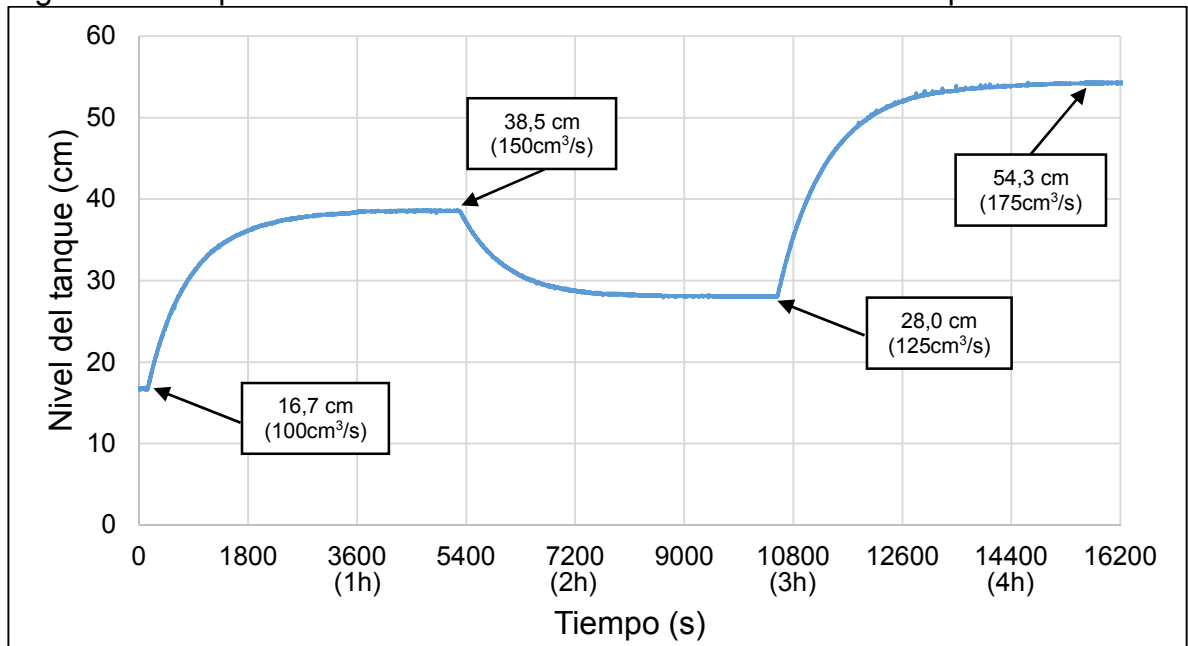
La respuesta del sistema a lazo abierto ante el estímulo de la Figura 25 se muestra en la Figura 26, en la cual se evidencia que el sistema es estable y tiene una tendencia de primer orden.

Figura 25. Estímulo aplicado para la identificación de nivel respecto al flujo de entrada del tanque intermedio.



Fuente: Autores

Figura 26. Respuesta del sistema a lazo abierto ante el estímulo aplicado.



Fuente: Autores

Los datos obtenidos de entrada y salida del sistema se aplicaron al *toolbox* de identificación de sistemas de MATLAB® a través del proceso explicado en la sección 1.2.3, con el objetivo de obtener un modelo que describa el comportamiento del sistema con gran aproximación. Luego de realizar el procedimiento descrito con aproximadamente 50 modelos, los más cercanos al comportamiento de la dinámica de la planta fueron:

- Función de transferencia de 1 polo y 0 ceros.
- Función de transferencia de 2 polos y 0 cero.
- Espacio de estados canónico sin error de orden 2.
- Modelo no lineal Hammerstein-Wiener con una no linealidad de entrada definida por una función polinomial de grado 2, una no linealidad de salida definida por una función a trozos de 30 puntos, y una función de transferencia lineal de 1 cero y 1 polo.

En la Figura 27 se presentan las respuestas de cada uno de los modelos estimados ante el estímulo aplicado, comparados entre sí y con la respuesta original del sistema. La Tabla 10 muestra un porcentaje que representa qué tan acertado es cada uno de los modelos a la respuesta original del sistema, donde se observa claramente, al igual que en la Figura 27, que el modelo que mejor se aproxima al comportamiento real del sistema es el no lineal Hammerstein-Wiener, esto debido a que la identificación se realizó en un amplio rango de puntos de operación del sistema en lugar de hacerlo alrededor de un único punto de operación, donde un modelo lineal tendría un ajuste más preciso.

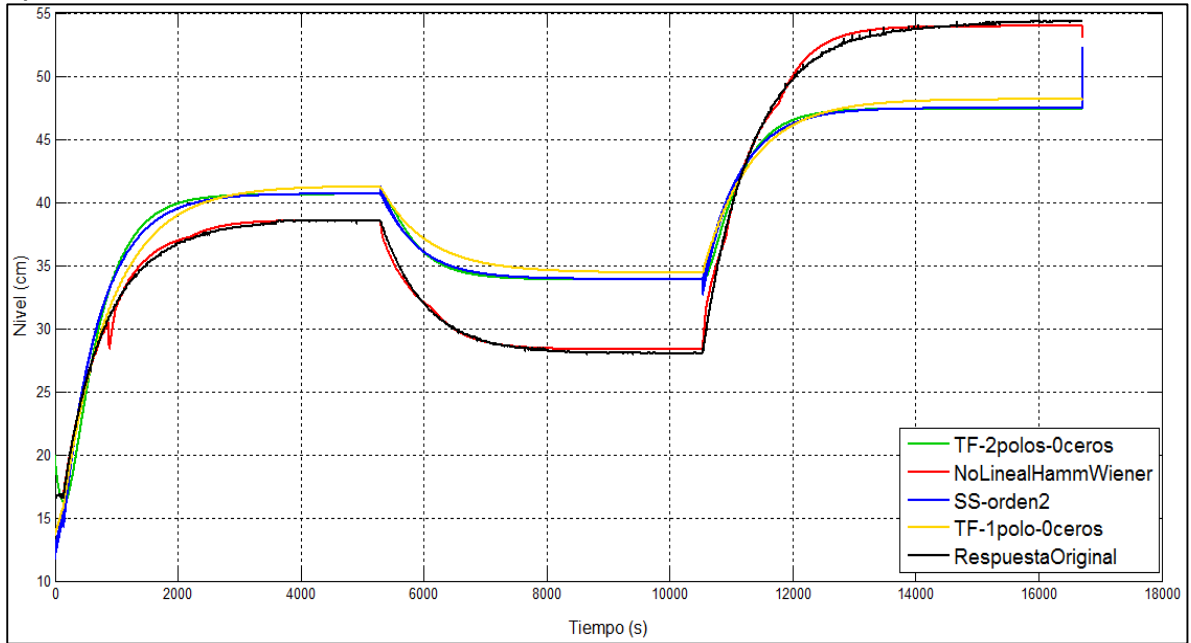
Tabla 10. Porcentajes de aproximación de los modelos estimados a la respuesta original del sistema.

Modelo	Porcentaje de aproximación
Modelo no lineal Hammerstein-Wiener	96,63%
Función de transferencia de 2 polos y 0 ceros	55,18%
Espacio de estados canónico sin error de orden 2	55,04%
Función de transferencia de 1 polo y 0 ceros	54,46%
Modelo no lineal Hammerstein-Wiener	96,63%

Fuente: Autores

Ya que el modelo escogido fue el no lineal Hammerstein-Wiener, se obtuvo la función matemática que describe la no linealidad de entrada observada en la Ecuación 53, la función de transferencia del bloque lineal descrita en la Ecuación 54 y la función a trozos que define la no linealidad de salida cuya forma general se muestra en la Ecuación 55. Los parámetros de la función no lineal de salida dependen del rango del valor proveniente del bloque lineal, los cuales se presentan en la Tabla 11.

Figura 27. Comparación de la respuesta de los modelos estimados ante el estímulo aplicado.



Fuente: Autores

$$\text{ValorNoLinealEntrada} = -5,56008 \cdot 10^{-3} \cdot \text{flujo}^2 + 2,66071 \cdot \text{flujo} - 1.29573 \cdot 10^2 \quad \text{Ecuación 53}$$

$$G(s) = \frac{\text{ValorNoLinealSalida}}{\text{ValorNoLinealEntrada}} = \frac{s + 1,00099}{s + 0,00197} \quad \text{Ecuación 54}$$

$$\text{Nivel} = A \cdot \text{ValorNoLinealSalida} + B \quad \text{Ecuación 55}$$

Tabla 11. Parámetros de la no linealidad de salida según el rango de entrada.

A	B	Rangos en la entrada de la no linealidad	
		Desde	Hasta
$1,4275 \cdot 10^{-5}$	$1,6720E \cdot 10^1$	$-3,2940 \cdot 10^2$	$2,8194 \cdot 10^3$
$1,9856 \cdot 10^{-6}$	$1,6754E \cdot 10^1$	$2,8194 \cdot 10^3$	$5,5374 \cdot 10^3$
$8,4088 \cdot 10^{-6}$	$1,6719E \cdot 10^1$	$5,5374 \cdot 10^3$	$8,2555 \cdot 10^3$
$8,3757 \cdot 10^{-6}$	$1,6719E \cdot 10^1$	$8,2555 \cdot 10^3$	$1,0975 \cdot 10^4$
$3,0522 \cdot 10^{-4}$	$1,3461 \cdot 10^1$	$1,0975 \cdot 10^4$	$1,3692 \cdot 10^4$
$2,5871 \cdot 10^{-4}$	$1,4098 \cdot 10^1$	$1,3692 \cdot 10^4$	$1,6410 \cdot 10^4$
$2,7258 \cdot 10^{-4}$	$1,3870 \cdot 10^1$	$1,6410 \cdot 10^4$	$1,9127 \cdot 10^4$
$2,7640 \cdot 10^{-4}$	$1,3797 \cdot 10^1$	$1,9127 \cdot 10^4$	$2,1845 \cdot 10^4$
$2,6745 \cdot 10^{-4}$	$1,3993 \cdot 10^1$	$2,1845 \cdot 10^4$	$2,4563 \cdot 10^4$

Tabla 11. (Continuación)

A	B	Rangos en la entrada de la no linealidad	
		Desde	Hasta
$2,6891 \cdot 10^{-4}$	$1,3957 \cdot 10^1$	$2,4563 \cdot 10^4$	$2,7281 \cdot 10^4$
$2,7744 \cdot 10^{-4}$	$1,3724 \cdot 10^1$	$2,7281 \cdot 10^4$	$2,9999 \cdot 10^4$
$2,6863 \cdot 10^{-4}$	$1,3988 \cdot 10^1$	$2,9999 \cdot 10^4$	$3,2718 \cdot 10^4$
$2,7647 \cdot 10^{-4}$	$1,3732 \cdot 10^1$	$3,2718 \cdot 10^4$	$3,5436 \cdot 10^4$
$2,7810 \cdot 10^{-4}$	$1,3674 \cdot 10^1$	$3,5436 \cdot 10^4$	$3,8154 \cdot 10^4$
$2,9588 \cdot 10^{-4}$	$1,2996 \cdot 10^1$	$3,8154 \cdot 10^4$	$4,0872 \cdot 10^4$
$2,8821 \cdot 10^{-4}$	$1,3309 \cdot 10^1$	$4,0872 \cdot 10^4$	$4,3590 \cdot 10^4$
$2,9346 \cdot 10^{-4}$	$1,3080 \cdot 10^1$	$4,3590 \cdot 10^4$	$4,6308 \cdot 10^4$
$3,1527 \cdot 10^{-4}$	$1,2071 \cdot 10^1$	$4,6308 \cdot 10^4$	$4,9026 \cdot 10^4$
$2,8711 \cdot 10^{-4}$	$1,3451 \cdot 10^1$	$4,9026 \cdot 10^4$	$5,1745 \cdot 10^4$
$3,6745 \cdot 10^{-4}$	$9,2938 \cdot 10^0$	$5,1745 \cdot 10^4$	$5,4511 \cdot 10^4$
$2,8536 \cdot 10^{-4}$	$1,3769 \cdot 10^1$	$5,4511 \cdot 10^4$	$5,8532 \cdot 10^4$
$3,6498 \cdot 10^{-4}$	$9,1086 \cdot 10^1$	$5,8532 \cdot 10^4$	$5,8907 \cdot 10^4$
$3,6513 \cdot 10^{-4}$	$9,0998 \cdot 10^1$	$5,8907 \cdot 10^4$	$6,1578 \cdot 10^4$
$5,6293 \cdot 10^{-4}$	$-3,0808 \cdot 10^1$	$6,1578 \cdot 10^4$	$6,5351 \cdot 10^4$
$4,9146 \cdot 10^{-4}$	$1,5900 \cdot 10^1$	$6,5351 \cdot 10^4$	$6,8022 \cdot 10^4$
$5,2938 \cdot 10^{-4}$	$-9,8937 \cdot 10^1$	$6,8022 \cdot 10^4$	$7,2175 \cdot 10^4$
$1,2493 \cdot 10^{-3}$	$-5,2947 \cdot 10^1$	$7,2175 \cdot 10^4$	$7,3257 \cdot 10^4$
$1,0417 \cdot 10^{-3}$	$-3,7742 \cdot 10^1$	$7,3257 \cdot 10^4$	$7,5547 \cdot 10^4$
$1,0251 \cdot 10^{-3}$	$-3,6486 \cdot 10^1$	$7,5547 \cdot 10^4$	$7,8813 \cdot 10^4$
$1,1399 \cdot 10^{-3}$	$-4,5533 \cdot 10^1$	$7,8813 \cdot 10^4$	$8,1878 \cdot 10^4$
$2,7863 \cdot 10^{-3}$	$-1,8034 \cdot 10^2$	$8,1878 \cdot 10^4$	$9,1985 \cdot 10^4$

Fuente: Autores

Las gráficas de la función no lineal de entrada, la respuesta al escalón unitario de la función de transferencia del bloque lineal, y la función no lineal de salida se encuentran en el ANEXO G.

Con el fin de comparar el modelo matemático obtenido en la Ecuación 39 y el modelo no lineal Hammerstein-Wiener estimado, con respecto a la respuesta obtenida experimentalmente a partir del proceso de identificación, la Tabla 12 muestra los valores de estabilización del nivel para diferentes flujos de entrada. Se puede observar que ambos modelos se aproximan al comportamiento real del sistema para flujos de $125\text{cm}^3/\text{s}$, $150\text{cm}^3/\text{s}$ y $175\text{cm}^3/\text{s}$. Con un flujo de $100\text{cm}^3/\text{s}$ el modelo no lineal se aproxima en menor proporción, y el modelo matemático difiere

de forma considerable, ya que es un punto de operación alejado con respecto al que se utilizó para la linealización.

Tabla 12. Niveles de estabilización para los distintos flujos de entrada.

Magnitud del escalón (cm^3/s)	Nivel de estabilización experimental (cm)	Nivel de estabilización no lineal HW (cm)	Nivel de estabilización matemático(cm)
100,0	16,7	19,16	12,61
125,0	28,0	28,34	25,77
150,0	38,5	38,57	38,93
175,0	54,3	53,93	52,08

Fuente: Autores

A pesar de que el modelo matemático describe de manera acertada el comportamiento del sistema alrededor del punto de operación establecido, el modelo escogido para representar la relación del nivel respecto al flujo a lo largo de éste proyecto es el no lineal Hammerstein-Wiener, debido a que contempla un amplio rango de puntos de operación y proviene de un proceso de identificación experimental, el cual es ampliamente utilizado en procesos industriales.

4.4. OBTENCIÓN DEL MODELO DE NIVEL RESPECTO AL VOLTAJE *RMS* SOBRE LAS RESISTENCIAS CALEFACTORAS

Se aplicó un estímulo variando el voltaje *RMS* sobre las resistencias calefactoras con el fin de observar la respuesta de la variable nivel. Dicho estímulo se basó en escalones de voltaje entre $0V$ y $55V$. Se obtuvo que la respuesta del nivel no presenta variaciones respecto a cambios en el voltaje *RMS* sobre las resistencias calefactoras, por esta, se consideran estas dos variables independientes.

4.5. OBTENCIÓN DEL MODELO DE TEMPERATURA RESPECTO AL FLUJO DE ENTRADA

Con el fin de observar la relación existente entre la temperatura del líquido almacenado en el tanque intermedio respecto al flujo de entrada a éste, se aplicó un estímulo realizando variaciones de flujo de forma escalón, dentro de un rango de $125 \text{ cm}^3/\text{s}$ hasta $175 \text{ cm}^3/\text{s}$. La prueba de identificación para este caso se inició cuando el sistema se encontraba en estado estable. No se encontraron variaciones en la temperatura del sistema. Esto es debido a que la acción de las resistencias calefactoras sobre el fluido es bastante lenta y a que el líquido está circulando de forma cíclica a través de la planta piloto, haciendo que no haya pérdidas de temperatura considerables.

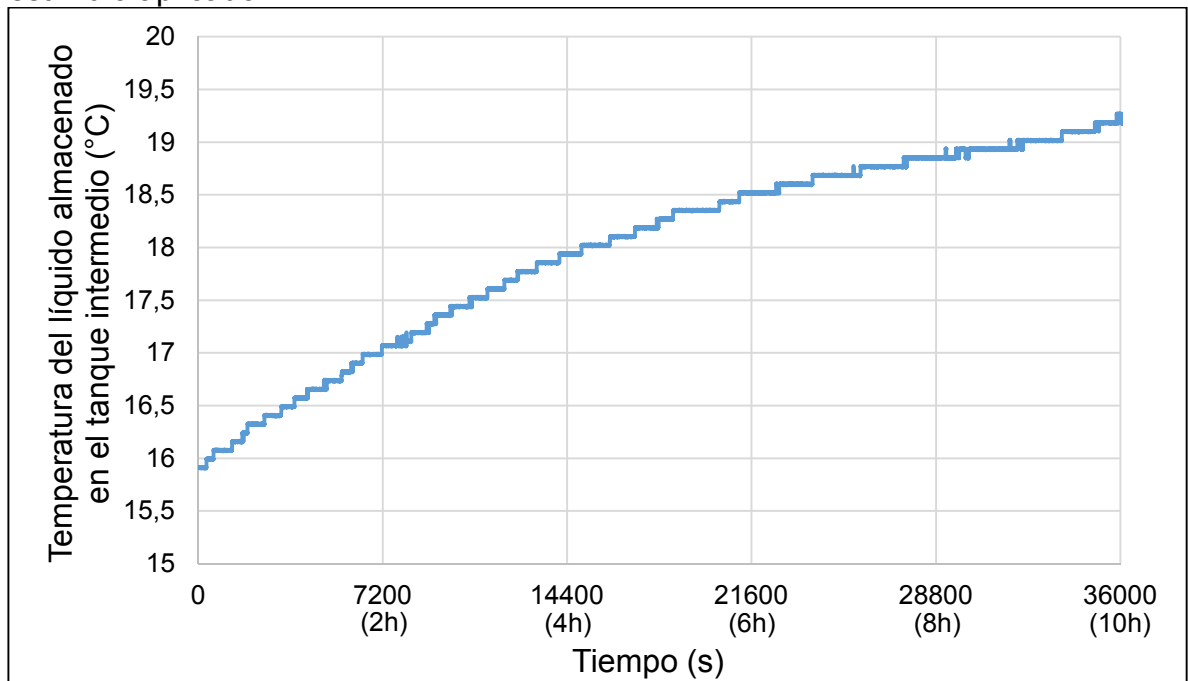
Debido a la poca influencia del flujo de entrada de líquido respecto a la temperatura de éste, se decidió tomar como independientes estas dos variables para el desarrollo de este proyecto.

4.6. OBTENCIÓN DEL MODELO DE TEMPERATURA RESPECTO AL VOLTAJE *RMS* SOBRE LAS RESISTENCIAS CALEFACTORAS

Para la identificación de la temperatura del líquido almacenado en el tanque intermedio respecto al voltaje *RMS* sobre las resistencias calefactoras, se aplicó un estímulo basado en un escalón de $14V_{RMS}$ sobre el actuador. La prueba se inició cuando la temperatura del sistema estaba en equilibrio con la temperatura ambiente.

En la Figura 28 se muestra la respuesta a *lazo abierto* de la temperatura del líquido almacenado en el tanque intermedio. A pesar de que no se alcanza un punto de estabilización bien definido en ninguno de los dos estímulos aplicados, se observa que el sistema para la variable temperatura es estable y que tiene una tendencia de primer orden.

Figura 28. Respuesta de la temperatura del líquido del tanque intermedio ante el estímulo aplicado.



Fuente: Autores

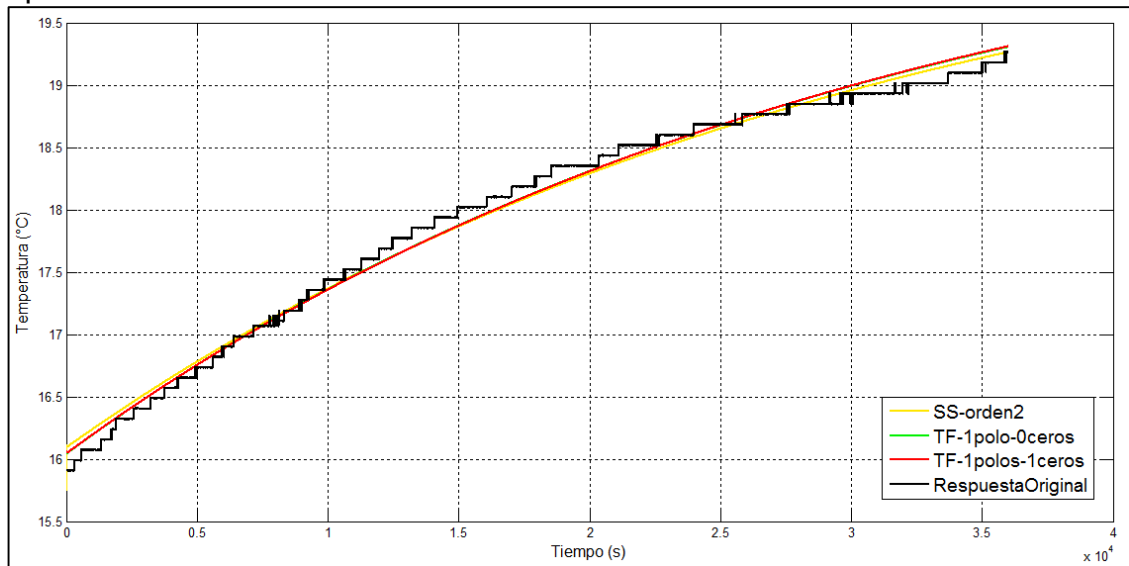
Los datos adquiridos en el proceso de identificación de la temperatura, tanto como estímulo y respuesta, fueron aplicados al *toolbox* de identificación de sistemas de MATLAB® con el fin de obtener un modelo matemático que definiera con una buena aproximación la respuesta real, mostrada en la Figura 28. Luego de realizar el

proceso de identificación obteniendo aproximadamente 15 modelos, los que tuvieron mayor aproximación al comportamiento de la planta fueron:

- Función de transferencia de 1 polo y 0 ceros.
- Función de transferencia de 1 polo y 1 cero.
- Espacio de estados de orden 2.

En la Figura 29 se muestra la respuesta de cada uno de los modelos estimados en comparación con la respuesta real del sistema. En la Tabla 13 se encuentra el porcentaje de aproximación a la respuesta original de cada uno de los modelos obtenidos, donde se observa que el más acertado es la función de transferencia de 1 polo y 1 cero.

Figura 29. Respuesta de cada uno de los modelos estimados a comparación de la respuesta real del sistema.



Fuente: Autores.

Tabla 13. Porcentajes de aproximación de los modelos estimados a la respuesta original del sistema.

Modelo	Porcentaje de aproximación a la respuesta original
Función de transferencia de 1 polo y 1 cero	90,67%
Función de transferencia de 1 polo y 0 ceros	90,51%
Espacio de estado de orden 2	90,35%

Fuente: Autores

El modelo de temperatura a utilizar para el desarrollo de este proyecto es la función de transferencia de 1 polo y 1 cero, observada en la Ecuación 56. Se escogió este modelo a pesar de que el obtenido matemáticamente en la Ecuación 46 no presenta ceros, esto debido posiblemente a que en la identificación experimental se incluyen dinámicas que por simplificación no se tienen en cuenta en el modelado teórico.

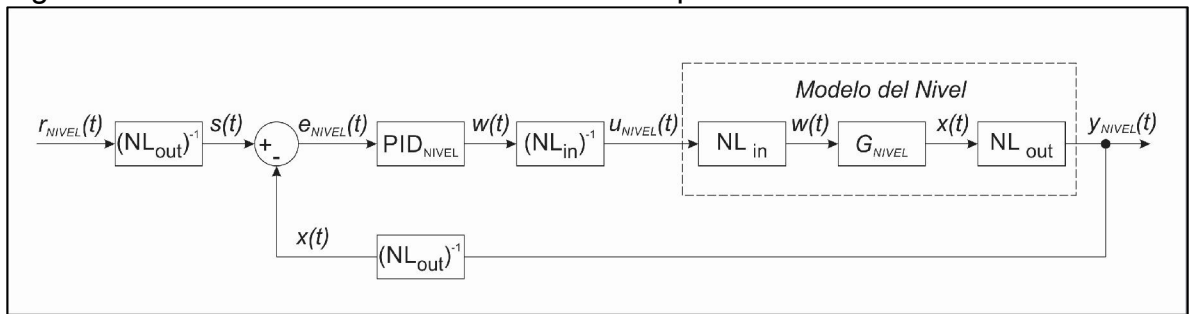
$$G(s) = \frac{\textit{Temperatura}}{\textit{VoltajeRMS}} = \frac{4,8123 \cdot 10^{-5}s + 4,8124 \cdot 10^{-5}}{s + 3,2484 \cdot 10^{-5}} \quad \text{Ecuación 56}$$

5. DISEÑO, IMPLEMENTACIÓN Y RESULTADOS OBTENIDOS CON EL CONTROLADOR PID

5.1. ESTRUCTURA DEL SISTEMA REALIMENTADO

5.1.1. Estructura del sistema realimentado para el control de nivel. Teniendo en cuenta que el modelo obtenido de la identificación para la variable nivel, corresponde a un sistema no lineal *Hammerstein-Wiener*, cuya estructura se presenta en la Figura 2, los autores proponen la estructura de control como se observa en la Figura 30.

Figura 30. Estructura del sistema realimentado para el control de nivel.



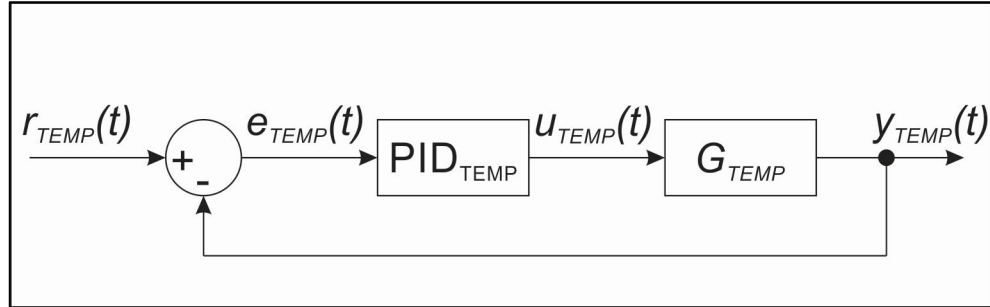
Fuente: Autores

Donde:	r_{NIVEL}	Señal de referencia de nivel.
	$s(t)$	Señal de referencia operada por el inverso del bloque no lineal de salida.
	e_{NIVEL}	Señal de error de control.
	$w(t)$	Señal de entrada al bloque lineal del modelo de nivel, y salida del controlador.
	$u_{NIVEL}(t)$	Entrada de la planta (flujo).
	$x(t)$	Señal de salida del bloque lineal del modelo de nivel, y entrada al comparador de error.
	$y_{NIVEL}(t)$	Salida de la planta (nivel).
	NL_{in}	No linealidad de entrada del modelo de nivel.
	G_{NIVEL}	Función de transferencia del bloque lineal del modelo de nivel.
	NL_{out}	No linealidad de salida del modelo de nivel.

Agregando los inversos de los bloques no lineales de entrada y salida en la forma que se observa en la Figura 30 y aplicando álgebra de bloques, se encuentra que el controlador opera con las variables $w(t)$ y $x(t)$, las cuales corresponden a la entrada y la salida del bloque lineal del modelo de la planta. Esto permite que el diseño del controlador se realice a partir de dicho bloque lineal, correspondiente a la función de transferencia de la Ecuación 54.

5.1.2. Estructura del sistema realimentado para el control de temperatura. Debido a que la función que representa la dinámica de la temperatura es un modelo lineal, se emplea la estructura básica de control observada en la Figura 31, donde la función de transferencia G_{TEMP} corresponde a la Ecuación 56.

Figura 31. Estructura del sistema realimentado para el control de temperatura.



Fuente: Autores

- Donde:
- $r_{TEMP}(t)$ Señal de referencia de temperatura.
 - $e_{TEMP}(t)$ Señal de error de control.
 - $u_{TEMP}(t)$ Entrada de la planta (voltaje en resistencias calefactoras).
 - $y_{TEMP}(t)$ Salida de la planta (temperatura).

5.2. DISEÑO DE CONTROLADORES PID

Debido a que las dos funciones de transferencia con las cuales se ha de realizar el diseño poseen un polo y un cero, se establece un procedimiento genérico para el diseño analítico de controladores PID y PI para éste caso específico.

5.2.1. Diseño analítico de controlador PID para una función de transferencia de un polo y un cero. Partiendo de una función de transferencia mónica genérica con un polo y un cero que represente el sistema a controlar (Ecuación 57) y el modelo del controlador PID de la Ecuación 11, mostrado nuevamente en la Ecuación 58, se obtiene el polinomio característico del sistema realimentado (Ecuación 59).

$$G_p(s) = \frac{n_1s + n_0}{s + d_0} \quad \text{Ecuación 57}$$

$$G_c(s) = \frac{\beta_1s^2 + \beta_2s + \beta_3}{s(s + N)} \quad \text{Ecuación 58}$$

$$D_H(s) = (s^2 + Ns)(s + d_0) + (\beta_1s^2 + \beta_2s + \beta_3)(n_1s + n_0) \quad \text{Ecuación 59}$$

Reordenando:

$$D_H(s) = s^3(1 + \beta_1 n_1) + s^2(d_0 + N + \beta_1 n_0 + \beta_2 n_1) + s(Nd_0 + \beta_2 n_0 + \beta_3 n_1) + \beta_3 n_0 \quad \text{Ecuación 60}$$

Debido a que el polinomio característico del sistema realimentado es de tercer orden, se establece el polinomio característico deseado así:

$$P(s) = (s - \lambda_1)(s - \lambda_2)(s - \lambda_3) \quad \text{Ecuación 61}$$

Reordenando:

$$P(s) = s^3 - s^2(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) + s(\lambda_1\lambda_2 + \lambda_1\lambda_3 + \lambda_2\lambda_3) - \lambda_1\lambda_2\lambda_3 \quad \text{Ecuación 62}$$

Se optó por realizar el diseño a partir de un sistema de segundo orden, y luego agregar un tercer polo lo suficientemente alejado de los polos dominantes con el fin de no afectar la dinámica deseada. Las especificaciones de diseño para el sistema de segundo orden son el factor de amortiguamiento ρ y el tiempo de estabilización t_s . Recordando que la frecuencia natural del sistema está dada por²⁴:

$$\omega_0(1\%) = \frac{4,6}{\rho t_s} \quad \text{Ecuación 63}$$

Se establece así el polinomio característico de un sistema de segundo orden:

$$M(s) = s^2 + 2\rho\omega_0 s + \omega_0^2 \quad \text{Ecuación 64}$$

Cuyas raíces son:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= -\rho\omega_0 + \omega_0\sqrt{\rho^2 - 1} \\ \lambda_2 &= -\rho\omega_0 - \omega_0\sqrt{\rho^2 - 1} \end{aligned} \quad \text{Ecuación 65}$$

El tercer polo se ubica alejado de los polos dominantes:

$$\lambda_3 = 10 \cdot \text{Re}\{\lambda_1\} \quad \text{Ecuación 66}$$

Estableciendo los coeficientes de la Ecuación 62 así:

$$\begin{aligned} P_2 &= -(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) \\ P_1 &= \lambda_1\lambda_2 + \lambda_1\lambda_3 + \lambda_2\lambda_3 \\ P_0 &= -(\lambda_1\lambda_2\lambda_3) \end{aligned} \quad \text{Ecuación 67}$$

²⁴ SALAMANCA, Juan Mauricio. Control. Apuntes de Clase. UPTC. Segundo Semestre de 2013.

Igualando los coeficientes de la Ecuación 60 y la Ecuación 62, se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned}\frac{d_0 + N + \beta_1 n_0 + \beta_2 n_1}{1 + \beta_1 n_1} &= P_2 \\ \frac{Nd_0 + \beta_2 n_0 + \beta_3 n_1}{1 + \beta_1 n_1} &= P_1 \\ \frac{\beta_3 n_0}{1 + \beta_1 n_1} &= P_0\end{aligned}\tag{Ecuación 68}$$

Despejando β_1, β_2 y β_3 :

$$\begin{aligned}\beta_1 &= \frac{Nn_0(d_0 n_1 - n_0) - d_0 n_0^2 + n_0^2 P_2 - n_0 n_1 P_1 + n_1^2 P_0}{n_0^3 - n_0^2 n_1 P_2 + n_0 n_1^2 P_1 - n_1^3 P_0} \\ \beta_2 &= \frac{-[N\{d_0 n_0(n_0 - n_1 P_2) + n_1(n_0 P_1 - n_1 P_0)\} + (d_0 n_1 - n_0)(n_0 P_1 - n_1 P_0)]}{n_0^3 - n_0^2 n_1 P_2 + n_0 n_1^2 P_1 - n_1^3 P_0} \\ \beta_3 &= \frac{P_0(Nn_1 - n_0)(d_0 n_1 - n_0)}{n_0^3 - n_0^2 n_1 P_2 + n_0 n_1^2 P_1 - n_1^3 P_0}\end{aligned}\tag{Ecuación 69}$$

Teniendo en cuenta que:

$$\beta_1 = K_p + K_d N \qquad \beta_2 = K_i + K_p N \qquad \beta_3 = K_i N$$

Se despejan las constantes del controlador:

$$\begin{aligned}K_p &= \frac{N\beta_2 - \beta_3}{N^2} \\ K_i &= \frac{\beta_3}{N} \\ K_d &= \frac{N^2 \beta_1 - N\beta_2 + \beta_3}{N^3}\end{aligned}\tag{Ecuación 70}$$

5.2.2. Diseño analítico de controlador PI para una función de transferencia de un polo y un cero. Se parte de la función de transferencia del sistema a controlar mostrada en la Ecuación 57, y la ecuación que define el controlador PI de la Ecuación 71 (Ecuación 9 estableciendo $K_d = 0$).

$$G_c(s) = K_p + \frac{K_i}{s} = \frac{K_p s + K_i}{s}\tag{Ecuación 71}$$

Se define el polinomio característico del sistema realimentado:

$$D_H(s) = s(s + d_0) + (K_p s + K_i)(n_1 s + n_0) \quad \text{Ecuación 72}$$

Reordenando:

$$D_H(s) = s^2(1 + K_p n_1) + s(d_0 + K_p n_0 + K_i n_1) + K_i n_0 \quad \text{Ecuación 73}$$

Debido a que el polinomio característico mostrado en la Ecuación 73 es de segundo orden, se establece un polinomio característico deseado de igual orden.

$$P(s) = s^2 + s(\lambda_1 + \lambda_2) + \lambda_1 \lambda_2 \quad \text{Ecuación 74}$$

El comportamiento deseado parte de las especificaciones de diseño para un sistema de segundo orden, las cuales comprenden el factor de amortiguamiento ρ y el tiempo de estabilización t_s . Recordando la Ecuación 63, se establece la forma general del polinomio característico de segundo orden:

$$M(s) = s^2 + 2\rho\omega_0 s + \omega_0^2 \quad \text{Ecuación 75}$$

Cuyas raíces son:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= -\rho\omega_0 + \omega_0\sqrt{\rho^2 - 1} \\ \lambda_2 &= -\rho\omega_0 - \omega_0\sqrt{\rho^2 - 1} \end{aligned} \quad \text{Ecuación 76}$$

Estableciendo los coeficientes de la Ecuación 74 así:

$$\begin{aligned} P_1 &= \lambda_1 + \lambda_2 \\ P_0 &= \lambda_1 \lambda_2 \end{aligned} \quad \text{Ecuación 77}$$

Se igualan los coeficientes de la Ecuación 73 y la Ecuación 74, obteniendo el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} \frac{d_0 + K_p n_0 + K_i n_1}{1 + K_p n_1} &= P_1 \\ \frac{K_i n_0}{1 + K_p n_1} &= P_0 \end{aligned} \quad \text{Ecuación 78}$$

Despejando los parámetros del controlador K_p y K_i , se obtiene:

$$K_p = \frac{-(d_0 n_0 - n_0 P_1 + n_1 P_0)}{n_0^2 - n_0 n_1 P_1 + n_1^2 P_0}$$

Ecuación 79

$$K_i = \frac{-P_0(d_0 n_1 - n_0)}{n_0^2 - n_0 n_1 P_1 + n_1^2 P_0}$$

5.3. IMPLEMENTACIÓN DEL CONTROLADOR PID DE NIVEL

Las especificaciones de diseño se escogen con el fin de estabilizar el sistema a un nivel de 40cm. Se seleccionó el tiempo estabilización deseado a lazo cerrado, como el tiempo que la planta demora en alcanzar ésta altura a lazo abierto con su flujo máximo ($230\text{cm}^3/\text{s}$). Éste tiempo es de $t_s = 770\text{s}$ (ANEXO J). El coeficiente de amortiguamiento de la respuesta a lazo cerrado se escoge subamortiguado con $\rho = 0,7$, ya que es un valor típico para propósito de seguimiento de una referencia²⁵.

La frecuencia natural del sistema controlado está dada por:

$$\omega_0 = \frac{4,6}{\rho t_s} = \frac{4,6}{0,7 \cdot 770} = 8,5343 \cdot 10^{-3} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Ecuación 80

Para el diseño del controlador PID, se establece el valor de N , el cual corresponde a la frecuencia de corte del filtro de la acción derivativa, tal como se explicó en la sección 1.3.1. Dicha frecuencia se escoge entre 2 y 10 veces la frecuencia natural del sistema realimentado para no afectar su dinámica de manera considerable, así que $1,7069 \cdot 10^{-2} < N < 8,5343 \cdot 10^{-2}$. Para el diseño se estableció un valor de N cercano al límite inferior, con el fin de filtrar la mayor parte de ruido posible, así:

$$N = 0,02 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Ecuación 81

Siguiendo el procedimiento descrito en la sección 5.2.1, y a partir de la función de transferencia del bloque lineal del modelo de nivel mostrada en la Ecuación 54 y las especificaciones de diseño mencionadas, se obtuvieron las siguientes constantes del controlador PID:

$$\begin{aligned} K_p &= 2,7725 \cdot 10^{-2} \\ K_i &= 2,2879 \cdot 10^{-4} \\ K_d &= 1,2467 \end{aligned}$$

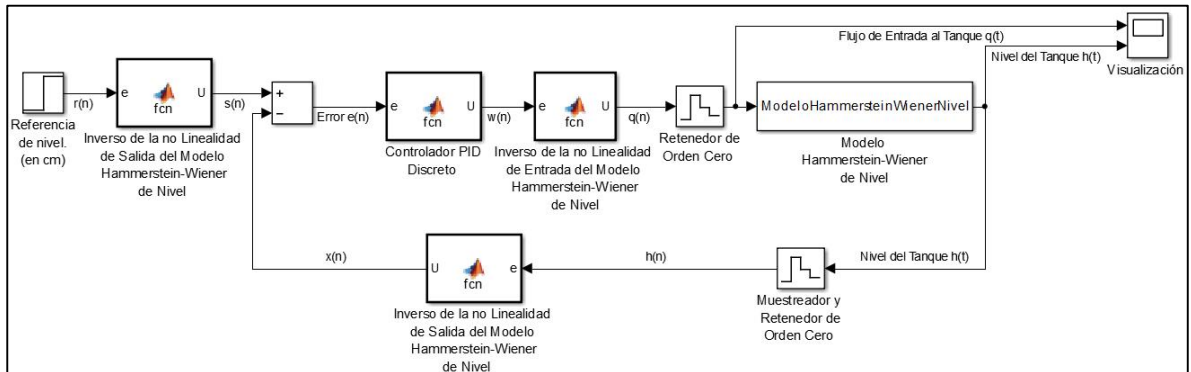
Ecuación 82

Como se demuestra en la sección 1.3.3, las constantes halladas son válidas para el controlador PID discreto, siempre y cuando se maneje el esquema de la Figura 5.

²⁵ SALAMANCA, Juan Mauricio. Control. Apuntes de Clase. UPTC. Segundo Semestre de 2013.

5.3.1. Simulación del controlador PID para nivel. Se utilizó la herramienta Simulink® de MATLAB® para realizar la simulación del sistema realimentado. La Figura 32 muestra el diagrama de bloques para simular el controlador PID con los límites de saturación establecidos por el flujo mínimo y máximo que puede entregar la servoválvula, siendo éstos $0\text{cm}^3/\text{s}$ y $230\text{cm}^3/\text{s}$, tal como se observa en la Figura 24. Además se incluyeron los inversos de las no linealidades de entrada y salida, tal como se definió en la Figura 30.

Figura 32. Diagrama de bloques para simulación del controlador PID con el modelo no lineal de nivel en Simulink®.



Fuente: Autores

Al aplicar la señal de referencia en $t = 500\text{s}$ con un valor de 40cm , se observa en la Figura 33 que el sistema tarda aproximadamente 1200s en estabilizarse, con un error en estado estable prácticamente nulo. En la Figura 33 se evidencia además una de las ventajas de diseñar el controlador a partir del bloque lineal del modelo no lineal obtenido a través del proceso de identificación, en lugar del modelo linealizado obtenido por modelado matemático, la cual es la posibilidad de establecer diferentes puntos de estabilización del sistema, encontrando que al cambiar la referencia de 40cm a 30cm en $t = 2500\text{s}$, la respuesta es satisfactoria.

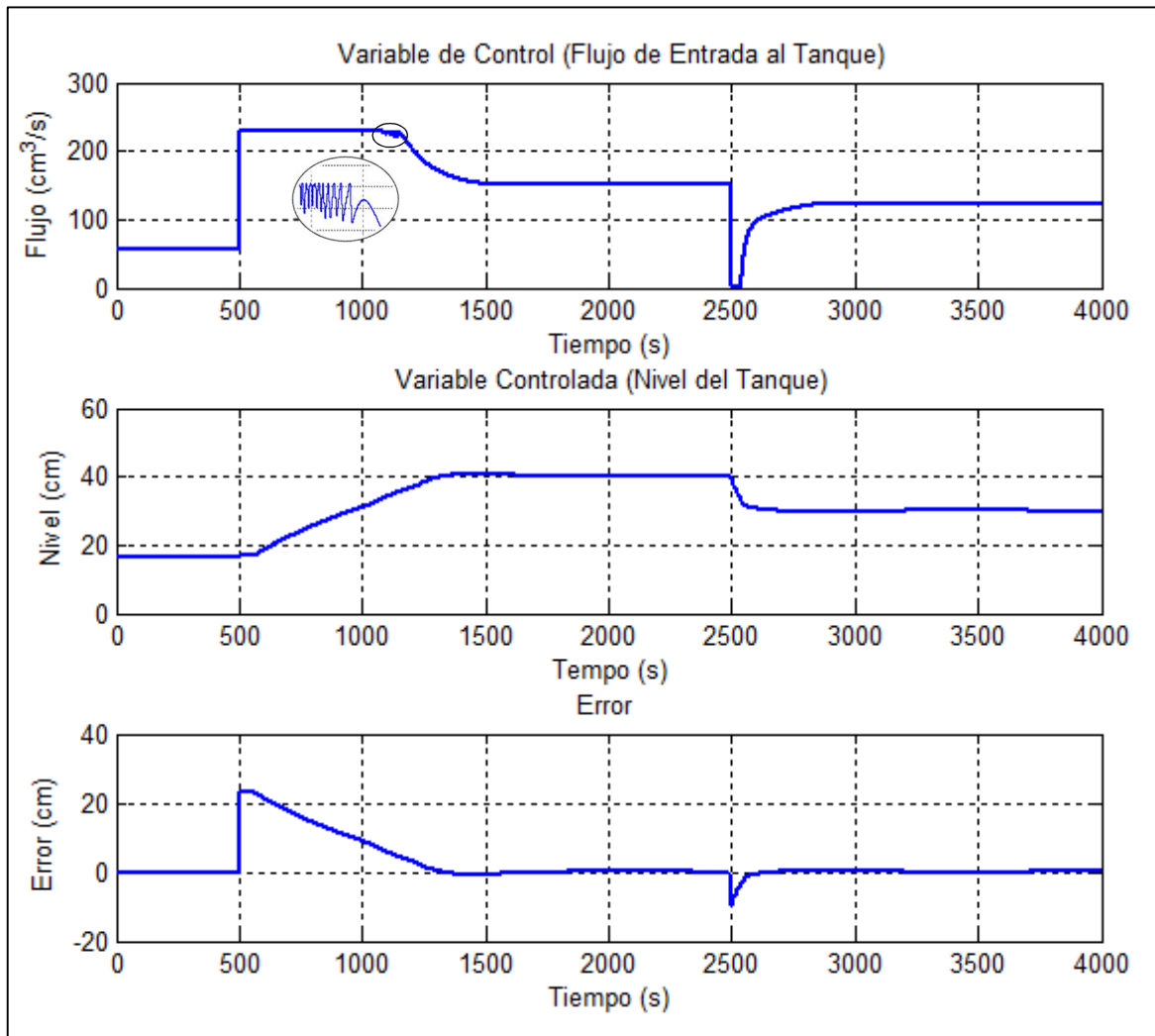
5.3.2. Prueba experimental del controlador PID para nivel. Ésta prueba se realizó siguiendo el esquema de la Figura 21, en el cual el PLC contiene el algoritmo de control, la HMI presenta la visualización de las diferentes variables que intervienen en el proceso, y la conexión con el computador permite la adquisición de datos en tiempo real.

El ANEXO I incluye el programa del PLC escrito por los autores del proyecto, el cual contiene los controladores PID para nivel y temperatura. Para ésta prueba únicamente se hizo uso del controlador de nivel.

En la Figura 34 se observa que al establecer la referencia en 40cm el tiempo de estabilización del nivel fue de aproximadamente $t_s = 1000\text{s}$, cercano al encontrado por medio de la simulación. Se observa además, que al cambiar la referencia a

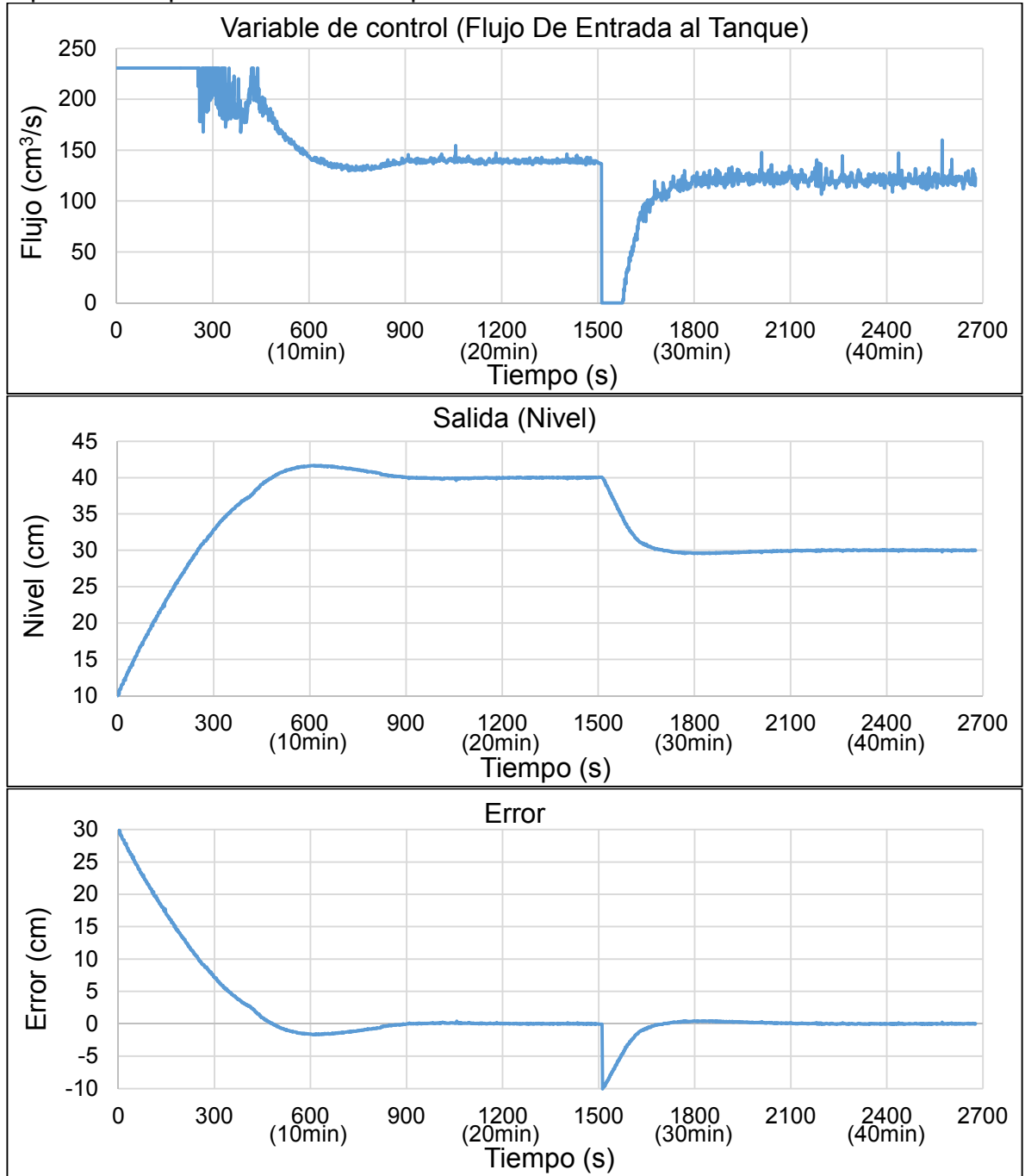
30cm en $t = 1931s$, la respuesta se comportó satisfactoriamente. El error en estado estacionario para ambas referencias fue nulo. La señal de control, la cual corresponde al flujo de entrada al tanque, se mantiene siempre bajo los límites establecidos por el actuador. Dicha señal presenta un comportamiento similar al obtenido en la simulación, sin embargo contiene un rizado posiblemente debido por la magnitud de la constante derivativa; a pesar de esto, el comportamiento general del controlador es el esperado.

Figura 33. Señales de control, salida y error simuladas del modelo no lineal de nivel con controlador PID.



Fuente: Autores

Figura 34. Señales de control, salida y error de nivel con controlador PID obtenidos a partir de la prueba realizada experimentalmente.



Fuente: Autores

5.4. IMPLEMENTACIÓN DEL CONTROLADOR PID DE TEMPERATURA

El objetivo del controlador es estabilizar el sistema a una temperatura de 20°C , para ello, los autores definieron el tiempo de estabilización deseado de $t_s = 2500\text{s}$, el cual corresponde al tiempo que demora el sistema en alcanzar dicha temperatura a lazo abierto con el voltaje RMS máximo sobre las resistencias calefactoras ($52,7\text{V}$ según la Tabla 9) (ANEXO J). El factor de amortiguamiento se especifica como $\rho = 1,5$, puesto que se requiere que la respuesta del sistema realimentado presente un comportamiento sobreamortiguado, con el fin de evitar que la temperatura supere el valor de referencia establecido, ya que en ésta situación se pierde el control sobre la variable y la temperatura debe disminuir siguiendo la dinámica del sistema como si estuviera a lazo abierto, ya que no existe actuador de refrigeración.

La frecuencia natural del sistema a lazo cerrado está dada por:

$$\omega_0 = \frac{4,6}{\rho t_s} = \frac{4,6}{1,5 \cdot 2500} = 1,2267 \cdot 10^{-3} \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad \text{Ecuación 83}$$

A partir de la frecuencia natural se establece el rango de posibles valores para N , siendo éste entre 2 y 10 veces ω_0 , o $2,4534 \cdot 10^{-3} < N < 1,2267 \cdot 10^{-2}$. Se probaron distintos valores de N , sin embargo se encontró que los valores cercanos al límite inferior del rango establecido causaban un valor negativo de la constante derivativa, provocando que a pesar de que la respuesta del sistema se estableciera sobreamortiguada, la temperatura superara el valor de referencia. El valor de N que presentó una constante derivativa positiva y se encontró dentro del rango establecido fue:

$$N = 0,01 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad \text{Ecuación 84}$$

Siguiendo el procedimiento descrito en la sección 5.2.1, y a partir de la función de transferencia del modelo de temperatura mostrada en la Ecuación 56 y las especificaciones de diseño mencionadas, se obtuvieron las siguientes constantes del controlador PID:

$$K_p = 2,4423 \cdot 10^2$$

$$K_i = 1,0308 \cdot 10^{-1} \quad \text{Ecuación 85}$$

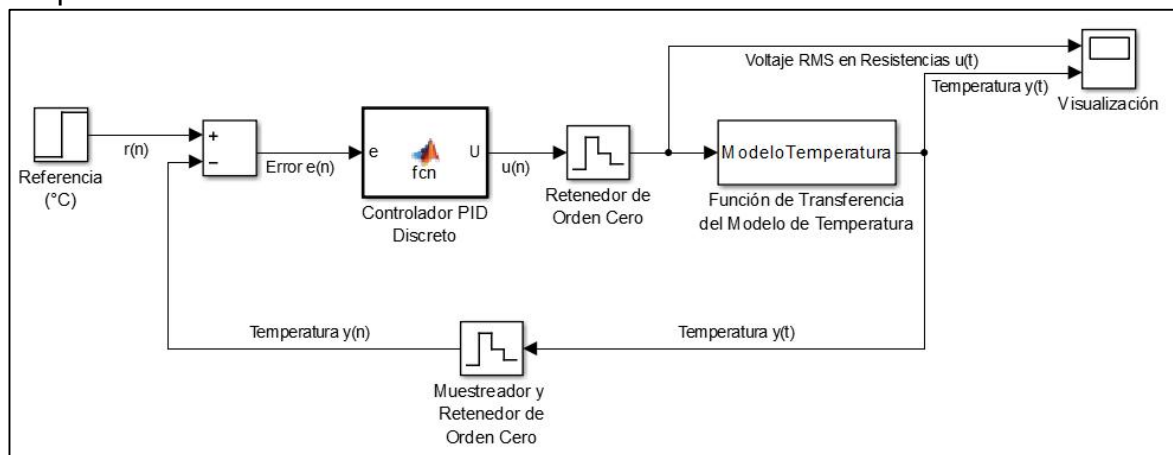
$$K_d = 3,0833 \cdot 10^4$$

Como se demuestra en la sección 1.3.3, las constantes halladas son válidas para el controlador PID discreto, siempre y cuando se maneje el esquema de la Figura 5. Los límites de saturación para el controlador se establecen a partir de los valores

mostrados en la Tabla 9, la cual tiene en cuenta el valor máximo de corriente que entrega la instalación eléctrica del laboratorio. El rango de operación se estableció de 0 a 54V *RMS* en las resistencias calefactoras.

5.4.1. Simulación del controlador PID para temperatura. A través de la herramienta Simulink® de MATLAB®, se simuló el comportamiento del sistema controlado, el cual tiene como condición inicial 16°C. En la Figura 35 se observa el diagrama de bloques del sistema realimentado, el cual contiene el controlador discreto (ANEXO H) y la función de transferencia del modelo de temperatura (Ecuación 56).

Figura 35. Diagrama de bloques para simulación del controlador PID con modelo de temperatura en Simulink®.

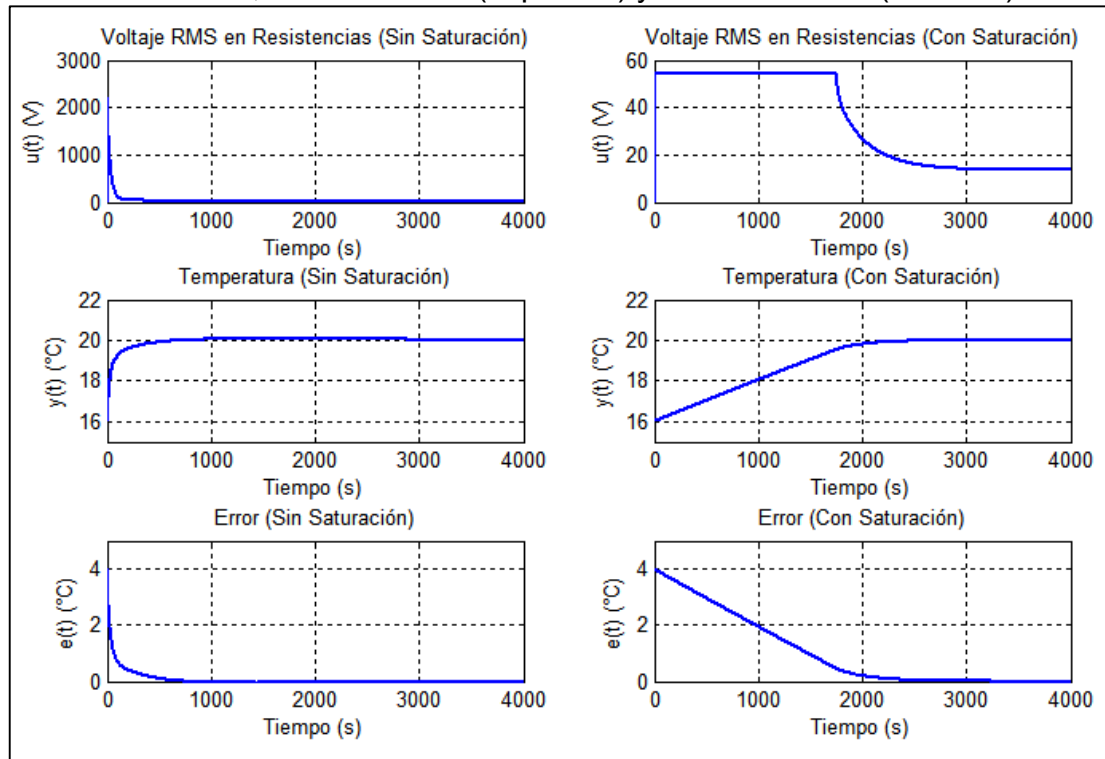


Fuente: Autores

La Figura 36 muestra el desempeño del controlador sin límites de saturación para el actuador en la columna izquierda de la gráfica y con límites de saturación en la columna derecha. La señal de control para el caso no saturado supera los 2000V *RMS*, voltaje que en el caso práctico no es posible aplicar a los actuadores. Respecto a la respuesta del sistema, a pesar de que se diseñó para que tuviera un comportamiento sobreamortiguado, la acción derivativa es bastante grande y es la responsable de que la temperatura supere el valor de referencia, haciendo que el sistema efectivamente establezca a 2500s y que a partir de ese tiempo el error en estado estacionario sea nulo.

La simulación del controlador PID con límites de saturación arroja resultados satisfactorios, puesto que la señal de control está en el rango de operación de las resistencias calefactoras y la respuesta del sistema es sobreamortiguada, estabilizándose aproximadamente en 2500s, tiempo a partir del cual el error en estado estacionario es nulo.

Figura 36. Señales de control, salida y error simuladas del modelo de temperatura con controlador PID, sin saturación (izquierda) y con saturación (derecha).

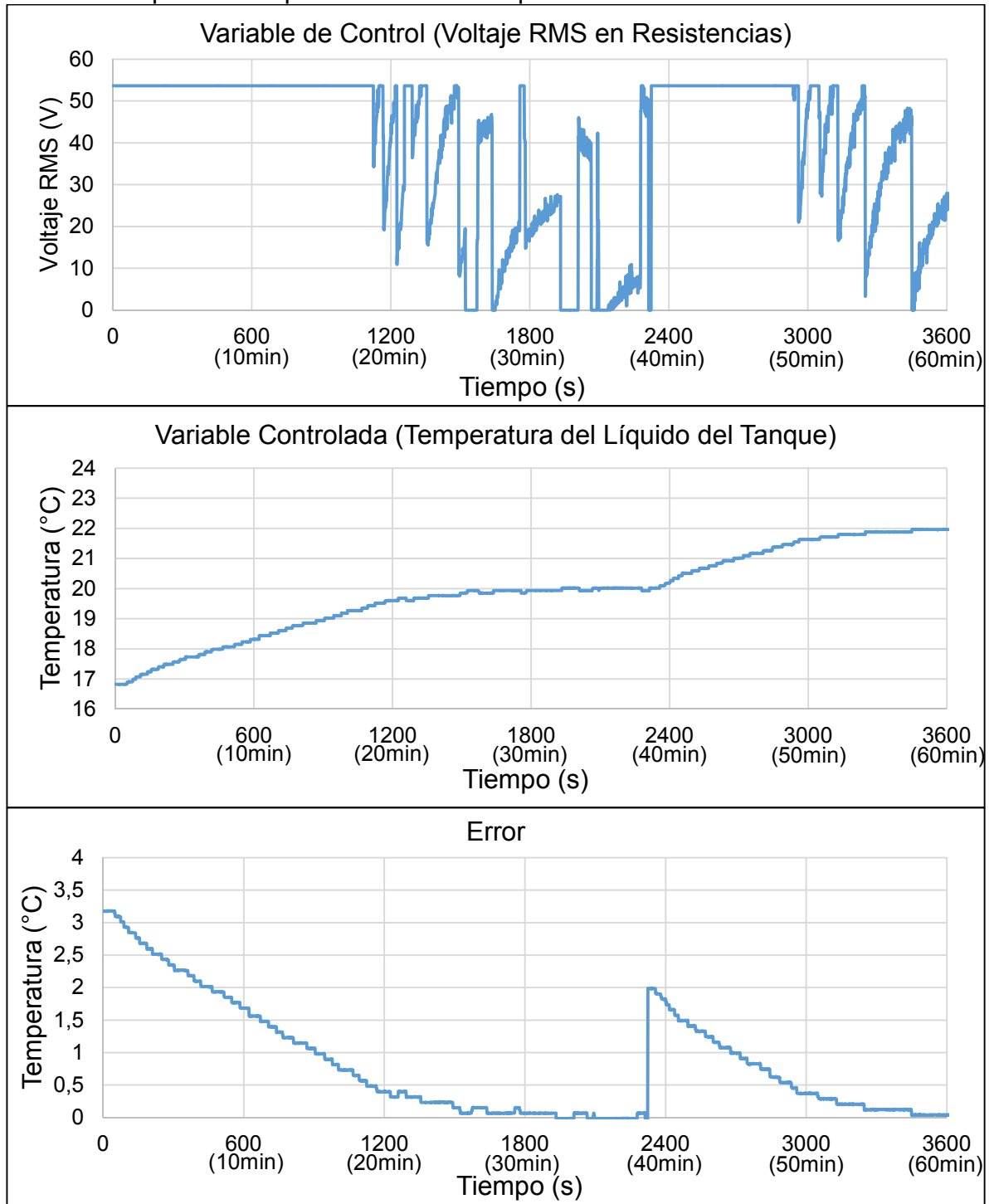


Fuente: Autores

5.4.2. Prueba experimental del controlador PID para temperatura. Esta prueba se inició con el líquido a temperatura ambiente, aproximadamente $16,8^{\circ}\text{C}$ y con el nivel del tanque a 40cm en estado estable. Para el control y la adquisición de datos se siguió el esquema de la Figura 21 y el programa del ANEXO I para el PLC.

En los resultados obtenidos mostrados en la Figura 37, se encuentra que al establecer una referencia de 20°C , el sistema estabilizó aproximadamente en 2000s con un comportamiento sobreamortiguado. De igual forma, al cambiar la referencia a 22°C el resultado fue satisfactorio. En ambos casos, el error en estado estable fue nulo. Sin embargo, la señal de control presenta un comportamiento con transitorios muy elevados, esto a causa de la resolución del transmisor de temperatura y la elevada magnitud de la constante derivativa, la cual adicionalmente tiene a hacer más rápida la estabilización generando grandes señales de control, lo cual no es deseado ya que no se dispone de un actuador de enfriamiento. Por estas razones se optó por probar un controlador sin acción derivativa (PI).

Figura 37. Señales de control, salida y error de temperatura con controlador PID obtenidos a partir de la prueba realizada experimentalmente.



Fuente: Autores

5.5. IMPLEMENTACIÓN DEL CONTROLADOR PI DE TEMPERATURA

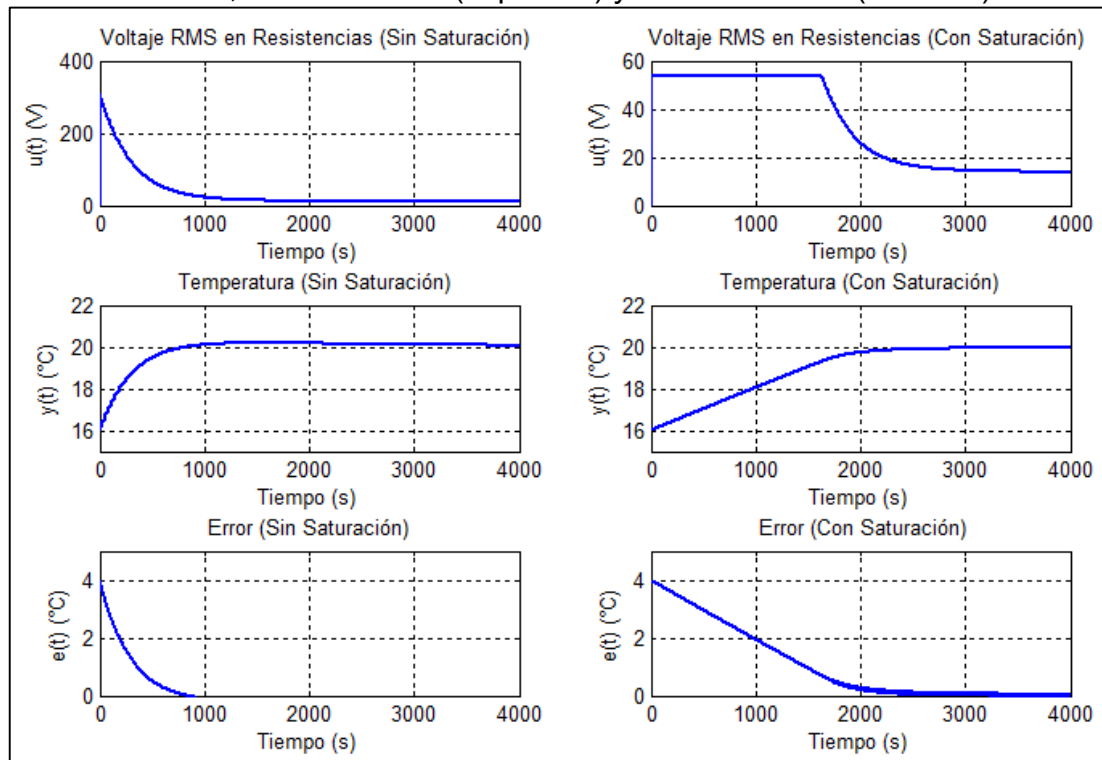
Para la implementación de este controlador se utilizan las especificaciones de diseño establecidas en la sección 5.4. A partir de la función de transferencia del modelo de temperatura de la Ecuación 56 y el procedimiento de diseño descrito en la sección 5.2.2, se obtuvieron las siguientes constantes para el controlador PI.

$$\begin{aligned} K_p &= 7,6892 \cdot 10^1 \\ K_i &= 3,1151 \cdot 10^{-2} \end{aligned} \quad \text{Ecuación 86}$$

El controlador PI puede ser implementado a partir del esquema del controlador PID de la Figura 5, estableciendo $K_d = 0$ y $N = 0$. De la misma forma se puede utilizar el algoritmo del ANEXO H para simulación en Simulink® y el del ANEXO I para implementación en el PLC.

5.5.1. Simulación del controlador PI para temperatura. Para esta simulación se utilizó el diagrama de bloques de la Figura 35, estableciendo como condición inicial del sistema 16°C .

Figura 38. Señales de control, salida y error simuladas del modelo de temperatura con controlador PI, sin saturación (izquierda) y con saturación (derecha).



Fuente: Autores

Los resultados de la simulación del controlador PI se muestran en la Figura 38. En ellos se puede observar que la señal de control sin límites de saturación es de menor magnitud a comparación de los resultados del PID, sin embargo sigue excediendo bastante el rango de operación del actuador. La respuesta del sistema continúa excediendo el valor de referencia cuando no se aplica la saturación al controlador, sin embargo, al hacerlo se encuentra una respuesta satisfactoria tanto en el tiempo de respuesta como en error en estado estable.

5.5.2. Prueba experimental del controlador PI para temperatura. Esta prueba se inició con el líquido a temperatura ambiente, aproximadamente $16,4^{\circ}\text{C}$ y con el nivel del tanque a 40cm en estado estable. En la Figura 39 se observan los resultados obtenidos de la prueba experimental del controlador PI. Se encuentra que al aplicar una referencia de 20°C el sistema se estabiliza aproximadamente en 2500s con un error en estado estacionario de cero, tal como se esperaba. De igual forma, tuvo un comportamiento acertado al cambiar la referencia a 22°C . Se obtuvo además una señal de control con un comportamiento más suave con respecto al obtenido con el PID, encontrando que los transitorios son de menor magnitud y su comportamiento general se aproxima más al esperado a partir de la simulación. Por estas razones se escogió el controlador PI para realizar la regulación de temperatura.

Figura 39. Señales de control, salida y error de temperatura con controlador PI obtenidos a partir de la prueba realizada experimentalmente.

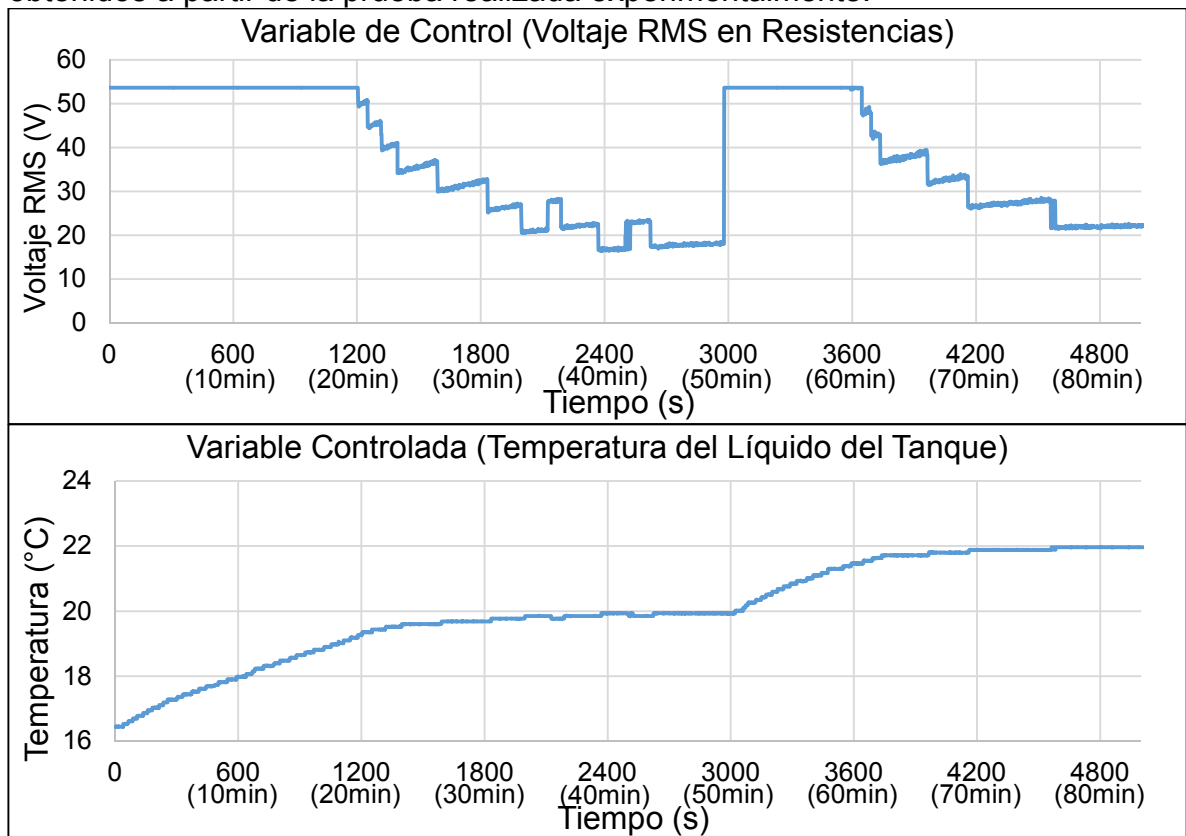
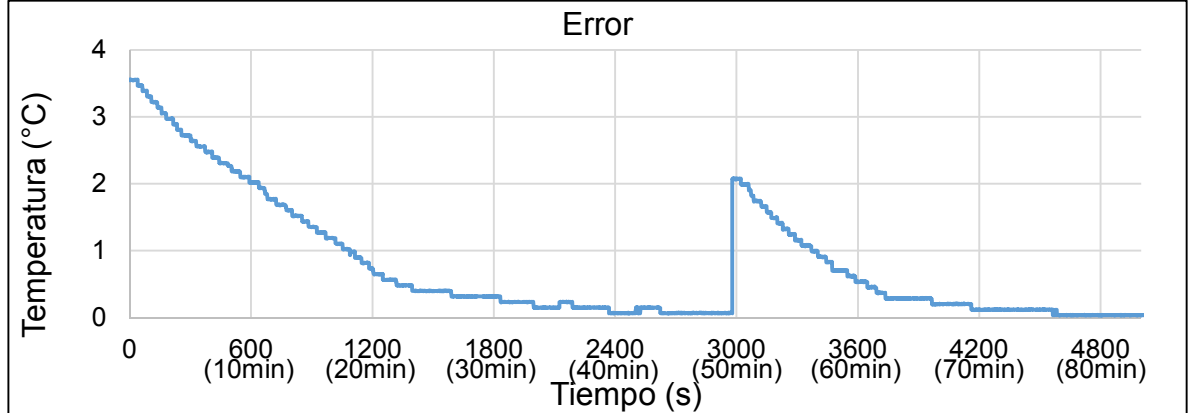


Figura 39. (Continuación)



Fuente: Autores

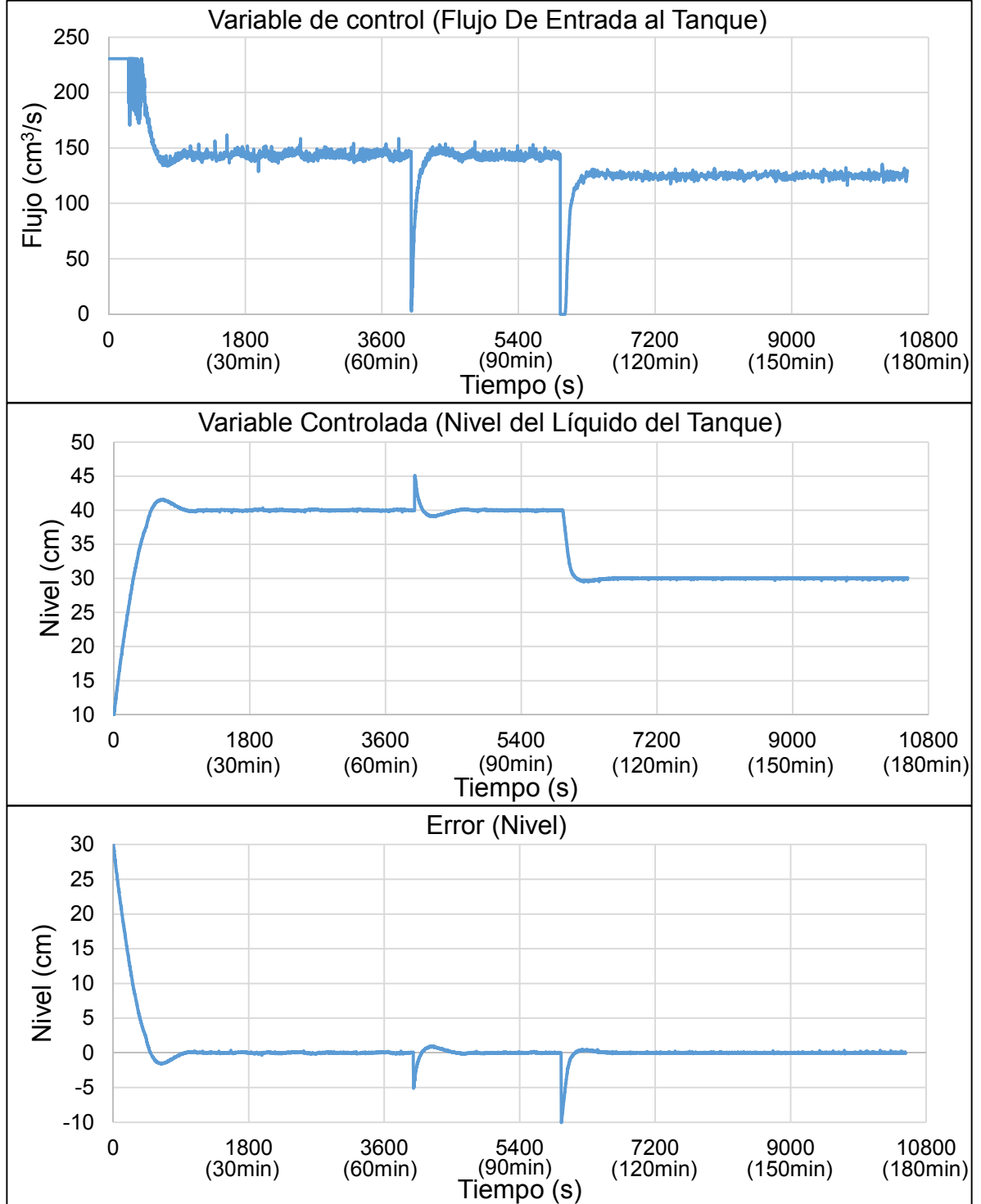
5.6. PRUEBA EXPERIMENTAL DE LOS CONTROLADORES DE NIVEL Y TEMPERATURA SIMULTANEAMENTE

Para realizar esta prueba se inició con el tanque a un nivel de 10cm y con una temperatura inicial del líquido de 15,8°C. El algoritmo implementado en el PLC contiene los controladores PID para nivel y PI para temperatura. Este último entra en acción cuando el nivel del tanque alcanza los 20cm como medida de protección para las resistencias calefactoras y para el mezclador.

La referencia inicial para nivel fue de 40cm y para temperatura fue de 20°C. En $t = 4070s$ se aplicó una perturbación al sistema, asegurando que ya estuvieran en estado estable ambas variables controladas. La perturbación consistió en aplicar un volumen de agua fría al tanque de tal manera que el nivel aumentara aproximadamente 5cm. Dicha cantidad de agua logró bajar la temperatura del sistema hasta 18,3°C aproximadamente. En $t = 6035s$ se cambió la referencia de nivel a 30cm y en $t = 7511s$ se cambió la referencia de temperatura a 22°C.

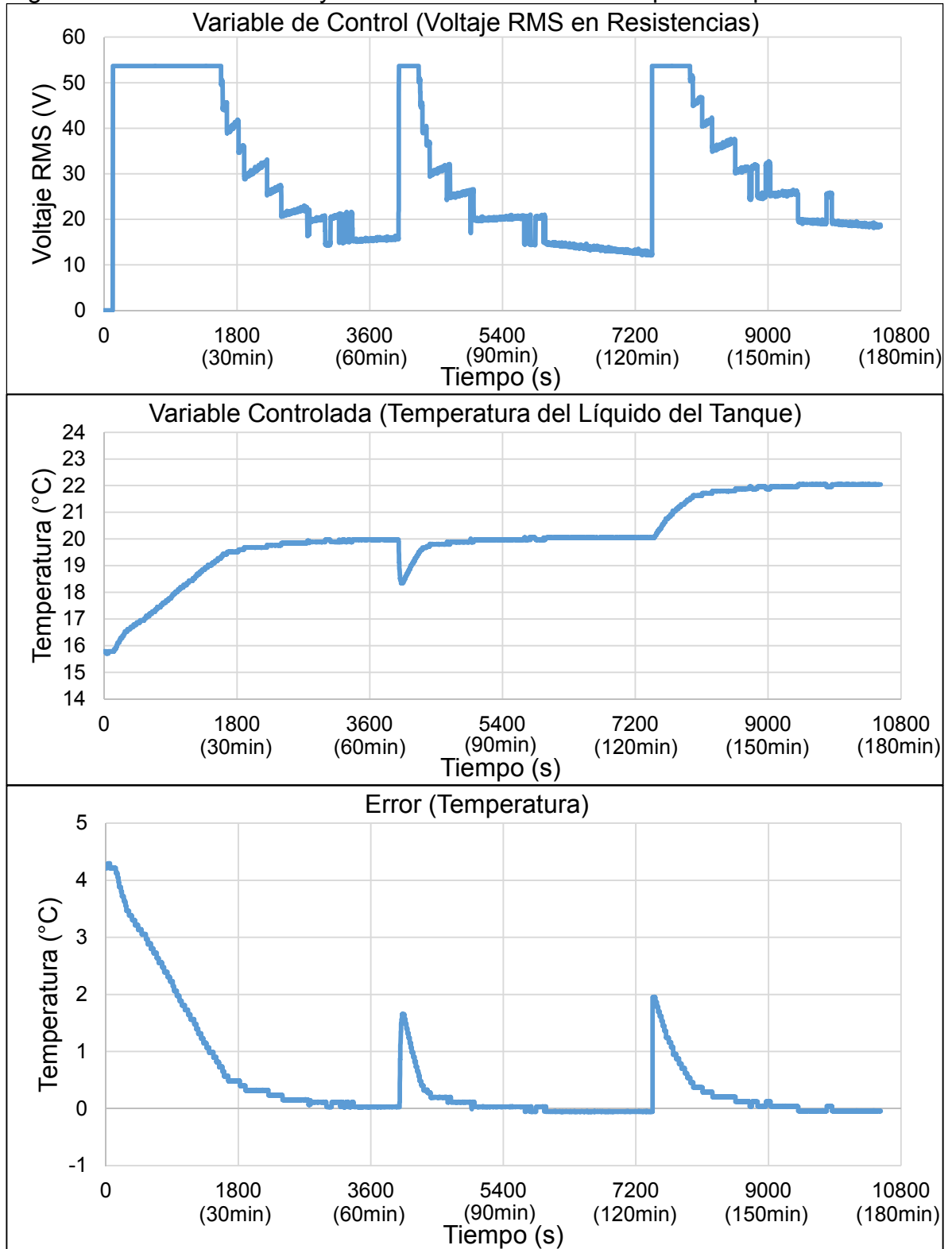
Se encontró en los resultados experimentales de la Figura 40 y la Figura 41 que el sistema alcanzó los valores de estabilización iniciales en un tiempo similar al presentado al probar cada uno de los controladores individualmente, de igual manera se comportó de manera acertada en el momento de cambiar las referencias. Así mismo se observa que al alcanzar los puntos de estabilización, la variable controlada no presentó error en estado estacionario. Ambos controladores presentan un buen rechazo a la perturbación aplicada, reestableciéndose en poco tiempo en su respectiva referencia.

Figura 40. Señal de control y salida con el controlador PID para nivel.



Fuente: Autores

Figura 41. Señal de control y salida con el controlador PI para temperatura.



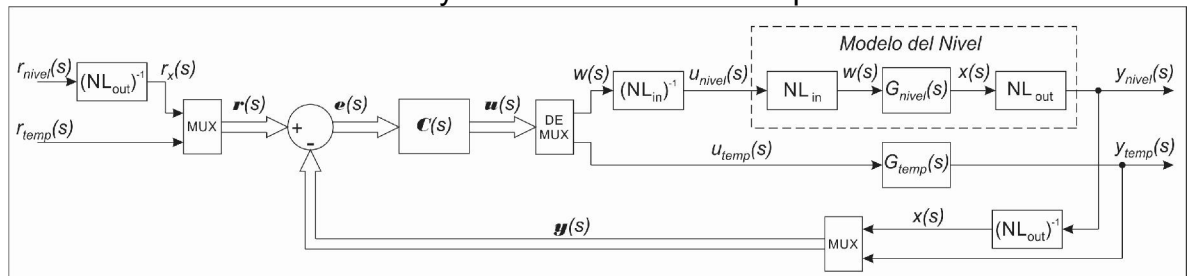
Fuente: Autores

6. DISEÑO, IMPLEMENTACIÓN Y RESULTADOS OBTENIDOS CON EL CONTROLADOR ALGEBRAICO

6.1. ESTRUCTURA DEL SISTEMA REALIMENTADO.

La estructura de control propuesta para la regulación de nivel y temperatura a partir del controlador algebraico se observa en la Figura 42. Dicha estructura es empleada para la simulación del controlador diseñado, así mismo para la implementación de éste.

Figura 42. Estructura de realimentación con controlador algebraico para el modelo Hammerstein-Wiener de nivel y el modelo lineal de temperatura.



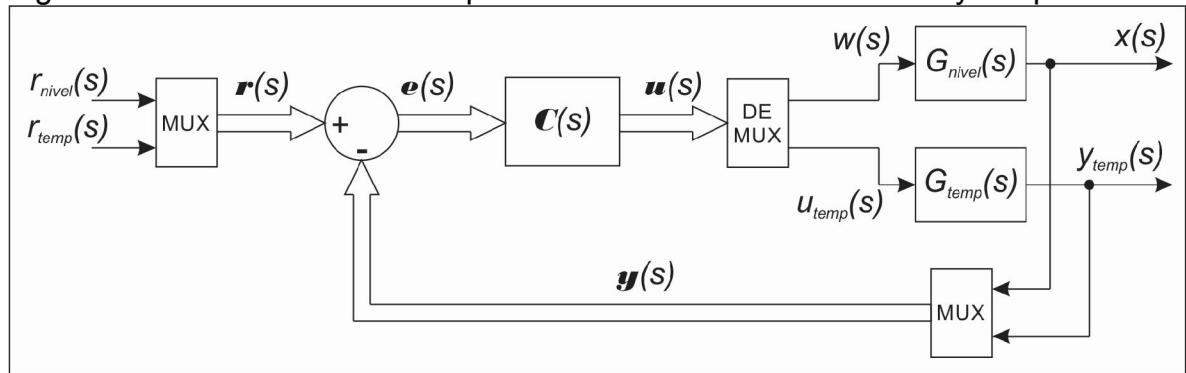
Fuente: autores

Donde:	$r_{nivel}(s)$	Señal de referencia de nivel (cm).
	$r_{temp}(s)$	Señal de referencia de temperatura ($^{\circ}C$).
	$r_x(s)$	Señal de referencia de nivel en términos de $x(s)$.
	$r(s)$	Vector columna de señales de referencia, de dimensiones 2×1 .
	$e(s)$	Vector columna de señales de error, de dimensiones 2×1 .
	$u(s)$	Vector columna de señales de control, de dimensiones 2×1 .
	$u_{nivel}(s)$	Señal de control de nivel (flujo en cm^3/s)
	$u_{temp}(s)$	Señal de control de temperatura (voltaje en V).
	$w(s)$	Señal de salida del controlador para nivel y entrada al bloque lineal del modelo de nivel.
	$x(s)$	Señal de salida del bloque lineal del modelo de nivel y señal realimentada al controlador.
	$y_{nivel}(s)$	Señal de salida de nivel (nivel del tanque intermedio en cm).
	$y_{temp}(s)$	Señal de salida de temperatura (temperatura del líquido almacenado en el tanque intermedio en $^{\circ}C$).
	$y(s)$	Vector columna de señales de salida, de dimensiones 2×1 .
	$C(s)$	Matriz de transferencia del controlador, de dimensiones 2×2 .
	$G_{nivel}(s)$	Función de transferencia del bloque lineal del modelo de nivel.
	NL_{in}	No linealidad de entrada del modelo de nivel.
	NL_{out}	No linealidad de salida del modelo de nivel.

$G_{temp}(s)$ Función de transferencia del modelo de temperatura.

Incluyendo el inverso de las no linealidades de entrada y salida del modelo de nivel, como se observa en la Figura 42, se encuentra que el controlador opera con las señales $w(s)$ y $x(s)$, correspondientes a la entrada y la salida de la función de transferencia del bloque lineal del modelo de nivel. Por lo tanto, el diseño del controlador algebraico se realiza a partir de las funciones de transferencia lineales de la Ecuación 54 y la Ecuación 56, correspondientes a los modelos de nivel y temperatura. En la Figura 43 se muestra la estructura de control a seguir para el diseño y la simulación del controlador, a partir de los modelos lineales.

Figura 43. Estructura de control para los modelos lineales de nivel y temperatura.



Fuente: Autores

6.2. DISEÑO DEL CONTROLADOR ALGEBRAICO

Se parte de la matriz de transferencia del sistema, la cual tiene dimensiones 2×2 (2 entradas y 2 salidas), y las funciones de transferencia de la Ecuación 54 y la Ecuación 56, correspondientes al nivel y la temperatura, independientes entre sí, así:

$$\mathbb{G}(s) = \begin{bmatrix} \frac{s + 1,00099}{s + 0,00197} & 0 \\ 0 & \frac{4,8123 \cdot 10^{-5}s + 4,8124 \cdot 10^{-5}}{s + 3,2484 \cdot 10^{-5}} \end{bmatrix} \quad \text{Ecuación 87}$$

Ésta matriz se expresa como una fracción coprima por derecha $\mathbb{G}(s) = \mathbb{N}(s)\mathbb{D}^{-1}(s)$, donde:

$$\mathbb{N}(s) = \begin{bmatrix} s + 1,00099 & 0 \\ 0 & 4,8123 \cdot 10^{-5}s + 4,8124 \cdot 10^{-5} \end{bmatrix} \quad \text{Ecuación 88}$$

$$\mathbb{D}(s) = \begin{bmatrix} s + 0,00197 & 0 \\ 0 & s + 3,2484 \cdot 10^{-5} \end{bmatrix} \quad \text{Ecuación 89}$$

Los grados de las columnas de $\mathbb{D}(s)$ (Ecuación 89) son $\mu_1 = 1$ y $\mu_2 = 1$, y el grado del determinante es 2, debido a que el grado del determinante es igual a la suma del grado de las columnas, se confirma que $\mathbb{D}(s)$ es reducida por columna. Luego se expresan $\mathbb{N}(s)$ y $\mathbb{D}(s)$ como la suma de coeficientes de cada potencia de s , como se observa en la Ecuación 90.

$$\mathbb{N}(s) = \mathbb{N}_0 + \mathbb{N}_1 s = \begin{bmatrix} 1.00099 & 0 \\ 0 & 4,8124 \cdot 10^{-5} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 4,8123 \cdot 10^{-5} \end{bmatrix} s$$

Ecuación 90

$$\mathbb{D}(s) = \mathbb{D}_0 + \mathbb{D}_1 s = \begin{bmatrix} 0,00197 & 0 \\ 0 & 3,2484 \cdot 10^{-5} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} s$$

El sistema tiene $p = 2$ entradas y $q = 2$ salidas, y el máximo orden de sus columnas es $\mu = 1$. Se desea que el error en estado estacionario sea $E_{ss} = 0$, por ende es necesario que el sistema realimentado sea al menos tipo 1²⁶, así que el orden de las columnas de la matriz de transferencia del controlador debe ser $m = 2$, asegurando que las funciones de transferencia que conforman dicha matriz puedan tener un polo adicional ubicado en el origen²⁷.

Con el fin de despejar de la Ecuación 21 las matrices $\mathbb{A}(s)$ y $\mathbb{B}(s)$ que conforman el controlador, es necesario formar la matriz \mathbb{S}_m , la cual tiene dimensiones 12×8 según la sección 1.4. Siguiendo el modelo de la Ecuación 22 se obtiene:

$$\mathbb{S}_m = \begin{bmatrix} 0,00197 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3,2484 \cdot 10^{-5} & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1,00099 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4,8124 \cdot 10^{-5} & 0 & 4,8123 \cdot 10^{-5} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,00197 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3,2484 \cdot 10^{-5} & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1,00099 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4,8124 \cdot 10^{-5} & 0 & 4,8123 \cdot 10^{-5} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,00197 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3,2484 \cdot 10^{-5} & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1,00099 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4,8124 \cdot 10^{-5} & 0 & 4,8123 \cdot 10^{-5} \end{bmatrix}$$

Se define la ecuación de diseño:

$$[\mathbb{A}_0 \quad \mathbb{B}_0 \quad \mathbb{A}_1 \quad \mathbb{B}_1 \quad \mathbb{A}_2 \quad \mathbb{B}_2]_{1 \times 12} \mathbb{S}_m_{12 \times 8} = [\mathbb{F}_0 \quad \mathbb{F}_1 \quad \mathbb{F}_2 \quad \mathbb{F}_3]_{1 \times 8} \quad \text{Ecuación 91}$$

En la Ecuación 91 se encuentra que existen 6 matrices incógnita para 4 matrices solución. Para encontrar una única solución se establece:

²⁶ KUO, Benjamin C., Op. cit., p. 375.

²⁷ CHEN, Chi T-Song. Analog & Digital Control System Design. New York: Saunders College Publishing. p. 397-399.

$$A_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ y } B_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

De esta forma se asegura que los denominadores tendrán un polo ubicado en el origen, y los numeradores serán de orden menor que los denominadores. A partir de esta definición, la nueva ecuación de diseño se define así:

$$[B_0 \quad A_1 \quad B_1 \quad A_2]_{1 \times 8} S_{m2_{8 \times 8}} = [F_0 \quad F_1 \quad F_2 \quad F_3]_{1 \times 8} \quad \text{Ecuación 92}$$

Donde S_{m2} corresponde a S_m eliminando las dos primeras y dos últimas filas, ya que corresponden a los factores de A_0 y B_2 .

La matriz $F(s)$ corresponde a los polinomios característicos deseados a lazo cerrado (Sección 1.4), los cuales son de tercer orden. Así que los polos dominantes se definen a partir de especificaciones de diseño de segundo orden, las cuales se encuentran en la Tabla 14. El tercer polo se escoge como 10 veces la parte real del polo más negativo. La matriz $F(s)$ se muestra en la Ecuación 93.

Tabla 14. Especificaciones de diseño para el controlador algebraico.

Parámetro	Variable Nivel	Variable Temperatura
ρ	0,7	1,2
t_s	770s	2500s
ω_0	$8,5343 \cdot 10^{-3} \text{ rad/s}$	$1,5333 \cdot 10^{-3} \text{ rad/s}$

Fuente: Autores.

$$F(s) = \begin{bmatrix} s^3 + 7,1688 \cdot 10^{-2} s^2 + 7,8661 \cdot 10^{-4} s + 4,3512 \cdot 10^{-6} & 0 \\ 0 & s^3 + 3,2251 \cdot 10^{-2} s^2 + 1,0749 \cdot 10^{-4} s + 6,7173 \cdot 10^{-8} \end{bmatrix} \quad \text{Ecuación 93}$$

La Ecuación 93 se descompone en matrices de los coeficientes de las potencias de s , de la forma $F(s) = F_0 + F_1 s + F_2 s^2 + F_3 s^3$, resultando:

$$F_0 = \begin{bmatrix} 4,3512 \cdot 10^{-6} & 0 \\ 0 & 6,7173 \cdot 10^{-8} \end{bmatrix} \quad F_1 = \begin{bmatrix} 7,8661 \cdot 10^{-4} & 0 \\ 0 & 1,0749 \cdot 10^{-4} \end{bmatrix}$$

$$F_2 = \begin{bmatrix} 7,1688 \cdot 10^{-2} & 0 \\ 0 & 3,2251 \cdot 10^{-2} \end{bmatrix} \quad F_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Para obtener la fila superior de la matriz $[B_0 \quad A_1 \quad B_1 \quad A_2]$ se divide la fila superior de la matriz $[F_0 \quad F_1 \quad F_2 \quad F_3]$ entre la matriz S_{m2} , de igual forma para las filas inferiores. A continuación se observa la matriz $[A_0 \quad B_0 \quad A_1 \quad B_1 \quad A_2 \quad B_2]$ obtenida:

$$[A_0 \quad B_0 \quad A_1 \quad B_1 \quad A_2 \quad B_2] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 4,3468 \cdot 10^{-6} & 0 & 6,9073 \cdot 10^{-2} & 0 & 6,4555 \cdot 10^{-4} & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1,3958 \cdot 10^{-3} & 0 & 3,2112 \cdot 10^{-2} & 0 & 2,2106 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

A partir de la cual se establecen las matrices $A(s)$ y $B(s)$, encontradas en la Ecuación 94. Con éstas matrices se obtiene la matriz de transferencia del controlador de la Ecuación 95, teniendo en cuenta que $C(s) = A^{-1}(s)B(s)$.

$$A(s) = \begin{bmatrix} s^2 + 6,9073 \cdot 10^{-2}s & 0 \\ 0 & s^2 + 3,2112 \cdot 10^{-2}s \end{bmatrix} \quad \text{Ecuación 94}$$

$$B(s) = \begin{bmatrix} 6,4555 \cdot 10^{-4}s + 4,3468 \cdot 10^{-6} & 0 \\ 0 & 2,2106s + 1,3958 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix}$$

$$C(s) = \begin{bmatrix} \frac{6,4555 \cdot 10^{-4}s + 4,3468 \cdot 10^{-6}}{s(s + 6,9073 \cdot 10^{-2})} & 0 \\ 0 & \frac{2,2106s + 1,3958 \cdot 10^{-3}}{s(s + 3,2112 \cdot 10^{-2})} \end{bmatrix} \quad \text{Ecuación 95}$$

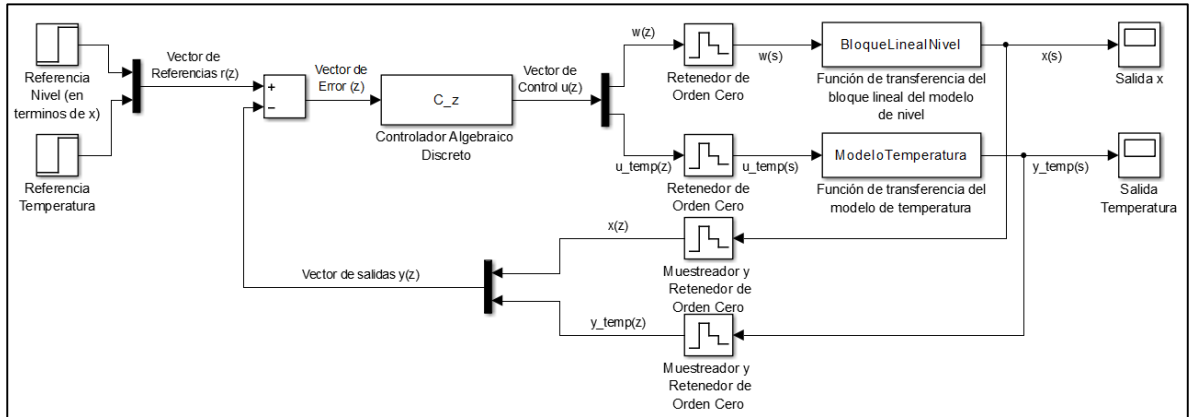
Discretizando la matriz de transferencia de la Ecuación 95 con un periodo de muestreo de $1s$ y con la aproximación de *Tustin* se obtiene:

$$C(z) = \begin{bmatrix} \frac{3,1305 \cdot 10^{-4}z^2 + 2,1009 \cdot 10^{-6}z - 3,1095 \cdot 10^{-4}}{z^2 - 1,9332z + 9,3323 \cdot 10^{-1}} & 0 \\ 0 & \frac{1,0882z^2 + 6,8689 \cdot 10^{-4}z - 1,0875}{z^2 - 1,9684z + 9,6839 \cdot 10^{-1}} \end{bmatrix} \quad \text{Ecuación 96}$$

6.3. SIMULACIÓN DEL CONTROLADOR ALGEBRAICO

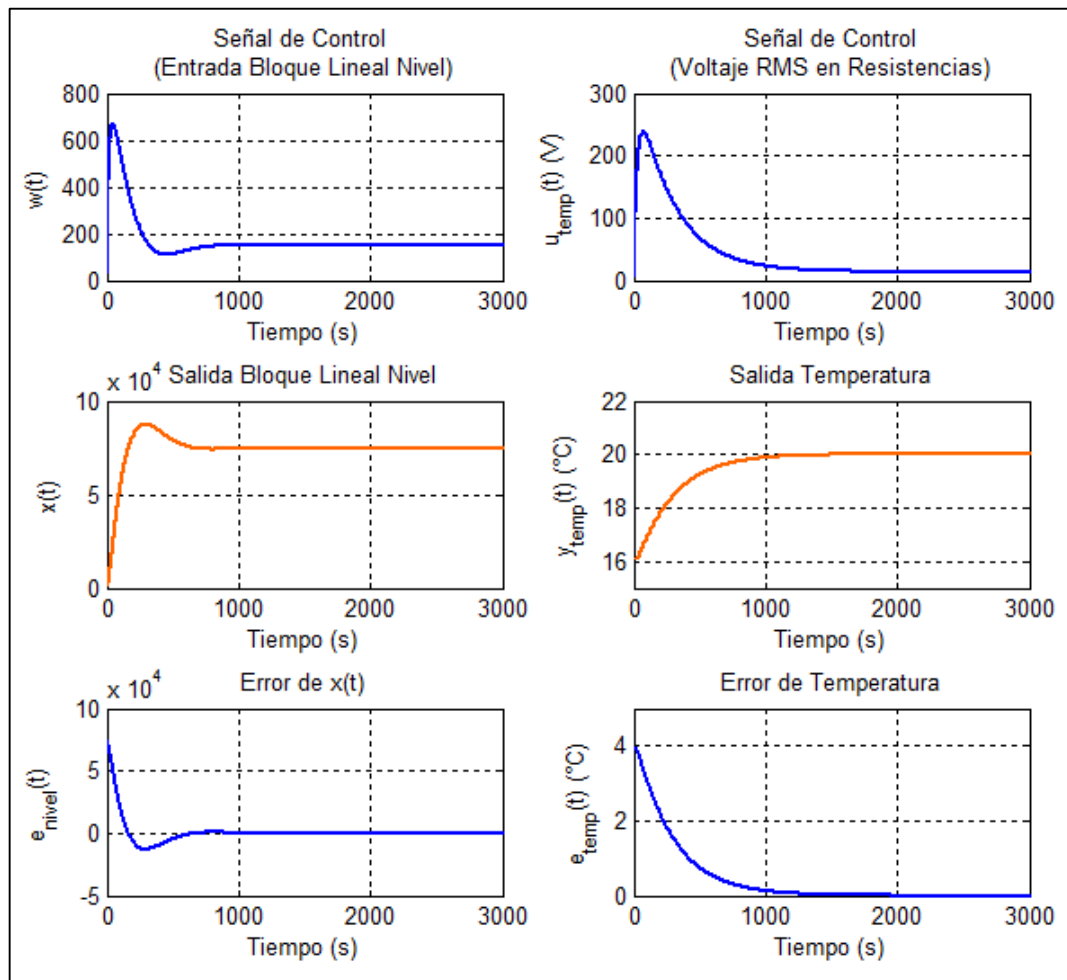
En la Figura 44 se muestra el esquema con el cual se simula el controlador discreto de la Ecuación 96 con el bloque lineal del modelo de nivel y el modelo de temperatura. Las condiciones iniciales para los modelos fueron de $0cm$ para el nivel asumiendo que el tanque se encuentra vacío, y $16^\circ C$ para la temperatura. Las referencias se establecen en $7,463 \cdot 10^4$ para el nivel correspondiente a $40cm$ aplicado a la no linealidad de entrada (ver sección 5.3.1), y $20^\circ C$ para la temperatura.

Figura 44. Esquema para la simulación del controlador algebraico con los modelos lineales.



Fuente: Autores

Figura 45. Resultados obtenidos de la simulación del controlador algebraico con los modelos lineales.

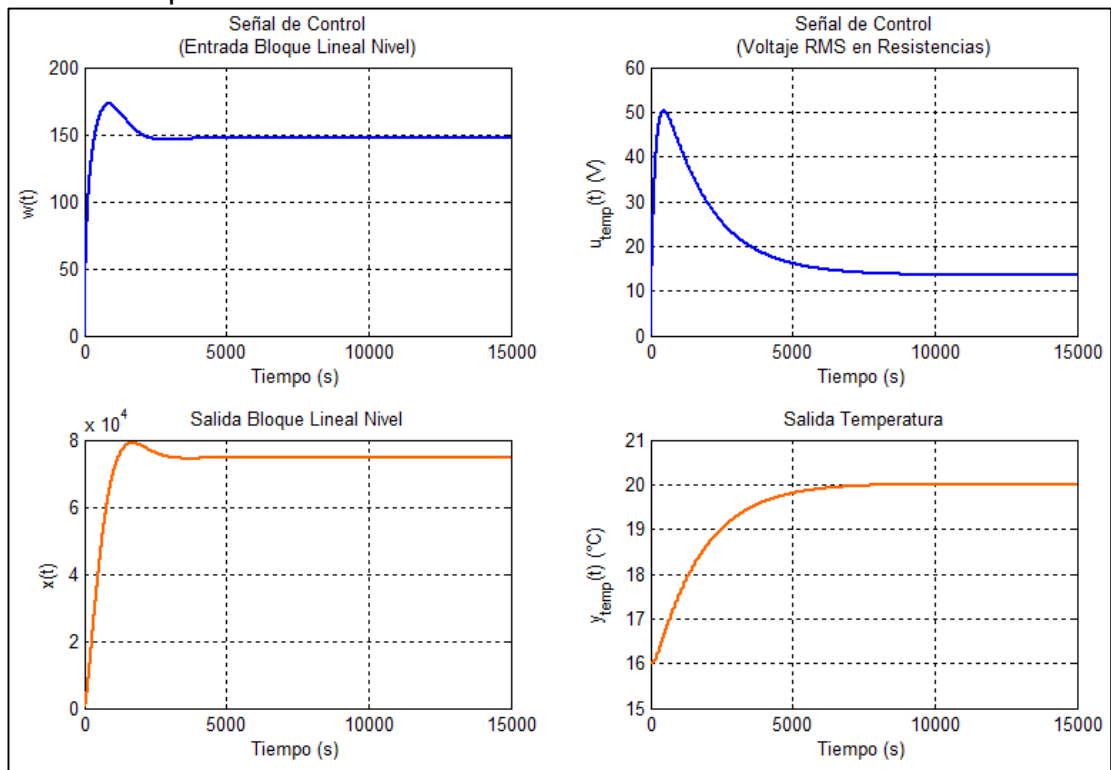


Fuente: Autores

En la Figura 45 se muestran los resultados obtenidos de la simulación del controlador algebraico de la Ecuación 96. Se encuentra que el tiempo de estabilización y el comportamiento de la salida para el nivel y la temperatura, corresponden a los parámetros establecidos en la Tabla 14, además el error en estado estacionario en ambos casos tiende a ser cero. Sin embargo se observa que tanto para el nivel como para la temperatura, la señal de control excede los límites de operación de los actuadores, los cuales son de -129.574 a 186.148 (equivalentes a $0\text{cm}^3/\text{s}$ y $230\text{cm}^3/\text{s}$) para el nivel, y de 0 a 54V RMS para temperatura (Tabla 9).

Con el fin de buscar que el controlador no sobrepase dichos límites, éste se sintonizó, obteniendo nuevos tiempos de estabilización, los cuales fueron de 3000s (50min) para el nivel y 12000s (3h y 20min) para temperatura, como se observa en la Figura 46. Éstos tiempos de estabilización son considerablemente mayores en comparación con los tiempos en que el sistema alcanza los puntos deseados a lazo abierto con los actuadores en su máximo valor de operación (ANEXO J), así que, a pesar de que la señal de control se mantiene bajo los valores de operación de los actuadores de la planta, no es satisfactorio el desempeño del controlador, por ende, se decide utilizar el diseño de la Ecuación 96 aplicando los algoritmos de saturación pertinentes.

Figura 46. Resultados obtenido de la simulación con el controlador sintonizado para no sobrepasar límites de actuadores.



Fuente: Autores

6.4. IMPLEMENTACIÓN DEL CONTROLADOR ALGEBRAICO

Teniendo en cuenta que tanto para la matriz de transferencia de la planta como para la del controlador, las variables nivel y temperatura no se relacionan entre sí (ambas matrices son diagonales), es posible implementar controladores independientes, siendo el elemento $\mathbb{C}_N(s) = \mathbb{C}(s)_{11}$ el controlador para el nivel (Ecuación 97), y el elemento $\mathbb{C}_T(s) = \mathbb{C}(s)_{22}$ el controlador para la temperatura (Ecuación 98).

$$\mathbb{C}_N(s) = \frac{6,4555 \cdot 10^{-4}s + 4,3468 \cdot 10^{-6}}{s(s + 6,9073 \cdot 10^{-2})} \quad \text{Ecuación 97}$$

$$\mathbb{C}_T(s) = \frac{2,2106s + 1.3958 \cdot 10^{-3}}{s(s + 3,2112 \cdot 10^{-2})} \quad \text{Ecuación 98}$$

Debido a que los controladores van a ser saturados, y poseen un polo ubicado en el origen, el cual genera un término integral, es necesario realizar su tratamiento adecuado, con el fin de evitar que acumule mientras la señal de control se encuentre saturada. Para esto, las funciones de transferencia de los controladores se deben expresar de tal manera que se tenga un término independiente para el integrador, obteniendo la Ecuación 99 para el controlador de nivel y la Ecuación 100 para el controlador de temperatura.

$$\mathbb{C}_N(s) = \frac{5,8263 \cdot 10^{-4}}{s + 6,9073 \cdot 10^{-2}} + \frac{6,2932 \cdot 10^{-5}}{s} \quad \text{Ecuación 99}$$

$$\mathbb{C}_T(s) = \frac{2,1671}{s + 3,2112 \cdot 10^{-2}} + \frac{4,3468 \cdot 10^{-2}}{s} \quad \text{Ecuación 100}$$

Estas expresiones son discretizadas con un tiempo de muestreo de $T_S = 1s$ a partir de la aproximación de *Tustin*, obteniendo:

$$\mathbb{C}_N(z) = \frac{2,8159 \cdot 10^{-4}z + 2,8159 \cdot 10^{-4}}{z - 0,9332} + 6,2932 \cdot 10^{-5} \frac{(z + 1)}{2(z - 1)} \quad \text{Ecuación 101}$$

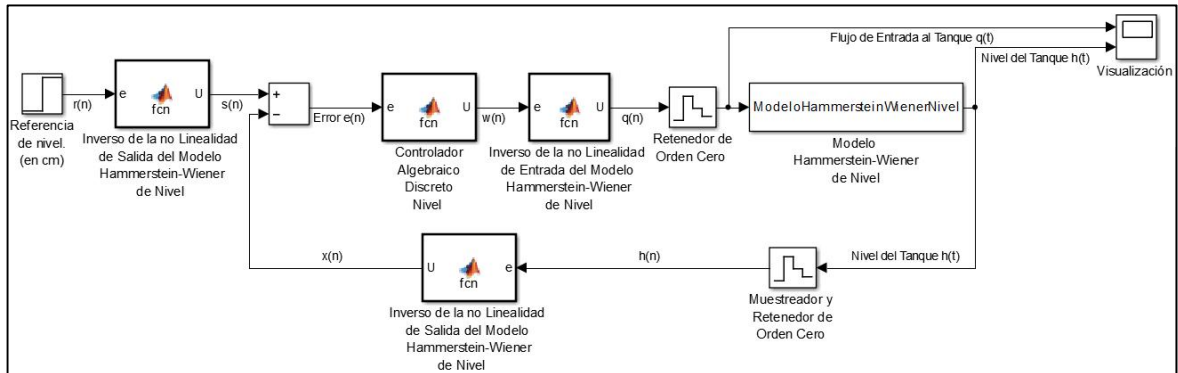
$$\mathbb{C}_T(z) = \frac{1,0664 \cdot 10^{-4}z + 1,0664 \cdot 10^{-4}}{z - 9,6839 \cdot 10^{-1}} + 4,3467 \cdot 10^{-2} \frac{(z + 1)}{2(z - 1)} \quad \text{Ecuación 102}$$

El término integral de cada controlador puede implementarse a partir de la Ecuación 14, y tratarse para la saturación como se explica en la sección 1.3.4. El otro término de cada controlador se implementa a partir de la ecuación recursiva correspondiente. El ANEXO K incluye la función de MATLAB® para SIMULINK® utilizada para las simulaciones, de igual forma el ANEXO L contiene el programa para el PLC utilizado para pruebas experimentales, escritos por los autores del

proyecto. Ambos códigos incluyen el tratamiento necesario para el término integral cuando el controlador entra en saturación.

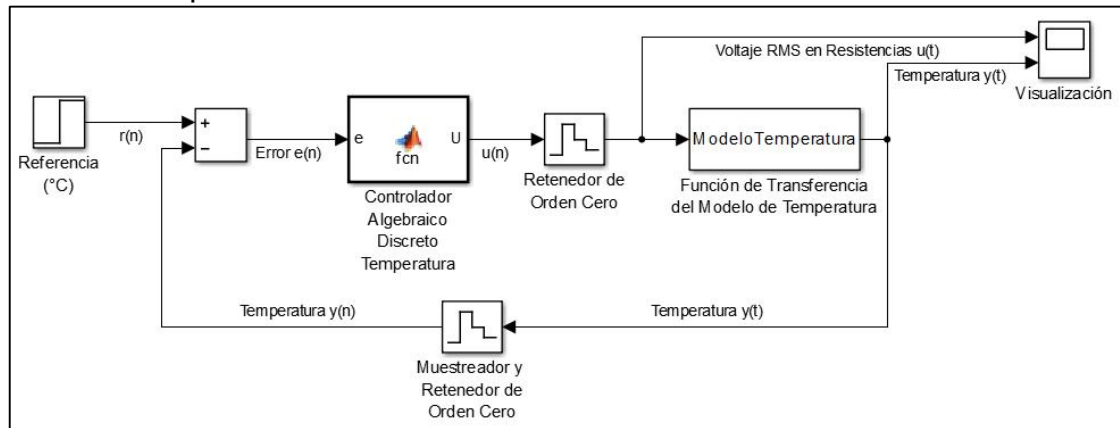
6.4.1. Simulación del controlador algebraico a implementar. Teniendo en cuenta que las variables a controlar son independientes, éstas se simularon en lazos de control aparte. La Figura 47 contiene el diagrama de bloques utilizado para simular el controlador de nivel de la Ecuación 101. De igual forma la Figura 48 presenta el diagrama de bloques empleado para simular el controlador de temperatura de la Ecuación 102. Las condiciones iniciales de simulación para el nivel y la temperatura son de 15cm y 16°C respectivamente. Las referencias iniciales son de 40cm para el nivel y 20°C para la temperatura, en $t = 4000\text{s}$ se realiza un cambio de referencia al controlador de temperatura, estableciéndola en 22°C , igualmente en $t = 6000\text{s}$ la referencia del controlador de nivel es cambiada a 30cm .

Figura 47. Diagrama de bloques para simulación del controlador algebraico con el modelo no lineal de nivel en Simulink®.



Fuente: Autores

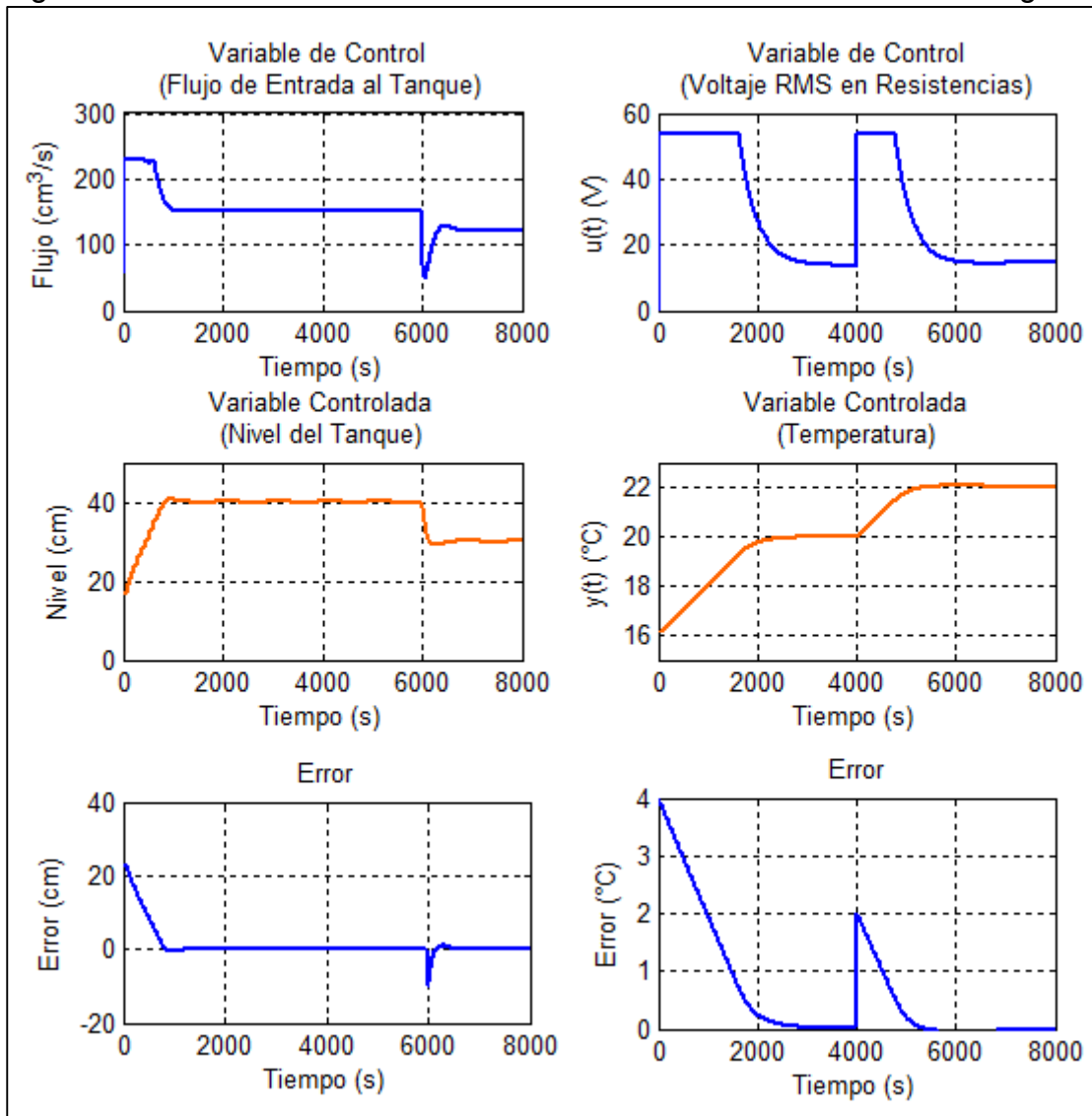
Figura 48. Diagrama de bloques para simulación del controlador algebraico con el modelo de temperatura en Simulink®.



Fuente: Autores.

La Figura 49 muestra los resultados obtenidos de la simulación realizada, donde se observa que el tiempo de estabilización es de aproximadamente 1300s (21 min y 40s) para el nivel y de 3000s (50 min) para la temperatura. Dichos valores se alejan en 530s y 500s de la especificación de diseño de nivel y temperatura respectivamente, esto debido a la inclusión del algoritmo de saturación, sin embargo el desempeño de los controladores es satisfactorio para las dos variables, tanto en tiempo de estabilización, como en error en estado estacionario para diferentes valores de referencias.

Figura 49. Resultados obtenidos de la simulación de los controladores algebraicos.



Fuente: Autores

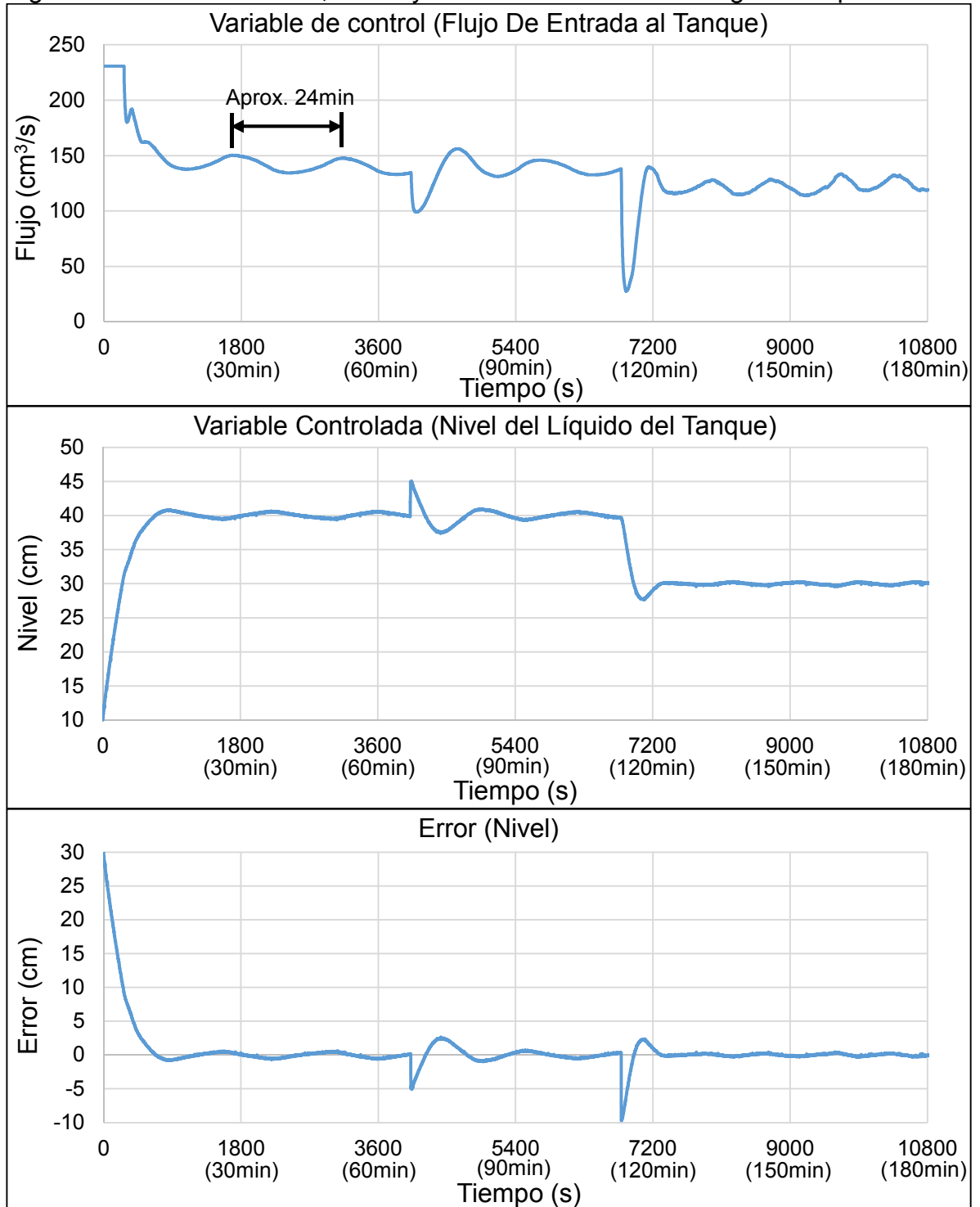
6.4.2. Prueba experimental del controlador algebraico. Ésta prueba se inició con el tanque en un nivel de 10cm , y con una temperatura inicial del líquido de $16,4^{\circ}\text{C}$. De igual forma que para los controladores PID, el controlador algebraico de temperatura entra en acción cuando el nivel del tanque alcanza los 20cm , para así proteger las resistencias calefactoras y el mezclador.

Las referencias iniciales para los controladores fueron de 40cm para el nivel y 20°C para la temperatura. En el tiempo $t = 4012\text{s}$ (1h , 6min y 52s), luego de que el sistema se encontrara estable, se aplicó un volumen de agua fría para actuar como perturbación, la cual cambió el nivel del líquido a aproximadamente 45cm y la temperatura a $18,47^{\circ}\text{C}$. En $t = 6785\text{s}$ (1h , 53min y 5s) se realizó un cambio de referencia para el controlador de nivel a 30cm . En $t = 8070\text{s}$ (2h , 13min y 30s) se cambió el valor de referencia del controlador de temperatura a 22°C .

En la Figura 50 y Figura 51 se muestran los resultados experimentales de la prueba realizada, encontrándose que los tiempos de estabilización son 1052s para el nivel y 1869s para la temperatura, cercanos a las especificaciones de diseño. Se encontró como particularidad del controlador algebraico para nivel, una oscilación presente tanto en la señal de control como en la señal de salida, sin embargo, ésta tiene una amplitud cercana al $1,5\%$ del valor de referencia, por ende no se considera significativa.

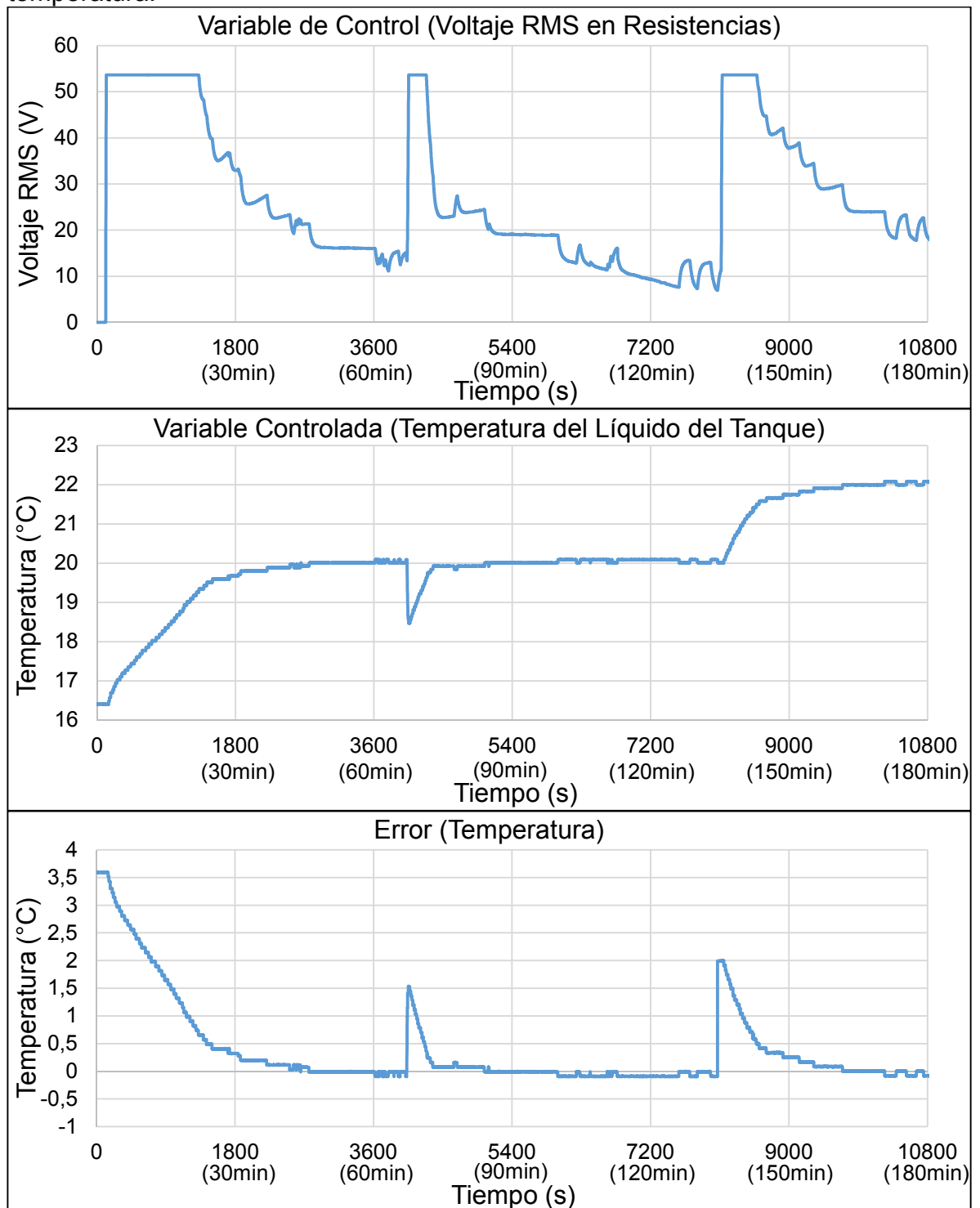
La respuesta a la perturbación aplicada fue efectiva, siendo ésta especialmente satisfactoria en el caso del controlador de temperatura. Para ambos casos se encontró un tiempo de recuperación de 1162s para nivel y 312s para temperatura, alcanzando de nuevo error en estado estacionario nulo en la temperatura y la oscilación detectada para el nivel. El desempeño de los controladores ante cambios de referencia es igualmente satisfactorio, con tiempos de estabilización y valores finales acertados.

Figura 50. Señal de control, salida y error con el controlador algebraico para nivel.



Fuente: Autores

Figura 51. Señal de control, salida y error con el controlador algebraico para temperatura.



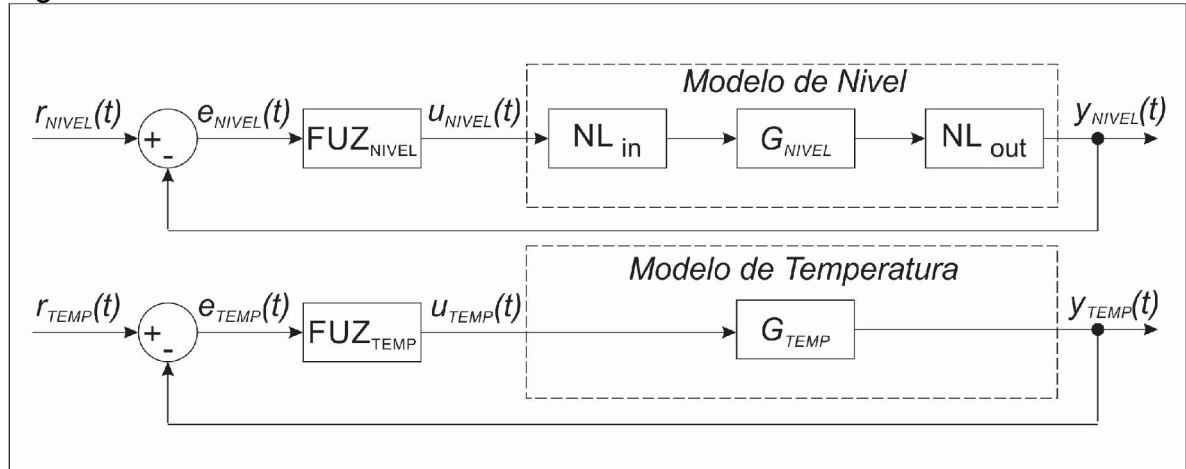
Fuente: Autores

7. DISEÑO, IMPLEMENTACIÓN Y RESULTADOS OBTENIDOS CON EL CONTROLADOR POR LÓGICA DIFUSA

7.1. ESTRUCTURA DEL SISTEMA REALIMENTADO

Se proponen las estructuras de control de la Figura 52 para la regulación del nivel y la temperatura a partir de controladores difusos.

Figura 52. Estructura de control con controladores difusos.



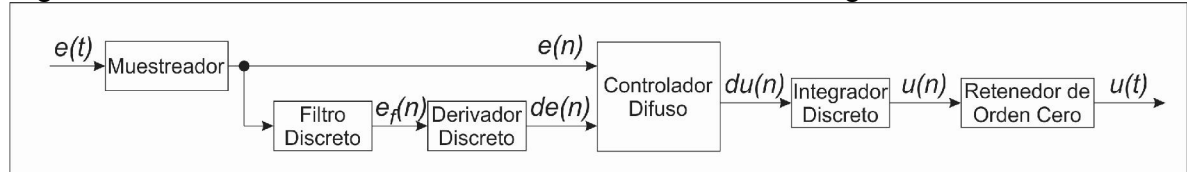
Fuente: Autores

Donde:	$r_{nivel}(t)$	Señal de referencia de nivel (cm).
	$r_{temp}(t)$	Señal de referencia de temperatura ($^{\circ}C$).
	$e_{nivel}(t)$	Señal de error de nivel (cm).
	$e_{temp}(t)$	Señal de error de temperatura ($^{\circ}C$).
	$u_{nivel}(s)$	Señal de control de nivel (flujo en cm^3/s)
	$u_{temp}(s)$	Señal de control de temperatura (voltaje en V).
	$y_{nivel}(s)$	Señal de salida de nivel (nivel del tanque intermedio en cm).
	$y_{temp}(s)$	Señal de salida de temperatura (temperatura del líquido almacenado en el tanque intermedio en $^{\circ}C$).
	$G_{nivel}(s)$	Función de transferencia del bloque lineal del modelo de nivel.
	NL_{in}	No linealidad de entrada del modelo de nivel.
	NL_{out}	No linealidad de salida del modelo de nivel.
	$G_{temp}(s)$	Función de transferencia del modelo de temperatura.

Los bloques FUZ_{NIVEL} y FUZ_{TEMP} de la Figura 52 se basan en la estructura de la Figura 53. Los controladores son discretos y tienen como entradas el error y su derivada, por ende dicho error debe ser muestreado. La derivada se calcula a partir de la función de transferencia $Gd(z) = 1 - z^{-1}$, sin embargo se encontró necesaria la inclusión de un filtro pasabajos previo al derivador, con el fin de suavizar la señal

y eliminar el ruido. El bloque difuso se basa en el esquema de la Figura 8, y entrega el cambio necesario en la señal de control, por lo cual es necesaria la implementación de un integrador en la salida. Obtenida la señal de control, se retiene para generar una señal continua, apta para entregar a la planta.

Figura 53. Estructura interna del controlador difuso de la Figura 52.



Fuente: Autores

Donde:	$e(t)$	Entrada del controlador (error).
	$e(n)$	Entrada muestreada.
	$e_f(n)$	Entrada filtrada.
	$de(n)$	Derivada de la entrada.
	$du(n)$	Cambio de la señal de control.
	$u(n)$	Señal de control discreta.
	$u(t)$	Señal de control continua (salida).

7.2. DEFINICIÓN DE UNIVERSOS DE DISCURSO Y CONJUNTOS DIFUSOS

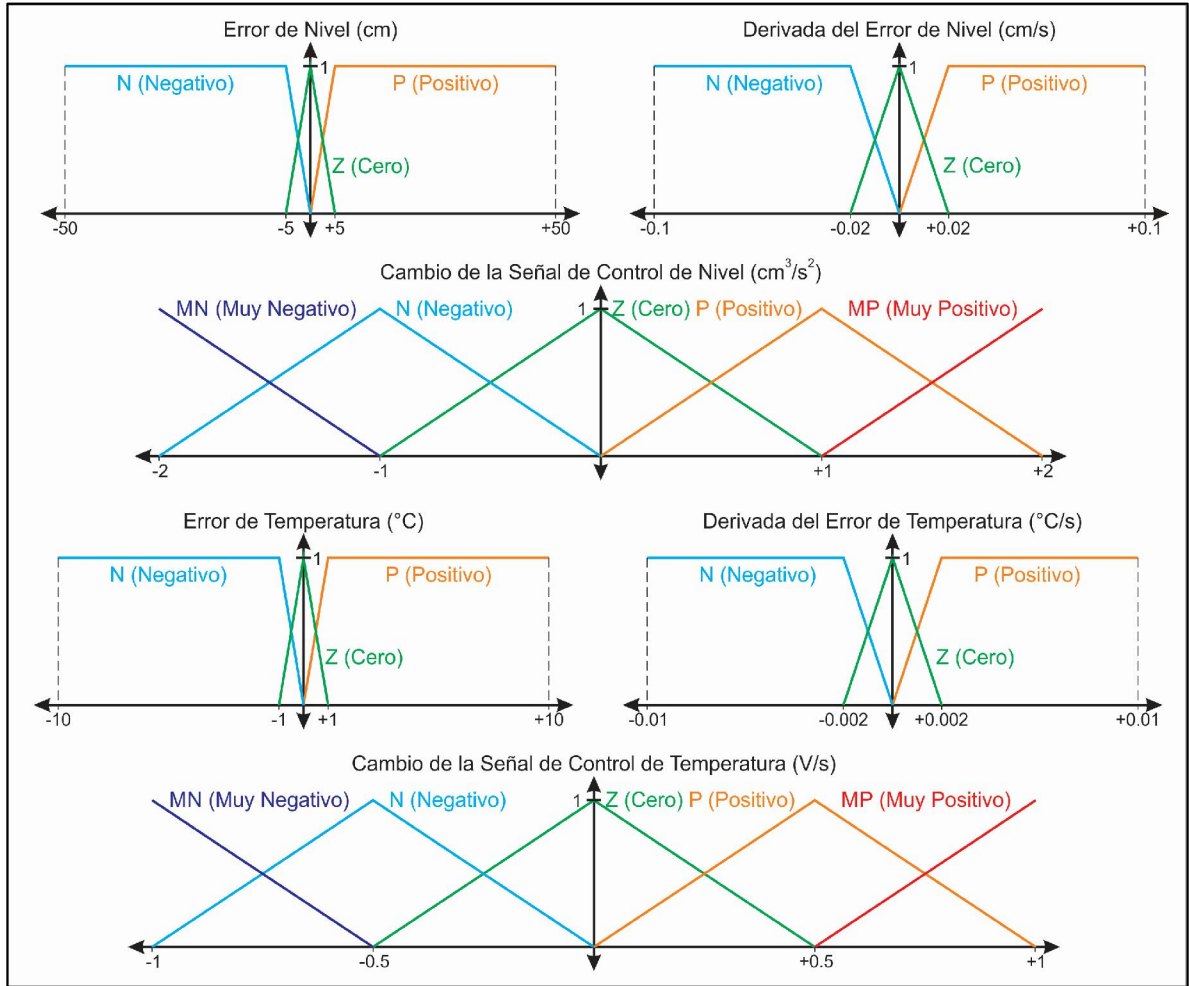
7.2.1. Universos de discurso y conjuntos difusos para el controlador de nivel.

Las entradas del controlador difuso de nivel corresponden al error y su derivada, el universo de discurso para el error se establece de $-50cm$ a $50cm$ teniendo en cuenta las dimensiones del tanque, y para la derivada de $-0.1cm/s$ a $0.1cm/s$ considerando las velocidades de llenado. El universo de discurso de salida tiene un rango de $-2cm^3/s^2$ a $2cm^3/s^2$, el cual corresponde a un universo normalizado con una ganancia de 2. Los conjuntos difusos para cada una de las entradas y la salida definidos se muestran en la Figura 54.

7.2.2. Universos de discurso y conjuntos difusos para el controlador de temperatura.

La entrada de error tiene un universo de discurso de $-10^\circ C$ a $10^\circ C$, teniendo en cuenta los rangos de temperatura manejados. La entrada de la derivada del error tiene un universo de discurso de $-0.01^\circ C/s$ a $0.01^\circ C/s$, considerando las variaciones de la temperatura del sistema. La salida del controlador, tiene un universo de discurso normalizado con ganancia unitaria, de $-1V/s$ a $1V/s$. Los conjuntos difusos para las entradas y la salida definidos para éste controlador se muestran en la Figura 54.

Figura 54. Conjuntos difusos de los controladores de nivel y temperatura.



Fuente: Autores

7.3. DEFINICIÓN DE REGLAS DIFUSAS DE CONTROL

Para los dos controladores, las reglas de control están definidas según la Tabla 15. Los valores centrales corresponden a la variable lingüística de salida para cada una de las combinaciones del error y su derivada.

Tabla 15. Reglas difusas para los controladores de nivel y temperatura.

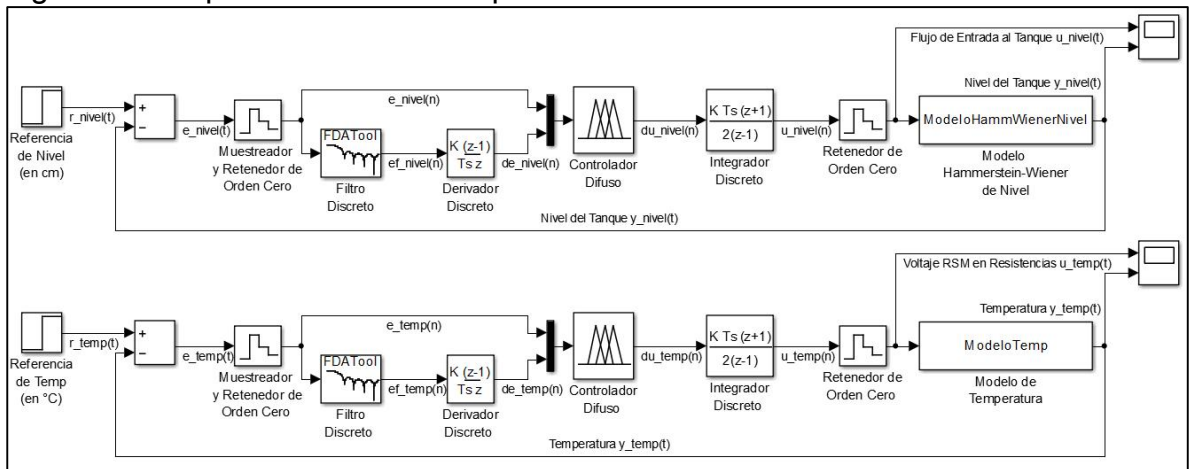
Derivada del Error	Error		
	N	Z	P
N	MN	N	P
Z	N	Z	P
P	N	P	MP

Fuente: Autores

7.4. SIMULACIÓN DE LOS CONTROLADORES DIFUSOS

La Figura 55 presenta el esquema para la simulación de los controladores difusos de nivel y temperatura en Simulink®. Los bloques llamados *Controlador Difuso* se crean a partir del *toolbox Fuzzy Logic Design* de MATLAB®. Los filtros discretos son FIR pasabajos tipo ventana Kaiser, de orden 10, con frecuencia de corte de 0,1Hz. Los integradores discretos están limitados a los valores máximos permitidos por los actuadores, cuyos rangos son de 0 a $230\text{cm}^3/\text{s}$ para el nivel y de 0 a 54V para la temperatura. Todo el sistema funciona a partir de un periodo de muestreo de 1s.

Figura 55. Esquema de Simulink® para simulación de los controladores difusos.



Fuente: Autores

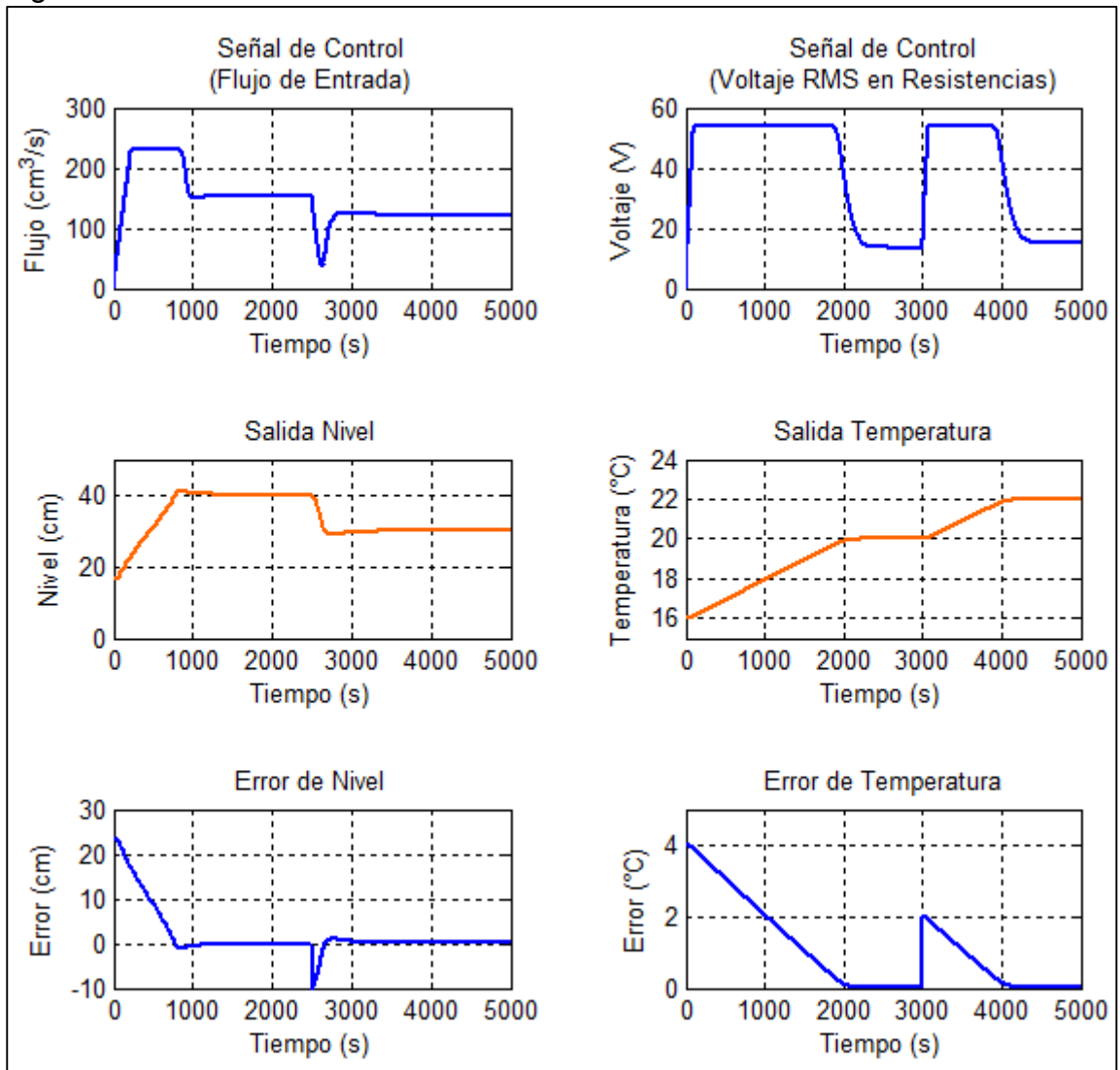
Las condiciones iniciales para la simulación son de 17cm para el nivel y 16°C para la temperatura. Las referencias iniciales son 40cm y 20°C . En $t = 2500\text{s}$, la referencia de nivel es cambiada a 30cm , y en $t = 3000\text{s}$ la referencia de temperatura cambia a 22°C . La Figura 56 presenta los resultados obtenidos de la simulación, donde se puede observar que los tiempos de estabilización son aproximadamente 1200s (20min) y 2100s (35min) para el nivel y la temperatura respectivamente. El error en estado estacionario se encuentra nulo para las dos referencias.

7.5. PRUEBA EXPERIMENTAL DE LOS CONTROLADORES DIFUSOS

El ANEXO M contiene el programa para el PLC que realiza el algoritmo del diagrama de bloques de la Figura 53 para las dos variables a controlar, escrito por los autores del proyecto. La implementación y prueba de los controladores entregó los resultados encontrados en la Figura 57 para el nivel y la Figura 58 para la temperatura. Las condiciones iniciales para esta prueba fueron de 10cm y 16.7°C . Las referencias se establecieron inicialmente en 40cm y 20°C , en $t = 3380\text{s}$ (56min y 30s) se cambia la referencia de nivel a 30cm y en $t = 4367\text{s}$ (1h , 12min y 47s) se cambia la de temperatura a 22°C . Cuando el

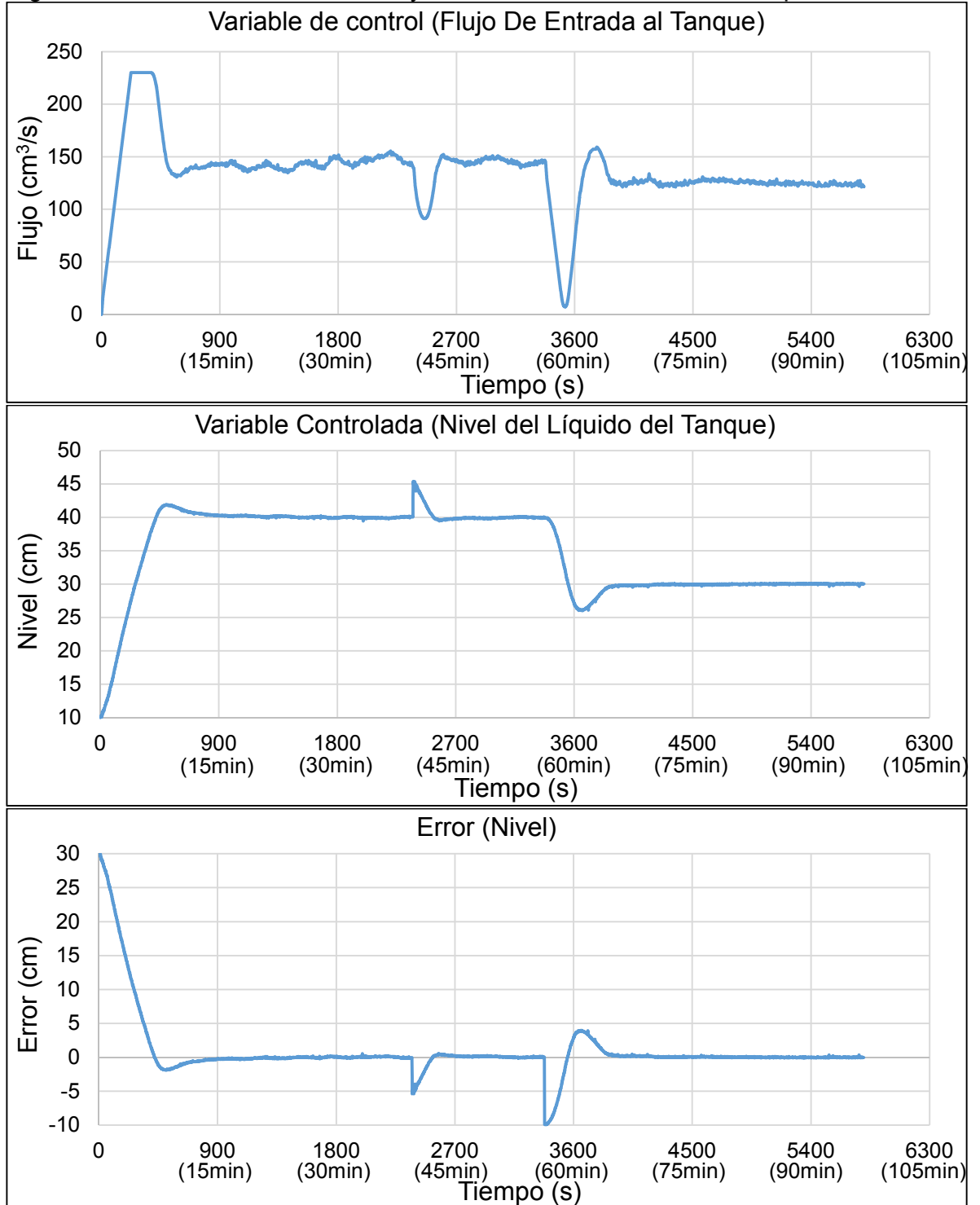
sistema se encuentre en estado estable para las referencias iniciales, se aplica una perturbación en $t = 2374s$ ($39\text{ min y }34s$), la cual consiste en aplicar un volumen de agua fría. Al igual que para los controladores PID y algebraico, el control de temperatura entra en acción cuando el nivel del tanque es superior a 20cm , con el fin de proteger las resistencias calefactoras y el mezclador.

Figura 56. Resultados obtenidos de la simulación de los controladores difusos.



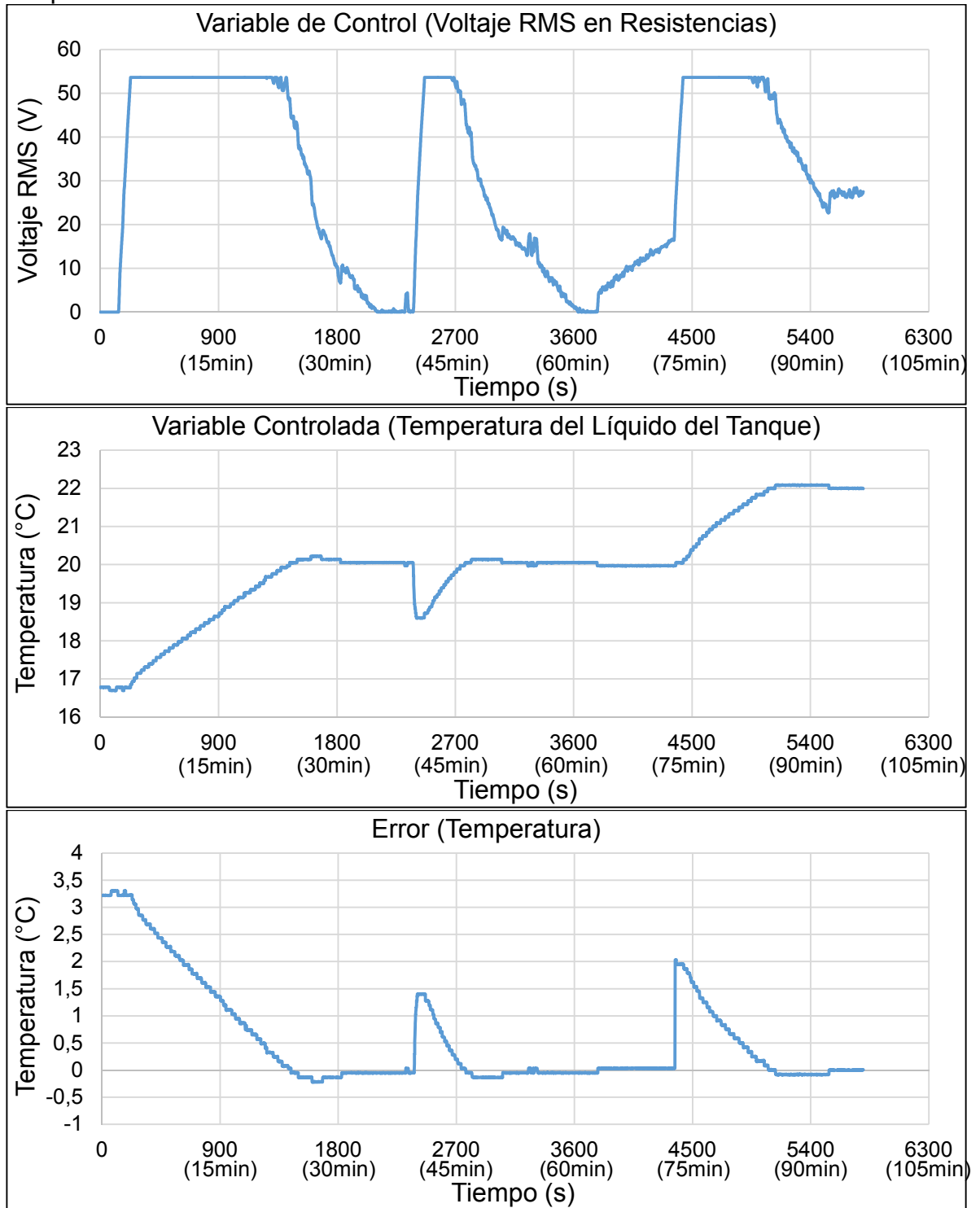
Fuente: Autores

Figura 57. Señal de control, salida y error con el controlador difuso para nivel.



Fuente: Autores

Figura 58. Señal de control, salida y error con el controlador difuso para temperatura.



Fuente: Autores

Se obtuvieron tiempos de estabilización de 820s para el nivel y 1341s para la temperatura, encontrándose inferiores a los obtenidos a partir de la simulación. El rechazo a la perturbación aplicada fue satisfactorio, presentando un tiempo de estabilización de 228s para nivel y 316s para temperatura. De igual forma al establecer una nueva referencia tanto para nivel como para temperatura, el controlador lleva las variables a los valores deseados. Para ambas referencias se encuentra un error en estado estacionario cercano a cero para las dos variables.

8. EVALUACIÓN DE DESEMPEÑO Y COMPARACIÓN DE CONTROLADORES

Con el fin de evaluar el desempeño de los controladores diseñados e implementados para la regulación de nivel y temperatura de la planta piloto, en la Tabla 16 y en la Tabla 17 se recopila la magnitud de los diferentes parámetros que determinan el comportamiento del sistema realimentado, determinados a partir de las gráficas del ANEXO N, las cuales corresponden a las respuestas de los tres controladores. En la Tabla 18 se encuentran para cada uno de los controladores los tiempos aproximados de procesamiento para una muestra.

Tabla 16. Comparación de parámetros de desempeño de los controladores para nivel.

Parámetro*	PID	Algebraico	Difuso
Tiempo de estabilización (1%)	869s	1052s	820s
Sobrepaso máximo	3,88%	2,04%	4,74%
Error en estado estable	0,91%	1,62%	1,36%
Rechazo a perturbación (Tiempo de estabilización)	434s	1163s	228s
Cambio de referencia de 40cm a 30cm (Tiempo de estabilización)	419s	478s	528s
Cambio de referencia de 40cm a 30cm (Sobrepico mínimo)	1,75%	7,93%	13,27%

*Todos los controladores tienen como máximo esfuerzo de control $230\text{cm}^3/\text{s}$

Fuente: Autores

Tabla 17. Comparación de parámetros de desempeño de los controladores para temperatura.

Parámetro*	PID	Algebraico	Difuso
Tiempo de estabilización (1%)	2400s	1869s	1341s
Sobrepaso máximo	0,26%	0,49%	1,12%
Error en estado estable	0,81%	1,02%	0,83%
Rechazo a perturbación (Tiempo de estabilización)	419s	312s	316s
Cambio de referencia de 20°C a 22°C (Tiempo de estabilización)	812s	1061s	619s
Cambio de referencia de 20°C a 22°C (Sobrepico máximo)	0,24%	0,41%	0,41%

*Todos los controladores tienen como máximo esfuerzo de control 54V

Fuente: Autores

Tabla 18. Tiempo de procesamiento de cada controlador.

	PID	Algebraico	Difuso
Tiempo de procesamiento	$\leq 20ms$	$\leq 20ms$	87ms

Fuente: Autores

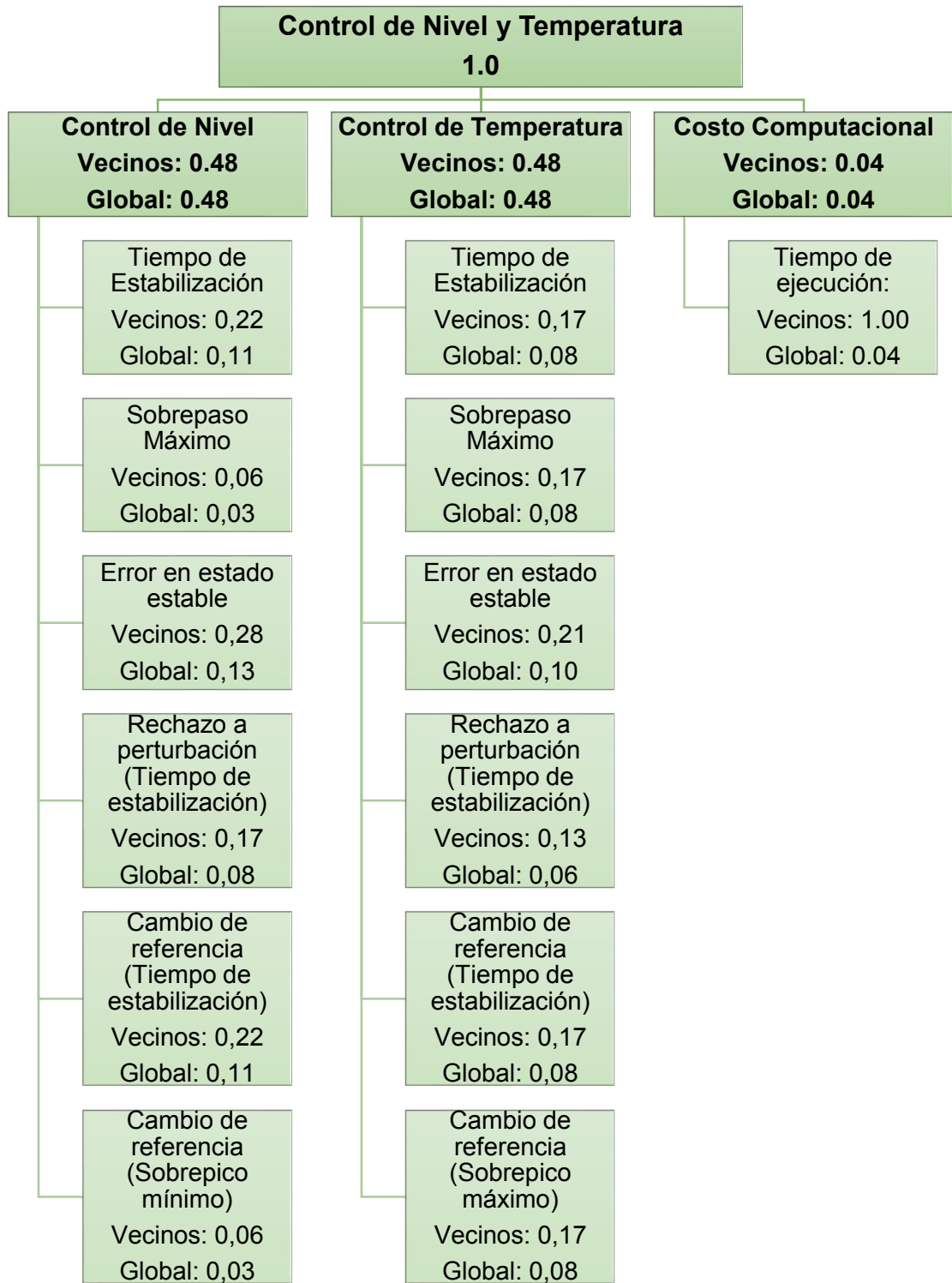
Con el fin de encontrar la mejor alternativa de las tres implementadas para el control propuesto, se utilizó el método de ponderación de objetivos²⁸, el cual consiste en asignar pesos numéricos a cada uno de los parámetros a evaluar (objetivos), y puntuaciones numéricas al desempeño de cada una de las alternativas según el parámetro. La Figura 59 presenta el árbol de objetivos en el cual se distribuye la ponderación para los parámetros. Tal como se observa en dicha figura, el objetivo de primer nivel es el *Control de Nivel y Temperatura*, el cual corresponde a la totalidad de la ponderación (1.0/1.0), a partir de éste se establecen como objetivos de segundo nivel el *Control de Nivel*, *Control de Temperatura* y bajo *Costo Computacional*. La ponderación asignada a éste último es de 0.04/1.0, ya que es un parámetro que para el caso de éste proyecto es flexible. La ponderación restante se divide en partes iguales para los otros dos objetivos de segundo nivel (0.48/1.0).

A partir de cada uno de los objetivos de segundo nivel, se establece un conjunto de objetivos de tercer nivel, cuya ponderación inicial se define respecto a su objetivo inmediatamente superior (ponderación respecto a vecinos), para luego establecerla de forma global. El *costo computacional* tiene como objetivo de tercer nivel únicamente el *tiempo de ejecución* del algoritmo para una muestra, por lo cual su peso respecto a vecinos corresponde a 1.0/1.0, y de forma global tiene el mismo que su objetivo superior (0.04/1.0).

En la Tabla 19 se enlistan en orden de importancia los objetivos de tercer nivel para el control de nivel y temperatura, junto con su peso y la razón de su asignación, dicho peso es calculado a partir de una importancia inicial, evaluada de 1 a 10. Las puntuaciones de las alternativas para cada uno de los objetivos a evaluar deben ser normalizadas, en éste caso se optó por llevarlas a un rango de 0 a 100, donde 0 es el peor caso y 100 el mejor caso. Para el caso de tiempos de estabilización, 0 corresponde a 3000s y 100 a 200s, teniendo en cuenta que menos tiempo implica rapidez del sistema controlado. Para el caso de sobrepasos y error en estado estable, cuando son 0% se evalúa con un puntaje de 100, sabiendo que es el comportamiento deseado, y cuando son 15% se les asigna un puntaje de 0, siendo el peor caso. El tiempo de procesamiento se evaluó con un puntaje de 100 para 20ms como el mejor caso, y con un puntaje de 0 para 1000ms ya que es el tiempo de muestreo del sistema.

²⁸ CROSS, Nigel. Engineering Design Methods. Strategies for Product Design. 3ed. Chichester, England: John Wiley & Sons Ltd., 2000. p. 142-150.

Figura 59. Árbol de objetivos para la evaluación de los controladores.



Fuente: Autores

Tabla 19. Asignación de peso para los objetivos de tercer nivel.

Control de Nivel				
Objetivo de Tercer Nivel	Importancia (de 1 a 10)	Peso (Vecinos)	Razón de asignación de peso	
Error en estado estable	10	0.28	El objetivo principal del control es establecer la variable lo más exacto posible al valor de referencia (máximo 1%).	
Tiempo de estabilización	8	0.22	El tiempo en que el sistema esté listo para operar representa eficiencia en los procesos industriales.	
Cambio de referencia (Tiempo de estabilización)	8	0.22	El sistema debe ser capaz de operar en diferentes condiciones establecidas, alcanzándolas en el menor tiempo posible.	
Rechazo a perturbación (Tiempo de estabilización)	6	0.17	El control debe tener la capacidad de afrontar perturbaciones ajenas al sistema que eventualmente puedan suceder.	
Sobrepaso máximo	2	0.06	No afecta de forma considerable ya que el sistema cuenta con una salida de líquido para que el controlador pueda compensar el sobrepaso.	
Cambio de referencia (sobrepico mínimo)	2	0.06	No afecta de forma considerable ya que el sistema cuenta con entrada de líquido para que el controlador pueda compensar el sobrepaso.	
Temperatura				
Objetivo de Tercer Nivel	Importancia (de 1 a 10)	Peso (Vecinos)	Razón de asignación de peso	
Error en estado estable	10	0.21	El objetivo principal del control es establecer la variable lo más exacto posible al valor de referencia (máximo 1%).	
Tiempo de estabilización	8	0.17	El tiempo en que el sistema esté listo para operar representa eficiencia en los procesos industriales.	
Cambio de referencia (Tiempo de estabilización)	8	0.17	El sistema debe ser capaz de operar en diferentes condiciones establecidas, alcanzándolas en el menor tiempo posible.	
Sobrepaso máximo	8	0.17	Cuando la temperatura sobrepasa el valor deseado, se pierde control sobre ésta variable debido a la falta de actuador de enfriamiento.	
Cambio de referencia (sobrepico mínimo)	8	0.17	Cuando la temperatura sobrepasa el valor deseado, se pierde control sobre ésta variable debido a la falta de actuador de enfriamiento.	
Rechazo a perturbación (Tiempo de estabilización)	6	0.13	El control debe tener la capacidad de afrontar perturbaciones ajenas al sistema que eventualmente puedan suceder.	

Fuente: Autores

Tabla 20. Tabla de ponderaciones de las alternativas: Controlador PID, Algebraico y Difuso.

Nivel	Importancia		PID		Algebraico		Difuso	
	1 a 10	Con Vecinos Global	Magnitud	Valor Ponderado	Magnitud	Valor Ponderado	Magnitud	Valor Ponderado
0,48	8	0,22	869 s	76,11	1052 s	69,57	820 s	77,86
	2	0,06	3,88 %	74,13	2,04 %	86,40	4,74 %	68,40
	10	0,28	0,91 %	93,93	1,62 %	89,20	1,36 %	90,93
	6	0,17	434 s	91,64	1163 s	65,61	228 s	99,00
	8	0,22	419 s	92,18	478 s	90,07	528 s	88,29
	2	0,06	1,75 %	88,33	7,93 %	47,13	13,27 %	11,53
0,48	8	0,17	2400 s	21,43	1869 s	40,39	1341 s	59,25
	8	0,17	0,26 %	98,27	0,49 %	96,73	1,12 %	92,53
	10	0,21	0,81 %	94,60	1,02 %	93,20	0,83 %	94,47
	6	0,13	419 s	92,18	312 s	96,00	316 s	95,86
	8	0,17	812 s	78,14	1061 s	69,25	619 s	79,37
	8	0,17	0,24 %	98,40	0,41 %	97,27	0,41 %	97,27
0,04	10	1,00	20 ms	100,00	20 ms	100,00	87 ms	93,16
				4,00		4,00		3,73
	Total	1,00	Total	84,83	Total	81,10	Total	85,10

Fuente: Autores

La Tabla 20 contiene la puntuación en un rango de 0 a 100 de las alternativas para cada uno de los objetivos según sus magnitudes (Tabla 16, Tabla 17 y Tabla 18), ésta puntuación se multiplica por el peso correspondiente al objetivo evaluado para obtener el valor ponderado. Para cada alternativa se suman los valores ponderados para obtener un valor final total, a partir del cual se puede determinar la que mejor desempeño tiene respecto al conjunto de objetivos.

Para el control de nivel y temperatura, el controlador PID obtuvo un puntaje de 84.83/100, el controlador algebraico 81.10/100 y el controlador difuso 85.10/100. A partir de estos puntajes se puede establecer que el controlador que mejor desempeño tiene para el control de nivel y temperatura de la planta piloto es el controlador difuso.

9. CONCLUSIONES

- El modelado matemático es útil para la comprensión de las variables involucradas en el sistema y la dinámica que las rige, sin embargo, para lograr aproximarse con precisión al comportamiento real en un amplio rango sin restringirse a un único punto de operación, se presentan dificultades debido a que es necesario incluir dinámicas adicionales que afectan el comportamiento, como pérdidas de energía, no linealidades y posibles perturbaciones, lo cual representa un gran reto en la obtención del modelo.
- La utilización de un modelo no lineal *Hammerstein-Wiener* para representar la dinámica del nivel, presenta la ventaja de describir el sistema en un amplio rango de puntos de operación, permitiendo que el lazo de control pueda alcanzar de manera acertada distintos valores de referencia. Sin embargo, cuando el sistema a controlar está destinado a operar en un punto específico o en puntos cercanos a éste, sería conveniente utilizar para el diseño del controlador un modelo experimental obtenido en el punto de operación o un modelo teórico linealizado alrededor de éste punto.
- Cuando el transmisor de la variable a controlar presenta una resolución baja y escalones de gran magnitud en el valor entregado, la acción derivativa del controlador PID los procesa como cambios elevados en la variable, provocando acciones de control no deseadas, éste problema se encuentra con el transmisor de temperatura, por lo cual se opta por realizar para ésta variable un control PI en lugar de PID.
- La acción derivativa del control PID de temperatura tiende a acelerar el sistema, generando señales de control de gran magnitud altamente conmutadas similares a las entregadas por un controlador ON/OFF, que tienden a provocar un sobrepaso de la temperatura respecto a la referencia, lo cual para éste proyecto es un inconveniente, ya que no se dispone de actuador de enfriamiento para contrarrestar éste efecto, por ésta razón se encuentra conveniente la utilización de un controlador PI.
- El procedimiento de diseño multivariable para el controlador algebraico permite implementar lazos de control para sistemas en que sus variables interactúan entre sí, o sistemas con variables independientes, como es el caso de éste proyecto. Esto permite obtener un controlador único para todo el sistema.
- La lógica difusa permite diseñar lazos de control a partir de conocimientos previos y de experiencia acerca del comportamiento de la planta, lo cual se evidenció en la definición de las reglas de control y de los conjuntos difusos de entrada y salida de los controladores, ya que éste procedimiento se apoyó en gran proporción en la

experiencia adquirida por los autores de éste proyecto durante la identificación del sistema y el diseño de controladores PID y Algebraico.

- La mejor alternativa para realizar el control de nivel y de temperatura en la planta piloto, teniendo en cuenta la evaluación de objetivos de control tales como tiempos de estabilización, sobrepasos máximos, errores en estado estable, rechazo a perturbaciones y costo computacional, en conjunto con los niveles de importancia establecidos por los autores, es el controlador difuso. La segunda mejor alternativa es el control PID, el cual se puede implementar en casos en los que no se disponga de gran capacidad de procesamiento. El control algebraico es la alternativa que cumplió en menor proporción los objetivos de control planteados, sin embargo su comportamiento es satisfactorio.

10. RECOMENDACIONES

- Para futuros proyectos relacionados con el tema, sería una buena opción la evaluación de otras estrategias de control clásico, moderno e inteligente, y realizar la evaluación y comparación junto con los resultados obtenidos en éste proyecto.
- Con el fin de mejorar la respuesta del lazo de control de temperatura, sería aconsejable utilizar un transmisor de temperatura con mejores prestaciones, en especial con una mayor resolución.
- Teniendo en cuenta que al finalizar este proyecto, la planta piloto estará disponible para el uso por parte de los estudiantes en el Laboratorio de Electrónica de Potencia de la UPTC sede Tunja, se aconseja realizar una instalación eléctrica que permita utilizar las resistencias calefactoras a su máxima potencia.
- Una posible mejora para la planta piloto sería la implementación de actuadores de ámbito industrial, mejorando así el desempeño de ésta.

BIBLIOGRAFÍA

- 3S - SMART SOFTWARE SOLUTIONS. *User Manual for PLC Programming with CoDeSys 2.3*. Vol. 2. Kempten, Baviera, 08 20, 2003.
- ASTRÖM, Karl J., and Tore HÄGGLUND. *Control PID avanzado*. Madrid: Pearson Prentice Hall, 2009. p. 67,76,80,88-89.
- AYDOGMUS, Zafer. "Implementation of a fuzzy-based level control using SCADA." *Expert Systems with Applications (Science Direct)* 36 (2009): 6593-6597.
- CHEN, Chi T-Song. *Analog & Digital Control System Design*. New York: Saunders College Publishing, n.d. p. 397-399.
- . *Linear System Theory and Design*. 3ed. New York: Oxford University Press, 1999. p. 209, 292-295.
- CROSS, Nigel. *Engineering Design Methods. Strategies for Product Design*. 3ed. Chichester, England.: John Wiley & Sons Ltd., 2000. p. 142-150.
- JIMÉNEZ LÓPEZ, Fabián. "Modelado de Sistemas. Apuntes de Clase. Segundo Semestre del 2013." n.d.
- KUO, Benjamin C. *Sistemas de Control Automático*. 7ed. México: Prentice Hall Hispanoamericana, 1996. p. 375,839.
- LJUNG, Lennart. *System Identification: Theory for the User*. New Jersey: Prentice Hall, 1987. p. 7.
- LJUNG, Lennart, and Torkel Glad. *Modeling of Dynamic Systems*. New Jersey: Prentice Hall, 1994. p. 191-192.
- NISE, Norman S. *Control Systems Engineering*. 6ed. Nueva Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2011. p. 760.
- OGATA, Katsuhiko. *Ingeniería de control moderna*. 3ed. México: Pearson Education, 1998. p. 1-2,98,99.
- PONCE CRUZ, Pedro. *Inteligencia Artificial con Aplicaciones a la Ingeniería*. México D.F.: Alfaomega, 2010. p. 512.
- QINGSONG, MENG, WANG QI, and WEI HONGLING. "Design of Fuzzy Controller for Liquid Level Control System Based on MATLAB/RTW." *2nd International Conference on Measurement, Information and Control (IEEE)* 2 (Ago 2013): 1090-1094.

SALAMANCA, Juan Mauricio. "Control. Apuntes de Clase. Segundo Semestre del 2013." n.d.

SAVANT, C. J., Martin S. RODEN, and Carpenter GORDON. *Diseño Electrónico*. 3ed. México: Prentice Hall, 2000. p. 640.

SERWAY, Raymond A., and John W. Jr Jewett. "Física Para Ciencias e Ingenierías." 433-435. México: Thomson, 2005. p. 433-435.

SIVANANDAM, S.N., S.N. DEEPA, and S. SUMATHI. *Introduction to Fuzzy Logic Using MATLAB*. Berlin: Springer, 2007. p. 119.

SURESH, Maruthai, Gunna J. SRINIVASAN, and Ranganathan R. HEMAMALINI. "Integrated Fuzzy Logic Based Intelligent Control of Three Tank System." *Serbian Journal of Electrical Engineering* 6, no. 1 (Mayo 2009): 1-14.

INFOGRAFÍA

EATON CORPORATION. EATON Powering Business Worldwide. 2014. <http://www.eaton.com/Eaton/ProductsServices/Electrical/ProductsandServices/AutomationandControl/OperatorInterface/XVSeries/Galileo/index.htm>.

MATHWORKS(r). Documentation Center, Identify Nonlinear Black-Box Models Using System Identification Tool. 2014. <http://www.mathworks.com/help/ident/guide/identify-nonlinear-black-box-models-using-the-gui.html#bqz8hri>.

—. System Identification Toolbox. 2014. <http://www.mathworks.com/products/sysid/>. NISE, Norman S. Control Systems Engineering. 6ed. Nueva Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2011.