

**EL JUEGO COMO ESTRATEGÍA DIDÁCTICA PARA LA SUPERACIÓN DE  
ERRORES Y DIFICULTADES EN LA INICIACIÓN AL ÁLGEBRA EN EL  
GRADO OCTAVO**

**RAMIRO ALONSO ALVAREZ BELLO**

**UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA Y TECNOLÓGICA DE COLOMBIA  
FACULTAD SEDE DUITAMA  
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA  
DUITAMA  
2017**

**EL JUEGO COMO ESTRATEGÍA DIDÁCTICA PARA LA SUPERACIÓN DE  
ERRORES Y DIFICULTADES EN LA INICIACIÓN AL ÁLGEBRA EN EL  
GRADO OCTAVO**

**RAMIRO ALONSO ALVAREZ BELLO**

**Proyecto de trabajo de grado en la modalidad de presentación y desarrollo de un  
proyecto de investigación para optar el título de Licenciado en Matemáticas y  
Estadística**

**Directora  
MSc. Clara Emilse Rojas**

**UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA Y TECNOLÓGICA DE COLOMBIA  
FACULTAD SEDE DUITAMA  
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA  
DUITAMA  
2017**

Nota de aceptación

---

---

---

---

Firma del Director

---

Firma del jurado

---

Firma del Jurado

Duitama 09 de octubre de 2017

## CONTENIDO

LISTA DE TABLAS .....	6
LISTA DE FIGURAS .....	7
INTRODUCCIÓN .....	8
1. PROBLEMA .....	10
1.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA .....	10
1.2 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA .....	12
2. JUSTIFICACIÓN .....	13
3. OBJETIVOS .....	15
3.1 OBJETIVO GENERAL .....	15
3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....	15
4. ANTECEDENTES INVESTIGATIVOS .....	16
5. MARCO TEÓRICO .....	22
5.1 RELACIÓN ENTRE EL JUEGO Y LA MATEMÁTICA .....	22
5.2 EL JUEGO COMO ESTRATEGIA PARA ESTIMULAR EL APRENDIZAJE EN MATEMÁTICAS .....	24
5.3 APRENDIZAJE DEL ÁLGEBRA .....	25
5.4 ERRORES EN EL ALGEBRA .....	28
5.5 EL JUEGO EN EL ÁLGEBRA .....	33
6. METODOLOGÍA .....	37
6.1 EL ENFOQUE DE INVESTIGACIÓN .....	37
6.2 TIPO DE INVESTIGACIÓN .....	37
6.3 POBLACIÓN .....	38
6.4 FASES DE LA INVESTIGACIÓN .....	38
6.4.1 Fase 1: Revisión documental .....	38
6.4.2 Fase 2: Diagnóstico .....	38
6.4.3 Fase 3: Encuesta de apreciación al área de matemáticas. ....	39
6.4.4 Fase 4: Propuesta metodológica .....	39
6.4.5 Fase 5: Sistematización y análisis de la información .....	40

7. PRESENTACIÓN DE LA PROPUESTA METODOLÓGICA .....	41
7.1 DISEÑO DEL MATERIAL .....	42
7.1.1 Dominó algebraico.....	42
7.1.2 Dados algebraicos .....	43
7.1.3 Tangram algebraico.....	43
7.2 COMPETENCIAS ABORDADAS .....	45
7.3 PLANIFICACIÓN DE GUIAS DE TRABAJO ALREDEDOR DE LOS JUEGOS .....	46
8. ANÁLISIS DE RESULTADOS DE LA ESTRATEGIA DIDACTICA .....	51
8.1 RESULTADOS EN LA PRUEBA DIAGNÓSTICA .....	51
8.2 RESULTADOS EN LA ENCUESTA DE APRECIACIÓN DE LOS ESTUDIANTES HACIA EL ÁREA DE MATEMÁTICAS .....	53
8.3 ALGUNOS RESULTADOS DE LA APLICACIÓN DEL JUEGO COMO ESTRATEGIA PARA EL APRENDIZAJE .....	54
8.4 EVALUACIÓN Y ANALISIS RESULTADOS PRUEBA INICIAL VS PRUEBA FINAL...	61
9. CONCLUSIONES .....	65
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	67
ANEXOS .....	72
Anexo A. Diseño Prueba inicial.....	72
Anexo B. Encuesta de apreciación de los estudiantes hacia el área de matemáticas.....	73
Anexo C. Prueba final .....	74
Anexo D. Guías del profesor.....	75
Anexo E. Diseño e implementación de juegos algebraicos .....	87
Anexo F. Talleres y evaluaciones desarrollados durante la práctica pedagógica investigativa de profundización .....	88

## LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Relación que existe entre el juego y desarrollo del pensamiento matemático.....	24
Tabla 2. Categoría de errores según Socas (1999).....	29
Tabla 3. Categoría de errores según Cervantes (2007) .....	31
Tabla 4. Descripción del contenido de los ítems prueba diagnóstica .....	39
Tabla 5. Descripción de los contenidos de los ítems prueba final .....	40
Tabla 6. Juegos que se utilizarán en la propuesta .....	41
Tabla 7. Contenido y competencias desarrollados por cada juego .....	46
Tabla 8. Intención de los estudiantes respecto a los juegos algebraicos .....	53
Tabla 9. Rúbrica para evaluar el aprendizaje cooperativo juego de los dados algebraicos .	55
Tabla 10. Rúbrica para evaluar el aprendizaje cooperativo juego de tangram algebraico...	57
Tabla 11. Rúbrica para evaluar el aprendizaje cooperativo juego de dominó .....	59
Tabla 12. Resultados por tipo de error prueba inicial .....	61
Tabla 13. Resultados por tipo de error prueba final.....	62
Tabla 14. Comparativo entre prueba inicial y prueba final.....	63

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Protocolo estudiante E1, Figura 2. Protocolo estudiante E2 .....	10
Figura 3. Protocolo estudiante E3 .....	11
Figura 4. Errores relativos al mal uso de la propiedad distributiva .....	51
Figura 5. La comprensión de la aritmética por parte de los estudiantes .....	52
Figura 6. Suma de expresiones algebraicas.....	52

## INTRODUCCIÓN

La propuesta investigativa reportada en este documento se inscribe en la Resolución 16 de 2009, artículo 1, literal a, que establece como modalidad de trabajo de grado, presentar y desarrollar un proyecto de investigación. A su vez, se articula con lo emanado en la Resolución 37 de 2015, Artículo 19, que corresponde al Proyecto de Investigación en el Aula enmarcado en el desarrollo de la Práctica Pedagógica Investigativa de Profundización establecida en el décimo semestre de la Licenciatura en Matemáticas y Estadística de la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia.

La investigación se inicia teniendo en cuenta las observaciones hechas desde el primer día de la práctica, donde se evidencia cierto rechazo al aprendizaje de la matemática por parte de los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa Técnica Bellas Artes. También a través de una prueba diagnóstica se pudo evidenciar los errores más frecuentes y las dificultades que presentan los estudiantes a la hora de realizar operaciones con expresiones algebraicas. Por tal razón se tiene como objetivo implementar el uso de juegos como herramienta para mejorar el aprendizaje del álgebra. Según los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006), el desarrollo del pensamiento variacional, dadas sus características, es lento y complejo, pero indispensable para caracterizar aspectos de la variación tales como lo que cambia y lo que permanece constante, las variables que intervienen, el campo de variación de cada variable y las posibles relaciones entre esas variables.

Según Muñiz (2014) el aprendizaje de las matemáticas puede ser una experiencia motivadora si lo basamos en actividades constructivas y lúdicas. El uso de los juegos en la educación matemática es una estrategia que permite adquirir competencias de una manera divertida y atractiva para los alumnos. Para el desarrollo de esta investigación se plantea el uso del juego como recurso didáctico para mejorar el proceso de aprendizaje de las operaciones básicas con las expresiones algebraicas.

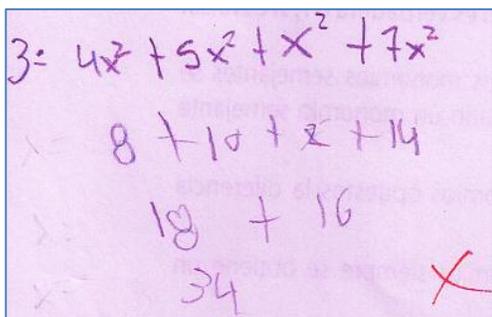
En primer lugar se expone los motivos por los cuales este proyecto contribuye a un aprendizaje más significativo del álgebra a través de recursos didácticos como el juego, así como el despertar el interés del estudiante hacia las matemáticas; en seguida se muestran los objetivos trazados, los recursos y los materiales necesarios para llevar a cabo las actividades lúdicas en el aprendizaje del álgebra en el aula y a partir de ello la descripción de las sesiones en las que se desarrolla las clases, los criterios, procedimientos e instrumentos de evaluación y finalmente se hace una reflexión de los resultados obtenidos con el fin de ver el impacto de la investigación.

# 1. PROBLEMA

## 1.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

El proyecto de investigación se enmarca en el desarrollo de la práctica pedagógica en la Institución Educativa Técnica Bellas Artes del municipio de Sogamoso, donde como practicante e investigador en el aula, se evidenció que la enseñanza de la matemática en el grado octavo se hace de forma tradicional, creando la percepción en los estudiantes que el profesor no les explica bien y tampoco les sabe transmitir los conocimientos, por tanto optan por no prestar atención en la clase, no escribir en el cuaderno y realizar otra actividad diferente. Esta situación ha generado desmotivación en algunos estudiantes, la cual se refleja incluso en los trabajos colaborativos, donde uno de ellos es el que trabaja y el otro se dedica a realizar otra actividad distinta a la planteada o se limita a transcribir el desarrollo de los ejercicios y situaciones problema de una forma desordenada y sin sentido simplemente para cumplir con la tarea asignada.

Lo anterior, dificulta la transición de la aritmética al álgebra en el proceso de aprendizaje de los estudiantes, presentándose errores relacionados con la incomprensión de los conceptos algebraicos, el mal manejo de signos y la ejecución de procedimientos con las expresiones algebraicas usando la misma noción y enfoque de la aritmética. A continuación, se muestran algunos errores cometidos por los estudiantes en las actividades de clase, que para efectos de la investigación se denominará E1, E2, E3 atendiendo consideraciones éticas de la misma.

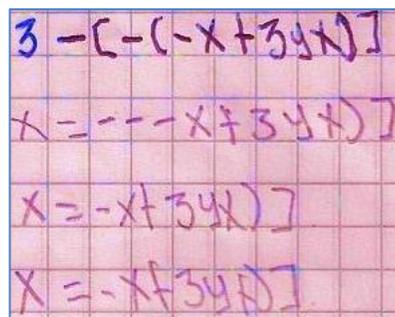


Handwritten student work for E1 showing an incorrect expansion of a binomial. The student has written:

$$3 = 4x^2 + 5x^2 + x^2 + 7x^2$$
$$x = 8 + 10 + x + 14$$
$$x = 18 + 16$$
$$x = 34$$

A red 'X' is drawn next to the final result, indicating it is incorrect.

Figura 1. Protocolo estudiante E1



Handwritten student work for E2 showing a series of incorrect simplifications of a nested expression. The student has written:

$$3 - [ - ( -x + 3yx ) ]$$
$$x = - - - x + 3yx ]$$
$$x = -x + 3yx ]$$
$$x = -x + 3yx ]$$

Figura 2. Protocolo estudiante E2

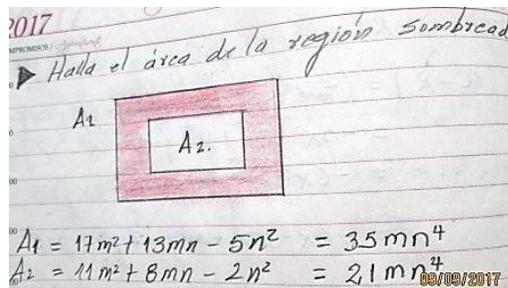


Figura 3. Protocolo estudiante E3

En el primer protocolo (figura1) se aprecia como un estudiante olvida la parte literal y realiza las operaciones de los coeficientes de forma errónea y sin sentido. En el segundo protocolo (figura 2), se observa que un estudiante no aplica la ley de los signos y tampoco suprime los paréntesis de forma adecuada, dejando los signos de manera consecutiva, lo que le dificulta el desarrollo correcto de las operaciones de suma, resta, multiplicación de expresiones algebraicas. En el tercer protocolo (figura3) un estudiante en la situación problema, no logra interpretar cómo hallar el área de la región sombreada y opta por sumar los coeficientes de cada expresión sin identificar que la parte literal de la expresión algebraica es distinta, esto permite mostrar el uso inapropiado de fórmulas o reglas de procedimiento que hace el estudiante.

Con respecto a la situación encontrada en el diagnóstico, García (2010) expone que muchos docentes coinciden en afirmar que la mayoría de los alumnos cometen los mismos errores de forma reiterada, síntoma de las serias dificultades que tienen en su aprendizaje. Estos problemas parecen estar relacionados con una serie de deficiencias en comprensión de conceptos y en la forma de enfocar el álgebra que traen como consecuencia inmediata una forma errónea de enfrentarse con su aprendizaje; en la mayoría de los casos los alumnos memorizan sin comprender las reglas y procedimientos de cálculo y las aplican automáticamente, lo que les lleva a cometer las mismas equivocaciones de manera persistente, además, los errores suelen ser considerados por el docente como falta de estudio o de atención, cuando en realidad indican una fuerte carencia de comprensión.

Olmedo y otros (2015) afirman que los errores que cometen los alumnos se deben en su mayoría a que los conceptos previos son insuficientes entonces realizan asociaciones o inferencias incorrectas.

La falta de comprensión de los conceptos, los errores que se comenten en el desarrollo de las actividades en el aula de clase (tareas, talleres y evaluaciones) y la desmotivación son factores que influyen en el bajo rendimiento que presenta varios estudiantes en el área de matemáticas.

## **1.2 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA**

¿Cómo implementar el juego en la iniciación del álgebra siendo éste parte de una estrategia didáctica para superar los errores y dificultades que presentan los estudiantes durante este proceso?

## 2. JUSTIFICACIÓN

Dentro de los estándares curriculares establecidos por el Ministerio de Educación Nacional (MEN) para el grado octavo, las expresiones algebraicas hacen parte del pensamiento variacional, que a su vez se encuentra dentro de los cinco tipos de pensamiento matemático definidos para la enseñanza de la matemática en el transcurso de la vida escolar de los estudiantes. Según MEN (2006, p. 66), uno de los propósitos de cultivar el pensamiento variacional es construir desde la Educación Básica Primaria distintos caminos y acercamientos significativos para la comprensión y uso de los conceptos y procedimientos de las funciones y sus sistemas analíticos, para el aprendizaje con sentido del cálculo numérico y algebraico y, en la Educación Media, del cálculo diferencial e integral. Este pensamiento cumple un papel preponderante en la resolución de problemas sustentados en el estudio de la variación y el cambio, y en la modelación de procesos de la vida cotidiana, las ciencias naturales y sociales y las matemáticas mismas.

Teniendo en cuenta el papel que cumple el pensamiento variacional y el efecto que éste debe generar en los estudiantes, es importante que el profesor use recursos didácticos que contribuyan al fortalecimiento de este tipo de pensamiento, el MEN (2006, p. 66), en relación a esto expone que los recursos didácticos pueden ser materiales estructurados con fines educativos (regletas, fichas, cartas, juegos, modelos en cartón, madera o plástico, etc.); o tomados de otras disciplinas y contextos para ser adaptados a los fines que requiera la tarea.

De acuerdo a lo anterior, y teniendo en cuenta las dificultades que puede tener el estudiante en el aprendizaje del álgebra es importante incluir dentro del mismo aprendizaje el juego como estrategia didáctica para que el estudiante encuentre la posibilidad de adquirir los elementos necesarios que le permitan fortalecer su conocimiento algebraico y esto facilite su trabajo con las expresiones algebraicas. En relación a esto Solano (2013, citado por Salazar, 2014), puntualiza que el uso de los juegos en el aula como recurso educativo ayuda

a abordar las dificultades en el aprendizaje del Álgebra, mejorar destrezas de cálculo y fomentar la creatividad y motivación por aprender matemáticas.

En medio de la práctica pedagógica surge la necesidad de cambiar el escenario tradicional del aprendizaje de las matemáticas con la intención de ofrecer ambientes más dinámicos para el estudiante, con respecto a esto Corbalán y Deulofeu (1996, citado por Muñiz, 2014), establece que mediante el juego se pueden crear situaciones de máximo valor educativo y cognitivo que permitan experimentar, investigar, resolver problemas, descubrir y reflexionar. Las implicaciones de tipo emocional, el carácter lúdico, el desbloqueo emocional, la desinhibición, son fuentes de motivación que proporcionan una forma distinta a la tradicional de acercarse al aprendizaje.

Por otro lado, Fernández (2015), explica que el uso de juegos permite eliminar ese énfasis por la memorización y aplicación de fórmulas y algoritmos, ayudando a desarrollar en los alumnos altos niveles de destreza en el desarrollo del pensamiento matemático. Es un recurso que favorece la motivación, estimula al estudiante y le anima a explorar nuevos conocimientos.

Por todo lo anterior, se espera con este trabajo, aportar a la generación de un ambiente favorable para el aprendizaje, donde el juego acompañado de una planificación cuidadosa del docente, impacte en los aprendizajes de los estudiantes en cuanto al aprendizaje del álgebra.

### **3. OBJETIVOS**

#### **3.1 OBJETIVO GENERAL**

Incorporar el juego como estrategia didáctica en la iniciación del álgebra para disminuir los errores y dificultades que presentan los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa Técnica Bellas Artes Sede Central Sogamoso.

#### **3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- Identificar los errores y las dificultades que tienen los estudiantes en la iniciación al álgebra.
- Diseñar actividades didácticas apoyadas en el uso del juego como estrategia para la iniciación del álgebra.
- Valorar el grado de aceptación de los juegos educativos como recursos didácticos para mejorar el proceso de aprendizaje del álgebra en los estudiantes.
- Evaluar el alcance del juego como estrategia didáctica para superación de errores y dificultades en la iniciación al álgebra.

#### 4. ANTECEDENTES INVESTIGATIVOS

El juego como estrategia didáctica es una alternativa que plantea nuevas dinámicas en el proceso de la iniciación del álgebra, dinámicas que se enfocan en superar los errores y dificultades a las cuales se enfrentan los estudiantes durante este proceso. De lo anterior a nivel internacional se reseñan los siguientes antecedentes:

Villagrán, E., & Olfos, R. (2001). En el artículo científico “Actividades lúdicas y Juegos en la iniciación al álgebra” explica la relación que existe entre los juegos con la enseñanza del álgebra elemental, mediante el uso de juegos tales como: bordes, pirámides de números, subir al cero, la gimkana de matemáticas y rompecabezas blanco como herramientas para la resolución de problemas algebraicos. Respecto al rompecabezas es un ejemplo útil para el desarrollo del juego en la iniciación del álgebra y una herramienta para el profesor en el aula de clase.

En relación con los errores a los cuales se enfrentan los estudiantes durante el proceso del aprendizaje del álgebra y la forma de cómo abordar estos errores a través del uso de juegos Solano-Lorente, C. (2013), en su trabajo de maestría “Los juegos educativos como mejora en la enseñanza y aprendizaje del álgebra en 3º E.S.O. (Educación Superior Obligatoria)” muestra las mejoras educativas en el proceso de enseñanza y aprendizaje del álgebra, a través de la introducción de los juegos educativos como nueva metodología innovadora. Para esto, se realizó un estudio acerca de las dificultades que los alumnos tienen en el estudio del álgebra y en la resolución de problemas algebraicos durante toda la etapa de la educación secundaria, analizando sus causas y describiéndolas a través de ejemplos concretos.

En este estudio se realizaron dos cuestionarios y la introducción de un juego educativo llamado “Yo tengo... ¿Quién tiene...?”. El primer cuestionario se realiza con el objetivo de indagar sobre el empleo y conocimiento de los juegos como recurso educativo en el aula, el segundo cuestionario investiga sobre los beneficios de utilizar actividades lúdicas en el aula y finalmente se realizó una propuesta práctica que consistió en la elaboración de un taller

de álgebra, en el que se presentan varios juegos educativos relacionados con temas algebraicos. Este taller fue utilizado por los profesores de matemáticas del colegio San Vicente de Paul para introducir de manera habitual el uso de juegos educativos en el proceso de enseñanza y aprendizaje de cualquier unidad didáctica del bloque algebraico.

Los autores de este trabajo concluyeron que la introducción de juegos educativos en la enseñanza del álgebra ha presentado satisfacción y opinión positiva en más del 80% de la clase. No solo les ha gustado jugar, sino que piensan que es un buen método para reforzar contenidos, les ha motivado a continuar aprendiendo temas algebraicos y les gustaría que a la finalización de cada tema se realizase una actividad de este tipo.

De igual forma, este estudio arrojó resultados respecto al poco o ningún conocimiento que tienen los profesores de matemáticas sobre el empleo de juegos educativos. No solo no conocen juegos a emplear, sino que no saben cuáles son sus beneficios y ventajas educativas. Sin embargo, si se ha confirmado cómo todos piensan que la mejor forma de abordar las dificultades y errores en los contenidos algebraicos es a través de la mayor realización de actividades y resolución de problemas, sean cuales sean las estrategias y recursos a emplear para realizarlas.

Siguiendo lo anterior, Rodríguez A., Martínez A., Cedeño, M., & Trejo, J. (2014) en su estudio titulado “La implementación del taller “Juguemos con Álgebra” para la mejora del rendimiento académico en el tema de expresiones algebraicas y la resolución de ecuaciones lineales, así como la conceptualización de la materia de matemáticas de los estudiantes de 3° de secundaria” encontraron que con frecuencia, el diseño de actividades dinámicas y atractivas para la enseñanza de las matemáticas es uno de los principales retos a los que se enfrentan los profesores de dicha materia.

El desarrollo de este trabajo tuvo como objetivo evaluar el impacto del taller “Juguemos con Álgebra” en la conceptualización de la materia de matemáticas en alumnos de 3° grupo A de la escuela secundaria Alberto Larios Villalpando, turno vespertino, así como también el impacto en el rendimiento académico en el tema de expresiones algebraicas y resolución de ecuaciones lineales. En dicho taller se puso en práctica lo propuesto en el programa de

estudios 2011, es decir, trabajar con base en un enfoque didáctico, el cual consiste en problematizar a los alumnos para que discutan y analicen sus procedimientos y resultados, apoyando esto con el juego, como recurso para la enseñanza del álgebra.

Esta investigación también arrojó que en las actividades en las cuales se trabajó se consideró al juego como una estrategia, cuyo principal objetivo fue modificar la conceptualización que los alumnos tienen de la materia, para lo cual García (1998, citado por Rodríguez, 2014) establece que desde el punto vista psicopedagógico, el juego se valora como un elemento que favorece a todo tipo de aprendizajes, puede proporcionar al niño una gran variedad de experiencias y estímulos, todo un bagaje de vivencias útiles y necesarias para su adecuado desarrollo.

En este contexto, Salido-Monzú, E. (2015) en su artículo “Utilización del juego como un recurso didáctico en 2º de la ESO para facilitar el aprendizaje del álgebra” presenta una propuesta didáctica basada en el uso del juego como recurso para la enseñanza del álgebra a alumnos de 2º de la Educación Secundaria Obligatoria. En este estudio se encontró que, en el área del álgebra, los resultados son especialmente bajos pese a ser este uno de los bloques más relevantes dentro del currículum de la asignatura. Parece obvia, por tanto, la necesidad de buscar nuevas metodologías para la enseñanza-aprendizaje del álgebra.

Teniendo en cuenta la importancia de la actividad de los alumnos para la consecución de su aprendizaje, numerosos autores apoyan el uso del juego en el aula como un recurso facilitador de este. Por lo cual este trabajo desarrolla una propuesta para la introducción de un juego didáctico en el bloque de álgebra y analizan la mejora de las habilidades en esta área de un grupo de alumnos de 2º de la Educación Secundaria Obligatoria, así como la actitud mostrada hacia este tipo de actividad en el aula. Los resultados obtenidos ponen de manifiesto que se mejora la actitud de los alumnos hacia las matemáticas y una buena acogida del juego dentro de la dinámica de la clase, además de una mejora en la resolución de los ejercicios y problemas.

El uso de juegos como estrategia didáctica para la enseñanza del álgebra no solo ha despertado interés a nivel de los estudiantes de bachillerato sino también a nivel de la

formación profesional para lo cual González, L. (2016) en su trabajo titulado “Impacto de los juegos didácticos como herramienta metodológica en el proceso enseñanza-aprendizaje de la asignatura de matemática básica, en los estudiantes de primer año, curso regular, turno matutino, en las carreras de Ingeniería Civil e Industrial de UCC – Sede Matagalpa, primer cuatrimestre 2016” analizaron el impacto que tiene la aplicación de los juegos didácticos como herramienta metodológica en el proceso enseñanza-aprendizaje de la asignatura Matemática Básica (Álgebra, aritmética y geometría), en los estudiantes de primer año, carreras Ing. Civil e Industrial, primer cuatrimestre 2016”.

Esta investigación arrojó como resultados que: los juegos didácticos como herramienta metodológica inciden en el proceso de Enseñanza – Aprendizaje de la asignatura de matemática básica. Los efectos obtenidos de los juegos didácticos fueron: 100% aprobados. Rendimiento académico entre el rango “muy bueno” y “excelente”, 100% participación en clase, comunicación fluida docente/estudiante, excelentes resultados de exámenes, 100% de asistencias a clase, 100% de puntualidad, alegría por recibir clases de matemática básica, 100% de retención escolar y perdieron el miedo a las matemáticas.

Por otra parte, Ortiz-Ortega, E. (2017) en su trabajo “Enseñanza de álgebra a alumnos de 1° de FPB (Formación Profesional Básica) basada en el juego como recurso didáctico” explica el uso del juego como recurso educativo en la enseñanza del álgebra en 1° de FPB. En este estudio se exponen los resultados de unas encuestas realizadas a diversos profesores y alumnos de FPB del Centro Formativo de Otxarkoaga (Bilbao), en la cual se evaluó sus opiniones sobre la enseñanza del álgebra usando una metodología basada en el juego, así como sus ventajas y sus inconvenientes. Dentro del desarrollo de la investigación se elaboró una propuesta didáctica para ser llevada al aula, fundamentada en el empleo del juego como recurso didáctico para la enseñanza-aprendizaje del álgebra de 1° de FPB. La conclusión principal de este trabajo permite afirmar que el uso adecuado de juegos didácticos favorece una mejora en el aprendizaje del álgebra superándose algunas de las dificultades identificadas.

Referente a los antecedentes desarrollados en relación al uso del juego como estrategia didáctica para la enseñanza y aprendizaje del álgebra a nivel nacional Fernández Palechor, F. (2014) en su trabajo investigativo “Estrategias didácticas para fortalecer el aprendizaje de la matemática en la transición de la aritmética al álgebra.” desarrollado con estudiantes del grado octavo de la Institución Educativa Técnica- Agro Industrial Venecia (quien presta sus servicios a estudiantes de población indígena del Resguardo de San Sebastián de la etnia Yanacona) con el fin de enfocar más la atención y el interés del estudiante hacia el aprendizaje del álgebra.

El autor aborda el uso de estrategias didácticas para fortalecer el aprendizaje del álgebra desde el estigma que se ha creado alrededor de las áreas de las matemáticas, y, más aún, cuando se ingresa al grado octavo y el estudiante tiene que entrar a explorar en este sentido términos desconocidos, valores y variables abstractos; nace un temor que lo predispone en el proceso de aprendizaje. Y, con el sólo hecho de saber que “tiene que estudiar álgebra con mucho cuidado”, ya se le está colocando una barrera mental, psicológica y, anímicamente reduce el interés por esta materia.

La investigación concluyó que los estudiantes no son en sí, los que presentan las falencias, sino las metodologías utilizadas para la enseñanza y algunos prejuicios tales como: “las matemáticas las entiende un grupo específico de personas”, “no hace los esfuerzos necesarios para adquirir las destrezas en las matemáticas”, etc. que influyen en el estudiante desde antes de ingresar al grado octavo, prejuicios que son infundados pero que al salir de palabras de educadores y padres de familia, se incrustan en el inconsciente y subconsciente del estudiante bloqueando la capacidad de asimilar los conceptos y dando origen al desinterés por aprender esta materia.

De otro lado el autor concluyó que al implementar los juegos los cambios observados en los estudiantes fueron de actitud y la derrota de los miedos que se tenían y por eso se propone esta estrategia en la enseñanza del álgebra en la Institución Educativa Técnica-Agro-Industrial de Venecia donde se evidenció la forma predispuesta psicológicamente negativa del estudiante cuando ingresa al grado octavo, que hace que el aprendizaje se vea

bloqueado por los miedos y temores y ahora, el cambio de actitud es fundamental y, este cambio no debe ser sólo del estudiante, sino también del educador, del padre de familia y en sí de todo el engranaje educativo que influye en el educando.

## **5. MARCO TEÓRICO**

La enseñanza tradicional de la matemática ha generado una mirada crítica frente a este método de enseñanza para lo cual nace la posibilidad de oxigenar la forma de transmitir los conocimientos matemáticos a través de otras metodologías que permitan tanto al docente como al estudiante explorar otras alternativas de enseñanza y aprendizaje dentro de las cuales se encuentra el uso de juegos como recurso didáctico en los procesos de enseñanza de las matemáticas. En este capítulo se expondrá los siguientes temas: la relación entre el juego y la matemática, el juego como estrategia para reforzar el aprendizaje en matemáticas, el aprendizaje del álgebra, errores en el álgebra y el juego en el álgebra.

### **5.1 RELACIÓN ENTRE EL JUEGO Y LA MATEMÁTICA**

El desarrollo de varios conceptos matemáticos en el transcurso de su evolución permite visibilizar la relación que se ha forjado entre el juego y la matemática. De lo anterior Muñiz (2014) explica que matemáticos tales como Pitágoras, Fibonacci, Pascal, Fermat, Leibniz y Gauss mediante el juego hicieron grandes aportes para el desarrollo de la matemática, en el caso de Fibonacci durante la Edad Media practicó la matemática numérica, mediante técnicas derivadas de los árabes, utilizando el juego como herramienta.

De acuerdo a lo anterior el juego se plantea como una opción donde a partir de las destrezas y habilidades de los seres humanos se puede aprovechar como mecanismo de adquisición de nuevos conocimiento para lo cual Rojas (2009), explica que en muchos casos, el juego es un medio para poner a prueba los conocimientos de un individuo, favoreciendo de forma natural la adquisición de un conjunto de destrezas, habilidades y capacidades de gran relevancia para el desarrollo tanto personal como social.

Con respecto a la enseñanza de las matemáticas a través del juego García (2013), en su obra juegos educativos para el aprendizaje de las matemáticas afirma que el juego educativo, es propuesto para cumplir un fin didáctico, que amplíe la atención, memoria, y demás

habilidades del pensamiento; es una técnica participativa de la enseñanza, que desarrolla métodos de dirección y conducta correcta, para estimular la disciplina, con un adecuado nivel y contribuir al logro de la motivación por las asignaturas; que brinda una gran variedad de procedimientos para el aprendizaje.

Por otra parte, Oldfield (1991), expone que además de concordar con el papel motivacional del juego y destacar la emoción, participación y actitudes positivas que los maestros reportan, indica que los juegos son valiosos para fomentar habilidades sociales, estimular la discusión matemática, aprender conceptos, reforzar habilidades, comprender la simbología, desarrollar la comprensión y adquirir algunas estrategias de solución de problemas.

Butler (1988) manifiesta que el uso de juegos incrementa las habilidades de solución de problemas y motiva a los estudiantes, sin embargo, señala que la motivación puede durar solo durante la actividad y no trascender ni incrementar el interés del alumno por la materia. Muñiz (2014) expone que introducir el juego u otras tareas lúdicas en el aula no tienen por qué ser complejo en matemáticas, donde surgen numerosos planteamientos y problemas cuya resolución puede ser vista como un premio o una meta a alcanzar.

En relación a lo anterior se puede concluir que el juego ha sido un factor importante en el desarrollo del pensamiento matemático para lo cual Winter y Ziegler (1983), han establecido la correspondencia existente entre el juego de reglas y el pensamiento matemático. La tabla 1 muestra la relación que existe entre el juego y el desarrollo del pensamiento matemático.

Tabla 1. Relación que existe entre el juego y desarrollo del pensamiento matemático

<b>Juegos</b>	<b>Pensamiento Matemático</b>
<b>Reglas del juego</b>	Reglas de construcciones, reglas lógicas, instrucciones, operaciones.
<b>Situaciones iniciales</b>	Axiomas, definiciones, “lo dado”.
<b>Jugadas</b>	Construcciones, deducciones.
<b>Figuras del juego</b>	Medidas, expresiones, términos.
<b>Situaciones resultantes</b>	Nuevos teoremas, nuevos conocimientos.

Fuente: Tomado de Winter y Ziegler (1983). Introducción al juego de los conjuntos.

El uso del juego en el desarrollo del pensamiento matemático implica tener en cuenta la relación entre el juego y el tema matemático que se quiere desarrollar, las características del juego y las estrategias involucradas en el mismo, en relación a esto Jiménez y Márquez (2009), establecen que muchos juegos utilizan las matemáticas en su desarrollo, ya sea por sus relaciones numéricas (por ejemplo, el dominó o muchos juegos de cartas), por sus relaciones geométricas (en juegos donde las fichas se colocan y se mueven sobre un tablero) pero, sobre todo, por las características de muchos juegos y por el tipo de estrategias que hay que desarrollar cuando se intenta ganar una partida. Estas estrategias que son muy variadas y que dependen de las características de cada juego tienen una gran similitud con algunas de las más importantes estrategias utilizadas en la resolución de problemas de matemáticas.

## **5.2 EL JUEGO COMO ESTRATEGIA PARA ESTIMULAR EL PARENTIZAJE EN MATEMÁTICAS**

Es fundamental conocer estrategias que sean atractivas e innovadoras que estimulen a los estudiantes, ya que de esta forma existirán altos niveles de disposición hacia el aprendizaje de las matemáticas. Los juegos son útiles para superar errores, establecer transiciones de un tema a otro (del aritmético al algebraico), presentar contenidos matemáticos, y para afianzar la creatividad desarrollando habilidades en los estudiantes para resolver problemas. Ernest

(1986, citado por González 2014), establece que la motivación es la principal ventaja del uso de juegos porque los estudiantes se sumergen en las actividades y, después de un tiempo, mejoran sus actitudes en torno a la materia; también es una forma de dejar de lado la monotonía de la práctica y darle variedad a la enseñanza.

Así como hay una relación entre el juego y la matemática también debe existir una buena comunicación entre el estudiante y el profesor, en este orden de ideas en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (2006), establece que *saber matemáticas* no es solamente aprender definiciones y teoremas, para reconocer la ocasión de utilizarlas y aplicarlas; sabemos bien que hacer matemáticas implica que uno se ocupe de problemas, pero a veces se olvida que resolver un problema no es más que parte del trabajo; encontrar buenas preguntas es tan importante como encontrarles soluciones. Una buena reproducción por parte del alumno de una actividad científica exigiría que él actúe, formule, pruebe, construya modelos, lenguajes, conceptos, teorías, que los intercambie con otros, que reconozca las que están conformes con la cultura, que tome las que le son útiles, entre otros.

### **5.3 APRENDIZAJE DEL ÁLGEBRA**

A pesar de lo mucho que se ha tratado y escrito sobre el álgebra que se hace en las instituciones educativas aún hay mucho por hacer. En los niveles donde se inicia los estudios formales, es precisamente donde se visualiza en detalle el fracaso en la matemática y especialmente en el álgebra. Al respecto Socas (2011), establece que el álgebra tiene una gran presencia como contenido matemático en diferentes etapas en el sistema educativo, especialmente desde la secundaria obligatoria hasta la universidad, aunque en los últimos veinte años han surgido propuestas de incorporar ciertas cuestiones del Pensamiento algebraico en la Educación Primaria, para lo cual Kieran (2007, citado por Socas 2011) hace una revisión de la enseñanza y el aprendizaje del álgebra en la educación secundaria,

mostrando formas de construir significados para los símbolos algebraicos y para su manipulación.

Teniendo en cuenta lo anterior es relevante tener presente, la importancia de utilizar diferentes estrategias que busquen mejorar el aprendizaje del álgebra. No obstante, los errores y las dificultades que presentan los estudiantes en los inicios del álgebra se deben ver como la oportunidad que tiene el profesor para reinventar la forma como los estudiantes aprenden el lenguaje matemático. Para lo cual Lewis Torres (1975, citado por Moreno 2014) explica que cuando se interpreta correctamente dicho lenguaje el aprendizaje del álgebra será más fácil de adquirir porque ya se tiene una base bien fundamentada, y unos conceptos reales los cuales se pueden aplicar al momento de necesitarlos.

El aprendizaje del algebra lleva consigo el desarrollo del pensamiento algebraico en los estudiantes. Arrivillaga F. (2015) considera que el pensamiento algebraico es una forma particular de reflexionar matemáticamente. Desde las consideraciones filosóficas se puede aseverar que el pensamiento algebraico, en tanto saber, es un conjunto de procesos corporizados de acción y de reflexión constituidos histórica y culturalmente. De acuerdo con Radford (2010b, Citado por Arrivillaga 2015) El pensamiento algebraico está caracterizado por tres elementos (o vectores) estrechamente relacionados:

- ◆ El sentido de indeterminancia (objetos básicos como: incógnitas, variables y parámetro) aquello como opuesto a la determinancia numérica.
- ◆ La analiticidad, como forma de trabajar los objetos indeterminados, es decir, el reconocimiento del carácter operatorio de los objetos básicos.
- ◆ La designación simbólica o expresión semiótica de sus objetos, esto es, como la manera específica de nombrar o referir los objetos.

Teniendo en cuenta lo anterior, es de gran utilidad el desarrollo de actividades que fortalezcan el pensamiento algebraico no solo para entender los fundamentos de las matemáticas si no para complementar el entendimiento del entorno natural, social y cultural que rodea al ser humano. El papel del álgebra es fundamental en fomentar la habilidad para

resolución de problemas, en la cual se utilizan estrategias como verificación e interpretación de resultados y generalización de soluciones.

En este mismo orden de ideas, Kieran (1989, p, 165) señala “para una caracterización significativa del pensamiento algebraico no es suficiente ver lo general en lo particular, se debe ser capaz de expresarlo algebraicamente”. El simbolismo algebraico es el lenguaje que da voz al pensamiento algebraico, “el lenguaje que expresa la generalidad” (Mason, 1996). No obstante, la naturaleza de dicho lenguaje puede ser diversa. Hay un desfase entre la habilidad de los estudiantes para reconocer y expresar verbalmente un cierto grado de generalidad y la habilidad para emplear la notación algebraica con facilidad. English L. & Warren E. (1998) sostienen que la parte más difícil es expresar algebraicamente las generalizaciones.

En contexto, Butto C. y Rojano T. (2010) establece que “La transición de la aritmética al álgebra es un paso crucial para llegar a ideas más complejas y abstractas dentro de las matemáticas escolares. Sin embargo, los resultados de la investigación en didáctica del álgebra registran que la mayoría de las dificultades que enfrentan los estudiantes al iniciarse en el estudio del álgebra se deben a que, por mucho tiempo, ésta ha sido vista como una mera extensión del cálculo numérico al cálculo literal”.

Para finalizar se considera que el álgebra, “en un primer momento generaliza patrones aritméticos y posteriormente se constituye en una potente herramienta para la modelación de situaciones de cuantificación y de diversos fenómenos de variación y cambio, es por ello que debe involucrar entre otros aspectos el uso comprensivo de la variable y sus diferentes significados, la interpretación y modelación de la igualdad y de la ecuación, las estructuras algebraicas como medio de representación y sus métodos como herramientas en la resolución de problemas, la función y sus diferentes formas de representación”. (MEN, 1998, p.33).

## 5.4 ERRORES EN EL ALGEBRA

La tarea de trabajar con símbolos o términos que generalizan resulta, a menudo, difícil para muchos estudiantes. Si se realiza un tratamiento didáctico inadecuado se puede paralizar el proceso de aprendizaje durante mucho tiempo. La dificultad gravita a menudo en el modo de abordar y enfocar el problema, sobre todo cuando se traduce del lenguaje habitual al lenguaje algebraico.

El concepto de variable que, a pesar de verse de forma implícita en muchas otras situaciones, a la hora de combinarla con constantes numéricas y sustituir su valor resulta un obstáculo que muchos estudiantes les cuesta superar. Guy Brousseau (1986), expresa: “El error no es sólo el efecto de la ignorancia, de la incertidumbre, del azar, como se cree en las teorías empíricas o conductistas del aprendizaje, sino el efecto de un conocimiento anterior, que tenía su interés, sus logros, pero que ahora se revela falso, o simplemente inadecuado. Los errores de este tipo no son erráticos o imprevisibles, sino que constituyen obstáculos. Tanto en el funcionamiento del maestro como en el del alumno, el error es constitutivo del sentido del conocimiento adquirido”.

Algunos autores a raíz de estos errores para facilitar su interpretación y posteriormente su análisis los han organizado por categorías. El análisis de las posibles causas que provocan esos errores exigió una categorización de las mismas. La cual devino de las convergencias entre las categorías que surgieron del análisis y de las sugeridas por investigaciones previas (Abrate, Pochulu, y Vargas, 2006). A continuación, se describen brevemente:

- Asociaciones o inferencias incorrectas: Surgen de las dificultades de los alumnos para interpretar durante la comprensión los conceptos. También por la aplicación memorística de propiedades.
- Aprendizaje incorrecto o insuficiente de Conceptos previos: Pueden ser debidos a la deficiencia en la construcción de concepto previo o por la ausencia del mismo.
- Dificultades del lenguaje: Debido a la falta de comprensión e interpretación del lenguaje matemático.

- Aplicación inapropiada de un esquema previo: Son causados por la persistencia de algunos aspectos del contenido o del proceso de solución de una situación aun cuando las condiciones fundamentales de la tarea matemática en cuestión se han modificado. Como ocurre en la aplicación de las propiedades a situaciones nuevas.

En esta clasificación se dejan de lado aquellos errores cometidos por el cálculo incorrecto accidental.

Socas (1996, p.96), establece que los errores en el álgebra desde una etapa inicial podían ser atribuidos a aspectos tales como:

Tabla 2. Categoría de errores según Socas (1996)

Tipo de error	Descripción	Ejemplo
La naturaleza y significado de los símbolos y las letras	Los cambios conceptuales tienen incidencia en la consecución de errores. A veces, los alumnos fallan al asumir cambios conceptuales convencionales y se tienen que contentar con conocer que existen situaciones nuevas donde su conocimiento es inadecuado e inapropiado.	El discernimiento del significado de los valores simbólicos les puede llevar a dar $7x$ como respuesta de $3x + 4$ . Si $x = 6$ , $4x = 46$ , también errores al escribir $xy = -8$ , dados $x = -3$ e $y = -5$ .
El objetivo de la actividad y la naturaleza de las respuestas en el álgebra	El centro de la actividad del alumno en aritmética es hallar soluciones numéricas concretas, sin embargo, en álgebra no es así. El objetivo es la obtención de <i>relaciones</i> y <i>procesos</i> y la formulación de los mismos en expresiones generales simplificadas.	La idea sobre la respuesta de término único parece ser la causa de errores cometidos frecuentemente por los alumnos que simplifican una expresión como $3x + 5y$ en $8xy$ .

<p>La comprensión de la aritmética por parte de los estudiantes</p>	<p>El álgebra no está separada de la aritmética; en efecto, aquélla es en gran parte aritmética generalizada. A veces, las dificultades que los estudiantes presentan en el álgebra no son tanto dificultades en el álgebra como problemas que se quedan sin corregir en la aritmética.</p>	<p>Así, los alumnos que no dominan las operaciones con fracciones y dan resultados como éstos:</p> $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{1}{5}, \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{2}{5}$ <p>Luego lo traducen erróneamente al campo algebraico.</p>
<p>El uso inapropiado de fórmulas o reglas de procedimientos</p>	<p><i>Errores relativos al mal uso de la propiedad distributiva.</i> En general éstos resultan cuando una expresión algebraica es linealmente descompuesta distribuyéndola el operador más dominante en parte de expresiones.</p>	<p>Los primeros errores que encontramos pueden deberse a una aplicación incorrecta de la misma, tal como:</p> $a \cdot (b + c) = a \cdot b + c$ $(a + b) \cdot c = ?$
	<p><i>Errores relativos al mal uso de los recíprocos.</i> Estos resultan generalmente como consecuencia de los errores en la aritmética</p>	<p>Al sumar fracciones algebraicas, dan como resultado cualquiera de las siguientes expresiones:</p> $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{a + b}$ $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{a + b}$ $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{a \cdot b}$
	<p><i>Errores de cancelación.</i> Estos tipos de errores parecen indicar que los alumnos generalizan procedimientos que se verifican en determinadas condiciones.</p>	<p>En este grupo estarían errores de la forma:</p> $\frac{Ax + By}{x + y} = A + B$ $\frac{9x + 6}{6} = 9x$

	<p><i>Errores debidos a falsas generalizaciones sobre números.</i> La necesidad de generalizar sobre números en álgebra surge con muchísima frecuencia, pues permite formular una regla general a partir de un problema.</p>	<p>De las expresiones <math>A \cdot 1 = A</math>  <math>Y A + 0 = A</math>, provienen errores como <math>A \cdot 0 = A</math> y de <math>A + (-A) = 0</math> se origina  <math>A \cdot \frac{1}{A} = 0</math></p>
	<p><i>El uso de métodos informales por parte de los estudiantes.</i> Los alumnos no usan generalmente los métodos matemáticos formales enseñados en clase, sino que emplean con bastante frecuencia métodos informales propios.</p>	

Fuente: elaboración propia del autor.

Según Cervantes (2007, citado por Delgado 2014) clasifica los errores cometidos en el álgebra en las siguientes categorías.

Tabla 3. Categoría de errores según Cervantes (2007)

<b>Tipo de error</b>	<b>Descripción</b>	<b>Ejemplo</b>
<p><i>Error de linealización.</i></p>	<p>Algunos estudiantes comenten un tipo de error debido a falsas generalizaciones que construyen en la aplicación de las distintas propiedades de la potenciación.</p>	<p>En el siguiente ejemplo es correcto realizar el siguiente procedimiento <math>(x \cdot y)^2 = x^2 \cdot y^2</math> Debido a lo anterior, algunos estudiantes cometen el error de aplicar la misma propiedad del caso anterior en la suma <math>(x + y)^2 = x^2 + y^2</math> o diferencia <math>(x - y)^2 = x^2 - y^2</math>.</p>

<p><i>Error de extensión de la cancelación</i></p>	<p>Este tipo de error es muy usual en los estudiantes, trasladan procesos correctos a otro tipo de ejercicios donde no se cumplen las condiciones para aplicar las propiedades de cancelación.</p>	<p>Por ejemplo, es correcto realizar el siguiente procedimiento <math>\frac{8x}{3x} = \frac{8}{3}</math> de lo anterior, deducen incorrectamente que: <math>\frac{(8x+1)}{3x} = \frac{8+1}{3} = \frac{9}{3}</math> o también, otro error es: <math>\frac{x+1}{x} = 1</math>.</p>
<p><i>Errores sobre expresiones semejantes</i></p>	<p>Los estudiantes cometen este tipo de error debido a que no logran diferenciar la parte literal de un término.</p>	<p>Por ejemplo, al sumar las siguientes expresiones es correcto realizar. <math>x + x = 2x</math> De lo anterior, deducen incorrectamente que: <math>x + x^2 = 2x^2</math> en este caso, el estudiante no reconoce que para que los términos sean semejantes deben tener la misma variable y el mismo exponente.</p>
<p><i>Errores de tipo aritmético.</i></p>	<p>Si además de los distintos errores algebraicos le sumamos errores de tipo aritmético, la situación se agudiza y casi se vuelve imposible realizar bien un ejercicio sin cometer ningún error.</p>	<p>. En este tipo de error es frecuente por que los estudiantes no tienen en cuenta las características de un término algebraico, el signo, los coeficientes, la parte literal y los exponentes.</p>

Fuente: elaboración propia del autor.

## 5.5 EL JUEGO EN EL ÁLGEBRA

La enseñanza del álgebra mediante el método tradicional en diversas situaciones ha generado en los estudiantes actitudes de pesimismo frente al aprendizaje de esta la cual se manifiesta en la falta de atención en las clases, bajo rendimiento académico y desinterés por las actividades propuesta dentro y fuera del aula de clase. Frente a esto Moreno (2014), expresa que una de las ocupaciones fundamentales del profesor es intentar cambiar estas actitudes y hacerlas positivas, y para ello, debe utilizar todos los medios a su alcance. Está comprobado que, cuanto más positiva es la actitud de los alumnos en clase, más eficaz será el aprendizaje. Una tarea muy importante del profesor será, por lo tanto, motivar al alumno, utilizando todos los recursos posibles.

De lo anterior, surge la necesidad de parte de algunos profesores de ofrecer a sus estudiantes alternativas que les permita aprender álgebra de una forma más agradable, donde los estudiantes se deleiten con el aprendizaje de esta, es entonces donde los juegos se convierten en una opción para la enseñanza del álgebra desde otro enfoque didáctico donde se busca centrar la atención del estudiante y ofrecerle la posibilidad de que con el mismo juego supere las dificultades y errores que se le presenten en este proceso, por lo cual Azarquiél (1993, p.151) afirma que se ha comprobado que un material presentado en forma de juego aprovecha un impulso hacia la diversión de los estudiantes, una tendencia a formar grupos y a jugar consiguiendo con él un aprendizaje más eficaz.

Los juegos que expone el grupo Azarquiél, son juegos que sirven fundamentalmente, para aclarar conceptos o mejorar destrezas de álgebra que, de otra forma, los alumnos encontrarían aburridas y repetitivas. Establece también que los juegos didácticos deben reunir las siguientes condiciones.

- ✓ Ser sencillos, adecuados al nivel de los alumnos.
- ✓ Tener una finalidad específica.
- ✓ Ser atractivos y motivadores.

- ✓ Que incorporen, siempre que se pueda, estructuras de juegos ya conocidos: dominós, bingo, tangram...
- ✓ Que haya juegos individuales que faciliten la interiorización de conceptos y juegos colectivos.
- ✓ Ser asequibles, económicamente, dedicando especial atención a los juegos que el profesor y los alumnos sean capaces de construir.

En este sentido hace una invitación a los profesores que se reinventen sus clases y diseñen otros juegos similares.

En este orden de ideas, se dice también que los juegos didácticos permiten y favorecen un aprendizaje más lúdico, menos rutinario, más placentero pero su finalidad no está en el juego sino en el aprendizaje de aquella parte del currículo escolar. Tomas (1997), hace una serie de recomendaciones, que se deben tener en cuenta para la utilización de juegos de enseñanza y aprendizaje del álgebra.

- Crear condiciones especiales adecuadas delimitando zonas de juego para para las diferentes actividades.
- Cuidar la ambientación de la clase.
- Ofrecer juegos adecuados a la capacidad de movimiento y percepción del niño.
- Ofrecer el material necesario.
- El material debe estar accesible.
- El material debe estar ordenado y ser fácilmente identificable.
- Hay que conservar bien el material.

Además, los materiales de juegos deben ser estéticamente vistosos y agradables y deben reunir condiciones de seguridad.

Es importante hacer una elección adecuada del juego. Estos deben tener una correspondencia directa con los objetivos, contenidos y métodos de enseñanza, además de adecuarse al sistema de evaluación y organización escolar (Chamoso, Durán, García, Martín y Rodríguez, 2004; Cruz, 2013). Sin embargo, a la hora de implementar un juego se

debe tener en cuenta el número de estudiantes y las características de estos para que de esta manera se pueda garantizar un mayor impacto y la actividad resulte significativa.

Sin embargo, cada juego debe estar compuesto por unos elementos didácticos. Según Chacón (2008), en cada juego didáctico deben destacarse dos elementos:

- El objetivo didáctico. Son las habilidades y contenidos que se quiere que los estudiantes desarrollen.
- Las acciones lúdicas. Estas acciones deben manifestarse claramente, con el fin de estimular la actividad, hacer más ameno el proceso de enseñanza-aprendizaje y acrecentar la atención voluntaria de los alumnos. Sino tan solo sería un ejercicio didáctico.

Después de tener claro los elementos y las características del juego se deben clasificar. Para delimitar los objetivos trazados al aplicarlos en la clase. Existen tantas clasificaciones como autores y criterios. En este trabajo, se seguirá la clasificación propuesta por Martín, Muñoz y Oller (2009) referente a la propia naturaleza del juego estos son:

- Juegos de conocimiento: Se clasifican así los juegos cuyos contenidos son los tópicos clásicos de las matemáticas.
- Juegos de estrategia o de pensar: Son aquellos en los que el alumnado debe utilizar técnicas similares a las que emplea para la resolución de problemas, para vencer al propio juego o a un oponente siguiendo unas reglas de actuación preestablecidas.
- También están los juegos tradicionales, que son aquellos que por su amplio conocimiento en el ámbito cotidiano no necesitan de muchas explicaciones para su aplicación en el campo matemático.

En este orden de ideas, después de tener definido el juego se debe realizar su planificación. Cruz (2013), propone que, para tener un mayor control de la situación y facilitar el éxito del trabajo con los juegos, se debe preparar una ficha de trabajo que comprenda:

- Los objetivos de la actividad.

- La descripción y reglas del juego.
- Los materiales a utilizar.
- Debate o discusión que se realizará después de terminar la actividad.
- Tiempo de duración.
- Estructuración del grupo.
- Rúbrica de evaluación de la actividad.

## **6. METODOLOGÍA**

### **6.1 EL ENFOQUE DE INVESTIGACIÓN**

Este trabajo de investigación tiene un enfoque de tipo cualitativo el cual según Sampieri (1998) se fundamenta más en un proceso inductivo (explorar y describir, y luego generar perspectivas teóricas). Este tipo de investigaciones va de lo particular a lo general, se basa en métodos de recolección de datos no estandarizados y no se efectúa mediciones numéricas por lo cual el análisis no es estadístico. La recolección de los datos consiste en obtener las perspectivas y puntos de vista de los participantes del estudio (sus emociones, experiencias, significados y otros aspectos subjetivos). Teniendo en cuenta lo anterior el uso de juegos como estrategia didáctica para la enseñanza en la iniciación del álgebra busca investigar como esta estrategia contribuye a la disminución de los errores que frecuentemente cometen los estudiantes al momento de desarrollar ejercicios algebraicos e indagar a su vez la aceptación de esta estrategia como herramienta en el aula. De lo anterior Corbetta (2003, citado por Sampieri 1998), señala que el enfoque cualitativo evalúa el desarrollo natural de los sucesos, es decir, no hay manipulación ni estimulación con respecto a la realidad.

### **6.2 TIPO DE INVESTIGACIÓN**

Este trabajo se desarrolló en el marco de la investigación acción la cual permite usar diversas estrategias para mejorar el sistema educativo, en relación a esto Lomax (1990) define la investigación acción como una intervención en la práctica profesional con la intención de ocasionar una mejora. De acuerdo a lo anterior en este trabajo se identifica los problemas prácticos cotidianos experimentados por el quehacer del docente en sus aulas con respecto a las dificultades a las cuales se enfrentan los estudiantes durante el proceso de aprendizaje en la iniciación del álgebra, para lo cual se plantea el uso de juegos como estrategia didáctica con el propósito de superar los errores y dificultades que presentan los

estudiantes en dicho proceso, en este sentido Elliott (1993) establece que la investigación acción constituye una opción metodológica de mucha riqueza ya que por una parte permite la expansión del conocimiento y por la otra va dando respuestas concretas a problemáticas que se van planteando los participantes de la investigación, que a su vez se convierten en coinvestigadores que participan activamente en todo el proceso investigativo y en cada etapa o eslabón del ciclo que se origina producto de las reflexiones constantes que se propician en dicho proceso.

### **6.3 POBLACIÓN**

La población que participó en este estudio son 30 estudiantes de octavo (A) de la Institución Educativa Técnico Bellas Artes Sogamoso ubicada en la calle 5 N° 19-20 del Barrio Simón Bolívar, de los cuales, 13 son mujeres y 17 son hombres, las edades de los estudiantes está entre los 12 los 15 años. A los cuales se les implementó estrategias de aprendizaje con juegos educativos para activar el interés en los contenidos matemáticos, en este caso por el álgebra.

### **6.4 FASES DE LA INVESTIGACIÓN**

Teniendo en cuenta la naturaleza cualitativa de la investigación se desarrollaron las siguientes fases:

**6.4.1 Fase 1: Revisión documental.** Se realizó la búsqueda documental en el contexto nacional e internacional con el objeto de recopilar documentos sobre el juego y las matemáticas, el juego como estrategia para el aprendizaje del álgebra y el juego en la superación de errores y dificultades en la iniciación al álgebra. Además de generar una caracterización cualitativa encontrada en la problemática planteada anteriormente.

**6.4.2 Fase 2: Diagnóstico.** Consistió en el diseño y la aplicación de una prueba de 10 preguntas con el propósito de detectar los errores y dificultades que tienen los estudiantes de grado octavo (A) en la iniciación al álgebra. En la tabla N° 4 se describe el contenido de los ítems de la prueba y los errores que se esperan encontrar. Esta permitió evidenciar el

nivel de desarrollo del pensamiento algebraico en cada uno de los estudiantes de octavo grado, puesto que contiene expresiones y situaciones, donde el estudiante trata de buscar habilidades en la modelación mental y la posibilidad de refinar el modelo o descartarlo para llegar a una solución (Ver Anexo A).

Tabla 4. Descripción del contenido de los ítems prueba diagnóstica

Ítem	Contenido algebraico	Intención didáctica
1	Traducción del lenguaje literal a lenguaje Algebraico	Identificar errores en la naturaleza y significado de los símbolos y las letras.
2	Elementos de un monomio	
3	Traducción del lenguaje algebraico al lenguaje literal	
4	Valor numérico de un monomio	Errores sobre expresiones semejantes y de tipo aritmético.
5	Grado absoluto y grado relativo de un monomio	
6	Determinación de perímetros y áreas de figuras geométricas con expresiones algebraicas	El uso inapropiado de fórmulas o reglas de procedimientos.
7	Suma y resta de expresiones algebraicas en situaciones en contexto	Errores relativos al mal uso de los recíprocos y Errores sobre expresiones semejantes.
8	Supresión de signos de agrupación en una expresión algebraica	Errores de cancelación y en supresión de signos.
9	Multiplicación de monomios por polinomios	Errores relativos al mal uso de la propiedad distributiva.
10	Multiplicación de polinomios	

Fuente: elaboración propia del autor.

**6.4.3 Fase 3: Encuesta de apreciación al área de matemáticas.** Se aplica a los treinta estudiantes del grado octavo (A) con el objetivo de conocer sus apreciaciones sobre sus procesos de acercamiento al álgebra y el interés que tienen los alumnos por ver actividades diferentes en el aula, para el aprendizaje del álgebra en este caso a través del juego. (Ver Anexo B).

**6.4.4 Fase 4: Propuesta metodológica.** Se diseñan tres juegos teniendo en cuenta la categorización según la naturaleza del juego formulada por Martin, Muñoz y Oller (2009): domino (juego tradicional), dados (juego de conocimiento) y tangram (juego de estrategia). Las pautas para planificar y poner a prueba estas actividades, se determina el número de sesiones, tiempos, roles y rúbrica para evaluar el impacto en el aprendizaje del álgebra.

**6.5.5 Fase 5: Sistematización y análisis de la información.** En primera medida se establece la rúbrica como herramienta para evaluar el desarrollo de los juegos y el impacto en los temas relacionados con el álgebra. Posteriormente se aplicó una prueba final para evaluación de los conocimientos adquiridos (Ver Anexo C), durante las actividades de aprendizaje del álgebra a través de los juegos. Finalmente se sistematizó la información y luego se hizo el respectivo análisis teniendo en cuenta los referentes teóricos y la categoría de errores establecida.

Tabla 5. Descripción de los contenidos de los ítems prueba final

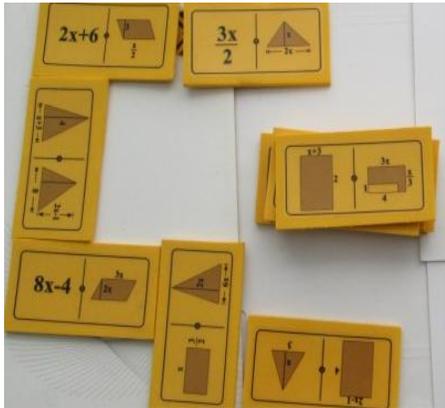
Ítem	Contenido algebraico	Intención didáctica
1	Traducción del lenguaje literal al lenguaje Algebraico	Identificar errores en la naturaleza y significado de los símbolos y las letras.
2	Deducción de las características de las expresiones algebraicas	
3	Traducción del lenguaje algebraico al lenguaje literal	
4	Valor numérico de una expresión algebraica	Errores sobre expresiones semejantes y de tipo aritmético.
5	Supresión de signos de agrupación en una expresión algebraica	Errores de cancelación y en supresión de signos.
6	Determinación de áreas y perímetros de figuras geométricas con términos algebraicos	El uso inapropiado de fórmulas o reglas de procedimientos.
7	Análisis e interpretación de situaciones en contexto	El uso de métodos informales por parte de los estudiantes.
8	Deducción del volumen de un solido	
9	Multiplicación de monomios por polinomios	Errores relativos al mal uso de la propiedad distributiva y Errores de tipo aritmético.
10	Multiplicación de polinomios	

Fuente: elaboración propia del autor.

## 7. PRESENTACIÓN DE LA PROPUESTA METODOLÓGICA

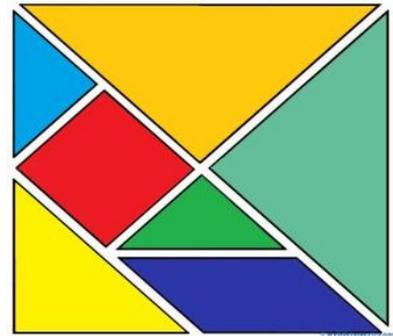
En la siguiente tabla se muestra la clasificación de algunos juegos que se utilizaron en el diseño e implementación de la propuesta investigativa en el marco de la Práctica Pedagógica e Investigativa respecto a la iniciación del álgebra. Esta categorización se hace teniendo en cuenta las especificaciones de Martín, Muñoz y Oller (2009).

Tabla 6. Juegos que se utilizaron en la propuesta

Tipo de juego	Imagen del juego
<p><b>Juegos tradicionales</b></p> <p>Estos juegos se conectan con los deseos lúdicos espontáneos de los estudiantes y tienen propiedades que favorecen el aprendizaje de la matemática. Ellos tienen la ventaja de que por ser conocidos no requieren de largas explicaciones para dar a conocer sus reglas y de que, por ser tradicionales, muestran ser de interés a las grandes mayorías. En nuestro caso se trabajará con el <b>dominó algebraico</b>.</p>	
<p><b>Juegos de conocimiento</b></p> <p>Los juegos de conocimiento son útiles para adquirir algoritmos y conceptos, proveen una enseñanza más rica, activa y creativa que la tradicional. En nuestro caso se trabajará con los <b>dados algebraicos</b>.</p>	

## Juegos de estrategia

Los juegos de estrategia permiten poner en marcha procedimientos típicos para la resolución de problemas y del pensamiento matemático de alto nivel. También favorecen la actitud para abordar e intentar resolver los problemas. En nuestro caso se trabajará con **tangram algebraico**.

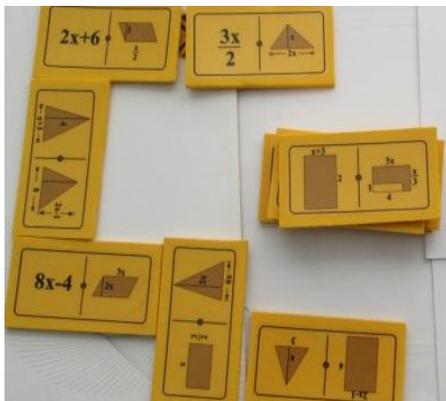


Fuente: elaboración propia del autor.

## 7.1 DISEÑO DEL MATERIAL

Para el diseño de los juegos se tuvo en cuenta las recomendaciones hechas por Tomas (1997), con respecto a la elaboración y utilización de los juegos en la enseñanza-aprendizaje del álgebra, los cuales debe ser resistentes al uso, llamativos en colores y el material debe estar ordenado y ser fácilmente identificable.

### 7.1.1 Dominó algebraico



Para el diseño de este juego se emplea la idea expuesta por Azarquiél (1993) y descrita en el marco teórico. El dominó se adaptó con 12 fichas. En cada ficha aparece una figura geométrica o una expresión algebraica en donde el estudiante tendrá que resolverla obligatoriamente para conocer el valor algebraico del área.

Desde Azarquiél (1993), se asume que los juegos deben ser llamativos y estar hechos de un material manipulable por los estudiantes, sin representar un riesgo para estos. En este caso el material que se utilizó fue foami de espesor

grueso y color amarillo. Las figuras y las expresiones algebraicas se imprimieron en papel adhesivo transparente para poder adherirlo al foami.

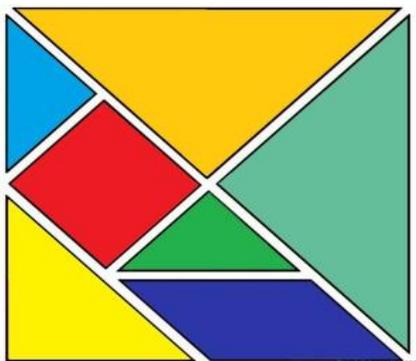
### 7.1.2 Dados algebraicos



Es un juego que por lo general costa de dos elementos. Los dados son muy utilizados en los juegos de tablero y están conformados por 6 caras en cada cara hay puntos que representan los números del 1 al 6. El autor de este proyecto elabora bajo diseño propio los dados algebraicos, atendiendo que no se encuentran por lo menos en lo

rastreado en la literatura en este proyecto. Para esta actividad se diseñaron en madera de balsa la cual es resistente, liviana y difícil de romper al realizarse los lanzamientos por parte de los estudiantes durante el juego, el color que se escogió fue el amarillo contrastado con el color negro de las expresiones algebraicas y el lenguaje habitual las cuales se diseñaron en adhesivo para colocarlas en cada cara del dado, teniendo en cuenta que se puede visualizar sin ningún inconveniente.

### 7.1.3 Tangram algebraico



Es un juego que requiere de ingenio, imaginación y, sobre todo, paciencia. El origen de la palabra tangram es tan incierto como el juego mismo. El tangram se constituye en un material didáctico ideal para desarrollar habilidades mentales, mejorar la ubicación espacial, conceptualizar sobre las expresiones algebraicas y realizar operaciones entre ellas. Este rompecabezas fue hecho en madera y pintado de

colores llamativos, consta de 7 piezas: cinco triángulos, un cuadrado y un paralelogramo, en cada lado de cada figura esta adherido una expresión algebraica tanto en lenguaje algebraico como en lenguaje habitual.

Por otra parte, desde el aspecto curricular se tuvieron en cuenta que Los juegos diseñados y la clasificación establecida se articularán con los Estándares Básicos de Competencias en educación Matemática (2006), en relación con establecer los siguientes estándares de pensamiento variacional de los grados de Octavo y Noveno:

- Construir expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada.
- Usar procesos inductivos y lenguaje algebraico para verificar conjeturas.

Teniendo en cuenta lo anterior se desarrollaron actividades donde se implementaron dichos juegos como estrategia didáctica para la superación de errores en la iniciación del álgebra. En consecuencia, los logros alcanzados en la implementación de los juegos fueron:

- Expresa en lenguaje algebraico, frases que describen relaciones entre datos conocidos y desconocidos.
- Expresa en lenguaje habitual expresiones algebraicas dadas.
- Explica las diferencias entre las descripciones de dos expresiones algebraicas.
- Plantea expresiones algebraicas para determinar áreas, volúmenes y perímetros.
- Identifica monomios y polinomios; reduce términos semejantes en los polinomios.
- Efectúa operaciones con monomios y polinomios usando las propiedades de los números reales.
- Generaliza, a través de ejemplos, reglas para determinar situaciones específicas relacionadas con los polinomios.
- Utiliza las expresiones algebraicas para la interpretación y solución de situaciones en contexto.

## 7.2 COMPETENCIAS ABORDADAS

A través del uso de juegos se ayuda a que el alumnado supere algunos errores en el álgebra y alcance competencias básicas tales como: la competencia en comunicación lingüística, los miembros de cada grupo deben expresarse tanto de forma oral como escrita para hacer valer su punto de vista frente al grupo y exponer las conclusiones del grupo; la competencia para aprender a aprender, análisis crítico del modo de trabajar, autoevaluaciones, recurrir a los propios compañeros en caso de dudas; la competencia social y ciudadana, a través del trabajo cooperativo aprenden a valorar el intercambio de puntos de vista, los aportes de otros compañeros y el trabajo en grupo; y la competencia de autonomía e iniciativa personal, tanto a la hora de llevar a cabo los juegos como a la hora de trabajar en equipo, deben poner en práctica los conocimientos aprendidos, adaptando estos a los casos particulares que se proponen.

La competencia matemática se desarrolla a lo largo de toda la materia, centrándose esta unidad en la traducción de enunciados a lenguaje algebraico y viceversa, también en la realización de operaciones con las expresiones algebraicas. Las actividades propuestas están encaminadas al acercamiento del conocimiento aprendido a la vida cotidiana que rodea a los estudiantes, provocando una actitud positiva hacia la matemática y buscando la aplicación de los conocimientos aprendidos para interpretar y comprender situaciones observables del día a día y fenómenos naturales.

En este orden de ideas, siguiendo lo desarrollado en el marco teórico respecto a los juegos, tendrán un objetivo didáctico y una acción lúdica. Por un lado, cada juego desarrollará una serie de competencias y de contenidos.

Tabla 7. Contenido y competencias desarrollados por cada juego

<b>Juego</b>	<b>Contenidos</b>	<b>Competencias básicas</b>
Dominó algebraico	Determinación de expresiones algebraicas para determinar áreas, y perímetros. Interpretación y utilización del lenguaje algebraico.	Autonomía e iniciativa personal. Comunicación lingüística.
Dados algebraicos	Determinación del valor numérico de una expresión algebraica. Utilización de los algoritmos tradicionales para realizar operaciones con monomios, binomios y polinomios. Traducción de un lenguaje a otro.	Autonomía e iniciativa personal. Comunicación lingüística.
Tangram algebraico	Expresiones algebraicas. Interpretación y utilización del lenguaje algebraico. Determinación del valor numérico de una expresión algebraica.	Autonomía e iniciativa personal, Social y ciudadana, Comunicación lingüística y ubicación espacial.

Fuente: elaboración propia del autor

### 7.3 PLANIFICACIÓN DE GUIAS DE TRABAJO ALREDEDOR DE LOS JUEGOS

El uso de los juegos en la enseñanza del álgebra es una metodología innovadora cuyo fin es hacer que estas sean más atractivas y motivadoras para los alumnos. Al presentar las guías de trabajo estas deben tener en cuenta las recomendaciones hechas por Cruz (2013) quien establece que para tener un mayor control de la situación y facilitar el éxito del trabajo con los juegos, se debe preparar una ficha de trabajo que comprenda: los objetivos de la actividad, la descripción y reglas del juego, los materiales a utilizar, debate o discusión que se realizará después de terminar la actividad, tiempo de duración, estructuración del grupo y rúbrica de evaluación de la actividad.

En este caso se diseñaron guías para la planificación del juego como estrategia, teniendo en cuenta las sugerencias hechas por los diferentes autores. Cada guía se sugiere bajo el estándar del pensamiento variacional y se estructuró en tres etapas, en la primera etapa se plantea un objetivo, a quien va dirigido, el estándar y el logro a alcanzar como se describe a continuación (Ver Anexo D).

## Guía N° 1: Juguemos con los dados algebraicos

**Grado:** Octavo

**Objetivo de guía:** Construir expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada.

**Estándar:** Pensamiento Variacional y Sistemas Algebraicos y Analíticos.

**Logro:** Expresa en lenguaje algebraico, frases que describen relaciones entre datos conocidos y desconocidos.

Reconoce las expresiones algebraicas como la representación de operaciones o relaciones entre números reales y comprende las reglas formales para su transformación en situaciones problema.

**Material:** Dados algebraicos

### Introducción:

Términos algebraicos. Son las expresiones que no involucran sumas restas, pero si multiplicaciones entre las constantes y las variables.

**Un polinomio.** Es una expresión algebraica formada por sumas o restas entre monomios.

En la segunda etapa se plantea una actividad introductoria diferente a utilizar los juegos, la cual ayuda abordar los temas desarrollados en el juego denotado como actividad I.

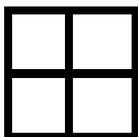
### Actividad I: Jugando con cuadritos

Dos estudiantes juegan a formar cuadrados con cuadritos con medida de 1cm en cada lado.

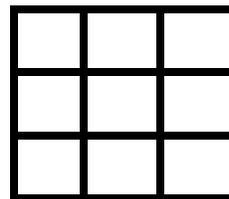
Uno de los estudiantes construyó los cuadrados y los acomodo así:



1



2



3...

1. Dibuja los dos cuadros que siguen.
2. ¿Cuántos cuadritos se necesitan para hacer el cuarto cuadrado y el quinto?
3. ¿Cuántos cuadritos se necesitan para hacer el cuadrado número 10?
4. ¿Qué procedimiento utilizaste para encontrar el número de cuadritos del décimo cuadrado?
5. Completa la siguiente tabla con el procedimiento que utilizaste.

<b>Número de figuras</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>12</b>	<b>20</b>	<b>50</b>
<b>Lado del cuadrado</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>										
<b>Número de cuadritos</b>	<b>1</b>	<b>4</b>	<b>9</b>										
<b>Área del cuadrado</b>	<b>1</b>	<b>4</b>	<b>9</b>										

6. Escribe una fórmula para encontrar el número de cuadrados que corresponde a la figura n-ésima.

Y en la tercera etapa se plantea una actividad II en la cual se desarrolla el juego, esta se enuncia bajo preguntas ¿Qué es?, ¿Por qué?, ¿Para qué?, ¿Cuándo?, ¿Dónde?, ¿Con qué?, ¿Cómo? Las cuales se definen de acuerdo al objetivo trazado y le permiten al estudiante afianzar el desarrollo de las actividades con las expresiones algebraicas utilizando el juego como herramienta didáctica.

### **Actividad II Jugando con dados**

**¿QUÉ ES?** Un juego tipo dado con expresiones algebraicas en cada cara.

**¿POR QUÉ?** La tarea de trabajar con símbolos o términos que generalizan resulta, a menudo difícil para muchos estudiantes, el desarrollo del pensamiento variacional, dadas sus características, es lento y complejo, pero indispensable para caracterizar aspectos de la variación tales como lo que cambia y lo que permanece constante, las variables que intervienen, el campo de variación de cada variable y las posibles relaciones entre esas

variables. Teniendo en cuenta el papel que cumple el pensamiento variacional y el efecto que éste debe generar en los estudiantes, es importante que el profesor use recursos didácticos que contribuyan al fortalecimiento de este tipo de pensamiento, el MEN (2006, pág. 66), en relación a esto expone que los recursos didácticos pueden ser materiales estructurados con fines educativos (regletas, fichas, cartas, juegos, modelos en cartón, madera o plástico, etc.); o tomados de otras disciplinas y contextos para ser adaptados a los fines que requiera la tarea.

De acuerdo con lo anterior, y teniendo en cuenta las dificultades que puede tener el estudiante en el aprendizaje del álgebra es importante incluir dentro del mismo aprendizaje el juego tipo dado algebraico es una estrategia didáctica para que el estudiante encuentre la posibilidad de adquirir los elementos necesarios que le permitan fortalecer su conocimiento algebraico y esto facilite su trabajo con las expresiones algebraicas.

**¿PARA QUÉ?** Expresar en lenguaje algebraico, frases que describen relaciones entre datos conocidos y desconocidos.

Reconocer las expresiones algebraicas como la representación de operaciones o relaciones entre números reales y comprende las reglas formales para su transformación.

Estimular: percepción clara, atención, necesidad de precisión, control de la impulsividad, búsqueda sistemática, conservación de constancias y la habilidad para resolver problemas.

Fomentar el trabajo cooperativo, la toma de decisiones oportunas y asertivas, así como el respeto a las normas de grupo.

**¿CUÁNDO?** Desde octavo grado de Educación Básica (segundo periodo), después de desarrollar los contenidos conceptuales y procedimentales correspondientes. Si es necesario ejercitar las operaciones con monomios y polinomios, el despeje de ecuaciones, en los cursos posteriores.

**¿DÓNDE?** En el aula de clases o en la biblioteca, estando los alumnos organizados en grupos (de 2 a 3 integrantes), alrededor de una mesa o sentados en el suelo.

**¿CON QUÉ?** Un juego de dos dados algebraicos, para ser ejecutado en grupos de 2 o 3

alumnos (todos los integrantes de la clase juegan simultáneamente). Cada dado algebraico tiene 6 caras y en cada cara hay una situación algebraica que desarrollar, el dado es semejante al convencional. La actividad de los participantes es hacer tres lanzamientos de cada par de dados y desarrollar la actividad que aparece en cada cara.

**¿CÓMO?** Se organizan los alumnos en equipos de 2 o 3, entregándose a cada grupo un par de dados.

Primero se sugiere a los alumnos que observen los dados del juego, las describan, examinen las expresiones y operaciones que aparecen en cada cara del dado, y propongan qué se puede hacer con los 2 dados, qué juego creen ellos que se podrá realizar.

Luego de unos minutos, a medida que los jugadores vayan descubriendo de qué se trata, se les pide a los alumnos iniciar los lanzamientos.

Entonces, el profesor informa que este juego se desarrolla realizando tres lanzamientos por cada estudiante se copia en una hoja de operaciones los enunciados y se desarrollan. Los alumnos juegan, procurando (a) que no haya presión de tiempo, (b) que todos los integrantes de cada equipo resuelvan sus expresiones, (c) el criterio para determinar los ganadores se hace teniendo en cuenta la solución correcta de cada ejercicio y el tiempo empleado.

**Ejemplo: juego de los dados.**

Lance el par de dados y desarrolle las actividades que aparecen en cada cara.	
	<p><i>Traduzca al lenguaje algebraico.</i></p> <p><i>La razón entre el triple del cuadrado de un número y el doble del cubo del otro.</i></p> <p><i>Respuesta:</i>      <math>\frac{3a^2}{2b^3}</math></p>

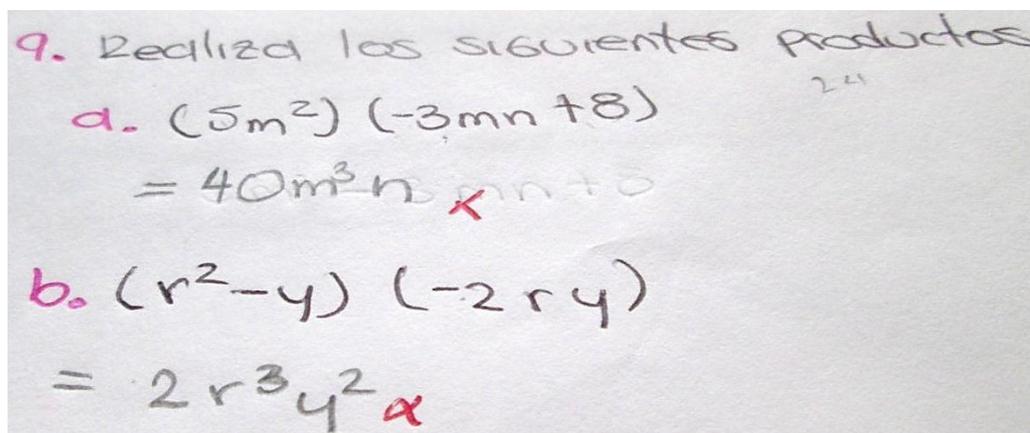
Como se pudo observar en el diseño de la guía hay un vocabulario que le permite al estudiante recordar las temáticas vistas y de esta manera participar activamente en el desarrollo de las actividades planteadas.

## 8. ANÁLISIS DE RESULTADOS DE LA ESTRATEGIA DIDACTICA

### 8.1 RESULTADOS EN LA PRUEBA DIAGNÓSTICA

Para la presente investigación se utilizó como instrumentos una prueba objetiva, que consiste en una evaluación diagnóstica que contienen ejercicios de operaciones básicas algebraicas, con el objetivo de medir el nivel de conocimiento de cada estudiante y detectar los errores que cometen al respecto. Después de detectados poder apoyar a los estudiantes en sus dificultades.

Figura 4. Errores relativos al mal uso de la propiedad distributiva



9. Realiza los siguientes productos

a.  $(5m^2)(-3mn+8)$  24  
 $= 40m^3n + 40m^2n$  x

b.  $(r^2-y)(-2ry)$   
 $= 2r^3y^2$  x

Teniendo en cuenta la subcategorización de los errores realizada por Socas (1996, p.96) se evidencia que este error (figura 4) es uno de los más comunes; respecto a las operaciones con expresiones algebraicas, el estudiante solo multiplica un término desconociendo el otro, es decir no distribuye el producto. Esta transición evidencia que las constantes numéricas y la interpretación de los literales de las expresiones algebraicas, involucrados en las operaciones propuestas por el taller son expresiones que en su interpretación tienden al uso de la aritmética básica en su solución, pues el estudiante se niega a pensar que las operaciones entre literales no se pueden realizar y apelando a este método realiza multiplicaciones de manera horizontal, obteniendo así un resultado.

Figura 5. La comprensión de la aritmética por parte de los estudiantes

B)  $(5x^3 + \frac{3}{2}x^2) + (-3x^3 + x^2)$   
 $= \frac{45}{2}x^{10}$  ✓  
 $--2x^4 + 4x^{-5}$  ✗

Conjuntamente se visualiza que el estudiante efectúa la multiplicación de los coeficientes de los términos algebraicos y luego deja la misma parte literal sumando los exponentes. El estudiante no repara en la operación indicada, sino que se inventa un procedimiento para darle solución a la expresión. Por otra parte, deja dos signos consecutivos sin un signo de agrupación entre ellos, como se observa en la figura 5. Pese al error cometido, es preciso analizar que el estudiante no renuncia a los procedimientos aritméticos básicos, por esa razón suma de manera horizontal y obtiene la anhelada respuesta, escatimando todo recurso de razonamiento lógico, producto de una acción mecánica.

Figura 6. Suma de expresiones algebraicas

b Sumar  $(5x^3 + \frac{3}{2}x^2) + (-3x^3 + x^2)$   
 $= 5x^2 + \frac{3}{2}x^2 - 3x^3 + x^2$   
 $= 2x^3 + \frac{4}{2}x^2$  ✗

Se observa que cuando el estudiante no tiene claro cómo se realizan las operaciones con los números racionales (figura 6), éste los opera sin tener en cuenta sus propiedades respecto a las operaciones matemáticas, en este caso realiza la operación como si fueran fracciones homogéneas y la parte literal la deja igual.

## 8.2 RESULTADOS EN LA ENCUESTA DE APRECIACIÓN DE LOS ESTUDIANTES HACIA EL ÁREA DE MATEMÁTICAS

Teniendo en cuenta el bajo rendimiento académico de los estudiantes, los errores que presentaron en la prueba diagnóstica, se analiza la percepción que tienen los estudiantes frente al aprendizaje del álgebra. Hay un alto porcentaje de estudiantes que esperan que el profesor sea el personaje que se reinventa cada clase aportando todo su conocimiento y buscando a través de la didáctica nuevas herramientas para hacer de la clase de matemáticas más divertida y significativa.

Tabla 8. Intención de los estudiantes respecto a los juegos algebraicos

Pregunta	Resultados			
	Interesante	Poco interesante	No interesante	Aburrida
1. ¿Cómo considera la clase de álgebra?	79%	11%	0%	10%
Pregunta	Siempre	Algunas veces	Pocas veces	Nunca
2. ¿Con que frecuencia participa en la clase de álgebra?	17%	45%	34%	4%
Pregunta	Si me gustaría	Me da igual	No me gustaría	
3. ¿Le gustaría que en la clase de álgebra se utilizaran estrategias de aprendizaje diferentes a las tradicionales?	90%	10%	0%	
Pregunta	Si	No		
4. ¿Le gustaría aprender álgebra a través del juego?	97%	3%		

Fuente: elaboración propia del autor.

Además de realizar pruebas, para registrar el desempeño de los alumnos, se pretendió medir la actitud motivacional de los alumnos en relación a la clase de álgebra. A la pregunta número 1 (Tabla 8) el 79% de los estudiantes encuestados respondieron que la clase de álgebra les parece interesante, lo que evidencia un compromiso mayor por parte del

profesor en el sentido de diseñar y aplicar estrategias que busquen corregir los errores que tienen referentes a las operaciones con expresiones algebraicas. En la tabla 5, también se observa que la participación de los estudiantes en la clase de álgebra es baja, por lo tanto, hay que tratar de motivarlos a realizar actividades donde puedan ver que aprender álgebra es divertido e interesante. Finalmente, respecto a la pregunta 4 (Tabla 8) el 97% de los estudiantes respondió que sí le gustaría aprender álgebra a través del juego, mientras que tan solo el 3% contestó en sentido negativo. Teniendo en cuenta la percepción que tienen los estudiantes frente al aprendizaje del álgebra hay un alto porcentaje de estudiantes que esperan que el profesor sea el personaje que se reinventa cada clase aportando todo su conocimiento y buscando a través de la didáctica nuevas herramientas para hacer de la clase de matemáticas más interesante.

### **8.3 ALGUNOS RESULTADOS DE LA APLICACIÓN DEL JUEGO COMO ESTRATEGIA PARA EL APRENDIZAJE**

Con el objetivo de ver los resultados alcanzados por los estudiantes durante el desarrollo de los juegos algebraicos se plantea tres evaluaciones a través de rúbricas, una por cada juego desarrollado. Alsina J. y otros (2013) definen que una rúbrica es un instrumento cuya principal finalidad es compartir los criterios de realización de las tareas de aprendizaje y de evaluación con los estudiantes y entre el profesorado. La rúbrica, como guía u hoja de ruta de las tareas, muestra las expectativas que alumnado y profesorado tienen y comparten sobre una actividad o varias actividades, organizadas en diferentes niveles de cumplimiento: desde el menos aceptable hasta la resolución ejemplar, desde lo considerado como insuficiente hasta lo excelente.

Tabla 9. Rúbrica para evaluar el aprendizaje cooperativo juego de los dados algebraicos por grupos.

Grupos	Dimensiones y Criterios			
	Participación Grupal	Responsabilidad compartida	Dominio del juego	Progreso en el manejo de sistemas algebraicos.
<b>Grupo 1</b>	Sólo una o dos personas participan activamente.	La responsabilidad recae en una sola persona.	Los estudiantes presentan ciertos grados de dificultad al momento de desarrollar la actividad, manifestándose en no tener claras las reglas del juego.	Traducen el lenguaje habitual al lenguaje algebraico y realizan algunas operaciones con expresiones algebraicas.
<b>Desempeño</b>	<b>Bajo</b>	<b>Bajo</b>	<b>Básico</b>	<b>Básico</b>
<b>Grupo 2</b>	Todos los estudiantes participan con entusiasmo.	Todos comparten por igual la responsabilidad sobre la tarea.	Los estudiantes entienden las reglas del juego y lo desarrollan con entusiasmo.	Traducen el lenguaje habitual al lenguaje algebraico y realizan operaciones con expresiones algebraicas.
<b>Desempeño</b>	<b>Alto</b>	<b>Alto</b>	<b>Alto</b>	<b>Alto</b>
<b>Grupo 3</b>	Al menos $\frac{3}{4}$ de los estudiantes participan activamente.	La mayor parte de los miembros del grupo comparten responsabilidad en la tarea.	Los estudiantes presentan ciertos grados de dificultad al momento de desarrollar la actividad, manifestándose en no tener claras las reglas del juego.	Traducen el lenguaje habitual al lenguaje algebraico y realizan algunas operaciones con expresiones algebraicas.
<b>Desempeño</b>	<b>Básico</b>	<b>Básico</b>	<b>Básico</b>	<b>Básico</b>
<b>Grupo 4</b>	Todos los estudiantes participan con entusiasmo.	La mayor parte de los miembros del grupo comparten responsabilidad en la tarea.	Los estudiantes entienden las reglas del juego y lo desarrollan con entusiasmo.	Traducen el lenguaje habitual al lenguaje algebraico y realizan algunas operaciones con expresiones algebraicas.
<b>Desempeño</b>	<b>Alto</b>	<b>Básico</b>	<b>Alto</b>	<b>Básico</b>

Fuente: Adaptado por el autor de Alsina J. y otros (2013).

Como se observa en la tabla 9, el desempeño de los grupos 1 y 3 fue básico los estudiantes superan mínimamente los desempeños académicos, personales y sociales. Los grupos 2 y 4 alcanzan un desempeño alto superando mayoritariamente los desempeños académicos del área mostrando una mejora en su rendimiento y trabajo cooperativo. En particular actividades realizadas por los estudiantes durante el proceso de aprendizaje del álgebra utilizando el juego de los dados algebraicos, muestran como los estudiantes van desarrollando su pensamiento algebraico e intercambian conocimientos, se corrigen y se explican entre ellos, además traducen del lenguaje algebraico al lenguaje habitual y en sentido contrario. Por otra parte, desarrollan operaciones de sumas, restas y

multiplicaciones de expresiones algebraicas. También se percibió una disminución de la indisciplina y pereza por la materia, luego el juego provocó una actitud positiva hacia el trabajo colaborativo haciendo más motivador, estimulante e incluso agradable el aprendizaje del álgebra.



Estudiantes de grado octavo jugando con los dados algebraicos.

Tabla 10. Rúbrica para evaluar el aprendizaje cooperativo juego de tangram algebraico por grupos

Grupos	Dimensiones y Criterios			
	Participación Grupal	Responsabilidad compartida	Dominio del juego	Progreso en el manejo de sistemas algebraicos.
<b>Grupo 1</b>	Sólo una o dos personas participan activamente.	La responsabilidad recae en una sola persona.	Los estudiantes presentan ciertos grados de dificultad al momento de desarrollar la actividad, manifestándose en no tener claras las reglas del juego.	Traducen el lenguaje habitual al lenguaje algebraico y realizan algunas operaciones con expresiones algebraicas.
<b>Desempeño</b>	Bajo	Bajo	Básico	Básico
<b>Grupo 2</b>	Todos los estudiantes participan con entusiasmo.	Todos comparten por igual la responsabilidad sobre la tarea.	Los estudiantes entienden las reglas del juego y lo desarrollan con entusiasmo.	Traducen el lenguaje habitual al lenguaje algebraico y realizan operaciones con expresiones algebraicas.
<b>Desempeño</b>	Alto	Alto	Alto	Alto
<b>Grupo 3</b>	Todos los estudiantes participan con entusiasmo.	La mayor parte de los miembros del grupo comparten la responsabilidad en la tarea.	Los estudiantes entienden las reglas del juego y lo desarrollan con entusiasmo.	Traducen el lenguaje habitual al lenguaje algebraico y realizan algunas operaciones con expresiones algebraicas.
<b>Desempeño</b>	Alto	Básico	Alto	Básico
<b>Grupo 4</b>	Al menos $\frac{3}{4}$ de los estudiantes participan activamente.	La mayor parte de los miembros del grupo comparten la responsabilidad en la tarea.	Los estudiantes presentan ciertos grados de dificultad al momento de desarrollar la actividad, manifestándose en no tener claras las reglas del juego.	Traducen el lenguaje habitual al lenguaje algebraico y realizan algunas operaciones con expresiones algebraicas.
<b>Desempeño</b>	Básico	Básico	Básico	Básico

Fuente: Adaptado por el autor de Alsina J. y otros (2013).

En el caso del Tangram los estudiantes se sintieron atraídos por los colores y las formas de las figuras geométricas, pero en el momento de dar las explicaciones no entendían las reglas del juego, fue un poco más lento que el anterior, pero era entendible, el nivel era mayor, porque los estudiantes a parte de desarrollar las operaciones con las expresiones algebraicas enunciadas en cada lado de las fichas del tangram debían armar una figura teniendo en cuenta las orientaciones espaciales. Según la tabla 10 el rendimiento de los

grupos fue básico para los grupos 1 y 4, y desempeño alto los grupos 2 y 3, esto muestra que hay estudiantes que varían su desempeño dependiendo del juego y las actividades a realizar.



Estudiantes de grado octavo jugando con el tangram algebraico.

Tabla 11. Rúbrica para evaluar el aprendizaje cooperativo juego de dominó por grupos

Grupos	Dimensiones y Criterios			
	Participación Grupal	Responsabilidad compartida	Dominio del juego	Progreso en el manejo de sistemas algebraicos.
<b>Grupo 1</b>	Todos los estudiantes participan con entusiasmo.	La mayor parte de los miembros del grupo comparten la responsabilidad en la tarea.	Los estudiantes entienden las reglas del juego y lo desarrollan con entusiasmo.	Traducen el lenguaje habitual al lenguaje algebraico y realizan algunas operaciones con expresiones algebraicas.
<b>Desempeño</b>	Alto	Básico	Alto	Básico
<b>Grupo 2</b>	Todos los estudiantes participan con entusiasmo.	Todos comparten por igual la responsabilidad sobre la tarea.	Los estudiantes entienden las reglas del juego y lo desarrollan con entusiasmo.	Traducen el lenguaje habitual al lenguaje algebraico y realizan operaciones con expresiones algebraicas.
<b>Desempeño</b>	Alto	Alto	Alto	Alto
<b>Grupo 3</b>	Al menos $\frac{3}{4}$ de los estudiantes participan activamente.	La mayor parte de los miembros del grupo comparten la responsabilidad en la tarea.	Los estudiantes presentan ciertos grados de dificultad al momento de desarrollar la actividad, manifestándose en no tener claras las reglas del juego.	Traducen el lenguaje habitual al lenguaje algebraico y realizan algunas operaciones con expresiones algebraicas.
<b>Desempeño</b>	Básico	Básico	Básico	Básico
<b>Grupo 4</b>	Sólo una o dos personas participan activamente.	La responsabilidad recae en una sola persona.	Los estudiantes presentan ciertos grados de dificultad al momento de desarrollar la actividad, manifestándose en no tener claras las reglas del juego.	Traducen el lenguaje habitual al lenguaje algebraico y realizan algunas operaciones con expresiones algebraicas.
<b>Desempeño</b>	Bajo	Bajo	Básico	Básico

Fuente. Adaptado por el autor de Alsina J. y otros (2013).

La actividad con el domino algebraico, se proyectó más en utilizar las expresiones algebraicas con figuras geométricas, Estimular la participación de los alumnos a descubrir nuevas relaciones entre los problemas y las situaciones planteadas; Evaluar las consecuencias de sus acciones y las ideas de otros, así como presentar una actitud abierta en relación con dichas ideas y propiciar la búsqueda y detección de los factores clave de un

problema. Según la tabla 11 el rendimiento de los grupos fue básico para los grupos 3 y 4, presentando desempeño alto los grupos 1 y 2.

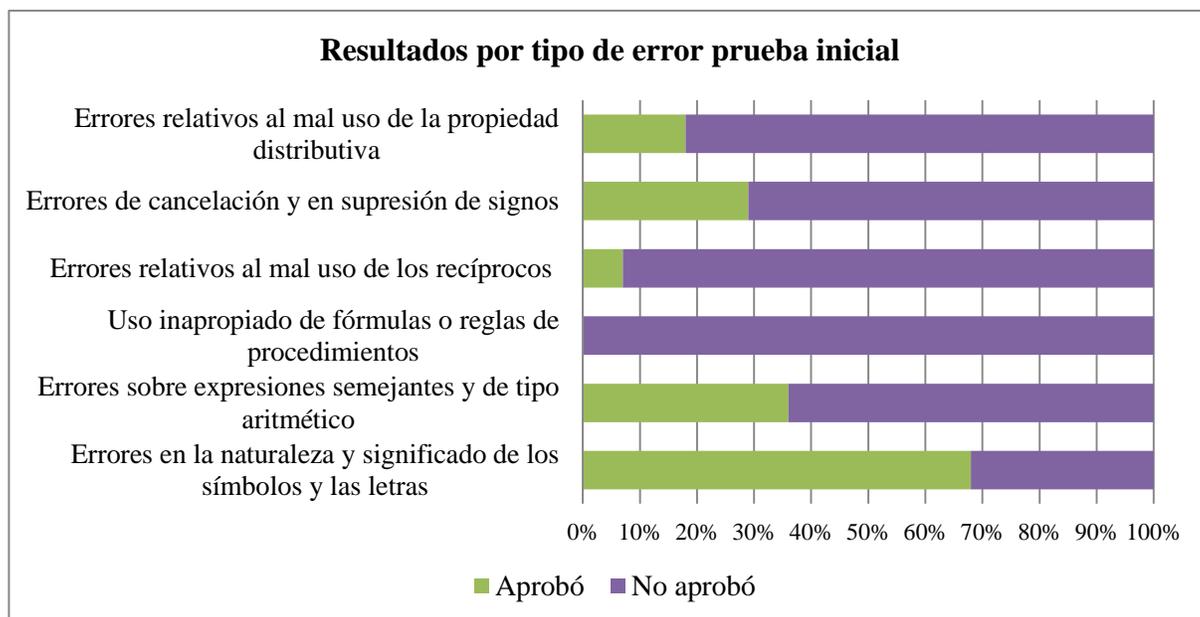


Estudiantes de grado octavo jugando con el dominó algebraico.

## 8.4 EVALUACIÓN Y ANALISIS RESULTADOS PRUEBA INICIAL VS PRUEBA FINAL

Una vez concluida la aplicación de la prueba, se procedió al análisis descriptivo para determinar el impacto de la utilización de los juegos en el aprendizaje del álgebra.

Tabla 12. Resultados por tipo de error prueba inicial

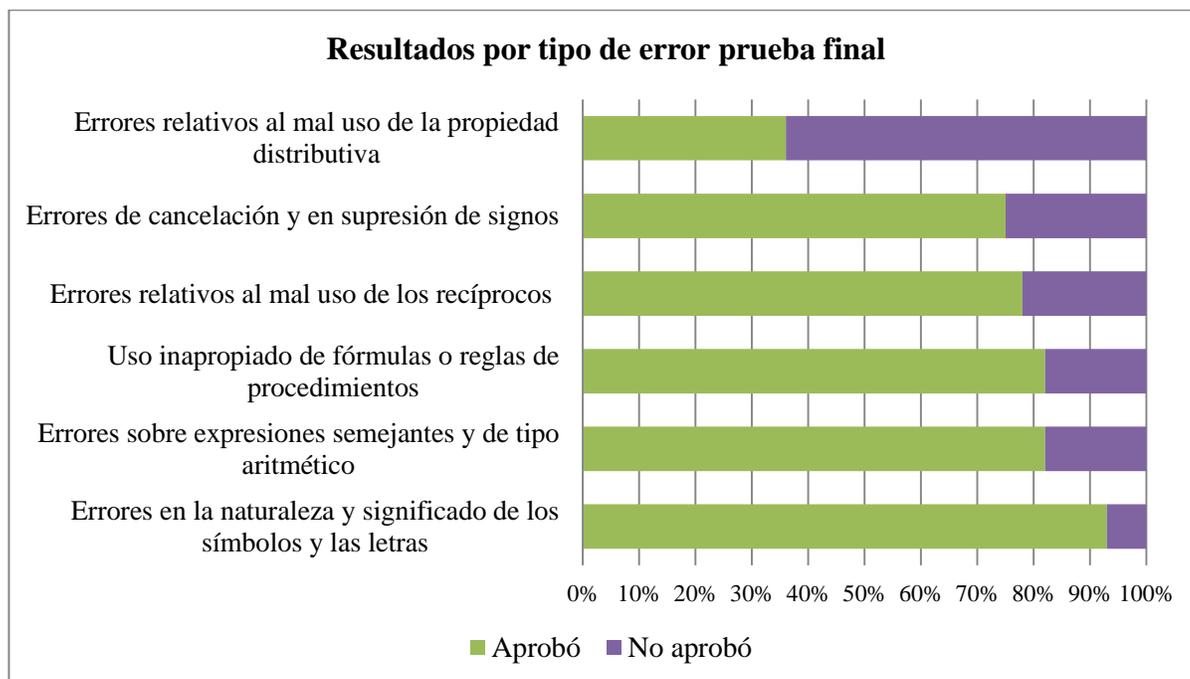


Fuente: elaboración propia del autor.

En tabla 12 se observa que el 82% de los estudiantes presentaron errores relativos al mal uso de la propiedad distributiva y tan solo el 18% no presentaron el error, también se observa que el 71% presentan errores de cancelación y superación de signos y el 29% superan el error. Lo sorprendente es ver que el 100% de los estudiantes no superaron el error relativo al uso inapropiado de fórmulas o reglas de procedimientos, y en cuanto error sobre expresiones semejantes y de tipo aritmético el 64% presentaron el error frente a un 36% que no lo presentó, finalmente respecto a errores en la naturaleza y significado de los símbolos y las letras el 32% no lo superaron y el 68% si lo hizo. Hay un desfase entre la habilidad de los estudiantes para reconocer y expresar verbalmente un cierto grado de generalidad y la habilidad para emplear la notación algebraica con facilidad. English L. &

Warren E. (1998) sostienen que la parte más difícil es expresar algebraicamente las generalizaciones.

Tabla 13. Resultados por tipo de error prueba final

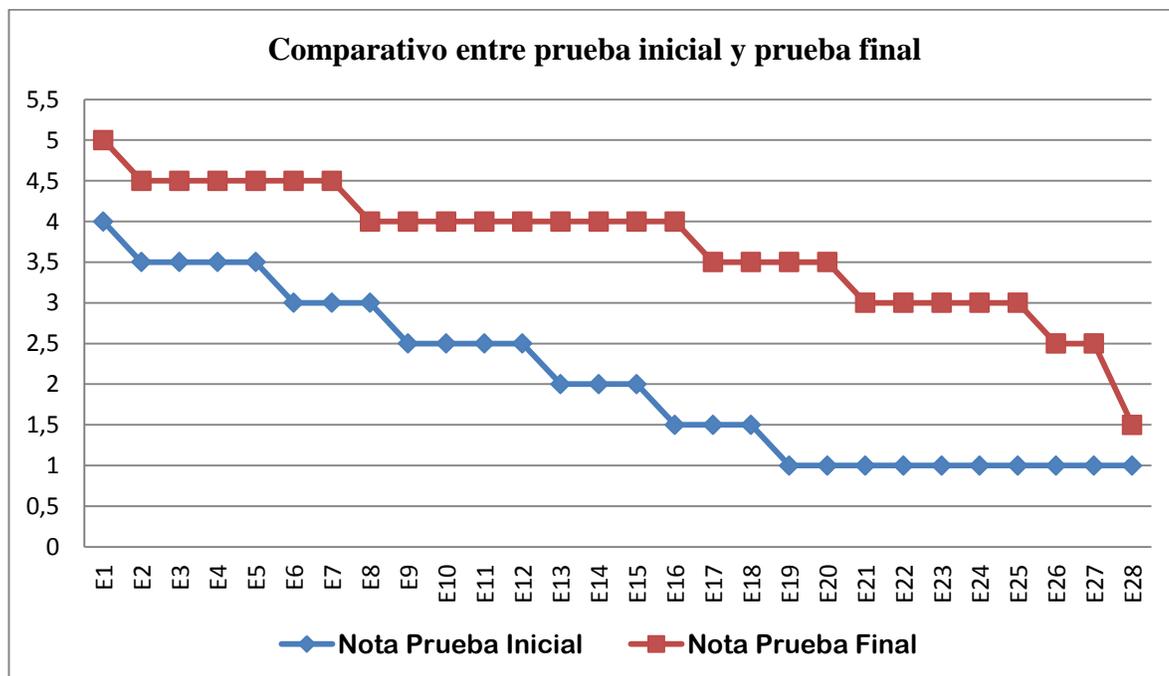


Fuente: elaboración propia del autor.

Se observa en la tabla 13 que en los errores relativos al mal uso de la propiedad distributiva el 93% de los estudiantes supero el error con un 7% que no lo hizo, respecto a los errores relativos al mal uso de la propiedad distributiva y errores de tipo aritmético el porcentaje de superación del error fue baja con el 36% aprobado y un 64% que todavía persiste en presentar el error. Sin embargo, el trabajo con los juegos como herramienta lúdica para la superación de errores en la iniciación del álgebra resulta significativo, los estudiantes manifiestan una mejora en los resultados. Para lo cual Winter y Ziegler (1983), han establecido la correspondencia existente entre el juego de reglas y el pensamiento matemático. En tal sentido los juegos de conocimiento y de estrategia, desarrollan capacidades de memoria y de razonamiento que caracterizan la cognición humana, favoreciendo el aprendizaje de conocimientos específicos útiles, referentes a conceptos matemáticos, que proveen un estilo de enseñanza más rico, activo y creativo a los métodos tradicionales. Según la tabla 13 también se observa que hubo un gran avance en la mayoría

de los temas desarrollados, pero respecto a las operaciones con expresiones algebraicas todavía se siguen presentando dificultades, mientras que en la traducción de un lenguaje a otro y en la identificación de las características de los términos de las expresiones algebraicas el avance fue muy significativo.

Tabla 14. Comparativo entre prueba inicial y prueba final



Fuente: elaboración propia del autor.

Comparando de una manera más cuantitativa los resultados de las dos pruebas como se ilustra en la tabla 14, vemos que en la prueba diagnóstica la mayoría de los estudiantes obtuvieron notas por debajo de 3,5 tan solo 8 de los 30 aprobaron y el resto de estudiantes réprobo, los que obtuvieron malas calificaciones algunos solo marcaron la hoja y no desarrollaron ningún punto, ellos manifestaban que no se acordaban de nada. Frente a esta situación después de la prueba diagnóstica se aplicó una encuesta para conocer la opinión de los estudiantes acerca de la clase de álgebra y de la introducción del juego en la enseñanza del álgebra, luego se implementó el uso de los siguientes juegos: domino, tangram y dados como refuerzo para la superación de errores y dificultades que presentaron los estudiantes en la prueba inicial. Después de trabajar la clase tradicional (realizada por el profesor titular) y usar los juegos como refuerzo de la misma (realizados por el profesor

practicante) se aplicó una prueba final donde se observó un leve incremento en las calificaciones y un cambio de actitud de los estudiantes frente a la clase de álgebra. Cabe resaltar que en la prueba final ninguno estudiante entregó la hoja de respuestas en blanco, todos trataron de desarrollar los ejercicios lo que demuestra que los juegos tuvieron un impacto positivo en el aprendizaje del álgebra.

## 9. CONCLUSIONES

La Práctica Pedagógica Investigativa de Profundización permite al profesor practicante implementar lo aprendido en la universidad en pro de lograr que las matemáticas sea un área del conocimiento significativo para los estudiantes, por ello se interesa por programar actividades variadas que le requieren un mayor grado de empeño y atención para alcanzar los logros propuestos.

El aumento de motivación de los estudiantes en la participación en las actividades con los juegos, en comparación con su interés habitual por las clases y el estudio, hace que reconozcamos la inclusión del dominó algebraico, el tangram algebraico y los dados algebraicos como herramienta adecuada para el trabajo y aprendizaje de elementos algebraicos.

A pesar de la apatía presentada por algunos estudiantes al comienzo, se generaron aprendizajes significativos en ellos y se logró acercarlos más al área y hacerles ver que tan importante es el álgebra en la vida de cada uno. Se evidenció que el juego permite desarrollar el trabajo colaborativo en los estudiantes, mejoró las relaciones personales y disciplinares y por consiguiente armonizó el escenario de aprendizaje.

En definitiva, a través de la bibliografía estudiada se ha podido contrastar que el juego utilizado para el aprendizaje de la matemática es una técnica positivamente valorada y que puede ayudar a abordar los problemas y dificultades que aparecen en el álgebra. En fin, no hay excusas para no hacer un juego didáctico agradable, adecuado, resistente y llamativo para los estudiantes. “Ningún intento será en vano a la hora de querer convertir el aula de clases en un espacio para el descubrimiento y la solidaridad, el conocimiento, el respeto a las ideas y la diversidad, la formación de ciudadanos críticos y útiles a la sociedad... El anhelo de cualquier maestro con vocación...” (Sierra y Guédez, 2006).

A nivel personal, como profesor en formación inicial y a puertas de ejercer, esta experiencia contribuyó a fortalecer mis conocimientos pedagógicos y matemáticos y abrió la iniciativa de seguir trabajando en pro de la enseñanza y aprendizaje de la matemática.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abrate, R., Pouchulu, M., & Vargas, J. (2006). Errores y Dificultades en Matemática. Análisis de causas y sugerencias de trabajo (1a ed.). Buenos Aires. Argentina: Universidad Nacional de Villa María.
- Alsina J. y otros (2013). Rúbricas para la evaluación de competencias. Universidad del ICE, Facultad de Biología, Barcelona ed. Octaedro.
- Azarquiel, G. (1993, p.151). Ideas y Actividades para Enseñar Álgebra (33 ed.). Madrid, España: Editorial Síntesis, S.A.
- Butto Zarzar, C., & Rojano Ceballos, T. (2010). Pensamiento algebraico temprano: El papel del entorno Logo. Educación matemática, 22(3), 55-58.
- Butler, T. (1988). "Games and simulations: Creative educational alternatives", TechTrends, vol. 33, núm. 4, pp. 20-23.
- Brousseau, G. (1986). Fundamentos y Métodos de la Didáctica de la Matemática. Serie B. Trabajos de matemática, FaMAF UNC. (Traducido de Fondaments et méthodes de la didactique. Recherches en didactique des mathématiques, 7(2), 33-115).
- Cervantes, G. y Martínez R. (2007). Sobre algunos errores comunes en desarrollos algebraicos. Colombia. Zona próxima.
- Chacón, P. (2008) El Juego Didáctico como estrategia de enseñanza y aprendizaje. ¿Cómo crearlo en el aula? Nueva aula abierta, 5(16).
- Chamoso, J., Durán, J., García, J., Martín J. y Rodríguez, M. (2004) Análisis y experimentación de juegos como instrumento para enseñar matemáticas. Suma: Revista sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, 47, 47-58.

Cruz, I. M. P. (2013) *Matemática Divertida: Una Estrategia para la enseñanza de la Matemática en la Educación Básica*. I Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe. ICEMACYC, Santo Domingo, República Dominicana.

Delgado, P. (2014). *Estrategias didácticas para corregir los errores algebraicos en el grado octavo 8-4 del instituto champagnat Pasto*. Universidad de la Sabana, Pasto. Colombia.

Elliot, J. (1993). *El cambio educativo desde la investigación-acción*. Ediciones Morata.

Ernest, P. (1986), "Games. A rationale for their use in the teaching of mathematics in school", *Mathematics in School*, vol. 15, núm. 1, pp. 2-5.

English, L. D. & Warren, E. (1998). *Introducing the variable through pattern exploration*. *The Mathematics Teacher*, 91(2), 166-171.

García, J. (2010). *Análisis de errores y dificultades en la resolución de tareas algebraicas por alumnos de primer ingreso en nivel licenciatura*. Universidad de Granada España.

García, P. (2013). *Juegos educativos para el aprendizaje de la Matemática*. Trabajo de grado. Quetzaltenango. Universidad Rafael Landívar.

Gutiérrez, M. (2004). *Las bondades del juego, pero...* Escuela Abierta. Recuperado el 18 de Marzo de 2017 de <http://www.ceuandalucia.com/>.

González, A. (2014). *La matemática nunca deja de ser un juego: investigaciones sobre los efectos del uso de juegos en la enseñanza de las matemáticas*. *Educación Matemática*, Vol. 26.

González Laguna, A. M. (2016). *Impacto de los juegos didácticos como herramienta metodológica en el proceso enseñanza-aprendizaje de la asignatura matemática básica, en los estudiantes de primer año, curso regular, turno matutino, en las carreras de ingeniería civil e industrial de ucc-sede matagalpa, primer cuatrimestre 2016* (Doctoral dissertation, Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, Managua).

- Kieran, C. (1989). The early learning of algebra: A structural perspective. En S. Wagner y C. Kieran. Research agenda for mathematics education: Vol. 4. Research issues in the learning and teaching of algebra, pp.33-56. Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Lomax, P. (1990). Managing Staff Development in Schools. Clevedon. Multi – Lingual Matters.
- Martín, J., Muñoz, J. M., y Oller, A. M. (2009) Empleo didáctico de juegos que se matematizan mediante grafos. Una experiencia. Contextos educativos, 12, 137-164.
- Mason, J. (1996). Expressing generality and roots of algebra. En N. Bednarz, C. Kieran y L. Lee (Eds.), Approaches to Algebra. Perspectives for Research and Teaching. London: Kluwer Academic Publishers.
- MEN, (1998). Lineamientos Curriculares para el área de matemáticas. Santa fe de Bogotá: Magisterio.
- MEN, (2006). Estándares Básicos de Competencia. Bogotá: Magisterio
- Muñiz, L. (2014). El uso de los juegos como recurso didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas: estudio de una experiencia innovadora, revista Iberoamericana de Educación Matemática. Número 39. septiembre 2014, páginas 19-33 disponible en <http://www.fisem.org/web/union> consultado abril 2017.
- Moreno, L. (2014). La lúdica como estrategia didáctica. Universidad católica de Manizales.
- Ñaupás, P. (2014). Metodología de la investigación Cuantitativa- Cualitativa y Redacción de la Tesis. Bogotá, Colombia. Editorial Buena Semilla. Pág. 347.
- Oldfield, B. (1991a). “Games in the learning of mathematics part 1: a classification”, Mathematics in School, vol. 20, núm. 1, pp. 41-43.
- Olmedo y otros, (2015a). Errores y concepciones de los alumnos en álgebra. Conferencia Interamericana de Educación Matemática, Chiapas México.

- Ortiz-Ortega, E. (2017). Enseñanza de álgebra a alumnos de 1° de FPB basada en el juego como recurso didáctico (Master's thesis).
- Radford, L. (2010b). Layers of generality and types of generalization in pattern activities. *PNA*, 4(2), 37-62.
- Rodríguez, A. L. N., Martínez, A. M. A., Cedeño, M. S. A., & Trejo, J. A. L. (2014). La implementación del taller “Juguemos con Álgebra” para la mejora del rendimiento académico en el tema de expresiones algebraicas y la resolución de ecuaciones lineales, así como la conceptualización de la materia de matemáticas de los estudiantes de 3° de secundaria/The Implementation of the Workshop “Let’s Play with Algebra” for the Improvement of Academic Performance in the Field of Algebraic Expressions and Linear Equations Solving Skills as well as the Conceptualization of Maths of 3rd Year of .... *Revista Internacional de Educación y Aprendizaje*, 2(2).
- Sampieri, R. H., Collado, C. F., Lucio, P.B., & Pérez, M.D.L.L.C. (1998). Metodología de la investigación. (vol.1). México: Mcgraw-hill.
- Sierra, D. y Guédez, C. (2006) Colección materiales educativos. Juego y aprendo a calcular. Caracas: Fe y Alegría.
- Socas, M. (1996, p.96). Iniciación al álgebra. Madrid, España: Editorial Síntesis S.A.
- Socas, M. (2011). La enseñanza del Álgebra en la Educación Obligatoria. Aportaciones de la investigación. Universidad de La Laguna, *Revista de la Didáctica de las Matemáticas*. <http://www.sinewton.org/numeros>, Volumen 77, julio de 2011, páginas 5–34.
- Salido-Monzú, E. (2015). Utilización del juego como un recurso didáctico en 2° de la ESO para facilitar el aprendizaje del Álgebra.
- Solano-Lorente, C. (2013). Los Juegos Educativos como Mejora en la Enseñanza y Aprendizaje del Álgebra en 3°E. S.O.
- Tambriiz, P. (2015). Metacognición en el aprendizaje de las operaciones básicas algebraicas. Quetzaltenango. Guatemala.

Tomás, M. (1997). El joc. En Gairín, J y Pérez, A. (Coordinadores). Temari General. Oposiciones al cos de Mestres, (pp.240-253) Barcelona: Ed. Estel.

Villagrán, E., & Olfos, R. (2001). Actividades lúdicas y Juegos en la iniciación al álgebra. Revista Integra, 5, 39-50.

Winter y Zielgler (1983). Introducción al juego de los conjuntos. Interduc – Schroedel.

Zambrano, A. (2005). Conocimiento, saber y pensamiento: una aproximación a la didáctica de la matemática. Equis Ángulo, No.1, 1-6.

# ANEXOS

## Anexo A. Diseño Prueba inicial



**UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA Y TECNOLÓGICA DE COLOMBIA**  
Escuela de Matemáticas y Estadística



Facultad Sección de  
Matemáticas y Estadística

**EL JUEGO COMO ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA LA SUPERACIÓN DE ERRORES Y DIFICULTADES EN LA INICIACIÓN AL ÁLGEBRA PRUEBA DIAGNÓSTICA**

Curso: 8 A Edad: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

Nombre: \_\_\_\_\_

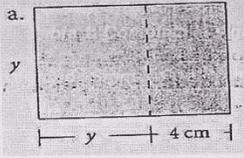
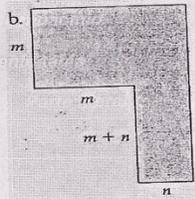
**OBJETIVO:** Identificar los errores y dificultades que presentan los estudiantes (de 12 a 15 años) del grado 8<sup>a</sup> en la iniciación al álgebra.

**INSTRUCCIONES:** Esta prueba consta de 10 ítems. En una hoja adicional y en forma ordenada, identificando el número de cada pregunta con su respectivo literal, realice todos los procedimientos que considere necesarios para encontrar la solución. El tiempo disponible para contestar la prueba es de máximo 90 minutos.

**CUESTIONARIO**

- Expresa en forma algebraica.**
  - La suma de dos números aumentado en doce.
  - La diferencia de dos números aumentado en 18.
  - El triple de un número menos seis.
  - La razón entre un número y el doble de otro.
  - El cuadrado de la suma de tres números enteros.
- Identifica los elementos de cada monomio.**

*Tabla 1. Completa la siguiente tabla*

Término	Signo	Coficiente	Parte literal
$\frac{1}{4}ab^4$			
$\frac{3}{5}x^5$			
$0.7xr^2$			
$-0.3r^2y^3$			
$\pi r^2$			
$\sqrt{11}z^8$			
- Construye un enunciado para cada expresión dada.**
  - $3a - 2$
  - $\frac{3}{4}a + b^3$
  - $r^2 - t^2$
- Determina el valor numérico de los siguientes monomios.**  
Si  $x = -3$  y  $a = 2$ 
  - $-2ax^2$
  - $\frac{2}{7}a^3x$
- Determina para cada monomio el grado absoluto y el grado relativo respecto a x.**
  - $3x^2y^3$
  - $0.25x^3y^4z^5$
- Escribe una expresión algebraica para determinar el perímetro y el área de cada figura.**
  - 
  - 
- Realiza las operaciones que se indican.**
  - Restar  $3x^5y^5$  de  $9x^5y^5$
  - Sumar  $(5x^3 + \frac{3}{2}x^2) + (-3x^3 + x^2)$
- Suprime los signos de agrupación en cada expresión algebraica.**
  - $-(3x^2 + 5x - 1)$
  - $-(-2x^4 + 4x - 5)$
- Realiza los siguientes productos.**
  - $(5m^2)(-3mn + 8)$
  - $(r^2 - y)(-2ry)$
- Multiplique los siguientes polinomios**
  - $(3x^3 + 5x)(2x - 7)$
  - $(\frac{3}{4}x^2 + 5x)(3x^2 + x - 5)$

## Anexo B. Encuesta de apreciación de los estudiantes hacia el área de matemáticas



UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA Y TECNOLÓGICA DE COLOMBIA  
Escuela de Matemáticas y Estadística



**OBJETIVO:** Conocer la opinión de los estudiantes de grado octavo por el interés hacia el álgebra y como les gustaría que fuera la clase.

Marque con una equis la respuesta de las siguientes preguntas \_\_\_\_\_

1. ¿Cómo considera la clase de álgebra?
  - a. Interesante
  - b. Poco interesante
  - c. No interesante
  - d. Aburrida
2. ¿Con que frecuencia participa en la clase de álgebra?
  - a. Siempre
  - b. Algunas veces
  - c. Pocas veces
  - d. Nunca
3. ¿Le gustaría que en las clases de álgebra se utilizara estrategias de aprendizaje diferentes a las tradicionales?
  - a. Si me gustaría
  - b. Me da igual
  - c. No me gustaría
4. ¿Le gustaría aprender álgebra a través del juego?  
Sí\_\_\_ No\_\_

## Anexo C. Prueba final



UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA Y TECNOLÓGICA DE COLOMBIA  
Escuela de Matemáticas y Estadística



### EL JUEGO COMO ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA LA SUPERACIÓN DE ERRORES Y DIFICULTADES EN LA INICIACIÓN AL ÁLGEBRA EVALUACIÓN DEL APRENDIZAJE ALGEBRAICO

Curso: 8 A

Edad: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

Nombre: \_\_\_\_\_

#### OBJETIVOS:

- ❖ Traducir el lenguaje habitual al lenguaje algebraico y plantear expresiones algebraicas para determinar área, volumen y perímetro.
- ❖ Identificar monomios y polinomios; reducir términos semejantes en los polinomios y usar las propiedades de los números reales para la adición y sustracción de polinomios.
- ❖ Aplicar las propiedades de los números reales y de la potenciación en la multiplicación de polinomios.

**INSTRUCCIONES:** Esta prueba consta de 10 ítems. En una hoja adicional y en forma ordenada, identificando el número de cada pregunta con su respectivo literal, realice todos los procedimientos que considere necesarios para encontrar la solución. El tiempo disponible para contestar la prueba es de máximo 90 minutos.

#### CUESTIONARIO

##### 1. Expresa en forma algebraica.

- a. La suma de dos números disminuido en once.
- b. La diferencia de dos números aumentado en 19.
- c. El doble de un número más siete.

##### 2. Completa la tabla teniendo en cuenta las características de las expresiones algebraicas.

Expresión	#Términos	Clasificación	Coefficientes	Parte literal
$5a^2b + 7a$				
$a^4 + 3b^3 - 2$				

##### 3. Construye un enunciado para cada expresión dada.

- a.  $7a + 2$
- b.  $\frac{2}{3}a - 5$

##### 4. Determina el valor numérico de los siguientes monomios.

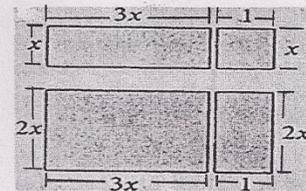
Si  $x = 3$  y  $a = 2$

- a.  $2x^2 + 3$
- b.  $\frac{2}{7}a^3$

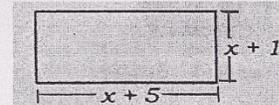
##### 5. Suprime los signos de agrupación en la expresión algebraica.

a.  $-[-3x^2 - (5x - 1)]$

##### 6. Escribe la suma de las áreas de los rectángulos en forma de una expresión algebraica.

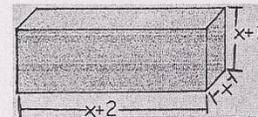


##### 7. El terreno de Julián tiene las siguientes dimensiones:



El decidió cercarlo con arbustos que alcanzan a ocupar una longitud de:  $3x + 5$  ¿Cuánto le hace falta a Julián por cercar?

##### 8. Hallar la expresión algebraica que representa el volumen del sólido.



##### 9. Realiza los siguientes productos.

- a.  $(8m^2)(-3mn + 9)$
- b.  $(3r^2 - 2y)(-2ry)$

##### 10. Multiplica los siguientes polinomios aplicando la propiedad distributiva.

- a.  $(3x^3 + 5x)(2x - 7)$
- b.  $(\frac{3}{4}x^2 + 5x)(3x^2 + x - 5)$

## Anexo D. Guías del profesor

### GUÍA N° 1: JUGUEMOS CON LOS DADOS ALGEBRAICOS

**Grado: Octavo**

**Objetivo de guía:** Construir expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada.

**Estándar:** Pensamiento Variacional y Sistemas Algebraicos y Analíticos.

**Logro:** Expresa en lenguaje algebraico, frases que describen relaciones entre datos conocidos y desconocidos.

Reconoce las expresiones algebraicas como la representación de operaciones o relaciones entre números reales y comprende las reglas formales para su transformación en situaciones problema.

**Material:** Dados algebraicos

**Introducción:**

**Términos algebraicos** son las expresiones que no involucran sumas restas, pero si multiplicaciones entre las constantes y las **variables**.

**Un polinomio** es una expresión algebraica formada por sumas o restas entre monomios.

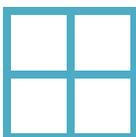
**Actividad I: Jugando con cuadrillos**

Dos estudiantes juegan a formar cuadrados con cuadrillos con medida de 1cm en cada lado.

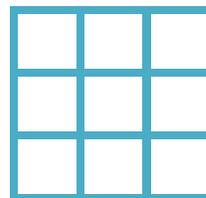
Uno de los estudiantes construyó los cuadrados y los acomodo así:



1



2



3...

1. Dibuja los dos cuadros que siguen.
2. ¿Cuántos cuadrillos se necesitan para hacer el cuarto cuadrado y el quinto?

3. ¿Cuántos cuadrillos se necesitan para hacer el cuadrado número 10?
4. ¿Qué procedimiento utilizaste para encontrar el número de cuadrillos del décimo cuadrado?
5. Completa la siguiente tabla con el procedimiento que utilizaste.

Número de figuras	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	20	50
Lado del cuadrado	1	2	3										
Número de cuadrillos	1	4	9										
Área del cuadrado	1	4	9										

6. Escribe una fórmula para encontrar el número de cuadrados que corresponde a la figura n-ésima.

### Actividad II jugando con dados

**¿QUÉ ES?** Un juego tipo dado con expresiones algebraicas en cada cara.

**¿POR QUÉ?** La tarea de trabajar con símbolos o términos que generalizan resulta, a menudo difícil para muchos estudiantes, el desarrollo del pensamiento variacional, dadas sus características, es lento y complejo, pero indispensable para caracterizar aspectos de la variación tales como lo que cambia y lo que permanece constante, las variables que intervienen, el campo de variación de cada variable y las posibles relaciones entre esas variables. Teniendo en cuenta el papel que cumple el pensamiento variacional y el efecto que éste debe generar en los estudiantes, es importante que el profesor use recursos didácticos que contribuyan al fortalecimiento de este tipo de pensamiento, el MEN (2006, pág. 66), en relación a esto expone que los recursos didácticos pueden ser materiales estructurados con fines educativos (regletas, fichas, cartas, juegos, modelos en cartón, madera o plástico, etc.); o tomados de otras disciplinas y contextos para ser adaptados a los fines que requiera la tarea.

De acuerdo con lo anterior, y teniendo en cuenta las dificultades que puede tener el estudiante en el aprendizaje del álgebra es importante incluir dentro del mismo aprendizaje el juego tipo dado algebraico es una estrategia didáctica para que el estudiante encuentre la posibilidad de adquirir los elementos necesarios que le permitan fortalecer su conocimiento algebraico y esto facilite su trabajo con las expresiones algebraicas.

**¿PARA QUÉ?** Expresar en lenguaje algebraico, frases que describen relaciones entre datos conocidos y desconocidos. Reconocer las expresiones algebraicas como la representación de operaciones o relaciones entre números reales y comprende las reglas formales para su transformación. Estimular: percepción clara, atención, necesidad de precisión, control de la impulsividad, búsqueda sistemática, conservación de constancias y la habilidad para resolver problemas. Fomentar el trabajo cooperativo, la toma de decisiones oportunas y asertivas, así como el respeto a las normas de grupo.

**¿CUÁNDO?** Desde octavo grado de Educación Básica (segundo periodo), después de desarrollar los contenidos conceptuales y procedimentales correspondientes. Si es necesario ejercitar las operaciones con monomios y polinomios, el despeje de ecuaciones, en los cursos posteriores.

**¿DÓNDE?** En el aula de clases o en la biblioteca, estando los alumnos organizados en grupos (de 2 a 3 integrantes), alrededor de una mesa o sentados en el suelo.

**¿CON QUÉ?** Un juego de dos dados algebraicos, para ser ejecutado en grupos de 2 o 3 alumnos (todos los integrantes de la clase juegan simultáneamente). Cada dado algebraico tiene 6 caras y en cada cara hay una situación algebraica que desarrollar, el dado es semejante al convencional. La actividad de los participantes es hacer tres lanzamientos de cada par de dados y desarrollar la actividad que aparece en cada cara.

**¿CÓMO?** Se organizan los alumnos en equipos de 2 o 3, entregándose a cada grupo un par de dados.

Primero se sugiere a los alumnos que observen los dados del juego, las describan, examinen las expresiones y operaciones que aparecen en cada cara del dado, y propongan qué se puede hacer con los 2 dados, qué juego creen ellos que se podrá realizar.

Luego de unos minutos, a medida que los jugadores vayan descubriendo de qué se trata, se les pide a los alumnos iniciar los lanzamientos. Entonces, el profesor informa que este juego se desarrolla realizando tres lanzamientos por cada estudiante se copia en una hoja de operaciones los enunciados y se desarrollan. Los alumnos juegan, procurando (a) que no haya presión de tiempo, (b) que todos los integrantes de cada equipo resuelvan sus expresiones, (c) el criterio para determinar los ganadores se hace teniendo en cuenta la solución correcta de cada ejercicio y el tiempo empleado. Cuando todos hayan terminado, se felicita a los ganadores y se discute las características de las expresiones utilizadas para aclarar dudas.

**Ejemplo: juego de los dados.**

<b>Lance el par de dados y desarrolle las actividades que aparecen en cada cara.</b>	
	<p><i>Traduzca al lenguaje algebraico.</i></p> <p><i>La razón entre el triple del cuadrado de un número y el doble del cubo del otro.</i></p> $\frac{3a^2}{2b^3}$
	<p><i>Construye el enunciado para <math>2a - \frac{1}{2}b</math>.</i></p> <p><b>El doble de un número menos la mitad de otro.</b></p>

## GUÍA N° 2: JUGUEMOS CON EL TANGRAM ALGEBRAICO.

**Grado: Octavo**

**Objetivo de guía:** Construir expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada.

**Estándar:** Pensamiento Variacional y Sistemas Algebraicos y Analíticos.

**Logro:** Expresa en lenguaje algebraico, frases que describen relaciones entre datos conocidos y desconocidos.

Reconoce las expresiones algebraicas como la representación de operaciones o relaciones entre números reales y comprende las reglas formales para su transformación.

**Material:** Tangram algebraico

**Introducción:**

**Tangram:** Juego de origen chino formado por siete piezas poligonales, generalmente de madera, con las que deben formarse figuras sin superponerlas.

**Área:** se refiere a un espacio de tierra que se encuentra comprendido entre ciertos límites. En este sentido, un área es un espacio delimitado por determinadas características geográficas, zoológicas, económicas o de otro tipo.

**Perímetro:** En geometría, es la suma de las longitudes de los lados de una figura geométrica plana.

**Términos algebraicos:** son las expresiones que no involucran sumas restas, pero si multiplicaciones entre las constantes y las **variables**.

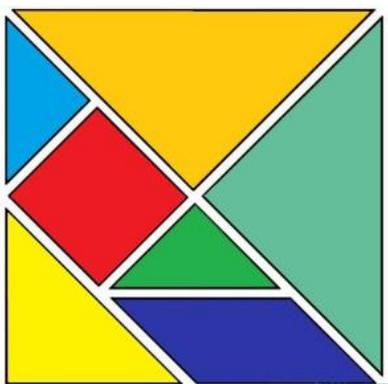
**Un polinomio:** es una expresión algebraica formada por sumas o restas entre monomios.

**Actividades:**

**Actividad I. Completa la tabla con monomios de tal manera que al sumar las filas, columnas y diagonales siempre de  $26x^3$ .**

$2x^3$			$16x^3$
		$6x^3$	
	$x^3$		
$3x^3$			$5x^3$

### Actividad II jugando con el Tangram.



**¿QUÉ ES?** Un juego tipo Tangram con expresiones algebraicas en cada lado de las figuras geométricas.

**¿POR QUÉ?** La tarea de trabajar con símbolos o términos que generalizan resulta, a menudo difícil para muchos estudiantes, el desarrollo del pensamiento variacional, dadas sus características, es lento y complejo, pero indispensable para caracterizar aspectos de la variación

tales como lo que cambia y lo que permanece constante, las variables que intervienen, el campo de variación de cada variable y las posibles relaciones entre esas variables. Teniendo en cuenta el papel que cumple el pensamiento variacional y el efecto que éste debe generar en los estudiantes, es importante que el profesor use recursos didácticos que contribuyan al fortalecimiento de este tipo de pensamiento, el MEN (2006, pág. 66), en relación a esto expone que los recursos didácticos pueden ser materiales estructurados con fines educativos (regletas, fichas, cartas, juegos, modelos en cartón, madera o plástico, etc.); o tomados de otras disciplinas y contextos para ser adaptados a los fines que requiera la tarea.

De acuerdo a lo anterior, y teniendo en cuenta las dificultades que puede tener el estudiante en el aprendizaje del álgebra es importante incluir dentro del mismo aprendizaje el juego Tangram algebraico estrategia didáctica para que el estudiante encuentre la posibilidad de adquirir los elementos necesarios que le permitan fortalecer su conocimiento algebraico y esto facilite su trabajo con las expresiones algebraicas.

**¿PARA QUÉ?** Expresar en lenguaje algebraico, frases que describen relaciones entre datos conocidos y desconocidos. Reconocer las expresiones algebraicas como la representación de operaciones o relaciones entre números reales y comprende las reglas formales para su transformación. Combinar figuras para obtener otras previas establecidas. Desarrollar el pensamiento reflexivo y metódico, desarrollar la creatividad y las capacidades del autoaprendizaje. Fomentar el trabajo cooperativo, la toma de decisiones oportunas y asertivas, así como el respeto a las normas de grupo.

**¿CUÁNDO?** Desde octavo grado de Educación Básica (segundo periodo), después de desarrollar los contenidos conceptuales y procedimentales correspondientes. Si es necesario ejercitar las operaciones con monomios y polinomios, el despeje de ecuaciones, en los cursos posteriores.

**¿DÓNDE?** En el aula de clases o en la biblioteca, estando los alumnos organizados en grupos (de 3 a 5 integrantes), alrededor de una mesa o sentados en el suelo.

**¿CON QUÉ?** Un juego de Tangram algebraico, para ser ejecutado en grupos de 3 o 5 alumnos (todos los integrantes de la clase juegan simultáneamente). Cada Tangram consta de 7 piezas llamadas Tans con 5 triángulos de diferente tamaño, 1 cuadrado y 1 paralelogramo.

**¿CÓMO?** Se organizan los alumnos en equipos de 3 o 5, entregándose a cada grupo un Tangram.

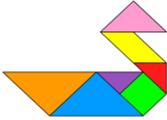
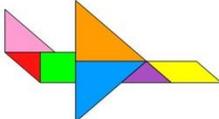
Primero se sugiere a los alumnos que observen las figuras del juego, los describan, examinen las expresiones y operaciones que aparecen en cada lado de las figuras del Tangram, y propongan qué se puede hacer con las figuras.

Luego de unos minutos, a medida que los jugadores vayan descubriendo de qué se trata, se les pide a los alumnos iniciar a armar las figuras.

Entonces, el profesor informa que este juego se desarrolla armando una figura pre establecida y solucionando las expresiones que se encuentran en cada figura haciendo coincidir las respuestas de cada lado, se copia en una hoja de operaciones los enunciados y se desarrollan. Los alumnos juegan, procurando (a) que no haya presión de tiempo, (b) que todos los integrantes de cada equipo resuelvan sus expresiones, (c) el criterio para determinar los ganadores se hace teniendo en cuenta la solución correcta de cada ejercicio y el tiempo empleado para este caso son 90 minutos.

Cuando todos hayan terminado, se felicita a los ganadores y se discute las características de las expresiones utilizadas para aclarar dudas.

**Arma las siguientes figuras y soluciona las expresiones algebraicas que hay en cada lado de cada figura geométrica.**

 <p><b>Figura 1. Pato</b></p>	<p>Ejemplo 1:</p> <p>El grado absoluto del polinomio <math>-2a^2b - 5ab</math> es: 3</p> <p>La suma de <math>3(2a^2 + a)</math> más <math>6(a^2 + 3a)</math> es: <math>12a^2 + 21a</math></p> <p>Restar <math>8x^2 + 6y^2</math> Menos <math>5x^2 - y^2</math>: <math>3x^2 + 7y^2</math></p> <p>De <math>8x</math> restar <math>3x + 6</math>: <math>5x + 6</math></p> <p>La suma de dos números: <math>a + b \dots</math></p>
 <p><b>Figura 2. Avión</b></p>	<p>Ejemplo 2:</p> <p>Si <math>t = 3</math> el valor numérico de <math>8t - 5</math> es: 19</p> <p>La suma de <math>4x^2 + 0.5x^2</math> es: <math>4.5x^2</math></p> <p>Los monomios semejantes a <math>4x^3y^4</math> son: <math>-8x^3y^4</math>, <math>\frac{1}{2}x^3y^4</math></p> <p>El número de términos del polinomio <math>x^2y - xy^2 - 5</math> son: 3...</p>

### **GUÍA N° 3: JUGUEMOS CON EL DOMINO ALGEBRAICO.**

**Grado: Octavo**

**Objetivo de guía:** Construir expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada.

**Estándar:** Pensamiento Variacional y Sistemas Algebraicos y Analíticos.

**Logro:** Expresa en lenguaje algebraico, frases que describen relaciones entre datos conocidos y desconocidos.

Reconoce las expresiones algebraicas como la representación de operaciones o relaciones entre números reales y comprende las reglas formales para su transformación.

**Material:** Domino algebraico

**Introducción:**

**Área:** se refiere a un espacio de tierra que se encuentra comprendido entre ciertos límites. En este sentido, un área es un espacio delimitado por determinadas características geográficas, zoológicas, económicas o de otro tipo.

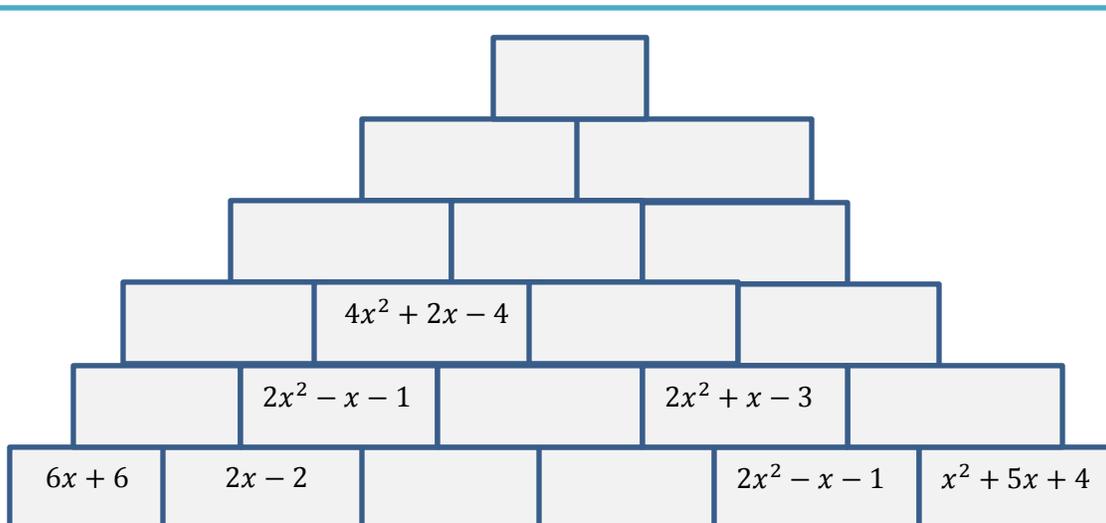
**Perímetro:** En geometría, es la suma de las longitudes de los lados de una figura geométrica plana.

**Términos algebraicos:** son las expresiones que no involucran sumas restas, pero si multiplicaciones entre las constantes y las **variables**.

**Un polinomio:** es una expresión algebraica formada por sumas o restas entre monomios.

**Actividades:**

**Actividad I. Completa la pirámide con la expresión de cada ladrillo que es la suma de las expresiones de los ladrillos sobre los que se apoya.**



**Actividad II jugando con el Domino.**



**¿QUÉ ES?** Un juego tipo Domino con expresiones algebraicas y figuras geométricas.

**¿POR QUÉ?** La tarea de trabajar con símbolos o términos que generalizan resulta, a menudo difícil para muchos estudiantes, el desarrollo del pensamiento variacional, dadas sus características, es lento y complejo, pero indispensable para caracterizar aspectos de la variación tales como lo que cambia y lo

que permanece constante, las variables que intervienen, el campo de variación de cada variable y las posibles relaciones entre esas variables. Teniendo en cuenta el papel que cumple el pensamiento variacional y el efecto que éste debe generar en los estudiantes, es importante que el profesor use recursos didácticos que contribuyan al fortalecimiento de este tipo de pensamiento, el MEN (2006, pág. 66), en relación a esto expone que los recursos didácticos pueden ser materiales estructurados con fines educativos (regletas, fichas, cartas, juegos, modelos en cartón, madera o plástico, etc.); o tomados de otras disciplinas y contextos para ser adaptados a los fines que requiera la tarea.

De acuerdo a lo anterior, y teniendo en cuenta las dificultades que puede tener el estudiante en el aprendizaje del álgebra es importante incluir dentro del mismo aprendizaje el juego de Domino algebraico, estrategia didáctica para que el estudiante encuentre la posibilidad de adquirir los elementos necesarios que le permitan fortalecer su conocimiento algebraico, afianzar los temas relacionados con áreas y perímetros de figuras geométricas, esto facilita su trabajo con las expresiones algebraicas.

**¿PARA QUÉ?** Expresar en lenguaje algebraico, frases que describen relaciones entre datos conocidos y desconocidos. Reconocer las expresiones algebraicas como la representación de operaciones o relaciones entre números reales y comprende las reglas formales para su transformación. Combinar figuras y determinar áreas y perímetros de estas con expresiones algebraicas. Desarrollar el pensamiento reflexivo y metódico, desarrollar la creatividad y las capacidades del autoaprendizaje. Fomentar el trabajo cooperativo, la toma de decisiones oportunas y asertivas, así como el respeto a las normas de grupo.

**¿CUÁNDO?** Desde octavo grado de Educación Básica (segundo periodo), después de desarrollar los contenidos conceptuales y procedimentales correspondientes. Si es necesario ejercitar las operaciones con monomios y polinomios, el despeje de ecuaciones, en los cursos posteriores.

**¿DÓNDE?** En el aula de clases o en la biblioteca, estando los alumnos organizados en grupos (de 3 a 4 integrantes), alrededor de una mesa o sentados en el suelo.

**¿CON QUÉ?** Un juego de Domino algebraico, para ser ejecutado en grupos de 3 o 4 alumnos (todos los integrantes de la clase juegan simultáneamente). Cada Domino consta de 12 fichas.

**¿CÓMO?** Se organizan los alumnos en equipos de 3 o 4, entregándose a cada grupo un Domino con 12 fichas. Primero se sugiere a los alumnos que observen las figuras del juego, los describan, examinen las expresiones y operaciones que aparecen en cada lado ficha del Domino, y propongan qué se puede hacer con las figuras. Luego de unos minutos, a medida que los jugadores vayan descubriendo de qué se trata, se les pide a los alumnos iniciar el

juego. El jugador pone una ficha boca arriba sobre la mesa. El siguiente jugador debe poner a continuación una ficha cuyos términos en cualquiera de las dos partes sea equivalente a los términos que figuran en los extremos de la primera ficha. De la misma forma procede el siguiente con respecto a las fichas que están sobre la mesa. Las fichas dobles, es decir, las que tienen el mismo término en los dos extremos, se ponen al través en la hilera de fichas. El jugador que no puede poner ficha en alguno de los extremos pierde su turno. El juego continúa hasta que uno de los jugadores consiga poner todas sus fichas o hasta que todos deban perder su turno. En este último caso gana el jugador que quede con menos fichas.

Se copia en una hoja de operaciones los enunciados y se desarrollan. Los alumnos juegan, procurando (a) que no haya presión de tiempo, (b) que todos los integrantes de cada equipo resuelvan sus expresiones, (c) el criterio para determinar los ganadores se hace teniendo en cuenta la solución correcta de cada ejercicio y el tiempo empleado para este caso son 90 minutos. Cuando todos hayan terminado, se felicita a los ganadores y se discute las características de las expresiones utilizadas para aclarar dudas.

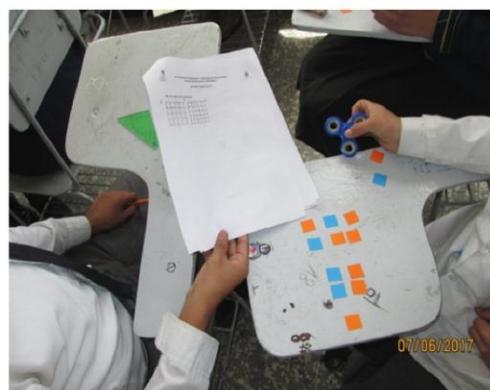
## Anexo E. Diseño e implementación de juegos algebraicos



Construcción dados algebraicos.



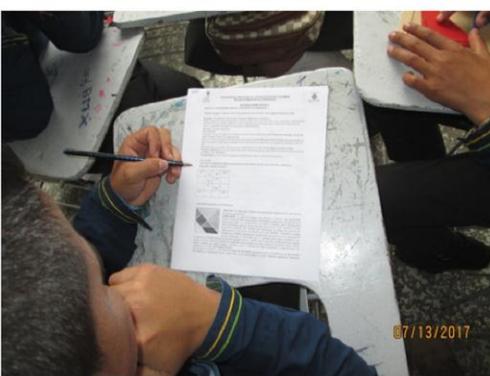
Estudiantes de grado octavo jugando tangram algebraico.



Estudiantes jugando cuadritos de 1cm.



Estudiantes jugando dados algebraicos.



Estudiantes desarrollando guías de trabajo.



Juegos algebraicos para iniciación al álgebra

## Anexo F. Talleres y evaluaciones desarrollados durante la práctica pedagógica investigativa de profundización



**INSTITUCIÓN EDUCATIVA TÉCNICA BELLAS ARTES**

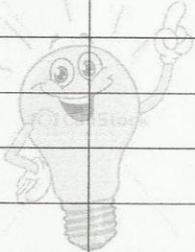
**TALLER: EXPRESIONES ALGEBRAICAS**



Nombre: \_\_\_\_\_ Nota: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

1. Expresar en forma algebraica los siguientes enunciados y ubíquelos en la tabla teniendo en cuenta el signo de la expresión.

+	-	x	÷	( <sup>2</sup> )	√



- a. Pasión más rigor son claves para la vida \_\_\_\_\_
- b. Mi puntaje aumento 50 puntos \_\_\_\_\_
- c. Su fuerza se excedió en 12 kilos \_\_\_\_\_
- d. Se deben agregar cebollas a la ensalada \_\_\_\_\_
- e. Es bueno adicionar pescado a la dieta \_\_\_\_\_
- f. El valor del almuerzo disminuyo quinientos pesos \_\_\_\_\_
- g. La diferencia de edad entre doña Ester y su nieta \_\_\_\_\_
- h. El exceso entre la temperatura de hoy y la de mañana \_\_\_\_\_
- i. Juan corrió diez kilómetros menos que ayer \_\_\_\_\_
- j. Sustraer mil pesos de la billetera \_\_\_\_\_
- k. Siete veces cante \_\_\_\_\_
- l. Corrí por tres \_\_\_\_\_
- m. El producto entre a y b \_\_\_\_\_
- n. Hay tres manzanas de color rojo \_\_\_\_\_
- o. El doble de a \_\_\_\_\_
- p. La piza partida por tres trozos \_\_\_\_\_
- q. El cociente entre la distancia que recorrió y el tiempo que le tomo recorrerla  
\_\_\_\_\_
- r. La razón entre b y cinco \_\_\_\_\_



INSTITUCIÓN EDUCATIVA TÉCNICA BELLAS ARTES  
2017

EVALUACIÓN:	TALLER:	DOCENTE:	GRADO:
ÁREA: MATEMÁTICAS	ASIGNATURA:	PERIODO: SEGUNDO	VALORACIÓN:
ESTUDIANTE:	FECHA:		

► Encuentra una expresión algebraica para cada caso. Luego, determina su clase.

1. La razón entre un número y el doble de otro.
2. La raíz cuadrada de la resta de los cubos de dos números.
3. El cuadrado de la suma de tres números enteros.
4. El área total de un cubo de lado  $y$ .
5. El área de un triángulo rectángulo e isósceles.
6. El área lateral de una pirámide cuadrangular.

Identifica los elementos de cada monomio.

7.

Término	Signo	Coeficiente	Parte literal
$\frac{1}{4}ab^4$			
$-0,3x^2y^3$			
$-5pq^7$			
$7,3w^2x^3y^{-5}$			
$-\sqrt{11}y^{-2}z^8$			
$a^3b^{-2}c^6$			

► Escribe, en cada caso, dos términos que cumplan con las condiciones indicadas.

8. Coeficiente con signo negativo y dos variables.
9. Coeficiente numérico 3 con signo positivo y tres variables.
10. Coeficiente numérico positivo y dos variables.
11. Coeficiente numérico 9 y tres variables.
12. Coeficiente racional negativo y grado 6 con respecto a  $x$ .
13. Coeficiente irracional positivo, tres variables y grado absoluto 13.

► Escribe V, si es verdadero o F, si es falso.

14.  Las partes de un monomio son signo y parte literal.
15.   $4x^{-3}$  es un monomio.
16.   $3ab; y - 12ba$  no son términos.
17.  Ningún número entero negativo es real.
18.   $3a^2b^3$  tiene grado absoluto 5.
19.  El valor numérico de  $2c^3d^3$  para  $c = 2; d = 1$  es 16.

► Evalúa cada expresión.

20.  $\frac{1}{3}x^4y^2z^3$  para  $x = -2, y = -\frac{1}{2}, z = 5$

21.  $\frac{3}{x+y} + \frac{2}{x-y}$  para  $x = -4, y = -6$

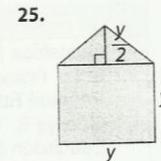
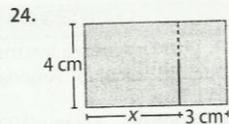
22.  $-\frac{h(B+b)}{3}$  para  $h = 5, B = 8, b = 6$

► Encuentra el valor numérico de la variable si se conoce el valor numérico de cada monomio.

23.

Monomio	Valor numérico del monomio	Valor numérico de la variable
$6a$	12	$a =$
$5b^2$	5	$b =$
$c^3$	-32	$c =$
$\frac{1}{4}m$	3	$m =$
$12x$	-36	$x =$
$5n^4$	7	$n =$

► Escribe una expresión algebraica para determinar el área de cada figura.



Prueba Saber

26. ¿Cuál es el coeficiente numérico del término algebraico  $\frac{2}{9}a^3b^4c$ ?

- A.  $-\frac{2}{9}$
- B.  $\frac{2}{9}$
- C. 7
- D. 8



INSTITUCIÓN EDUCATIVA TÉCNICA BELLAS ARTES  
2017

EVALUACIÓN:	TALLER:	DOCENTE:	GRADO:
ÁREA: MATEMÁTICAS		ASIGNATURA:	PERIODO:
ESTUDIANTE:		FECHA:	VALORACIÓN:

1. Expresa en forma algebraica:
- La suma de dos números.
  - La diferencia de dos números aumentada en 18.
  - El triple de un número menos 6.
  - Un número par más 10.
  - La suma de dos números consecutivos.
  - Las dos terceras partes de la raíz cuadrada de un número.
  - La raíz cuadrada del triple de un número.
  - La raíz cúbica de la suma de los cuadrados de dos números.

2. Completa la siguiente tabla.

Monomio	Signo	Coefficiente	Parte literal	Grado absoluto
$-2m^3n^2$				
$-x^3yz^4$				
$\pi a^4b^6c^6$				
$\frac{3}{5}x^2y^5z^6$				
$-\frac{8}{7}a^3b^5c^4$				
$0,6m^4n^5p$				
$-1,25a^3b^3$				
$\sqrt{8}xyz^2$				

3. Determina el valor numérico de cada uno de los siguientes monomios según los valores numéricos asignados a cada variable.

- $-ab$  para  $a = 8$  y  $b = -4$
- $-\frac{1}{4}ab^2$  para  $a = \frac{1}{3}$  y  $b = -3$
- $\frac{3}{2}x^3y$  para  $x = 2$  y  $y = \frac{1}{2}$
- $2x^5y^4z^3$  para  $x = -1$ ,  $y = -3$  y  $z = 2$
- $-\frac{1}{3}n^6m^4$  para  $n = 2$  y  $m = -1$
- $0,75m^2n^4$  para  $m = -2$  y  $n = -1$
- $\frac{9}{8}s^3t^2$  para  $s = 2$  y  $t = \frac{1}{3}$
- $-\left[-\left(\frac{4}{5}m^2p^3\right)\right]$  para  $m = -5$  y  $p = \frac{1}{4}$

4. Determina si los siguientes monomios son homogéneos o heterogéneos.

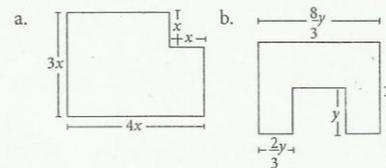
- $5x^2y^3$  y  $7m^2n^3$
- $-9m^6n^4p^2$  y  $9a^7n^5$
- $22p^3q^2r$  y  $22pq^2r^4$
- $\frac{1}{3}a^2b^4$  y  $\frac{4}{3}ab^3$
- $-\frac{4}{5}st^3$  y  $\frac{6}{5}s^2t^2$
- $\sqrt{3}h^3r^2$  y  $\sqrt{3}r^4h$

5. Establece si cada afirmación es verdadera o falsa.

- El grado absoluto del monomio  $-x^2y^3z^4$  es 6.
- La expresión  $3x^2y + 2xy^2$  es un monomio.
- Dos o más monomios son homogéneos si tienen el mismo grado absoluto.
- El grado relativo del monomio  $-5a^3b^2c$  con respecto a  $b$  es 3.
- La expresión  $\frac{3-\sqrt{x}}{y}$  es racional.

**Soluciona problemas**

6. Escribe una expresión algebraica que represente el área de cada figura.



7. Lee la situación. Luego, responde.

En física soltar un objeto a una determinada altura se conoce como *caída libre*.

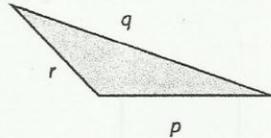
Se cuenta que Galileo Galilei (1564-1642) realizó varios experimentos de caída libre en la famosa torre de Pisa, con los cuales dedujo que la altura respectiva de un cuerpo, en un tiempo determinado después de dejarlo caer, se calcula como: "La mitad del producto de la gravedad por el cuadrado del tiempo".

- Escribe un monomio que represente la caída libre de un objeto.
- Si el valor numérico de la gravedad es aproximadamente  $10 \text{ m/s}^2$ , calcula el valor numérico del monomio escrito en el punto anterior, cuando el tiempo es 1, 3 y 5 segundos.

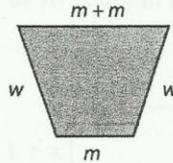


EVALUACIÓN:	TALLER:	DOCENTE:	GRADO:
ÁREA: MATEMÁTICAS		ASIGNATURA:	PERIODO: SEGUNDO
ESTUDIANTE:		FECHA:	VALORACIÓN:

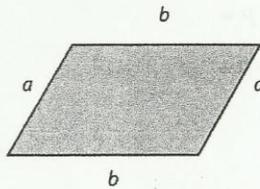
1. Escriban una fórmula para calcular el perímetro de cada una de las siguientes figuras.



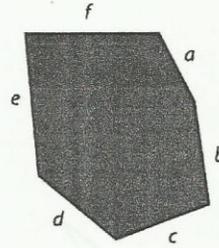
Triángulo escaleno



Trapezio isósceles



Romboide



Hexágono irregular

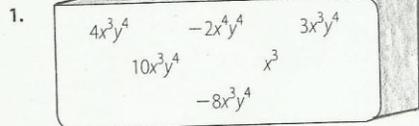
2. Completa la tabla con monomios, de tal manera que al sumar las filas, columnas y diagonales siempre de  $26x^3$ .

$2x^3$			$16x^3$
		$6x^3$	
	$x^3$		
$3x^3$			$5x^3$



EVALUACIÓN:	TALLER:	DOCENTE:	GRADO:
ÁREA: MATEMÁTICAS	ASIGNATURA:	PERIODO: SEGUNDO	VALORACIÓN:
ESTUDIANTE:...		FECHA:	

- Tacha los elementos que no pertenecen al conjunto de monomios semejantes a  $x^3y^4$ .



- Verifica mediante la siguiente expresión, si la suma de dos monomios cumple con la propiedad conmutativa.

2.  $(5x^3y) + (8x^3y) = (8x^3y) + (5x^3y)$

Explica tu conclusión.

- Halla la suma en cada caso.

3.  $4x^2 + 5x^2 + x^2 + 7x^2$

4.  $\frac{1}{5}wx^4y + \frac{1}{2}wx^4y + 2wx^4y + wx^4y$

5.  $y^3 + (-3y^3) + 5y^3 + 3x^2$

- Realiza las operaciones que se indican.

6. Restar  $2x^4y^4$  de  $9x^4y^4$ .

7. Restar  $15m^7n^9$  menos  $3m^7n^9$ .

- Escribe el monomio opuesto al monomio de la izquierda.

8. 

Monomio	Monomio opuesto
$3y^5$	
$-5x^2y^3$	
$-10x^4y^2z$	
$y^6$	

- Escribe dos monomios cuya diferencia sea el monomio dado.

9.  $16x^4y^3$

12.  $4x^2y^5z$

10.  $9x^2y$

13.  $p^3q^3$

11.  $\frac{7}{12}w^9$

14.  $9,5y^3$

- Escribe V, si la afirmación es verdadera o F, si es falsa.

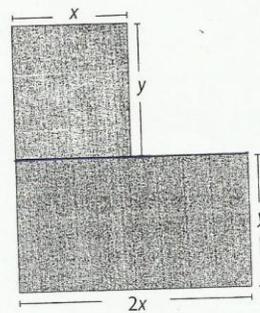
15.  Al sumar o restar dos monomios semejantes se obtiene como resultado un monomio semejante a estos.

16.  Al sumar dos monomios opuestos la diferencia siempre es cero.

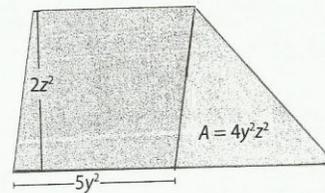
17.  Al restar dos monomios siempre se obtiene un monomio.

- Halla el área total de cada figura.

18.



19.



### Prueba Saber

- Lee y elige la opción correcta.

20. Lucía es la encargada de la cafetería de una empresa y se dirige a un supermercado a comprar café. Por ese producto tiene que pagar un impuesto del 5%.

Si  $x$  es el precio de un kilogramo de café, ¿cuál expresión algebraica representa lo que Lucía debe pagar en el supermercado por un kilogramo de café?

A.  $x + 0,05x$

C.  $x + 5x$

B.  $x + 0,5x$

D.  $x - 0,5x$

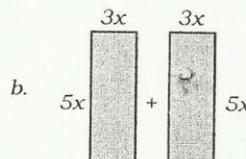




INSTITUCIÓN EDUCATIVA TÉCNICO BELLAS ARTES  
SOGAMOSO SEDE CENTRAL

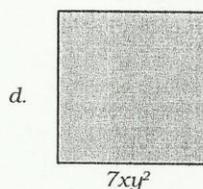
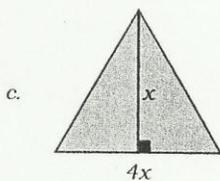
Taller N°:	Nombre del Estudiante:	Valoración:
Fecha:	Nombre del Profesor:	Evaluación N°

1. Hallar la expresión algebraica que representa el área de cada figura.



Área de la  
Región Cuadrada  
lado  $\times$  lado

Área de la  
Región Rectangular  
lado  $\times$  lado



Área de la  
Región Triangular  
lado  $\times$  altura  
 altura  
lado

2. Multiplicar los siguientes monomios

❖  $(3a^4b^4)(-5a^4b^7)$

❖  $(-7x^2y^3)(-4x^3y)(x^4y^7)$

❖  $(-3x^m y^{2a})(3x^{3m} y^{4a})$

❖  $(a^2b)(-ab)(a^3b^3)(a^4b^5)$

❖  $(3x^n)(-5x^{n+1})(8x^{n+2})$

❖  $(0,5a^6b^3)(0,3a^5b^3)$

❖  $(3a^4b)(-5a^8b^7)(3a^4b^5c^4)$