

**REPRESENTACIONES SEMIÓTICAS PARA INTERPRETAR Y SOLUCIONAR  
TRIÁNGULOS OBLICUÁNGULOS**

**CRISTIAM SEGURA PEÑA**

**UNIVERSIDAD EXTERNADO DE COLOMBIA**

**Facultad de Ciencias de la Educación**

**Maestría en Educación en la modalidad de profundización**

**BOGOTÁ D. C., julio 2018**

**REPRESENTACIONES SEMIÓTICAS PARA INTERPRETAR Y SOLUCIONAR  
TRIÁNGULOS OBLICUÁNGULOS**

**CRISTIAM SEGURA PEÑA**

**Proyecto presentado para optar al título de Magister en Educación en la Modalidad de  
Profundización**

**Asesor**

**Ángela María Restrepo Santamaría**

**UNIVERSIDAD EXTERNADO DE COLOMBIA**

**Facultad de Ciencias de la Educación**

**Maestría en Educación en la Modalidad de Profundización**

**BOGOTÁ D. C., julio 2018**

## **TABLA DE CONTENIDO**

<b>RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN – RAE</b> .....	8
<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	13
<b>1 DIAGNÓSTICO INSTITUCIONAL</b> .....	15
1.1 Análisis del contexto institucional .....	15
1.2 Identificación de necesidades y problemas en la enseñanza - aprendizaje .....	17
<b>2 PROBLEMA GENERADOR</b> .....	19
2.1 Problema generador de la intervención.....	19
2.2 Delimitación del problema generador de la intervención .....	20
2.3 Pregunta orientadora de la intervención.....	21
2.4 Hipótesis de acción.....	21
2.5 Referentes teóricos y metodológicos que sustentan la intervención .....	21
<b>3 RUTA DE ACCIÓN</b> .....	30
3.1 Objetivos de la intervención.....	30
3.1.1 Objetivo general.....	30
3.1.2 Objetivos específicos.....	30
3.2 Propósitos de aprendizaje.....	31
3.3 Participantes .....	32
3.4 Estrategia didáctica y metodológica.....	32
3.5 Planeación de actividades y cronograma .....	33
3.6 Instrumentos de evaluación de los aprendizajes .....	38
<b>4 ANÁLISIS Y RESULTADOS</b> .....	39

4.1	Descripción de la intervención.....	39
4.2	Reflexión sobre las acciones pedagógicas realizadas .....	41
4.3	Sistematización de la práctica pedagógica en torno a la propuesta de intervención .....	42
4.3.1	Categoría 1: Representaciones Semióticas .....	44
4.3.2	Categoría 2: Trabajo cooperativo y colaborativo.....	58
4.4	Evaluación de la propuesta de intervención.....	60
5	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....	62
5.1	Conclusiones y recomendaciones.....	62
5.1.1	Conclusiones.....	62
5.1.2	Recomendaciones .....	63
5.2	Justificación de la proyección .....	64
5.1	Plan de acción.....	64
	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	68
	ANEXOS .....	72

## LISTA DE ANEXOS

Anexo 1 Índice Sintético de Calidad Educativa 2016.....	7272
Anexo 2 Actividad 1 Diagnóstico .....	7373
Anexo 3 Actividad 2 Representación Grafica.....	777
Anexo 4 Actividad 3 Representación Algebraica .....	822
Anexo 5 Formato Actividad # 3.....	86
Anexo 6 Representación Algebraica y Material manipulable.....	877
Anexo 7 Formato Actividad # 3.....	89
Anexo 8 Actividad # 5 Consolidación de resultados .....	9090
Anexo 9 Registro Portafolio.....	955
Anexo 10 Formato Autoevaluación .....	966

## LISTA DE TABLAS

Tabla 1 Desarrollo de la unidad didáctica.....	35
Tabla 2 Categorías y subcategorías.....	42
Tabla 3 Plan de Acción y Cronograma.....	66

## LISTA DE FIGURAS

<i>Figura 1.</i> Representación Gráfica Triángulo Oblicuángulo .....	25
<i>Figura 2.</i> Representación de material manipulable Programa Geogebra .....	26
<i>Figura 3.</i> Representación gráfica Grupo F.....	45
<i>Figura 4.</i> Representación gráfica Grupo D .....	46
<i>Figura 5.</i> Representación Algebraica Grupo B y Grupo E.....	47
<i>Figura 6</i> Interpretación Teorema de Seno Estudiante #27.....	49
<i>Figura 7.</i> Interpretación problema de RA Estudiante # 6.....	50
<i>Figura 8.</i> De Representación Gráfica a Representación Algebraica estudiante #10.....	50
<i>Figura 9.</i> Representación algebraica a representación en material manipulativo Estudiante # 10 .....	52
<i>Figura 10.</i> Representación Algebraica a representación Material Manipulable Estudiante #23 .....	52
<i>Figura 11.</i> Representación Material Manipulable a representación algebraica .....	54
<i>Figura 12.</i> Resolución Situación #8 por estudiante #6.....	55
<i>Figura 13.</i> Resolución de problema estudiante # 6.....	55
<i>Figura 14.</i> Resolución de problema situación 9 Estudiante #11 .....	56
<i>Figura 15.</i> Diseño de problemas matemáticos estudiante No. 28 .....	57
<i>Figura 16.</i> Trabajo Colaborativo Estudiantes 1001 .....	60

## RESUMEN ANALÍTICO EN EDUCACIÓN – RAE

	Resumen Analítico en Educación – RAE
	Página 1 de 5
<b>1. Información General</b>	
<b>Tipo de documento</b>	Tesis de grado
<b>Acceso al documento</b>	Universidad Externado de Colombia. Biblioteca Central
<b>Título del documento</b>	Representaciones Semióticas para interpretar y solucionar triángulos oblicuángulos
<b>Autor(a)</b>	Cristiam Segura Peña
<b>Director</b>	Angela María Restrepo Santamaría
<b>Publicación</b>	Biblioteca Universidad Externado de Colombia
<b>Palabras Claves</b>	Representación semiótica, triángulo oblicuángulo, resolución problemas, interpretación, trabajo colaborativo

<b>2. Descripción</b>
<p>La propuesta de intervención pedagógica en el aula se realiza con estudiantes del grado 1001 de la IED Nuestra Señora de la Gracia, del municipio de Bojacá. Esta surge del análisis del Índice Sintético de Calidad Educativa 2016, en el cual los resultados emitidos en matemáticas con respecto a la prueba Saber 9 mostraron una dificultad para modelar situaciones de variación, la no formulación ni resolución de problemas usando modelos geométricos, al obtener un desempeño insuficiente (MEN, 2016a). A partir de esta problemática surge como pregunta orientadora de la intervención ¿Qué representaciones semióticas pueden emplear los estudiantes de grado décimo</p>

1001 de IED Nuestra Señora de la Gracia, al momento de interpretar y dar solución a situaciones matemáticas semejantes a los triángulos oblicuángulos?

La propuesta planteó como objetivo “Diseñar una unidad didáctica orientada a fortalecer la comprensión de las diferentes representaciones semióticas para interpretar y dar solución a situaciones matemáticas semejantes a los triángulos oblicuángulos”. Además de potencializar en los estudiantes la competencia interpretativa en matemáticas, a través de la implementación de las diferentes representaciones (verbal, gráfica, algebraica y material manipulable) de triángulo oblicuángulo y fortalecer la capacidad en el estudiante de generar situaciones problemáticas de triángulos oblicuángulos apoyándose en su entorno y de conceptos matemáticos como el teorema de Seno y Coseno.

La intervención en el aula se basó en la implementación de las diferentes representaciones semióticas del triángulo oblicuángulo, usando como estrategia la resolución de problemas, el trabajo colaborativo y cooperativo.

### 3. Fuentes

D'Amore, B., Fandiño, M. & Iori, M. (2013) *La semiótica en la didáctica de la matemática*. Bogotá: Editorial Magisterio.

Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 9(1), 143-168.

Fernández, F. (2010) *Unidad didáctica: Trigonometría*. Master en la formación al profesorado de enseñanza secundaria (Especialidad Matemáticas). Universidad de Granada. Recuperado en: [http://fqm193.ugr.es/media/grupos/FQM193/cms/TFM\\_\(Fco\\_Javier\\_Fernandez\\_Medina\).pdf](http://fqm193.ugr.es/media/grupos/FQM193/cms/TFM_(Fco_Javier_Fernandez_Medina).pdf)

Iafrancesco, G. (2011). *Modelo Pedagógico Holístico Transformador: fundamentos, dimensiones, programas y proyectos en la escuela transformadora*. Corporación Internacional Pedagógica y Escuela Transformadora.

- IED Nuestra Señora de la Gracia (2016). *PEI (Proyecto Educativo Institucional)* Institución Educativa Departamental Nuestra Señora de la Gracia. Bojacá
- Lupiáñez, J. L. (2016) Sistemas de representación. En Rico, L. & Moreno, A. *Elementos de didáctica de las matemáticas para el profesor de Secundaria*, 119-137. Madrid: Ediciones Pirámide.
- MEN (2006) *Estándares Básicos de competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Ministerio de Educación Nacional
- MEN (2016a) Informe por colegio prueba saber 3, 5 y 9. Siempre Día E. Aterrizando los resultados al aula. IED Nuestra Señora de la Gracia. Recuperado en [http://diae.mineducacion.gov.co/siempre\\_diae/documentos/2016/125099000101.pdf](http://diae.mineducacion.gov.co/siempre_diae/documentos/2016/125099000101.pdf)
- MEN (2016b). ISCE (Índice Sintético de Calidad Educativa) IED Nuestra Señora de la Gracia Recuperado de [http://diae.mineducacion.gov.co/dia\\_e/documentos/2016/125099000101.pdf](http://diae.mineducacion.gov.co/dia_e/documentos/2016/125099000101.pdf)
- Murphy, L. & Steffesen, A. (1994) *Álgebra y trigonometría con aplicaciones*. Ed Trillas, México 1994
- Santos Trigo, L. M. (1997) *Principios y métodos en la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas*. Centro de investigación y de estudios avanzados del IPN. Grupo Editorial Iberoamérica Segunda Edición. México

#### 4. Contenidos

La propuesta de intervención cuenta con cinco capítulos:

En el primer capítulo se presenta el diagnóstico, donde se realiza un análisis del contexto institucional, se identifican las necesidades y problemas de enseñanza y aprendizaje tanto en el aula como en la Institución.

El segundo capítulo se refiere a problema generador y su delimitación de la intervención, adicionalmente la pregunta orientadora, los referentes teóricos y la metodología que sustenta la propuesta.

En el tercer capítulo se desarrolla la ruta de acción, se dan a conocer los objetivos de intervención, propósitos de aprendizaje, descripción de los participantes, la estrategia metodológica, la planeación de actividades, instrumentos de evaluación y el cronograma.

En el cuarto capítulo se realiza la descripción de la intervención, reflexión sobre las acciones pedagógicas realizadas, sistematización de la intervención y sus categorías, asimismo evaluación de la propuesta de intervención.

Y finalmente en el quinto capítulo se refiere a las conclusiones y recomendaciones, en este se justifica la proyección, el plan de acción y cronograma proyectado.

### **5. Metodología**

Se diseña, implementa y evalúa una unidad didáctica como intervención pedagógica que tiene en cuenta en primera instancia los requerimientos planteados por el diagnóstico y los objetivos. Esta unidad didáctica está compuesta por cinco actividades que tienen los siguientes momentos: saberes previos, proceso de indagación, desarrollo de la habilidad, relación o sustentación. A su vez la evaluación se consolida a través de una rúbrica que verifica el cumplimiento de los objetivos trazados en la actividad, un portafolio que evidencia los procesos desarrollados por el estudiante y una autoevaluación que permite hacer la retrospectiva del trabajo efectuado.

### **6. Conclusiones**

La Maestría en Educación permite hacer una reflexión de la práctica pedagógica en el aula, para mejorar en el momento de diseño, implementación y evaluación de cada uno de los procesos de aprendizaje y enseñanza de las actividades en matemáticas.

Con esta intervención se identificaron aspectos que permitieron mejorar los procesos de aprendizaje de los estudiantes en matemáticas, desarrollando las habilidades interpretación y resolución de problemas.

A nivel institucional la implementación de la intervención sirvió como estrategia para optimizar los procesos cognitivos en los componentes geométrico, métrico y variacional (MEN, 2006) y dinamizar plan de asignatura, diseño de evaluaciones en matemáticas.

Los procesos de aprendizaje de los estudiantes tienden a ser más eficientes cuando hay trabajo colaborativo/ cooperativo porque permiten la construcción conjunta, verbal y no verbal del saber matemático.

La habilidad comunicativa se potencializa a partir de las representaciones semióticas que el estudiante utiliza para definir un objeto matemático y relacionando con los diferentes sistemas conceptuales.

<b>Fecha de elaboración del Resumen:</b>	09	06	2018
--	----	----	------

## INTRODUCCIÓN

La educación matemática en Colombia en los últimos tiempos ha presentado cambios dentro de las aulas escolares, frente a su didáctica, su pedagogía y sus fines. Como lo plantea el Ministerio de Educación Nacional (2006) en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas:

El porqué de la formación matemática, debe responder a nuevas demandas globales y nacionales, como las relacionadas con una educación para todos, la atención a la diversidad y a la interculturalidad... para comprender mejor las metas y fines de la educación de cara siglo XXI y su relación con las nuevas visiones de la naturaleza de las matemáticas (MEN, 2006, p. 46)

En este sentido, se deben diseñar nuevas estrategias para la enseñanza- aprendizaje de las matemáticas que sean coherentes, fáciles de comprender, significativas, que lleven a pensar al estudiante de manera lógica, formando un ser que tenga la necesidad de reflexionar, apropiarse y poner en práctica sus conocimientos.

Para nuestra institución, el análisis de resultados emitidos en la prueba Saber 9 plantea en matemáticas una dificultad para modelar situaciones de variación, la no formulación ni resolución de problemas usando modelos geométricos (MEN, 2016a).

Por esta razón, se planteó el diseño de una unidad didáctica que permitiera hacer un análisis de la forma como los estudiantes de grado 1001 interpretan y resuelven situaciones matemáticas semejantes a triángulos oblicuángulos en las cuales deben usar representaciones semióticas.

A partir de la implementación de la unidad didáctica, se logró mejorar los procesos de aprendizaje de los estudiantes en matemáticas, desarrollando las habilidades de interpretación, el trabajo colaborativo/ cooperativo y la resolución de problemas.

A partir de la aplicación de la intervención a nivel institucional, se proyecta generar espacios pedagógicos acerca de las experiencias significativas de los docentes maestrantes, socializando los resultados de las experiencias y proponiendo estrategias pedagógicas que permitan dinamizar el trabajo en aula

## **1 DIAGNÓSTICO INSTITUCIONAL**

El diagnóstico institucional de la I.E.D. Nuestra Señora de la Gracia del municipio de Bojacá fue el resultado del análisis del ISCE (Índice Sintético Calidad Educativa) año 2016 y de la caracterización de los componentes académicos. Este diagnóstico nos permitió identificar necesidades y problemas en la enseñanza y aprendizaje en las áreas de matemáticas, lenguaje y ciencias, esto en razón a que estudiantes de la maestría pertenecen a la misma institución. En este capítulo se presenta la caracterización la institución, su ubicación geográfica, se menciona el Proyecto Educativo Institucional (PEI), el Modelo Pedagógico con sus principales características, redes institucionales, enfocadas hacia el área de matemáticas.

### **1.1 Análisis del contexto institucional**

La I.E.D. Nuestra Señora de la Gracia se encuentra ubicada en el municipio de Bojacá en el departamento de Cundinamarca, Colombia, a 40 km de Bogotá. Limita con los municipios de Facatativá, Zipacón, Madrid, Soacha, Tena, Mosquera y La Mesa. La Institución es de carácter oficial, calendario A, con población estudiantil mixta en las jornadas diurna, nocturna y sabatina. Los niveles de enseñanza que se manejan en la institución son preescolar, básica primaria, básica secundaria y media técnica (I.E.D. Nuestra Señora de la Gracia, 2016).

El PEI, como columna vertebral de la institución, denominado “Educación en gestión empresarial con humanismo, liderazgo, para el desarrollo personal y social”, consagra la misión y visión junto con los componentes: directivo, estratégico, académico y comunitario. En su misión se propone la formación de ciudadanos líderes que desde su quehacer construyen su proyecto de vida con herramientas académicas y técnicas, capaces de proponer un desarrollo

humano sostenible. En cuanto a su visión, para el año 2026 será pionera en la formación de jóvenes y adultos líderes, con competencias básicas, laborales y ciudadanas, en el desarrollo de proyectos productivos desde las diferentes áreas del conocimiento, orientados en la mejora de la calidad de vida de los egresados y sus familias en el departamento de Cundinamarca (I.E.D. Nuestra Señora de la Gracia, 2016).

El modelo pedagógico de la institución es el holístico transformador de Giovanni Iafrancesco (2011), el cual tiene como propósito fundamental

Formar integralmente al educando, desde su singularidad y la madurez integral de sus procesos y dimensiones, para que construya el conocimiento con aprendizajes autónomos y significativos y que transforme su realidad socio-cultural, con liderazgo y emprendimiento, desde la investigación y la innovación educativa, pedagógica, didáctica, curricular, administrativa y evaluativa (Iafrancesco, 2011, p. 24).

La institución con su modelo pedagógico, ha formulado las diferentes metas académicas y formativas, donde ha caracterizado los perfiles del educando y el educador, principios filosóficos, organización de las áreas y asignaturas en colectivos de pensamientos. Diseñando metodologías para la planeación y ejecución de las actividades dentro y fuera del aula, estableciendo los criterios e instrumentos de seguimiento, evaluación y control a toda la gestión curricular (I.E.D. Nuestra Señora de la Gracia, 2016).

Adicionalmente, la I.E.D. Nuestra Señora de la Gracia cuenta con recursos físicos, humanos, didácticos, aulas especializadas de lectura, física, sistemas, química, aula múltiple, restaurante escolar y salón de audiovisuales, patio de juegos. Además, cuenta con convenios

interinstitucionales con el SENA, la Fundación San Juan Bautista, el Bienestar familiar, la alcaldía municipal, el centro de vida sensorial, la biblioteca municipal y el punto vive digital.

## **1.2 Identificación de necesidades y problemas en la enseñanza - aprendizaje**

Desde la práctica en el aula, se orienta al estudiante para que el aprendizaje sea significativo y lo pueda aplicar a diferentes situaciones de su entorno, siguiendo una estructura que está acorde a los Lineamientos Curriculares (MEN, 1998), a los Estándares Básicos de Competencias (MEN, 2006), a los Derechos Básicos de Aprendizaje (MEN, 2016), a los planes de estudios, a los planes de áreas y a las asignaturas, a los saberes previos, a los ritmos de aprendizaje, a los intereses individuales y/o colectivos, a los acuerdos establecidos, a las necesidades del contexto y a las expectativas de los padres de familia en la formación académica de sus hijos.

Partiendo de lo anterior, se logra identificar algunas necesidades institucionales en lo relacionado con los procesos de enseñanza-aprendizaje, por ejemplo, dificultades con interpretación, comprensión, argumentación y producción de textos, metodologías tradicionales, rol pasivo del estudiante, planes de mejoramiento, identificación, seguimiento y refuerzo a metas no logradas y retroalimentación a procesos de evaluación.

Otra herramienta para el análisis institucional son los resultados del Índice Sintético de Calidad Educativa (ISCE), medición que determina el perfeccionamiento y mantenimiento en los compromisos de mejora y sostenimiento de los niveles óptimos de calidad para todos los colegios, liderado por el Ministerio de Educación Nacional. El ISCE está compuesto por los siguientes ítems: progreso, desempeño, eficiencia y ambiente escolar. Dentro del ítem

desempeño se encuentra los resultados de las pruebas SABER. Para la I.E.D. Nuestra Señora de la Gracia los resultados del ISCE fueron reconocidos en los años 2016 y 2017 al superar las metas propuestas en cada uno de los ítems (MEN, 2016b)

En el análisis de las pruebas SABER 9 en matemáticas se muestra que el desempeño es insuficiente (ver Anexo 1), dentro de las causas se halló lo siguiente: dificultades en el uso y relación de diferentes representaciones para modelar situaciones de variación, limitaciones para establecer conjeturas y verificar hipótesis acerca de los conceptos de probabilidad, las situaciones de variación con funciones polinómicas y exponenciales son resueltas de manera incorrecta, no formulan ni resuelven problemas usando modelos geométricos, no interpretan expresiones algebraicas equivalentes, se les dificulta la utilización de propiedades y relaciones de los números reales para resolver problemas. Por consiguiente, el trabajo de las diferentes áreas se encamina hacia la construcción estrategias y didácticas que fortalezcan los procesos de enseñanza y aprendizaje para obtener resultados con mayor desempeño.

## 2 PROBLEMA GENERADOR

En este capítulo se aborda el problema generador, su delimitación, la pregunta orientadora, la hipótesis de acción y los referentes teóricos de la intervención de manera detallada.

### 2.1 Problema generador de la intervención

En el diagnóstico institucional descrito en el capítulo 1, se hizo un análisis de los resultados obtenidos por los estudiantes de la Institución en la prueba Saber 9° 2015. En matemáticas alcanzaron un nivel de desempeño insuficiente, presentando debilidades en los componente geométrico -métrico y en la representación y modelación, de igual forma en la competencia comunicativa y planteamiento y resolución de problemas.

Dentro de la planeación de la asignatura de matemáticas del grado décimo se encuentra la solución de triángulos oblicuángulos, utilizando teoremas de seno y coseno, esta temática abarca los pensamientos geométrico, métrico y variacional, por lo cual, es pertinente realizar la intervención con los estudiantes, como estrategia que permita determinar las posibles causas, y plantear actividades que mejoren esta situación.

En cuanto, a las representaciones y la modelación la temática del triángulo oblicuángulo permite dar evidencia de las diferentes representaciones semióticas, que pueden ser interpretadas y usadas para resolver problemas

Para aclarar, el pensamiento geométrico, se refiere a “...los procesos cognitivos mediante los cuales se construye y se manipula las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones o representaciones

materiales” (MEN, 2006, p. 61). El pensamiento métrico “hace referencia a la comprensión general que tiene una persona sobre las magnitudes y cantidades, su medición y uso flexible en diferentes situaciones” (MEN, 2006, p.63) Y en el caso del pensamiento variacional, se describe como “...el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sea verbales, icónicos, gráficos o algebraicos” (MEN, 2006, p. 66).

De igual forma, la modelación puede entenderse como “...un sistema figurativo mental, gráfico o tridimensional que produce o representa la realidad en forma esquemática para hacerla más comprensible” (MEN, 2006, p. 52). Otra competencia Fundamental es la formulación, tratamiento y resolución de problemas entendida como “un proceso que permite desarrollar una actitud mental que permite desplegar una serie de estrategias para resolverlos, encontrar resultados, verificar e interpretar lo razonable de ellos, modificar condiciones y originar otros problemas” (MEN, 2006, p.52).

## **2.2 Delimitación del problema generador de la intervención**

La intervención fue dirigida a 29 estudiantes del grado 1001 de la I.E.D. Nuestra Señora de la Gracia, quienes el año 2015 presentaron la prueba Saber 9º y estos resultados fueron el objeto de análisis en las competencias y componentes en matemáticas. Se debe tener en cuenta que el objeto matemático a trabajar en la unidad didáctica de la intervención es el triángulo oblicuángulo, porque contiene varias representaciones semióticas: “Gráfica, algebraica, lenguaje natural, numérica, materiales manipulativos” (Fernández, 2010, pp. 18-21).

También se tuvo en cuenta, el plan de asignatura de trigonometría, que contiene temáticas sobre el pensamiento geométrico, variacional y métrico, empleando las estrategias didácticas de modelación, comunicación, tratamiento y resolución de problemas en la solución de triángulos, basados a los lineamientos Curriculares en Matemáticas (MEN, 1998), Estándares Básicos de Competencias (MEN, 2006) y Derechos Básicos de Aprendizaje (MEN, 2016) en matemáticas.

Para fortalecer en los estudiantes la capacidad de interpretar situaciones matemáticas semejantes a triángulos oblicuángulos, se propuso como estrategia pedagógica una unidad didáctica, que le permitió al estudiante seleccionar la representación semiótica adecuada para interpretar y resolver situación,

### **2.3 Pregunta orientadora de la intervención**

¿Qué representaciones semióticas emplean los estudiantes de grado décimo 1001 de I.E.D.

Nuestra Señora de la Gracia, al momento de interpretar y dar solución a situaciones matemáticas semejantes a los triángulos oblicuángulos?

### **2.4 Hipótesis de acción**

Una unidad didáctica centrada en el uso de las diferentes representaciones semióticas al momento de interpretar y dar soluciones a situaciones matemáticas semejantes a los triángulos oblicuángulos, aportará a las competencias en resolución de problemas, comunicación y representación de procedimientos, de los estudiantes de grado décimo de la I.E.D. Nuestra Señora de la Gracia.

### **2.5 Referentes teóricos y metodológicos que sustentan la intervención**

A continuación, se presentan los referentes teóricos que sustentan la propuesta de intervención. En un comienzo se hace referencia a la representación semiótica, características y representaciones empleadas en triángulos oblicuángulo, en seguida, la interpretación en la resolución de problemas y para finalizar se abordará el aprendizaje del trabajo colaborativo y cooperativo

### **Representaciones semióticas**

Las matemáticas se componen de un lenguaje universal, para comprenderlo hay que tener un conocimiento de las diferentes reglas y características. Por esta razón, las matemáticas usan las representaciones semióticas como lenguaje, que le permite comunicar y registrar sus ideas. El concepto de representación es fundamental para establecer una relación entre el sujeto y el objeto, de manera que en esta relación se establece que el objeto de estudio requiere de unos procesos lógicos para su comprensión.

De acuerdo con Lupiáñez, J. L. (2016), en las matemáticas “constituyen representaciones aquellas notaciones simbólicas o gráficas, o bien expresiones verbales, mediante las que se hacen presentes y se nombran conceptos y procedimientos en esta disciplina, así como sus características, propiedades y relaciones más relevantes” (p. 120).

A su vez, la organización de las representaciones de acuerdo a sus características y propiedades es un sistema de representación. “Los sistemas de representación recogen toda la riqueza de vínculos para organizar formas de expresión compartidas y consensuadas y reglas de manejo y transformación” (Lupiáñez, J. L., 2016, p.120)

En este sentido, “un sistema de representación semiótico debe cumplir tres condiciones cognitivas: en primer lugar, la representación de algo, en segundo lugar, el tratamiento de las

representaciones está de acuerdo con las reglas de un sistema semiótico y, en tercer lugar, hace posible el tránsito de un registro a otro” (Duval, 1999, p.30)

Es importante tener en cuenta dos características semióticas que proponen D’Amore, Fandiño y Iori (2013) esenciales en la actividad matemática:

- a. Elección del registro de representación y elección de la representación en dicho registro
- b. Transformaciones de las representaciones entre sí. (p. 131)

Asimismo, D’Amore, Fandiño & Iori (2013) concluyen que “no existe aprendizaje algorítmico, estratégico o comunicativo sin aprendizaje semiótico” (p. 130), para comprender mejor esta afirmación, lo explican de la siguiente manera:

Si tenemos un objeto  $O$  cognitivamente construido en nuestra mente y deseamos representarlo por cualquier motivo (por ejemplo, nominarlo, comunicarlo a otros, representarlo con un bosquejo, un diagrama, un esquema, un diseño, denotarlo,...), en primer lugar, debemos decidir, entre las posibles representaciones semióticas, en los diferentes registros de representación posible, a las cuales deseamos recurrir. Por lo tanto, la elección de partida no es neutra ni indiferente, como no lo es la elección de las eventuales representaciones auxiliares (más o menos necesarias o útiles), en el pasaje de una representación a otra, la elección puede ser determinante para la eficacia de la comunicación y de la construcción cognitiva de un objeto matemático (D’Amore, Fandiño & Iori, 2013, p. 131).

En los procesos de construcción y transformación de representaciones intervienen diferentes tipos de actividades, Tamayo (2006) destaca las siguientes:

Las de **formación**, como aquellas representaciones de algo o partir de un conjunto de caracteres e intencionalidades; las de **tratamiento**, cuando una transformación produce otra dentro de un mismo registro; y las de **conversión**, cuando la transformación produce otra representación en un registro distinto al de la representación inicial (p. 5)

Para analizar los sistemas de representación que se trabajan en trigonometría, se debe tener en cuenta la afirmación que hace Rico (2009) citado por Fernández (2010), donde los sistemas de representación están formados por “todas aquellas herramientas -signos o gráficos- que hacen presentes los conceptos y procedimientos matemáticos, es decir, registran y comunican su conocimiento sobre las matemáticas” (Fernández, 2010, p.17).

A continuación, se muestran las diferentes representaciones semióticas empleadas en la trigonometría en particular en el triángulo oblicuángulo:

**Representación simbólica** es aquella que se puede interpretar a través de signos algebraicos, como razones trigonometrías, teoremas, entre otros. Algunas de estas representaciones en el trabajo de intervención son:

$$\text{Teorema Seno } \frac{a}{\text{Sen } A} = \frac{b}{\text{Sen } B} = \frac{c}{\text{Sen } C}$$

$$\text{Teorema de Coseno } a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\text{Cos}A$$

$$\text{Área de un triángulo } \text{Area} = \frac{ab \text{Sen } C}{2}$$

**Representación numérica y tabular** es aquella representación que simboliza las razones trigonométricas de un ángulo numéricamente. Por ejemplo  $\text{Cos } 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$  ;  $\text{Sen } \frac{\pi}{2} = 1$

**Representación verbal** se refiere a como verbalmente se puede describir los conceptos matemáticos, Algunos ejemplos utilizados en la intervención:

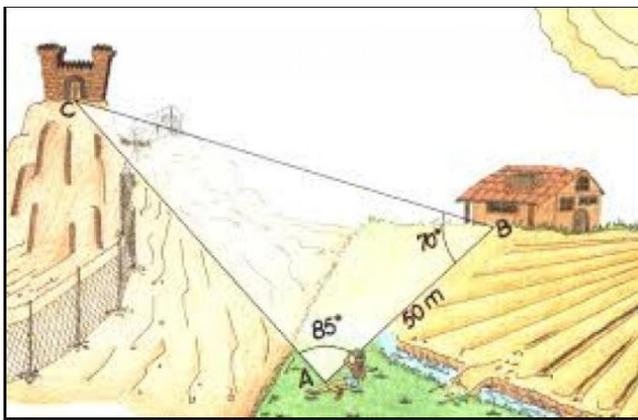
“Los triángulos que no tienen un ángulo recto, son llamados triángulos oblicuángulos”

(Murphy L, y Steffesen A, 1994, p. 331)

Teorema de Seno: “en cualquier triángulo ABC, los lados son proporcionales a los senos de los ángulos opuestos a ellos” (Murphy L, y Steffesen A, 1994, p. 332)

Teorema de Coseno: “El cuadrado de la longitud de cualquiera de los lados de un triángulo es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos lados al cuadrado menos dos veces el producto de sus lados por el coseno del ángulo formado entre ellos” (Murphy L, y Steffesen A, 1994, p. 341)

**Representación gráfica** la trigonometría es una disciplina geométrica, por lo que cada concepto tiene una o varias formas de ser representado gráficamente, ya sean en el plano cartesiano o en el espacio. Por ejemplo, en la figura 1 se observa la triangulación de una situación matemática.



*Figura 1.* Representación Gráfica Triángulo Oblicuángulo

**Representación con materiales manipulativos** es aquella que apoya la enseñanza de conceptos geométricos o matemáticos con materiales o recursos tecnológicos que facilitan, interactúan y dinamizan el aprendizaje matemático. Por ejemplo, los programas en matemáticas

(Geogebra, Cabri geometry), materiales didácticos construidos (Geoplano). En la figura 2 se muestra el programa Geogebra, un software de geometría dinámica

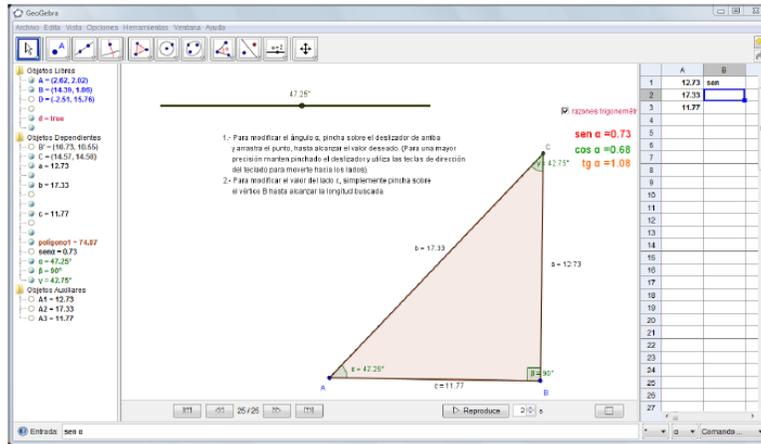


Figura 2. Representación de material manipulable Programa Geogebra

### Interpretación en la resolución de problemas

El uso de las representaciones semióticas toma gran relevancia en la resolución de problemas matemáticos, cuando se tiene la capacidad de analizar y relacionar conceptos. Para Lupiañez (2016) “un aprendizaje significativo y eficaz para los escolares, implica una atención detallada y minuciosa al uso de diferentes sistemas de representación... mejoran su rendimiento en matemáticas y su habilidad para resolver problemas” (p.129)

El proceso de resolución de problemas implica incorporar estrategias pertinentes en el aprendizaje del estudiante, que le permitan “aprender a leer, a conceptualizar y a escribir argumentos matemáticos” (Santos Trigo, 1997, p. 9). De igual manera para la resolución de problemas Shoenfeld (1985) propuso los siguientes procesos **análisis, exploración y verificación de la solución**, así:

#### Análisis

1. Dibujar un diagrama siempre que sea posible

2. Examinar casos especiales
3. Tratar de simplificar el problema

### **Exploración**

1. Considerar problemas equivalentes
2. Considerar problemas modificados ligeramente
3. Considerar problemas sustancialmente modificados:

### **Verificar la solución**

¿Cumple la solución las siguientes pruebas?

- a. ¿Usa los datos pertinentes?
- b. ¿Concuerda con las predicciones o estimaciones originales?
- c. ¿Puede obtenerse de otro modo diferente?
- d. ¿Puede ser reforzada con otros casos especiales?
- e. ¿Puede reducirse a resultados conocidos?
- f. ¿Puede ser generada a partir de algo que se sabe? (Santos Trigo, 1997, p. 9)

Asimismo, en la propuesta de intervención tiene en cuenta que para resolver triángulos oblicuángulos “se emplean el teorema de Seno o el teorema de Coseno, y dependen de las partes que se conozcan del triángulo” (Murphy L, y Steffesen A, 1994, p. 331). Hay cuatro casos:

Caso I. Dados dos ángulos y un lado (AAL). En este caso se conocen los tres ángulos ya que el tercer ángulo puede ser calculado restando la suma de los dos ángulos de  $180^\circ$ .

Este caso puede ser resuelto con el teorema de seno.

Caso II. Dados dos lados y un ángulo opuesto a uno de los lados (LLA). Este caso puede ser ambiguo en donde puede no haber solución, solo una solución, o dos soluciones para el triángulo. Cuando hay una (o dos soluciones) se puede utilizar el teorema del Seno.

Caso III. Dados dos lados y el ángulo entre ellos (LAL). En este caso se requiere el uso de la ley de los cosenos y normalmente, después el teorema de seno.

Caso IV. Dados tres lados (LLL) En este caso se requiere el uso de la ley de los cosenos y normalmente, después el teorema de seno.

### **Aprendizaje colaborativo/ cooperativo**

Para la definición del aprendizaje colaborativo/ cooperativo se tuvo en cuenta la propuesta pedagógica implementada por el proyecto CONEXIONES de la Universidad EAFIT (2008) de la siguiente manera:

Los términos aprendizaje cooperativo y colaborativo han sido utilizados indistintamente, al poseer una línea divisoria muy sutil, pero en realidad son complementarios ya que: el aprendizaje cooperativo apunta a crear una estructura general de trabajo donde cada uno de los miembros es responsable de una tarea específica, en pro de organización óptima; en tanto que el aprendizaje colaborativo hace referencia al aprendizaje cognitivo del individuo en la interacción con otros, cuidando la construcción colectiva del conocimiento y el desarrollo cognitivo de cada uno de los miembros del equipo. (p.2)

En el aprendizaje colaborativo /cooperativo cuando un estudiante realiza una tarea o logra una meta con el apoyo de un compañero, luego es capaz de hacerlo de manera independientemente, lo cual indica que ha logrado maduración en sus procesos mentales, ya que como planteó Vygotsky “lo que un niño es capaz de hacer hoy con la ayuda de

alguien. Mañana podrá hacerlo por sí solo” (Vygotsky, 1996) en (Universidad EAFIT, 2008, p. 3).

### **3 RUTA DE ACCIÓN**

En este capítulo se aborda los objetivos generales y específicos de la intervención, enseguida los propósitos de aprendizaje respecto a los desempeños de la unidad didáctica y los desempeños por sección, luego, la descripción de los participantes, las estrategias didácticas y metodológicas, la planeación de las actividades y cronograma, finalizando con los instrumentos de evaluación de la propuesta.

#### **3.1 Objetivos de la intervención**

##### **3.1.1 Objetivo general**

Diseñar una unidad didáctica orientada a fortalecer la comprensión de las diferentes representaciones semióticas para interpretar y dar solución a situaciones matemáticas semejantes a los triángulos oblicuángulos.

##### **3.1.2 Objetivos específicos**

- Potencializar en los estudiantes la competencia interpretativa en matemáticas, a través de la implementación de la representación verbal y gráfica de triángulo oblicuángulo.
- Proponer el desarrollo de situaciones con triángulos oblicuángulos para mejorar la competencia argumentativa desde la representación algebraica.
- Usar la representación de material manipulable para optimizar la competencia en la resolución de problemas en triángulos oblicuángulos

- Fortalecer la capacidad en el estudiante de generar situaciones problemáticas de triángulos oblicuángulos apoyándose en su entorno y de conceptos matemáticos como el teorema de Seno y Coseno.

### **3.2 Propósitos de aprendizaje**

#### **Desempeño general de la unidad didáctica**

El propósito de la unidad didáctica es mejorar en los estudiantes de grado 1001 de la I.E.D. Nuestra Señora de la Gracia, el uso de las diferentes representaciones semióticas en la solución de triángulos oblicuángulos

#### **Desempeño por sección**

- Comprender las diferentes maneras de solucionar un triángulo rectángulo empleando los conceptos previos de Proporcionalidad en triángulos, Teorema de Thales, Teorema Pitágoras, razones trigonométricas.
- Utilizar las diferentes representaciones que aporte a la solución del problema.
- Explicar las características de un triángulo oblicuángulo y emplear el teorema de seno para hallar valores faltantes en el triángulo.
- Diseñar estrategias para abordar situaciones de medición de los elementos de triángulos oblicuángulos que requieran grados de precisión específicos.
- Analizar las relaciones y propiedades entre los elementos de los triángulos oblicuángulos y las expresiones algebraicas para hallar solución.

- Identificar características de localización de objetos geométricos en sistemas de representación cartesiana.
- Resolver problemas en los que se usen las propiedades geométricas de los triángulos oblicuángulos en forma de representación algebraica, empleando el teorema de coseno.
- Implementar herramientas tecnológicas como Geogebra, para comprobación de análisis de triángulos oblicuángulos.

### **3.3 Participantes**

La intervención se desarrolló con 29 estudiantes de grado 1001 de la I.E.D. Nuestra Señora de la Gracia, está conformado por 16 mujeres y 13 hombres, edades que oscilan entre 15 y 17 años, de los cuales 5 estudiantes están repitiendo proceso académico del grado décimo. Este grupo se encuentra en la modalidad convenio SENA “Manejo de datos contables”.

Este grupo de estudiantes fue seleccionado dado que tiene una notoria dificultad en la modelación de situaciones de variación, en solución de modelos geométricos y en la interpretación de expresiones algebraicas. Además, en la intervención se pretenden fortalecer el trabajo colaborativo y cooperativo.

### **3.4 Estrategia didáctica y metodológica**

La intervención directa con los estudiantes en el aula se desarrolló a través de una unidad didáctica, siguiendo como estrategia central la resolución de problemas, dado que está promueve

la comunicación de los diferentes procedimientos, el uso de las diferentes formas de representación y la asertividad de las soluciones dadas por los estudiantes (MEN, 2006).

Durante las actividades de intervención, la estructura metodológica se desarrolló a través de guías, talleres, actividades dirigidas por el docente, actividades de campo, uso de material manipulable en matemáticas (Geogebra, Geoplano) asimismo, el trabajo individual, trabajo en grupo (Colaborativo y cooperativo) se evidencia en el desarrollo de las diferentes actividades. De esta manera se fortaleció en cada estudiante su apropiación en las diferentes representaciones semióticas en pro de la solución de triángulos oblicuángulos.

Cada una de las actividades de la intervención cuenta con cuatro momentos específicos, que permitieron alcanzar el objetivo propuesto en ellas. El **primer** momento consistía en el manejo de los saberes previos, momento en el cual los estudiantes dan a conocer los conceptos o conocimientos acerca de las temáticas a abordar en la sección, en el **segundo** momento el estudiante realizaba una consulta de información, a través de indagación de libros o de internet, complementando la guía actividad, en el **tercer** momento el desarrollo de habilidades, el estudiante pone en práctica la solución de las situaciones planteadas y en el **cuarto** momento relación y sustentación, es cuando el estudiante realiza la socialización del aprendizaje adquirido, puede ser de manera individual o grupal. Además, cada una de las actividades cuenta con una rúbrica de evaluación.

### **3.5 Planeación de actividades y cronograma**

En la tabla 1, se muestra la planeación de la unidad didáctica, contiene tiempos en semana, pregunta guía, ideas claves, objetivos de aprendizaje y las actividades de aprendizaje que describe los momentos de la actividad.

Tabla 1

*Desarrollo de la unidad didáctica y cronograma de actividades*

<b>Semana</b>	<b>Pregunta guía</b>	<b>Ideas claves</b>	<b>Objetivos de aprendizaje</b>	<b>Actividades de aprendizaje</b>
<b>Actividad 1</b> Diagnóstico  Agosto 29 – Septiembre 5	¿Qué debo comprender para resolver situaciones que tienen representaciones equivalentes a un triángulo rectángulo?	Proporcionalidad Teorema de Thales Teorema de Pitágoras Razones trigonométricas	Comprender las diferentes maneras de hallar valores faltantes en triángulo rectángulo, empleando los conceptos previos de proporcionalidad en triángulos, Teorema de Thales, Teorema Pitágoras, razones trigonométricas.	Momento 1. Organización de grupos de trabajo Momento 2. Representación gráfica de tres situaciones de triángulos rectángulos Momento 3. Socialización de actividad Momento 4 Corrección de representaciones y refuerzo teórico Momento 5. Entrega de ejercicios propuesto (Ver anexo 2)
<b>Actividad 2</b> Teorema de Seno (representación Gráfica)  Septiembre 8 – Septiembre 19	¿Podemos determinar medidas de longitudes cercanas o muy lejanas?	Teorema de Seno	- Utilizar la representación gráfica como aporte para la solución del problema que involucre triángulos oblicuángulos. - Explicar las características de un triángulo oblicuángulo para emplear el teorema de seno y hallar valores faltantes en el triángulo. - Diseñar estrategias para abordar situaciones de medición de los elementos de triángulos oblicuángulos que requieran grados de precisión específicos.	Momento 1. Lectura sobre planimetría, método cartográfico para medir longitudes. Momento 2. Características de un triángulo Oblicuángulo Momento 3. Exposición de fotografías tipo galería Momento 4 Explicación y demostración del teorema de Seno. Representación algebraica Momento 5. Diseño de situaciones problemáticas semejantes a triángulos oblicuángulos. Momento 6. Entrega de actividades propuestas y socialización de los Diseños. (Ver anexo 3 )

<p><b>Actividad 3</b> Teorema de coseno y representaciones algebraicas</p>	<p>¿Podemos determinar medidas de los ángulos de un triángulo a partir de los valores de los tres lados?</p>	<p>Teorema de coseno Área de triángulos (AAL) y (LAL) Teorema de Herón (LLL)</p>	<p>- Conocer como la representación algebraica aportan a la solución del problema que involucre triángulos oblicuángulos utilizando el teorema de coseno. - Construir un triángulo oblicuángulo en terreno y emplear el teorema de coseno para hallar valores de los ángulos del triángulo.</p>	<p>Momento 1 Recolección de trabajo realizado de teorema Seno Momento 2. Conformación de grupos de estudiantes, solución de preguntas asignadas Momento 3. Compresión de la demostración del teorema de Coseno. Momento 4. Explicación de desarrollo de habilidad con el teorema de coseno. Momento 5 desarrollo de habilidad. Medida de triangulo en césped de la Institución Momento 6 Sustentación de ejercicios propuestos en grupos pequeños ( Ver Anexo 4)</p>
<p>Septiembre 22 – Octubre 3</p>				
<p><b>Actividad 4</b>  Octubre 9 – Octubre 13</p>	<p>¿Qué elementos necesito saber para utilizar la representación de material manipulable en la solución de un triángulo oblicuángulo?</p>	<p>Geoplano Teorema de Pick Programa Geogebra Angulo antihorario y horario Elemento circular (Centro- radio) Semirecta</p>	<p>- Comprender en el geoplano el teorema de Pick, para diseñar triángulos oblicuos y hallar sus áreas. - Utilizar la representación de material manipulable (Geogebra) para resolver ejercicio planteado en representación algebraica. - Diseñar una situación problemática a partir de la situación planteada en la representación algebraica, de acuerdo a la fotografía asignada.</p>	<p>Momento 1 Trabajo con el geoplano, deducción del teorema de pick Momento2 Determina valor de área de un triángulo oblicuángulo por teorema de pick y se compara con el área calculada por otra fórmula conocida. Momento 3 Utilizar el programa Geogebra para diseñar una situación matemática que se encuentra en representación algebraica. Momento 4. Solución de ejercicios planteados para Geogebra (Ver Anexo 6)</p>

<p><b>Actividad 5</b> Evaluación Final consolidación de resultados y Autoevaluación</p>	<p>¿La mejor representación de una situación permite orientarme en la solución de un problema?</p>	<p>Portafolio</p>	<p>- Emplear diferentes argumentos geométricos para diseñar y resolver problemas que involucran triángulos oblicuángulos. - Evaluar los conocimientos adquiridos por los estudiantes por medio de una evaluación escrita de selección múltiple con única respuesta y de preguntas abiertas.</p>	<p>Momento 1. Revisión de los elementos del portafolio (Anexo 9) Momento 2. Evaluación final escrita (preguntas de selección múltiple y de pregunta abierta) (Ver anexo 8) Momento 3 Formato de Autoevaluación (Anexo10)</p>
<p>Octubre 17 – Octubre 20</p>				

### 3.6 Instrumentos de evaluación de los aprendizajes

Para evaluación de los diferentes procesos de aprendizaje en la intervención se tuvieron en cuenta las siguientes herramientas: el portafolio por ser una herramienta formativa, una rúbrica de carácter cualitativa y la autoevaluación como reflexión personal del trabajo, a continuación, se muestra las definiciones de estas herramientas evaluativas.

El portafolio permite realizar una reflexión en los procesos de enseñanza y aprendizaje del estudiante (Ver anexo 9); muestra los avances y progresos alcanzados por ellos; como lo manifiesta López (2013) acerca del portafolio que este promueve “el aprendizaje auto dirigido; se caracteriza por evaluar de manera formativa (durante) y sumativa (final), contiene trabajos obligatorios, trabajos opcionales y una reflexión del estudiante” (p. 74).

Dentro de la intervención también se utilizó las rúbricas como parte de la evaluación (Ver en anexos matriz de evaluación). Una de las razones para implementarlas es como lo comenta Díaz (2006) “son guías o escalas de evaluación donde se establecen niveles progresivos de dominio o desempeño. Representa una evaluación basada en un amplio criterio de trabajo autónomo, reflexivo y autoevaluación.” (Díaz, 2006)

La autoevaluación (Ver anexo 10) “forma parte de autorregulación del aprendizaje (Schunk, 2004). Esta forma de evaluar permite que los estudiantes participen activamente de un proceso reflexivo y analítico de su aprendizaje autónomo, detectando sus fortalezas y limitaciones mejorando procesos de aprendizaje” (López, 2013, p. 79).

## 4 ANÁLISIS Y RESULTADOS

En este capítulo se hace una descripción de la implementación realizada sobre las representaciones semióticas en triángulos oblicuángulos en estudiantes de grado 1001 de la I.E.D. Nuestra Señora de la Gracia, a continuación, se muestra los cambios y ajustes que se presentaron respecto a la planeación propuesta en el apartado anterior. En seguida las acciones realizadas en la intervención, así como la sistematización de la propuesta con el impacto a la problemática institucional que se buscaba solucionar. Finalmente, se realiza la evaluación y conclusiones de la intervención.

### 4.1 Descripción de la intervención

El propósito de la intervención fue fortalecer la comprensión de las diferentes representaciones semióticas para interpretar y dar solución a situaciones matemáticas semejantes a los triángulos oblicuángulos aplicada a los estudiantes de grado 1001. Dada la necesidad que se planteó en el diagnóstico institucional, de mejorar los desempeños tanto institucionales como los de pruebas externas, a las que los estudiantes deben presentarse.

Inicialmente, la propuesta estaba diseñada para 8 semanas de intervención como se describió en el capítulo 3, es importante mencionar que el horario asignado para trigonometría era de 3 horas semanales (martes 2h y viernes 1h), por esto surgieron algunos acontecimientos que hicieron modificar tiempos y actividades de la intervención de la siguiente manera:

En la actividad 1 diagnóstico, se plantea un trabajo grupal, donde se indagaba sobre los conceptos y solución de triángulos rectángulos, en esta actividad se detectaron falencias en los estudiantes a causa de la carencia de conocimientos previos en la interpretación de las

situaciones planteadas, como consecuencia los estudiantes realizaron de manera incorrecta la representación gráfica de la situación. Se realizó un refuerzo para aclarar los conceptos geométricos que los estudiantes no comprendieron, gastando una semana más de lo planeado. Para el cierre de la misma cada grupo de estudiantes socializaron sus ejercicios con su respectiva solución.

La segunda actividad (Anexo 3) se había planeado para tres secciones de clase, pensando en optimizar el tiempo retrasado, en la institución surgen diferentes actividades que limitan la implementación, por lo tanto, se integran los momentos de saberes previos y consulta dirigidos por el docente. Para fortalecer el trabajo se hizo necesario desarrollo actividades de refuerzo en casa, que inicialmente estaban planeadas para desarrollar en el aula.

En el momento de relación los estudiantes diseñaron situaciones semejantes a triángulos oblicuángulos, a partir de las fotografías tomadas de algunos sitios de Bojacá, de estas realizaron su representación verbal, representación gráfica y representación algebraica, resolviendo la situación con el teorema de seno. Cada estudiante hará retroalimentación a sus compañeros

En la actividad tres (Anexo 4), el momento de desarrollo de habilidad fue orientado para realizar trabajo de campo, construyendo triángulos oblicuos utilizando palos pincho y lana, algunos estudiantes tuvieron dificultades con la medición de los ángulos del triángulo, el uso del transportador no era correcto. Además, se presentaron dificultades con el uso de la calculadora, en plenaria se explicó como programarla para que los resultados sean correctos.

En la actividad cuatro (Anexo 6), se realizó representaciones semióticas de triángulos oblicuos con materiales manipulables. En el momento de desarrollo de habilidades, tanto en el

trabajo con geoplano y el programa Geogebra se tuvo que explicar el funcionamiento de cada uno de ellos y correcto uso del material.

#### **4.2 Reflexión sobre las acciones pedagógicas realizadas**

La implementación de la propuesta permitió evidenciar en lo estudiantes un fortalecimiento respecto al componente geométrico- métrico en lo relacionado con el triángulo oblicuángulo, el estudiante comprendió la relación entre las representaciones semióticas de este triángulo: verbal, gráfica, algebraica y en material manipulable, además de características necesarias para sus transformaciones.

Adicionalmente, para el docente el aprendizaje adquirido durante la implementación de la propuesta fue muy significativo, permitió fortalecer el manejo de situaciones matemáticas, respecto a los pensamientos geométrico, métrico y variacional en la solución de triángulos oblicuángulos, la importancia de usar las diferentes representaciones semióticas es clave para la enseñanza y aprendizaje de los objetos matemáticos, porque comunican y dan sentido a través de los diferentes registros semióticos.

También, es de gran importancia generar espacios y momentos durante la enseñanza de las matemáticas permitiendo que el estudiante pueda plantear problemas, esto permite en ellos un aprendizaje significativo porque mostrarían la aplicación en su contexto. En este sentido se pudo vivenciar la afirmación hecha por Lupiáñez (2006) “La realización de dibujos, diagramas o esquemas facilitan la concreción y clarificación de los datos y la información del enunciado del problema y también promueven la elaboración de argumentos para justificar los razonamientos seguidos y las soluciones encontradas”. (p, 129)

Con la aplicación de la intervención, se ha comprendido la importancia que tiene la planeación de clase, la distribución de tiempos, la asignación de roles y definiciones tareas previo al ejercicio práctico, aunque durante la ejecución se deban realizar ajustes. De otra parte, la evaluación es vista de manera diferente, no solo se tuvo en cuenta la producción individual sino el trabajo cooperativo, las reflexiones construidas a partir de los conocimientos de los estudiantes.

### 4.3 Sistematización de la práctica pedagógica en torno a la propuesta de intervención

Para realizar la sistematización de la propuesta pedagógica de intervención se han empleado categorías, entendiendo este término como un parámetro que permite dar cuenta del proceso desarrollado por los estudiantes frente a las actividades propuestas. Se estructuraron dos categorías principales, representaciones semióticas y trabajo colaborativo y cooperativo, con sus indicadores, como se relaciona en la tabla 2.

**PREGUNTA ORIENTADORA:** ¿Qué representaciones semióticas emplean los estudiantes de grado décimo 1001 de I.E.D. Nuestra Señora de la Gracia, al momento de interpretar y dar solución a situaciones matemáticas semejantes a los triángulos oblicuángulos?

Tabla 2

*Categorías y subcategorías*

<b>Categorías</b>	<b>Subcategorías</b>	<b>Indicadores</b>
<b>Categoría 1: representaciones semióticas</b> Según Tamayo (2006) las representaciones semióticas “hacen referencia a todas aquellas construcciones de sistemas	<b>Subcategoría 1 Representaciones en la interpretación de problemas</b> “el cambio de registro constituye una variable fundamental en didáctica: facilita considerablemente el aprendizaje pues ofrece procedimientos de	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Identifica la información del enunciado del problema, a partir de su representación.</li> <li>- Establece con claridad la relación de los datos.</li> <li>- Describe los términos de la representación a trabajar.</li> </ul>

<p>de expresiones y representación que pueden incluir diferentes sistemas de escritura, como números, notaciones simbólicas, representaciones tridimensionales, gráficas, redes, diagramas, esquemas, etc. Cumplen funciones de comunicación, expresión, objetivación y tratamiento” (p.41).</p>	<p>interpretación” (Duval, 2004, p.62, tomado en Ospina, 2012, p. 73).  <b>Subcategoría 2.</b>  <b>Representaciones en la resolución de problemas</b>  De acuerdo con Lupiáñez, J. L. (2016)“la realización de dibujos, diagramas o esquemas facilita la concreción y clarificación de los datos y la información del enunciado del problema, y también promueve la elaboración de argumentos para justificar los razonamientos seguidos y las soluciones encontradas” (p. 129)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Reconoce la relación entre variables.</li> <li>- Identifica estructura del problema, hechos, conceptos y relaciones del mismo.</li> <li>- Selecciona representaciones apropiadas y variadas para explicar la situación matemática.</li> <li>- Justifica la razón por la cual usa determinado patrón geométrico.</li> <li>- Determina la relación directa entre las representaciones del problema.</li> </ul>
	<p><b>Subcategoría 3.</b>  <b>Diseño de nuevos problemas a partir de una representación</b>  Según Lupiáñez, J. L. (2016) “promover que los escolares empleen representaciones de forma flexible y acertada cuando consiguen estimularlos para que sean ellos quienes empleen diagramas, dibujos esquemas propios mientras trabajan en tareas matemáticas escolares.” (p.132)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Modifica información de la situación planteada para crear una nueva situación.</li> <li>- Propone el uso de diferentes representaciones para crear nuevas situaciones.</li> <li>- Comprende la situación que está generando.</li> </ul>
<p><b>Categoría 2.</b>  <b>Trabajo cooperativo y colaborativo</b></p> <p>De acuerdo de Prescott (1993), el aprendizaje colaborativo busca “...propiciar espacios en los cuales se dé, el desarrollo de habilidades individuales y grupales a partir de la discusión entre los estudiantes al momento de explorar nuevos conceptos, siendo cada quien responsable de su propio aprendizaje.” (Universidad EAFIT, 2008, p. 2)</p>		<ul style="list-style-type: none"> <li>- Participación activa en el grupo.</li> <li>- Toman decisiones teniendo en cuenta la opinión del grupo.</li> <li>- Permiten la asignación de roles de acuerdo a las fortalezas de cada miembro del grupo.</li> <li>- Usan adecuadamente los recursos asignados.</li> <li>- Ponen en práctica y en función del grupo los saberes previos.</li> <li>- Socializan la experiencia ante sus compañeros.</li> </ul>

Además de la tabla anterior, para la recolección y análisis y registro de información se usaron instrumentos como: observación de clase, diario de campo, portafolio del estudiante, registro fotográfico y video, taller, test final.

### **4.3.1 Categoría 1: Representaciones Semióticas**

Para análisis de las representaciones semióticas se tendrá en cuenta tres subcategorías: representaciones en la interpretación de problemas, representaciones en la resolución de problemas, y diseño de nuevos problemas a partir de una representación (Tamayo, 2006; Duval, 2004; Lupiáñez, 2016).

#### **Subcategoría 1. Representaciones en la interpretación de problemas**

Para comprender como son las interpretaciones que realizan los estudiantes a las diferentes situaciones matemáticas presentadas en las actividades de intervención, se debe tener en cuenta la representación semiótica de partida, a partir de esta representación se hizo el respectivo análisis. Adicionalmente las interpretaciones a trabajar en este apartado son: de representación verbal (RV) a representación gráfica (RG), de representación gráfica (RG) a representación algebraica (RA), de representación algebraica (RA) a representación gráfica (RG) y de representación material manipulable (RM) a representación algebraica (RA).

Para identificar cómo los estudiantes interpretan de la representación verbal (RV) a la representación gráfica (RG), se tuvo en cuenta en la actividad #1 del diagnóstico (Ver Anexo 2) en el momento de saberes previos, se les pide a los estudiantes que represente gráficamente tres situaciones, construidas a partir de conceptos de triángulos rectángulos, en ellas se evidenció que la mayoría de los estudiantes trabajaron en la situación, pero menos del 50% de los alumnos realizaron correctamente la representación gráfica. Se muestra a continuación dos situaciones realizadas por los estudiantes.

En la figura 3, se muestra como el grupo F realizó la interpretación de representación verbal a la representación gráfica. Además, de la descripción realizada en el Diario de Campo (2017)

Los estudiantes tienen dificultad en representar gráficamente la situación 1 y 3, porque no representan exactamente la información que se encuentra en la representación verbal. En la situación 1 no se evidencian los triángulos rectángulos semejantes y en la situación 3 la ubicación de ángulo de elevación  $50^\circ$  está sobre el edificio. (Diario de campo, Sección # 1, 29 agosto 2017).

De lo anterior es notable que los estudiantes no establecieron con claridad la relación de los datos y presentan vacíos conceptuales en referencia al ángulo de elevación y el ángulo de depresión.

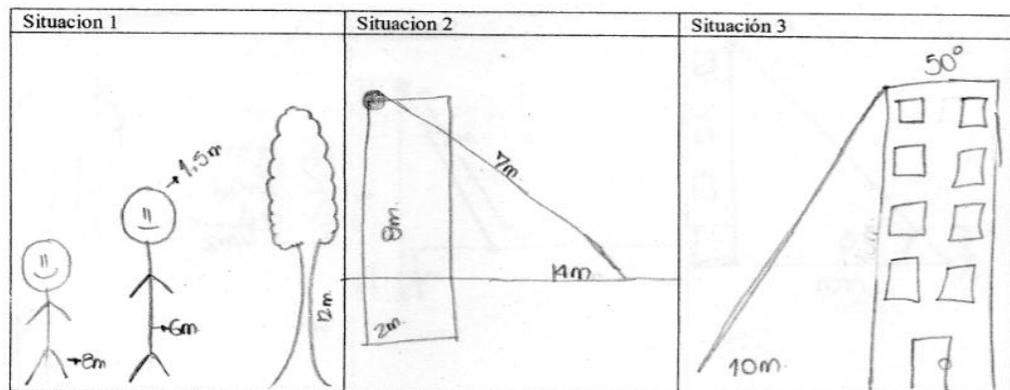


Figura 3. Representación gráfica Grupo F

En cambio, los estudiantes del grupo D y A lograron correctamente interpretar la representación verbal a representación gráfica, identificaron la pretensión del enunciado del problema en esta representación gráfica (Figura 4), en este registro se reconoce las variables información de la representación verbal.

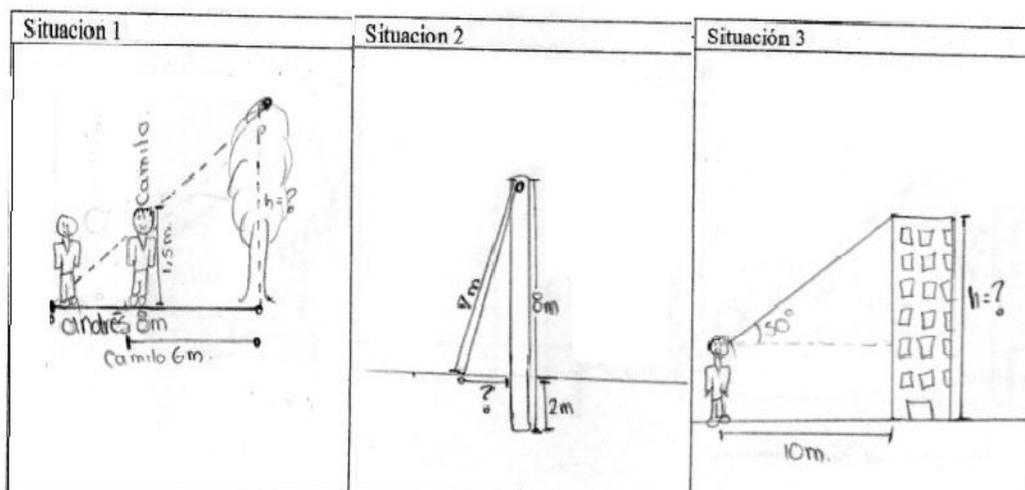


Figura 4. Representación gráfica Grupo D

De otra parte, siguiendo con el análisis de la actividad #1, se identificó como los estudiantes después de formalizar la representación gráfica (RG) realizan la representación algebraica (RA), en la *figura 5*, se muestra como el grupo B empleó su RA basándose en las razones proporcionales de los triángulos y el teorema de Thales, ellos explicaron que: “La altura  $h$  que no se conoce, es semejante a la altura de Camilo y la distancia entre Andrés y el árbol es semejante a la distancia entre Andrés y Camilo” (Audio, Sección #1, septiembre 1 de 2017). Este grupo realizó otro registro semiótico gráfico de la situación, que les permitió reconocer la relación de la variable en los datos, identificando la estructura del problema y poder emplear las razones proporcionales entre los lados del triángulo.

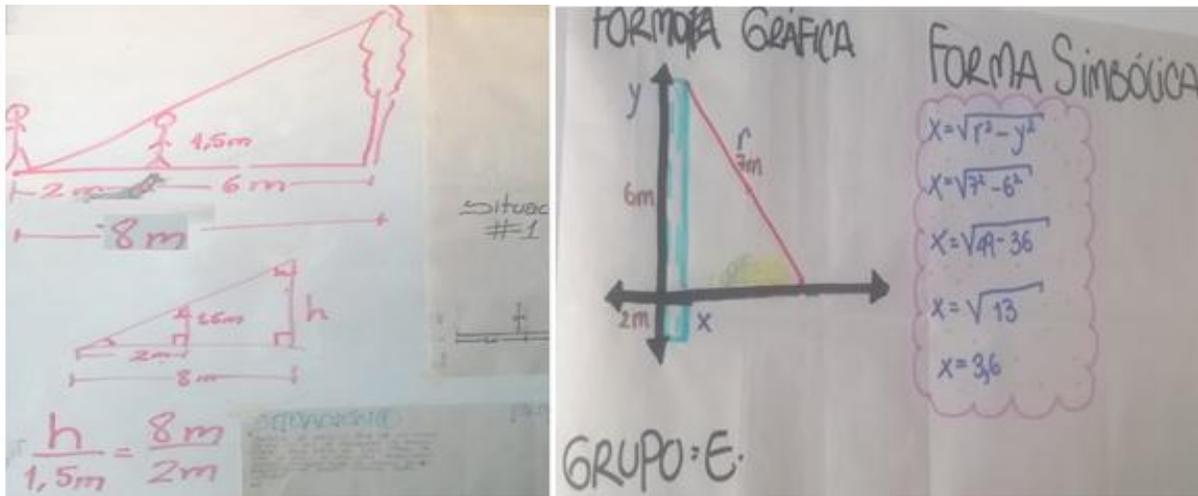


Figura 5. Representación Algebraica Grupo B y Grupo E

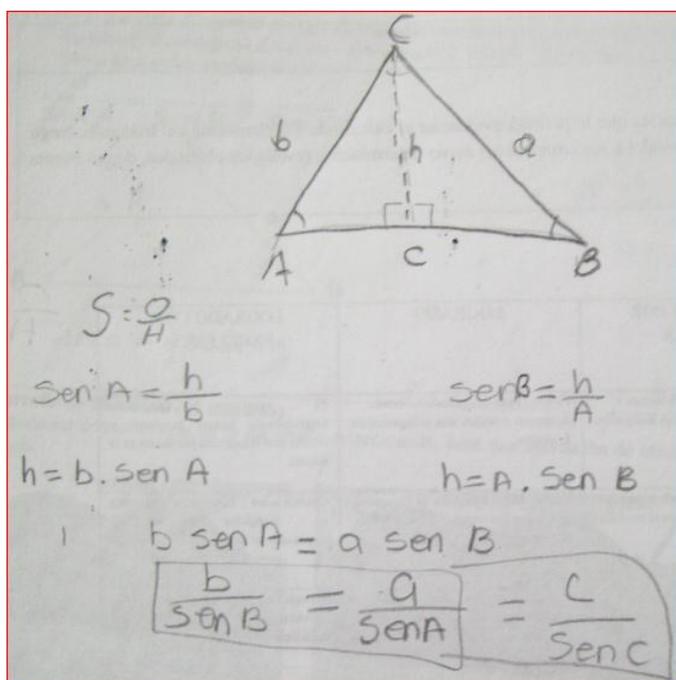
El grupo E, en su representación gráfica, interpretó que la relación que existía entre los datos del triángulo rectángulo era equivalente al teorema de Pitágoras, como se muestra en la figura 5. El grupo explicó la razón de escoger esta representación algebraica así: “la hipotenusa es el cable de tensión y un cateto es la altura del posta entonces la distancia del pie del árbol a donde está el cable de tensión es el otro cateto” (Audio, Sección #1, septiembre 1 de 2017). También ha de anotarse que el registro algebraico que hacen los estudiantes en la cartelera de exposición es una transformación interna dentro de la representación algebraica del teorema de Pitágoras.

De otra parte, los estudiantes en el caso de la situación #3 de la actividad 1 (Figura 4), interpretaron de acuerdo al RG a RA, que en este caso era un triángulo rectángulo, con dos informaciones: el lado opuesto a ángulo  $50^\circ$  es la altura del edificio y lado adyacente es la distancia a la persona (10m), por lo tanto, el registro semiótico es la razón trigonométrica tangente al ángulo.

En consecuencia, la habilidad que el estudiante adquiere al comparar sus registros gráficos y registro algebraico, son determinantes para la solución de la situación problema. En concordancia con Lupiáñez, J.L (2006): “La realización de dibujos, diagramas o esquemas facilita la concreción y clarificación de los datos y la información del enunciado del problema, y también promueve la elaboración de argumentos para justificar los razonamiento seguidos y las soluciones encontradas” (p. 129)

Siguiendo con las representaciones realizadas por los estudiantes, en la actividad #2 diseñada para utilizar la representación gráfica (RG) y representación algebraica (RA) en triángulos oblicuángulos, utilizando el teorema de seno (Ver anexo 3). Para el análisis, lo primero que se debe aclarar es la interpretación que se hizo en consenso con los estudiantes sobre el concepto del **triángulo oblicuángulo**, utilizando registros gráficos. Los estudiantes interpretaron que es “un triángulo que no tiene un ángulo recto y que sus lados no son iguales” (Diario de campo, Sección # 4, 12 septiembre 2017).

En este sentido la interpretación que realizó el estudiante # 27, sobre la demostración del teorema del Seno, partiendo de la representación gráfica de un triángulo oblicuángulo, hasta llegar a su representación algebraica (*Figura 6*). Lo primero que interpreta es que la altura interna, forma dos triángulos rectángulos, y luego implementa la razón trigonométrica seno, obtiene una igualdad respecto a la altura; de esta forma genera las razones proporcionales entre lados y ángulos opuestos.



**Figura 6 Interpretación Teorema de Seno Estudiante #27**

En la actividad 3 (Ver anexo 4) se realizó explicación y demostración del teorema de coseno a partir de la representación gráfica de un triángulo oblicuo, en plenaria con los estudiantes, se construyeron las diferentes ecuaciones para hallar los tres lados del triángulo empleando en este teorema. A partir del registro gráfico del triángulo oblicuo. “Los estudiantes interpretan que para hallar el valor de un lado del triángulo oblicuángulo son necesarios los otros dos valores de lados y el ángulo opuesto” (Observación de clase, Sección #9, 22 septiembre 2018).

El problema #2 planteado en las actividades de refuerzo de la actividad 3, consistía en mostrar información de un cultivo de hortalizas, con un registro algebraico, para esto el estudiante #6, interpreto con un registro grafico la información (Figura 7). Este registro es acorde al teorema de coseno, y las variables que en este caso un lado y dos ángulos

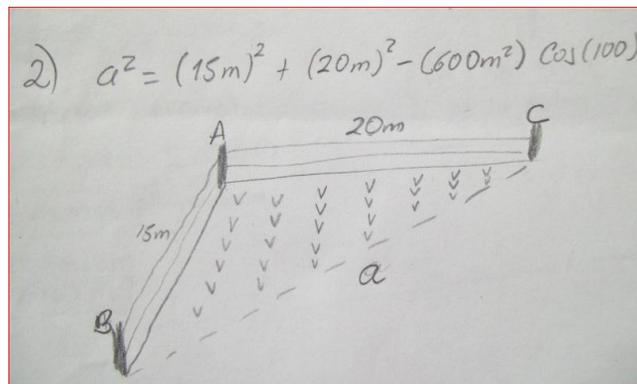


Figura 7. Interpretación problema de RA Estudiante # 6

Es de gran importancia, el cambio de registro semiótico gráfico a algebraico permitió que se reconstruyeran las ecuaciones de los otros dos lados y de los ángulos del triángulo de manera más comprensible, como se muestra en la *figura 8* donde el estudiante #10 reconoce la relación entre las variables y describe los términos de la representación a trabajar de la siguiente manera

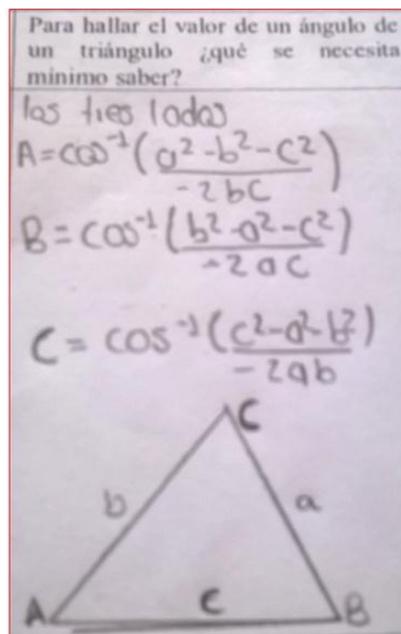


Figura 8. De Representación Gráfica a Representación Algebraica estudiante #10

De igual manera Lupiáñez, J.L (2016) comentan:

... las tareas más tradicionales sobre representaciones gráficas consisten en que los escolares construyan una a partir de una expresión algebraica o de una serie de datos. Este tipo de tareas de conversación básica son necesarias y pertinentes, pero no contribuyen a desarrollar por completo la capacidad para representar nociones y procesos matemáticos de los escolares. (p. 131)

De lo anterior se puede comprender, que en el triángulo oblicuo la representación algebraica depende directamente de la representación gráfica, en el caso contrario no es tan fácil de definir la dependencia, excepto si la expresión algebraica debe ser equivalente a los teoremas seno, coseno y teorías de áreas de triángulos oblicuos, de lo contrario una expresión algebraica no es equivalente a la representación verbal (Diario de campo, Sección # 9, 29 septiembre 2017).

En la actividad 4 (Anexo 7) que consistía en representación con materiales manipulables se implementó el software Geogebra utilizando las tablets, a partir de una representación algebraica con el registro del teorema de coseno. En esta representación RA se da el valor de dos lados y el ángulo que se encuentran entre ellos. En la observación de trabajo de los estudiantes, se evidenció que los estudiantes tuvieron dificultad en la interpretación y establecer con claridad la relación entre los datos, como se muestra en la *Figura 9*. Los estudiantes parten de generar un segmento sobre el eje de las x, luego miden los  $110^\circ$  apoyados de las herramientas del software, y miden el segmento faltante.

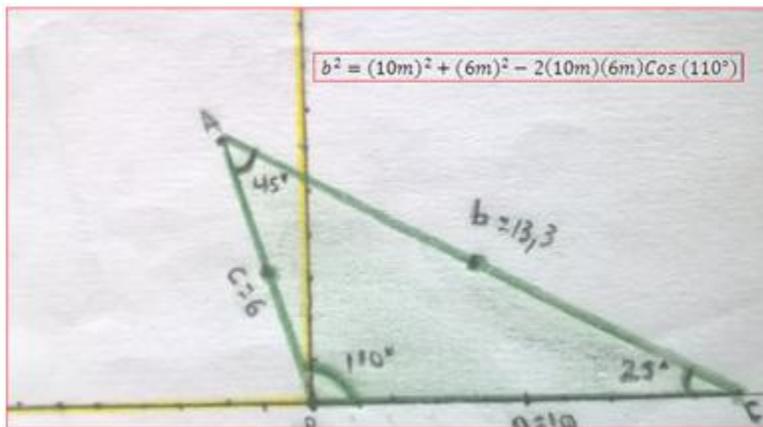


Figura 9. Representación algebraica a representación en material manipulativo Estudiante # 10

En cambio, el estudiante #23 interpreto que para representar debería usar otros elementos geométricos en el software de Geogebra como circunferencias, segmentos, ángulos. Para lo cual definió dos circunferencias una de radio 6 y otra de 10, luego determino el ángulo  $110^\circ$  (Figura 10). Este grupo de estudiantes, construye dos triángulos, y comprobaron los resultados del lado faltante poder describir los términos de representación, y comprobar los resultados analíticos como los tecnológicos (Diario de campo, sección #15, 13 de octubre 2017).

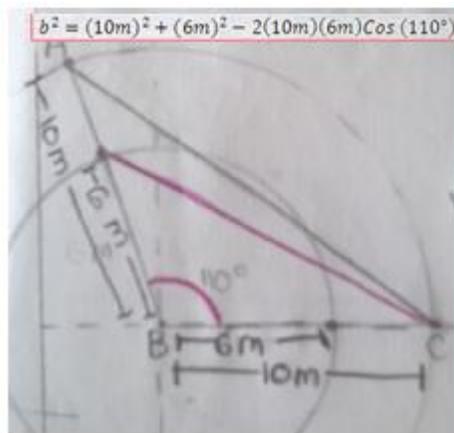


Figura 10. Representación Algebraica a representación Material Manipulable Estudiante #23

## **Subcategoría 2. Representaciones en la resolución de problemas**

Para comprender cómo los estudiantes tienen en cuenta las diferentes representaciones semióticas en la solución de problemas, se debe partir de que el estudiante debe identificar la estructura del problema, cuáles son los conceptos matemáticos implícitos y las posibles relaciones entre los elementos que contengan el problema.

En la intervención se propuso en la actividad 3 conformar grupos de trabajo de tres estudiantes para que en la zona verde de la institución construyeran un triángulo oblicuo, utilizando tres palos pinchos y lana o pita, con esta representación manipulable del triángulo, los estudiantes midieron tanto los lados y los ángulos, con un metro y un transportador respectivamente. Con esta información se propone como problema para los estudiantes utilizar los valores lados del triángulo y elaborar la representación algebraica cuyo registro sea del teorema de coseno, y justificar: Si la representación algebraica del triángulo es correcta, al emplear el teorema de coseno para hallar un ángulo ¿Los resultados obtenidos serán iguales?

En la figura 11 se muestra como los estudiantes 11, 27 y 5 realizaron la representación gráfica identificando la estructura del problema, representando algebraicamente el triángulo, luego con el cálculo del ángulo B justifican la comprobación de la medida real y la medida calculada. Caso contrario, tres grupos al calcular los valores de los ángulos no les coincidieron los resultados “Los estudiantes no realizaron bien la medida, tanto de la longitud de los lados como la de los ángulos.” (Audio, 26 septiembre 2017). Al respecto, Lupiáñez, J.L (2006) explican que “Los procesos de conversión se trabajan cuando los escolares afrontan tareas que

admiten varias vías de resolución, y en algunos casos se sostienen en los sistemas de representación que se están empleando” (p. 124).

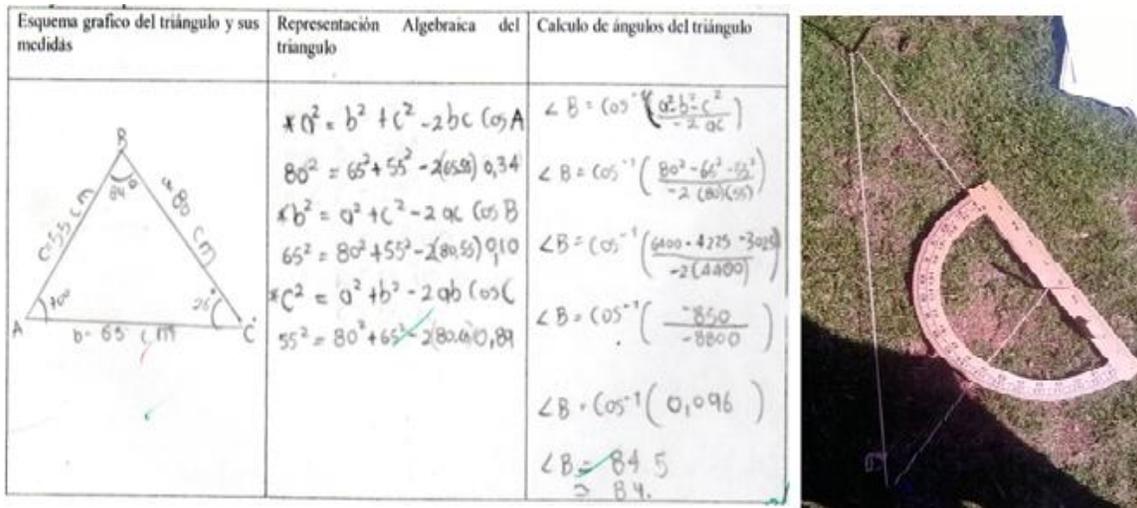


Figura 11. Representación Material Manipulable a representación algebraica

En la prueba final, se propuso tres problemas (Ver Anexo 8), del cual se analizan respectivamente, el ejercicio # 8 proponía hallar las medidas de una repisa triangular. En este caso el estudiante # 6, plantea como registro de partida para la solución una representación gráfica, donde indica los valores del problema (Figura 12). Luego determina el ángulo faltante usando la diferencia de ángulos, luego emplea la representación algebraica del teorema de seno para hallar la razón faltante el lado a, de esa misma manera el estudiante halla el valor de lado b.

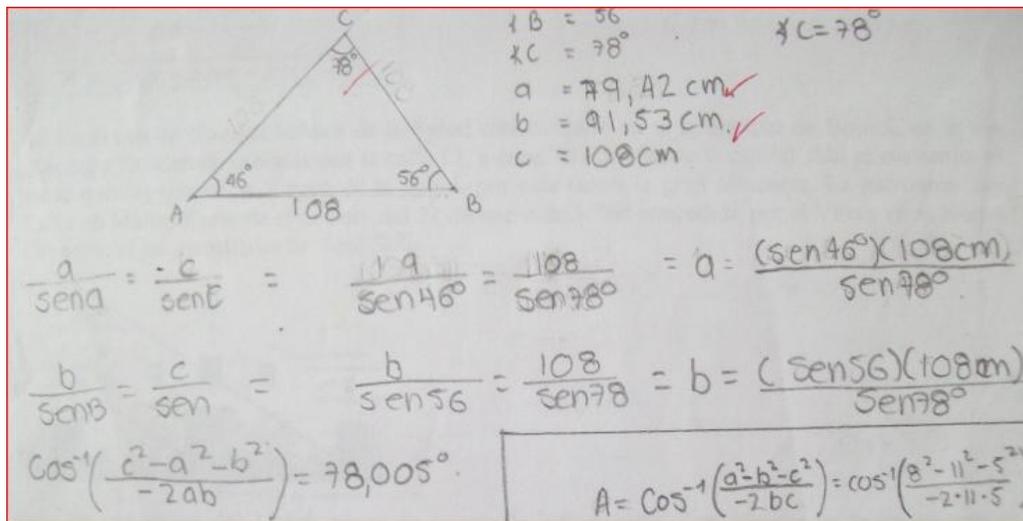


Figura 12. Resolución Situación #8 por estudiante #6

En el caso del número 9 “Halle la medida del ángulo menor de un terreno triangular cultivado de espinaca, si su perímetro es de 24m y el lado intermedio tiene una diferencia de 3m con respecto a los otros dos lados”.

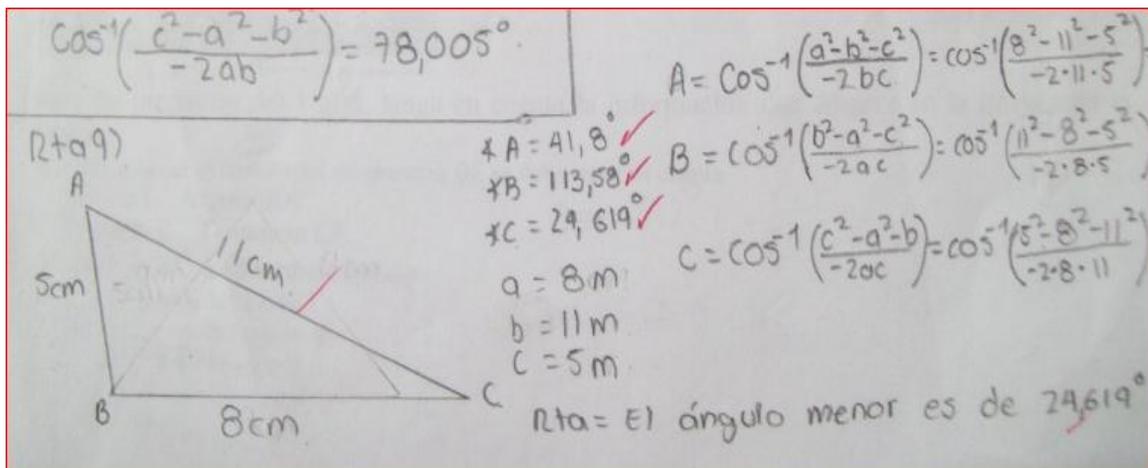


Figura 13. Resolución de problema estudiante # 6

En la figura 13, el estudiante #6 plantea la solución al problema a partir de un registro gráfico triangular, luego apoyándose del registro algebraico del teorema de coseno,

determinando el ángulo A lo mismo para el ángulo B. Emplea el coseno inverso de los lados, determina el valor cada ángulo. De la aplicación de esta prueba, 5 estudiantes hallaron los valores de los tres ángulos.

En esta situación el estudiante #11 no plantea la solución de la situación #9 desde la representación gráfica, sino directamente a la representación algebraica (*Figura 14*), en este caso la estudiante tiene claro la ubicación de valores y las relaciones entre las variables, para no equivocarse.

9

$P_{\Delta} = 24 \text{ m}$   
 $d = 3 \text{ m}$

$a = 11$   
 $b = 8$   
 $c = 5$

$C = \cos^{-1} \left( \frac{c^2 - a^2 - b^2}{2ab} \right)$

$C = \cos^{-1} \left( \frac{25 - 121 - 64}{2(11)(8)} \right)$

$C = \cos^{-1} \left( \frac{-160}{176} \right)$

$C = \cos^{-1}(0,90)$

$C = 25,8^{\circ}$

*Figura 14.* Resolución de problema situación 9 Estudiante #11

### Subcategoría 3. Diseño de nuevos problemas a partir de una representación

En la actividad 2, se le solicitó a cada estudiante tomar una fotografía del entorno del municipio (parques, cultivos, fachas de casas, entre otras) y de ella tenía que diseñar una situación matemática que fuera semejante a los triángulos oblicuángulos. El estudiante 28 planteó la siguiente situación: “En la Biblioteca pública Moxacá, se ha planeado colgar un

arreglo navideño de forma triangular, para las próximas festividades. ¿Cuál es la medida de la instalación?

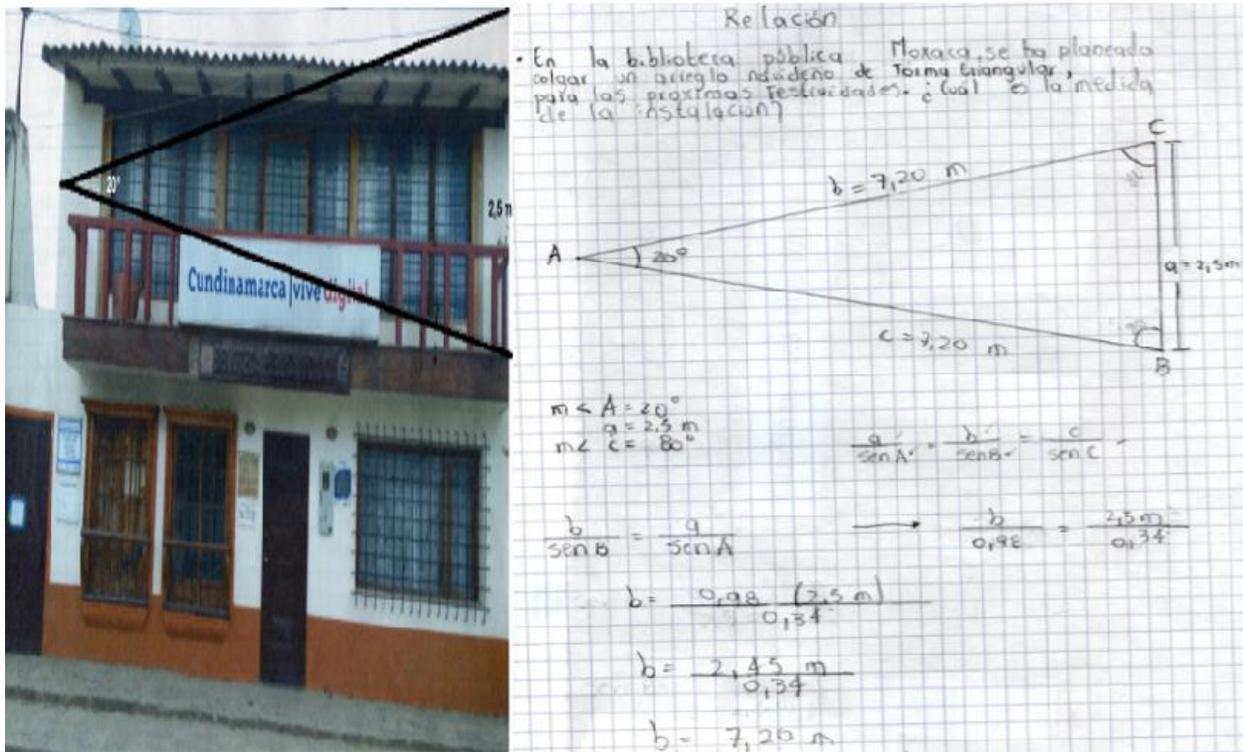


Figura 15. Diseño de problemas matemáticos estudiante No. 28

El estudiante 28 para el diseño del problema modificó información de una situación planteada con triángulos oblicuos que emplean el teorema de Seno, definió un ángulo  $20^\circ$  y su lado opuesto de 2,5 m, los otros lados iguales. A partir de la fotografía (RG) construyó (RV); para resolver el problema, hizo un RG con triángulos isósceles que le permite al estudiante comprender que los valores de los otros dos ángulos eran iguales y que el RA del teorema de seno le permitió hallar un lado faltante. Luego completó la información, halló el perímetro y resolvió el problema.

Observado el diseño de los problemas planteados por los estudiantes de décimo, se observa que más “el 60% de los problemas presentados por los estudiantes consistían en decoraciones de flores, instalaciones de navidad, decoración creativa en forma de triángulo...” (Audio, sección # 7, 15 septiembre 2017). De lo anterior se puede comprender que el diseño de nuevas situaciones se puede generar a partir de lo que afirma Shoenfeld (1985) en Santos Trigo (1997) donde parte del proceso en la resolución de problemas (análisis, exploración y verificación de la solución) específicamente en la verificación de la solución “¿puede obtenerse de otro modo diferente? ¿Puede ser reforzada con otros casos especiales? ¿Puede reducirse a resultados conocidos? ¿Puede ser generada a partir de algo que tú conoces?

#### **4.3.2 Categoría 2: Trabajo cooperativo y colaborativo**

El análisis de esta categoría se realizó basados desde la interdependencia positiva y las habilidades personales y de grupo (Universidad EAFIT, 2008).

Si bien en la primera actividad los estudiantes se organizaron de manera grupal el objetivo en ese momento era mejorar la relación en la dinámica de grupo, se esperaba un aumento de la cercanía, una apertura de los miembros del equipo, fortaleciendo las relaciones interpersonales. (Universidad EAFIT, 2008). En este sentido cuando los estudiantes organizaron su sustentación de trabajo, el rol que asumió cada miembro permitió evidenciar como los miembros del grupo compartían las responsabilidades, para identificar lo que deben ser aprendido (Teorema de Tales, Pitágoras, Razones trigonométricas)

En la actividad 3, el planteamiento de trabajo en grupo, se evidencia como la participación de los estudiantes en general es activa, donde toman decisiones teniendo en cuenta

las opiniones de los miembros del grupo. En la *figura 11*, se evidencia como el grupo 5 realizó las medidas del triángulo. Tuvieron dificultades para ponerse de acuerdo con la medida de los ángulos, “el líder de grupo pide asesoría sobre el correcto uso del transportador, luego hacen las medidas correspondientes, cuando el grupo reemplaza valores en la ecuación de ángulos, comprueba que tiene errores en las medidas, vuelven a planificar donde está el error y mitigarlo” (Diario de campo, Sección # 4, 12 septiembre 2017)

Lo anterior es acorde a lo expuesto por la Universidad EAFIT (2008) “la interdependencia positiva constituye la base del trabajo colaborativo / cooperativo que se genera al interior del equipo, donde todos los miembros del grupo trabajan en la consecución de una meta común” (p. 3)

En la actividad 4 representación con material manipulable con el Geoplano, los estudiantes generaron un clima de libertad para expresarse (*Figura 16*), donde cada miembro pudo expresar opinión que le facilitara el aprendizaje. La importancia de dialogar y escuchar se hizo de mayor énfasis para este trabajo grupal, porque en conjunto buscaban la solución del problema del Teorema de Pick, saber cómo dar las respuestas para hallar el área de un polígono. Además, los miembros se retroalimentaban del aprendizaje del compañero



*Figura 16. Trabajo Colaborativo Estudiantes 1001*

#### **4.4 Evaluación de la propuesta de intervención**

Para realizar la evaluación de la propuesta es importante mencionar el objetivo de la misma que consistía en utilizar una unidad didáctica que implementa diferentes representaciones semióticas para dar solución a triángulos oblicuángulos en los estudiantes de 1001 de la I.E.D. Nuestra Señora de la Gracia. De acuerdo a lo anterior, se evidenció en la sistematización la implementación de diferentes representaciones (verbal, gráfica, algebraica y material manipulable) y sus posibles transformaciones para lograr la solución del triángulo oblicuángulo.

La intervención logró cumplir una función pedagógica vinculando el aprendizaje de las nuevas teorías (teorema de seno, teorema de coseno y teoremas de áreas triangulares) para los estudiantes y la enseñanza de las diferentes representaciones semióticas en la solución de situaciones semejantes a triángulos oblicuángulos, permitió regular el trabajo tanto individual como el colectivo y cooperativo, relacionando los saberes previos, la indagación de información, el desarrollo de habilidades y la sustentación para mejorar los procesos.

Se fortalecieron en los estudiantes las habilidades para resolver problemas en los que se usen las propiedades geométricas de los triángulos oblicuángulos en forma de representación algebraica, empleando el teorema de seno y coseno.

El trabajo colaborativo y cooperativo entre los estudiantes fortaleció las habilidades comunicativas mejorando sus procesos de argumentación, el respeto por el ritmo de aprendizaje de los compañeros, empoderamiento frente a la toma de decisiones, madurez para hacer y recibir críticas constructivas poniéndose en el lugar de otro.

## **5 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

Los docentes que cursan la maestría en Profundización de la Educación de la Universidad Externado de Colombia, pertenecientes Institución Educativa Departamental Nuestra Señora de la Gracia del municipio de Bojacá plantean realizar un plan de acción institucional que contribuya al mejoramiento de los aprendizajes de los estudiantes y que beneficien a la comunidad educativa.

### **5.1 Conclusiones y recomendaciones**

#### **5.1.1 Conclusiones**

La Maestría en Educación permite hacer una reflexión de la práctica pedagógica en el aula, para mejorar en el momento de diseño, implementación y evaluación de cada uno de los procesos de aprendizaje y enseñanza de las actividades en matemáticas.

El aprendizaje acerca de la importancia que tiene en la enseñanza de las matemáticas las diferentes representaciones semióticas, permite que tanto docente y estudiante se le facilite la argumentación y solución de situaciones matemáticas

La unidad didáctica en la intervención permitió identificar aspectos en los procesos de aprendizaje de los estudiantes en matemáticas, desarrollando las habilidades interpretación y resolución de problemas.

Los estudiantes potencializaron la competencia interpretativa, a través de la implementación de la representación verbal y gráfica del triángulo oblicuángulo

El diseño de nuevas situaciones con triángulos oblicuángulos permitió mejorar la habilidad comunicativa y competencia argumentativa desde la representación algebraica, fortaleciendo en el estudiante los conceptos matemáticos del teorema de seno y coseno.

Los estudiantes tienden a ser más eficientes cuando hay trabajo colaborativo/ cooperativo ya que les permite la construcción conjunta, verbal y no verbal del saber matemático.

A nivel institucional, la implementación de la intervención sirvió como estrategia para optimizar los procesos cognitivos en los componentes geométrico, métrico y variacional (MEN, 2006) y dinamizar plan de asignatura, diseño de evaluaciones en matemáticas.

La habilidad comunicativa se potencializa a partir de las representaciones semióticas que el estudiante utiliza para definir un objeto matemático y relacionando con los diferentes sistemas conceptuales.

### **5.1.2 Recomendaciones**

La implementación de la unidad didáctica es una herramienta útil para el desarrollo de las habilidades comunicativas en el aula.

A partir de la intervención y los diferentes procesos desarrollados, se sugiere tener en cuenta el documento Elementos de didáctica de la matemática para el profesor de secundaria de Lupiáñez, J.L (2016), un compendio de las herramientas necesarias y útiles, para el trabajo de aula en matemáticas, refuerza la implementación de las representaciones semióticas existentes y fortalece la didáctica de las matemáticas.

Así mismo, diseñar estrategias que dinamicen el trabajo cooperativo y colaborativo en pro del fortalecimiento de los pensamientos matemáticos acordes a las políticas del ministerio de educación, involucrando en el aula los derechos básicos de aprendizaje.

La planificación de las actividades en matemáticas debe ser generada a partir del empoderamiento del rol del estudiante, donde tenga la oportunidad de reconocer, crear, interpretar y relacionar las diferentes representaciones semióticas en matemáticas, que permita la claridad de las nociones matemáticas.

## **5.2 Justificación de la proyección**

Teniendo presente el diagnóstico institucional con respecto a las dificultades encontradas en los resultados de las Pruebas Saber 3°, 5°, y 9° del año 2015, se logró identificar una disminución en los niveles de desempeño en las áreas de matemáticas y lenguaje. Se propuso una intervención pedagógica desde las áreas a las cuales pertenecen los maestrantes, cuyo objetivo focalizado era mejorar el componente de análisis e interpretación textual, en particular, en matemáticas desde las competencias geométricas y variacional.

La intervención de los maestrantes se realizó en primaria y secundaria, en el caso de matemáticas la intervención en el grado décimo se basó en el uso y relación de diferentes representaciones para modelar situaciones de variación, en este caso las representaciones semióticas en la solución de triángulos oblicuángulos.

En el transcurso de las intervenciones producto del proceso de maestría, a partir de la profundización de lenguaje, matemáticas y ciencias naturales cobró relevancia el uso de estrategias didácticas llevadas al aula de clase para mejorar los procesos de enseñanza aprendizaje y contribuir a desarrollar las habilidades cognitivas que deben alcanzar los estudiantes de acuerdo a la edad y al grado en el que se encuentren.

## **5.1 Plan de acción**

Este plan de acción es producto del colectivo de maestrantes cuyo objetivo se centra en orientar algunos procesos de enseñanza aprendizaje desarrollados en las propuestas de intervención, mejorar el clima institucional y consolidar una comunidad de aprendizaje pedagógico, es por ello que se deben brindar espacios para el enriquecimiento de las prácticas de aula a través de las experiencias significativas de los docentes.

De acuerdo a lo anterior es necesario retomar el propósito del modelo pedagógico holístico transformador, según Iafrancesco (2011), quien establece:

Formar integralmente al educando, desde su singularidad y la madurez integral del proceso y dimensiones, para que construya el conocimiento con aprendizajes autónomos y significativos y transforme su realidad socio-cultural, con liderazgo y emprendimiento, desde la investigación y la innovación educativa, pedagógica, didáctica, curricular, administrativa y evaluativa” (p.24)

En este sentido, es oportuno realizar reuniones periódicas con los docentes de la institución para articular el desarrollo de competencias en todas las áreas que se llevarán a cabo en varias sesiones. Estas sesiones son: *café pedagógico*, socialización de las investigaciones, allí los docentes compartirán un espacio propicio para socializar los resultados de las investigaciones.

*Tertulia cuéntame que te cuento*, se realizarán diálogos de experiencias significativas de docentes quienes podrán socializarlas y replicar en las demás áreas y grados. *Juego y aprendo* se realizarán talleres lúdicos y juegos interactivos con un fin pedagógico.

*Puentes de comunicación* se realizarán diálogos sobre ambiente institucional, *Reflexiono sobre la evaluación* se retroalimentará sobre el uso de la evaluación formativa, plantear

actividades didácticas de evaluación formativa. Lo anterior es significativo, ya que por medio de estas reuniones de comunidades se fortalezca el SIEE (Sistema Integral de Evaluación Educativa).

*Que debes SABER* se realizará reuniones con docentes del área de matemáticas en la que trabajará acerca de las dificultades encontradas en las diferentes pruebas SABER 3°, 5°, 9° y 11°. Lo anterior para diseño de estrategias para mejorar progresivamente los niveles de desempeño institucional.

Tabla 3

*Plan de Acción y Cronograma*

<b>Fecha</b>	<b>Actividad</b>	<b>Descripción</b>	<b>Objetivos</b>	<b>Metas</b>	<b>Responsables</b>
Semana institucional octubre 2018	Café pedagógico Socialización de la intervención	Dar a conocer a la comunidad educativa las investigaciones y sus resultados. A través de bases informativas y exposición tipo poster.	Socializar resultados de las investigaciones a fin de dar a conocer hallazgos desde la práctica educativa.	Socializar al 90% de los compañeros cada una de las investigaciones	Nury Guzmán
Noviembre 2018 Abril 2019 Agosto de 2019	Tertulia cuéntame que te cuento	Diálogo de experiencias significativas de docentes de la institución.	Proponer diálogos pedagógicos a partir de experiencias significativas desde el que hacer docente.	Involucrar al 60% de los compañeros para que a través de diálogos pedagógicos dé a conocer sus experiencias significativas.	Cristina Escobar

Semana institucional de Enero 2019 Marzo 2019 Agosto 2019	Juego y aprendo	Talleres lúdicos y juegos interactivos con un fin pedagógico	Brindar espacios de aprendizaje a través de los cuales se puedan socializar estrategias pedagógicas a fin de fortalecer los procesos de enseñanza aprendizaje.	Involucrar al 90% de los compañeros en cada uno de los espacios de aprendizaje.	Flor Sanabria Novoa y Cristiam Segura
Semana institucional Enero de 2019 Mayo de 2019 Noviembre de 2019	Puentes de comunicación	Diálogos sobre ambiente institucional	Generar espacios para fortalecer diálogos a fin de mejorar el clima institucional.	Involucrar al 95% de los compañeros en los diálogos sobre ambiente institucional.	Ángela Perilla
Semana institucional junio de 2019	Reflexiono sobre la evaluación	Actividades didácticas de evaluación formativa.	Profundizar junto con los compañeros en el conocimiento de la evaluación formativa.	Involucrar al 95% de los compañeros en cada una de las actividades didácticas sobre evaluación formativa.	John Jairo Gómez
Semana institucional enero 2019	Que debes SABER	Dialogo sobre fortalezas y debilidades de las pruebas SABER	Diseñar estrategias con el área de matemáticas para mejorar las pruebas SABER	Involucrar al 100% de los compañeros en actividades sobre las pruebas SABER y como mejorar en el aula	Cristiam Segura

---

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Compuzano, C.M. (2014). Representaciones semióticas sobre el número racional. *Magistro*, 8(15), pp. 157 - 181
- D'Amore, B., Fandiño, M. & Iori, M. (2013) *La semiótica en la didáctica de la matemática*. Bogotá: Editorial Magisterio.
- Díaz Barriga, F. (2006). *Enseñanza Situada: Vínculo entre la escuela y la vida*. Universidad Nacional Autónoma de México. Facultad de Psicología. Mc Graw Hill.
- Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 9(1), 143-168. Recuperado en <http://cmapspublic.ihmc.us/rid=1JM80JJ72-G9RGZN-2CG/La%20habilidad%20para%20cambiar%20el%20registro%20de%20representaci%C3%B3n.pdf>
- Fernández, F. (2010) *Unidad didáctica: Trigonometría*. Master en la formación al profesorado de enseñanza secundaria (Especialidad Matemáticas). Universidad de Granada.  
Recuperado en:  
[http://fqm193.ugr.es/media/grupos/FQM193/cms/TFM\\_\(Fco\\_Javier\\_Fernandez\\_Medina\).pdf](http://fqm193.ugr.es/media/grupos/FQM193/cms/TFM_(Fco_Javier_Fernandez_Medina).pdf)
- González, F. (2004). Cómo desarrollar clases de matemática centrada en resolución de problemas. *Cuaderno de Educación*, 5. Recuperado en:  
<https://s3.amazonaws.com/academia.edu.documents/31873341/Cap12.pdf?AWSAccessKeyId=AKIAIWOWYYGZ2Y53UL3A&Expires=1509988358&Signature=MaSkSsxExsRy6>

[4dEC64cmb1b3rw%3D&responsecontentdisposition=inline%3B%20filename%3DCap12.pdf](#)

Godino, J., Batanero, C. & Font, V. (2004) *Didáctica de la matemática para Maestros*.

Universidad de Granada. Recuperado de [https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/9\\_didactica\\_maestros.pdf](https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/9_didactica_maestros.pdf)

Iafrancesco, G. (2011). *Modelo Pedagógico Holístico Transformador: fundamentos, dimensiones, programas y proyectos en la escuela transformadora*. Corporación Internacional Pedagógica y Escuela Transformadora.

I.E.D. Nuestra Señora de la Gracia, (2016). *PEI (Proyecto Educativo Institucional)* Institución Educativa Departamental Nuestra Señora de la Gracia. Bojacá

López, A. (2013) *La evaluación como herramientas para el aprendizaje: conceptos, estrategias y recomendaciones*. Bogotá: Editorial Magisterio.

Lupiáñez, J. L. (2016) Sistemas de representación. En Rico, L. & Moreno, A. *Elementos de didáctica de las matemáticas para el profesor de Secundaria*, 119-137. Madrid: Ediciones Pirámide.

Ministerio de Educación Nacional MEN (1998) *Lineamientos Curriculares en matemáticas*.

Recuperado de [https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869\\_archivo\\_pdf9.pdf](https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf)

Ministerio de Educación Nacional MEN (2006) *Estándares Básicos de competencias en*

*Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Ministerio de Educación Nacional.

Recuperado en: [https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021\\_recurso\\_1.pdf](https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf)

Ministerio de Educación Nacional MEN (2013) *Secuencias didácticas en Matemáticas para educación básica secundaria*. Programa para el fortalecimiento de la cobertura con calidad

para el sector educativo rural PER II. Ministerio de Educación Nacional. Recuperado de [https://www.mineducacion.gov.co/1759/articles329722\\_archivo\\_pdf\\_matematicas\\_secundaria.pdf](https://www.mineducacion.gov.co/1759/articles329722_archivo_pdf_matematicas_secundaria.pdf)

Ministerio de Educación Nacional MEN. (2016a) ISCE (Índice Sintético de Calidad Educativa) Recuperado de [http://diae.mineducacion.gov.co/dia\\_e/documentos/2016/125099000101.pdf](http://diae.mineducacion.gov.co/dia_e/documentos/2016/125099000101.pdf)

Ministerio de Educación Nacional MEN. (2016 b) *Derechos Básicos de Aprendizaje V2 Matemáticas*. Recuperado de [http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/DBA\\_Matem%C3%A1ticas.pdf](http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/DBA_Matem%C3%A1ticas.pdf)

Ministerio de Educación Nacional MEN. (2017) Informe por colegio prueba saber 3, 5 y 9. Siempre Día E. Aterrizando los resultados al aula. IED Nuestra Señora de la Gracia.

Murphy, L. & Steffesen, A. (1994) *Álgebra y trigonometría con aplicaciones*. Ed Trillas, México 1994

Santos Trigo, L. (1997) *Principios y métodos en la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas*. Centro de investigación y de estudios avanzados del IPN. Grupo Editorial Iberoamérica Segunda Edición. México

Tamayo, O. (2006) Representaciones semióticas y evolución conceptual en la enseñanza de las ciencias y las matemáticas. *Revista Educación y pedagogía*, XVIII (45), 37-49. Recuperado de <https://aprendeonline.udea.edu.co/revistas/index.php/revistaeyp/article/viewFile/6085/549>

Universidad EAFIT (2008) *Aprendizaje colaborativo y cooperativo*. Conexiones. Recuperado

[http://www.colombiaaprende.edu.co/html/mediateca/1607/articles-167925\\_archivo.pdf](http://www.colombiaaprende.edu.co/html/mediateca/1607/articles-167925_archivo.pdf)

## ANEXOS

### Anexo 1 Índice Sintético de Calidad Educativa 2016

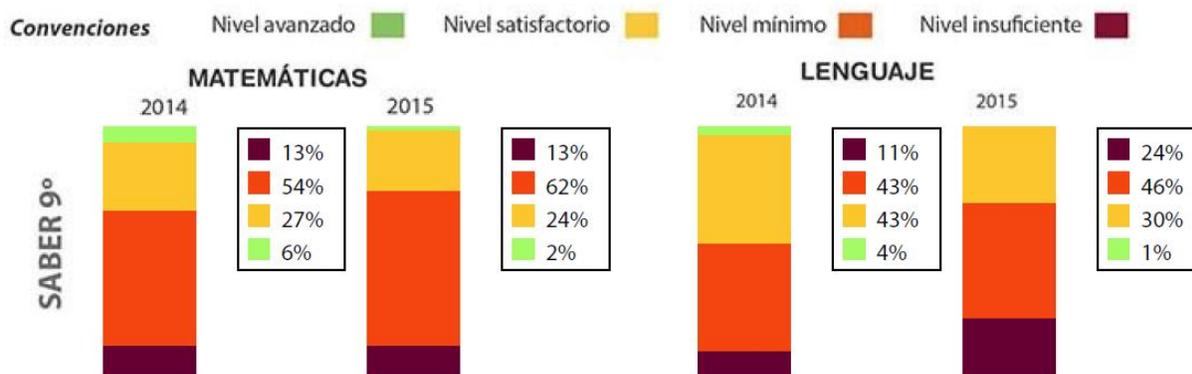


Gráfica # 3. Resultados ISCE Secundaria 2016

### PORCENTAJE DE ESTUDIANTES EN NIVEL INSUFICIENTE

La escala de valores es de 0 a 100%.

Los valores específicos para el colegio se pueden encontrar en el recuadro a la derecha de cada barra.



Fuente de los datos de las Pruebas Saber 9°: 2014 - 29 de septiembre de 2015, 2015 - 4 de marzo de 2016

## Anexo 2 Actividad 1 Diagnóstico

**Universidad Externado de Colombia - Maestría en Educación – Modalidad Profundización**  
**IED Nuestra Señora de la Gracia**  
**Maestrante: Cristiam Segura Peña**

<b>Actividad 1 (Diagnóstico)</b>	<b>Grado: Decimo</b>	<b>Tiempo 3 horas</b>	<b>Semana 1</b>
<p><b>Objetivo Aprendizaje:</b> Comprender las diferentes maneras de hallar valores faltantes en triángulo rectángulo, empleando los conceptos previos de proporcionalidad en triángulos, Teorema de Thales, Teorema Pitágoras, razones trigonométricas.</p> <p><b>DBA:</b> Utiliza teoremas y propiedades y relaciones geométricas (Teorema de Thales, Teorema de Pitágoras y razones trigonométricas) para proponer y justificar estrategias de medición y cálculo de longitudes</p> <p><b>Pregunta guía:</b> ¿Qué debo comprender para resolver situaciones que tienen representaciones equivalentes a un triángulo rectángulo?</p>			

Secuencia de actividades	Tiempos (50 minutos)	Recursos	Evaluación
<b>Momento 1 Saberes previos</b>			
<p>Formar seis grupos de estudiantes de manera aleatoria, esta selección se realizará por medio de seis colores de papeles que tomará cada estudiante y se organizaran en mesas redondas, a cada grupo se le entregará una situación particular donde deberá:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Realizar las representaciones más adecuada del problema, tenga en cuenta que:               <ol style="list-style-type: none"> <li>a. Representación simbólica es aquella que se expresa mediante los símbolos algebraicos (razones o teoremas trigonométricos),</li> <li>b. Representación gráfica, son aquellos conceptos representados en el plano o en el espacio (Fernández, 2010, p. 18-21)</li> </ol> </li> </ol>			
<b>Situación 1</b>			
<p>Andrés se ubica a 8m de un árbol, frente a él se encuentra su amigo Camilo que tiene una altura de 1,5m y está a 6m del mismo árbol. Andrés necesita saber la altura de del árbol ¿cómo podrá calcular dicha altura?</p>			
<b>Situación 2</b>			
<p>La empresa Codensa está ubicando postes de luz que tienen aproximadamente un tamaño de 8m, de los cuales se debe enterrar 2m al piso. El cable de tensión mantiene el poste firme, y va desde la parte superior del poste hasta un costado, a cierta distancia del pie del poste. Si el cable de tensión mide 7m, ¿a qué distancia del pie del poste se debe colocar el cable de tensión?</p>			
<b>Situación 3</b>			
<p>Fernando ve la parte superior de un edificio con ángulo de elevación a <math>50^\circ</math>, si él se encuentra a 10 m del edificio. ¿Cómo puede determinar la altura del edificio?</p>			

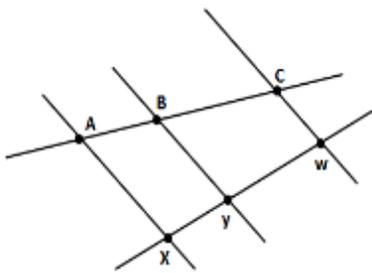
**Cierre:** En medio pliego de papel periódico, cada grupo realizará la representación gráfica y simbólica que correspondiente. Luego un estudiante por grupo hará la justificación de su respuesta.

**Momento 2 Proceso de investigación (30 minutos)**

De la siguiente información analice cuál teoría se ajusta adecuadamente a la situación problema, y determine las diferentes estrategias necesarias para iniciar la solución.

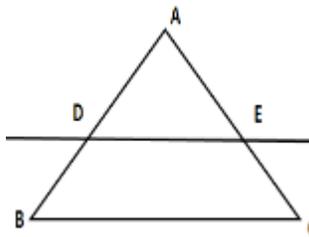
**Recíproco del teorema de Thales**

Si varias rectas son cortadas por dos secantes y los segmentos determinados sobre las secantes son proporcionales, entonces, las rectas son paralelas  $\frac{AB}{BC} = \frac{XY}{YW}$



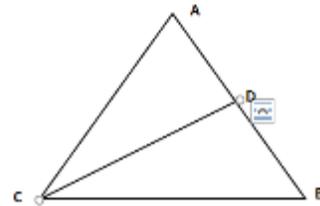
**Teorema fundamental de la proporcionalidad**

Si una recta interseca a dos lados de un triángulo y es paralela al tercer lado, entonces, los segmentos en que se divide los dos lados son proporcionales.  $\frac{AD}{DE} = \frac{AB}{BC}$



**Recíproco del teorema fundamental de la proporcionalidad**

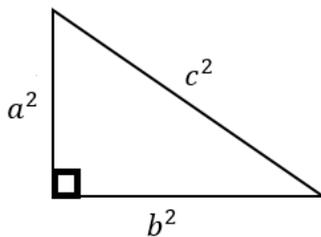
La bisectriz de un ángulo interno de un triángulo divide al lado opuesto en dos segmentos proporcionales a los otros dos lados del triángulo.  $\frac{AD}{DC} = \frac{AB}{BC}$



**Teorema De Pitágoras**

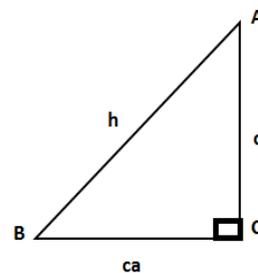
Para todo triángulo rectángulo la suma de sus catetos al cuadrado equivale a la hipotenusa al cuadrado.

$$a^2 + b^2 = c^2$$



**Razones Trigonométricas**

Los catetos de un triángulo rectángulo son cateto opuesto (CO) y cateto adyacente (CA), se determina seis razones trigonométricas



$$\text{Seno } B = \frac{co}{h}$$

$$\text{Coseno } B = \frac{ca}{h}$$

$$\text{Tangente } B = \frac{co}{ca}$$

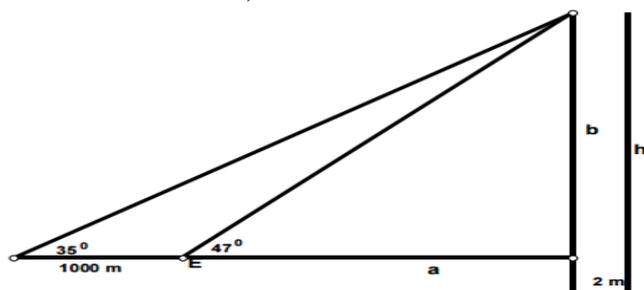
Sen B = co/h	Csc B = h/co
Cos B = ca/h	Sec B = h/ca
Tan B = co/ca	Cot B = ca/co

En el cuaderno y en sus respectivos grupos realizarán el análisis de la teoría que represente al problema, aplique esa representación y resuelva.

**Momento 3 Desarrollo de habilidad (45 minutos)**

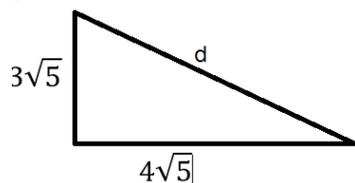
Cada grupo realizará la solución de su respectivo ejercicio y lo muestra en medio pliego de papel periódico. Además de resolver las siguientes situaciones en el cuaderno para reforzar sus habilidades,

1. Para medir la altura de una montaña, un topógrafo toma dos observaciones de la cima desde puntos separados a una distancia de 1000 metros en línea recta hacia la montaña. La primera observación tiene como resultado un ángulo de elevación de  $47^\circ$ , la segunda tiene un ángulo de elevación de  $35^\circ$ , si el teodolito está dos metros del piso ¿cuál es la altura de la montaña?



Tomado: <http://webfcfmyun.unsl.edu.ar/wp-content/uploads/2012/05/cap5+prac.pdf>

2. La empresa de andenes “La esquina” necesita calcular la longitud del borde de un jardín, para saber cuánto material requiere para colocar un tubo de agua (d)



**Momento 4 Sustentación**

Cada miembro del grupo de estudiantes realiza una consolidación de su trabajo realizado y de los ejercicios desarrollados, en su portafolio de manera creativa y lo mostrará a los miembros del grupo. La valoración de cada una de las etapas anteriores se realizará de acuerdo a la siguiente matriz

**Matriz de evaluación actividad 1**

NO LOGRADO	PENDIENTE POR LOGRAR	LOGRADO	LOGRADO CON EXCELENCIA
La representación gráfica de la situación problema no es concreta y no permite diferenciar las variables, para la	La representación gráfica de la situación problema no es aceptable y diferencia las variables, pero no realiza la	La representación gráfica de la situación problema es aceptable y permite diferenciar las variables, para la	La representación gráfica de la situación problema es concreta y permite diferenciar las variables, para la representación simbólica.

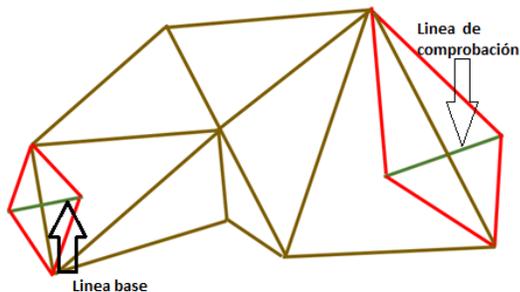
representación simbólica.	representación simbólica.	representación simbólica.	
Se dificulta comparar la representación gráfica con la teoría requerida para solucionarlo	Comparar la representación gráfica con la teoría requerida, pero plantea como solucionarlo	Comparar la representación gráfica con la teoría requerida para planear su solución	Puede comparar asertivamente la representación gráfica con la teoría requerida para solucionarlo
Él trabaja en grupo no aporta a las actividades y no participa en la socialización del mismo.	Trabaja en grupo es limitado es cada actividad y no participa en la socialización del mismo.	Trabaja en grupo aportando a cada actividad y participa en la socialización es bueno.	Trabaja en grupo aportando a cada actividad y su participación en la socialización es excelente.

### Anexo 3 Actividad 2 Representación Grafica

**Universidad Externado de Colombia - Maestría en Educación – Modalidad Profundización  
IED Nuestra Señora de la Gracia  
Maestrante: Cristiam Segura Peña**

<b>Actividad 2 Teorema de Seno (Representación gráfica)</b>	<b>Grado: Decimo</b>	<b>Tiempo 6 horas</b>	<b>Semana 2 y 3</b>
<p><b>Objetivo Aprendizaje:</b> Utilizar la representación gráfica como aporte para la solución del problema que involucre triángulos oblicuángulos. Explicar las características de un triángulo oblicuángulo para emplear el teorema de seno y hallar valores faltantes en el triángulo. Diseñar estrategias para abordar situaciones de medición de los elementos de triángulos oblicuángulos que requieran grados de precisión específicos. <b>DBA:</b> Explora y describe las propiedades de los lugares geométricos y de sus transformaciones a partir de diferentes representaciones</p>			
<b>Pregunta guía:</b> ¿Podemos determinar medidas de longitud cercanas o muy lejanas?			

<b>Secuencia de actividades</b>	<b>Tiempos 1h</b>	<b>Recursos Copias</b>	<b>Evaluación: Trabajo individual</b>
<p><b>Momento 1 Saberes previos (50 minutos)</b> Los estudiantes realizarán la siguiente la lectura de manera individual y consultará las preguntas</p> <p align="center"><b>La planimetría</b></p> <p>La planimetría es un método para medir terrenos. Los topógrafos utilizan un proceso llamado triangulación, en el cual se crea una red de miles de triángulos entrelazados en el área que se va a medir. El proceso se inicia midiendo la longitud de una línea base entre dos puntos topográficos. Después se utiliza un instrumento llamado teodolito para medir ángulos entre estos dos puntos y un tercero. A continuación, se utiliza el teorema de seno para calcular los otros dos lados del triángulo formado por tres puntos. Luego se toman los lados calculados como líneas base y se repite el proceso una y otra vez para crear la red de triángulos que representa el terreno. La única distancia medida en esta línea base inicial; las demás distancias se calculan a partir del teorema de seno y la medición de ángulos. Esto es práctico porque resulta más fácil medir ángulos que distancias.</p>			



El proyecto de la cartografía más ambicioso de todos los tiempos fue el gran censo trigonométrico (levantamiento topográfico) de India, formado por varias expediciones y que tomó más de un siglo en terminarse. La famosa expedición de 1823, encabezada por Sr George Everest, duró 20 años. Esta expedición logró llegar a las estribaciones del Himalaya. Pero una expedición posterior que usó la triangulación, calculó la altura del pico más alto del Himalaya, el Monte Everest, en honor a Sr Everest.

Consulta

¿Cuál es la altura del Monte Everest?

¿En qué país está ubicado?

¿Cuál es el nombre de las otras alturas montañosas del Himalaya y cuál es su altura?

¿Podrías explicar con una gráfica cómo se midió la altura del Everest en una expedición posterior?

**Cierre:** En plenaria los estudiantes socializarán las respuestas y el grupo que tenga la respuesta correcta obtendrá puntos a favor.

**Actividad en casa:** Los estudiantes tomarán una foto de: un paisaje de Bojacá, un cultivo de hortaliza, una fachada de una casa, un invernadero, el parque municipal, la cancha de la institución entre otros.

### Momento 2 Consulta de información ( \_ )

Los triángulos que no tienen un ángulo recto, llamados triángulos oblicuángulos, pueden ser resueltos trigonométricamente. Si se saben tres partes, el resto se puede calcular, por lo menos una de las partes tiene que ser un lado, ya que hay un número ilimitado de triángulos semejantes que tienen los tres ángulos dados. (Murphy L, y Steffesen A, 1994, p. 331)

Para resolver triángulos oblicuángulos se emplean el teorema de Seno o el teorema de Coseno, dependen de partes que se conozcan del triángulo. Hay cuatro casos:

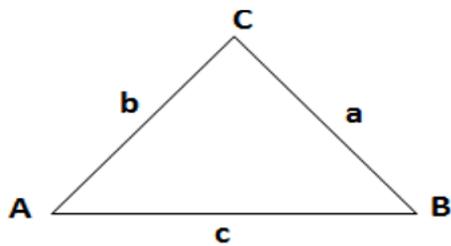
Caso I. Dados dos ángulos y un lado (AAL). En este caso se conocen los tres ángulos ya que el tercer ángulo puede ser calculado restando la suma de los dos ángulos de  $180^\circ$ . Este caso puede ser resuelto con el teorema de seno.

Caso II. Dados dos lados y un ángulo opuesto a uno de los lados (LLA). Este caso puede ser ambiguo en donde puede no haber solución, solo una solución, o dos soluciones para el triángulo. Cuando hay una (o dos soluciones) se puede utilizar el teorema del Seno.

Caso III. Dados dos lados y el ángulo entre ellos (LAL). En este caso se requiere el uso de la ley de los cosenos y normalmente, después el teorema de seno.

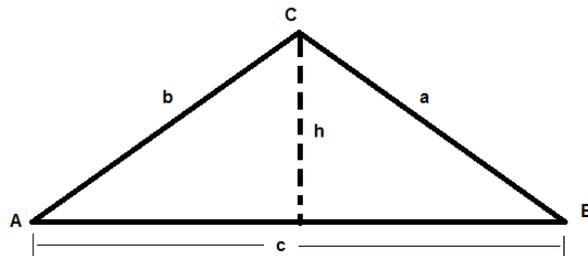
Caso IV. Dados tres lados (LLL). En este caso se requiere el uso de la ley de los cosenos y normalmente, después el teorema de seno.

$$\frac{a}{\text{Sen } A} = \frac{b}{\text{Sen } B} = \frac{c}{\text{Sen } C}$$



$$\text{Area} = \frac{1}{2} bc \text{Sen } A$$

### Demostración teorema seno



$$\text{Sen } A = \frac{h}{b} \quad \text{y} \quad \text{Sen } B = \frac{h}{a}$$

Como  $h$  es la misma se igual valores

$$b \text{ Sen } A = a \text{ Sen } B$$

$$\frac{b}{\text{Sen } B} = \frac{a}{\text{Sen } A}$$

### .....Momento 3 Desarrollo de habilidad (45 minutos)

En una cartelera se pegarán todas las fotos y se seleccionaran cuatro de ellas que cumplan la condición de poder representar un triángulo oblicuángulo, es decir, que no sea un triángulo rectángulo y que pueda generar una pregunta problema.

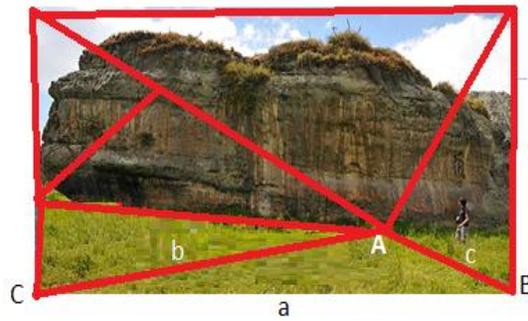
Se multicopiará las cuatro fotos y se entregaran a cada grupo, para diseñar un triángulo no rectangular sobre la copia, ejemplo.



(piedras de chivo negro en Bojacá)

El estudiante realizará la consulta del tipo de triángulo representa su gráfica. (Isósceles- Acutángulo; Isósceles- Obtusángulo; Escaleno - Acutángulo; Escaleno – Obtusángulo). Además de averiguar que es el teorema del Seno y cuáles son los casos para poder implementarlo.

El estudiante con una copia de la fotografía seleccionada, hará una teselación de triángulos oblicuángulos como muestra el ejemplo



A partir de esta información emplear teorema de Seno, calcula los otros dos lados faltantes al triángulo ABC. Por ejemplo, Si  $a = 9\text{cm}$ ;  $m\angle C = 15^\circ$ ;  $m\angle B = 30^\circ$

En el cuaderno haga de nuevo la representación del triángulo ABC, luego para determinar el tercer ángulo faltante se realiza lo siguiente:

$$m\angle A = 180^\circ - 30^\circ - 15^\circ$$

$$m\angle A = 135^\circ$$

Para hallar los otros lados faltantes, se emplea el teorema del seno a través de la **representación algebraica** así:

$\frac{b}{\text{Sen } B} = \frac{a}{\text{Sen } A}$	$\frac{c}{\text{Sen } C} = \frac{a}{\text{Sen } A}$
$b = \frac{a \text{ Sen } B}{\text{Sen } A}$	$c = \frac{a \text{ Sen } C}{\text{Sen } A}$
$b = \frac{9 \text{ Sen } (30)}{\text{Sen } (135)}$	$c = \frac{9 \text{ Sen } (15)}{\text{Sen } (135)}$
$b = \frac{9 (0,5)}{(0,707)} = 6,36\text{cm}$	$c = \frac{9 (0,26)}{(0,707)} = 3,3\text{cm}$
$\text{Área} = \frac{1}{2}bc\text{Sen}A$ $\text{Área} = \frac{1}{2}(6,36\text{cm})(3,3\text{cm})\text{Sen}135^\circ$ $\text{Área} = 5,5 \text{ cm}^2$	

**NOTA:** Resolver un triángulo oblicuángulo, implica hallar el valor de sus lados y ángulos.

**ACTIVIDAD DE REFUERZO:** Resuelva las siguientes situaciones para complementar desarrollo de la habilidad, haga su respectiva representación gráfica, emplee la representación algebraica para resolver y determine su área

- $m\angle A = 60^\circ$ ,  $m\angle B = 70^\circ$ ,  $b = 20$
- $m\angle B = 36^\circ$ ,  $m\angle A = 48^\circ$ ,  $a = 12$
- $m\angle A = 116^\circ 20'$ ,  $a = 17.2$ ,  $c = 13.2$
- $m\angle C = 61^\circ 10'$ ,  $c = 30.3$ ,  $b = 24.2$
- $m\angle C = 60^\circ$ ,  $a = 12$ ,  $c = 30$

#### Momento 4 Sustentación

Con su imagen diseña una situación problemática que le permita evidenciar el cálculo de los elementos del triángulo, luego formará grupos de cinco personas, donde expondrá a sus compañeros como determinaron resultados obtenidos, de esa misma manera los demás harán lo mismo.

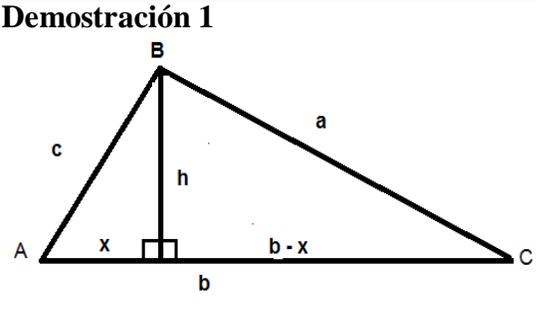
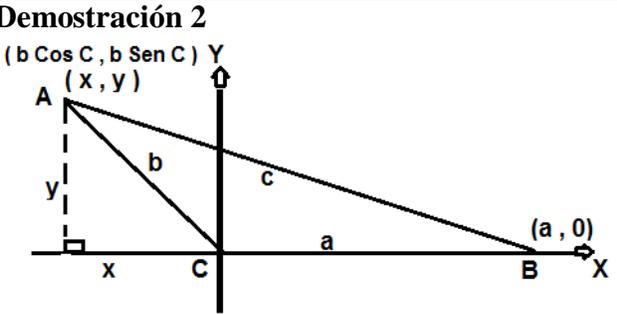
#### Matriz de evaluación Actividad 2

NO LOGRADO	PENDIENTE POR LOGRAR	LOGRADO	LOGRADO CON EXCELENCIA
El estudiante se le dificulta comprende lectura propuesta y no realiza una indagación pertinente de la misma	El estudiante comprende lectura propuesta y no realiza una indagación pertinente de la misma	El estudiante comprende la lectura propuesta y realiza una indagación de la misma	El estudiante comprende asertivamente lectura propuesta y realiza una indagación pertinente de la misma
Presenta dificultades para el cálculo de lados y ángulos de triángulos oblicuángulos, empleando el teorema del seno	Calcula lados y ángulos de triángulos oblicuángulos, empleando el teorema del seno, sin justificar procedimientos	Calcula lados y ángulos de triángulos oblicuángulos, empleando el teorema del seno	Calcula lados y ángulos correctamente de triángulos oblicuángulos, empleando el teorema del seno
Trabajar en grupo se le dificulta en cada actividad y su participación en la socialización no es buena	Trabaja en grupo, pero no aporta a cada actividad y su participación en la socialización es regular	Trabaja en grupo aportando a cada actividad y su participación en la socialización es buena.	Trabaja en grupo aportando a cada actividad y su participación en la socialización es excelente.

### Anexo 4 Actividad 3 Representación Algebraica

**Universidad Externado de Colombia - Maestría en Educación – Modalidad Profundización**  
**IED Nuestra Señora de la Gracia**  
**Maestrante: Cristiam Segura Peña**

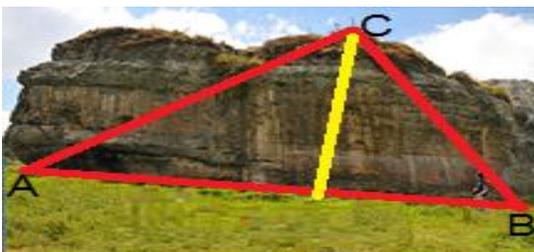
<b>Actividad 3 Teorema de Coseno (Representación algebraica)</b>	<b>Grado: Decimo</b>	<b>Tiempo 3 horas</b>	<b>Semana 4 y 5</b>
<p><b>Objetivo Aprendizaje:</b> Conocer como la representación algebraica aportan a la solución del problema que involucre triángulos oblicuángulos utilizando el teorema de coseno                  Construir un triángulo oblicuángulo en terreno y emplear el teorema de coseno para hallar valores de los ángulos del triángulo.</p> <p><b>DBA:</b> Explora y describe las propiedades de los lugares geométricos y de sus transformaciones a partir de diferentes representaciones</p> <p><b>Pregunta guía:</b> ¿Podemos determinar medidas de los ángulos de un triángulo a partir de los valores de los tres lados?</p>			

Secuencia de actividades	Tiempos	Recursos	Evaluación
<p><b>Saberes previos (15 minutos)</b></p> <p><b>Momento 1</b> Recolección de trabajo realizado sobre el teorema de Seno</p> <p><b>Momento 2</b> Los estudiantes formarán grupos de máximo cuatro personas y responderán las siguientes preguntas:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ¿Cómo se utiliza el teorema de Pitágoras?</li> <li>2. ¿Cómo se halla la distancia entre dos puntos?</li> <li>3. Para hallar el valor de un ángulo de un triángulo ¿qué se necesita mínimo saber?</li> </ol> <p><b>Momento 3 Consulta de información ( )</b>                  Copiar en el cuaderno las dos demostraciones y con el grupo discutan que propiedades matemáticas se utilizaron</p> <p><b>Teorema de Coseno</b></p>			
<p><b>Demostración 1</b></p> 	<p><b>Demostración 2</b></p> 		

$c^2 = h^2 + x^2$ $h^2 = c^2 - x^2$ $a^2 = h^2 + (b - x)^2$ $h^2 = a^2 - (b - x)^2$ $c^2 - x^2 = a^2 - (b - x)^2$ $c^2 - x^2 = a^2 - b^2 + 2bx - x^2$ $a^2 = b^2 + c^2 - 2bx$ $\text{Cos } A = \frac{x}{c}$ $c \cdot \text{Cos } A = x$ $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \text{Cos } A$ <p>Luego <math>b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \text{Cos } B</math>  Y <math>c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \text{Cos } C</math></p>	<p>Distancia entre dos puntos <math>d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2</math></p> $c^2 = (b \cdot \text{Cos } C - a)^2 + (b \cdot \text{Sen } C - 0)^2$ $c^2 = (b^2 \text{Cos}^2 C - 2b \text{Cos } C \cdot a + a^2) + b^2 \text{Sen}^2 C$ $c^2 = a^2 + b^2 (\text{Sen}^2 + \text{Cos}^2) - 2ab \text{Cos } C$ $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \text{Cos } C$ <p>Por lo tanto <math>a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \text{Cos } A</math>  Y <math>b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \text{Cos } B</math></p>
---	--

**Desarrollo de habilidad**

**Momento 4** El siguiente grafico nos muestra una de las piedras de Chivo negro en Bojacá, donde se quiere construir una zona de diversión, la cual consiste en tensionar dos cuerdas desde el Punto C (la parte más alta) hasta los puntos A y B que se encuentra en el piso, para que las personas se puedan deslizar. La cuerda que va desde C hasta A mide 16m y la que va desde C hasta B 11m; el ángulo entre ambas cuerdas aproximadamente es de 110° ¿A qué distancia se encuentran A y B?



Solución:  $a = 11\text{m}$  ,  $b = 16\text{m}$  y  $m\angle C = 110^\circ$   

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \text{Cos } C$$

$$c^2 = 11m^2 + 16m^2 - 2(11m)(16m) \cdot \text{Cos}(110)$$

$$c^2 = 121m^2 + 256m^2 - 352 \cdot (-0,342)$$

$$c^2 = 377 + 120,38$$

$$c^2 = 497,38$$

$$c = \sqrt{497,38} \cong 22,3m$$

La distancia entre AB es de 22.3m

**DESARROLLO DE HABILIDADES**

**Momento 5.** El docente le indicara a los estudiantes que deben construir un triángulo oblicuo en la zona verde de la institución, utilizando tres palos de pincho y una lana de dos metros de

longitud. Luego hará un registro de las medidas de los lados y los ángulos respectivamente. Y procederá a la representación algebraica de la situación, como también comprobará la medida de cada uno de los ángulos del triángulo utilizando el teorema del coseno. ¿Coincide los valores medidos del triángulo con los calculados?

**Cierre:** En plenaria los estudiantes socializarán las respuestas y el grupo que tenga la respuesta correcta obtendrán puntos a favor.

**ACTIVIDAD DE REFUERZO:** Resuelva las siguientes situaciones para complementar desarrollo de la habilidad, haga su respectiva representación algebraica.

1. Un vecino de Bojacá tiene un terreno rectangular para cultivar hortalizas de 22m x 18m. Un dispensador de agua, es una llave rotatoria que sirve la hidratación del cultivo y lo realiza en forma circular. El vecino necesita ubicar tres dispensadores que tienen un radio de dispersión de 6m, 5m y 4m, con la manguera que lleva el agua, se formará un triángulo y en cada vértice se ubicará un dispensador. ¿Cómo serían las características de este triángulo? Y ¿Cuáles son sus medidas de lados y ángulos?
2. En un terreno triangular esta cultivado de hortaliza, dos cercas forman un ángulo en común. La siguiente ecuación representa el terreno  $a^2 = (15m)^2 + (20m)^2 - (600m^2)Cos(100)$  Con esta información se puede hallar la tercera cerca? y ¿cuál es el menor ángulo interno del terreno?
3. Al costado de un invernadero se construirá un cuarto de forma triangular para guardar herramientas, que son necesarias en el manejo y mantenimiento del cultivo de flores, este costado tiene una longitud de 5m y una pared del cuarto a  $32^\circ$  mide 3,38 m. Se necesita saber la longitud de la otra pared y que área de construcción se empleó.
4. Diseñe una situación que pueda emplear las siguientes medidas  $B=121^\circ 20'$ ,  $a = 8.4$  m,  $c = 12,3$  m y determine su respectiva área

**Sustentación**

En plenaria se hará la solución de los problemas planteados y realizarán cinco situaciones propuestas por los mismos compañeros

**Matriz de evaluación Actividad 3**

NO LOGRADO	PENDIENTE POR LOGRAR	LOGRADO	LOGRADO CON EXCELENCIA
El estudiante se le dificulta comprende lectura propuesta y no	El estudiante comprende lectura propuesta y no realiza	El estudiante comprende la lectura propuesta y realiza una indagación de la misma	El estudiante comprende asertivamente lectura propuesta y realiza una

realiza una indagación pertinente de la misma	una indagación pertinente de la misma		indagación pertinente de la misma
Presenta dificultades para el cálculo de lados y ángulos de triángulos oblicuángulos, empleando el teorema del coseno	Calcula lados y ángulos de triángulos oblicuángulos, empleando el teorema del coseno, sin justificar procedimientos	Calcula lados y ángulos de triángulos oblicuángulos, empleando el teorema del coseno	Calcula lados y ángulos correctamente de triángulos oblicuángulos, empleando el teorema del coseno
Trabajar en grupo se le dificulta en cada actividad y su participación en la socialización no es buena	Trabaja en grupo, pero no aporta a cada actividad y su participación en la socialización es regular	Trabaja en grupo aportando a cada actividad y su participación en la socialización es buena.	Trabaja en grupo aportando a cada actividad y su participación en la socialización es excelente.

### Anexo 5 Formato Actividad # 3

#### Formato de Actividad # 3

Nombre: \_\_\_\_\_

Grado: \_\_\_\_\_

Contesta las preguntas información obtenida

¿Cómo se utiliza el teorema de Pitágoras?	¿Cómo se halla la distancia entre dos puntos?	Para hallar el valor de un ángulo de un triángulo ¿qué se necesita mínimo saber?

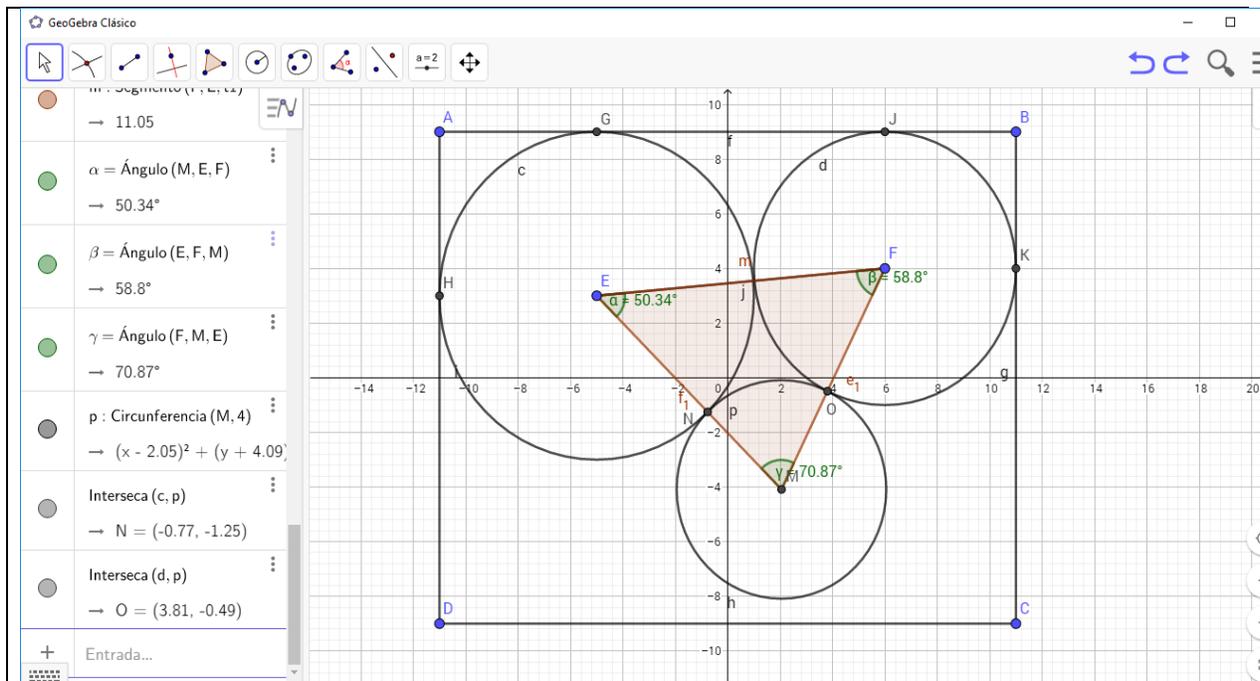
Trabajo de campo

Esquema grafico del triángulo y sus medidas	Representación Algebraica del triangulo	Calculo de ángulos del triángulo

## Anexo 6 Representación Algebraica y Material manipulable

**Universidad Externado de Colombia - Maestría en Educación – Modalidad Profundización**  
**IED Nuestra Señora de la Gracia**  
**Maestrante: Cristiam Segura Peña**

<b>Actividad 4 (Representación Algebraica a Material Manipulable)</b>	<b>Grado: Decimo</b>	<b>Tiempo 1 hora</b>	<b>Semana 7</b>																					
<p><b>Objetivo Aprendizaje:</b> Utilizar la representación de material manipulable (Geogebra) para resolver ejercicio planteado en representación algebraica</p> <p>Diseñar una situación problemática a partir de la situación planteada en la representación algebraica, de acuerdo a la fotografía asignada</p> <p><b>DBA:</b> Explora y describe las propiedades de los lugares geométricos y de sus transformaciones a partir de diferentes representaciones</p>																								
<p><b>Pregunta guía:</b> ¿Qué elementos necesito saber para utilizar la representación de material manipulable en la solución de un triángulo oblicuángulo?</p>																								
<p><b>Momento 1</b></p> <p>Se realizar una breve explicación del manejo del geoplano, hallado área de figuras geométricas y viendo sus características donde se le explica que las puntillas o puntos en del geoplano están en el borde de la figura (P) y las puntillas que están dentro de la figura (L).                      Copiar el siguiente cuadro en el cuaderno y complételo.</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin: 10px 0;"> <thead> <tr> <th style="width: 33%;">Numero de Puntillas en el perímetro (P)</th> <th style="width: 33%;">Numero de puntillas dentro (S)</th> <th style="width: 33%;">Área Pick</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">4</td> <td></td> <td style="text-align: center;">1</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td style="text-align: center;"><math>\frac{1}{2}</math></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">5</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">7</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">8</td> <td style="text-align: center;">3</td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>En grupo socialice el posible formalismo del Teorema de Pick</p>				Numero de Puntillas en el perímetro (P)	Numero de puntillas dentro (S)	Área Pick	4		1			$\frac{1}{2}$	5	1		7	2		8	3				
Numero de Puntillas en el perímetro (P)	Numero de puntillas dentro (S)	Área Pick																						
4		1																						
		$\frac{1}{2}$																						
5	1																							
7	2																							
8	3																							
<p><b>Momento 2</b></p> <p>Realizar la solución del ejercicio de la actividad anterior sobre problema de los dispersores de agua y comparar medidas</p>																								



Tarea: Halle los valores de lados y ángulos faltantes del triángulo de acuerdo a la ecuación y plante una situación matemática.

a.  $\frac{x}{\text{Sen } 30^\circ} = \frac{15m}{\text{Sen } 110^\circ}$

b.  $a^2 = (8m)^2 + (4m)^2 - 2(8m)(4m)\text{Cos } (80^\circ)$

c.  $A = \frac{(7m)(9m)\text{Sen}(65^\circ)}{2}$

### Anexo 7 Formato Actividad # 3

#### Formato de actividad 4 Geogebra

<b>SECUENCIA DE ACTIVIDADES</b>		
Momento 1 Organización en grupos de trabajo previamente seleccionado y entrega de material al encargado de tiempo		
Momento 2 Indicaciones para desarrollar la actividad y recordar teoremas de seno y coseno		
Momento 3 Trabajo en Geogebra con la situación asignada		
Momento 4 Entrega de fotografía para planteamiento de la situación y lectura de la misma		
Momento 5 Cierre y asignación de trabajo para la próxima clase		
<b>SITUACIÓN</b>		
Dada la siguiente ecuación $b^2 = (10m)^2 + (6m)^2 - 2(10m)(6m)\cos(110^\circ)$ que corresponde a un triángulo, determine su representación utilizando el programa Geogebra y halle área y perímetro.		
<b>Representación en Geogebra</b>	<b>Solución de la situación algebraica</b>	<b>Diseño de una situación problema (fotografía)</b>

## Anexo 8 Actividad # 5 Consolidación de resultados

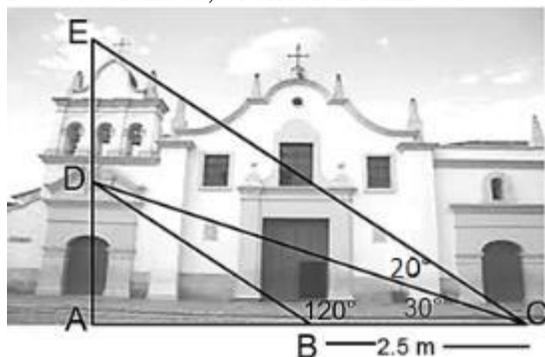
**Universidad Externado de Colombia - Maestría en Educación – Modalidad Profundización**  
**IED Nuestra Señora de la Gracia**  
**Maestrante: Cristiam Segura Peña**

<b>Actividad 5 (Consolidación de resultados)</b>	<b>Grado: Decimo</b>	<b>Tiempo 3 horas</b>	<b>Semana 4</b>
<p><b>Objetivo Aprendizaje:</b> Emplear diferentes argumentos geométricos para diseñar y resolver problemas que involucran triángulos oblicuángulos.          Evaluar los conocimientos adquiridos por los estudiantes por medio de una evaluación escrita de selección múltiple con única respuesta y de preguntas abiertas</p> <p><b>DBA:</b> Explora y describe las propiedades de los lugares geométricos y de sus transformaciones a partir de diferentes representaciones</p> <p><b>Pregunta guía:</b> ¿La mejor representación de una situación permite orientarme en la solución de un problema?</p>			

Secuencia de actividades	Tiempos	Recursos	Evaluación								
<p><b>Punto de partida (50 minutos)</b>            Debemos traer del portafolio la actividad dos de la secuencia, las tres fotos y cada grupo de estudiantes pensarán en diseñar una situación matemática que involucren un triángulo oblicuángulo y que pueda utilizar alguno de los teoremas de seno o coseno, o si se quiere emplear los dos teoremas mejor. Puede socializar si cada representación gráfica, la verbal, algebraica tres, se realiza en media hoja carta para cada representación. Se fusionan dos grupos y con las fichas formarán un domino.</p>											
<p><b>Evaluación de Triángulos Oblicuángulos</b></p>											
<p><b>Nombre:</b> _____ <b>Grado: Décimo</b></p>											
	15	25	30	45	60	75	90	120	180	270	360
Sen	0.26	0.42	0.5	0.71	0.87	0.97	1	0.87	0	-1	0
Cos	0.97	0.91	0.87	0.71	0.5	0.26	0	-0.5	-1	0	1
Tan	0.27	0.47	0.58	1	1.73	3.73	Inf	-1.73	0	Inf	0

$\frac{a}{\text{Sen } A} = \frac{b}{\text{Sen } B} = \frac{c}{\text{Sen } C}$
$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\text{Cos}A$ $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\text{Cos}B$ $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\text{Cos}C$
$\sqrt{2} = 1.41; \sqrt{3} = 1.73; \sqrt{5} = 2.24$
$A = \frac{bc\text{Sen}A}{2}$ $A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

El Santuario de Nuestra Señora de la Salud está ubicado en el municipio de Bojacá, en la vía Bogotá a Facatativá, saliendo por la calle 13, a unos 70 minutos de la capital. Ahí se encuentra el cuadro milagroso de la Virgen de la Salud, por esta razón la gran afluencia. La parroquia San Lorenzo Mártir mediante el decreto del 21 de enero de 1.760 concedido por el Virrey de la Nueva Granada, el excelentísimo Sr. José Solís



Para las preguntas del 1 al 5, tenga en cuenta la información que aparece en la imagen de la iglesia.

- Para conocer el tamaño del campanario DE se debe tener en cuenta
  - Ángulo BDC
  - Distancia CE
  - Teorema de Seno
  - Solap0ñ3mente la Opción I
  - Solamente la Opción III
  - Opción I y Opción II
  - Opción I y Opción III
- El valor del ángulo BDC y la longitud de un cable de tensión CD serán
  - 30° y 4.3 m
  - 20° y 3.9 m
  - 20° y 5.6 m

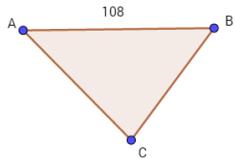
- d.  $30^\circ$  y 3.1 m
3. Si empleo el teorema del seno en el triángulo CDB la distancia de BD se puede representar mediante la expresión algebraica:
- a.  $\frac{\text{Sen } 30^\circ}{BC} = \frac{BD}{\text{Sen } 120^\circ}$
- b.  $\frac{\text{Sen } 120^\circ}{BC} = \frac{BD}{\text{Sen } 120^\circ}$
- c.  $\frac{BC}{\text{Sen } 30^\circ} = \frac{DB}{\text{Sen } 120^\circ}$
- d.  $\frac{BC}{\text{Sen } 30^\circ} = \frac{BD}{\text{Sen } 30^\circ}$
4. La distancia AE representa la altura de la iglesia que equivale
- a. 4.1 m
- b. 5.1 m
- c. 4.8 m
- d. 4.5 m

### PARQUE ARQUEOLÓGICO DE CHIVONEGRO

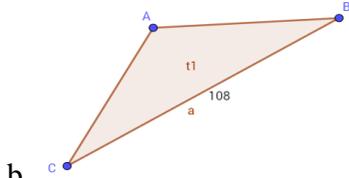
El parque es de gran importancia para el desarrollo turístico y cultural del municipio, en la actualidad el acceso es libre para cualquier persona, sin embargo es importante tener en cuenta que las riquezas arqueológicas halladas en el mismo como son los pictogramas que se encuentran en las diferentes formaciones rocosas, deben ser protegidos y mirar la posibilidad de recuperar algunos que han sido degradados por la acción del hombre o de la naturaleza, para este proceso es importante el apoyo del ICAHN como institución líder a nivel nacional en dichos temas, En la actualidad se está desarrollando un proceso de mejora en el cual se están adecuando senderos, para realizar recorridos, guiados, así como la construcción de un aula ambiental, todos estos procesos, articulados con un manejo adecuado y sostenible del parque hace que este se llegue a desarrollar como un punto importante para el ámbito turístico.



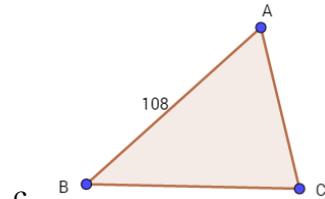
5. Un grupo de arqueólogos ubico unos postes en la zona no rocosa del parque, con el fin de buscar vestigios, si quieren saber el área de búsqueda, cuál de las siguientes opciones es más pertinente para este calculo
- Opción I. El producto de  $\frac{1}{2}$  por dos de los lados del triángulo por seno del ángulo que los forman
- Opción II. Raíz cuadrada del producto de las diferencias del semiperímetro (S) y cada lado del triángulo con S
- Opción III. El teorema de Coseno
- a. Solamente opción I

- b. Solamente opción II  
 c. Opción I y II  
 d. Opción II y III
6. Para hallar el área los arqueólogos empleó la siguiente expresión algebraica:  
 a.  $\sqrt{s(s - 12.5)(s - 10)(s + a)}$   
 b.  $\sqrt{s(s - 12.5)(s - 10)(s - 4)}$   
 c.  $\sqrt{26.5(s - 12.5)(s - 10)(s - 4)}$   
 d.  $\sqrt{13,25(s - 12.5)(s - 10)(s - 4)}$
7. Emplea el teorema de coseno y determine el menor de los ángulos del área triangular  
 a.  $43,75^\circ$   
 b.  $13,05^\circ$   
 c.  $16,25^\circ$   
 d.  $40,75^\circ$
8. Una repisa de madera de forma triangular, solo se conoce que el lado empotrado a la pared mide 108 cm y  $m\angle B = 56^\circ$ ,  $m\angle A = 46^\circ$  Cuál de las siguientes representaciones graficas es la de mayor semejanza
- 

a.



b.



c.
9. Halle las medidas de los lados y ángulos faltantes del triángulo del problema anterior
10. Halle la medida del ángulo menor de un terreno triangular cultivado de espinaca, si su perímetro es de 24m y el lado intermedio tiene una diferencia de 3 m con respecto a los otros lados.

### Matriz de evaluación Actividad 5

NO LOGRADO	PENDIENTE POR LOGRAR	LOGRADO	LOGRADO CON EXCELENCIA
El Empleo de los diferentes argumentos geométricos para que diseñe o resuelva problemas que involucran triángulos	No emplea argumentos geométricos para diseñar y resolver problemas que involucran triángulos oblicuángulos.	Emplea los diferentes argumentos geométricos para diseñar y resolver problemas que involucran triángulos oblicuángulos.	Emplea correctamente los diferentes argumentos geométricos para diseñar y resolver problemas que involucran triángulos oblicuángulos.

oblicuángulos no son adecuados.			
Si tiene correctamente 0 o 2 respuesta correcta	Si tiene correctamente 3 o 5 respuestas correctas	Si tiene correctamente 6 o 7 respuestas correctas	Si tiene correctamente 8 o 10 respuestas correctas
Él trabaja en grupo no aporta a las actividades y no participa en la socialización del mismo.	Trabaja en grupo es limitado es cada actividad y no participa en la socialización del mismo.	Trabaja en grupo aportando a cada actividad y participa en la socialización es bueno.	Trabaja en grupo aportando a cada actividad y su participación en la socialización es excelente.

## Anexo 9 Registro Portafolio

Formato de revisión de Portafolio

Estudiante: \_\_\_\_\_ Grado: \_\_\_\_\_

Evidencias	Logrado con excelencia	Logrado	Pendiente por lograr	No logrado
<b>Actividad 1</b> Diagnostica				
Representación gráfica de triángulos rectángulos				
Cartelera y exposición de grupo				
Ejercicios de desarrollo de habilidad				
<b>Actividad 2</b> Teorema Seno representación Gráfica - Planimetría (consulta de preguntas)				
Presentación de fotografías				
Trabajo colaborativo en la construcción de situaciones matemáticas con las fotografías				
Socialización de situación matemáticas				
Ejercicios de actividades refuerzo				
<b>Actividad 3</b> Teorema de Coseno representación Algebraica				
Demostración Teorema de Coseno para ángulos				
Medida de campo y entrega de evidencias				
Entrega de actividades de refuerzo teorema de coseno				
<b>Actividad 4</b> representación a material manipulable				
Área de teorema Pick				
Representación material manipulables programa Geogebra				
<b>Actividad 5</b> evaluación final				
Consolidación de resultados				

## Anexo 10 Formato Autoevaluación

### Formato de Autoevaluación

Nombre: \_\_\_\_\_ Grado: \_\_\_\_\_

De manera individual reflexionará a cerca de los desempeños alcanzados durante el proceso de la unidad didáctica y respondemos de forma escrita las siguientes preguntas:

¿Qué fue lo que más le gusto de las actividades realizadas durante la unidad didáctica? ¿Porqué?

---

---

---

¿Qué fue lo menos te gusto de las actividades realizadas durante la unidad didáctica? Porque

---

---

---

¿Qué lograste aprender?

---

---

¿Qué crees que debes mejorar o reforzar de tu aprendizaje?

---

Crees que tu desempeño durante la unidad didáctica fue (Marca con una X según considere su desempeño)

Excelente \_\_\_\_ Bueno \_\_\_\_ Regular \_\_\_\_ Porque