

La función cuadrática desde los sistemas de representación simbólico y gráfico

Nanci Janett Roa Africano

Trabajo de grado para optar al título de Magister en Educación

Sandra Patricia Arévalo Ramírez

Docente Asesora

Universidad Externado de Colombia

Facultad de Ciencias de la Educación

Maestría en Educación con Énfasis en Profundización

Pedagogía y Didáctica del Lenguaje, las Matemáticas y las Ciencias

Bogotá, D.C.

2018

Tabla de contenido

Resumen Analítico en Educación – RAE	7
Capítulo I. Diagnóstico institucional	10
Análisis del contexto institucional (componente académico).....	10
Identificación de necesidades y problemas en la enseñanza-aprendizaje	10
Capítulo II. Problema generador.....	12
Problema generador de la intervención.....	12
Delimitación del problema generador de la intervención	13
Pregunta orientadora de la intervención.....	14
Hipótesis de acción.....	14
Objetivo general.....	14
Objetivos específicos.	15
Referentes teóricos y metodológicos que sustentan la intervención	15
Marco conceptual.....	15
Sistemas de representación	16
Función cuadrática y los sistemas de representación.....	16
Usos del gráfico de funciones para los marcos algebraico y gráfico.	19
Enseñanza para la Comprensión EpC	21
Comprensión	21
Dimensiones de la Comprensión.....	23

Dimensión de contenido	23
Dimensión de métodos	24
Dimensión de propósitos	24
Dimensión de formas de comunicación	24
Niveles de la Comprensión	24
Comprensión ingenua	25
Comprensión de principiante o novato	25
Comprensión de aprendiz	25
Comprensión de maestría	26
Capítulo III. Ruta de acción	29
Objetivos de la intervención.....	29
Objetivos de aprendizaje de la intervención.	29
Propósitos de aprendizaje.....	29
Objetivo general.....	29
Objetivos específicos.	29
Estrategia didáctica y/o metodológica.....	30
Propuesta de intervención	31
Planeación de actividades.....	31
Instrumentos de evaluación de los aprendizajes	31
Cronograma.....	32


Capítulo IV. Sistematización de la experiencia de intervención y evaluación de los resultados .	35
Descripción de la intervención.....	35
Reflexión sobre las acciones pedagógicas realizadas	36
Sistematización de la práctica pedagógica en torno a la propuesta de intervención.....	40
Evaluación de la propuesta de intervención.....	49
Capítulo V. Conclusiones y recomendaciones.....	52
Conclusiones institucionales.....	52
Conclusiones de área.....	53
Recomendaciones institucionales.....	55
Recomendaciones de área.....	57
Plan de sostenibilidad de la propuesta.....	58
Justificación del plan de sostenibilidad.....	58
Plan de acción.....	59
Referencias.....	64
Anexos.....	67

Lista de anexos

Anexo 1	Formato Institucional para Unidad de Comprensión (UdC)	67
Anexo 2	Resultados pruebas Saber 2015 y 2016 área de matemáticas	68
Anexo 3	Plan de acción	70
Anexo 4	Consentimiento informado para padres o acudientes.....	75
Anexo 5	Unidad de Comprensión (UdC) Función cuadrática enfocada en sistemas de representación simbólico y gráfico y actividades planeadas inicialmente.....	76
Anexo 6	Instrumentos de evaluación de los aprendizajes.....	93
Anexo 7	Resultados de actividad diagnóstica.....	101
Anexo 8	Seguimiento al planteamiento de la situación para el proyecto síntesis.....	103
Anexo 9	Guías adicionales para trabajar en la dificultad detectada.....	105
Anexo 10	Unidad de Comprensión final (UdC) Función cuadrática enfocada en sistemas de representación simbólico y gráfico.....	109

Lista de tablas y figuras

Figura 1. Mapa conceptual de la función cuadrática.....	17
Figura 2. Traducción y transformación sintáctica	18
Tabla 1 Capacidades para un objetivo acerca de la función cuadrática.....	19
Tabla 4 Las cuatro dimensiones de la comprensión y sus rasgos.....	26
Tabla 5 Cronograma de las 16 sesiones de la intervención.....	32
Tabla 6 Dimensiones, niveles y rasgos empleados como categorías de análisis.....	41
Imagen 1: Momento de socialización de una actividad.....	44

	Resumen Analítico en Educación – RAE
	Página 1 de 3
1. Información General	
Tipo de documento	Trabajo de grado
Acceso al documento	Universidad Externado de Colombia. Biblioteca Central
Título del documento	La función cuadrática desde los sistemas de representación simbólico y gráfico
Autor(es)	Nanci Janett Roa Africano
Director	Sandra Patricia Arévalo Ramírez
Publicación	Bogotá. Biblioteca Facultad de Educación Universidad Externado de Colombia.
Unidad Patrocinante	
Palabras Claves	Sistemas de representación, Comprensión, dimensiones y niveles de comprensión, Enseñanza para la Comprensión (EpC), función cuadrática.

2. Descripción
<p>Este trabajo documenta un proceso realizado para acercar las prácticas pedagógicas al enfoque EpC en el colegio Francisco de Paula Santander de la localidad 15 de Bogotá y surge como una necesidad luego de hacer un diagnóstico institucional sobre el componente pedagógico en el que se analizaron los datos que proporcionaron el Proyecto Educativo Institucional (P.E.I.) y entrevistas semiestructuradas a docentes y estudiantes. Para ello, se hizo una intervención en el aula con los estudiantes del curso 902 de la jornada mañana, mediante el diseño e implementación de una Unidad de Comprensión (UdC) enfocada en los sistemas de representación simbólico y gráfico de la función cuadrática con el objetivo de evidenciar avances en la comprensión que logran los estudiantes y la transformación de la práctica pedagógica. Para su sistematización se emplearon las dimensiones de la comprensión: conocimiento, método, propósito, formas de comunicación y los niveles de comprensión: ingenuo, de principiante, de aprendiz y de maestría.</p>

3. Fuentes

En este proceso se plantearon tres ejes fundamentales: La función cuadrática y los sistemas de representación, la variable y variación y la Enseñanza para la Comprensión: sus elementos, dimensiones y niveles de comprensión, Autores como Perkins (2010), Stone (1999), Blythe (1999), Gardner (1999) son referentes para la EpC. Para la variable, variación y la representación gráfica se consultó a Lacasta y Pascual (1998), Azcárate y Deulofeu (1998). La función cuadrática y los sistemas de representación se sustentan en Gómez y Carulla (1999), Mesa y Villa (2008), Rico, et al. (2000), Rico (2007).

4. Contenidos

Consta de cinco capítulos. El primero hace referencia al diagnóstico institucional del componente pedagógico, realizado de manera conjunta por los docentes maestrantes, que pertenecen a la institución, cuyo objetivo es encontrar una necesidad a partir de la cual desarrollar el trabajo de grado. En el capítulo dos se plantea el problema generador que se centra en la brecha que existe entre el enfoque pedagógico institucional y las prácticas pedagógicas en el aula, además de las dificultades para la comprensión del objeto matemático función cuadrática desde los sistemas de representación simbólico, gráfico y los referentes teóricos con los que se da respuesta a este. El tercer capítulo presenta la ruta de acción de la propuesta de intervención para lo cual se plantean objetivos de aprendizaje que le permiten al docente reflexionar sobre la práctica pedagógica: establecer qué elementos contribuyen a transformarla, avanzar en hacerla coherente con el enfoque institucional (diseño e implementación de una UdC sobre la función cuadrática desde los sistemas de representación simbólico y gráfico) y determinar qué avances se evidencian en la comprensión del estudiante sobre este objeto matemático.

El capítulo cuatro muestra la sistematización de la experiencia: descripción, reflexión y resultados obtenidos a partir de las categorías de análisis dimensiones y niveles de comprensión. Finalmente, en el capítulo cinco se presentan las conclusiones y recomendaciones, el plan de sostenibilidad de la propuesta y el respectivo plan de acción, cabe anotar, que este capítulo se elaboró con el docente maestrante del área de Ciencias Sociales que también labora en la institución.

5. Metodología

Se realizó la sistematización de una intervención en el aula para la cual se seleccionó el curso 902 de la jornada mañana del Colegio Francisco de Paula Santander de la localidad 15 de Bogotá para implementar una UdC sobre la función cuadrática enfocada en los sistemas de representación simbólico y gráfico, diseñada según el marco de la EpC, para desarrollarla en 13 sesiones y recoger información para identificar la transformación de la práctica pedagógica y el avance de los estudiantes en la comprensión de la función cuadrática tomando como categorías las dimensiones de la comprensión: conocimiento, propósito, formas de comunicación y los niveles de comprensión: ingenuo, de principiante, de aprendiz y de maestría.

6. Conclusiones

A partir del trabajo desarrollado las conclusiones se presentan para la institución y para el área. El colegio Francisco de Paula Santander I. E.D. de la localidad 15 de Bogotá tiene como enfoque pedagógico la EpC y sus miembros tienen como reto apropiarse del enfoque y avanzar en la comprensión de las dimensiones y niveles de comprensión para incluirlos en su sistema de evaluación.

Los docentes del área deberán realizar un análisis de contenido de la malla curricular y determinar qué es lo fundamental para trabajar con los estudiantes en los diferentes grados y dejar de ver temas sin conexión y sin verificar la comprensión de estos.

Toda práctica pedagógica es susceptible de mejora, por tanto, la reflexión continua acerca de ella, el compromiso con su cualificación, socializarla a la comunidad educativa y garantizar el seguimiento a la comprensión de los estudiantes en todas sus dimensiones y niveles será un aporte significativo a la calidad de la educación.

Finalmente, los aprendizajes generales y el crecimiento personal superan cualquier expectativa y redimensionan el valor de estudiar, reflexionar y evaluar acerca del rol que se cumple como ser social y miembro de una comunidad en desarrollo.

Elaborado por:	Nanci Janett Roa Africano		
Revisado por:			
Fecha de elaboración del Resumen:	15	07	2018

Capítulo I. Diagnóstico institucional

Análisis del contexto institucional (componente académico)

El colegio Francisco de Paula Santander I.E.D. localidad 15 Antonio Nariño está ubicado en el barrio Santander e imparte los niveles de Preescolar, Educación Básica y Media Académica (Educación Media Integral (EMI) con especialización en Humanidades: Comunicación, Expresión y Medios).

El Proyecto Educativo Institucional (PEI) es “Cinco dimensiones personalizantes hacia una mejor calidad de vida”. La organización curricular es por ciclos y áreas, pretende fortalecer las habilidades de pensamiento (divulgar, crear, evaluar, analizar, aplicar, comprender, reconocer) para mejorar la comprensión y la calidad de vida.

El modelo pedagógico es de tipo constructivista con el enfoque Enseñanza para la Comprensión. Como guía orientadora de planeación, organización y ejecución de los procesos académicos en el aula los docentes elaboran por periodo una Unidad de Comprensión según los elementos de dicho enfoque (Anexo 1).

Identificación de necesidades y problemas en la enseñanza y el aprendizaje

En un marco general la institución tiene una malla curricular para el área de matemáticas definida desde los pensamientos numérico, espacial, métrico, aleatorio y variacional planteados en los Lineamientos Curriculares (1998), Estándares Básicos de Competencias del Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2006) y los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA, 2015).

Anualmente en reunión de docentes por área se realizan los ajustes pertinentes a esta teniendo en cuenta si el año anterior se desarrolló total o parcialmente. Así, la enseñanza se enfatiza en cubrir los contenidos que desde allí se proponen dejando de lado la verificación de la comprensión de estos y la actitud investigativa del docente en el aula.

El enfoque pedagógico institucional EpC consta de un marco conceptual que en sí es un desafío para el docente porque implica establecer tópicos generativos, metas de comprensión, desempeños de comprensión y una evaluación diagnóstica continua, es decir, que se pregunte acerca de los propósitos, qué es lo importante para enseñar y por qué, cómo relacionarlo con el interés del estudiante e integrarlo con otras disciplinas, qué quiere que comprendan y cómo podría hacer el seguimiento a la comprensión, lo que hace que sea trabajado parcialmente en el diseño de las UdC y en su implementación no se realiza según este, con el argumento que es un enfoque que requiere un alto compromiso de los estudiantes con su aprendizaje y un número menor de estudiantes por curso, entre otros. Hay preocupación por completar los contenidos de la malla curricular sin verificar la comprensión, la retroalimentación no es comunicativa puesto que no se dispone del tiempo que esta requiere según manifiestan las docentes en la reunión de área (Reunión de área de matemáticas 25 de marzo, 2017)

Por su parte los estudiantes piden que las clases sean lúdicas porque usualmente sus intereses no son cercanos al aprendizaje de las matemáticas y están desinteresados. Además, que tampoco tienen claridad acerca del enfoque pedagógico y no forma parte de la práctica cotidiana.

Todo lo anterior hace que se presenten problemas en la enseñanza y el aprendizaje de los objetos matemáticos, se quede tan solo en lo algorítmico y de manera reproductiva el estudiante da razón de sus aprendizajes.

Asimismo, autores como Gómez y Carulla (1999) y Rico (2009) plantean que trabajar los sistemas de representación permiten una mayor comprensión de los objetos matemáticos lo que indica que los docentes deberían enfatizar en ellos intencionadamente con sus respectivas traducciones y transformaciones sintácticas.

Capítulo II. Problema generador

Problema generador de la intervención

Según el diagnóstico institucional y de aula realizado por los docentes maestrantes en el segundo semestre de 2016, mediante la revisión del PEI y las entrevistas realizadas a docentes y estudiantes, se identificó que las prácticas pedagógicas de los docentes corresponden de manera parcial al enfoque EpC ya que existe una brecha entre la planeación y su ejecución. En la planeación los docentes elaboran una UdC de manera individual, no se realiza retroalimentación desde el área y la evaluación diagnóstica continua queda solamente en evaluación sumativa tradicional. Por su parte, los estudiantes ven la evaluación como el instrumento que mide conocimientos desde los contenidos más no de la comprensión puesto que se privilegia la memorización de conceptos.

En el Sistema Institucional de Evaluación Santanderista (SIEES) la evaluación se concibe como “un proceso de retroalimentación, reflexión y recolección de información, para direccionar las fortalezas y dificultades surgidas de la experiencia de la enseñanza y aprendizaje para la comprensión” (...) “es formativa porque permite observar los procesos educativos y no solamente el resultado de éstos; no está prevista para sancionar sino para detectar los factores que potencian la comprensión y aquellos que la impiden o la demoran; lo cual permite al docente direccionar sus prácticas evaluativas y considerar diversos factores que influyen en ellas para intervenir oportunamente con el fin de tomar decisiones y realizar acciones de mejoramiento” (...) “permite una retroalimentación continua con el fin de mejorar”. (pp. 63-66)

En los resultados de las pruebas externas Saber 2015 en el área de matemáticas para el grado noveno se evidenció desempeño bajo en la competencia planteamiento y resolución de problemas en el componente numérico variacional. En el 2016 se presentó bajo desempeño en la

competencia comunicación y razonamiento “el 69% de los estudiantes no usa ni relaciona diferentes representaciones para modelar situaciones de variación, ni usa representaciones ni procedimientos en situaciones de proporcionalidad directa e inversa” (ICFES, 2017) (Anexo 2). Por tanto, empleando los resultados de la evaluación como herramienta de aprendizaje se necesita diseñar estrategias que permitan avanzar en el mejoramiento de la comprensión en el componente variacional y establecer relaciones entre las diferentes representaciones.

Delimitación del problema generador de la intervención

En el área se manifiesta que la planeación de las UdC se limita a la formalidad del documento que la institución solicita cada periodo escolar y su ejecución no es consistente con el enfoque pedagógico Enseñanza para la Comprensión porque este requiere de un estudiante que esté interesado en su aprendizaje, que consulte, pregunte, proponga, pero por lo general no lo hace y se termina realizando una clase magistral. Por su parte, en el SIEES se manifiesta que la evaluación es diagnóstica continua y la retroalimentación es acorde al enfoque. Esta retroalimentación permite identificar las dificultades que tienen los estudiantes y realizar planes de mejoramiento que lo lleven a alcanzar la comprensión, pero no se realiza un acompañamiento real al proceso de aprendizaje del estudiante y no se definen las dimensiones ni los niveles de comprensión.

Bajo esta mirada contextual institucional se corrobora la necesidad de realizar una intervención pedagógica que permita evidenciar la transformación de la práctica pedagógica donde se haga seguimiento a la comprensión que alcanzan los estudiantes en el estudio del objeto matemático, que para este caso es la función cuadrática, que forma parte del pensamiento variacional, empleando los sistemas de representación simbólico y gráfico para potenciar el aprendizaje de los estudiantes. Así, para dar respuesta a la problemática detectada se tiene en cuenta que una intervención pedagógica es: “la acción intencional en la tarea

educativa, que se hace con, por y para el educando” (Tourrián, 2011, p. 284). Por ello, para dicha intervención se elige trabajar con estudiantes del grado noveno, curso 902 de la jornada mañana.

Pregunta orientadora de la intervención

Teniendo en cuenta que la problemática institucional está relacionada con una práctica pedagógica alejada del enfoque pedagógico Enseñanza para la Comprensión y que el seguimiento a las dimensiones y niveles de Comprensión que logran los estudiantes ante un objeto matemático no se realiza se formula la pregunta:

¿Qué avances se evidencian en la comprensión que los estudiantes del curso 902 JM del colegio Francisco de Paula Santander localidad 15 tienen sobre la función cuadrática al desarrollar una UdC enfocada en los sistemas de representación simbólico y gráfico?

Hipótesis de acción

Para dar respuesta a la pregunta se considera que a través del diseño e implementación de una Unidad de Comprensión enmarcada en los elementos fundamentales de la Enseñanza para la Comprensión sobre la función cuadrática y empleando los sistemas de representación simbólico y gráfico se pueden evidenciar avances en la comprensión de dicho concepto en las dimensiones y niveles que propone la EpC.

Objetivo general. Identificar los avances que se evidencian en la comprensión que los estudiantes del curso 902 JM del colegio Francisco de Paula Santander localidad 15 tienen sobre la función cuadrática al desarrollar una UdC enfocada en los sistemas de representación simbólico y gráfico

Objetivos específicos. Diseñar una UdC sobre la función cuadrática empleando los sistemas de representación simbólico y gráfico que corresponda a los elementos de la Enseñanza para la Comprensión.

Implementar una UdC que permita evidenciar avances en la comprensión que los estudiantes tienen sobre la función cuadrática empleando los sistemas de representación simbólico y gráfico.

Evidenciar la transformación de la práctica docente mediante la reflexión antes, durante y después del proceso realizado.

Referentes teóricos y metodológicos que sustentan la intervención

Marco conceptual

Para fundamentar teóricamente la intervención se debe conceptualizar sobre qué se entiende por sistemas de representación, función cuadrática y los sistemas de representación y las dimensiones y niveles de la Comprensión según la Enseñanza para la Comprensión.

Sistemas de representación. Los sistemas de representación son importantes en la descripción de objetos matemáticos. Es así como Lacasta y Pascual (1998) junto a Gómez y Carulla (1999) entre otros, han resaltado su trascendencia tanto para la descripción como para las relaciones de objetos matemáticos, son un eje organizador y se requiere más de uno para representar la complejidad de dichos objetos. Para Hitt (1997) citado en Rico (2009) son de importancia para el aprendizaje, la enseñanza y la forma de comunicar los conocimientos matemáticos por el papel que desempeñan en la construcción de conceptos. Cabe anotar que gran parte de las actividades matemáticas se puede describir mediante sistemas de representación, a su vez, que muestran la complejidad de un objeto matemático.

Función cuadrática y los sistemas de representación. Mesa y Villa (2008) hacen un rastreo histórico de la función cuadrática con elementos para tener en cuenta para realizar una propuesta didáctica en la enseñanza de tal concepto en el aula de clase tales como: la noción desde la ecuación, las cónicas y el movimiento (cinemática).

La noción desde la ecuación, pasando por la Cultura Babilonia, griega y árabe. En la primera con una concepción aritmética que llevaba a la ecuación cuadrática, la segunda con “razonamientos numéricos para sucesiones y progresiones” desde lo aritmético y lo geométrico con Euclides “quien en los Elementos ofrece una noción más estructurada del concepto de cuadrado” (p. 2) y la tercera que le da “generalidad a sus procedimientos aritméticos recurriendo a la geometría para demostrar la validez de sus razonamientos” (p.2).

Las cónicas, con la formulación de estas por Apolonio y el significado dado al término “parábola” y en el siglo XVII al relacionarlas como lugares geométricos con una ecuación de grado dos.

El movimiento (cinemática), aunque concepto muy antiguo, solo hasta el siglo XVII los conocimientos físicos ligados a las matemáticas permitieron consolidarlo con el trabajo de Galileo Galilei con los “procesos de modelización de los fenómenos de variación” (p.4) y la función siendo un concepto que se formaliza con Newton al construir el cálculo diferencial, y a la vez, la importancia de abordarla desde diferentes representaciones y contextos.

Los sistemas de representación que Gómez y Carulla (1999) relacionan y que muestran la complejidad de la función cuadrática como objeto de enseñanza son cinco: el simbólico, el gráfico, el geométrico, el numérico y el verbal. Cada uno proporciona elementos que enriquece su comprensión.

Gómez (2007) muestra un mapa conceptual general de la función cuadrática con los sistemas de representación que emplea para el análisis didáctico de esta:

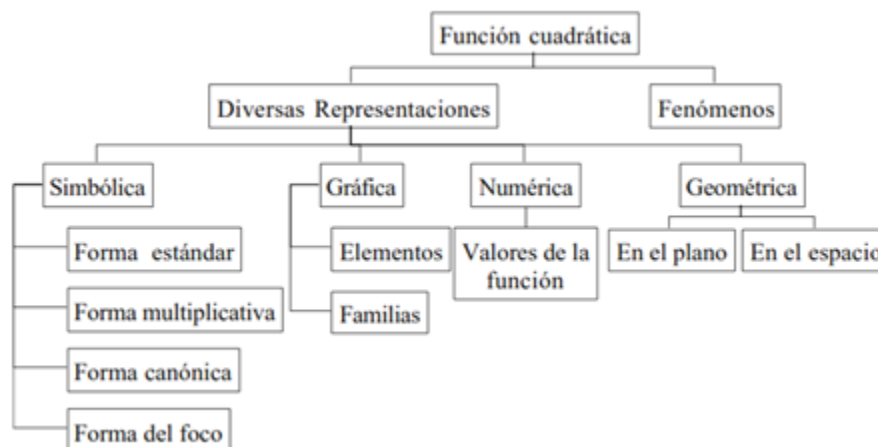


Figura 1. Mapa conceptual de la función cuadrática (Gómez, 2007, p. 47)

El sistema de representación simbólico en el que se encuentran las formas: estándar, $f(x) = ax^2 + bx + c$, multiplicativa $f(x) = a(x - r_1)(x - r_2)$, canónica $f(x) = a(x - h)^2 + k$ y del foco $f(x) = \frac{1}{4p}(x - x_0)^2 + y_0$ con el lenguaje y procesos algebraicos correspondiente para establecer relaciones de equivalencia entre ellas. El gráfico con los elementos que identifican a la función cuadrática y sus características como los puntos de corte

con los ejes, vértice, eje de simetría, directriz, foco, concavidad, crecimiento representados en el plano cartesiano y la noción de familia que relaciona las formas simbólicas y su efecto en la gráfica. El geométrico con el papel del vértice y la directriz en la construcción geométrica de la parábola en el plano y en el espacio como una cónica. El numérico utilizado con valores discretos específicos para x y valores especiales (cero en y , cero en x -se anula-, entre otros) y el verbal o de aplicaciones, que parte del lenguaje común y representa la realidad con un modelo como lo es la función cuadrática.

Son de gran importancia no solo las diferentes representaciones sino las relaciones que entre ellas se puedan dar, para ello, al describir un objeto matemático “elemento” se puede entender como una de las formas de representar dicho objeto o una de las partes de esa forma. Así, surgen tres tipos de relaciones: La transformación sintáctica cuando en un mismo sistema de representación se presentan equivalencias, la traducción cuando un mismo elemento se presenta en dos sistemas de representación y la relación que se da entre un elemento y un fenómeno (Gómez y Carulla, 1999). En la figura 2, Gómez (2007) muestra cómo estos elementos se relacionan en la función cuadrática.

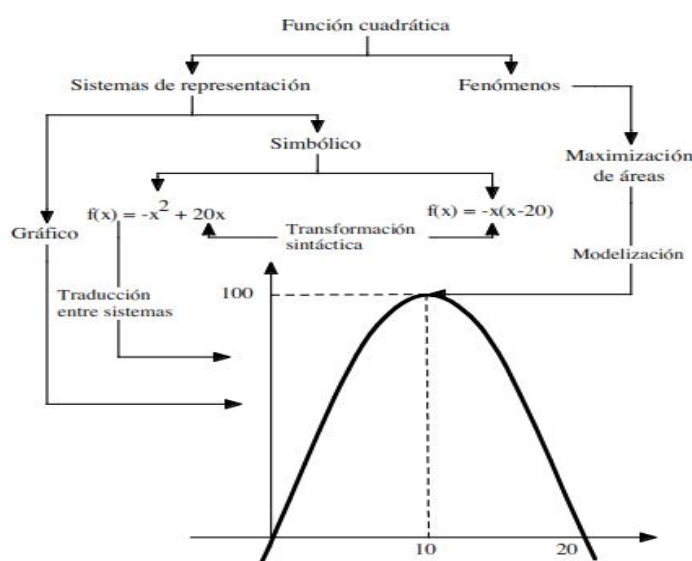


Figura 2. Traducción y transformación sintáctica (Gómez, 2007, p.49)

Gómez (2007) plantea que para promover en los estudiantes el logro de un objetivo el profesor debe diseñar tareas que partan de una caracterización de dicho objetivo y que sea posible hacer conjeturas sobre el alcance de estas.

A partir del análisis cognitivo y de contenido para la función cuadrática propone 16 capacidades para determinar cuándo se alcanza el objetivo “manejar el significado gráfico de los parámetros de las formas simbólicas de la función cuadrática y comunicar y justificar los resultados que se obtenga de su aplicación” que se utilizan como referencia para el diseño de la unidad de comprensión. (Gómez, 2007, p. 66)

Tabla 1

Capacidades para un objetivo acerca de la función cuadrática

Ejecutar, comunicar y justificar los procedimientos de transformaciones simbólicas	
C1	Completación de cuadrados
C2	Expansión
C3	Factorización
Identificar, mostrar y justificar los parámetros	
C4	Forma canónica (a, h, k)
C5	Forma foco (p, h, k)
C6	Forma estándar (a, b, c)
C7	Forma multiplicativa (a, r_1, r_2)
Identificar, mostrar y justificar los siguientes elementos gráficos	
C8	Coordenadas del vértice
C9	Puntos de corte con el eje Y
C10	Puntos de corte con el eje X
C11	Coordenadas del foco
C12	Ubicación de la directriz
C13	Ubicación del eje de simetría
Ejecutar, comunicar y justificar los procedimientos de transformaciones gráficas	
C14	Traslación horizontal
C15	Traslación vertical
C16	Dilatación

Nota. Tomada de Tesis Doctoral “Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria” (Gómez, 2007, pp.67-68)

Usos del gráfico de funciones para los marcos algebraico y gráfico. Uno de los usos más comunes es el de construir una tabla de valores ($x, f(x)$) y representar punto a punto en el plano cartesiano, es llamado por Lacasta y Pascual (1998) gráfico usado como ábaco y es “un

instrumento efectivo, estandarizado, de obtener resultados numéricos mediante la utilización de sus propiedades locales siguiendo un procedimiento algorítmico” (p. 120).

Al emplear los gráficos se puede comprender de una mejor manera una situación, pero es necesario tener en cuenta el uso que se le dé al mismo puesto que puede “producir errores y conducir finalmente a un bloqueo del proceso de enseñanza-aprendizaje” (p.125).

Los gráficos se pueden ver de diversas maneras: con mensaje topológico como una “curva referida a unos ejes, que no representa necesariamente valores numéricos y que representa una función cualquiera, puede no tener ninguna relación con una ecuación particular”; como un ideograma “es una transformación conforme de la curva y conserva esencialmente algunas propiedades topológicas” teniendo en cuenta que puede producir un problema didáctico por el hecho de que no se reconozca cuando su aspecto no es el que tradicionalmente tiene. Tomado como un elemento interactivo no algorítmico “el alumno se encuentra frente a un problema en el que debe hacer uso del gráfico de una manera que él mismo tiene que encontrar y que no obedece a procedimientos de rutina que él ya conoce” (pp. 1126-131).

Alson citado en Lacasta y Pascual (1998) presenta el gráfico como estructura matemática empleando un marco algebraico y gráfico en el que se requiere hacer traducciones de uno a otro ya que se enfatiza en lo algebraico, aprendiendo mecánicamente pero no en su traducción a la representación gráfica, dice, “no es capaz de hacer una lectura global del gráfico” y se requiere “incorporar saberes y combinarlos de tal forma que el alumno debe, para aprender el tópico, adquirir los saberes de ambos marcos y lograr manejarlos de manera fluida” (p.136).

Enseñanza para la Comprensión. En el colegio Francisco de Paula Santander la UdC es entendida como guía orientadora de planeación, organización y ejecución de los procesos académicos en el aula y reúne los principios generales que fundamentan el enfoque Enseñanza para la Comprensión. Para Perkins citado en Blytthe (1999) ellos son: los tópicos generativos que parten de los intereses de los estudiantes, las metas de comprensión formuladas como objetivos que debe cumplir el estudiante, los desempeños de comprensión determinados para las etapas de exploración o preliminares, investigación guiada y proyecto síntesis y la evaluación diagnóstica continua que permite identificar fortalezas y debilidades para hacer retroalimentación y planes de mejora.

Comprensión. Perkins en Stone (1999) define que “comprender es la habilidad de pensar y actuar con flexibilidad a partir de lo que uno sabe” (p.70). La calidad de esa comprensión está basada en “su capacidad para hacer un uso productivo de los conceptos, teorías, narraciones y procedimientos disponibles” ... “Los alumnos deberían ser capaces de comprender la naturaleza humanamente construida de este conocimiento y remitirse a él para resolver problemas, crear productos, tomar decisiones y, finalmente, transformar el mundo que los rodea”. (Perkins, 2010, p.217).

¿Pero qué sucede alrededor de la Comprensión de los estudiantes? Según Perkins (1992) citado en Costamagna y Manuale (2000) los estudiantes presentan deficiencias en la comprensión porque logran solo cierto tipo de conocimientos: “Conocimiento frágil: los estudiantes no recuerdan, no comprenden o no usan activamente gran parte de lo que supuestamente han aprendido y el conocimiento pobre: los alumnos no saben pensar valiéndose de lo que saben” (p.100). Año a año vemos estas situaciones en los estudiantes que pueden ser consecuencia de la concepción que se tiene acerca de la enseñanza y el aprendizaje.

Por un lado, el docente se preocupa por presentar contenidos más que centrarse en la comprensión y los estudiantes por emplear la memorización más que el uso flexible de lo que sabe. “Un conocimiento se olvida porque ha sido aprendido de manera ritual sin ser incluido en contextos mayores que le otorguen significado y porque no se modificaron las teorías y los conocimientos que los alumnos ya poseían”. (Perkins, 1992 citado en Costamagna y Manuale, (2000), p. 101)

Para que esta comprensión se logre Perkins (2010) propone siete principios a lo que llama el aprendizaje pleno siendo esto un “aprendizaje responsable y auténtico de contenidos significativos” (p.14). El docente es un facilitador y parte de la idea que tiene de los conocimientos que saben los estudiantes y de su nivel de comprensión, pero solo después de implementar su propuesta, por lo menos tres veces, podrá encontrar una versión para principiantes que esté calibrada logrando que el estudiante se involucre en el proceso. En palabras del autor:

“si uno desea promover la comprensión de los alumnos de una disciplina alguna otra área del aprendizaje y el compromiso con la misma, no es suficiente con desplegar algún juego completo conocido relacionado con el tema. Uno necesita un juego completo con objetivos claros, que involucre a los alumnos de forma central en el conocimiento y pensamiento generativo de la disciplina o área en cuestión.” (Perkins, 2010, p.68)

En este marco es necesario que los estudiantes estén involucrados en procesos de indagación para resolver problemas, argumentar, buscar estrategias, entre otras, para obtener soluciones, imágenes, modelos acerca de lo que se quiere que comprendan. Asimismo, a la par del contenido, están los métodos, propósitos y formas de comunicación en general o en una

disciplina específica teniendo en cuenta el contexto cultural y social. Si se logra que los estudiantes estén involucrados en su aprendizaje, mantengan la motivación, hagan lo necesario para mejorar a partir de una actitud reflexiva, reorganizando sus ideas de manera consciente se puede decir que se está enseñando para la comprensión.

¿Cómo se aprecia que una persona comprende? “Se requiere poner su comprensión en juego, explicando, resolviendo un problema, construyendo un argumento, armando un producto (...) y con lo que responden no solo demuestran el nivel actual son que lo más probable es que los haga avanzar” (Perkins en Stone 1999, p. 72).

Dimensiones de la Comprensión. Son cualidades básicas que son válidas en las diferentes disciplinas y dominios. Están relacionadas Estas son la dimensión contenido-conocimiento, métodos, propósitos y formas de comunicación.

Dimensión de contenido. Tiene en cuenta los elementos básicos de un conocimiento, su reconocimiento y utilización, pero va más allá, también cómo es su estructura y sus categorías. Esta dimensión evalúa cómo un estudiante trasciende las ideas intuitivas que posee y cómo las supera mediante una red de conceptos que enriquecen su desarrollo. Existen unos conocimientos previos dados desde la cultura, la familia, el entorno de estudiante y “refinar, transformar o reemplazar estas intuiciones iniciales es un desafío central que enfrentan los alumnos cuando apuntan a comprender en profundidad el mundo que los rodea” (Mansilla y Gardner, en Stone 1999, p. 230-231)

Dimensión de métodos. Se basa en cómo se desarrolla y utiliza lo que sabe desde métodos propios de las diversas disciplinas, es decir, qué estrategias emplea en el aprendizaje. Aquí es necesario que el estudiante aborde y valore mediante formas confiables lo que conoce o se le informa desde diversas fuentes, a su vez, cómo hace uso de las estrategias que desde un dominio determinado se proporcionan para avanzar e integrar en su formación. (Mansilla y Gardner, en Stone 1999, p. 232)

¿Cuáles son los métodos propios en el área de matemáticas? La inducción y la deducción, los algoritmos, las representaciones, la resolución de problemas, la modelización entre otros.

Dimensión de propósitos. Tiene que ver con el por qué y para qué es importante lo que se aprende. Le permite al estudiante explicar, reinterpretar y operar en su entorno, así como la capacidad para usarlo en diferentes situaciones y asumir lo que de allí se derive. Pone en juego su nivel de reflexión sobre el conocimiento y cómo lo relaciona y conecta con él mismo y con otras disciplinas. Por ello, es necesario realizar conexiones de tal manera que haya motivación hacia el aprendizaje de ese conocimiento y se genere un compromiso espontáneo, que traspase el aula y aumente la comprensión.

Dimensión de formas de comunicación. Está relacionada con la fluidez y variedad empleada para comunicar los aprendizajes a otros. Se evalúa el uso de diferentes símbolos teniendo en cuenta a quién se dirige y el contexto en que se encuentra. (Mansilla y Gardner, en Stone 1999, p. 234-238)

Niveles de la Comprensión. Para tener una comprensión profunda se requiere usar el conocimiento en todas sus dimensiones. Es así como dentro de cada dimensión se distinguen variaciones de dicha comprensión, lo que hace que se caractericen cuatro niveles de la comprensión: ingenua, de principiante o novato, de aprendiz y de maestría.

Comprensión ingenua. Está basada en el conocimiento intuitivo. El estudiante se limita a la captura de la información que encuentra disponible, sin relacionar lo aprendido en la escuela y su vida cotidiana. No se muestra dominio de lo que se sabe y los conocimientos previos se mantienen así sean erróneos a pesar de haber tenido un proceso de enseñanza por parte del docente, no se le da un significado. “Los desempeños de comprensión ingenua son poco reflexivos acerca de las formas en que el conocimiento es expresado o comunicado a los otros” (Mansilla y Gardner, en Stone 1999, p. 239).

Comprensión de principiante o novato. Estos desempeños de comprensión se basan en la reproducción irreflexiva dada por la práctica. Se realizan conexiones simples donde el procedimiento mecánico es la forma de expresar el conocimiento. En matemáticas podría relacionarse con la repetición de algoritmos, sin sustentar la razón de ser de ello. (Mansilla y Gardner, en Stone 1999, p.240)

Comprensión de aprendiz. Construir conocimiento desde esta comprensión es una tarea compleja, se ciñe a lo que los expertos realizan en una disciplina o dominio. Con ella se demuestra que los conceptos de una disciplina se usan de manera flexible. Es una comprensión reflexiva acerca de las conexiones posibles del conocimiento con la vida cotidiana. “Los desempeños en este nivel demuestran una expresión y comunicación de conocimiento flexible y adecuada.” (Mansilla y Gardner, en Stone 1999, p. 240)

Comprensión de maestría. En esta comprensión los desempeños son integradores, creativos y críticos. Un estudiante que logra este nivel se mueve de manera flexible en las diferentes dimensiones realizando conexiones disciplinares e interdisciplinares para construir y verificar un conocimiento de manera profunda. Puede hacer una reinterpretación y actuar de manera crítica y coherente, además, comunicarla a otros empleando su creatividad. (Mansilla y Gardner, en Stone 1999, p. 240)

En la tabla 4 se presentan los rasgos que permiten hacer seguimiento a las dimensiones de la comprensión.

Tabla 4

Las cuatro dimensiones de la comprensión y sus rasgos

Conocimiento	Métodos	Propósitos	Formas de comunicación
Creencias intuitivas transformadas ¿En qué medida muestran los desempeños de los alumnos que teorías y conceptos garantizados del dominio han transformado las creencias intuitivas de los alumnos?	Sano escepticismo ¿En qué medida despliegan los alumnos un sano escepticismo hacia sus propias creencias y hacia el conocimiento presentado en fuentes tales como libros de texto, opiniones de la gente y mensajes de los medios de comunicación?	Conciencia de los propósitos del conocimiento ¿En qué medida ven los alumnos las cuestiones esenciales, los propósitos e intereses que impulsan la indagación en el dominio?	Dominio de los géneros de realización ¿En qué medida despliegan los alumnos dominio de los géneros de desempeño que abordan, tales como escribir informes, hacer presentaciones, o preparar el escenario para una pieza?
Redes conceptuales coherentes y ricas ¿En qué medida pueden razonar los alumnos dentro de redes conceptuales ricamente organizadas moviéndose con flexibilidad entre detalles y visiones generales, ejemplos y generalizaciones?	Construir conocimiento dentro del dominio ¿En qué medida usan los alumnos estrategias, métodos, técnicas y procedimientos para construir un conocimiento confiable similar al usado por los profesionales en el dominio?	Múltiples usos del conocimiento ¿En qué medida reconocen los alumnos una variedad de usos posibles de lo que aprenden?	Efectivo uso de sistemas de símbolos ¿En qué medida exploran los estudiantes diferentes sistemas de símbolos efectiva y creativamente para representar su conocimiento, por ejemplo, usar análogas y metáforas, colores y formas o movimientos?
	Validar el conocimiento en el dominio ¿Dependen la verdad, el bien y la belleza de afirmaciones autorizadas o más bien de criterios	Buen manejo y autonomía ¿En qué medida demuestran los alumnos buen manejo y autonomía para usar lo	Consideración de la audiencia y del contexto ¿En qué medida demuestran los desempeños de los alumnos una conciencia

públicamente consensuados tales como usar métodos sistemáticos, ofrecer argumentos racionales, tejer explicaciones coherentes o negociar significados por medio de un diálogo cuidadoso?	que saben? ¿En qué medida han desarrollado los alumnos una posición personal acerca de lo que aprenden?	de sus destinatarios, es decir, de los intereses, necesidades, antecedentes culturales o maestría del público? ¿En qué medida demuestran conciencia de la situación en la que se desarrolla la comunicación?
--	---	--

Nota: Tomada de “La Enseñanza para la Comprensión. Vinculación entre la investigación y la práctica” (Stone, 1999, pp. 244-245)

Para contribuir al desarrollo de la Comprensión en los estudiantes se tiene en cuenta lo que Rosenthal y Jacobson (1968) citados por Perkins (2010, p.96) proponen acerca de los efectos de las expectativas del docente: *clima* (se genera un clima socioemocional más cálido y cordial), *retroalimentación* (exhaustiva y detallada), *input* (se trata de enseñar mayor cantidad de material y más difícil) y *output* (se dan mayores oportunidades para responder).

¿Cómo evaluar para la Comprensión? Stone (1999) menciona que en la Enseñanza para la Comprensión la evaluación es diagnóstica continua, esta requiere tener criterios claros relacionados con las metas de comprensión, que sean concertados con los estudiantes, son públicos y se realiza de principio a fin. Además, la responsabilidad es compartida entre el docente y el estudiante de verificar cómo se avanza al siguiente nivel de comprensión. Esto es posible hacerlo con el análisis del trabajo de sus pares puesto que se discute, critica y se dan sugerencias para mejorar. Asimismo, el estudiante puede identificar en dónde hay avances y dónde aún hay obstáculos y trabajar en estas partes.

La evaluación así realizada se convierte en un elemento esencial para identificar los avances obtenidos y ajustar la planificación inicial. Es así como es considerada como un elemento que más desafíos presenta en la Enseñanza para la Comprensión ya que el docente debe comprender los demás elementos del marco conceptual, y debe renunciar a ser el único

evaluador; al hacer partícipe al estudiante de evaluarse y evaluar al otro lo hace comprometerse con su aprendizaje y se establecen nuevos roles y relaciones en el proceso.

Dentro de este proceso se encuentra la retroalimentación que puede ser correctiva, conciliatoria y comunicativa. La correctiva hace énfasis en mostrar lo que está mal sin comprobar la comprensión alcanzada, no atender a los aspectos positivos, la conciliatoria que se limita a comentarios positivos con amabilidad pero que poco o nada aportan al proceso de aprendizaje y finalmente, la comunicativa que consta de tres elementos: aclaración, valoración, inquietudes y sugerencias. Como su nombre lo dice el primer elemento se vale de hacer preguntas aclaratorias, la segunda identifica aspectos positivos del proceso y con los cuales se puede continuar y el tercero se centra en el cómo mejorar lo hecho evitando las “críticas a las capacidades o personalidad del destinatario” (Perkins, 2010, p.116).

Capítulo III. Ruta de acción

Objetivos de la intervención

Objetivos de aprendizaje de la intervención.

Para el docente:

Reflexionar sobre la práctica pedagógica y establecer qué elementos contribuyen a mejorarla.

Avanzar en hacer coherente la práctica pedagógica con el enfoque institucional Enseñanza para la Comprensión.

Para el estudiante:

Contribuir para que los estudiantes desarrollen comprensión sobre la función cuadrática mediante los sistemas de representación simbólico y gráfico.

Propósitos de aprendizaje

Objetivo general. Asociar la función cuadrática a patrones de variación entre variables que le sirven para modelar situaciones de la vida cotidiana.

Objetivos específicos. Identificar qué conceptos previos o concepciones tienen los estudiantes acerca de la función cuadrática.

Identificar elementos de la función cuadrática en los sistemas de representación simbólico y gráfico.

Establecer relaciones de equivalencia entre las formas del sistema de representación simbólico de la función cuadrática.

Transformar del sistema de representación simbólico al gráfico y viceversa de la función cuadrática.

Identificar variables y cómo se relacionan.

Explicar diversas situaciones de la vida cotidiana mediante la relación de dos variables de forma cuadrática.

Participantes. La intervención se realiza en el colegio Francisco de Paula Santander I.E.D. de la localidad 15, en la jornada de la mañana, con estudiantes del ciclo IV del curso 902. Consta de 36 estudiantes con edades entre los 13 y 18 años. De ellos hay 9 nuevos y 3 que reiniciaron año escolar. Han estudiado en colegios del sector oficial y los antiguos llevan mínimo dos años en la institución. Según el diagnóstico inicial en Martínez y Roa (2016) los estudiantes consideran que la evaluación es por contenidos y no por procesos y el bajo desempeño lo atribuyen a la falta de comprensión de lo que se trabaja en clase, además, el enfoque institucional Enseñanza para la Comprensión no lo relacionan con las prácticas pedagógicas que realizan los docentes.

Estrategia didáctica y/o metodológica

Para diseñar una propuesta que permita abordar el problema institucional detectado y se alcancen los objetivos planteados se requiere que esté enmarcada en el enfoque pedagógico institucional Enseñanza para la Comprensión y garantizar que su implementación también lo sea. Por ello, la UdC se realiza para hacer la intervención en el III periodo escolar del año 2017 y teniendo en cuenta los elementos centrales de dicho enfoque como son los tópicos generativos, la meta de comprensión, los desempeños de comprensión y la evaluación continua. Cabe anotar, que se abordó como elemento fundamental en la construcción de la unidad, encontrar una meta de comprensión alrededor de la función cuadrática que para Perkins (2010) es la elección más importante porque define lo que se quiere enseñar. Para desarrollar la unidad se planearon guías que se desarrollan en los grupos de trabajo con el acompañamiento del docente como facilitador en el proceso.

Propuesta de intervención

Para elaborar la Unidad de Comprensión enmarcada en el enfoque Enseñanza para la Comprensión se requiere definir un tópico generativo con los estudiantes y establecer cuáles son los conocimientos previos o concepciones que ellos tienen acerca de la función cuadrática en los sistemas de representación simbólico y gráfico para evidenciar el avance que logran los estudiantes con la implementación de la UdC. Así, se realiza una propuesta para desarrollarse en 13 sesiones presenciales de aproximadamente 100 minutos cada una según el plan de acción (Anexo 3).

Planeación de actividades

Partiendo del tópico generativo y de la meta de comprensión se diseñó la Unidad de Comprensión. Para desarrollarla se planearon cinco guías de actividades que los estudiantes desarrollan en sus grupos de trabajo, cada una está en el formato institucional que consta de cuatro secciones: Nos proponemos (objetivo de aprendizaje), contextualicemos, actuemos y evaluemos (Anexo 5). Las guías van aumentando el grado de complejidad e incluyendo los aspectos fundamentales de los sistemas de representación simbólico y gráfico para la función cuadrática.

Instrumentos de evaluación de los aprendizajes

Para evaluar el aprendizaje de los estudiantes en el Manual de convivencia (2017) se plantea que la evaluación permite observar y analizar la comprensión y en qué nivel se encuentra a su vez da oportunidad para mejorar. La Enseñanza para la Comprensión plantea una evaluación diagnóstica continua, de carácter formativo y con retroalimentación que informe, oriente y de pautas a los estudiantes para avanzar en la comprensión de los conceptos, Perkins (2010) menciona que no se relaciona con asignar una calificación sino con

fortalecer el proceso de aprendizaje. Por ello, como instrumentos de evaluación están los momentos de desarrollo de actividades con las preguntas que hacen los estudiantes a la docente, entre ellos y los argumentos que emplean para dar a conocer sus ideas, la retroalimentación que se hace por la docente y entre los estudiantes cuyo registro se hizo en audio durante cada sesión.

Cada guía de trabajo contiene el ítem de evaluación que se socializa al comienzo de esta, mediante preguntas abiertas o rúbricas. Se emplean en los momentos de socialización rejillas para completar con las conclusiones del grupo. El portafolio por grupo que contiene el material de todas las sesiones con su respectiva solución, correcciones a partir de la retroalimentación entre pares y la docente, reflexiones del grupo, rúbrica de auto y coevaluación institucional. Adicionalmente, está el seguimiento al proyecto síntesis de cada grupo (Anexo 6).

Cronograma

Se estableció a partir del número de sesiones planeadas inicialmente y las que hubo necesidad de agregar (Tabla 5).

Tabla 5

Cronograma de las 16 sesiones de la intervención

Día 1 Sept. 6/17	Día 2 Oct. 4/17	Día 3 Oct. 5/17	Día 4 Oct. 11/17
Presentación de la propuesta. Acuerdos de clase. Diagnóstico. Primera idea proyecto síntesis.	Revisión consultas del proyecto síntesis. Representación simbólica de polinomios de segundo grado (encontrar formas equivalentes).	Identificación de variables y cómo se relacionan. Reflexión sobre la propuesta de proyecto síntesis.	Dependencia e independencia de variables. Organización de información en una tabla. Elementos necesarios para la representación gráfica.

Día 5 Oct. 18/17	Día 6 Oct. 19/17	Día 7 Nov.1/17	Día 8 Nov.2 /17
Actividad del calendario matemático se relacionó con la identificación de variables y encontrar patrones.	Visita del profesor José Alejandro González Celia docente acompañante de la institución en representación de la Universidad Externado de Colombia. Identificación de variables y su relación. Comprender la situación planteada. Representación gráfica de la información de las tablas.	Identificación de los elementos clave en una representación gráfica de la función cuadrática.	Socialización de la actividad. Revisión de propuestas de proyecto síntesis.
Día 9 Nov. 8/17	Día 10 Nov. 9/17	Día 11 Nov. 15/17	Día 12 Nov. 16/17
Representación gráfica y simbólica de la función cuadrática y su relación.	Representación gráfica y simbólica de la función cuadrática y su relación. Revisión de proyectos síntesis. Identificación de variables y su relación en otros contextos.	Socialización de la identificación de variables.	Continuación de socialización de identificación de variables. Representación gráfica.
Día 13 Nov.22/17	Día 14 Nov. 23/17	Día 15 Nov.27	Día 16 Nov. 29
Transformación de sistema de representación simbólica a gráfica y viceversa.	Socialización de las representaciones simbólicas y su paso a representación gráfica (tablas y	Socialización de actividades. Autoevaluación y coevaluación.	Socialización de propuesta final de proyecto síntesis.

gráficas). Y a
partir de los
elementos
representar
simbólicamente.

Nota: Construcción propia

Capítulo IV. Sistematización de la experiencia de intervención y evaluación de los resultados

Descripción de la intervención

La intervención se realizó en el curso 902 jornada mañana del colegio Francisco de Paula Santander I.E.D. implementando una UdC diseñada a partir de los elementos del enfoque pedagógico institucional EpC. Para iniciar se presentó la propuesta a los estudiantes, se establecieron acuerdos convivenciales para cumplir en el desarrollo de esta, y se conformaron grupos de trabajo para el proceso. Se entregó una UdC por grupo y se hizo la lectura completa para garantizar el entendimiento de lo que se iba a realizar.

Con el fin de tener presente la meta de comprensión, se mantuvo expuesta (pegada en una pared) durante todo el proceso junto con los criterios de evaluación y los avances en la formulación del proyecto síntesis.

Para contribuir a que los estudiantes alcanzaran el objetivo de aprendizaje en cada sesión la docente tuvo en cuenta los factores clima, retroalimentación y *output* planteados por Rosenthal y Jacobson (1968) citados por Perkins (2010) y se promovió mantener una buena disposición y compromiso con el aprendizaje. En la retroalimentación se evitó, en la medida de lo posible, responder a las preguntas de los estudiantes con formas tradicionales “está bien o mal” sino con otra pregunta que los hiciera reflexionar y avanzar en la comprensión de lo que manifestaban en forma verbal y/o escrita (gráfica y simbólicamente). Además, se hizo énfasis en que emplearan el lenguaje matemático formal al argumentar su actuación.

Cada guía se desarrolló iniciando con la lectura general de ella con el fin de tener precisión en el objetivo de aprendizaje y la evaluación continua, además de aclarar aspectos que no fueran entendidos por los estudiantes. El objetivo de aprendizaje de cada una se recordaba al iniciar la

sesión al igual que la meta de comprensión. A su vez, dar argumentos sobre lo que estaba realizando y corregir los errores fueron aspectos esenciales en el trabajo entre los pares de estudiantes, organizados desde el comienzo de la intervención, para evidenciar fortalezas y deficiencias en la comprensión que los estudiantes iban alcanzando acerca de la función cuadrática en los sistemas de representación simbólico y gráfico ya que los comprometía con su aprendizaje.

La planeación inicial estaba para 13 sesiones con 5 guías de trabajo para desarrollar, de ellas no se alcanzó a realizar la última puesto que hubo necesidad de realizar un ajuste a la planeación y se anexaron 2 guías más debido a que se identificó que los estudiantes no tenían comprensión acerca del significado de las variables y cómo se relacionan. Por lo anterior, se amplió el tiempo de la intervención en tres sesiones, para poder avanzar en dicho aspecto, que era esencial en el proceso, puesto que los estudiantes tenían que plantear una situación en la que identificaran y relacionaran las variables que intervenían y determinaran si esta era cuadrática. Al llegar el cierre del año escolar están establecidas en el cronograma institucional diversas actividades que alteran la normalidad de las sesiones de clase y por ello en la sesión 16 no estuvieron todos los grupos para socializar la situación planteada de los proyectos síntesis. Respecto a estos proyectos, que tendrían que haber llegado a su solución total, tan solo se hizo el planteamiento de la situación teniendo en cuenta la identificación de variables, su dependencia e independencia, pero sin establecer que la relación entre ellas correspondiera a una función cuadrática.

Reflexión sobre las acciones pedagógicas realizadas

Implementar una UdC diseñada a partir de unas necesidades específicas en un contexto matemático particular requiere que la docente realice un estudio de la estructura conceptual del

objeto matemático. Aunque para hacer el diseño se realizó un acercamiento a la función cuadrática desde sus sistemas de representación simbólico y gráfico, se queda corto el proceso, porque los demás sistemas de representación no se trabajaron. Se enfatizó en definir una meta de comprensión que fuera abarcadora y transversal al área. A su vez, en la cotidianidad escolar sucede en múltiples ocasiones, que el docente supone que los estudiantes tienen dominio de los conceptos previos necesarios a la hora de abordar una nueva actividad y no siempre es así, por ejemplo, el concepto de función no era dominado por los estudiantes.

Esto genera interrogantes: ¿Qué está comprendiendo un estudiante? ¿En qué nivel está su comprensión? Al enseñar solo hay preocupación por abordar los contenidos ¿y las demás dimensiones de la comprensión? ¿Qué es lo más importante que quiere que aprendan los estudiantes? ¿Aprender un algoritmo es sinónimo de comprensión? ¿Se hace un análisis didáctico y de contenido al momento de planear una unidad de comprensión? ¿El diagnóstico se emplea para hacer ajustes en la planeación o para decir que los estudiantes no saben algo? Reflexionar alrededor de estos interrogantes permite definir con mayor claridad los elementos básicos de la Enseñanza para la Comprensión. En esta propuesta se hizo hincapié en encontrar una meta de comprensión que fuera acorde a lo que el enfoque requiere. Se inició con una meta que pasó de una lista de posibles objetivos de aprendizaje para una temática específica a una que atraviesa el área y es básica en la comprensión de otros conceptos: La función cuadrática está asociada a patrones de variación entre variables y le sirve para modelar situaciones de la vida cotidiana. Al mismo tiempo, permitió ajustar los desempeños de comprensión.

Al realizar la primera actividad que fue de diagnóstico se pudo determinar que las ideas previas de los estudiantes acerca de la función cuadrática eran relacionadas solamente con el ícono (forma que lo representa), la veían por ejemplo en un techo o el arco iris, pero no había

acercamiento a los conceptos de variable, variación y función (Anexo 7). Además, que no se identificaban expresiones equivalentes. Por su parte, el plantear la pregunta para el proyecto síntesis fue otro signo de alerta, puesto que las relaciones que planteaban, nuevamente se hacían desde lo icónico más no por la variación y relación entre variables (Anexo 8).

Debido a esto, se hizo un ajuste en la planeación puesto que no tendría significado realizar una intervención en la que con anticipación se puede intuir que el resultado no será favorable ya que los estudiantes no cuentan con la base conceptual mínima para abordar la secuencia, tal como “Perkins (1992) menciona que un conocimiento se olvida porque ha sido aprendido de manera ritual sin ser incluido en contextos mayores que le otorguen significado y porque no se modificaron las teorías y los conocimientos que los alumnos ya poseían”. (Costamagna y Manuale, 2000, p.101) y la comprensión seguirá siendo de nivel ingenuo a pesar de la instrucción. Por esto, en la primera guía se incluyó un punto en el que se necesitaba la identificación de expresiones equivalentes que incluían la forma multiplicativa y se decide incluir dos guías de trabajo adicionales que estén orientadas a la identificación de variables y su relación de dependencia e independencia lo cual hizo aumentar en tres el número de sesiones con estudiantes (Anexo 9).

Lo anterior, hizo modificar el tiempo estimado acompañado de que para el desarrollo de las actividades se requería de mayor tiempo pues el ritmo y compromiso de los estudiantes era diferente. Esto indica la necesidad de ajustar el tiempo o el largo de las actividades propuestas. Se logró avanzar en el rol que tiene el docente de facilitador del proceso de aprendizaje de los estudiantes, a su vez, que los estudiantes mantuvieron la motivación en el proceso aún con la inminencia del cierre del año escolar.

Dar respuesta a la pregunta orientadora acerca de los avances en la comprensión que alcanzan los estudiantes sobre la función cuadrática en los sistemas de representación simbólico y gráfico hace reflexionar sobre si los factores mencionados anteriormente influyen de manera significativa en ello o solo son aspectos que son necesarios prever en el diseño de una unidad de comprensión. Si se quiere avanzar en la comprensión es relevante tener claridad desde cuál o cuáles dimensiones se está desarrollando el área de matemáticas en la institución educativa, si se está centrando en la de contenido y dejando de lado las otras.

Asimismo, determinar no solo el significado de la Comprensión sino los niveles que tiene según el enfoque pedagógico y qué es necesario para lograr avances significativos y no solamente un nivel ingenuo. Para acercarse al objeto matemático función cuadrática se necesitaba que los estudiantes tuvieran como base el conocimiento de la variable, la variación y la relación entre ellas lo que generó un obstáculo para avanzar en la comprensión, pero al detectarlo y ajustar la planeación se evidenció que el estudiante empieza el proceso de identificación e interpretación de esta en todos los contextos en que se desenvuelve. En cuanto a los sistemas de representación simbólico y gráfico se evidencia que hacer generalizaciones tiene un grado de dificultad mayor que el sistema gráfico y que como docente se espera que saquen conclusiones “rápidamente” impidiendo en algunos momentos que los procesos se desarrollen completamente: en una de las sesiones para llegar al modelo se requirió de los aportes de todo el curso en plenaria, porque en los pares de trabajo solo dos grupos lo lograron.

Un aspecto que forma parte del diseño y sobre todo la implementación es la evaluación diagnóstica continua, un asunto que, para esta intervención, aunque se planeó requiere trabajar en la elaboración de rúbricas y criterios que estén alineados con los objetivos de aprendizaje.

También, intencionadamente trabajar en la enseñanza de la autoevaluación y coevaluación, elementos fundamentales para que el estudiante tenga el control de su proceso de aprendizaje.

Sistematización de la práctica pedagógica en torno a la propuesta de intervención

La sistematización se orienta a partir de las dimensiones de comprensión conocimiento, métodos, propósitos y formas de comunicación y los niveles de comprensión ingenuo, de principiante, de aprendiz y de maestría de la Enseñanza para la Comprensión. En este marco, Boix Mansilla y Gardner (1999) mencionan que “una comprensión profunda entraña la capacidad de usar el conocimiento en todas las dimensiones. Como la profundidad de la comprensión puede variar dentro de cada dimensión, es necesario distinguir desempeños débiles de otros más avanzados.” (Stone, 1999, p. 239)

Tiene como objetivo reconocer qué sucede con la comprensión en torno a la enseñanza y el aprendizaje, en este caso de la función cuadrática desde los sistemas de representación simbólico y gráfico, y a partir de ello reflexionar sobre cómo el enfoque pedagógico debidamente adoptado puede contribuir a su desarrollo.

Como instrumentos de recolección de la información se emplearon: la unidad de comprensión cuyo propósito era diseñarla según los elementos planteados en la EpC (Anexo 10), el diario de campo en el que se toma nota de lo más relevante en cada sesión relacionado con la identificación del avance en la comprensión, el diario de reflexión en el que se comenta e interpreta lo sucedido en las sesiones y sirve para realizar ajustes a la sesión siguiente y el portafolio de los grupos de trabajo que contiene cada una de las guías de trabajo diseñadas con los elementos institucionales nos proponemos, contextualicemos, actuemos y evaluemos (rúbricas de evaluación, autoevaluación y coevaluación), la solución respectiva y las conclusiones de los momentos de socialización de ellas y, entrevistas informales a los

estudiantes. Esta selección es apoyada por autores como López (2014) y Castillo y Cabrerizo (2010) y Porlán (1993).

Para definir las categorías de análisis se tuvo en cuenta qué aspectos se necesitaban para observar o determinar el avance de los estudiantes en la comprensión del objeto matemático función cuadrática desde los sistemas de representación simbólico y gráfico, por ello, se definieron como categorías de análisis las dimensiones de la comprensión (conocimiento, propósitos, formas de comunicación) con rasgos construidos para cada nivel de comprensión basados en los generales que proporciona la EpC (Tabla 6).

Tabla 6

Dimensiones, niveles y rasgos empleados como categorías de análisis

Dimensión de la comprensión	Nivel de comprensión	Rasgo
Conocimiento Identificar variables en diferentes contextos y cómo se relacionan	Ingenuo	Determina posibles variables, pero sin relación con la situación.
	De principiante	Identifica variables, su relación y lo representa gráficamente.
	De aprendiz	Identifica variables, su relación y encuentra un modelo para representarlo simbólicamente
	De maestría	Identifica variables, su relación, encuentra el modelo y puede determinar si corresponde a una función cuadrática.
Propósito Explicar diversas situaciones de la vida cotidiana mediante la relación de dos variables de forma cuadrática	Ingenuo	Identifica la función cuadrática como la forma icónica que la representa.
	De principiante	Identifica la relación entre variables de una situación como una función cuadrática.
	De aprendiz	Interpreta una situación y relaciona variables como una función cuadrática y la representa gráficamente.
	De maestría	Interpreta una situación y relaciona variables como una función cuadrática y la representa gráficamente y construye un modelo matemático para representarlo simbólicamente.

Formas de comunicación Identificar elementos de la función cuadrática en los sistemas de representación simbólico y gráfico. Establecer relaciones de equivalencia entre las formas del sistema de representación simbólico de la función cuadrática. Transformar del sistema de representación simbólico al gráfico y viceversa de la función cuadrática.	Ingenuo	Representa una función cuadrática en el plano cartesiano sin identificar las variables que intervienen.
	De principiante	Reconoce las variables y los elementos que proporcionan la representación gráfica y simbólica de la función cuadrática.
	De aprendiz	Reconoce el significado de un elemento de la función cuadrática en los sistemas de representación simbólico y gráfico y los expresa de diferentes maneras.
	De maestría	Reconoce el significado de un elemento de la función cuadrática en los sistemas de representación simbólico y gráfico y los expresa de diferentes maneras y los analiza en un contexto.

Nota: Construcción propia

Al tener como meta de comprensión lo que se quiere que los estudiantes comprendan al finalizar la intervención: que la función cuadrática está asociada a patrones de variación entre variables y le sirven para modelar situaciones de la vida cotidiana, se puede preguntar ¿a qué nivel de comprensión llegaron los estudiantes sobre dicha meta de comprensión?

El análisis se hace teniendo en cuenta como categorías las dimensiones de la comprensión y los respectivos niveles alcanzados en cada una. Aunque es importante mencionar que es muy complejo determinar hasta dónde un aspecto analizado pertenece a una u otra dimensión e incluso definir los rasgos para cada nivel puede terminar siendo aún muy subjetivo y será una tarea continuar en la profundización de dichos elementos de la EpC.

Para la dimensión conocimiento se estableció como desempeño la identificación de variables en diferentes contextos y cómo era su relación, es decir, determinar cuál era la variable dependiente y cuál la independiente aún sin llegar a establecer de qué tipo era. Para ello, se presentaron diversas situaciones en contextos sociales, culturales, deportivos, científicos, matemáticos, entre otros, con el fin de encontrar dichas características.

Al comienzo era evidente la dificultad en el 87,5% de los estudiantes, algunos identificaban variables que podrían ser parte de la situación más no eran las determinantes; luego de consultar, retroalimentar con el par, la docente y el grupo en general, se empiezan a ver algunos avances pues en la sesión No. 11 al momento de socialización general se puede observar que se van involucrando otros elementos como qué es lo constante en la situación planteada. Así, el 62,5% logra identificar las variables y qué otros elementos serían constantes, pero solo el 50% establece cuál de las variables es la independiente y cuál la dependiente. A pesar de que en el enunciado de una situación dice “el agua fluye a velocidad constante” el 12,5% escribe como variable la velocidad con que sale el agua y aún después de hacer retroalimentación les cuesta comprenderlo. Por ello, es imprescindible revisar el trabajo realizado en el grado octavo acerca de la variable en la transición al álgebra para hacer avances más significativos en el concepto de función.

En la dimensión propósito el desempeño es explicar diversas situaciones de la vida cotidiana mediante la relación de dos variables de forma cuadrática. Se planteó una situación en un contexto geométrico que implicaba identificar variables y la relación entre ellas, representar la información que se iba obteniendo en una tabla, en un plano cartesiano y encontrar un modelo matemático. Para este momento ya se ha trabajado en la identificación de variables por lo que tienen una menor dificultad en identificarlas y relacionarlas, al organizar la información en la tabla e iniciar la representación gráfica se evidencia que un 50% de los estudiantes no tiene en cuenta la ubicación de la variable dependiente en el eje y e independiente en el eje x , ni la escala adecuada en los ejes para representar gráficamente esta situación.

En el proceso se hace la retroalimentación de los grupos que lo logran a los que no y finalmente todos elaboran las gráficas correspondientes. Se inicia con una comprensión ingenua

y en el proceso van teniendo en cuenta elementos clave para la representación gráfica y se van identificando elementos que caracterizan a la función cuadrática, el 50% logra la representación gráfica e identifica elementos que la componen un 37,5% aún descuida un aspecto fundamental como la escala y el 12,5% tan solo elabora el plano y ubica punto a punto sin dar significado a las variables que van a relacionar.

Para la elaboración del modelo matemático que diera cuenta de la relación entre las variables identificadas los pares trabajaron buscando alguna regularidad en los datos organizados en la tabla, hicieron conjeturas y establecieron comunicación entre dos y tres pares para comparar, aclarar, refutar las ideas y emplear diferentes razonamientos para llegar a obtener un modelo que se expresó de diferentes maneras. Se hace énfasis en la equivalencia de las expresiones obtenidas y su relación con la representación gráfica obtenida.



Imagen 1: Momento de socialización de una actividad.

Aunque se obtuvo el modelo matemático y se pudo verificar, faltaría analizar otras situaciones para definir si todos los estudiantes alcanzan el nivel de maestría, que no se

alcanzaron a desarrollar y aparecen en la última guía del anexo 5. Se necesita trabajar intencionadamente las representaciones gráficas con el fin de que los estudiantes las describan y usen términos relacionados con los elementos que las caracterizan y tengan estrategias para construir modelos matemáticos.

En el desempeño del proyecto síntesis tenían que plantear una situación en la que se relacionaran variables que modelaran situaciones de la vida cotidiana y fuera una función cuadrática. Al pedir a los estudiantes que se empezara con una idea en donde creyeran encajaba la función cuadrática determinando las variables implicadas y su relación el 100% inició en un nivel de comprensión ingenuo porque los estudiantes ven en la representación gráfica dibujos más no las variables y sus relaciones. En el intermedio se pudo determinar un avance puesto que ya identificaban variables y empezaban a reflexionar acerca de su relación y si realmente eran relevantes para su situación. Al final, identifican las variables, la relación de dependencia e independencia, aunque, no llegaron a establecer un modelo que permitiera evidenciar su correspondencia con una función cuadrática. En el cuadro se muestra el avance de uno de los grupos de trabajo.

Cómo saber cuál debe ser la trayectoria de un balón que patea un jugador de fútbol.	La variable independiente es la trayectoria del balón, la dependiente es la fuerza con la que sale el balón.	<p>“Tiempo y la fuerza con que se patea un balón”</p> <p>“lo de la fuerza sería complicado tocaría con unas máquinas especiales”</p> <p>La variable independiente es el tiempo y la dependiente es la fuerza.</p> <p>Hay que tener en cuenta que el balón tiene unas zonas.</p>
---	--	---

Se determinó que un 12,5% se mantuvo en el nivel ingenuo, el 37,5% en el nivel de principiante y el 50% alcanzó el nivel de aprendiz, cabe anotar que solo el 50% de los grupos pudo socializar su situación final debido al cierre del año escolar. Los grupos que permanecieron

en el nivel ingenuo tuvieron poco compromiso con la búsqueda de información y presentación de avances en los tiempos establecidos.

En la dimensión formas de comunicación los estudiantes desarrollaron actividades en las que era necesario emplear diversas formas para una expresión de segundo grado; se emplearon los casos de factorización para trinomios, la diferencia de cuadrados, la completación de cuadrados, pero sin relacionarlos directamente con las formas de representación simbólica estándar, multiplicativa y canónica, lo que considero actualmente no fue acertado puesto que era necesario hacer la conexión de inmediato y que no pareciera un tema más aislado y de repaso. Como al comienzo del año se había hecho un repaso general en el que estaban incluidas las temáticas, se puede decir, que aun así parten del nivel ingenuo por la falta de conexión con las formas de representación simbólica.

Luego, se establecieron dichas conexiones a partir de consultas, socialización entre pares y el grupo en general. Se detectaron dificultades para comprender la traslación horizontal porque vienen trabajando bajo el esquema de que sumar significa moverse a la derecha y ahora no sucede lo mismo. Se tematizó al respecto por parte de la docente, pero fue evidente que no fue para ellos claro y aunque realizaban dichos movimientos era más de manera reproductiva que comprensiva. En el momento de realizar la conexión con lo trabajado en la representación gráfica e identificar los elementos que las diferentes formas simbólicas proporcionan se observa que se necesitan varias sesiones para que se consolide o de lo contrario se hace porque así lo dice el texto, la guía o la docente. Cabe aclarar que en esas sesiones se continúa enfatizando en las variables y su relación.

La traducción es cuando un mismo elemento se representa en dos sistemas de representación, en este caso el simbólico y el gráfico, y la transformación sintáctica que

representa un elemento en un mismo sistema de formas equivalentes los estudiantes lo realizan de manera mecánica y les cuesta dar las razones por las cuales esto sucede. Además, al proponer una situación en la que a partir de un contexto no algebraico se tienen que relacionar diferentes elementos tienen dificultad para interpretar la situación y resolverla. Es así como, para que se dé un nivel de comprensión de aprendizaje o de maestría se tendrá que profundizar y conectar con situaciones en las que los elementos de la función cuadrática se relacionen y se logren identificar en diversos contextos.

Se estableció que los estudiantes en su totalidad logran representar de maneras equivalentes en el sistema simbólico y aunque lo hacen correctamente es un nivel ingenuo porque el trabajo es mecánico y sin establecer conexiones. Al desarrollar la actividad se presentan avances al no validar un procedimiento si no se justifica en la socialización con el par o en plenaria, por esto, se puede afirmar que los estudiantes llegan al nivel de principiante. Para poder avanzar en la comprensión se necesita que en la planeación se incluyan más situaciones en diferentes contextos y se disminuyan los procedimientos algorítmicos que, aunque importantes, no garantizan que se avance en la comprensión, pero los estudiantes están acostumbrados a desarrollarlos independientemente de si los comprenden o no.

Como otros hallazgos se establecieron los siguientes: El hecho de no haber previsto la dificultad de los estudiantes en la identificación de variables y su relación retrasó el proceso. Por ello, se necesita hacer una revisión profunda y definir qué es lo realmente importante que los estudiantes aprendan para tener avanzar en los niveles de comprensión y que no se quede tan solo en una larga lista de temas que el docente desarrolla pero que el estudiante no comprende sino en un nivel máximo de principiante.

Se evidenció que el grupo de estudiantes en su mayoría se comprometió con el trabajo y mantuvo la motivación, las sesiones de clase se desarrollaron en un ambiente agradable en donde se compartían y debatían las ideas con respeto. Los estudiantes no estaban pensando en la valoración numérica que se asignara a la actividad sino en intentar comprender lo que se estaba desarrollando. Además, dos aspectos importantes: el par de trabajo que durante los periodos anteriores había sido asignado por la docente, en el momento de la intervención se organizó según elección de los estudiantes, lo que contribuyó a mejorar la responsabilidad con su aprendizaje; en el salón estuvo expuesta la meta, los desempeños de comprensión y los criterios de evaluación que se establecieron desde el comienzo. Los estudiantes realizaron autoevaluación y coevaluación como un proceso continuo y no solo al finalizar el periodo como se acostumbra en la institución, y resaltar en cada sesión la meta de comprensión y el objetivo de aprendizaje fue una guía importante en el proceso desarrollado.

El grupo no presentó problemas convivenciales y se logró que estudiantes que normalmente son apáticos al trabajo en el área se involucraran y dieran a conocer sus ideas, argumentos, conjeturas, propuestas, superando el mito de que la EpC requiere que otro perfil de estudiante y aunque el número de estudiantes es grande si es posible implementarla.

El proceso de evaluación es complejo pues como lo manifiesta la EpC es una evaluación diagnóstica continua, como afirma Stone (1999) tiene como base criterios públicos en estrecha relación con la meta de comprensión, involucra al estudiante y lo hace más responsable de su proceso de aprendizaje y a su vez exige establecer roles y relaciones diferentes a las tradicionales. Es un aspecto en el que hay que trabajar para avanzar en su comprensión y su respectiva aplicación al trabajo en el aula, porque, aunque se pretende mantener un rol de guía y facilitador, en ocasiones hay cuestionamientos acerca de las temáticas que se dejaron de trabajar

y que seguramente en el grado siguiente le van a exigir al estudiante. Por su parte, el estudiante gana en estrategias para afrontar otras clases y en tener la posibilidad de otra forma de trabajo. Queda el interrogante ¿cómo mejorar el proceso de evaluación en la institución? ¿Cómo llevar a los estudiantes a una comprensión profunda en todas las dimensiones?

En la planeación se deben incluir situaciones en diferentes contextos que permitan realizar más conexiones con el fin de evitar que el trabajo con temas desconectados y de poca utilidad en la vida del estudiante.

Evaluación de la propuesta de intervención

Para determinar si la propuesta de intervención es viable o no requiere hacer una evaluación desde la perspectiva institucional, de los docentes y de los estudiantes.

Institucional: Aunque la Enseñanza para la Comprensión es el enfoque adoptado no se evidencia en la organización institucional que este se desarrolle en su totalidad, puesto que es necesario una mayor apropiación por parte de la comunidad educativa para que sea una vivencia cotidiana y no solo en algunos momentos y en algunas áreas, por tanto, es prioridad recomendar al consejo académico que se encuentren soluciones al respecto.

Se requiere hacer un ajuste al sistema institucional de evaluación que incluya los dimensiones y los niveles de comprensión y se realice la construcción de los rasgos que los identificarían en todos los ámbitos de la vida institucional.

Docentes: Se puede afirmar que realizar el diseño de la UdC e implementar la propuesta en el marco de la EpC no es suficiente porque es necesario que no sea de un período, de un docente y un área sino del trabajo del equipo de docentes para que pueda darse la interdisciplinariedad, mediante la conexión y organización de las mallas curriculares, en donde sea evidente la manera en que los estudiantes pueden avanzar en los niveles de comprensión en todas las dimensiones y

no solo en la de conocimiento. A su vez, el docente tiene el compromiso de identificar los prerrequisitos mínimos que se requieren y encontrar la manera de que no se conviertan en un obstáculo para avanzar.

No se puede desconocer el hecho de que los docentes necesitan conocer a profundidad el enfoque y sus implicaciones para que las unidades de comprensión no se queden solo en el diseño, sino que se puedan implementar y hacer un seguimiento efectivo.

La planeación no es suficiente para garantizar la implementación puesto que factores como el tiempo, los horarios de clase, actividades extracurriculares, el número de estudiantes por curso, hacen que los procesos se trunquen o sean lentos, y si solo se está pensando en cumplir con unos contenidos para un grado no se hará énfasis en lo más importante que es la Comprensión.

Es necesario tener claridad de las categorías de análisis para que ninguna de ellas se descuide, puesto que, en esta intervención, la dimensión de métodos, aunque se trabajó no se hizo un seguimiento que permitiera evidenciar sus avances o dificultades.

Para el área de matemáticas se puede afirmar que identificar la necesidad de trabajar intencionalmente la variación, la identificación de variables, la proporcionalidad desde la básica primaria permitirá que los estudiantes avancen en los niveles de comprensión del concepto función.

Se avanzó como docente en la construcción de rasgos desde las dimensiones y los niveles de comprensión lo que permite entrar en un proceso de evaluación que va siendo más acorde al que se requiere en la EpC, sin embargo, hay que continuar en el fortalecimiento de los procesos de auto y coevaluación.

Estudiantes: Por su parte los avances no se hacen rápidamente evidentes porque hay un proceso de adaptación y se requiere de unos mínimos de motivación, participación y responsabilidad que

en ocasiones no son fáciles de alcanzar porque no tienen una dinámica de trabajo colaborativo, de consulta e indagación permanente sino de trabajo reproductivo y repetitivo. Esto sería necesario hacerlo desde la educación preescolar para que los procesos de enseñanza y aprendizaje sean efectivos y la comprensión pueda llegar al nivel de maestría en todas las dimensiones y en la mayoría de los estudiantes.

Una de las manifestaciones frecuentes por parte de los docentes es que este enfoque no es factible de trabajar porque los estudiantes no tienen el perfil necesario, pero ¿cuál es el perfil de estudiante que requiere la EpC? ¿de qué manera se podría alcanzar?

¿Cómo llevar a los estudiantes a una comprensión profunda en todas las dimensiones? ¿Cómo hacer más efectivo el proceso de evaluación en el aula? Seguramente será posible responderlas haciendo de cada sesión de clase un laboratorio de investigación.

Capítulo V. Conclusiones y recomendaciones

Este capítulo está organizado para presentar los resultados de la intervención y sistematización de la propuesta dando respuesta a la pregunta orientadora y en general a la problemática institucional. En un trabajo cooperativo con el docente maestrante del área de Ciencias Sociales que labora en la institución en Básica Primaria se realizaron las conclusiones, recomendaciones, plan de sostenibilidad de la propuesta con sus respectivas acciones y cómo se hará su ejecución y seguimiento.

Conclusiones institucionales

Teniendo como elemento principal el problema institucional identificado en la fase de diagnóstico en el que se evidenció que las prácticas pedagógicas no son coherentes con el enfoque pedagógico institucional Enseñanza para la Comprensión se encontró que:

1. Los docentes maestrantes se acercaron al marco conceptual de la EpC mediante el diseño e implementación de las unidades de comprensión, profundizando en los elementos básicos de la EpC. Para este proceso se utilizaron estrategias propuestas por Perkins (2010) y Stone (1999) como identificar qué era lo importante de aprender, qué se pretendía que los estudiantes comprendieran de ello. Asimismo, ver que la evaluación diagnóstica continua está vinculada a un conjunto de criterios claros y la autorreflexión acerca de ellos y no como el resultado de una prueba al final de un curso es fundamental en un entorno que se fundamente en este enfoque pedagógico. Por ello, al diseñar e implementar las situaciones para la UdC se hizo énfasis en afinar la meta de comprensión, los desempeños y establecer una matriz con las dimensiones, los niveles y sus rasgos correspondientes, siendo estos un punto de partida para continuar su mejoramiento.

2. Se generó un ambiente de aprendizaje en el aula que permitió la fluidez en la comunicación (entre estudiantes, estudiantes y docente), abierto a la participación y la retroalimentación continua, muestra de ello, fue que no se presentaron dificultades convivenciales y se realizó la retroalimentación entre pares y con el docente, dando lugar al establecimiento de nuevos roles y relaciones entre estudiantes y docente como lo afirma Perkins (2010).

3. Aunque se avanzó en la comprensión de la meta de comprensión por parte de los estudiantes es necesario continuar en la búsqueda de estrategias que permitan optimizar otros factores como el tiempo, el proceso de evaluación y retroalimentación “los docentes tienen que aceptar el hecho de que, durante un tiempo, parte del trabajo será accidentado. El primer proyecto puede salir menos bien de lo previsto” (Perrone en Stone, 1999, p.395). Se pudo evidenciar que al tener identificada una meta se vuelve continuamente sobre ella y es posible ajustar sus criterios de evaluación siendo este un elemento esencial en el marco conceptual de la EpC.

Conclusiones de área

Área de Matemáticas. 1. Los objetos matemáticos son de alta complejidad tanto para la enseñanza como para el aprendizaje. Emplear los sistemas de representación simbólico y gráfico de la función cuadrática permite hacer un acercamiento a esta porque se puede evidenciar que el estudiante identifica las variables, reconoce la relación entre ellas, realiza una representación gráfica donde encuentra elementos que son equivalentes con la representación simbólica como se pudo observar al desarrollar y socializar la guía propuesta en las sesiones 4 a 10. Igualmente, se evidencian avances en la comprensión cuando los estudiantes modifican lo que inicialmente de manera intuitiva decían era la función cuadrática “la trayectoria de un balón al ser pateado” o “el

dibujo de un arco iris” a identificar dos variables en una situación de la vida cotidiana, aunque sin llegar a establecer si se relacionan mediante un modelo cuadrático.

No obstante, se requiere trabajar los demás sistemas de representación y su respectiva traducción entre sistemas y transformación sintáctica en un mismo sistema para que los niveles de comprensión más avanzados se logren. En la intervención se trabajaron solo dos de ellos y autores como Lacasta y Pascual (1998) y Gómez y Carulla (1999) y Hitt (1997) citado en Rico (2009), resaltan la trascendencia de todos los sistemas de representación para la enseñanza, el aprendizaje y la forma de comunicar y construir conceptos.

2. Establecer las dimensiones y los niveles de comprensión con sus respectivos rasgos permite evidenciar el avance de los estudiantes en la comprensión de un determinado concepto. Como lo plantea Perrone en Stone (1999) el docente debe saber qué sería capaz de hacer un estudiante si comprende lo que hace, siendo este elemento esencial para avanzar en la evaluación diagnóstica continua. Aunque fue significativo avanzar en la construcción de la matriz con las dimensiones, los niveles y los rasgos para la función cuadrática enfocada en los sistemas de representación simbólico y gráfico es un aspecto difícil de integrar y es necesario trabajar de manera continua y sistemática en las prácticas pedagógicas con el fin de que los estudiantes adquieran confianza e identifiquen lo que necesitan para alcanzar niveles de comprensión más altos en todas las dimensiones empleando la autoevaluación y la coevaluación.

3. Es fundamental tener en cuenta cuáles son los pre-requisitos o conocimientos previos mínimos para implementar una unidad de comprensión. En este caso se identificó que para evidenciar avances en la comprensión que los estudiantes tienen sobre la función cuadrática desde los sistemas de representación simbólico y gráfico, necesariamente, tenían que tener comprensión acerca de la variación y la identificación de variables para que dichas

representaciones se realizaran de manera óptima. En Azcárate y Deulofeu (1996) se plantea la necesidad de elaborar adecuadamente la representación gráfica y poder construir un modelo matemático identificando las variables y su relación. Esta situación llevó a realizar ajustes en la planeación y se incluyeron dos guías de trabajo adicionales que alteraron el desarrollo de la propuesta en cuanto al tiempo, pero de no ser así, no hubiera sido posible evidenciar avances en la comprensión.

4. Se hace necesario hacer el ajuste a la malla curricular del área de matemáticas y organizarla no por contenidos sino identificando las líneas principales para ella. Al estar por contenidos se evidenció que han sido trabajados superficialmente y sin verificar la comprensión que alcanzan los estudiantes en las líneas principales para las matemáticas (por ejemplo: proporciones, variación, función). Gómez (2007) plantea que realizar un análisis de contenido y didáctico es una condición fundamental trabajar con los estudiantes lo realmente importante y estableciendo la mayor cantidad de conexiones posible. Lo corrobora Stone (1999) al afirmar la necesidad de que el docente sepa qué enseñar y lo que quiere que los estudiantes comprendan en un curso.

Esto requiere que el grupo de docentes del área tenga claridad de las implicaciones que tiene “pensar la enseñanza y el aprendizaje en términos de comprensión” (Perrone en Stone, 1999, p.395).

Recomendaciones institucionales

Con el fin de que la propuesta se ajuste a partir de las conclusiones y hallazgos en el proceso de intervención y sistematización y fortalezcan la propuesta se recomienda:

1. Realizar la revisión de la malla curricular del área de Matemáticas a la luz de los Estándares Básicos de Competencias y los Derechos Básicos de Aprendizaje DBA para determinar cuáles son las líneas de trabajo que permiten desarrollar en los estudiantes las competencias y

habilidades necesarias para una formación integral y que los lleve a tener una mejor calidad de vida como lo manifiesta el P.E.I.

2. A partir del análisis de los resultados obtenidos realizar los ajustes en los aspectos de diseño, planeación e implementación para que en el segundo semestre del 2018 se pueda replicar la experiencia.

3. Continuar afinando la construcción de las Unidades de Comprensión y realizar un trabajo cooperativo orientado desde el consejo académico donde en jornadas pedagógicas se socialicen y se retroalimente y además se haga la práctica de su implementación.

4. Vinculación a una red de maestros en la que sea posible compartir las experiencias pedagógicas con sus logros y dificultades.

5. Divulgación de la intervención mediante un artículo de sistematización y/o reflexión.

6. Continuar el proceso de reflexión y transformación de las prácticas pedagógicas (investigación permanente en el aula). Así, dentro del plan de formación permanente de los docentes según las necesidades institucionales, es primordial desde el enfoque pedagógico institucional Enseñanza para la Comprensión apropiar los elementos esenciales y vivenciarlos en todos los ámbitos de la vida institucional.

7. La sistematización de una experiencia es un proceso complejo que nos ha costado mucho trabajo porque requiere de tiempo, recolección efectiva de información, establecimiento claro de categorías para su análisis, lo cual no es algo cotidiano para el docente, pero es necesario para intervenir sus prácticas de aula y lograr que la enseñanza y el aprendizaje se dé con niveles de pertinencia y calidad.

Recomendaciones de área

Según las conclusiones de la intervención surgen las recomendaciones:

Área de Matemáticas. 1. Los objetos matemáticos son de alta complejidad y para que los estudiantes presenten avances de su comprensión es necesario trabajar intencionadamente desde el primer ciclo los diferentes sistemas de representación, estableciendo la mayor cantidad de conexiones posible.

2. Con el fin de avanzar en la comprensión de los elementos esenciales de la enseñanza para la Comprensión, en particular las metas de comprensión, la evaluación diagnóstica continua y hacer seguimiento a la comprensión de los estudiantes acerca de un objeto matemático, se recomienda realizar el ejercicio desde el grupo de docentes del área de profundizar teóricamente y llevar a la práctica mediante la construcción de matrices que contengan las dimensiones y los niveles de comprensión con sus respectivos rasgos.

Asimismo, fortalecer los procesos de autoevaluación y coevaluación que forman parte del Sistema Institucional de Evaluación Santaderista.

3. La identificación de variables y la variación no puede ser objeto de estudio solo en la educación secundaria y como un tema más, por lo general aislado, sino relacionarlo con la vivencia diaria del estudiante lo que le permitirá transformar concepciones erróneas que llevan a que por falta de comprensión se convierta en otro factor asociado al desinterés y desmotivación por el aprendizaje de las matemáticas.

4. Para hacer el ajuste a la malla curricular del área de matemáticas y organizarla mediante la identificación de las líneas principales de ella se requiere del análisis de contenido y didáctico de qué es lo más importante e imprescindible para el área, estableciendo la mayor cantidad de conexiones que permitan que los estudiantes lleguen al más alto nivel de comprensión.

Plan de sostenibilidad de la propuesta

Teniendo en cuenta las conclusiones y recomendaciones se presenta un plan que garantice realizar ajustes a la propuesta de intervención pedagógica y dé continuidad a la cualificación de la labor docente. Se plantea tanto para la intervención en el aula como para la institución y fue construido tomando como referente las líneas pedagógica e investigativa propuestas por Camargo Abello et al. (2004).

Justificación del plan de sostenibilidad

Luego de realizar una intervención pedagógica en la institución educativa y evaluarla surge la necesidad de hacer una retroalimentación crítica y propositiva que dé razón de los hallazgos en el proceso y se genere un plan para que el docente continúe su formación permanente ajustando la propuesta y desarrollando su práctica profesional y pedagógica de tal manera que impacte el contexto social en que se desempeña.

Para ello, Camargo Abello et al. (2004) proponen la necesidad de formación de los docentes desde cuatro líneas: Educativa, pedagógica, humana e investigativa. La primera hace referencia a la política educativa nacional y sus implicaciones en la transformación de la sociedad. La segunda relacionada con la enseñanza y aprendizaje desde los saberes disciplinares, didácticos y pedagógicos. La tercera vinculada a la realización personal como miembro de un colectivo que ha sido protagonista de cambios en el entorno social. Por último, la formación en investigación de su quehacer docente, la participación en la construcción de conocimiento y su divulgación.

Teniendo en cuenta estos elementos, se propone un plan de acción que aborda las líneas pedagógica e investigativa a las que se les hará seguimiento. En la línea pedagógica el énfasis estará en la revisión de la malla curricular de las áreas de sociales y matemáticas en los grados

que los docentes maestrantes tienen asignación académica con la posibilidad de extenderlo a los demás grados y, continuar fortaleciendo su trabajo en torno al enfoque pedagógico institucional Enseñanza para la Comprensión. Para Stone (1999) emplear el marco conceptual de la Enseñanza para la Comprensión no implica que se realice bien y para siempre en el primer intento, independientemente de los avances o dificultades identificadas, estimula al docente a revisar y ajustar aspectos relacionados con el currículo y la práctica pedagógica. Este proceso de reflexión va acompañado de un plan de mejoramiento que permitirá evidenciar en el tiempo avances significativos en la comprensión del enfoque. En la línea investigativa el trabajo consiste en hacer del aula un laboratorio que junto con la experiencia adquirida permita al docente profundizar en su quehacer para hacer una propuesta que pueda ser divulgada implementada en otros espacios escolares.

Plan de acción

A partir de este marco se pretende atender los aspectos mencionados anteriormente: lo pedagógico y lo investigativo mediante la siguiente ruta o plan de acción.

Aspectos	Acción	A quién va dirigida	Responsables
Pedagógico	Realizar la revisión de la malla curricular de las áreas de Sociales y Matemáticas a la luz de los Estándares Básicos de Competencias y los Derechos Básicos de Aprendizaje DBA para determinar cuáles son las líneas de trabajo que permiten desarrollar en los estudiantes las competencias y habilidades necesarias para una formación integral y que los lleve a	Docentes maestrantes	Nanci Janett Roa A. Rafael Martínez V.

	tener una mejor calidad de vida como lo manifiesta el P.E.I.		
	2. A partir del análisis de los resultados obtenidos realizar los ajustes en los aspectos de diseño, planeación e implementación para que en el tercer período de 2018 se pueda replicar la experiencia.	Docentes maestranter	
	3. Continuar afinando la construcción de las Unidades de Comprensión para los cursos donde los docentes tienen asignación académica y socializar a los demás integrantes de las áreas en su jornada respectiva.	Docentes maestranter	
	4. Vinculación a una red de maestros.		
Investigativo	5. Divulgación de la intervención mediante un artículo de sistematización y/o reflexión.	Docentes maestranter	Nanci Janett Roa A.
	6. Continuar el proceso de reflexión y transformación de las prácticas pedagógicas (investigación permanente en el aula).	Docentes Maestranter	Rafael Martínez V.

Para llevarlo a cabo se divide cada acción propuesta en fases para un tiempo establecido según se muestra en la tabla:

Acción	Fase	Fecha estimada
1 Pedagógica	1.1 Presentación de los resultados de la intervención a los miembros del consejo académico y áreas de matemáticas sede A jornada mañana y docentes de primaria sede B jornada tarde.	Semana No. 4 de desarrollo institucional 2018
	1.2 Lectura y análisis de las Competencias Básicas en sociales para ciclo II y matemáticas para ciclo IV	Enero a noviembre de 2018
	1.3 Elaboración de propuesta según análisis didáctico realizado para ajustar la malla curricular en los ciclos grados que los docentes tienen asignación académica según el área respectiva.	Julio a septiembre de 2018
	1.4 Presentación a las áreas respectivas en sede y jornada de la propuesta de ajustes realizados en la fase 1.3	Semana No.6 de desarrollo institucional 2018
2 Pedagógica	2.1 Análisis de resultados obtenidos en la intervención pedagógica.	Diciembre a mayo de 2018
	2.2 Elaboración de ajustes a la propuesta de intervención según el análisis de la fase 2.1	Semana No. 4 de desarrollo institucional 2018
	2.3 Implementación y recolección de información de la intervención ajustada en el grado quinto y noveno (se selecciona un grupo de cada grado).	Tercer período académico escolar 2018
	2.4 Análisis de los resultados obtenidos.	Cuarto periodo académico escolar 2018
	2.5 Comparación de resultados de la intervención original y la intervención ajustada.	Cuarto período académico escolar 2018
	2.6 Planeación de nuevos ajustes a la intervención	Semana No. 7 de desarrollo institucional 2018

	3.1 Capacitación dirigida a docentes de la institución (dos sedes y jornadas) por parte del experto en EpC José Alejandro González Celia (docente acompañante de la Universidad Externado de Colombia asignado a la institución).	Semana No. 2 de desarrollo institucional 2018 (enero 24)
	3.2 Profundizar el trabajo en otro de los elementos de la EpC (evaluación diagnóstica continua y su relación con las dimensiones y los niveles de Comprensión mediante la lectura de los capítulos 6,7 y 8 del libro La enseñanza para la comprensión: Vinculación entre la investigación y la práctica de Martha Stone.	Enero a noviembre de 2018
3	3.3 Lectura, reflexión y aportes que deja el libro el Aprendizaje pleno de David Perkins.	Enero a noviembre de 2018
Pedagógica	3.4 Elaboración de Unidades de Comprensión aplicando los elementos que aportan las lecturas	Cada período escolar de 2018 en adelante
	3.5 Socialización de los avances en la elaboración de Unidades de Comprensión.	Semana No. 6 de desarrollo institucional 2018
	4.1 Trabajo colaborativo en las clases disciplinares de la Maestría	Semestre I de 2018
	4.2 Trabajo colaborativo institucional entre docentes maestrantes	Semestre II de 2016 en adelante
4	4.3 Crear una base de datos con los compañeros de la Maestría que estén interesados en hacer parte de una red en la que se compartan experiencias pedagógicas (invitación, recolección de información y establecimiento de la base de datos)	Final de semestre I de 2018
Investigativa	5.1 Escritura de un artículo o presentación de ponencia en un evento	Semestre I de 2018
	5.2 Presentación del artículo o ponencia	Semestre II de 2018

5 Investigativa	5.3 Escritura de un artículo para el periódico escolar en su edición 50 años donde se cuente la experiencia vivida por estudiantes y docentes maestrantes.	Semestre II de 2018
	6.1 Entrevistas informales a estudiantes de los grados intervenidos en 2017 sobre las prácticas pedagógicas de los docentes maestrantes	Semestre II de 2018
6 Investigativa	6.2 Entrevistas informales a docentes de la institución sobre las prácticas pedagógicas de los docentes maestrantes	Semestre II de 2018
	6.3 Reflexión acerca de los posibles cambios en las prácticas pedagógicas a partir de los hallazgos en las entrevistas y autogestionar la formación permanente	Semestre II de 2018

Referencias

- Anzola, J. y Abril, P. (2013). *Saber Matemático grado 9º*. Bogotá: Didáctica y Matemáticas Ltda.
- Azcárate, C. y Deulofeu, J. (1996). *Funciones y Gráficas*. Madrid: Síntesis.
- Blyttthe, T. (1999). *La Enseñanza para la Comprensión. Guía para el docente*. Buenos Aires: Paidós.
- Camargo Abello, M., & Calvo M., G., & Franco Arbeláez, M., & Vergara Arboleda, M., & Londoño, S., & Zapata Jaramillo, F., & Garavito Prieto, C. (2004). Las necesidades de formación permanente del docente. *Educación y Educadores*, (7), 79-112.
- Castillo, S. y Cabrerizo, J. (2010). *Evaluación educativa de aprendizajes y competencias*. Madrid: Ed. Pearson.
- Costamagna, A. y Manuale, M. (2000). Estrategias de enseñanza para la comprensión: un enfoque alternativo. Recuperado el 2 de marzo de 2018 de <http://studylib.es/doc/5682190/la-ense%C3%B1anza-para-la-comprensi%C3%B3n>
- Francisco de Paula Santander (1999). Proyecto Educativo Institucional P.E. I. Bogotá, Colombia.
- Francisco de Paula Santander, (2016). Manual de Convivencia. Bogotá, Colombia.
- Francisco de Paula Santander, IED. (septiembre de 2016). PEI. Bogotá, Colombia.
- Gómez, P. (2007). *Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación de profesores de secundaria*. (Tesis doctoral no publicada, Universidad de Granada). Recuperado de <https://hera.ugr.es/tesisugr/16582056.pdf>
- Gómez, P. y Carulla, C. (1999). *La enseñanza de la función cuadrática en las matemáticas escolares del Distrito Capital*. Documento no publicado (Informe). Bogotá: Universidad de los Andes. Recuperado el 14 de marzo de 2017, de <http://funes.uniandes.edu.co/344/>
- ICFES. (11 de octubre de 2016). *Consulta de resultados*. Recuperado el 20 de septiembre de 2016, de www2.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/
- Lacasta, E. *El gráfico cartesiano de funciones como “medio” material: el paso de la representación gráfica a la analítica, con especial interés en el problema de las escalas* http://www.ugr.es/~jgodino/siidm/almeria/Grafico_cartesiano.PDF
- Lacasta, E. y Pascual, J.R. (1998). *Funciones en los gráficos cartesianos*. Madrid: Ed. Síntesis.

- López, A. (2014). *La evaluación como herramienta para el aprendizaje. Conceptos, herramientas y recomendaciones*. 2ª. Ed. Bogotá: Editorial Magisterio. p.73- 81
- Lupiáñez, J.L. (2009). *Expectativas de aprendizaje y planificación curricular en un programa de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria*. (Tesis doctoral, Universidad de Granada). Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/798/2/TesisLupian%CC%83ezPublicada.pdf>
- Mesa, Y. y Villa-Ochoa, J. (2008). *Reflexión histórica, epistemológica y didáctica del concepto de función cuadrática*. Recuperado el 2 de abril de 2017, de <http://funes.uniandes.edu.co/977/1/1-20Mesa%26VillaText.pdf>
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. Bogotá.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Bogotá.
- Ministerio de Educación Nacional. (2015). *Orientaciones para la lectura de resultados de establecimientos*. Bogotá.
- Ministerio de Educación Nacional. (2016). Informe por colegio 2016. Resultados Pruebas Saber 3º, 5º y 9º.
- Perkins, D. (2010). *El aprendizaje pleno: Principios de la enseñanza para transformar la educación*. [Traducido al español de Makin Learning Whole: How Seven Principles of Teaching Can Transform Education]. Buenos Aires: Paidós.
- Porlán, R., Marín, J. (1993). *El diario del profesor. Un recurso para la investigación en el aula*. 2 a. Ed. Sevilla: Dída Editores
- Reunión de área de matemáticas jornada mañana 24 de marzo. (2017). Bogotá.
- Rico, L., Castro, E. y Romero, I. (2000). *Sistemas de representación y aprendizaje de estructuras numéricas*. Departamento de Didáctica de las matemáticas. Universidad de Granada. España. Recuperado el 10 de noviembre de 2017, de <http://funes.uniandes.edu.co/470/1/RicoL00-39.PDF>
- Rico, L. (2009). Sobre las nociones de representación y comprensión en la investigación en educación matemática. *PNA*, 4(1), 1-14.
- Santos Trigo, L. M. (2014). *La resolución de problemas matemáticos: fundamentos cognitivos*. 2ª ed. México: Trillas, Asociación Nacional de Profesores de Matemáticas.

- Stone, M., (Comp.). (1999). *La enseñanza para la comprensión: Vinculación entre la investigación y la práctica*. Buenos Aires: Paidós
- Touriñán, (2011). Intervención Educativa, Intervención Pedagógica y Educación: La mirada pedagógica. *Revista portuguesa de pedagogía*.
- Zill, D. & Dewar, J. (2008). *Precálculo con avances de Cálculo*. 4ª ed. México D.F.: Mc Graw Hill Interamericana.

Anexos

Anexo 1 Formato Institucional para Unidad de Comprensión (UdC)

ÁREA	CICLO	GRADOS	PERIODO- AÑO	DOCENTE

HILO CONDUCTOR

TÓPICO GENERATIVO

Son temas cuestiones, ideas... que ofrecen profundidad, significado, conexiones y variedad de perspectiva en un grado suficiente como para apoyar el desarrollo de comprensiones poderosas por parte del estudiante. Para nuestra Institución, se deben enunciar en forma de pregunta, en presente indicativo, permitiendo la interdisciplinariedad y transdisciplinariedad hasta donde sea posible.

METAS DE COMPRENSIÓN Son los conceptos, procesos y habilidades que deseamos que comprendan los estudiantes y que contribuyen a establecer un centro cuando determinamos hacia donde habrán de encaminarse. Se formulan como enunciado: “Los estudiantes comprenderán...”, “apreciarán...”, “desarrollarán comprensión...”	DESEMPEÑOS DE COMPRENSIÓN Son actividades que exigen de los estudiantes usar sus conocimientos previos de maneras nuevas o en situaciones diferentes para construir el tópico de la unidad. Exigen que los estudiantes muestren sus comprensiones de una forma que pueda ser observada haciendo que su pensamiento se torne visible.			EVALUACIÓN CONTÍNUA Es el proceso que permite valorar con exactitud y equidad lo que aprendieron los estudiantes. Consta de dos componentes principales:	
	PRELIMINARES Para indagar qué saben o qué opinan los estudiantes sobre un tópico.	INVESTIGACIÓN GUIADA A través de la fundamentación, profundización, exploración y ampliación que hacen.	PROYECTO FINAL O DE SÍNTESIS En los que son capaces de presentar una nueva construcción, una nueva versión de lo comprendido, es decir, qué son capaces de hacer con el saber.	CRITERIOS Establecidos por el área y el docente. Para valorar cada desempeño de comprensión. Deben ser claros, pertinentes y públicos	RETROALIMENTACIÓN Proporcionar a los estudiantes información sobre el resultado de los desempeños y también sobre la posibilidad de mejorar futuros desempeños, informar sobre la planeación de las clases y de las actividades siguientes a venir de diferentes perspectivas: de las reflexiones de los estudiantes sobre su propio trabajo, de las reflexiones de sus compañeros sobre el trabajo de los otros y de los docentes mismos.

Anexo 2 Resultados pruebas Saber 2015 y 2016 área de matemáticas

Tabla 1

Resultados pruebas Saber área de matemáticas por grado y competencia año 2015

GRADO COMPETENCIA	3°	5°	9°
Razonamiento-argumentación	Fuerte	Fuerte	Similar
Comunicación, representación y modelación	Similar	Débil	Fuerte
Planteamiento y resolución de problemas	Fuerte	Fuerte	Débil

Nota: Tomada de Saber (2015)

Tabla 2

Resultados prueba Saber área de matemáticas por grado y componente año 2015

GRADO COMPONENTE	3°	5°	9°
Númerico variacional	Débil	Fuerte	Débil
Geométrico métrico	Muy fuerte	Similar	Fuerte
Aleatorio	Fuerte	Fuerte	Fuerte

Nota: Tomada de Saber (2015)

Tabla 3

Resultados prueba Saber área de matemáticas noveno por aprendizaje y evidencias año 2015

APRENDIZAJE	EVIDENCIAS
Resolver problemas con situaciones de variación con funciones polinómicas y exponenciales en contextos aritméticos y geométricos.	Plantear y resolver problemas en otras áreas, relativos a situaciones de variación con funciones lineales o afines. Identificar en una situación de variación variables (discretas o continuas), su universo numérico y el significado de cada una de ellas. Plantear y resolver problemas en otras áreas, relativos a situaciones de variación con funciones polinómicas (de grado mayor que 1) y exponenciales. Resolver problemas que requieran para su solución ecuaciones lineales y sistemas de ecuaciones lineales. Dar significado, en un contexto, a la solución de una ecuación o de un sistema de ecuaciones.

Nota: Tomada de Saber (2015)

Tabla 4*Resultados prueba Saber área de matemáticas noveno año 2016*

COMPETENCIA	APRENDIZAJE
Comunicación	Reconocer el lenguaje algebraico como forma de representar procesos inductivos. Identificar expresiones numéricas y algebraicas equivalentes. Establecer relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas. Relacionar diferentes representaciones para modelar situaciones de variación. Identificar características de gráficas cartesianas en relación con la situación que representan.
Razonamiento	Usar representaciones y procedimientos en situaciones de proporcionalidad directa e inversa. Interpretar y usar expresiones algebraicas equivalentes.
Resolución de problemas	Resolver problema en situaciones de variación con funciones polinómicas en contextos aritméticos y geométricos.

Nota: Construcción propia a partir de informe por colegio. Resultados pruebas Saber 3°, 5°, y 9° (2016).

Anexo 3 Plan de acción

Sesiones	Título de la actividad	Objetivos de aprendizaje	Momentos de la clase	Roles		Formas de evaluar los aprendizajes
				Estudiante	Docente	
Marzo en adelante	Diseño de la Unidad de Comprensión y secuencia didáctica. Se hacen ajustes según avances de marco teórico y retroalimentación de docentes y compañeros maestrantes.	No aplica				
Junio	Firma de consentimiento informado para uso académico de imágenes, audio y video (Anexo 4)	No aplica				

Junio-Julio	Conocimientos previos que deben tener los estudiantes	Identificar los conocimientos previos que tienen los estudiantes antes de desarrollar la UdC sobre la función cuadrática.	Las clases se desarrollan teniendo en cuenta los cuatro momentos que institucionalmente se han definido. Nos proponemos: Se presenta el objetivo de aprendizaje de la sesión. Contextualicemos: Se hace una breve introducción de la situación que se va a presentar a los estudiantes. Actuemos: Se indican las instrucciones a seguir en cuanto a forma de trabajo (pares, individual) y lo que va a desarrollar en la sesión. Evaluemos: Se hacen preguntas que sinteticen lo que en la sesión han hecho y vaya un poco más allá en cuanto a posibles aplicaciones de lo visto.	Reflexionar sobre lo que va trabajando. Analizar interrogantes y confusiones que surjan. Utilizar el error para aprender. Comparar y debatir con un par y el grupo en general lo que hace y cómo lo hace. Relacionar las nuevas ideas con conocimientos anteriores. Justificar razonamientos. Concluir qué es lo relevante del trabajo realizado. Presentar a los compañeros sus conclusiones.	Generar un ambiente de confianza. Proponer situaciones preliminares. Observar. Escuchar. Responder preguntas con otras preguntas que promuevan la búsqueda de respuestas pertinentes (estudiante sea el responsable). Formular “buenas” preguntas. Reencauzar el trabajo si es necesario. Atender a los estudiantes en forma individual o en pequeños grupos.	Se identifican los conocimientos previos de los estudiantes sobre sistemas de representación algebraico y gráfico y tener un punto de referencia inicial.
No.1 Septiembre 6	Presentación de la propuesta a los estudiantes según el enfoque pedagógico EpC. Exploración de conocimientos previos que tienen los estudiantes	Identificar qué conocimientos previos tienen los estudiantes acerca de la función cuadrática.			Moderar la socialización general. Cerrar la sesión con conclusiones generadas por el grupo.	No aplica Se recoge la información, se organiza en una tabla y se analizan las respuestas.

No.2 Septiembre 20	Sistema de representación gráfico	Identificar los elementos (vértice, foco, directriz, segmento focal, concavidad, eje de simetría, cortes con los ejes x y y , intervalos de crecimiento) del sistema de representación gráfico de una función cuadrática.			Garantizar la participación de todos los estudiantes. Realizar ajustes según se considere necesario.	Se realiza observación y se tiene en cuenta: Tipo de preguntas que realizan los estudiantes. Estrategias seguidas para dar solución a la situación planteada. Socialización al grupo de los hallazgos en cuanto a dificultades y avances.
No.3 Septiembre 21		Ubicar en el plano cartesiano los elementos para construir la parábola.				Variación de condiciones para ver la capacidad de sacar conclusiones.
No.4 Septiembre 27		Identifica las familias de funciones y sus características.				
No .5 Septiembre 28	Sistema de representación simbólico Forma estándar $f(x) = ax^2 + bx + c$, parámetros a, b, c	Identificar las características de cada una de las formas del sistema de representación simbólico.				
No.6 Octubre 4	Forma multiplicativa $f(x) = a(x -$	Transformar con expresiones equivalentes una forma a otra del				

No.7 Octubre 5	$r_1)(x - r_2)$, parámetros a, r_1, r_2 Forma canónica $f(x) = a(x - h)^2 + k$ parámetros a, h, k	sistema de representación simbólico empleando la factorización y completación de cuadrados.				
No.8 Octubre 6	Forma del foco $f(x) = \frac{1}{4p}(x - x_0)^2 + y_0$ Parámetros p, x_0, y_0	Resolver una ecuación cuadrática mediante la fórmula cuadrática.				
No.9 Octubre 12		Interpretar el significado del discriminante con relación a las raíces o ceros de la función. Determinar el vértice e identificarlo como el máximo o mínimo. Determinar el foco de una función cuadrática. Determinar el dominio y el rango de una función cuadrática.				
No.10 Octubre 13	Transformación de un sistema de representación a otro	Identificar los elementos comunes de los sistemas de				Relacionar la representación gráfica con la representación
No.11 Octubre 19						

No.12 Octubre 20		representación gráfico y simbólico. Transformar del sistema de representación gráfico a simbólico y viceversa.				simbólica de una función cuadrática. Lectura de gráficas (describir todos los elementos).
No.13 Octubre 26	Realimentación general y evaluación de cierre a estudiantes	Identificar las dificultades de los estudiantes y hacer planes de mejora (también se hará en cada una de las sesiones).				Matriz analítica con los criterios alineados con los objetivos de aprendizaje.

Anexo 4 Consentimiento informado para padres o acudientes

COLEGIO FRANCISCO DE PAULA SANTANDER

“CINCO DIMENSIONES PERSONALIZANTES HACIA UNA MEJOR CALIDAD DE VIDA”

CONSENTIMIENTO INFORMADO PADRES O ACUDIENTES DE ESTUDIANTES DEL CURSO 902 JM

Yo _____, mayor de edad, identificado con c.c. No. _____ en mi calidad de () madre, () padre, () acudiente o () representante legal del estudiante del curso 902 _____ de _____ años de edad, he sido informado acerca de la grabación de video, audio o fotografías que serán realizados como evidencia de la intervención pedagógica en el aula en la clase de matemáticas.

Luego de haber sido informado (a) sobre las condiciones de participación de mi hijo (a) en el proceso y resuelto todas las inquietudes y comprendidas en su totalidad la información sobre esta actividad, entiendo que:

- La participación de mi hijo (a) en estos registros no generará ningún gasto, ni recibiremos remuneración alguna por su participación.
- El propósito de uso de este material es de evidencia de la intervención pedagógica del docente.
- Se garantiza la protección de los registros realizados y el uso de estos, de acuerdo con la normatividad vigente, durante y posteriormente al proceso de intervención pedagógica.

Atendiendo a la normatividad vigente sobre consentimientos informados, y de forma consciente y voluntaria

() Doy el consentimiento

() No doy el consentimiento

para la participación de mi hijo (a) en las grabaciones de video, audio o fotografías como evidencia de la intervención pedagógica en la clase de matemáticas en el Colegio Francisco de Paula Santander I.E.D. localidad 15.

Lugar y fecha: _____

Firma del padre, madre, acudiente o representante legal

CC. No. _____

Anexo 5 Unidad de Comprensión (UdC) Función cuadrática enfocada en sistemas de representación simbólico y gráfico y actividades planeadas

MATEMÁTICAS	CUATRO	NOVENO	III	NANCI JANETT ROA AFRICANO
ÁREA	CICLO	GRADO	PERIODO- AÑO	DOCENTE

HILO CONDUCTOR
Medios y calidad de vida

TÓPICO GENERATIVO

¿De qué manera la función cuadrática forma parte en la ejecución de algunas actividades deportivas?

METAS DE COMPRENSIÓN	DESEMPEÑOS DE COMPRENSIÓN			EVALUACIÓN CONTÍNUA	
<p>Los estudiantes desarrollarán comprensión sobre la función cuadrática: Identificarán elementos de la función cuadrática en los sistemas de representación simbólico y gráfico tales como vértice, foco, puntos de corte con los ejes, eje de simetría, directriz, concavidad y crecimiento. Establecerán relaciones de equivalencia entre las formas estándar, multiplicativa,</p>	<p>PRELIMINARES Determinar que conocimientos previos o concepciones tienen los estudiantes acerca de la función cuadrática.</p>	<p>INVESTIGACIÓN GUIADA Identificar los elementos (vértice, foco, directriz, segmento focal, concavidad, eje de simetría, cortes con los ejes x y y, intervalos de crecimiento) del sistema de representación gráfico de una función cuadrática. Ubicar en el plano cartesiano los elementos para construir la parábola. Identifica las familias de funciones y sus características</p>	<p>PROYECTO FINAL O DE SÍNTESIS Explorar diversas actividades deportivas en las que esté involucrada la función cuadrática. Seleccionar una actividad deportiva en la que esté involucrada la función cuadrática. Representar la función cuadrática identificada en los sistemas simbólico y gráfico.</p>	<p>CRITERIOS Autoevaluación (10%) Coevaluación (20%) Heteroevaluación (70%) Matriz de expectativa de desempeño.</p>	<p>RETROALIMENTACIÓN La matriz permite evidenciar el nivel en que se encuentra un estudiante y lo que le falta por hacer.</p>

<p>canónica y de foco en el sistema de representación simbólico. Transformarán del sistema de representación simbólico al gráfico y viceversa.</p>		<p>Identificar las características de cada una de las formas del sistema de representación simbólico. Transformar con expresiones equivalentes una forma a otra del sistema de representación simbólico empleando la factorización y completación de cuadrados. Resolver una ecuación cuadrática mediante la fórmula cuadrática. Interpretar el significado del discriminante con relación a las raíces o ceros de la función. Determinar el vértice e identificarlo como el máximo o mínimo. Determinar el foco de una función cuadrática. Determinar el dominio y el rango de una función cuadrática. Identificar los elementos comunes de los sistemas de representación gráfico y simbólico. Transformar del sistema de representación gráfico a simbólico y viceversa.</p>			
--	--	---	--	--	--

Guía exploratoria en formato institucional para el docente

COLEGIO FRANCISCO DE PAULA SANTANDER

“Cinco dimensiones personalizantes hacia una mejor calidad de vida”

Realice la lectura mental del material, subraye las palabras que considera clave de cada párrafo y reflexione si conoce su significado.

¿QUÉ CONOCEMOS DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA?

NOS PROPONEMOS

Identificar qué conocimientos previos tienen los estudiantes del curso 902 JM sobre la función cuadrática.

Rol del estudiante	Rol del docente	Metodología y tiempo estimado
Reflexionar sobre lo que conoce del tema a tratar. Relacionar las preguntas con conocimientos previos.	Generar un ambiente de confianza. Observar. Responder a inquietudes de los estudiantes.	Se entrega material por estudiante, realiza lectura mental. Un estudiante realiza la lectura en voz alta de NOS PROPONEMOS. La docente aclara las dudas que surjan de la lectura. 5 minutos.

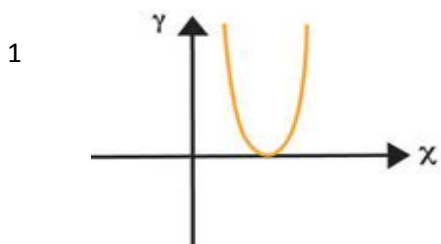
CONTEXTUALICEMOS

Con el fin de diseñar una Unidad de Comprensión (UdC) sobre la función cuadrática en el marco de la Enseñanza para la Comprensión (EpC) se requiere indagar sobre lo que los estudiantes creen o conocen de esta y definir un tópico generativo para su desarrollo que sea de interés para los estudiantes.

Rol del estudiante	Rol del docente	Metodología y tiempo estimado
Reflexionar sobre lo que conoce del enfoque pedagógico. Preguntar si no entiende.	Generar un ambiente de confianza. Observar. Recordar el significado del tópico generativo. Responder a inquietudes de los estudiantes.	Un estudiante realiza la lectura en voz alta de CONTEXTUALICEMOS. La docente aclara las dudas que surjan de la lectura. 5 minutos.

ACTUEMOS.

- I. Responda a las preguntas explicando lo que para usted significan:



2. $f(x) = x^2$

4. $f(x) = (x) \cdot (x)$

3. Función cuadrática

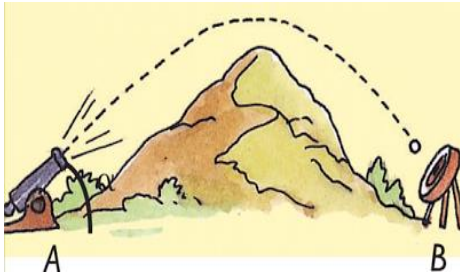
5



II. Enumere de 1 a 5 las situaciones, siendo 5 la de mayor interés y 1 la de menor interés:











Rol del estudiante	Rol del docente	Metodología y tiempo estimado
Reflexionar sobre lo que conoce del tema a tratar. Relacionar las preguntas con conocimientos previos. Responder con sinceridad (inclusive no sé).	Generar un ambiente de confianza. Observar. No responde a preguntas	El estudiante responde individualmente. 15 minutos.

EVALUEMOS

1. ¿Recordó el significado de un tópic generativo? SI ___ NO___
2. ¿Relacionó las preguntas con algunos conocimientos previos? SI ___ NO___
3. Socializar con el par asignado el trabajo realizado.
4. Socializar en plenaria.
5. Realizar consulta para la siguiente clase en el cuaderno (escribir la referencia bibliográfica):
 - a. ¿Qué es una función cuadrática?
 - b. ¿Cómo se representa simbólica y gráficamente?

Rol del estudiante	Rol del docente	Metodología y tiempo estimado
Reflexionar sobre el trabajo que realizó. Analizar interrogantes y confusiones que surgieron. Comparar y debatir con el par y el grupo en general lo que hace y cómo lo hace. Tomar nota de las ideas (propias o de los compañeros) sobre el trabajo realizado. Justificar razonamientos. Concluir qué es lo relevante del trabajo realizado. Presentar a los compañeros sus conclusiones. Resolver la tarea asignada para la siguiente clase. Participar en la plenaria.	Generar un ambiente de confianza. Observar y escuchar el diálogo entre pares. Moderar la socialización en plenaria. Responder preguntas con otras preguntas que promuevan la búsqueda de respuestas pertinentes (estudiante sea el responsable). Tabular los resultados. Cerrar la sesión con conclusiones generadas por el grupo. Garantizar la participación de todos los estudiantes. Asignar tarea para la siguiente sesión.	Responde individualmente las preguntas 1 y 2. Se reúnen los pares asignados, comparan y debaten lo que han respondido. En plenaria se socializa lo que respondieron y los argumentos que dan. Esta información se tabula para contrastarla con una prueba final. Igualmente, se tabula la información relacionada con el tema de interés para determinar el tópico generativo. Trabajo en pares (20 minutos). Socialización en plenaria (60 minutos).

Guía exploratoria en formato institucional para el estudiante

COLEGIO FRANCISCO DE PAULA SANTANDER

“Cinco dimensiones personalizantes hacia una mejor calidad de vida”

¿QUÉ CONOCEMOS DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA?

NOS PROPONEMOS

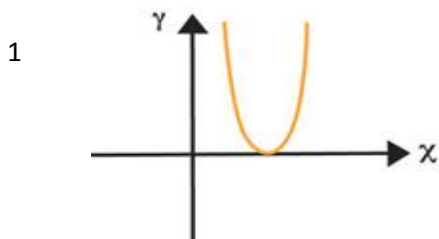
Identificar qué conocimientos previos tienen los estudiantes del curso 902 JM sobre la función cuadrática.

CONTEXTUALICEMOS

Se requiere indagar sobre lo que los estudiantes creen o conocen de la función cuadrática. Mediante una serie de preguntas se abordan algunos sistemas de representación y las respuestas se tendrán en cuenta como referente de comparación.

ACTUEMOS

I. Responda a las preguntas explicando lo que para usted significan:



4. $f(x) = (x) \cdot (x)$

2. $f(x) = x^2$

5

5.

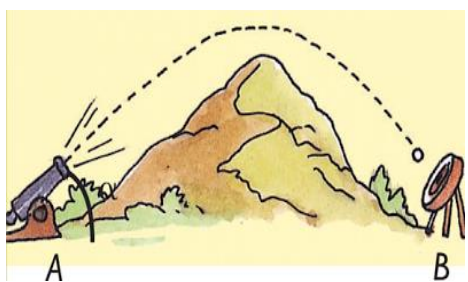


3. Función cuadrática

II. Enumere de 1 a 5 las situaciones, siendo 5 la de mayor interés y 1 la de menor interés:











COLEGIO FRANCISCO DE PAULA SANTANDER

“Cinco dimensiones personalizantes hacia una mejor calidad de vida”

RECORDEMOS LA FACTORIZACIÓN DE POLINOMIOS DE SEGUNDO GRADO

NOS PROPONEMOS: Identificar los conocimientos previos requeridos por los estudiantes para abordar la función cuadrática desde los sistemas de representación simbólico y gráfico.

CONTEXTUALICEMOS: Los polinomios de segundo grado se pueden expresar de diversas maneras. Entre ellas se encuentran las de forma multiplicativa y los procesos de factorización como el factor común, la diferencia de cuadrados, los trinomios cuadrados perfectos, de la forma $ax^2 + bx + c$ con $a = 1$ y $a \neq 1$, y la completación de cuadrados permite realizarlo. A su vez recordaremos cómo evaluar un polinomio de segundo grado con diferentes conjuntos numéricos.

ACTUEMOS: Trabaje con su par y a partir de la consulta realizada resuelva en el cuaderno

1. Halle el cuadrado de la suma o diferencia de dos términos:

a) $(x - 2)^2$

d) $(2x + 3)^2$

b) $(x + \frac{1}{4})^2$

e) $(x - b)^2$

c) $(x + 1)^2$

f) $(x - \frac{2}{3})^2$

2. Factorice:

a) $x^2 + 4x + 4$

e) $9x^2 + 30x + 25$

b) $x^2 - 6x + 9$

f) $-x^2 + 1$

c) $x^2 - x + 0,25$

g) $-x^2 - x + 2$

d) $x^2 - x - 6$

h) $x^2 - \frac{9}{4}$

3. ¿Cuál es el término que completa un trinomio cuadrado perfecto?

a) $x^2 + 4x + \square$

d) $-10x + 25 \square$

b) $x^2 - \square + 25$

e) $-24x + \square + 16$

c) $x^2 + 0,4x + \square$

f) $x^2 + \frac{2}{3}x + \square$

4. Exprese como un cuadrado perfecto más un término independiente:

a) $y = x^2 + 2x + 4$

c) $y = x^2 + x - 5$

b) $y = x^2 - 3x + 4$

d) $y = x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{4}$

5. Evalúe las expresiones de los puntos 1 y 2 para los valores de x indicados:

a) $x = \frac{-1}{2}$

c) $x = h$

e) $x = -1$

b) $x = 0$

d) $x = 0,2$

f) $x = 2$

EVALUEMOS:

Verifico cuánto he

aprendido

Criterio	Si	No
Determina el factor común en un polinomio de segundo grado.		
Expresa un polinomio de segundo grado como el producto de dos factores.		
Identifica el término requerido para que un trinomio sea cuadrado perfecto.		
Expresa un polinomio de segundo grado como la suma de un producto notable y un término independiente.		
Evalúa un polinomio de segundo grado empleando diferentes conjuntos numéricos.		

Seguimiento al planteamiento de la situación para el proyecto síntesis

INTEGRANTES- SITUACIONES (inicio)	AVANCES (intermedio)	FINAL
Grupo No. 1		
Grupo No. 2		
Grupo No.3		
Grupo No.4		
Grupo No.5		
Grupo No.6		
Grupo No.7		
Grupo No.8		
Grupo No.9		
Grupo No.10		
Grupo No.11		
Grupo No.12		
Grupo No.13		
Grupo No.14		
Grupo No.15		
Grupo No.16		

COLEGIO FRANCISCO DE PAULA SANTANDER

“Cinco dimensiones personalizantes hacia una mejor calidad de vida”

¿QUÉ NOS DICE UNA GRÁFICA DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA?

NOS PROPONEMOS: Identificar algunos de los elementos (vértice, concavidad, eje de simetría, cortes con los ejes x y y , intervalos de crecimiento) del sistema de representación gráfico de una función cuadrática.

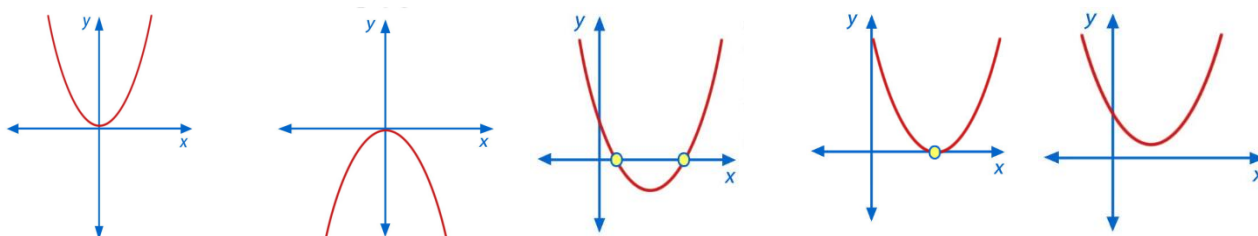
CONTEXTUALICEMOS: La representación gráfica de una función permite determinar sus elementos esenciales. Por ejemplo, la función lineal se representa gráficamente por una recta cuya pendiente es la tangente del ángulo que forma con el eje x y se caracteriza por pasar por el origen. Asimismo, las funciones afines también se representan por una recta, pero no pasan por el origen.

Pueden ser crecientes o decrecientes.

La función cuadrática tiene unos elementos que la caracterizan y mediante su representación gráfica se pueden identificar.

ACTUEMOS:

1. Socialización de la consulta realizada.
2. A partir de las gráficas que se presentan responda:



- a. ¿Qué tienen en común las gráficas?
- b. ¿Qué elementos de los encontrados en la consulta se pueden observar en las gráficas?
- c. Identifique en cada gráfica estos elementos.

EVALUEMOS:

1. Socialización del trabajo realizado en plenaria. Realizar las correcciones necesarias.
2. Escribir las conclusiones en la carpeta.
3. Verifico cuánto he aprendido

Criterio	SI	NO	Observaciones
Identifico los elementos que proporciona la gráfica de una función cuadrática			

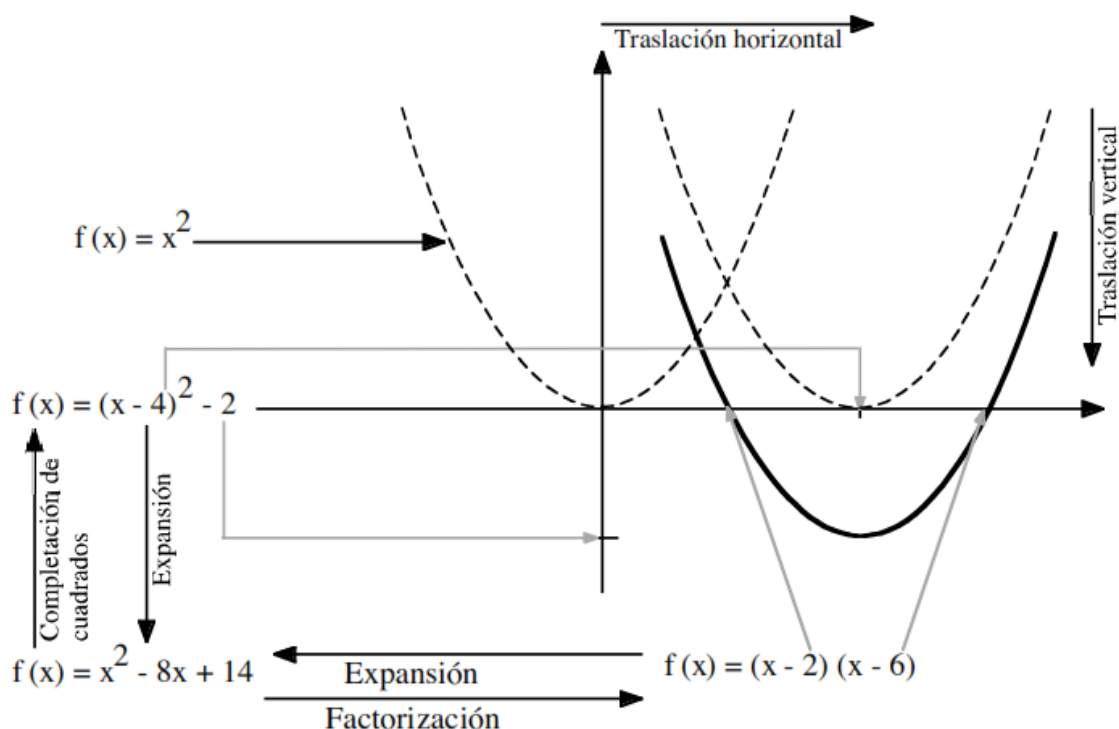
4. Según los resultados obtenidos refuerzo en casa o en los descansos lo que aún no ha alcanzado.

COLEGIO FRANCISCO DE PAULA SANTANDER

“Cinco dimensiones personalizantes hacia una mejor calidad de vida”

NOS PROPONEMOS: Relacionar los elementos que proporcionan la representación gráfica de la función cuadrática con sus respectivas formas de representación simbólica y viceversa.

CONTEXTUALICEMOS: Cada una de las formas de representación simbólica y gráfica tiene elementos que se relacionan, es de importancia conocerlos porque esto ayudará a enfocarse en los que se requieren para abordar la situación seleccionada.



Tomado de Tesis Doctoral de Pedro Gómez (2007) pág. 43

ACTUEMOS:

1. Trabaje con su par y explique las relaciones que encuentra entre la representación gráfica y simbólica de la imagen.
2. Escriba los elementos de cada una de las gráficas que se observan en la imagen.

EVALUEMOS:

1. ¿Qué dificultades tiene para encontrar las relaciones entre la representación gráfica y simbólica?
2. ¿Tiene dificultades para encontrar los elementos que se observan en la gráfica de la función cuadrática?

COLEGIO FRANCISCO DE PAULA SANTANDER

“Cinco dimensiones personalizantes hacia una mejor calidad de vida”

NOS PROPONEMOS

Identificar los elementos de una función cuadrática en su representación simbólica y gráfica.

CONTEXTUALICEMOS

La siguiente información es tomada de Saber Matemático 9 (2016).

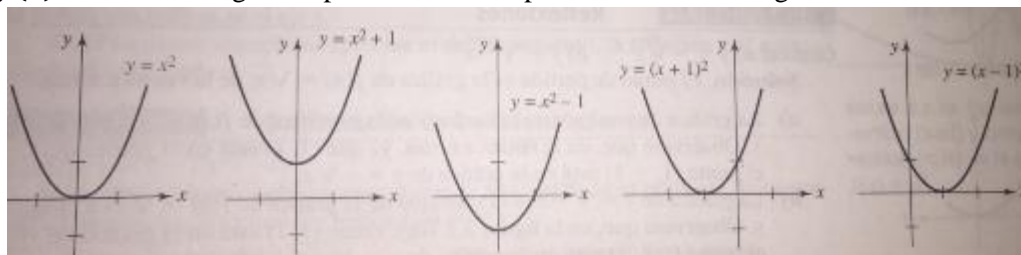
Una función cuadrática es de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$ donde a, b y c son números reales y $a \neq 0$. La representación gráfica de una función cuadrática es una curva llamada parábola.

En la parábola se distinguen los siguientes elementos:

- Concavidad: La parábola que representa una función cuadrática puede abrir hacia arriba o hacia abajo.
Cuando el valor de a es positivo la parábola es cóncava hacia arriba. Si el valor de a es negativo la parábola es cóncava hacia abajo.
- Dominio de la función cuadrática: es el conjunto de los números reales.
- Vértice: Es el punto $v = (h, k)$, donde $h = \frac{-b}{2a}$ y $k = f\left(\frac{-b}{2a}\right)$, es decir, el extremo que puede ser el máximo o mínimo de la función.
- Intersección con los ejes coordenados:
 x – interceptos: son los puntos de corte de la gráfica con el eje x , y se hallan al reemplazar y por cero en la función cuadrática.
 y – intercepto: es el punto $(0, c)$. Este valor se halla al reemplazar x por cero en la expresión $f(x) = ax^2 + bx + c$.
- Eje de simetría: Es la recta paralela al eje y que pasa por el vértice de la parábola.

Desplazamientos horizontales y verticales:

Las gráficas de $y = x^2 + 1$, $y = x^2 - 1$, $y = (x + 1)^2$ y $y = (x - 1)^2$ se obtienen partiendo de la gráfica de $f(x) = x^2$. En la figura se presentan los desplazamientos de esta gráfica.



Figura

1: Gráficas de funciones cuadráticas

Estiramientos y compresiones: Se relaciona con la constante c . Si $c > 1$ la función $f(x)$ se estira verticalmente y si $0 < c < 1$ la función $f(x)$ se comprime verticalmente.

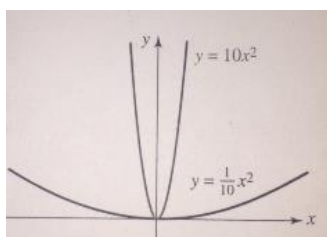
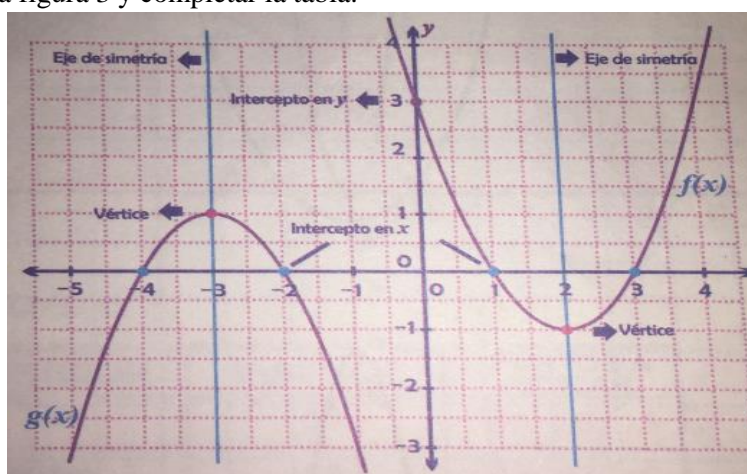


Figura 2: Gráficas de funciones cuadráticas

Tomado de: Precálculo Zill (2008)

ACTUEMOS: Trabaje con su par y resuelva las situaciones planteadas:

1. Observar la figura 3 y completar la tabla:



	$f(x)$	$g(x)$
Vértice		
Eje de simetría		
Interceptos en x		
Interceptos en y		
Concavidad		

Figura 3 y tabla tomados de (Saber Matemático 9, 2013, p.33)

2. Describa lo que sucede en cada una de las gráficas de la figura 1.
3. Describa lo que sucede en cada una de las gráficas de la figura 2.

EVALUEMOS:

1. Socializar la información y confrontar con la consulta realizada.
2. Verifico mis conocimientos según la rúbrica:

Criterio	Si	No	Observaciones
Identifico los elementos que proporciona el sistema de representación gráfico de una función cuadrática: vértice, concavidad, eje de simetría, cortes con los ejes x y y , intervalos de crecimiento, dominio.			
Ubico en el plano cartesiano los elementos para construir la parábola.			
Identifico las familias de funciones y sus características.			

COLEGIO FRANCISCO DE PAULA SANTANDER

“Cinco dimensiones personalizantes hacia una mejor calidad de vida”

NOS PROPONEMOS: Utilizar los sistemas de representación simbólico y gráfico para elaborar un modelo matemático y comprender qué variables se requieren y cuál es la relación entre ellas.

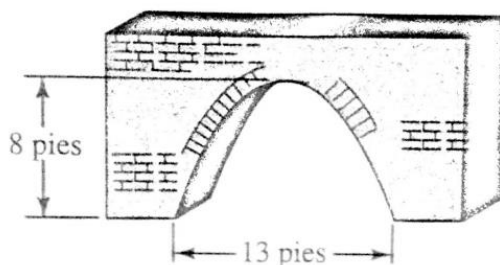
CONTEXTUALICEMOS: Según los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006), el modelo o patrón puede entenderse como encontrar esquemas que de manera reiterada están en situaciones de la vida cotidiana, en contextos científicos o en contextos matemáticos que permiten hacer una

reconstrucción mental de esta. Elaborar modelos matemáticos es un proceso general de la actividad matemática y contribuye a ser matemáticamente competente.

ACTUEMOS:

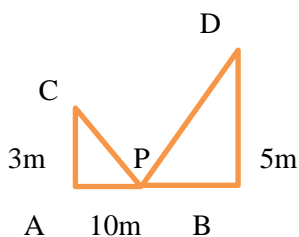
Desarrolle en el cuaderno esta actividad, trabaje con el par correspondiente y al finalizar la expone al grupo en la socialización.

1. Explique qué elementos le proporciona la figura para determinar una función cuadrática que describa el arco parabólico.



Adaptado de (Zill & Dewar, 2008, p.126)

2. La distancia entre dos postes que se emplean en las instalaciones telefónicas es de 10m. La longitud de cada poste es de 3 y 5 m. A manera de soporte, un cable que une la parte superior de los dos postes se sujetará a un punto en tierra, localizado sobre la línea que une los dos postes.



- ¿Dónde debe situarse el punto sobre la tierra de manera que la longitud del cable sea la menor?
- ¿Si cambio la posición de P cambia la longitud del cable?
- ¿Cómo podemos saber que la longitud del cable cambia cuando el punto P se mueve a lo largo del segmento entre los postes?
- ¿Cómo podemos determinar la distancia entre un poste y el punto P?
- ¿Qué datos tenemos?
- ¿Qué sabemos de los triángulos que se forman (ver figura)?
- ¿Qué relación existe entre la longitud del cable y la posición del punto P?
- Elabore una tabla en la que represente la información que puede obtener.
- ¿Para qué valor emplea la menor longitud de cable?
- Amplíe su tabla acercándose lo que más pueda al valor encontrado en el punto anterior.

k. Con la información de la tabla construya una gráfica (utilice papel milimetrado, hoja blanca, hoja de cálculo de Excel).

l. Describa la gráfica que construyó.

m. ¿Qué elementos la caracterizan?

n. Obtenga un modelo matemático para determinar la longitud del cable que se necesita respecto a la posición del punto en tierra que sirve de soporte.

Adaptado de (Santos Trigo, 2014, p. 170)

EVALUEMOS:

1. En plenaria se socializan las estrategias empleadas y se formalizan lo elementos encontrados

2. ¿Qué sucedería si los postes tuvieran la misma medida?

3. ¿Qué se puede concluir acerca de la ubicación del punto P para determinar la mínima cantidad de cable?

4. ¿Qué aprendió en estas sesiones?

Anexo 6 Instrumentos de evaluación de los aprendizajes

Evaluemos de cada una de las guías propuestas

Evaluemos No. 1

1. ¿Recordó el significado de un tópico generativo? SI ___ NO___
2. ¿Relacionó las preguntas con algunos conocimientos previos? SI ___ NO___
3. Socializar con el par asignado el trabajo realizado.
4. Socializar en plenaria.

Evaluemos No. 2

Verifico mi aprendizaje:

Criterio	Si	No
Determina el factor común en un polinomio de segundo grado.		
Expresa un polinomio de segundo grado como el producto de dos factores.		
Identifica el término requerido para que un trinomio sea cuadrado perfecto.		
Expresa un polinomio de segundo grado como la suma de un producto notable y un término independiente.		
Evalúa un polinomio de segundo grado empleando diferentes conjuntos numéricos.		

Evaluemos No. 3

1. Socialización del trabajo realizado en plenaria. Realizar las correcciones necesarias.
2. Escribir las conclusiones en la carpeta.
3. Verifico cuánto he aprendido

Criterio	SI	NO	Observaciones
Identifico los elementos que proporciona la gráfica de una función cuadrática			

4. Según los resultados obtenidos refuerzo en casa o en los descansos lo que aún no ha alcanzado.

Evaluemos No. 4

1. ¿Qué dificultades tiene para encontrar las relaciones entre la representación gráfica y simbólica?

2. ¿Tiene dificultades para encontrar los elementos que se observan en la gráfica de la función cuadrática?

Evaluemos No. 5

1. Socializar la información y confrontar con la consulta realizada.
2. Verifico mis conocimientos según la rúbrica:

Criterio	Si	No	Observaciones
Identifico los elementos que proporciona el sistema de representación gráfico de una función cuadrática: vértice, concavidad, eje de simetría, cortes con los ejes x y y , intervalos de crecimiento, dominio.			
Ubico en el plano cartesiano los elementos para construir la parábola.			
Identifico las familias de funciones y sus características.			

Evaluemos No. 6

1. En plenaria se socializan las estrategias empleadas y se formalizan lo elementos encontrados
2. ¿Qué sucedería si los postes tuvieran la misma medida?
3. ¿Qué se puede concluir acerca de la ubicación del punto P para determinar la mínima cantidad de cable?
4. ¿Qué aprendió en estas sesiones?

Portafolio de desempeños de los grupos de trabajo

¿Para qué?	Contenido ¿De qué consta?	Estructura ¿Cómo se va a organizar?	Cómo ¿En dónde se realiza?	Criterios de evaluación
<p>Recoger evidencias del proceso.</p> <p>Reflexión por parte del estudiante acerca del proceso.</p> <p>Generar reflexión sobre el proceso de enseñanza por parte del docente y el estudiante.</p> <p>Promover la autoevaluación y coevaluación que forman parte del Sistema Institucional de Evaluación Santanderista SIEES.</p>	<p>Desarrollo de actividades durante la clase.</p> <p>Consultas.</p> <p>Lista de chequeo.</p> <p>Escritos sobre lo que piensan los estudiantes del proceso y de su sentir (reflexiones)</p> <p>Rúbricas de autoevaluación y coevaluación.</p>	<p>Portada con la identificación del estudiante y objetivos del proceso que se realiza.</p> <p>Evidencias en tres secciones:</p> <p>Trabajo de clase</p> <p>Trabajos de consulta</p> <p>Reflexiones</p> <p>Rúbrica de evaluación del portafolio</p> <p>Acuerdos de clase.</p> <p>Rúbrica de autoevaluación y coevaluación institucional.</p>	<p>Carpeta por grupo de trabajo, personalizada según el tema a tratar.</p> <p>Hojas de papel según necesidades (blancas, cuadriculadas, milimetrada)</p> <p>Separadores de secciones en cartulina.</p>	<p>Rúbrica de evaluación para el portafolio.</p>

Diario de campo y reflexión

Fecha:	Lugar:	Docente:
Área:	Curso: No. de estudiantes:	Hora de inicio: Hora de finalización:
Observador:	Objeto de observación:	Actividad:
Ambiente físico:	Descripción de los momentos de clase:	Intervenciones de los participantes (docente-estudiantes)
Aspectos convivenciales:		
Interpretación de lo descrito:		¿Cómo se recogió la información?

Entrevistas informales

Registro de preguntas que se realizan antes, durante y después de la clase	
Estudiante	
Fecha	

Seguimiento al planteamiento de la situación para el proyecto síntesis

INTEGRANTES- SITUACIONES (inicio)	AVANCES (intermedio)	FINAL
Grupo No. 1		
Grupo No. 2		
Grupo No.3		
Grupo No.4		
Grupo No.5		
Grupo No.6		
Grupo No.7		
Grupo No.8		
Grupo No.9		
Grupo No.10		
Grupo No.11		
Grupo No.12		
Grupo No.13		
Grupo No.14		
Grupo No.15		
Grupo No.16		

Rúbrica de autoevaluación y coevaluación institucionales del ciclo IV

CRITERIO EQUIVALENTE A VALORACION	SIEMPRE CON EXCELENCIA (10) 5.0 SUPERIOR	SIEMPRE (8) 4.0 ALTO	CASI SIEMPRE (7) 3.5 BASICO	ALGUNAS VECES (4) 2 BAJO	NUNCA (2) 1 CASO ESPECIAL
1. Mantengo aseado en orden y cuidado los diferentes espacios. (salones, aulas especializadas, baños, patio).					
2. Cumpló con el uso adecuado del uniforme según pautas establecidas.					
3. Mantengo relaciones de sana convivencia enmarcadas en el respeto y alteridad con la comunidad educativa.					
4. Asisto y puntualmente a todas las actividades de la institución.					
5. Presento las actividades propuestas con calidad y puntualidad.					
6. Mantengo una participación constructiva en el proceso de clases.					
7. Informo oportunamente de las citaciones y situaciones, presentadas en el entorno escolar.					
8. Traigo los materiales e implementos requeridos para las clases y los utilizo responsablemente.					
9. Ejercito las habilidades comunicativas en los diferentes espacios, siguiendo instrucciones. (escucho, leo, escribo, hablo).					
10. Utilizo de manera formativa el tiempo libre.					

Rúbrica de autoevaluación y coevaluación institucionales del ciclo IV con adaptaciones

COLEGIO FRANCISCO DE PAULA SANTANDER IED

“CINCO DIMENSIONES PERSONALIZANTES HACIA UNA MEJOR CALIDAD DE VIDA”

NOMBRE: _____ CURSO: _____

Objetivo: Al llegar a este momento de periodo debemos revisar cómo va nuestro proceso de enseñanza y aprendizaje con el ánimo de mejorar continuamente.

Escriba los criterios y valore de 1 a 5 cada una de ellas primero de forma individual (realice una reflexión profunda y sea honesto) (autoevaluación), luego un compañero hace lo mismo (coevaluación).

CRITERIOS	AUTOEVALUACIÓN	COEVALUACIÓN
1.		
2.		
3.		
4.		
5.		
6.		
7.		
8.		
9.		
10.		
TOTAL		
VALORACIÓN FINAL (TOTAL DIVIDIDO 10)		

¿Qué ha aprendido durante el periodo en la clase?

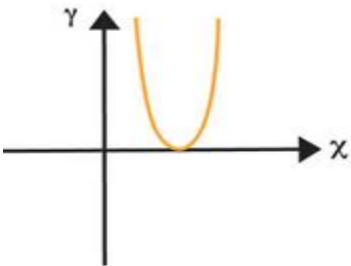

¿Qué le gusta de la clase?

¿Qué no le gusta de la clase?

¿Qué compromiso hace para mejorar su proceso de aprendizaje?

¿Qué sugerencias hace a la docente para mejorar la enseñanza de la asignatura?

Anexo 7 Resultados de actividad diagnóstica

Pregunta	Respuesta esperada	Respuesta obtenida	Observaciones
	La representación gráfica de una función cuadrática	Gráfica Plano cartesiano Gráfica con forma de U No sé Una curva	Enfatizar en las características para que sea función. Determinar variables y relacionarlas con los ejes en el plano cartesiano.
$f(x) = x^2$	La representación simbólica de la función cuadrática	Fórmula Resultado de x elevado a la dos Función que se necesita para una gráfica No sé Ecuación con la que se hace una gráfica Ecuación lineal	Identificar variables dependientes e independientes. Establecer patrones o modelos.
Función cuadrática	Relación entre dos variables en la que la variable independiente se relaciona con la dependiente de tal manera que su variación es cuadrática.	Función de algo Función de cuadro Función de un cuadrado Determinar el valor de una letra No sé Relación entre dos cosas dando valor a una de ellas Elevar cualquier cosa a la dos	Incluir trabajo desde los conceptos de variable y función.
$f(x) = (x) \cdot (x)$	Representación simbólica de la función cuadrática de forma multiplicativa	Fórmula Multiplicación entre dos números No me acuerdo No sé Otra ecuación	Enfatizar en la equivalencia de expresiones.
	Icono de la función cuadrática	Fuente Patrón de la fuente Ángulo de expulsión del agua	Enfocar en no solo lo icónico sino en qué variables están relacionadas y cómo dependen una de la otra.

Reflexión sobre los resultados:

Se puede observar que se requiere hacer un trabajo adicional porque se evidencia que los conceptos de variable, variación, función aún no se tienen, por tanto, se necesita abordarlos para lograr acercarse a la función cuadrática:

1. Se requiere trabajar en las expresiones equivalentes de la representación simbólica.
2. Identificar variables y analizar la relación entre ellas.
3. Acercarse al concepto de función.

Anexo 8 Seguimiento al planteamiento de la situación para el proyecto síntesis

INTEGRANTES-SITUACIONES (inicio)	AVANCES (oct 19)	SITUACIÓN FINAL (nov 29 /17)
(estudiantes 6,13): Cómo descubrir cuál debe ser el arco de un puente dependiendo de la función cuadrática.	Debemos cambiar la formulación de la pregunta y definir qué va a depender de qué. Podríamos basarnos en el puente Golden Gate y aplicaríamos tres variables: peso, ancho, altura.	Sesión 16 audio 25 “La altura a la que colocan el cable depende de la longitud... la altura a la que se ponen los cables depende de la longitud del puente”
(estudiantes 30, 33): Cómo saber qué relación tienen los espejos de un centro comercial con la función cuadrática.	¿Qué se necesita para saber si los espejos de un centro comercial tienen función cuadrática o no? Con qué variables podríamos saber si los espejos de un centro comercial tienen función cuadrática o no.	
(estudiantes 16,23): Cómo saber con un tiro de baloncesto si hará cesta dependiendo de la función cuadrática.	Hallar la función cuadrática en el tiro de baloncesto haciendo una cesta. Variable independiente: distancia Variable dependiente: fuerza.	
(estudiantes 17,32): Cómo saber cómo un tiro de golf puede acertar dependiendo de la función cuadrática.	La independiente es la fuerza y la independiente la velocidad con la que va.	
(estudiantes 11, 22): Cómo determinar la ecuación de una parábola formada en la espalda de un gimnasta a partir de la posición arco.	¿Cómo determinar el vértice y los ejes en una parábola formada en la posición arco de un gimnasta? Y= posición del vértice X= flexibilidad de la gimnasta.	
(estudiantes 12,14): Cómo saber cuántas vueltas da un gimnasta utilizando la función cuadrática.	No presentaron salieron a cita médica.	
(estudiantes 19,29,36) Cómo saber la trayectoria de una bala a un objetivo según la función cuadrática.	La trayectoria depende de la fuerza del agua del arma y del viento.	Sesión 16 audio 24 “La distancia que recorre la bala depende del ángulo con que se dispare el arma” “La distancia depende del ángulo con que se dispare la pistola”
(estudiantes 2,9,26): Cómo saber cuál debe ser la trayectoria de un balón que patea un jugador de fútbol.	La variable independiente es la trayectoria del balón, la dependiente es la fuerza con la que sale el balón.	Sesión 15, audio 29: “Tiempo y la fuerza con que se patea un balón” “lo de la fuerza sería complicado tocaría con unas máquinas especiales” La variable independiente es el tiempo y la dependiente es la altura. Hay que tener en cuenta que el balón tiene unas zonas.
(estudiantes 28,5): Cómo saber la función cuadrática de un arcoíris.	Cogemos y y x para encontrar la medida y demás.	

(estudiantes 4,31): Cuál es la curvatura que se debe tener para no tocar la valla en el salto de garrocha.	Este depende de la velocidad con la que vaya el atleta y la fuerza de salto que este tenga.	
(estudiantes 24,35): Cómo saber la función cuadrática de una flecha lanzada.		Sesión 16 audio 22: “La distancia que recorre una pelota de golf, ...las variables serían la fuerza del golpe y la distancia, la independiente la fuerza y la dependiente la distancia”
(estudiantes 1, 3, 27): Cómo saber la función cuadrática de un misil intercontinental.	Variables: distancia, velocidad, altura. Dejamos el mismo enunciado.	Sesión 16, audio 32: “las variables fueron la altura y el tiempo que tomaba, entonces la independiente es el tiempo y la dependiente es la altura”
(estudiantes 18,25,34): Cómo saber la función cuadrática de la trayectoria de la vuelta a una pista de bicicletas.		Sesión 16, audio 33: “cuanto le toma a un ciclista dar una vuelta... Las variables serían el tiempo y la velocidad, la independiente el tiempo y la dependiente la velocidad”
(estudiantes 20, 7): Cómo saber cuánto demorará en demoler una bola de demolición a un edificio, utilizando la función cuadrática.	Se puede usar la función cuadrática calculando el terreno de una cosa.	Sesión 16 audio 27: “distancia de frenado de un vehículo que va a cierta velocidad. Las variables son velocidad y distancia”
(estudiantes 8,15): Cómo saber si un motociclista en una rampa puede caer en una montaña con la trayectoria correcta, utilizando la función cuadrática.	Variable dependiente: velocidad o fuerza del motor (120 km/h) Independiente: la trayectoria e impulso.	
(estudiantes 10,21): Cómo saber cuál es la trayectoria de una pelota de tenis utilizando la función cuadrática	¿Cómo saber la distancia que recorre un balón de voleibol desde el punto que se lanza hasta su punto final teniendo en cuenta que esta no debe tocar la malla que se encuentra en el centro de la cancha?	Sesión 16 Audio 21: “Velocidad que toma la pelota de tenis al ser impactada por la raqueta, las variables son la fuerza y la velocidad. La dependiente es la velocidad y la independiente es la fuerza porque la velocidad va a depender de la fuerza con que se impacte”

Anexo 9 Guías adicionales para trabajar en la dificultad detectada

Punto incluido en la primera guía

1. Relacione las expresiones que sean equivalentes:

- | | |
|----------------------|---------------------------|
| a) $x \cdot x$ | 1) $x^2 - 9$ |
| b) $(x + 3)(x - 3)$ | 2) $x^2 - 2x$ |
| c) $x \cdot (x - 2)$ | 3) $(x + 1)^2$ |
| d) $(x + 1)(x + 1)$ | 4) x^2 |
| e) $(x + 3)(x + 1)$ | 5) $(x - (-3))(x - (-1))$ |

COLEGIO FRANCISCO DE PAULA SANTANDER

“Cinco dimensiones personalizantes hacia una mejor calidad de vida”

¿QUÉ NOS DICE UNA GRÁFICA?

NOS PROPONEMOS: Identificar la dependencia entre dos variables y describir la gráfica que resulta.

CONTEXTUALICEMOS: La representación gráfica permite expresar la dependencia entre dos variables, es decir, que se puede establecer cómo varía una respecto de la otra. Por ejemplo, la distancia que recorre un vehículo que se mueve a velocidad constante cambia respecto del tiempo que permanezca en movimiento. Por tanto, la distancia (variable dependiente) depende del tiempo (variable independiente). En una gráfica cartesiana la variable independiente se ubica en el eje x y la variable dependiente en el eje y .

ACTUEMOS: Trabaje con su par y desarrolle en el cuaderno.

- De tres ejemplos de dos variables que se relacionen. Justifique.
- Un cuadrado es un cuadrilátero que tiene cuatro lados congruentes (igual medida).

Teniendo en cuenta esta información responda:

- ¿Cómo se puede calcular su perímetro?
- ¿Cómo se puede calcular su área?
- ¿Qué sucede con el perímetro del cuadrado cuando la longitud del lado varía?
- ¿Qué pasa con el área de un cuadrado cuando la longitud del lado varía?
- Determine la variable independiente y la variable dependiente en los puntos c y d.
- De por lo menos diez medidas diferentes al lado de un cuadrado y calcule el perímetro correspondiente. Organice esta información en una tabla.
- De por lo menos diez medidas diferentes al lado de un cuadrado y calcule el área correspondiente. Organice esta información en una tabla.
- Elabore la gráfica que representa la información recogida en los puntos f y g.
- Describa cada una de las gráficas del punto anterior.
- ¿Qué expresión algebraica representa lo que sucede al hallar el perímetro de cualquier cuadrado?

- k. ¿Qué expresión algebraica representa lo que sucede al hallar el área de cualquier cuadrado?
3. El costo de una ventana cuadrada depende de su tamaño. El precio del vidrio es de 300 pesos por decímetro cuadrado (dm^2), y el marco 600 pesos por decímetro (dm).
- ¿Cuánto costará una ventana de 7 dm de lado? ¿De 10 dm? ¿De 15 dm?
 - Si la ventana cuesta \$54.000, ¿cuál es la medida del lado de la ventana?
 - Determine la variable dependiente y la variable independiente.
 - Elabore una tabla con los datos anteriores.
 - Escoja otras medidas y encuentre el valor correspondiente. Inclúyalas en la tabla anterior.
 - Represente la información de la tabla en una gráfica cartesiana.
 - Llamando a x la longitud de la ventana e y el costo de la misma escriba una expresión que represente el costo conocida la longitud del lado.
4. Considere los rectángulos cuyo perímetro es 24 cm.
- Determine distintos valores para uno de los lados (puede ser la base) y para cada uno encuentre el que corresponde al otro lado.
 - Dibuje algunos de estos rectángulos con las medidas de sus lados.
 - ¿Cuál es el mayor valor que puede tomar la base? ¿Y el menor?
 - ¿Qué se puede decir del área de los distintos rectángulos?
 - Elabore una tabla con la longitud de la base y el área del rectángulo.
 - Elabore la gráfica que representa la información recogida en el punto anterior.
 - ¿Para qué valores de la base y la altura el área será máxima?
 - Describa la gráfica.

Todas las preguntas son adaptadas del libro Funciones y Gráficas de Azcárate y Deulofeu (1996)
pp. 86-90

EVALUEMOS:

- Socializar con otro grupo, establecer diferencias y puntos en común.
- Para la socialización en plenaria se completa la tabla haciendo la respectiva justificación.
- Se reúne con su par y sacan conclusiones que se consignan en la carpeta.

Situación	Variable independiente	Variable dependiente	Representación gráfica	Representación simbólica
Cuadrado				
Cuadrado				
Costo de la ventana				
Rectángulo de perímetro dado				


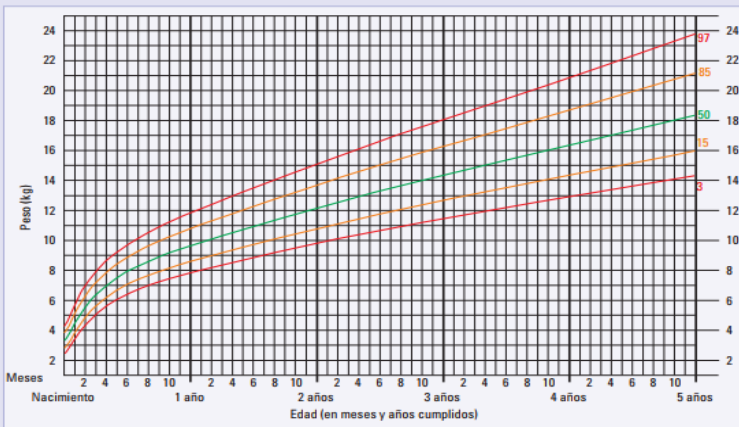
COLEGIO FRANCISCO DE PAULA SANTANDER

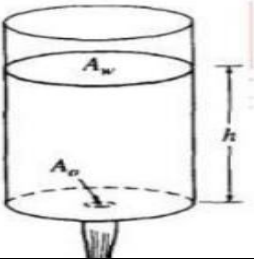
“Cinco dimensiones personalizantes hacia una mejor calidad de vida”

NOS PROPONEMOS: Identificar variables en distintas situaciones de la vida cotidiana.

CONTEXTUALICEMOS: En la vida diaria nos encontramos con situaciones en las que se hace necesario hacer consciente la identificación de variables, determinar cómo la afectan y tomar decisiones a partir de su análisis. Es por ello, que entre más conozcamos al respecto dispondremos de un proceso que nos permitirá analizar una situación teniendo en cuenta diversos factores y mejorar en la toma de decisiones.

ACTUEMOS: Trabaje con su par. Observe en la tabla las diferentes situaciones que se presentan (representadas de distintas maneras), analice cuáles variables intervienen en ella y establezca la relación que tienen. Justifique sus respuestas.

Situación	Variable independiente	Variable dependiente
<p>1.El agua fluye a velocidad constante.</p> 		
<p>2. Gráfica tomada de informe de la Organización Mundial de la Salud OMS en 2009.</p> <p>Peso para la edad niños. Percentiles (nacimiento a 5 años)</p> 		
<p>3. El área de un círculo está dada por la expresión</p> $A = \pi \cdot r^2$		
<p>4. El recipiente se desocupa por el orificio A_0</p>		

		
<p>5. En un examen se obtienen 10 puntos por cada pregunta que se responda correctamente.</p>		

EVALUEMOS:

1. Socializar con otro grupo, establecer diferencias y puntos en común.
2. Se reúne con su par y sacan conclusiones que se consignan en la carpeta.
3. ¿En qué situaciones de la vida escolar y familiar encuentra variables? Reflexione y compártalas con su par.
4. ¿En qué le ayuda conocer las variables que intervienen en una situación?
5. Para la socialización en plenaria se completa la tabla haciendo la respectiva justificación.

Anexo 10 Unidad de Comprensión final (UdC) Función cuadrática enfocada en sistemas de representación simbólico y gráfico

MATEMÁTICAS	CUATRO	NOVENO	III	NANCI JANETT ROA AFRICANO
ÁREA	CICLO	GRADO	PERIODO- AÑO	DOCENTE

HILO CONDUCTOR
Medios y calidad de vida

TÓPICO GENERATIVO
La función cuadrática: una manera de modelar situaciones de la vida cotidiana

METAS DE COMPRENSIÓN	DESEMPEÑOS DE COMPRENSIÓN			EVALUACIÓN CONTÍNUA																					
<p>Al finalizar la Unidad de Comprensión los estudiantes comprenderán que: La función cuadrática está asociada a patrones de variación entre variables y le sirven para modelar situaciones de la vida cotidiana.</p>	<p>PRELIMINARES</p> <p>Identificar que conocimientos previos o concepciones tienen los estudiantes acerca de la función cuadrática.</p>	<p>INVESTIGACIÓN GUIADA</p> <p>Identificar elementos de la función cuadrática en los sistemas de representación simbólico y gráfico. Establecer relaciones de equivalencia entre las formas del sistema de representación simbólico de la función cuadrática. Transformar del sistema de representación simbólico al gráfico y viceversa de la función cuadrática. Identificar variables en diferentes contextos y como se relacionan.</p>	<p>PROYECTO FINAL O DE SÍNTESIS</p> <p>Explicar diversas situaciones de la vida cotidiana mediante la relación de dos variables de forma cuadrática.</p>	<p>CRITERIOS</p> <p>Cada desempeño tiene criterios de evaluación mediante rúbricas. Presentación de los avances en clase de los talleres (pares o tríos). Revisión constante individual y con el par o trío de lo que va comprendiendo.</p> <p>CALIFICACIÓN</p> <table border="0"> <tr> <td>Autoevaluación</td> <td align="right">10%</td> </tr> <tr> <td>Coevaluación</td> <td align="right">20%</td> </tr> <tr> <td>Heteroevaluación</td> <td align="right">70%</td> </tr> <tr> <td colspan="2">El 70% resulta de:</td> </tr> <tr> <td>Tareas</td> <td align="right">10%</td> </tr> <tr> <td>Actitud hacia el aprendizaje</td> <td align="right">10%</td> </tr> <tr> <td>Talleres de clase</td> <td align="right">20%</td> </tr> <tr> <td>Prueba escrita</td> <td align="right">15%</td> </tr> <tr> <td>Exposiciones</td> <td align="right">15%</td> </tr> <tr> <td>Proyecto final</td> <td align="right">30%</td> </tr> </table>	Autoevaluación	10%	Coevaluación	20%	Heteroevaluación	70%	El 70% resulta de:		Tareas	10%	Actitud hacia el aprendizaje	10%	Talleres de clase	20%	Prueba escrita	15%	Exposiciones	15%	Proyecto final	30%	<p>REALIMENTACIÓN</p> <p>Se realiza de manera constante: individual y grupal. Si se requiere tiempo adicional el estudiante puede acudir en los descansos para asesorías con la docente. Los acuerdos convivenciales de actitud y trabajo en clase se establecieron al comienzo del año escolar.</p>
	Autoevaluación	10%																							
Coevaluación	20%																								
Heteroevaluación	70%																								
El 70% resulta de:																									
Tareas	10%																								
Actitud hacia el aprendizaje	10%																								
Talleres de clase	20%																								
Prueba escrita	15%																								
Exposiciones	15%																								
Proyecto final	30%																								

