

	Resumen Analítico en Educación - RAE
	Página 1 de 3

1. Información General	
Tipo de documento	Tesis de grado.
Acceso al documento	Universidad Externado de Colombia. Biblioteca Central.
Título del documento	La Concepción del Espacio a Partir del Desarrollo de las Habilidades Geométricas Propuestas por Hoffer.
Autor(a)	Miguel Ángel Galeano Chavarrio.
Director	Enrique Mateus Nieves.
Publicación	Universidad Externado de Colombia.
Palabras Claves	Geometría, concepción del espacio, habilidades geométricas.

2. Descripción
<p>La presente investigación corresponde a una práctica pedagógica reflexiva, que tuvo como finalidad desarrollar la concepción del espacio en los estudiantes de grado cuarto de básica primaria del Colegio Ciudadela Educativa De Bosa (CCEB) a través del fortalecimiento de las habilidades geométricas propuestas por Hoffer. Se desarrolló por medio del diseño, aplicación y análisis del impacto de una secuencia didáctica creada por este investigador a partir del Modelo Van Hiele para la enseñanza de la geometría. Los resultados encontrados muestran el impacto que tienen las habilidades geométricas desarrolladas a partir de una secuencia de situaciones didácticas para el fortalecimiento de la concepción del espacio en los estudiantes. En consecuencia, se ven reflejados estos avances en una mejor apropiación de aspectos relacionados con el espacio, aspectos relacionados en las conclusiones de este trabajo.</p>

3.Fuentes

- ✓ Corberán, M. (1989). Didáctica de la geometría: Modelo Van Hiele. Valencia: Editorial Universitat.
- ✓ Hoffer, A. (1981): "Geometry is more than Proof". En *The Mathematics Teachers*, (74), pp. 11-18.
- ✓ Ochaita, E. (1983). La teoría de Piaget sobre el desarrollo del conocimiento espacial. Estudio de psicología. 14/15, 93-108
- ✓ Piaget, J. Inhelder, B. y Langdon, F. (1997). *The child's conception of space*. London: Routledge.
- ✓ Van Hiele. Niveles del pensamiento geométrico, Citado por FOUZ, Fernando. Test geométrico. En: Revista SIGMA. Febrero, 2006. p. 28.

4.Contenidos

El documento de la investigación se organizó por capítulos. El primero muestra el planteamiento del problema, donde se exponen las problemáticas de las que surge el interés por esta investigación. Se plantea la pregunta, los objetivos y se justifica la importancia de realizar un estudio acerca de la incidencia de la enseñanza de la geometría en el desarrollo de la concepción del espacio en los estudiantes de grado cuarto del CCEB. En el capítulo dos se da el soporte teórico de la investigación contemplando aspectos relacionados con la importancia de un adecuado desarrollo de la concepción del espacio. Se destacan los aportes de las teorías planteadas por Piaget, el modelo Van Hiele y lo expuesto por Hoffer. El capítulo tres describe la metodología utilizada para el abordaje del proyecto explicando cada una de las fases desarrolladas, que evidencian el tipo de investigación, sus líneas, ejes temáticos, las características principales de la población objeto de estudio y las técnicas de recolección de información utilizadas. El capítulo cuatro presenta los resultados que arrojó la investigación y su análisis, dando respuesta al interrogante que se planteó desde un principio. Finalmente se dan a conocer las conclusiones y recomendaciones del proyecto.

5.Metodología

Se trata de una investigación cualitativa, en la que se describe la importancia de la enseñanza de la geometría en la educación primaria, resaltando los aportes de esta al buen uso y concepción del espacio en los estudiantes. Se realiza una investigación acción en la que este investigador participa e interviene en la implementación de una secuencia didáctica basada en las habilidades geométricas. Con el objeto de describir los avances de los participantes en la concepción y uso del espacio luego de la implementación. Se distinguen tres fases específicas para el desarrollo de la investigación: primera un diagnóstico en el que se determine el estado de la concepción del espacio en los estudiantes en sus tres relaciones (topológicas, proyectivas y euclidianas). Segunda fase, diseño y aplicación de una secuencia didáctica en geometría basada en las habilidades geométricas propuestas por Hoffer y con los parámetros dados por el Modelo Van Hiele para la enseñanza de la geometría, (a partir de las dificultades encontradas en la fase diagnóstica). Tercera fase se describe el impacto de la secuencia en la concepción del espacio.

6.Conclusiones

La enseñanza de la geometría dentro de la educación primaria es fundamental ya que permite a los estudiantes fortalecer el pensamiento geométrico y ampliar los conocimientos frente a las características de las figuras y su ubicación dentro del espacio. Además, es indispensable que se enseñe los conceptos geométricos (área, perímetro, recta, diagonal...) especialmente desde los

primeros grados de escolaridad para formar buenas bases en conocimientos relacionados con la concepción y uso del espacio que serán de gran ayuda en la formación académica y en la vida diaria.

La implementación de la secuencia didáctica en la que se brindan tiempos y espacios prácticos para la enseñanza de la geometría, muestra los beneficios que trae a los estudiantes el desarrollo de las habilidades geométricas tales como la visual, dibujo, aplicación, lógica y verbal con relación a su concepción del espacio.

Al analizar la información en cada situación didáctica se encontró la necesidad de integrar diferentes disciplinas de conocimientos (español, matemáticas y educación física) con el propósito de mejorar la formación integral del niño desde las habilidades geométricas propuestas por Hoffer las cuales abarcan destrezas desde lo visual, dibujo, lógica, aplicación y verbal. Caso particular la estructura del texto escrito por los niños en el que se encuentra que suprimen letras, unen palabras, falta ortografía confunden letras, entre otras.

De igual modo, se logró que los estudiantes relacionaran términos específicos de la geometría (área y perímetro) con términos que usamos cotidianamente para referirnos al espacio, ubicación dentro de este y delimitación de figuras.

Se establece la dificultad de los niños para utilizar un lenguaje técnico reconocido institucionalmente (rigor matemático), lo cual debe ser punto de partida para el diseño de posteriores secuencias didácticas en geometría.

En la institución Ciudadela Educativa de Bosa se generó interrogante a partir de un soporte teórico para motivar a los docentes de educación primaria a contribuir al mejoramiento de la enseñanza de la geometría por medio de la implementación de diferentes herramientas didácticas, especialmente la relacionada con el uso del material concreto con el fin de hacer más agradable e interesante el proceso de enseñanza de los conceptos geométricos.

Por último, se establece que lo expuesto por Hoffer con relación a que una buena enseñanza de la geometría debe apuntar a desarrollar las habilidades geométricas, debe ser complementado con el hecho que estas habilidades potencian capacidades en el estudiante en cuanto a su adecuada concepción del espacio y lo cual redundará en otras asignaturas que necesitan un adecuado desarrollo de la ubicación espacial para que el estudiante sea competitivo en las mismas.

Fecha de elaboración del	20	01	2018
---------------------------------	----	----	------

Resumen:	20	01	2018
-----------------	----	----	------

La Concepción del Espacio a Partir del Desarrollo de las Habilidades Geométricas

Propuestas por Hoffer

Miguel Ángel Galeano Chavarrio

Proyecto de grado para optar al título de Magister en Educación

Asesor:

Enrique Mateus Nieves

Doctor en Educación Matemática

Universidad Externado De Colombia

Maestría En Educación

Énfasis en Aprendizaje de la Lectoescritura y las Matemáticas

Línea de investigación: Pedagogía y Didáctica del Lenguaje, las Matemáticas y las

Ciencias.

Bogotá D. C.

2018

Hoy al llegar al final de una meta académica propuesta en mi vida, agradezco a Dios por guiarme en la realización y aplicación del proyecto investigativo, a mi familia por su apoyo y a todos los docentes del programa de Maestría en Educación de La universidad Externado de Colombia, quienes aportaron a mi crecimiento personal y académico.

Un agradecimiento especial a mi asesor de investigación Doctor Enrique Mateus Nieves, por sus constantes aportes en la construcción y finalización de esta investigación.

Tabla de Contenido

	pág.
Resumen	i
Introducción	ii
1. Problema de investigación	1
1.1. Planteamiento del problema	1
1.2. Pregunta de investigación	3
1.3. Objetivos	3
1.3.1. Objetivo general	3
1.3.2. Objetivos específicos	3
1.4. Antecedentes del problema	4
1.5. Justificación del problema	5
2. Marco teórico	7
2.1. Enseñanza de la geometría	7
2.2. Aprendizaje de la geometría	13
2.3. Concepción del espacio	17
3. Diseño metodológico	18
3.1. Enfoque de investigación	18
3.2. Tipo de investigación	18
3.3. Corpus de la investigación o población	19
3.4. Categorías de análisis	20
3.5. Recolección de datos	21
3.6. Validez	21
3.7. Consideraciones éticas	22
3.8. Intervención pedagógica	22
3.8.1. Objetivos de la intervención	22
3.8.2. Metodología de la intervención	22
3.8.3. Etapas o fases de la intervención	23
4. Análisis y resultados	24
4.1. Análisis del diagnóstico	24
4.1.1. Estado en la concepción del espacio desde una relación topológica	25
4.1.2. Estado en la concepción del espacio desde una relación proyectiva	26
4.1.3. Estado en la concepción del espacio desde una relación euclídea	26
4.2. Análisis de la intervención	27
4.2.1. Situación didáctica número 1	29
4.2.2. Situación didáctica número 2	30
4.2.3. Situación didáctica número 3	32
4.2.4. Situación didáctica número 4	33
4.2.5. Situación didáctica número 5	34
4.2.6. Situación didáctica número 6	35
4.2.7. Situación didáctica número 7	36

4.2.8. Situación didáctica número 8	36
4.2.9. Situación didáctica número 9	36
4.2.10. Hallazgos de la intervención	39
4.3. Análisis de la evaluación	40
4.3.1. Concepción del espacio desde una relación topológica	40
4.3.2. Concepción del espacio desde una relación proyectiva	41
4.3.3. Concepción del espacio desde una relación euclídea	41
5. Conclusiones	42
Conclusiones	42
Hallazgos	45
Recomendaciones	45
Referencias	47
Anexos	48

Lista de Tablas

	pág.
Tabla 1. Habilidades básicas en geometría según Hoffer.	16
Tabla 2. Categorías de análisis.	20
Tabla 3. Desglose categorías de análisis.	21
Tabla 4. Formato para las situaciones didácticas.	23
Tabla 5. Resumen de la secuencia didáctica en geometría.	24
Tabla 6. Rejilla sistematización resultados del diagnóstico.	25
Tabla 7. Modelo tabla para el análisis de las situaciones didácticas.	28
Tabla 8. Rejilla de observación situación No.1	29
Tabla 9. Rejilla de observación situación No.2	30
Tabla 10. Rejilla de observación situación No.3	32
Tabla 11. Rejilla de observación situación No.4	33
Tabla 12. Rejilla de observación situación No.5	34
Tabla 13. Rejilla de observación situación No.6	35
Tabla 14. Rejilla de observación situación No.7	36
Tabla 15. Rejilla de observación situación No.8	36
Tabla 16. Rejilla de observación situación No.9	38
Tabla 17. Hallazgos en la fase de intervención	39

Lista de Gráficas

	pág.
Gráfico 1. Fases del Modelo Van Hiele	10
Gráfico 2. Habilidades básicas de geometría según Hoffer	13
Gráfico 3. Relaciones espaciales en la concepción del espacio.	17
Gráfico 4. Instrumentos para la recolección de datos	21
Gráfico 5. Ubicación grupos de trabajo en el salón de clase	29
Gráfico 6. Comparación de los resultados del diagnóstico y la evaluación	40

Lista de anexos

	pág.
Anexo 1 Secuencia didáctica en geometría	48
Anexo 2 Test diagnóstico y de evaluación	70

Resumen

La presente investigación corresponde a una práctica pedagógica reflexiva, que tuvo como finalidad desarrollar la concepción del espacio en los estudiantes de grado cuarto de básica primaria del Colegio Ciudadela Educativa De Bosa (CCEB) a través del fortalecimiento de las habilidades geométricas propuestas por Hoffer. Se desarrolló por medio del diseño, aplicación y análisis del impacto de una secuencia didáctica a partir del Modelo Van Hiele para la enseñanza de la geometría.

Se trata de una investigación cualitativa, en la que se describe la importancia de la enseñanza de la geometría en la educación primaria, resaltando los aportes de esta al buen uso y concepción del espacio en los estudiantes.

Esta investigación muestra el impacto que tienen las habilidades geométricas desarrolladas a partir de una secuencia didáctica para el fortalecimiento de la concepción del espacio en los estudiantes. En consecuencia, se ven reflejados estos avances en una mejor apropiación de aspectos relacionados con el espacio.

Palabras clave: Geometría, concepción del espacio, habilidades geométricas.

Introducción

Este proyecto investigativo se orientó a estudiar la incidencia de las habilidades geométricas propuestas por Hoffer en el desarrollo de la concepción del espacio en los estudiantes de grado cuarto del CCEB. A partir del diseño e implementación de una secuencia didáctica para trabajar la geometría.

Una de las razones que dio punto de partida a la investigación fue el reconocer la importancia de la enseñanza de la geometría para fortalecer la concepción del espacio en los estudiantes desde los primeros años de escolaridad. Además, brindar a los docentes de matemáticas una opción para abordar las temáticas de geometría en el nivel primaria, desde las temáticas propuestas en los estándares curriculares, referidas al “pensamiento espacial y sistemas geométricos” y aportándoles un diseño de material didáctico para ser desarrollado con sus respectivos estudiantes.

Se tomó el modelo Van Hiele (1957) con los aportes de Hoffer (1981) como punto de referencia para la enseñanza de la geometría, estableciendo una secuencia didáctica compuesta por nueve situaciones, cada una de estas estructurada desde los cinco pasos que el modelo Van Hiele nos brinda para desarrollar las diferentes temáticas.

El capítulo uno muestra el planteamiento del problema, donde se exponen las problemáticas de las que surge el interés por esta investigación. Se plantea la pregunta, los objetivos y se justifica la importancia de realizar un estudio acerca de la incidencia de la enseñanza de la geometría en el desarrollo de la concepción del espacio en los estudiantes de grado cuarto del CCEB. En el capítulo dos se da el soporte teórico de la investigación contemplando aspectos relacionados con la importancia de un adecuado desarrollo de la concepción del espacio. Se destacan los aportes de las teorías planteadas por Piaget, el

modelo Van Hiele y lo expuesto por Hoffer. El capítulo tres describe la metodología utilizada para el abordaje del proyecto explicando cada una de las fases desarrolladas, que evidencian el tipo de investigación, sus líneas, ejes temáticos, las características principales de la población objeto de estudio y las técnicas de recolección de información utilizadas. El capítulo cuatro presenta los resultados que arrojaron la investigación y su análisis, dando respuesta al interrogante que se planteó desde un principio. Finalmente se dan a conocer las conclusiones y recomendaciones del proyecto.

1. Problema de Investigación

1.1. Planteamiento del problema

En los primeros grados de la educación primaria cuando se realizan ejercicios, que involucran movimientos del cuerpo, dinámicas, juegos y toda clase de actividades que requieran el uso de la lateralidad y la ubicación espacial, es común encontrar estudiantes que no se pueden acomodar fácilmente. Más aún, les cuesta trabajo ubicarse dentro de un determinado lugar, suelen confundir la izquierda con la derecha y viceversa, no hallan relación entre figuras iguales con posiciones diferentes. Además, si pasamos a la hoja de papel se encuentran dificultades al intentar graficar su ubicación, la de los objetos y la de lugares con relación a posición, forma y puntos cardinales. Igualmente, las dificultades al realizar traslaciones o rotaciones de las figuras geométricas pueden persistir hasta edades avanzadas si no se da una adecuada orientación en geometría.

Ante situaciones similares, Paricio, Sánchez, Sánchez, y Torices (2003) afirman que cuando existen problemas sobre la concepción del espacio se evidencian “alteraciones de los procesos de integración y ordenación de la información, las inversiones y la concepción general del espacio y las dificultades para organizarse en un espacio y un tiempo” (p. 10). En consecuencia, estos autores aducen que cuando no se logra desarrollar una adecuada concepción del espacio se tendrá problemas en la vida escolar relacionados con:

- Velocidad lectora y comprensiva lenta (pudiendo aparecer separada o conjuntamente): asociada a dificultades para definición de las formas de las letras y lapsos de tiempo muy largos entre palabra y palabra.
- Confusiones derecha-izquierda (provoca grandes dificultades en Matemáticas): reflejando problemas para ubicación de cifras y/o símbolos,

realización de sumas en orden contrario (de izquierda a derecha). Interpretación errónea de señales y direcciones.

- Aparición de inversiones: producen dislexia, digrafía... cambiando el orden de las letras y/o la dirección.
- Nivel de comprensión mayor oral que escrito: Integración de las ideas cuando se le dan oralmente pero dificultad para comprenderlas en forma escrita.
- Fallos en la orientación temporal. Anticipación o tardanza en ejercicios básicos de lanzar o recibir objetos, dificultad de cálculos y aproximaciones de objetos en movimiento.

Sobre el tema Proenza y Leyva (2008) muestran una relación de los problemas de la concepción del espacio con el desarrollo del pensamiento geométrico definido como: “un reflejo generalizado y mediato del espacio físico que tiene una fuerte base sensorial iniciada desde las primeras relaciones del niño con el medio y que se sistematiza y se generaliza en el estudio de los contenidos geométricos” (p. 3). Es decir, se relacionan las dificultades, con un tipo de pensamiento que el estudiante posee y el cual es descrito como pensamiento geométrico, las formas de enseñanza tienen gran efecto sobre el adecuado desarrollo de este pensamiento, ya que, deben proporcionar al niño una serie de actividades en las que se estructuren estas concepciones espaciales a partir de lo vivencial y no se caiga en prácticas erróneas que omitan temas o se limiten a la parte teórica.

Es conveniente establecer que los estudiantes presentan dificultades en cuanto a la descripción de conceptos básicos de la geometría para su ubicación o la ubicación de determinado objeto, dificultades como el no uso de la direccionalidad, relación de posición, relación de tamaño y forma, al no usar los recursos que la geometría le proporciona para construir una imagen mental y gráfica de su ubicación espacial.

Ahora bien, según lo planteado por Piaget (1987) citado por Camargo (2011) al no tener una cimentación fuerte en el área de geometría los estudiantes presentan dificultades en la concepción de su espacio y procesos débiles de visualización, representación y conceptualización.

Finalmente, las investigaciones mostradas anteriormente llevan a establecer que un proceso débil en geometría afecta a los estudiantes en varios de sus procesos de formación en cuanto a la dimensión espacial. Al contrastar lo evidenciado en las teorías planteadas con la situación actual del colegio Ciudadela Educativa De Bosa se llega a establecer un interrogante de cómo este proceso débil en geometría está afectando a los estudiantes de grado cuarto de básica primaria en cuanto a dificultades en la concepción de espacio.

1.2. Pregunta de investigación

¿Cómo el uso de una secuencia didáctica basada en la propuesta de Alan Hoffer mejora la concepción y uso del espacio en estudiantes de grado cuarto del Colegio Ciudadela educativa de Bosa?

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo general. Describir los avances de los estudiantes de grado cuarto del Colegio Ciudadela Educativa De Bosa frente al uso y concepción del espacio, luego de desarrollar una secuencia didáctica basada en las habilidades geométricas planteadas por Hoffer.

1.3.2. Objetivos específicos.

- Diagnosticar el estado de la concepción del espacio en los estudiantes de grado cuarto del Colegio Ciudadela Educativa De Bosa.

- Diseñar y aplicar una secuencia didáctica, desde las habilidades geométricas planteadas por Hoffer, que permita a los estudiantes avanzar en su concepción del espacio.
- Evaluar los resultados de la secuencia didáctica en función del estado de la concepción y uso del espacio en los niños.

1.4. Antecedentes del problema

Además de los autores citados en el planteamiento del problema se consideran las investigaciones realizadas por Camargo (2011), Giovannini (2011), Gutiérrez y Jaime (2012) y Sánchez (2012).

Partiendo del planteamiento de Camargo (2011) en su investigación sobre la didáctica de la geometría, se puede extraer la importancia de la enseñanza de esta asignatura, su influencia directa en el desarrollo de procesos que conllevan al desarrollo de la concepción del espacio en los niños. El trabajo en geometría desarrolla competencias matemáticas que ayudan al estudiante a discriminar figuras geométricas, representar figuras geométricas, construir sistemas de referencia bi o tridimensionales y justificar afirmaciones sobre hechos geométricos.

Por otro lado Hilbert, citado por Giovannini (2011) afirma que la geometría es la más perfecta de las ciencias naturales, que se ocupa de las propiedades o formas de los cuerpos en el espacio. Igualmente en la geometría podemos definir sus elementos partiendo de deducciones lógicas. De ahí la importancia de la actividad en la enseñanza de la geometría, donde se generen en el estudiante los conceptos geométricos a partir de la interacción con el medio y manipulación de material.

En la enseñanza de la geometría el docente juega un papel indispensable, siendo quien propone las actividades con las cuales involucrara al estudiante. Para lo cual, Gutiérrez y Jaime (2012), presentan introducciones a algunos modelos didácticos

centrales en la enseñanza de la geometría en los diferentes niveles educativos desde infantil hasta la universidad. Asimismo, destacan el modelo Van Hiele, como el marco más efectivo para organizar la enseñanza de la geometría en los diferentes niveles educativos. Posteriormente trabajan a Vinner, con su teoría de aprendizaje de Conceptos Matemáticos con un fuerte apoyo gráfico. En los modelos mencionados anteriormente se destaca la estructuración que debe llevar el docente a la hora de trabajar en geometría y el uso de materiales adecuados para la misma.

Finalmente, Sánchez (2012) da a conocer algunos de los errores en que se ha caído al limitar o incluso suprimir la enseñanza de la geometría en la escuela. Así mismo, usa como apoyo didáctico la historia en la enseñanza de las matemáticas, pues ella nos permite apreciar el origen de los conceptos matemáticos y las vicisitudes surgidas a través del tiempo para consolidarse como hoy los conocemos.

1.5. Justificación del problema

En todo momento de nuestras vidas surgen situaciones en las que debemos representar o informar la ubicación de un objeto o de nuestro propio cuerpo con relación a un lugar. A algunas personas se les facilita más que a otras describir su espacio o referenciarlo dentro de un plano, por lo general se valen de herramientas que proporciona la geometría para especificar en un plano estas ubicaciones. Además, el uso de direcciones, tamaños, formas y detalles específicos hacen ver la diferencia entre las personas que tienen facilidad para su ubicación espacial y las que se les dificulta, siendo estas últimas carentes de herramientas que les permitan generar una relación de espacio adecuada entre los objetos, los lugares y su propio cuerpo.

Este trabajo espera ofrecer estrategias didáctico metodológicas para que los profesores interesados las puedan utilizar en la planeación y en el desarrollo de sus clases con el objeto que los estudiantes se valgan de las herramientas proporcionadas

por la geometría para describir: su espacio, los objetos que lo circundan, y realizan relaciones de su propio cuerpo con el espacio en general. A sí mismo, al fortalecer las habilidades geométricas de los estudiantes no solo contribuye a la enseñanza de la geometría como tal sino además se ven reflejados avances en las demás asignaturas (lecto-escritura, matemáticas, ciencias sociales, educación física...) en aspectos que tienen que ver con la concepción y la ubicación espacial.

Al respecto, en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006) se da una descripción de cómo desarrollar este pensamiento espacial:

Esto requiere del estudio de conceptos y propiedades de los objetos en el espacio físico y de los conceptos y propiedades del espacio geométrico en relación con los movimientos del propio cuerpo y las coordinaciones entre ellos y con los distintos órganos de los sentidos (MEN, 2006, p. 61).

De lo anterior, se puede establecer la relación entre aspectos del desarrollo del pensamiento geométrico que también son tomados en cuenta a la hora de definir pensamiento espacial, con el desarrollo y dificultades encontradas en la concepción del espacio planteadas en párrafos anteriores.

La investigación sobre las habilidades geométricas buscó contribuir a desarrollar procesos más fuertes en la educación en geometría, dando una mirada a las múltiples ventajas que esta nos da en el fortalecimiento de procesos que tienen que ver con la ubicación espacial. Además se plantea a profesores y profesionales de la enseñanza de las matemáticas una posible forma de abordar los temas de geometría en los grados de la educación básica.

2. Marco Teórico

Como bases teóricas se hace una descripción del Modelo Van Hiele para la enseñanza de la Geometría y se especifican las habilidades geométricas planteadas por Hoffer. Se presenta un cuadro de las habilidades de Hoffer en el que se relaciona con los niveles de razonamiento planteados por Van Hiele. Y por último se toma la concepción del espacio en los niños desde las bases teóricas y los planteamientos dados por Piaget e Inhelder. La presente investigación se enmarca desde un enfoque constructivista en el que el estudiante es considerado “constructor de sus conocimientos mediante sus estructuras de aprendizaje, y no como mero sujeto reactivo o pasivo ante el estímulo” (Durán, 2014, p. 173).

2.1. Enseñanza de la geometría

Para orientar el proceso de enseñanza de la geometría se toma el modelo Van Hiele formulado por los hermanos Van Hiele en 1957, en el cual se plantean los niveles de pensamiento y conocimiento que el individuo desarrolla durante el proceso de aprendizaje de los conocimientos geométricos, lo cual no es asociado con la edad del individuo ya que cada uno avanza según su nivel de formación u orientación y se establece que para pasar de un nivel a otro se debe superar en su totalidad el nivel anterior.

Los Van Hiele (1957) aseguran que el progreso a través de los niveles depende más de la instrucción previamente recibida que de la edad o madurez intelectual del alumno; Dentro del proceso de enseñanza de la geometría es muy importante tener en cuenta la constante orientación por medio de diferentes actividades lúdicas que le permitan a la persona o al individuo elevar su imaginación, explorar el espacio,

formular y discutir conjeturas en cada experiencia donde siempre saque a flote el pensamiento y el conocimiento adquirido tras un proceso continuo.

Este modelo se divide principalmente en dos partes. La primera de ellas es descriptiva, se identifica una secuencia de tipos de razonamiento que Van Hiele define como “niveles de razonamiento”, a través de los cuales progresa la capacidad de razonamiento matemático de los individuos desde que inician su aprendizaje hasta que llegan a su máximo grado de desarrollo intelectual en este campo. En la segunda parte del modelo se plantean directrices a los docentes sobre cómo pueden ayudar a sus alumnos para que puedan alcanzar con más facilidad un nivel superior de razonamiento, es decir enfocado al procesos de enseñanza de la geometría; aunque en el modelo original (1957) se plantearon como “fases de enseñanza/aprendizaje”.

Los niveles de razonamiento geométrico propuestos por Van Heile son cinco y se suelen nombrar con los números del 1 al 5, sin embargo, es más utilizada la notación del 0 al 4. De acuerdo de los planteamientos expuestos por Corberán (1989), y en los Lineamientos curriculares de matemáticas (1998. pp. 58-59). Los niveles del modelo Van Hiele se denominan de la siguiente manera:

NIVEL 0: Visualización o reconocimiento: en este nivel el alumno reconoce formas y figuras, se las puede imaginar, dibujar o construir con materiales apropiados, pero todavía no identifica las características específicas de las figuras geométricas, es decir, no reconoce de forma explícita componentes y propiedades de los objetos, por ejemplo, un alumno reconocerá el dibujo de un rectángulo pero quizás no será consciente de muchas propiedades de los rectángulos.

NIVEL 1: Análisis: permite las comparaciones entre figuras, la selección y clasificación de propiedades, las conjeturas intuitivas sobre la relación entre propiedades, el razonamiento informal para sustentar o refutar las conjeturas simples. No alcanza a relacionar las características de las figuras con otras figuras poseedoras de las mismas, aún no construye definiciones concretas de los objetos, por ejemplo, un alumno puede darse cuenta de la congruencia de los lados opuestos de un rectángulo, pero no notará cómo se relacionan los rectángulos con los cuadrados o con los triángulos rectángulos.

NIVEL 2: Ordenación o clasificación: Se describen las figuras de manera formal, es decir, se señalan las condiciones necesarias y suficientes que deben cumplir. Realizan clasificaciones lógicas de manera formal ya que el nivel de su razonamiento matemático ya está iniciado, esto significa que reconocen cómo unas propiedades derivan de otras, estableciendo relaciones entre propiedades y las consecuencias de esas relaciones. Dentro de este nivel el alumno es capaz de seguir pasos individuales de un razonamiento pero no de asimilarlo en su globalidad. Por ejemplo, en este nivel el alumno podrá entender por qué cada cuadrado es un rectángulo, pero no podrá explicar por qué las diagonales de un rectángulo son congruentes.

NIVEL 3: Deducción formal: En este nivel ya se realizan deducciones y demostraciones lógicas y formales, viendo su necesidad para justificar las proposiciones planteadas. Se comprenden y manejan las relaciones entre propiedades y se formalizan en sistemas axiomáticos. Se comprende cómo se puede llegar a los mismos resultados partiendo de proposiciones o premisas distintas lo que permite entender que se puedan realizar distintas forma de demostraciones para obtener un mismo resultado, por ejemplo, el estudiante será capaz de emplear un criterio de congruencia triangular pero

no comprenderá la necesidad de postular la condición, por ejemplo, el alumno demuestra de forma analítica que las diagonales de un paralelogramo se cortan en su punto medio.

NIVEL 4: Rigor: en este nivel el alumno puede comparar distintos sistemas geométricos, eliminar o añadir axiomas, distinguir los conceptos de verdad y validez, de independencia y consistencia de un sistema axiomático, razona sin modelos imaginativos. Además el alumno puede comprender la importancia de la precisión cuando trata con las bases y las interrelaciones entre estructuras. Este es el nivel más avanzado que se alcanza rara vez en los alumnos escolares. Por ejemplo, cómo el postulado euclidiano de las paralelas se relaciona con la existencia de rectángulos y que en una geometría no-euclidiana los rectángulos no existen. En el modelo Van Hiele, se plantean cinco fases de aprendizaje, en las que se gradúa y se organiza las actividades que debe realizar el estudiante para adquirir las experiencias que le llevan a un nivel superior de razonamiento. Las fases presentadas en el modelo de Van Hiele son las siguientes:



Gráfico 1. Fases del Modelo Van Hiele. Adaptado de Corberán, 1996, pp. 16-17.

- **Información:** su finalidad es la obtención de información recíproca profesor alumno (precisa lo que saben los alumnos y los alumnos conocen el objetivo del nivel para el concepto que van a estudiar). En la fase de información se busca determinar los

preconceptos que poseen los alumnos sobre algún tema específico de la geometría y con esto el profesor podrá ubicar a los alumnos según el conocimiento que estos posean acerca del tema. Esta fase se logra a través de actividades determinadas con propósitos bien definidos.

- *Orientación dirigida:* el profesor dirige a los alumnos para que estos vayan descubriendo lo que va a constituir la esencia del nivel por medio de unas actividades para el aprendizaje y construcción de los conceptos básicos del objeto de estudio. El alumno construye los elementos fundamentales del nivel teniendo siempre la orientación del profesor quien lo guiara dentro del proceso.

- *Explicitación:* su objetivo es que el alumno sea consciente de las características y propiedades aprendidas anteriormente. Consiste en argumentar los procedimientos y las respuestas obtenidas en las actividades realizadas. Se socializan los resultados ya sea de manera oral o escrita. Por lo general esta fase está presente durante todo el trabajo.

- *Orientación libre:* orientada a consolidar los aspectos básicos del nivel. Consta de una serie de actividades dirigidas a profundizar los conocimientos adquiridos, a ampliar la aplicación de estos y a relacionarlos con los ya existentes. Se lleva a cabo la solución de problemas que exigen al alumno utilizar los conceptos aprendidos en las anteriores fases, en esta fase el maestro debe elegir bien estos problemas para que no sean simples ejercicios de aplicación buscando presentar situaciones nuevas abiertas y que puedan ser solucionadas de diversas maneras, este tipo de actividad es la que permite que el estudiante establezca relaciones complejas e importantes.

- *Integración:* tiene como objetivo establecer y completar la red de relaciones objeto de ese nivel para el concepto que se trabaja. Se resume todo lo estudiado

intentando integrar los conocimientos nuevos a los ya existentes en el alumno ampliando de esta manera la red de conocimientos. Esta fase se desarrolla con la participación de los involucrados, aquí el profesor debe orientar este trabajo proporcionando comprensiones globales sin aportar conceptos nuevos, solamente debe ser acumulación, comparación y combinación de hechos que ya conoce.

Al terminar la fase de integración, los estudiantes han alcanzado un nivel de pensamiento, el nuevo dominio de pensamiento reemplaza el anterior, y nuevamente están listos para repetir las fases de aprendizaje en el siguiente nivel.

Angarita y Dancur (2002) muestran que las propiedades del modelo son:

- Secuencial: los alumnos deben transitar ordenadamente todos los niveles, cumpliendo por completo el desarrollo del nivel anterior para pasar al siguiente y así mismo logrando la adquisición de las habilidades con su grado de complejidad dependiendo del nivel.
- Progreso o ascenso: en esta propiedad hay que tener en cuenta que para avanzar de un nivel a otro no se puntualiza en la edad ni grado de escolaridad, sino que se centraliza en los contenidos, métodos y estrategias que el estudiante realiza para desarrollar las habilidades que se piden en el nivel en que se encuentre y así avanzar al siguiente sin saltar ninguno, ya que la superación de un nivel lleva al inicio del otro.
- Intrínseco y extrínseco: El estudio de un concepto matemático no se agota en un solo nivel. Los objetos inherentes a un nivel, se convierten en objeto de estudio en el siguiente. Por ejemplo en el nivel 1 solo se da la forma de una figura para ser percibida, después se determinan sus propiedades pero solo hasta que se alcance el nivel dos donde la figura es analizada y sus componentes y sus propiedades son descubiertos.

- **Lingüístico:** Cada nivel tiene sus propios símbolos lingüísticos y sus propios sistemas de relaciones que conectan esos símbolos. Lo cual significa que en cada nivel se maneja una terminología específica que puede ser modificada o refutada en cualquiera de los otros niveles, por ejemplo, en el nivel 0 el alumno diría que un cuadrado no es un rombo, lo cual se refuta en el segundo nivel donde el alumno puede deducir que el rombo es un cuadrado.

- **Concordancia:** Debe existir sintonía total entre el nivel del alumno y la instrucción que recibe; hace referencia a que todo lo que se planea desarrollar dentro de un nivel guarde una relación coherente con el nivel de razonamiento que maneje el alumno, es decir, el uso de los materiales, el vocabulario y las temáticas deben ser acordes a quien van dirigidas.

2.2. Aprendizaje de la geometría según Hoffer

El aprendizaje de la geometría por parte de los niños debe contribuir al desarrollo de habilidades que permitan el fortalecimiento del conocimiento geométrico en el individuo. Los conocimientos geométricos no solamente son empleados dentro de la geometría si no en diferentes campos del saber para el aprendizaje. Según Hoffer (1981) las habilidades que una buena enseñanza de la geometría debería desarrollar en los estudiantes son las siguientes:



Gráfico 2. Habilidades básicas de geometría según Hoffer (1981). Adaptado de Galindo, 1996, p. 51.

Habilidad visual: Hace referencia a la capacidad de obtener información a partir de lo que el estudiante observa, ya sean objetos reales o representaciones de éstos. Algunos afirman que el 85 % de la información espacial que llega a nuestros sentidos entra a través del sistema óptico y de allí que el desarrollo de habilidades visuales es de mayor importancia para el estudio del espacio. Del Grande (1987) y Gutiérrez (1996) afirman que la matemática toda se apoya fuertemente en lo intuitivo y lo visual, aún los matemáticos profesionales poseen una tendencia manifiesta a aclarar sus ideas matemáticas más abstractas de una forma intuitiva y gráfica.

Habilidad verbal-comunicación: Hace referencia a la capacidad para emplear apropiadamente el lenguaje de la geometría. Abarcan la competencia del alumno para leer, interpretar y explicar, en forma oral y escrita, información (en este caso geométrica), usando el vocabulario y los símbolos del lenguaje matemático en forma adecuada. Habilidades de comunicación son: escuchar, localizar, leer e interpretar información geométrica presentada en diferentes formas, así como denominar, definir y comunicar información geométrica en forma clara y ordenada.

Habilidad para dibujar: Hace referencia a la capacidad para interpretar las ideas y representarlas a través de dibujos o esquemas. Están ligadas a las de uso de representaciones externas, como son: una escritura, un símbolo, un trazo, un dibujo, una construcción, etc., con las cuales se puede dar idea de un concepto o de una imagen interna relacionada con las Matemáticas. Estos conceptos e imágenes de los que tratan las Matemáticas son objetos mentales con existencia real pero no física. Ni los cuerpos que confeccionamos ni las figuras que dibujamos son las “figuras geométricas” de las que trata la Geometría. Son sólo modelos más o menos precisos de las ideas que tenemos respecto de ellas.

Habilidad lógica. Hace referencia a la capacidad para armar argumentos que siguen las reglas de la lógica formal y para reconocer cuándo un argumento es válido o no lo es. Reconociendo que las habilidades lógicas son relevantes en el desarrollo del razonamiento matemático, no pueden dejarse de lado las habilidades de creación, como por ejemplo: crear, inventar, imaginar, intuir situaciones, explorar y descubrir conceptos, regularidades y relaciones.

Se destaca esta habilidad lógica apoyando el planteamiento del modelo Van hiele en el que se establece que el estudiante avanza en su nivel de razonamiento partiendo de una secuencialidad en el proceso de enseñanza de la geometría. En el presente proyecto se implementara una secuencia didáctica con un fuerte énfasis en el desarrollo de las habilidades geométricas propuestas por Hoffer y estructurado por lo expuesto en el modelo Van Hiele sobre la enseñanza de la geometría, así se lograra establecer el impacto de esta secuencia en la concepción del espacio en los estudiantes de grado cuarto.

Habilidad de aplicación. Hace referencia a la capacidad de describir y explicar fenómenos de la vida real por medio de modelos. Al aprender Geometría los alumnos están en condiciones de desarrollar habilidades de aplicación relacionadas con: sensibilización acerca de los aspectos visuales y geométricos del mundo que los rodea; interrogación acerca de por qué las cosas tienen esa forma o guardan tal o cual relación; representación, descripción y explicación de ideas o imágenes en términos geométricos (verbales, visuales o simbólicos); análisis de representaciones para ver si se ajustan al concepto, imagen o problema planteado.

Hoffer (1990) plantea cinco habilidades, que las expone en términos de los niveles de razonamiento descritos por el modelo Van Hiele, como se describe en la

Tabla 1.

NIVEL HABILIDAD	RECONOCIMIENTO	ANÁLISIS	ORDENAMIENTO	DEDUCCIÓN	RIGOR
VISUAL	Reconocer diferentes figuras de un dibujo. Reconocer información contenida en una figura.	Notar las propiedades de una figura. Identificar una figura como parte de una mayor.	Reconocer interrelaciones entre diferentes tipos de figuras. Reconocer propiedades comunes de diferentes tipos de figuras.	Utilizar información de otra figura para deducir información.	Reconocer supuestos no justificados al usar figuras.
VERBAL	Asociar el nombre correcto con una figura dada. Interpretar frases que describen figuras	Describir adecuadamente varias propiedades de una figura.	Definir figuras adecuadas y concisamente. Formular frases que muestran relaciones entre figuras.	Comprender las distinciones entre postulados y teoremas. Reconocer que esta dado en un problema y que hay que hallar.	Formular extensiones de postulados conocidos. Describir varios sistemas deductivos.
DIBUJO	Hacer dibujos de figures nombrando adecuadamente las partes.	Traducir información verbal dada en un dibujo. Utiliza las propiedades dadas de una figura, para dibujarla o construirla.	Dadas ciertas figuras, ser capaz de construir otras relacionadas con las primeras.	Reconocer cuando y como usar elementos auxiliares en una figura. Deducir, de información dada como dibujar una figura específica.	Comprender las limitaciones y capacidades de varios elementos de un dibujo. Representar gráficamente conceptos no-estándar en varios sistemas deductivos.
LOGICA	Dares cuenta de que hay diferencias y similitudes entre figuras. Comprender la conservación de las figuras en distintas posiciones.	Comprender que las figuras pueden clasificarse en diferentes tipos. Notar que las propiedades sirven para distinguir figuras.	Comprender las cualidades de una buena definición. Usar las propiedades para determinar si una clase de figura está contenida en otra.	Utilizar las reglas de la lógica para desarrollar demostraciones. Poder deducir consecuencias de información dada.	Comprender las capacidades y limitaciones de supuestos y postulados. Saber cuándo un sistema de postulados es independiente, consistente y categórico.
APLICACIÓN	Identificar formas geométricas en objetos físicos.	Reconocer propiedades geométricas de objetos físicos.	Comprender el concepto de un modelo matemático que representa relaciones entre objetos físicos.	Poder deducir propiedades de objetos, de información dada. Poder resolver problemas relacionados con objetos físicos.	Usar modelos matemáticos para representar sistemas abstractos. Rollar modelos matemáticos para describir fenómenos físicos, sociales y naturales.

Tabla 1. Habilidades básicas en geometría según Hoffer. Fuente: Galindo, 1996, p. 53.

2.3. Concepción del espacio

Estudios de la concepción del espacio en el niño se remontan a 1947 cuando Piaget e Inhelder publican el libro “*La representación del espacio en el niño*”, en el cual se estudia como surgen las relaciones espaciales topológicas, proyectivas y euclidianas. Posteriormente también se publica por parte de Piaget y sus colaboradores el libro “*La geometría espontanea en el niño*” en 1948, donde se describe el inicio de la geometría en el niño, estableciendo cómo surgen en él la conservación y medición de la longitud, superficie y volumen.

En la presente investigación se tomarán las definiciones de espacio aportadas por Piaget y colaboradores en sus publicaciones, en las cuales el espacio es, pues, el producto de una interacción entre el organismo y el medio, en la que no se puede apartar la organización del universo percibido y la de la actividad propia, (Ochaita, 1983). Además se toman los tres tipos de representaciones del espacio que se pueden dar en los niños.



Gráfico 3. Relaciones espaciales en la concepción del espacio. Adaptado de Ochaita 1983, p. 94.

3. Diseño Metodológico

3.1. Enfoque de investigación

La presente investigación se enmarca dentro de un enfoque cualitativo, partiendo de la definición dada por Hernández, et al., (2003), en la que se afirman que la investigación cualitativa “utiliza recolección de datos sin medición numérica para descubrir o afinar preguntas de investigación y puede o no probar hipótesis en su proceso de interpretación”, (p. 6). La investigación se enfoca a describir el impacto en la concepción del espacio después de implementar una secuencia didáctica basada en las habilidades geométricas propuestas por Hoffer y estructurada bajo los postulados del modelo Van Hiele.

3.2. Tipo de investigación

Se realiza una investigación acción en la que este investigador participa e interviene en la implementación de una secuencia didáctica basada en las habilidades geométricas. Con el objeto de describir los avances de los participantes en la concepción y uso del espacio luego de la implementación. Se distinguen tres fases específicas para el desarrollo de la investigación: primera un diagnóstico en el que se determine el estado de la concepción del espacio en los estudiantes en sus tres relaciones (topológicas, proyectivas y euclidianas)¹. Segunda fase, diseño y aplicación de una secuencia didáctica en geometría basada en las habilidades geométricas propuestas por Hoffer y con los parámetros dados por el Modelo Van Hiele para la enseñanza de la geometría, (a partir de las dificultades encontradas en la fase diagnóstica). Tercera fase se describe el impacto de la secuencia en la concepción del espacio.

¹ Ver marco teórico. Relaciones espaciales en la concepción del espacio. Adaptado de Ochaita, (1983, p. 94).

Para determinar los instrumentos de recolección de la información se tuvo en cuenta: Para la fase del diagnóstico se planteó un test que aportó información sobre el estado de la concepción del espacio en los estudiantes a partir de los tipos de relaciones espaciales, topológicas, proyectivas y euclidianas. Se usa una rejilla de observación y se describen las fortalezas y/o falencias encontradas. Para la fase de intervención en la que se diseña e implementa la secuencia didáctica se plantea una observación estructurada en la que se hace una descripción de la aplicación de la secuencia didáctica. Y para la fase de evaluación se creó una rejilla de observación verificando las bondades de la secuencia didáctica en la evolución de los niños respecto a su concepción del espacio.

3.3. Corpus de investigación o población

Para la presente investigación se tomó como población a los estudiantes de grado cuarto de primaria de la jornada tarde del CCEB, institución de carácter público estatal ubicada en el barrio El Porvenir de la localidad séptima de Bosa de la ciudad de Bogotá. Este grado cuarto cuenta con 7 cursos de 40 estudiantes cada uno, con edades comprendidas entre los 9 y los 11 años.

La muestra es el curso 401, asignado a este investigador, cuenta con 40 estudiantes pertenecientes a diferentes grupos de familias nucleares, mono parentales y/o compuestas, de estrato socioeconómico medio-bajo; son estudiantes con algunas problemáticas familiares y sociales, es decir, falta acompañamiento constante por parte de los padres de familia en el proceso educativo, la mayoría de los estudiantes se encuentran solos después del colegio, debió a que sus padres trabajan y en algunos casos la madre es cabeza de familia².

² Información tomada de las hojas de matrícula de los estudiantes del curso 401.

3.4. Categorías de análisis

Para el análisis de los datos, se tienen en cuenta los postulados de Piaget sobre los tres aspectos como el estudiante desarrolla su concepción del espacio y se describen las habilidades geométricas propuestas por Hoffer.

CATEGORÍAS	SUBCATEGORÍAS
RELACIONES EN LA CONCEPCIÓN DEL ESPACIO	TOPOLÓGICAS
	PROYECTIVAS
	EUCLIDIANAS
HABILIDADES GEOMÉTRICAS SEGÚN HOFFER	VISUALIZACIÓN
	DIBUJO
	APLICACIÓN
	LÓGICA
	VERBAL-COMUNICACIÓN

Tabla 2. Categorías de análisis. Fuente: Creación propia

Para puntualizar los aspectos de cada categoría y subcategoría de análisis, se hace un desglose en la tabla 3, donde se puntualizan los indicadores, los ítems y los instrumentos a tener en cuenta durante el desarrollo de la investigación.

CATEGORÍAS	SUBCATEGORÍAS	INDICADOR	ITEM	INSTRUMENTO
RELACIONES EN LA CONCEPCIÓN DEL ESPACIO	TOPOLÓGICAS	Interactúan con las demás personas y objetos, atendiendo a las relaciones espaciales topológicas más sencillas como: arriba, abajo, encima, debajo, más arriba, más abajo, delante, detrás, circularidad, interior, exterior....	¿Qué tan hábil es para desenvolverse en un espacio determinado?	Rejilla de observación
	PROYECTIVAS	Comprender varias representaciones de una misma escena u objeto.	¿Puede completar mentalmente una determinada figura (viendo solo una parte de ella o desde un ángulo específico)?	
	EUCLIDIANAS	Conserva las distancias, medidas y ángulos, describiendo las situaciones y objetos con términos específicos de la geometría.	¿Determina un espacio de medidas, respeta las relaciones espaciales de medida, de distancia entre dos puntos, la horizontalidad y la verticalidad, la angulación, las paralelas...?	
HABILIDADES GEOMÉTRICAS SEGÚN HOFFER	VISUALIZACIÓN	Hace referencia a la capacidad de obtener información a partir de lo que el estudiante observa, ya sean objetos reales o representaciones de éstos.	¿Reconocer diferentes figuras de un dibujo?	Rejilla de observación
	DIBUJO	Hace referencia a la capacidad para interpretar las ideas y	¿Hacer dibujos de figuras nombrando adecuadamente	

	representarlas a través de dibujos o esquemas	las partes?
APLICACIÓN	Hace referencia a la capacidad para armar argumentos que siguen las reglas de la lógica formal y para reconocer cuándo un argumento es válido o no lo es	¿Identificar formas geométricas en objetos físicos?
LÓGICA	Hace referencia a la capacidad de describir y explicar fenómenos de la vida real por medio de modelos	¿Comprender la conservación de las figuras en distintas posiciones?
VERBAL	Hace referencia a la capacidad para emplear apropiadamente el lenguaje de la geometría	¿Asociar el nombre correcto con una figura dada?

Tabla 3. Desglose categorías de análisis. Creación propia.

3.5. Recolección de datos

Para la recolección de los datos se establecen los siguientes instrumentos:

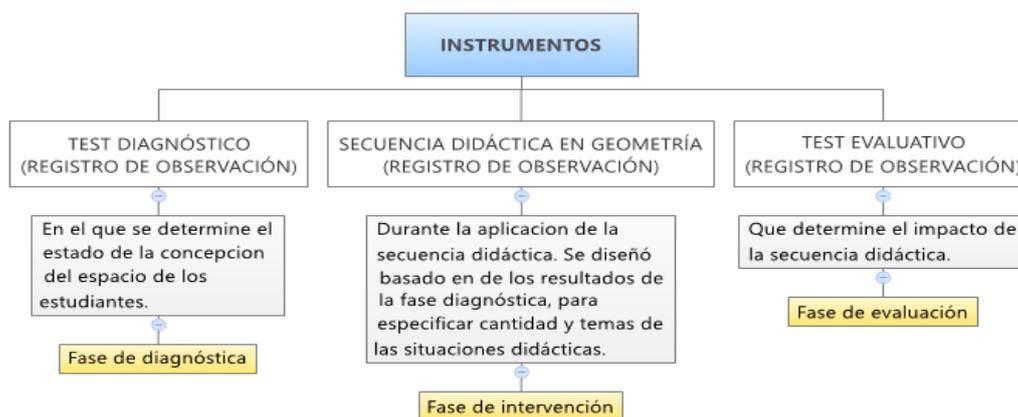


Gráfico 4. Instrumentos para la recolección de datos. Creación propia.

3.6. Validez

Para soportar el diseño de la investigación, los instrumentos realizados (secuencia didáctica (anexo 1), test diagnóstico y evaluativo (anexo 2) y registro de observación) fueron sometidos a pilotajes y revisión por parte de expertos en el área de matemáticas, específicamente en el campo geométrico. Posteriormente se realizó el rediseño de estos instrumentos teniendo en cuenta las indicaciones y sugerencias dadas.

3.7. Consideraciones Éticas

La presente investigación no genera ningún riesgo para los participantes, teniendo uso confidencial de: identificaciones, nombres y cualquier dato personal, y contando con los consentimientos informados autorizados por los acudientes y/o padres de familia, en el que se garantiza el anonimato de los estudiantes participes en la investigación.

3.8. Intervención pedagógica

La intervención realizada consta de *una secuencia didáctica en geometría* (anexo 1), enfocada a desarrollar la concepción del espacio a partir de las habilidades geométricas propuestas por Hoffer.

3.8.1. Objetivos de la intervención. Mejorar la concepción del espacio en los estudiantes a partir del desarrollo de las habilidades geométricas propuestas por Hoffer, integrando los temas de geometría para el grado cuarto de básica primaria.

3.8.2. Metodología de la intervención. Se asume lo expuesto por Díaz-Barriga (2013) para la construcción de la Secuencia Didáctica entendida como un conjunto de actividades (situaciones), organizadas, sistematizadas y jerarquizadas que posibilitan el desarrollo de conceptos, habilidades y actitudes, a partir de las competencias y los aprendizajes esperados. Se integran por una serie de actividades (situaciones didácticas-planes de clase) con un nivel de complejidad progresivo, que se presentan de manera ordenada, estructurada y articulada.

La construcción de la secuencia didáctica parte del análisis del test diagnóstico. Planteada considerando las cinco habilidades geométricas propuestas por Hoffer. Se da desde los tres tipos de relación en la concepción del espacio (proyectiva, euclidiana y topológica), enfocada únicamente en el primer nivel del modelo propuesto por Van Hiele (Nivel 0: Visualización o reconocimiento), dado el grado de escolaridad de la

muestra. La estructura de las situaciones didácticas (ver formato para las situaciones didácticas tabla 4) apunta a los parámetros del Modelo Van Hiele desde sus fases: información, orientación dirigida, explicitación, orientación libre e integración, como directrices generales para los docentes en la enseñanza de la geometría, y conforme a los resultados de la prueba diagnóstica.

 SECRETARIA DE EDUCACION DE BOGOTA D.C. COLEGIO CIUADAELA EDUCATIVA DE BOSA 	
Secuencia didáctica " la geometría en mi espacio"	
Situación didáctica No.	
Propósito	
Aprendizajes esperados	
Duración	
Materiales	
FASES DE APRENDIZAJE SEGUN VAN HIELE	DESARROLLO DE LAS ACTIVIDADES
INFORMACION Primer momento	
ORIENTACION DIRIGIDA Segundo momento	
EXPLICITACION Tercer momento	
ORIENTACION LIBRE Cuarto momento	
INTEGRACION Quinto momento	

Tabla 4. Formato para las situaciones didácticas. Creación propia.

3.8.3. Etapas o fases de la intervención. La secuencia didáctica se encuentra estructurada en nueve situaciones, como se muestra en la tabla 5, donde se resumen las nueve situaciones didácticas exponiendo los propósitos y aprendizajes esperados en cada una de ellas.

SECUENCIA DIDÁCTICA “ LA GEOMETRÍA EN MI ESPACIO”		
No. de la situación	Propósito de la situación	Aprendizajes esperados
1	Diseñar formas geométricas en las que el estudiante identifique lo que se conoce como punto, vértice, segmento, semirrecta y recta.	<ul style="list-style-type: none"> ❖ Identifica los elementos primarios de la geometría (plana) como punto, vértice, segmento, recta y línea. ❖ Analiza las diferencias entre segmento, recta, y línea. ❖ Reconoce las características de una línea recta. ❖ Describe características de las líneas rectas.
2	Construir e identificar los polígonos hasta de seis lados, con sus características: nombre, número de lados, número de ángulos.	<ul style="list-style-type: none"> ❖ Reconoce los polígonos regulares hasta de seis lados. ❖ Construye polígonos regulares hasta de seis lados con regla y compás manteniendo características propias de cada uno de ellos. ❖ Analiza las diferencias y similitudes de los polígonos regulares hasta de seis lados.
3	Hallar el perímetro de diferentes figuras geométricas y el área de cuadrados.	<ul style="list-style-type: none"> ❖ Diferencia área de perímetro. ❖ Realiza procedimientos efectivos para hallar áreas y perímetros de cuadrados. ❖ Soluciona situaciones problema en las que se necesitan hallar áreas y perímetros de cuadrados. ❖ Comprende la utilidad de calcular perímetros y áreas de cuadrados en

		situaciones de la vida cotidiana.
4	Realizar traslaciones y rotaciones a diferentes figuras.	<ul style="list-style-type: none"> ❖ Diferencia la traslación de la rotación. ❖ Identifica cuándo una figura fue trasladada o rotada. ❖ Realiza proceso de traslación y rotación a diferentes figuras.
5	Construcción del concepto de tridimensionalidad a partir del cubo.	<ul style="list-style-type: none"> ❖ Diseña adecuadamente el molde de cubo. ❖ Construye cubos y señala sus partes. ❖ Deducir características (largo, ancho y profundo) de las figuras tridimensionales a partir del cubo. ❖ Realiza estructuras con los cubos aportando a su concepción de tridimensionalidad.
6	Identificar líneas paralelas y líneas perpendiculares en diferentes polígonos.	<ul style="list-style-type: none"> ❖ Nombra las características de las líneas paralelas y las perpendiculares. ❖ Identifica situaciones de la cotidianidad donde usamos líneas paralelas y perpendiculares. ❖ Describe los requisitos que deben cumplir dos rectas para que sean paralelas o perpendiculares (desde la geometría plana).
7	Diferencia y clasifica polígonos según la simetría de sus lados.	<ul style="list-style-type: none"> ❖ Nombra polígonos según su número de lados. ❖ Clasifica polígonos teniendo en cuenta la longitud de sus lados. ❖ Construye adecuadamente polígonos regulares y polígonos irregulares
8	Reproduce y construye dibujos en cuadrícula.	<ul style="list-style-type: none"> ❖ Identifica líneas horizontales, verticales y diagonales en dibujos en cuadrícula. ❖ Proyecta espacios y figuras al reproducir figuras en cuadrícula. ❖ Establece relaciones de simetría.
9	Identificar como ubicar puntos en el geo-plano.	<ul style="list-style-type: none"> ❖ Reconoce el funcionamiento del plano para ubicar puntos. ❖ Ubica puntos en el plano, relacionando verticalidad y horizontalidad. ❖ Construye figuras a partir de puntos dados.

Tabla 5. Resumen de la secuencia didáctica en geometría. Creación propia.

4. Análisis y resultados

Este capítulo expone la información obtenida mediante los instrumentos de recolección de información en las tres fases (diagnóstica, de intervención y de evaluación) y el respectivo análisis de los datos a partir de las categorías presentadas en el diseño metodológico (tabla 2 y tabla 3).

4.1. Análisis del diagnóstico

Los resultados arrojados por el test diagnóstico³ (anexo 2) dejan ver los procesos de visualización, representación y conceptualización que presentan los estudiantes en el campo geométrico, se tiene en cuenta que las preguntas planteadas se dan desde los tres tipos de relación con el espacio propuestas por Piaget (topológica, proyectiva y euclidiana).

³ En la presente investigación fue usado el mismo test para la fase diagnóstica y evaluativa.

La siguiente tabla muestra la forma como se sistematizaron los resultados del test diagnóstico. Se estableció la relación entre las preguntas del test con cada uno de los tipos de relación con el espacio planteados por Piaget, a partir de los indicadores de análisis presentados en la tabla 3.

CORRESPONDENCIA DE LAS PREGUNTAS CON EL TIPO DE RELACION ESPACIAL A IDENTIFICAR			
No de pregunta	Relación espacial		
	Topológica	Proyectiva	Euclidiana
1			
15			

Tabla 6. Rejilla sistematización resultados del diagnóstico. Creación propia.

La aplicación del test diagnóstico sirvió para identificar el estado de la concepción del espacio, encontrando en cada una de las relaciones que:

4.1.1. Estado en la concepción del espacio desde una relación topológica.

Aquí se pudo observar que el grupo de estudiantes obtuvo dificultades relacionadas con:

- 1.) Ubicación de puntos como derecha, izquierda, arriba y abajo en un gráfico o polígono, atendiendo a las habilidades de aplicación y lógica, en la que algunos de los estudiantes no pudieron relacionar correctamente las posiciones de los polígonos.
- 2.) Identificación de polígonos dentro de un gráfico, aquí los estudiantes fallaron principalmente en su habilidad de visualización pues al presentárseles un gráfico con varias figuras no lograron identificar los polígonos que se escondían dentro de este.
- 3.) Ubicación adecuada en una cuadrícula para el copiado de dibujos, teniendo dificultades principalmente en la habilidad para dibujar, realizando las líneas en posiciones y longitudes diferentes a las presentadas. Y en la habilidad de visualización se evidenció que los espacios no fueron correctamente usados.
- 4.) Relación de expresiones para referir dentro, fuera, interno y externo, la habilidad más trabajada aquí fue la verbal

haciendo falta vocabulario para relacionar aspectos topológicos de ubicación de objetos con relación a un área determinada.

4.1.2. Estado en la concepción del espacio desde una relación proyectiva. Se encontraron dificultades en: 1.) Identificación de polígonos en diferentes posiciones dentro de una figura, atendiendo a las habilidades de visualización y lógica dando en ocasiones nombres erróneos a polígonos que se ubican en diferentes posiciones. 2.) Proyección de figuras al realizar una traslación, rotación y reflexión, aquí se observan fallas al intentar aplicar una regla formal (movimiento de figuras en el plano) a un polígono o figura dada. Se evidenció confusiones en el uso adecuado de la terminología propia de las matemáticas. 3.) Cálculo de piezas (cubos) usadas en la construcción de una estructura, la habilidad lógica estaba presente en estas preguntas al igual que la habilidad de visualización, pero fueron varios los estudiantes que fallaron en responder, no logrando un correcto análisis de dibujos que proyectan figuras en tres dimensiones. 4.) Proyección de una figura para encontrar la simetría de sus partes a partir de un eje y fallas en la reproducción de líneas para copiar un dibujo o polígono.

4.1.3. Estado en la concepción del espacio desde una relación euclídea. En esta relación fue donde se notaron mayores dificultades. En este tipo de relación espacial se deja ver cómo los estudiantes presentan sus mayores dificultades relacionadas con: 1.) Uso adecuado de los términos específicos para referirse a un polígono, parte de este o lugar en que se ubica (habilidad verbal). 2.) Identificación de un polígono a partir de sus características haciendo relación de la habilidad de aplicación y visualización para resaltar lo que define el nombre o el tipo de polígono. 3.) Capacidad para nombrar una posición de una línea o un par de estas, teniendo en cuenta las habilidades de visualización y verbal para usar el nombre adecuado de la posición de las líneas (vertical, horizontal, paralela o perpendicular). 4.) dificultad en la

construcción de solución de situaciones sencillas a partir de fórmulas geométricas para hallar el perímetro de los polígono (cuadrado y rectángulo) e interpretación de un enunciado para identificar clases de polígonos (regulares e irregulares).

Terminando el análisis del test diagnóstico se concluye que la intervención (secuencia didáctica en geometría) estará enfocada hacia los tres tipos de relación espacial, buscando superar las dificultades halladas en las relaciones topológicas, proyectivas y euclidianas. Al mismo tiempo, este test diagnóstico nos reafirma lo planteado por Hoffer (1990), en cuanto a la estrecha relación que guardan las habilidades geométricas con los procesos de enseñanza y de aprendizaje de la geometría propuesto por Van Hiele (Tabla 1). Y cómo las relaciones (topológicas, proyectivas y euclidianas) que establece el niño en su concepción del espacio desde la perspectiva de Piaget están fuertemente influenciadas por la apropiación de conceptos que éste posea en el campo geométrico.

Por último este diagnóstico nos arroja que el trabajo en geometría debe afianzar la parte lingüística (habilidad verbal) descrita por Angarita y Dancur (2002), quienes indican cómo en cada nivel propuesto por Van Hiele se debe manejar una terminología específica de la geometría (punto, recta, semirrecta, intersección, ángulo); a fin de que esta terminología puede ser fundamental a la hora de tener una adecuada concepción y relación con el espacio.

4.2. Análisis de la intervención

Para realizar el análisis de la intervención se crearon los descriptores a partir de las categorías de análisis en busca de especificar en cada una de las 9 situaciones didácticas (SD) los aciertos y desaciertos obtenidos en el proceso de aplicación de la secuencia didáctica. De igual modo se estableció una relación de los descriptores con las

habilidades geométricas propuestas por Hoffer a las que apuntaba desarrollar cada una de las SD.

Para realizar el análisis de cada una de las SD se diseñó la siguiente rejilla de observación, la cual es el elemento resultante de la triangulación de los datos:

SITUACIÓN DIDÁCTICA NO. X.				
Propósito de la situación:				
Descriptor	Alcance del descriptor			Correspondencia con la habilidad geométrica
	Si	No	Algunas veces	
DE1= Descriptor de la relación Euclidea				
DPI= Descriptor de la relación Proyectiva				
DT1= descriptor de la relación Topológica				

Tabla 7. Modelo tabla para el análisis de las situaciones didácticas. Creación propia.

Los datos se triangularon a partir de la verificación y comparación de la información obtenida en la aplicación de las secuencias didácticas con las categorías de análisis (concepción del espacio y habilidades geométricas). Para esto se elaboraron los descriptores que se nombran en cada una de las rejillas de observación de las situaciones didácticas. Es así como el descriptor DE1 se desglosa; D=descriptor, E= corresponde a la relación euclidiana y por último el número que diferencia a este descriptor de los demás.

Así mismo, al final de cada rejilla de observación se realizó una descripción en la cual se especifican algunas eventualidades que llegaron a surgir durante la aplicación, se relatan los aportes relevantes de los grupos de trabajo, las fortalezas y dificultades que se presentaron en cuanto a los temas abordados en cada una de las sesiones.

Además, para realizar el análisis se tuvo en cuenta la ubicación de los estudiantes en el salón de clase, manteniendo siempre los mismos grupos de trabajo con el ánimo de observar los avances de cada uno de ellos en la aplicación de las 9 SD, cada grupo fue conformado por cuatro integrantes para un total de 40 estudiantes en el aula de clase. Distribuidos como lo muestra la gráfica5.

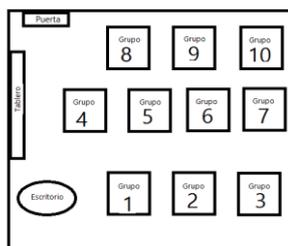


Gráfico 5. Ubicación grupos de trabajo en el salón de clase para la aplicación de la secuencia didáctica en geometría. Creación propia.

4.2.1. Situación didáctica número 1.

SITUACIÓN DIDÁCTICA No.1				
Propósito: Diseñar formas geométricas en las que el estudiante identifique lo que se conoce como punto, vértice, segmento, semirrecta y recta.				
Descriptor	Alcance del descriptor			Correspondencia con la habilidad geométrica
	Si	No	Algunas veces	
DE1: Identifica los elementos primarios de la geometría (plana) como punto, vértice, segmento, recta y línea.				Verbal
DT2: Ubica en un dibujo o polígono los puntos, arriba, abajo, derecha e izquierda.				Lógica
DP8: Usa símbolos geométricos para expresar una determinada situación (puntos para finalizar una línea o flecha para expresar continuidad).				Dibujo
DT7: Ubica en una figura los vértices y lados asociándolos con puntos y segmentos.				Lógica
DP4: Traza adecuadamente líneas rectas en la construcción de un polígono, haciendo uso de la regla.				Dibujo
DE6: Expresa de forma oral y/o escrita los conceptos geométricos adquiridos.				Aplicación
DP9: Proyecta en una creación geométrica objetos de la realidad haciendo uso de rectas, semirrectas, segmentos y vértices.				Visualización
DE7: Identifica cuando un término geométrico (vértice, línea, punto, recta o semirrecta) está siendo mal interpretado o usado por sus compañeros y realiza las correcciones respectivas.				Verbal

Tabla 8. Rejilla de observación situación No.1. Creación propia.

Partiendo que el modelo Van Hiele nos propone unas directrices en la estructura para la enseñanza de la geometría, con la primera situación se explicó a los estudiantes la metodología de trabajo a desarrollar durante las nueve SD. Esto atendiendo a corregir dificultades que presentan los estudiantes en cuanto a la comprensión de enunciados, como la mala interpretación de indicaciones, y buscando que se siguieran los momentos según el modelo Van Hiele.

En esta situación didáctica se puede apreciar que los estudiantes desarrollaron las habilidades geométricas planteadas por Hoffer en las diferentes actividades, vinculando desde la visualización donde el estudiante observó las características de los

elementos primarios de la geometría hasta la habilidad verbal con la cual intentó describir los elementos creados (punto, recta, semirrecta...).

Se resalta la importancia del docente como guía y mediador durante la aplicación de las SD, siendo un puente mediacional para la comprensión entre el conocimiento y el estudiante. Como particularidad se observó que de los 10 grupos solo el grupo 7, realizó figuras en tres dimensiones, mostrando interés e innovación frente a las figuras en dos dimensiones creadas por los otros grupos.

Para finalizar, la situación No. 1 fue fundamental para crear bases en el reconocimiento de los elementos básicos de la geometría los cuales fueron necesarios en la comprensión de las posteriores situaciones didácticas.

4.2.2. Situación didáctica número 2.

SITUACIÓN DIDÁCTICA No. 2				
Propósito: Construir e identificar los polígonos hasta de seis lados, con sus características: nombre, número de lados, número de ángulos.				
Descriptor	Alcance del descriptor			Correspondencia con la habilidad geométrica
	Si	No	Algunas veces	
DP3: Observa las características principales de los polígonos regulares de hasta seis lados para poder reproducirlos en un plano.	5	3	2	Visualización
DP4: Traza adecuadamente líneas rectas en la construcción de un polígono, haciendo uso de la regla	6	1	3	Dibujo
DP9: Proyecta en una creación geométrica objetos de la realidad haciendo uso de rectas, semirrectas, segmentos y vértices.	5	2	3	Visualización
DE2: Diferencia un polígono regular de uno irregular.	4	3	3	Aplicación
DE3: Nombra adecuadamente los polígonos regulares hasta de seis lados.	7	0	3	Verbal
DE6: Expresa de forma oral y/o escrita los conceptos geométricos adquiridos.	7	1	2	Verbal

Tabla 9. Rejilla de observación situación No.2. Creación propia.

En el diagnóstico las preguntas 1, 6 y 11 estaban referidas a la identificación de polígonos y a la percepción de algunas de las características de los polígonos regulares, en esta situación didáctica No. 2 se buscó que los estudiantes lograran identificar polígonos dentro de una composición geométrica y establecieran algunas de sus características.

La situación didáctica No. 2 mostró ser más corta en cuanto a tiempo estimado, pues las actividades propuestas fueron desarrolladas en menor tiempo y los estudiantes demostraron tener más conocimientos previos sobre la temática propuesta (los polígonos). Posiblemente esto se debe al haber pasado por una SD No. 1, que dio fundamentos teóricos para poder comprender la SD No. 2. En la habilidad verbal, aunque los estudiantes en su mayoría nombran adecuadamente los polígonos (triángulo, cuadrado, rombo, rectángulo, pentágono) de forma oral y escrita, se evidencian falencias en la ortografía al escribir el nombre de varios de estos. En su mayoría y atendiendo a la habilidad de visualización los estudiantes logran identificar polígonos dentro de un collage, y diferenciar los polígonos de las figuras, específicamente atribuyendo la característica de: “los polígonos están conformados por líneas rectas”. En el cuarto momento donde se pide a los estudiantes escribir cuál es un polígono y cuál no, solo el grupo 1 contesta de forma errónea dos ítems, se lograron confundir al indicar que figuras con líneas curvas pueden ser consideradas polígonos, el resto de los grupos logró contestar de forma correcta.

El quinto momento (collage) de integración logra despertar bastante interés por los estudiantes para su realización, pues se nota alegría y buen ambiente en la realización del collage con las figuras creadas, las diferentes formas geométricas y los colores llamativos logran causar efecto en el ánimo de la totalidad de los estudiantes (según la percepción visual de las expresiones mostradas).

4.2.3. Situación didáctica número 3.

SITUACIÓN DIDÁCTICA No. 3				
Propósito: Hallar el perímetro de diferentes figuras geométricas y el área de cuadrados.				
Descriptor	Alcance del descriptor			Correspondencia con la habilidad geométrica
	Si	No	Algunas veces	
DT1: Identifica el exterior e interior de un polígono, figura o lugar.	10	0	0	Visualización
DE4: Localiza en un polígono el área y el perímetro.	6	1	3	Lógica
DE6: Expresa de forma oral y/o escrita los conceptos geométricos adquiridos.	6	1	3	Verbal
DP4: Traza adecuadamente líneas rectas en la construcción de un polígono, haciendo uso de la regla.	7	1	2	Dibujo
DT2: Ubica en un dibujo o polígono los puntos, arriba, abajo, derecha e izquierda.	9	0	1	Lógica

Tabla 10. Rejilla de observación situación No.3. Creación propia.

Durante el desarrollo de la situación didáctica No. 3 se tuvo la oportunidad de realizar unas de las actividades (medición del ajedrez) fuera del aula lo cual estimuló más a los estudiantes a la participación. Se observaron dificultades en cuanto al uso adecuado de la terminología (área y perímetro) pues al comienzo de la actividad se lograban confundir y no se les hacían muy familiares estos términos. Al respecto y como nos indican Angarita y Dancur (2002), en las propiedades del modelo Van Hiele, este es lingüístico y en cada nivel los estudiantes pueden aprender terminología nueva y relacionarla con sus conceptos previos.

De los 10 grupos de trabajo tan solo el grupo 5 no logró terminar las actividades planteadas, pues las actividades iniciales de dibujar y recortar los centímetros cuadrados le costaron trabajo y no les fue posible realizar la integración que consistía en la solución de un problema. Aquí observamos que la parte motriz se relaciona bastante con el adecuado desarrollo de las habilidades geométricas de dibujo y aplicación, pues según Hoffer (1981), “estas hacen referencia a la capacidad para interpretar las ideas y representarlas a través de dibujos o esquemas y están ligadas al uso de representaciones externas, cómo: la escritura, los símbolos, los trazos, las construcciones, etc.”. Para este caso los estudiantes habrían fallado en realizar trazos y construir figuras.

Se logró establecer relación con los puntos 2, 9 y 10 del test diagnóstico, donde se pedía que los estudiantes identificaran y hallaran áreas y perímetros de cuadrados y rectángulos. De igual modo, se logró que los estudiantes relacionaran términos que usamos cotidianamente para referirnos ya sea a las áreas o a los perímetros.

4.2.4. Situación didáctica número 4.

SITUACIÓN DIDÁCTICA NO. 4				
Propósito: Realizar traslaciones y rotaciones a diferentes figuras.				
Descriptor	Alcance del descriptor			Correspondencia con la habilidad geométrica
	Si	No	Algunas veces	
DT2: Ubica en un dibujo o polígono los puntos, arriba, abajo, derecha e izquierda.	8	0	2	Lógica
DT5: Identifica cuando una línea está en posición horizontal o en posición vertical.	4	3	3	Visualización
DP2: Reproduce líneas en una posición determinada (horizontal, vertical o diagonal) para la construcción de polígonos.	5	2	3	Dibujo
DP5: Identifica cuándo una figura fue trasladada o rotada con relación a un eje.	7	1	2	Visualización
DP7: Establece relaciones de simetría a partir de un eje (en una misma figura o polígono).	3	3	4	Lógica
DE6: Expresa de forma oral y/o escrita los conceptos geométricos adquiridos.	6	2	2	Verbal
DT8: Realiza traslaciones y rotaciones de polígonos teniendo en cuenta una posición inicial.	5	2	3	Aplicación

Tabla 11. Rejilla de observación situación No.4. Creación propia.

Con la aplicación de la situación didáctica No. 4 se dejó ver una vez más las deficiencias en el uso adecuado de términos específicos de la geometría, los estudiantes no relacionaron los conceptos previos como girar o mover con los nuevos conceptos presentados “rotar y trasladar”. Aunque en la práctica los estudiantes lograron realizar rotaciones y traslaciones, a la hora de expresar de forma escrita en qué consistía cada uno de los dos términos les fue muy difícil, no encontrando las palabras para dar a entender lo que lograron en la acción. Tan solo el grupo 7 logró aproximarse describiendo que en la rotación la figura mantenía un punto fijo y giraba sobre este y en la traslación la figura se movía en su totalidad manteniendo la misma posición.

En esta situación se fortalecieron aspectos topológicos relacionados a la ubicación de figuras en un plano tales como rotaciones, traslaciones y desplazamientos.

Piaget citado por Ochaita (1983), atribuye a lo topológico “ la comprensión de relaciones de proximidad, separación, orden, cerramiento y proximidad”, en esta situación demostrando cómo los estudiantes realizaron estos movimientos (rotaciones y traslaciones) de figuras haciendo que estas guardaran sus características iniciales y comprendiendo la conservación de las figuras en distintas posiciones.

4.2.5. Situación didáctica número 5.

SITUACIÓN DIDÁCTICA No. 5				
Propósito: Construcción del concepto de tridimensionalidad a partir del cubo.				
Descriptor	Alcance del descriptor			Correspondencia con la habilidad geométrica
	Si	No	Algunas veces	
DT3: Usa el cubo para señalar características de largo, ancho y profundo.	3	2	5	Aplicación
DP4. Traza adecuadamente líneas rectas en la construcción de un polígono, haciendo uso de la regla.	7	0	3	Dibujo
DE5: Señala las partes del cubo usando la terminología adecuada.	6	0	4	Verbal
DP10: Realiza estructuras con los cubos aportando a su concepción de tridimensionalidad.	4	3	3	Lógica

Tabla 12. Rejilla de observación situación No.5. Creación propia.

En los primeros momentos (información y orientación dirigida) de la situación didáctica No. 5 se trabajó la habilidad de visualización al mostrar la información a través de imágenes en las que se exponían: en una sola dimensión (línea), en dos dimensiones (cuadrado) y en tres dimensiones (cubo). De lo anterior, el docente iba realizando la correspondiente explicación de las dimensiones (largo ancho y profundo) y cual se lograba identificar en cada una de las imágenes presentadas. Para la habilidad de aplicación los estudiantes, partiendo de la elaboración del cubo, lograron explicar cómo este posee las tres dimensiones. Y al tener el material concreto (cubo) se les facilitó la identificación de sus partes.

Con la construcción de estructuras a partir de cubos se pudo mostrar a los estudiantes la diferencia entre figuras de dos dimensiones y tres dimensiones, además

cómo estas últimas se pueden proyectar en un dibujo para crear la perspectiva de que son tridimensionales.

4.2.6. Situación didáctica número 6.

SITUACIÓN DIDÁCTICA NO. 6				
Propósito: Identificar líneas paralelas y líneas perpendiculares en diferentes polígonos.				
Descriptor	Alcance del descriptor			Correspondencia con la habilidad geométrica
	Si	No	Algunas veces	
DT4: Distingue cuando dos líneas se encuentran en posición de paralelismo o perpendicularidad.	8	1	1	Visualización
DT5: Identifica cuando una línea está en posición horizontal o en posición vertical	9	0	1	Visualización
DP2: Reproduce líneas en una posición determinada (horizontal, vertical o diagonal) para la construcción de polígonos.	7	1	2	Dibujo
DE6: Expresa de forma oral y/o escrita los conceptos geométricos adquiridos.	4	4	2	Verbal
DE8: Describe los requisitos que deben cumplir dos rectas para que sean paralelas o perpendiculares (desde la geometría plana).	4	4	2	Verbal

Tabla 13. Rejilla de observación situación No.6. Creación propia.

Se deja ver en esta SD No. 6, cómo las habilidades más desarrolladas fueron: la habilidad de visualización y la habilidad verbal. Demostrando durante la SD destrezas al describir características de las líneas paralelas y perpendiculares. Tal como lo indica Hoffer (1990) en la habilidad visual el estudiante “reconoce información contenida en una figura”, en este caso se establece por medio de la visualización cuándo en una figura se encontraban un par de líneas paralelas o cuándo estas eran perpendiculares.

De la misma manera Hoffer (1990) nos habla de cómo la habilidad verbal parte de la “interpretación de frases que describen figuras”, en esta SD los estudiantes usaron un correcto vocabulario geométrico (paralelas y perpendiculares) para describir la situación o posición en la que se encontraban un par de rectas. Lo anterior realizado por medio de observaciones a pares de líneas presentadas en hojas de papel y líneas que se encuentran en el medio como las estructuras de las ventanas, las líneas formadas por las baldosas del piso, entre otras.

4.2.7. Situación didáctica número 7.

SITUACIÓN DIDÁCTICA NO. 7				
Propósito: Diferencia y clasifica polígonos según la simetría de sus lados.				
Descriptor	Alcance del descriptor			Correspondencia con la habilidad geométrica
	Si	No	Algunas veces	
DP1: Completa un polígono o un dibujo a partir de una cuadrícula dada.	8	1	1	Dibujo
DT7: Ubica en una figura los vértices y lados asociándolos con puntos y segmentos.	6	2	2	Lógica
DP3: Observa las características principales de los polígonos regulares de hasta seis lados para poder reproducirlos en un plano.	4	2	4	Visualización
DP4: Traza adecuadamente líneas rectas en la construcción de un polígono, haciendo uso de la regla.	4	3	3	Dibujo
DE2: Diferencia un polígono regular de uno irregular.	7	1	2	Aplicación
DE3: Nombra adecuadamente los polígonos regulares hasta de seis lados.	6	1	3	Verbal

Tabla 14. *Rejilla de observación situación No.7. Creación propia.*

Los estudiantes usaron adecuadamente los conceptos de polígonos regulares e irregulares, al momento de realizar la diferenciación con colores, tan solo los estudiantes del grupo 4 se equivocaron, llamando polígonos regulares a polígonos que sus lados no eran de la misma longitud. Sin embargo, en el momento de nombrar los polígonos irregulares se presentaron dudas al establecer la relación del nombre con el número de lados.

La creación de mandalas fue una actividad llamativa y causó motivación en los estudiantes, se logró fortalecer la habilidad de dibujo realizando polígonos e identificando la regularidad e irregularidad de estos.

4.2.8. Situación didáctica número 8.

SITUACIÓN DIDÁCTICA NO. 8				
Propósito: Reproduce y construye dibujos en cuadrícula.				
Descriptor	Alcance del descriptor			Correspondencia con la habilidad geométrica
	Si	No	Algunas veces	
DT5: Identifica cuando una línea está en posición horizontal o en posición vertical.	8	0	2	Visualización
DP1: Completa un polígono o un dibujo a partir de una cuadrícula dada.	6	1	3	Dibujo
DP2: Reproduce líneas en una posición determinada (horizontal, vertical o diagonal) para la construcción de polígonos.	6	2	2	Dibujo
DP3: Observa las características principales de los polígonos regulares de hasta seis lados para poder reproducirlos en un plano.	5	2	3	Visualización

DP4. Traza adecuadamente líneas rectas en la construcción de un polígono, haciendo uso de la regla.	5	4	1	Dibujo
DE2: Diferencia un polígono regular de uno irregular.	9	0	1	Aplicación
DE3: Nombra adecuadamente los polígonos regulares hasta de seis lados.	8	1	1	Verbal

Tabla 15. Rejilla de observación situación No.8. Creación propia.

En esta SD se manejaron varios conceptos geométricos trabajados con anterioridad. La habilidad de aplicación fue notoria, vinculando la teoría con la práctica en la realización de dibujos en cuadrícula. Fue visible la falta de destreza en el manejo de la regla, se percibe cierta apatía para manejarla. Aunque la propuesta de trabajo siempre está dada para realizarla en grupo, en esta SD los estudiantes trabajaron de forma individual (en su mayoría).

La construcción de figuras en cuadrícula benefició a los estudiantes en aspectos relacionados con el manejo de los espacios, considerando los objetos de la cotidianidad y su representación proyectiva.

4.2.9. Situación didáctica número 9.

SITUACIÓN DIDÁCTICA NO. 9				
Propósito: Identificar como ubicar puntos en el geo-plano. (Geo-plano: para esta investigación será un recurso didáctico compuesto por una cuadrícula a la cual se le asigna un valor numérico a cada punto del plano por medio de la combinación de los ejes verticales y horizontales)				
Descriptor	Alcance del descriptor			Correspondencia con la habilidad geométrica
	Si	No	Algunas veces	
DT6: Localiza puntos en el plano, relacionando verticalidad y horizontalidad.	8	0	2	Dibujo
DT2: Ubica en un dibujo o polígono los puntos, arriba, abajo, derecha e izquierda.	7	1	2	Lógica
DP4. Traza adecuadamente líneas rectas en la construcción de un polígono, haciendo uso de la regla.	7	1	2	Dibujo
DE6: Expresa de forma oral y/o escrita los conceptos geométricos adquiridos.	6	2	2	Verbal

Tabla 16. Rejilla de observación situación No.9. Creación propia.

La aplicación de la última SD sirvió para detectar cómo los estudiantes son capaces de utilizar varios de los conceptos trabajados con anterioridad en las 8 SD. Asimismo, esta SD muestra cómo los procesos para la ubicación de puntos en un espacio determinado fortalecieron la capacidad del estudiante para relacionar la verticalidad con la horizontalidad en la construcción de figuras sencillas.

Por otro lado, la construcción de los geo-planos ayudó a los estudiantes a entender la estructura de las direcciones por medio de calles y carreras, con la apropiación de conceptos tales como horizontalidad y verticalidad. En este caso, el desarrollo de las habilidades geométricas en las diferentes actividades presentadas durante la secuencia didáctica permitieron “relacionar conceptos geométricos con situaciones de la vida cotidiana” (Hoffer, 1981).

Al terminar el análisis de la aplicación de la secuencia didáctica en geometría a partir de las habilidades geométricas propuestas por Hoffer, se resaltan las actividades y/o el desarrollo evidenciado para cada una de estas habilidades de la siguiente forma:

Habilidad de visualización, para el desarrollo de esta se plantearon actividades tales como el reconocimiento de figuras, la identificación de posiciones de líneas y figuras, el reconocimiento de características de polígonos y la discriminación de polígonos según sus lados.

Habilidad verbal, los estudiantes lograron enriquecer su vocabulario con términos específicos de la geometría para señalar polígonos o partes de estos. Se demostró por parte de los estudiantes destrezas para describir figuras y polígonos de forma oral y escrita.

Habilidad para dibujar, se establecieron actividades de trazo y medida, además el trabajo con regla a partir de modelos dados sirvió para que los estudiantes adquirieran destrezas para el dibujo.

Habilidad lógica, se desarrolló a partir del planteamiento de Hoffer en el que expone que “la habilidad lógica ataña conceptos como intuir situaciones, explorar y descubrir conceptos, regularidades y relaciones” (1990). Lo anterior realizado a través de actividades en las que los estudiantes construían argumentos que siguen las reglas de la lógica formal y reconociendo cuándo un argumento es válido o no lo es.

Habilidad de aplicación, podemos observar en el diseño de cada una de las SD cómo en el último momento (de integración) se realizaba una creación por parte de los estudiantes, esto con el fin de que se aplicaran los conocimientos aprendidos durante las SD y establecer el análisis de representaciones tangibles en las que se observara si se ajustan al concepto, imagen o problema planteado.

4.2.10. Hallazgos en la fase de intervención. En la siguiente tabla se sintetizan los hallazgos encontrados durante la aplicación de la secuencia didáctica en geometría, se presentan en dos secciones, el primero relacionado con los aspectos del desarrollo de la habilidades geométricas y la incidencia de estas en la concepción del espacio y el segundo en cuanto al impacto del uso de una metodología explícita para la enseñanza de la geometría.

Habilidades geométricas y concepción del espacio	Enseñanza de la geometría
<ul style="list-style-type: none"> • El tipo de actividades que el estudiante desarrolle en su proceso de aprendizaje son fundamentales para fortalecer las habilidades geométricas y por lo tanto redundar en una mejor concepción de su espacio. • La posibilidad de trabajar desde las habilidades geométricas enriquecen el aprendizaje de la geometría y además brindan herramientas para que el estudiante sea más y mejor competente en áreas relacionadas con dichas habilidades (dibujo, aplicación, lógica, verbal y visual). • Los estudiantes van adquiriendo terminología nueva, lo cual ayuda a relacionarla con sus conceptos previos para hacer una descripción de su espacio con terminología más técnica y específica. • La habilidad de visualización fue la cual tuvo más aciertos en las actividades por parte de los estudiantes. • Las habilidades de aplicación y de dibujo están fuertemente influenciadas por el desarrollo motriz. 	<ul style="list-style-type: none"> • La estructuración de los temas de geometría en talleres o secuencias didácticas genera un orden para estudiantes y docentes a la hora de abordar el contenido temático. • El trabajo con material concreto en esta secuencia didáctica ayudó significativamente a la apropiación de la teoría. • Al abordar la geometría independientemente de la matemática se brinda la posibilidad a los estudiantes de desarrollar el pensamiento matemático desde los sistemas geométricos. • Se resalta la importancia del docente como guía y mediador, siendo un puente mediacional para la comprensión entre el conocimiento y el estudiante. • La enseñanza de la geometría debe ser progresiva en cuanto a la complejidad de los temas. • La parte lingüística desempeña un papel fundamental a la hora de comprender una temática específica.

Tabla 17. Hallazgos en la fase de intervención Creación propia.

4.3. Análisis de la evaluación

Los resultados arrojados por el test evaluativo (anexo 2) dejaron ver los avances de los estudiantes en cuanto al desarrollo de su concepción del espacio a partir del desarrollo de las habilidades geométricas propuestas por Hoffer. Se dejó establecido que el test evaluativo sería el mismo aplicado en el diagnóstico desde los tres tipos de relación con el espacio propuestas por Piaget (topológica, proyectiva y euclidiana). De igual modo, el análisis a realizar está basado en una comparación de los resultados obtenidos entre el diagnóstico y la evaluación, como lo deja ver la siguiente gráfica.

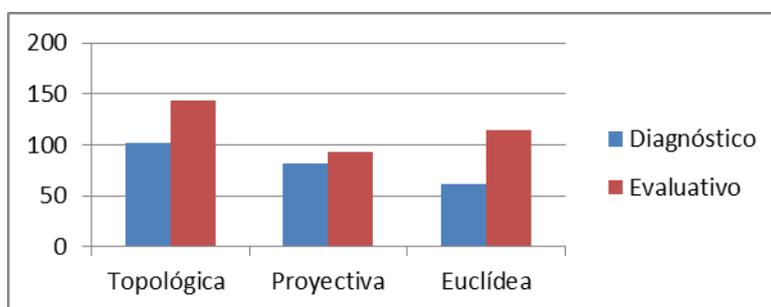


Gráfico 6. Comparación de los resultados del diagnóstico y la evaluación. Creación propia.

A continuación se darán los avances que se tuvieron desde cada una de las relaciones con el espacio, resaltando los avances en cada una de estas y mostrando las virtudes que trajo consigo la aplicación de la secuencia didáctica en geometría.

4.3.1. Concepción del espacio desde una relación topológica. En esta relación con el espacio se encontraron avances referidos a la ubicación de puntos en un gráfico o polígono, estableciendo relaciones de derecha, izquierda, arriba y abajo. Los aspectos de direccionalidad fueron fortalecidos evidenciándose en las preguntas 12 y 13, las cuales necesitaban para su correcta solución tener habilidades de ubicación y señalar adecuadamente la posición de los objetos en una gráfica. Se dio la identificación de polígonos dentro de un gráfico, al conocer las características de estos ya fueran regulares o irregulares, los estudiantes lograron establecer diferencias entre figuras y polígonos, atribuyendo razones lógicas para justificar sus respuestas. En la actividad de

la cuadrícula para el copiado de dibujos, se mejoró sustancialmente pues los trazos y la longitud de las líneas fueron realizados con mayor precisión.

4.3.2. Concepción del espacio desde una relación proyectiva. Se destacan en esta relación la identificación de polígonos, pues las bases dadas durante la secuencia didáctica en geometría ayudaron a que los estudiantes demostraran que no importa la posición de los polígonos estos puede seguir conservando sus características. Aquí se trabajó mucho la habilidad lógica con la cual los estudiantes antes de emitir un juicio sobre un polígono o figura, primero realizaban un análisis de la posición en que se encontraba, observaban la figura desde diferentes puntos de vista y así podían establecer relaciones de rotación o traslación. Teniendo en cuenta que en el diagnóstico la mayor falla fue en el uso adecuado de la terminología, con la aplicación de la SD No.4, se logró afianzar el tema y apropiar los términos (rotación, traslación y reflexión) para cada uno de los movimientos de las figuras en el plano. Al realizar la actividad práctica de dibujo y construcción del cubo los estudiantes lograron relacionar la estructura de forma física con la estructura presentada. Por medio del fortalecimiento de la habilidad visual y lógica los estudiantes logran extraer de un dibujo información referida a la cantidad de dimensiones que este quiere presentar (2 o 3 dimensiones).

4.3.3. Concepción del espacio desde una relación Euclídeas. Para iniciar se encuentra una estrecha relación de la habilidad verbal con la relación Euclídeas, dado que los mayores avances para esta relación con el espacio estuvieron en el uso adecuado del vocabulario específico de la geometría. Los avances en este tipo de relación espacial estuvieron enfocados al uso adecuado de los términos específicos para referirse a un polígono, parte de este o lugar en que se ubica (habilidad verbal). Partiendo de la relación entre la habilidad de aplicación y visualización los estudiantes llegaron a resaltar lo que define el nombre o el tipo de polígono. Se estableció en los estudiantes la

capacidad para nombrar una posición de una línea o un par de estas, teniendo en cuenta las habilidades de visualización y verbal para usar el nombre adecuado de la posición de las líneas (vertical, horizontal, paralela o perpendicular).

5. Conclusiones

Teniendo en cuenta el objetivo general de la investigación el cual consistía en describir los avances de los estudiantes de grado cuarto del Colegio Ciudadela Educativa De Bosa frente al uso y concepción del espacio, luego de desarrollar una secuencia didáctica basada en las habilidades geométricas planteadas por Hoffer, y de acuerdo con el análisis de datos fundado en el abordaje teórico y en coherencia con lo expuesto en el problema de investigación se plantean las siguientes conclusiones:

La aplicación de una secuencia didáctica en geometría desde las habilidades de Hoffer deja ver los beneficios que esta trae en aspectos relacionados con la concepción del espacio. En la relación topológica encontramos que luego de desarrollar actividades enfocadas a la ubicación (de figuras y del propio cuerpo) los estudiantes adquieren destrezas en la descripción de posiciones, haciendo uso adecuado de terminología específica y estableciendo relaciones de proximidad, orden, cerramiento y continuidad. En la relación proyectiva los estudiantes logran establecer representaciones de figuras a partir de modelos dados, desarrollan su habilidad visual la cual les ayuda a diferenciar figuras geométricas desde diferentes perspectivas. Y en la relación euclídea se logra desarrollar avances en el uso y adquisición de vocabulario técnico al nombrar figuras, parte de las figuras y posición de las mismas con respecto a un lugar o a otra figura.

La implementación de la secuencia didáctica en la que se brindan tiempos y espacios prácticos para la enseñanza de la geometría, muestra los beneficios que trae a los estudiantes el desarrollo de las habilidades geométricas tales como la visual, dibujo, aplicación, lógica y verbal con relación a su concepción del espacio.

Se reafirma lo expuesto por Paricio, Sánchez, Sánchez, y Torices (2003), quienes indican que un mal desarrollo de la concepción del espacio redundará en diferentes problemas de la vida escolar. Por lo tanto, la secuencia didáctica logró abordar estas dificultades desde las herramientas que aporta la enseñanza de la geometría en aspectos como: fortalecer la habilidad visual que conduce a mejorar la velocidad lectora en el estudiante, elemento que le permite adquirir mayor velocidad del estudiante y tiene más facilidad para definir las formas de las letras e identificar espacios entre palabra y palabra. Las confusiones derecha–izquierda, fueron trabajadas en las diferentes situaciones didácticas aportando al estudiante una estructura fuerte en el manejo de su lateralidad, aportando a una mejor ubicación dentro de un espacio (salón de clases) y en la hoja de papel a la hora de realizar y ubicar gráficos y escritos. Con respecto al problema de cambio del orden de las letras y/o la dirección, lo aportado por la investigación muestra los beneficios de las actividades prácticas en el manejo de la direccionalidad por medio de cuadrículas y planos, esto repercutiendo favorablemente en los proceso de escritura.

Al analizar la información en cada situación didáctica se encontró la necesidad de integrar diferentes disciplinas de conocimientos (español, matemáticas y educación física) con el propósito de mejorar la formación integral del niño desde las habilidades geométricas propuestas por Hoffer las cuales abarcan destrezas desde lo visual, dibujo, lógica, aplicación y verbal. Caso particular la estructura del texto escrito por los niños en el que se encuentra que suprimen letras, unen palabras, falta ortografía confunden letras, entre otras.

La primera situación didáctica sirvió al docente para evidenciar algunas dificultades que presentan los estudiantes en cuanto a la comprensión de enunciados, referidos a la confusión de términos específicos de la geometría (línea, recta, semirrecta,

segmento) y el desconocimiento de los mismos. La secuencia didáctica ayudó a corregir estas dificultades aportando desde cada momento según el Modelo Van Hiele, actividades para la comprensión dadas desde las indicaciones escritas y con la guía permanente del docente.

Al realizar la integración (momento 5 según Van Hiele) que consistía en la solución de un problema se observó que la parte motriz se relaciona bastante con el adecuado desarrollo de las habilidades geométricas de dibujo y aplicación, pues según Hoffer (1981), estas hacen referencia a la capacidad para interpretar las ideas y representarlas a través de dibujos o esquemas y están ligadas al uso de representaciones externas, cómo: la escritura, los símbolos, los trazos, las construcciones, etc., los estudiantes por medio de la integración lograron desarrollar su parte motriz y aportar al desarrollo de sus habilidades geométricas de dibujo y aplicación.

De igual modo, se logró que los estudiantes relacionaran términos específicos de la geometría (área y perímetro) con términos que usamos cotidianamente para referirnos al espacio, ubicación dentro de este y delimitación de figuras.

Se establece la dificultad de los niños para utilizar un lenguaje técnico reconocido institucionalmente (rigor matemático), lo cual debe ser punto de partida para el diseño de posteriores secuencias didácticas en geometría.

La enseñanza de la geometría debe ser secuencial y progresiva en cuanto a contenidos y vocabulario técnico, afianzando la parte lingüística por medio de la cual se expresa o adquiere la comprensión de un determinado tema. Los estudiantes van adquiriendo terminología nueva, lo cual ayuda a relacionarla con sus conceptos previos para hacer una descripción de su espacio con terminología más técnica y específica

Por último, se establece que lo expuesto por Hoffer con relación a que una buena enseñanza de la geometría debe apuntar a desarrollar las habilidades geométricas, debe

ser complementado con el hecho que estas habilidades potencian capacidades en el estudiante en cuanto a su adecuada concepción del espacio y lo cual redundará en otras asignaturas que necesitan un adecuado desarrollo de la ubicación espacial para que el estudiante sea competitivo en las mismas.

Hallazgos

Es importante resaltar que la implementación de una secuencia didáctica en el proceso de enseñanza de la geometría ayudó a la apropiación de temas determinados (elementos básicos de la geometría plana, polígonos, área, perímetro) y a la proyección de estos a los objetos de la vida real, siendo la herramienta indispensable para que los estudiantes lograran fortalecer sus habilidades geométricas (visual, dibujo, lógica, aplicación y verbal) y su pensamiento geométrico.

Se observó durante la aplicación de la secuencia didáctica que los estudiantes se familiarizaron más fácilmente con los elementos primarios de la geometría plana (punto, recta, semirrecta, vértice) cuando estos manipularon material concreto (palillos y plastilina) en las diferentes actividades propuestas. Además, se pudo apreciar que partiendo de formas simbólicas (puntos, flechas y rectas) para expresar un concepto geométrico los estudiantes pudieron plasmar en sus creaciones los elementos primarios de la geometría plana. Evidenciándose la relación entre las habilidades geométricas, primordialmente las habilidades de aplicación y verbal. Al tener los estudiantes la figura en material concreto se les facilitó señalar las partes que la conformaban (lados, vértices y caras) logrando establecer relaciones verbalmente entre las partes que conformaban las figuras y/o los polígonos.

Recomendaciones

Como consideraciones y recomendaciones finales se plantean las siguientes:

La enseñanza de la geometría dentro de la educación primaria es fundamental ya que permite a los estudiantes fortalecer el pensamiento geométrico y ampliar los conocimientos frente a las características de las figuras y su ubicación dentro del espacio. Además es indispensable que se enseñe los conceptos geométricos (área, perímetro, recta, diagonal...) especialmente desde los primeros grados de escolaridad para formar buenas bases en conocimientos relacionados con la concepción y uso del espacio que serán de gran ayuda en la formación académica y en la vida diaria.

Es necesario resaltar que las actividades planteadas deben ser distribuidas entre las cinco fases de aprendizaje que plantea el modelo Van Hiele, (tal como se plantea en la presente secuencia didáctica), esto da un orden al proceso y facilidad para que el docente oriente a sus estudiantes en el desarrollo del proceso.

Es importante que la aplicación de la propuesta didáctica se realice de manera constante, permanente e innovadora de tal forma que despierte el interés y la motivación en los estudiantes para aprender, esto hará más fácil el trabajo a desarrollar ya que en el entorno existen materiales los cuales se pueden adecuar para la enseñanza de la geometría.

El papel del docente es fundamental durante el proceso de enseñanza de la geometría, por lo tanto debe cumplir un rol innovador en el que constantemente plantee diversas estrategias orientadas a que el estudiante aprenda significativamente los conceptos geométricos ya que la práctica y la aplicación permite que el aprendiz construya conocimiento a partir de su propia experiencia y la pueda trasladar a su vida real (entorno y vivencias).

Esta investigación destaca la importancia del docente en la implementación de una secuencia didáctica en geometría basada por lo expuesto en el modelo Van Hiele, pues aquí se pide que el docente sirva de mediador entre el estudiante y el

conocimiento. Los momentos brindados por este modelo piden además que el docente sea el gestor de las actividades, supervisor y guía de las mismas.

En la institución Ciudadela Educativa de Bosa se generó interrogante a partir de un soporte teórico para motivar a los docentes de educación primaria a contribuir al mejoramiento de la enseñanza de la geometría por medio de la implementación de diferentes herramientas didácticas, especialmente la relacionada con el uso del material concreto con el fin de hacer más agradable e interesante el proceso de enseñanza de los conceptos geométricos.

Referencias

- Asociación colombiana de facultades de educación y ministerio de educación nacional. (2011). *Estándares básicos de competencias en matemáticas*. Bogotá: Magisterio.
- Camargo, L. (2011). *El legado de Piaget a la didáctica de la Geometría*. *Revista Colombiana de Educación* (60), 41.
- Corberán, M. (1989). *Didáctica de la geometría: Modelo Van Hiele*. Valencia: Editorial Universitat.
- Del Grande, J. (1987). Spatial Perception and Primary Geometry. En *Learning and Teaching Geometry (K-12)*. NCTM (yearbook). p. 127.
- Durán, P. (2013). Reflexiones en torno al valor pedagógico del constructivismo. *Ideas Y Valores*, 63 (155), 171-190. doi:10.15446/ideasyvalores.v63n155.37181
- Giovannini, E. (2015). Aritmetizando la geometría desde dentro: el cálculo de segmentos de David Hilbert. Doi:10.1590/S1678-31662015000100002
- Gutierrez, A. y Jaime, A. (2012). Reflexiones sobre la enseñanza de la geometría en primaria y secundaria. *Episteme y Didaxis: TED* (32), 55
- Hoffer, A. (1981): "Geometry is more than Proof". En *The Mathematics Teachers*, (74), pp. 11-18.
- Ministerio de Educación Nacional (1998). *Lineamientos curriculares en Matemáticas*. Santafé de Bogotá.
- Mota, C. y Villalobos, J. (2007). El aspecto socio-cultura del pensamiento y del lenguaje: visión Vygotskyana / The socio-cultural aspect of thought and language: the vygotskyan vision. *Educere* (38), 411.
- Ochaita, E. (1983). La teoría de Piaget sobre el desarrollo del conocimiento espacial. *Estudio de psicología*. 14/15, 93-108
- Paricio, R., Sánchez, M., Sánchez, R. y Torices, E. (2003). *Influencia de la lateralidad en los problemas de aprendizaje*. Recuperado de: <http://fundacionvisioncoi.es/TRABAJOS%20INVESTIGACION%20COI/2/lateralidad%20y%20aprendizaje.pdf>

Piaget, J. Inhelder, B. y Langdon, F. (1997). *The child's conception of space*. London: Routledge.

Proenza, Y. y Leyva, L. (2008). Aprendizaje desarrollador en la matemática: estimulación del pensamiento geométrico en escolares primarios. *En Revista Iberoamericana de Educación* ISSN: 1681-5653 n.º 48/1

Sánchez, C. (2012). La historia como recurso didáctico: el caso de los Elementos de Euclides. *Tecné, Episteme y Didaxis: TED* (32), No. 71.

Van Hiele. Niveles del pensamiento geométrico, Citado por FOUZ, Fernando. Test geométrico. *En: Revista SIGMA*. Febrero, 2006. p. 28.

Anexos

Anexo 1 Secuencia didáctica en geometría

**SECUENCIA DIDÁCTICA
“LA GEOMETRÍA EN MI ESPACIO”**

Asumimos la definición propuesta por Díaz-Barriga (2013) para la construcción de la Secuencia Didáctica entendida como un conjunto de actividades (situaciones), organizadas, sistematizadas y jerarquizadas que posibilitan el desarrollo de conceptos, habilidades y actitudes, a partir de las competencias y los aprendizajes esperados. Se integran por una serie de actividades (situaciones didácticas-planes de clase) con un nivel de complejidad progresivo, que se presentan de manera ordenada, estructurada y articulada.

La secuencia didáctica se ha planteado considerando las cinco habilidades geométricas propuestas por Hoffer desde los tres tipos de relación en la concepción del espacio (proyectiva, euclidiana y topológica), enfocadas únicamente en el primer nivel del modelo propuesto por Van Hiele (Nivel 0: Visualización o reconocimiento), dado el grado de escolaridad de la muestra. La estructura de las situaciones didácticas apunta a los parámetros del Modelo Van Hiele (información, orientación dirigida, explicitación, orientación libre e integración) como directrices generales para los docentes en la enseñanza de la geometría, y conforme a los resultados de la prueba diagnóstica. La secuencia didáctica se encuentra estructurada en ocho (9) situaciones, teniendo coherencia entre los temas y de forma progresiva en la complejidad de los mismos.

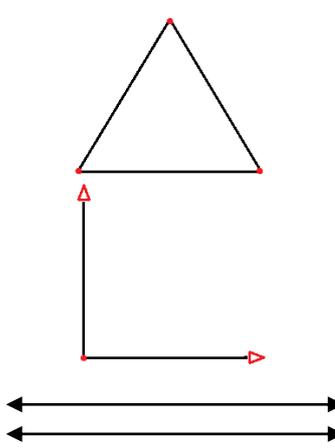
 SECRETARIA DE EDUCACION DE BOGOTA D.C. COLEGIO CIUDADELA EDUCATIVA DE BOSA 	
SECUENCIA DIDÁCTICA “ LA GEOMETRÍA EN MI ESPACIO”	
SITUACIÓN DIDÁCTICA N. 1	
Propósito	Diseñar formas geométricas en las que el estudiante identifique lo que se conoce como punto, vértice, segmento, semirrecta y recta.
Aprendizajes esperados	<ul style="list-style-type: none"> ❖ Identifica los elementos primarios de la geometría (plana) como punto, vértice, segmento, recta y línea. ❖ Analiza las diferencias entre segmento, recta, y línea. ❖ Reconoce las características de una línea recta. ❖ Describe características de las líneas rectas.
Duración	1 sesión de 2 horas

Materiales	Pegante, palillos y plastilina
------------	--------------------------------

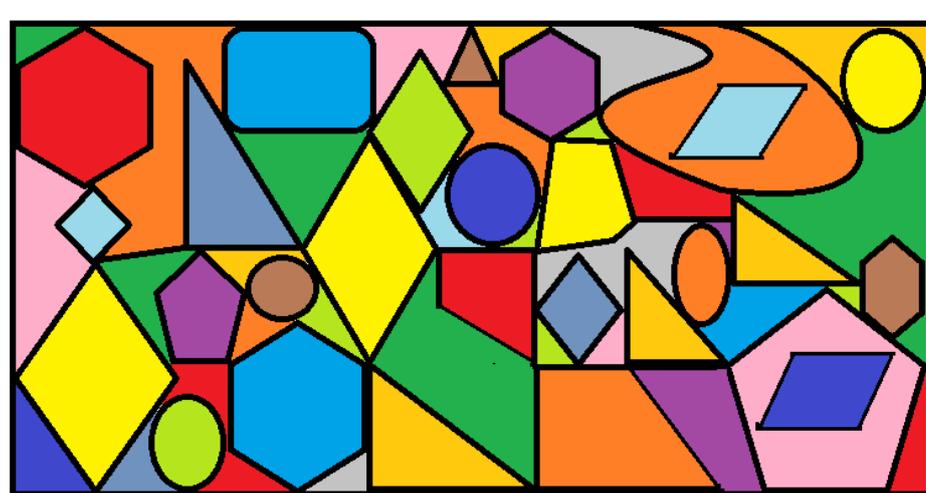
FASES DE APRENDIZAJE SEGÚN VAN HIELE	DESARROLLO DE LA ACTIVIDAD
<p>INFORMACION Primer momento</p>	<p>Mediante el uso de los palillos vamos a aproximarnos a los conceptos de punto, vértice, segmento, semirrecta y recta.</p> <p>Reunidos en grupos de 5 estudiantes formen diferentes figuras de forma libre. Socializa con tus compañeros y el docente acerca de lo que has creado.</p> <p>Atiende a las siguientes explicaciones⁴ teniendo en cuenta que la geometría necesita desarrollar su propio vocabulario y para desarrollarlo comenzamos con palabras que se obtienen de la vida cotidiana.</p> <p>El “punto” es una figura geométrica sin dimensión, tampoco tiene longitud, área, volumen, ni otro ángulo dimensional. No es un objeto físico. Describe una posición en el espacio, el inicio o final de una recta. Los bordes de estas figuras creadas las llamaremos “lados”. La zona donde los lados se cortan, se intersectan o se cruzan los llamaremos “vértices”.</p> <p>Aproximémonos a los conceptos, lee la siguiente información con el docente:</p> <p>Un SEGMENTO es una línea recta que tiene un punto de origen y un punto final.</p>  <p>Una SEMIRRECTA es una secuencia de puntos que se prolonga en un solo sentido y tiene un punto de origen. Pero no tiene punto final.</p>  <p>Una RECTA es una secuencia de puntos que se prolongan en sentidos opuestos y nunca tiene un fin.</p>  <p>El vértice es el punto de unión o corte de dos líneas o más.</p> 
<p>ORIENTACION DIRIGIDA Segundo momento</p>	<p>Utiliza los palillos y la plastilina para crear diferentes líneas en diferentes direcciones y con puntos de inicio, final o signo de prolongación (flecha), siguiendo las instrucciones del docente.⁵</p> <ul style="list-style-type: none"> • Punto de inicio o punto final. ➤ Para nosotros representará que no tiene fin. <p>_____ línea recta.</p>
<p>EXPLICITACION Tercer momento</p>	<p>Que hemos entendido por:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Vértice: _____ • Segmento: _____ • Semirrecta: _____ • Recta: _____

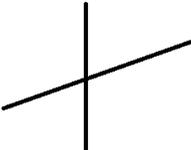
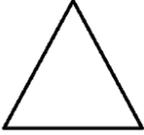
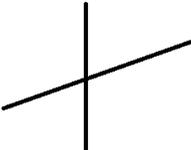
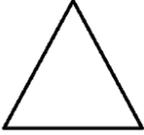
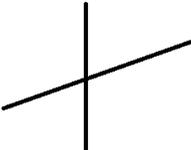
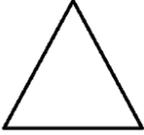
⁴ Los conceptos tomados para esta secuencia didáctica se basan en las traducciones de los libros de Euclides “*Los elementos*”.

⁵ Para nosotros se tomarán las siguientes convecciones para la presente situación didáctica: ● Punto.
➤ Continuidad de la línea, que no tiene fin.

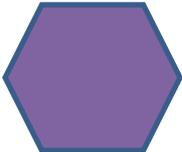
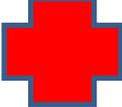
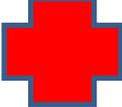
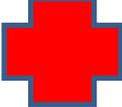
<p>ORIENTACION LIBRE Cuarto momento</p>	<p>Ahora utiliza las líneas adecuadas para construir las siguientes figuras. (Escribe al frente qué utilizaste: recta, semirrecta o segmento).</p> 
<p>INTEGRACIÓN Quinto momento</p>	<p>Elabora de manera creativa una figura libre sobre un octavo de cartulina con los palillos. Ahora traza con color amarillo los segmentos. De color verde las semirrectas. Y de color rojo las rectas. Explica a tus compañeros y docentes tu construcción e identificaciones de segmentos, semirrectas y rectas.</p>

	<p>SECRETARIA DE EDUCACION DE BOGOTA D.C. COLEGIO CIUDADELA EDUCATIVA DE BOSA</p>	
<p>SECUENCIA DIDÁCTICA “ LA GEOMETRÍA EN MI ESPACIO”</p>		
<p>SITUACIÓN DIDÁCTICA N. 2</p>		
<p>Propósito</p>	<p>Construir e identificar los polígonos hasta de seis lados, con sus características: nombre, número de lados, número de ángulos.</p>	
<p>Aprendizajes esperados</p>	<ul style="list-style-type: none"> ❖ Reconoce los polígonos regulares hasta de seis lados. ❖ Construye polígonos regulares hasta de seis lados con regla y compás manteniendo características propias de cada uno de ellos. ❖ Analiza las diferencias y similitudes de los polígonos regulares hasta de seis lados. 	
<p>Duración</p>	<p>1 sesión de 2 horas</p>	
<p>Materiales</p>	<p>Regla, colores, papel iris, tijeras, pegante, cartulina.</p>	

<p>FASES DE APRENDIZAJE SEGÚN VAN HIELE</p>	<p>DESARROLLO DE LA ACTIVIDAD</p>
<p>INFORMACION Primer momento</p>	<p>A partir de la construcción de un collage vamos a integrar y reconocer los polígonos (desde el triángulo hasta el hexágono). Observa.</p> 

	<p>La anterior imagen está compuesta por diferentes figuras geométricas, podrías decir cuáles de ellas consideras como polígonos.</p> <p>1 2 3 4 5 6</p> <p>¿Cuáles no consideras polígonos?</p> <p>1 2 3 4</p> <p>¿Por qué? _____</p> <p>¿Podrías decir que todo polígono es una figura geométrica? Si <input type="checkbox"/> No <input type="checkbox"/></p> <p>¿Por qué? _____</p> <p>¿Podrías decir que toda figura geométrica es un polígono? Si <input type="checkbox"/> No <input type="checkbox"/></p> <p>¿Por qué? _____</p>													
<p>ORIENTACION DIRIGIDA Segundo momento</p>	<p>Lee la siguiente información:</p> <p>Los polígonos son figuras formadas por varias líneas a las que llamamos lados. Para que una figura formada por líneas se considere un polígono es indispensable que estas líneas formen una figura cerrada⁶.</p> <p>Por ejemplo, dos líneas que se cruzan no pueden formar un polígono porque no encierran una superficie (área), por eso el polígono con el menor número de lados es el triángulo.</p> <p>Ejemplo:</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="width: 50%;"></td> <td style="width: 50%;"></td> </tr> <tr> <td>No es un polígono. No encierra un área, región o superficie.</td> <td>Es un polígono. Encierra un área, región o superficie.</td> </tr> </table> <p>Completa la siguiente tabla con ayuda del profesor:</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th style="width: 33%;">Polígono</th> <th style="width: 33%;">Nombre</th> <th style="width: 33%;">Numero de lados</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>			No es un polígono. No encierra un área, región o superficie.	Es un polígono. Encierra un área, región o superficie.	Polígono	Nombre	Numero de lados						
														
No es un polígono. No encierra un área, región o superficie.	Es un polígono. Encierra un área, región o superficie.													
Polígono	Nombre	Numero de lados												
														
														

⁶ En esta secuencia se entenderá por **figura cerrada** la disposición de líneas rectas que encierra un área o superficie determinada.

																		
																		
<p>EXPLICITACION Tercer momento</p>	<p>Con ayuda de regla y compás dibuja en el papel iris los polígonos presentados anteriormente, realiza varios polígonos de diferentes tamaños y recórtalos.</p> <p>Explica a compañeros y docente cómo siendo el mismo polígono de diferente tamaño conserva características como cantidad de lados y cantidad de vértices.</p>																	
<p>ORIENTACION LIBRE Cuarto momento</p>	<p>Completa y socializa con tus compañeros y el docente la siguiente tabla.</p>																	
	<table border="1"> <thead> <tr> <th data-bbox="502 1126 860 1160">Figura</th> <th data-bbox="866 1126 1249 1160">Porque SI es polígono</th> <th data-bbox="1249 1126 1583 1160">Porque No es polígono</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="502 1160 860 1285">  </td> <td data-bbox="866 1160 1249 1285"></td> <td data-bbox="1249 1160 1583 1285"></td> </tr> <tr> <td data-bbox="502 1285 860 1408">  </td> <td data-bbox="866 1285 1249 1408"></td> <td data-bbox="1249 1285 1583 1408"></td> </tr> <tr> <td data-bbox="502 1408 860 1532">  </td> <td data-bbox="866 1408 1249 1532"></td> <td data-bbox="1249 1408 1583 1532"></td> </tr> <tr> <td data-bbox="502 1532 860 1659">  </td> <td data-bbox="866 1532 1249 1659"></td> <td data-bbox="1249 1532 1583 1659"></td> </tr> </tbody> </table>	Figura	Porque SI es polígono	Porque No es polígono														
Figura	Porque SI es polígono	Porque No es polígono																
																		
																		
																		
																		
<p>INTEGRACIÓN Quinto momento</p>	<p>Reunidos en grupos de 5 estudiantes formen un collage con los diferentes polígonos construidos, pegándolos en una cartulina y creando un diseño original.</p>																	



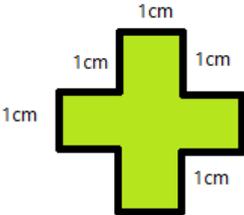
SECUENCIA DIDÁCTICA “ LA GEOMETRÍA EN MI ESPACIO”

SITUACIÓN DIDÁCTICA N. 3

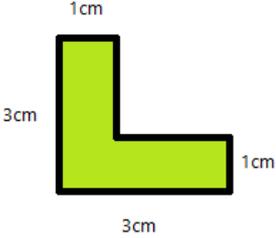
Propósito	Hallar el perímetro de diferentes figuras geométricas y el área de cuadrados.
Aprendizajes esperados	<ul style="list-style-type: none"> ❖ Diferencia área de perímetro. ❖ Realiza procedimientos efectivos para hallar áreas y perímetros de cuadrados . ❖ Soluciona situaciones problema en las que se necesitan hallar áreas y perímetros de cuadrados. ❖ Comprende la utilidad de calcular perímetros y áreas de cuadrados en situaciones de la vida cotidiana.
Duración	1 sesión de 2 horas
Materiales	Regla, cinta métrica, papel de colores, cuaderno.

FASES DE APRENDIZAJE SEGÚN VAN HIELE	DESARROLLO DE LA ACTIVIDAD
<p>INFORMACION Primer momento</p>	<p>Por medio de actividades prácticas en mi colegio aprenderé los conceptos de área y perímetro.</p> <p>Observa las siguientes figuras:</p> <div style="text-align: center;"> <p>Figura 1</p>  <p>Figura 2</p>  </div> <p>Si necesitaras medir toda la parte azul de estas dos figuras ¿Cómo lo harías?</p> <p>Figura 1: _____</p> <p>Figura 2: _____</p> <p>Las medidas de longitud están dadas en una sola dimensión, es una medida lineal.</p> <p>Ejemplo:</p>  <p>Para medir áreas o superficies como la del cuadrado usamos dos dimensiones (largo y ancho) y la medida se da siempre en unidades cuadradas (milímetros, centímetros, metros...)</p> <div style="text-align: center;">  </div>
<p>ORIENTACION DIRIGIDA Segundo momento</p>	<p>Al recorta un cuadrado de 1cm de cada lado la figura recortada tiene un centímetro cuadrado de área (centímetros cuadrados cm^2).</p>

En las siguientes figuras llamaremos a la región (interna) pintada de verde área, y a la medida de la línea negra que es el borde de la figura, lo llamaremos perímetro.
 Ahora construye las siguientes figuras y escribe cuantos cm^2 usaste para cada una de ellas:



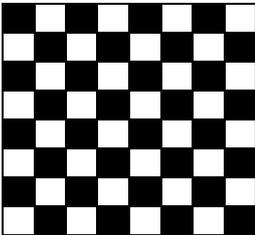
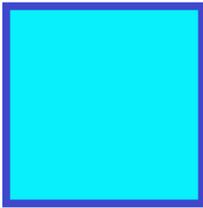
La región interna (área) mide: _____
 La línea negra (perímetro) mide: _____



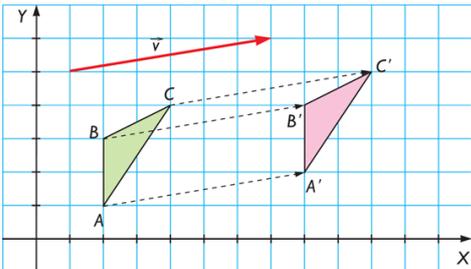
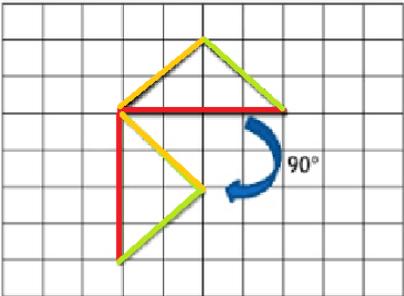
La región interna (área) mide: _____
 La línea negra (perímetro) mide: _____

Colorea de azul los términos que usarías para referirte al área y de amarillo los términos que usarías para referirte a perímetro.

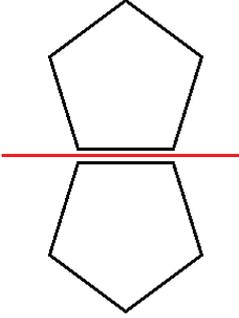
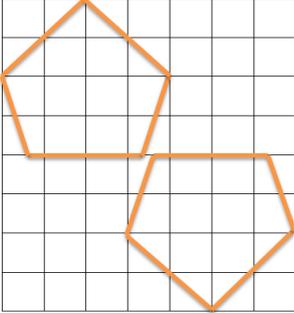
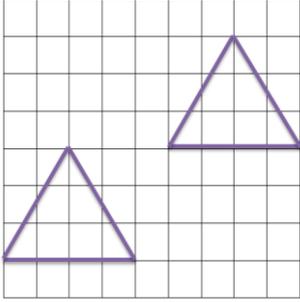
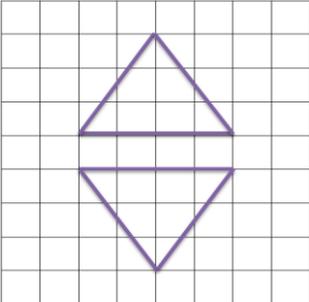
EXPLICITACION Tercer momento	contorno	frontera	zona
	borde	campo	límite
	superficie	periferia	alrededor
	exterior	región	interior

<p>ORIENTACION LIBRE Cuarto momento</p>	<p>Recuerda:</p> <ol style="list-style-type: none"> Para hallar el área de cuadrados y rectángulos basta con multiplicar dos de sus lados. Para el Área del Cuadrado: lado por lado y para el Área del rectángulo: lado corto por lado largo. <p>Con ayuda de la cinta métrica vamos a establecer cuál es el perímetro y el área del ajedrez del colegio (pasillo decorado con ajedrez en tableta)</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>Perímetro del ajedrez = _____</p> <p>Área del ajedrez = _____</p>
<p>INTEGRACIÓN Quinto momento</p>	<p>Resuelve las siguientes situaciones y realiza un gráfico para recrearlas.</p> <ol style="list-style-type: none"> Un granjero quiere saber cuánto alambre debe usar para cercar su finca. La finca tiene forma rectangular, sus lados largos miden 120 metros cada uno y sus lados cortos 90 metros cada uno. Se quiere pintar una pared rectangular que tiene un lado corto de 8 metros y un lado largo de 12 metros. ¿Cuánta pintura se gastara si un galón alcanza para $32 m^2$? Se necesita fabricar una cortina para una ventana cuadrada con lados de 4 metros. Además se necesita decorar dicha cortina por los cuatro lados con un encaje llamativo. ¿Cuánta tela se necesitara para fabricar la cortina? y ¿Cuánto encaje? <div style="display: flex; justify-content: center; gap: 20px; margin-top: 20px;"> <div style="text-align: center;">  </div> <div style="text-align: center;">  </div> </div>

SECUENCIA DIDÁCTICA “ LA GEOMETRÍA EN MI ESPACIO”	
SITUACIÓN DIDÁCTICA N. 4	
Propósito	Realizar traslaciones y rotaciones a diferentes figuras.
Aprendizajes esperados	<ul style="list-style-type: none"> ❖ Diferencia la traslación de la rotación. ❖ Identifica cuándo una figura fue trasladada o rotada. ❖ Realiza proceso de traslación y rotación a diferentes figuras.
Duración	1 sesión de 2 horas
Materiales	Regla, colores, lápiz, puntillas, lamina de madera y bandas de caucho.

FASES DE APRENDIZAJE SEGÚN VAN HIELE	DESARROLLO DE LA ACTIVIDAD
<p>INFORMACION Primer momento</p>	<p>Las figuras geométricas pueden tener movimientos en el plano⁷, usaremos material concreto de figuras en dos dimensiones que trabajaremos sobre una cuadrícula (que en matemáticas la llamamos plano), para interiorizar los movimientos de rotación, traslación y reflexión.</p> <p>La figura geométricas que tiene dos dimensiones (largo y ancho), en matemáticas las llamamos figuras 2D. Estas figuras pueden tener los siguientes movimientos en el plano:</p> <div style="text-align: center;"> <p>Traslación</p>  <p>Tomado de: http://matematicas-fatima-del-rosario.blogspot.com.co La figura se traslada y es idéntica a la figura original.</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>Rotación</p>  <p>Tomado de: https://beamancilla.wordpress.com/ El movimiento de rotación se caracteriza porque la figura gira sobre uno de sus puntos.</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>Reflexión</p> </div>

⁷ Tomando el concepto para matemáticas a partir de una cuadrícula con pares de coordenadas.

	 <p>La figura se refleja igual como en un espejo</p>
<p>ORIENTACION DIRIGIDA Segundo momento</p>	<p>Con la ayuda de la regla vamos a realizar rotaciones, traslaciones y reflexiones de figuras sencillas, para mayor precisión usemos hojas cuadriculadas.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-end;"> <div style="text-align: center;">  <p>Rotación</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>Traslación</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>Reflexión</p> </div> </div>
<p>EXPLICITACION Tercer momento</p>	<p>Con tus palabras puedes definir los procesos realizados anteriormente:</p> <p>Rotación: _____</p> <p>Traslación: _____</p> <p>Reflexión: _____</p> <p>Que conclusión podemos sacar de estos tres procesos:</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p>

ORIENTACION LIBRE
Cuarto momento

En cada situación escribe que movimiento realizó la figura:

INTEGRACIÓN
Quinto momento

Vamos a construir un plano conformado por una tabla de madera y puntillas.

Ahora vamos a realizar las siguientes figuras con una banda de caucho o lana de color y realizar los movimientos de rotación, traslación y reflexión para cada una de ellas:

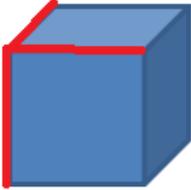
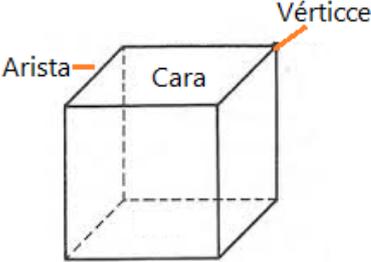
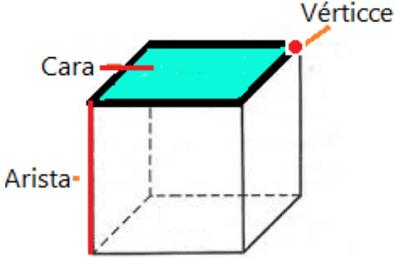
Verificación de los aprendizajes			
	Cuadrado	Pentágono	Triángulo equilátero
Rotación			
Traslación			
Reflexión			

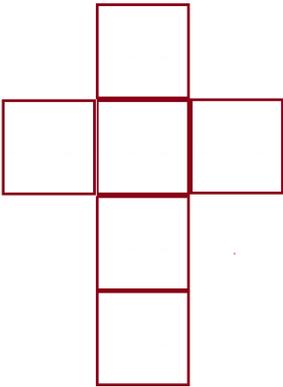
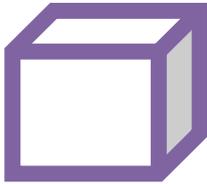
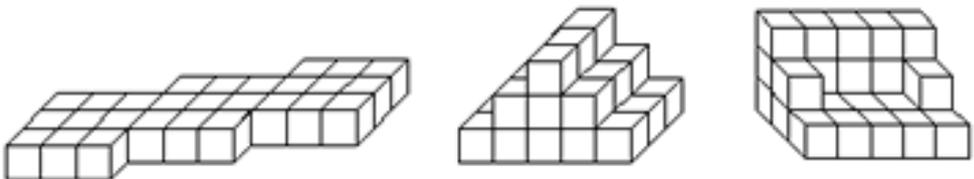
Para verificar lo realizado se usará una X cuando no realizó bien el movimiento y una V cuando este fue correcto.

Puedes jugar con tus compañeros a construir otras figuras.



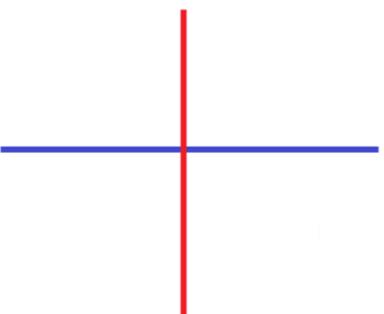
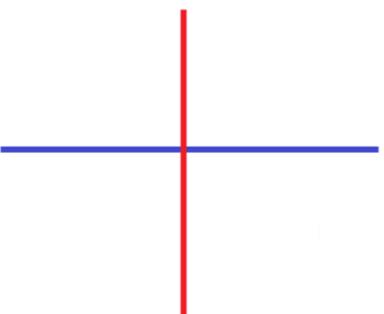
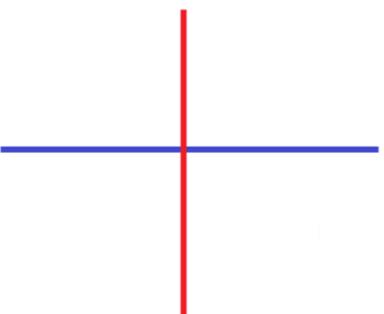
Propósito	Construcción del concepto de tridimensionalidad a partir del cubo.
Aprendizajes esperados	<ul style="list-style-type: none"> ❖ Diseña adecuadamente el molde de cubo. ❖ Construye cubos y señala sus partes. ❖ Deduce características (largo, ancho y profundo) de las figuras tridimensionales a partir del cubo. ❖ Realiza estructuras con los cubos aportando a su concepción de tridimensionalidad.
Duración	1 sesión de 2 horas
Materiales	Cartulina, colbón, regla, colores, marcadores, tijeras.

FASES DE APRENDIZAJE SEGÚN VAN HIELE	DESARROLLO DE LA ACTIVIDAD
<p>INFORMACION Primer momento</p>	<p>A partir de la construcción de estructuras sencillas vamos a aproximarnos al concepto de tridimensionalidad:</p> <p>Observa:</p> <div style="text-align: center;">  <p>Largo.</p>  <p>Largo y ancho.</p>  <p>Largo, ancho y profundo.</p> </div> <p>En cuantas dimensiones observas:</p> <p>La primera figura: _____</p> <p>La segunda figura: _____</p> <p>La tercera figura: _____</p> <p>En geometría un cubo es un cuerpo formado por seis caras que son cuadradas. Sus partes son:</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-end;"> <div style="text-align: center;">  </div> <div style="text-align: center;">  </div> </div>

<p>ORIENTACION DIRIGIDA Segundo momento</p>	<p>Elabora un molde para formar un cubo cada lado de las caras debe ser de 5 cm.</p>  <p>Forma el cubo y señala cada una de sus partes.</p> 
<p>EXPLICITACION Tercer momento</p>	<p>Puedes dar respuesta a los siguientes interrogantes:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. ¿Cuántas aristas podemos observar en nuestro cubo? _____ 2. ¿Cuántas caras y qué forma tienen? _____ 3. ¿Por qué decimos que el cubo tiene tres dimensiones? _____
<p>ORIENTACION LIBRE Cuarto momento</p>	<p>Observa estas figuras que están construidas a partir de cubos, calcula para cada una de ellas el número de cubos empleados.</p>  <p>_____</p>

INTEGRACIÓN Quinto momento	<p>Reproduce el molde las veces que se necesario y forma cubos de diferentes colores.</p> <p>Con los cubos construye estructuras y muéstralas a compañeros y docente.</p> <p>Marca falso o verdadero según tu desempeño:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Identifico las partes del cubo (_____) • Identifico cuando un molde me sirve para hacer un cubo (_____) • Soy capaz de calcular la cantidad de cubos usados en una imagen (_____) • Puedo decir con mis palabras por que el cubo es tridimensional (_____)
---	--

	SECRETARIA DE EDUCACION DE BOGOTA D.C. COLEGIO CIUDADELA EDUCATIVA DE BOSA	
SECUENCIA DIDÁCTICA “ LA GEOMETRÍA EN MI ESPACIO”		
SITUACIÓN DIDÁCTICA N. 6		
Propósito	Identificar líneas paralelas y líneas perpendiculares en diferentes polígonos.	
Aprendizajes esperados	<ul style="list-style-type: none"> ❖ Nombra las características de las líneas paralelas y las perpendiculares. ❖ Identifica situaciones de la cotidianidad donde usamos líneas paralelas y perpendiculares. ❖ Describe los requisitos que deben cumplir dos rectas para que sean paralelas o perpendiculares (desde la geometría plana). 	
Duración	1 sesión de 2 horas	
Materiales	Papel de colores, pegante, regla lápiz, lápices de colores.	
FASES DE APRENDIZAJE	DESARROLLO DE LA ACTIVIDAD	

SEGÚN VAN HIELE							
<p>INFORMACION Primer momento</p>	<p>Vamos a construir un tapete de colores donde se identifiquen las líneas paralelas y las líneas perpendiculares.</p> <p>Observa estos dos pares de líneas:</p>						
	<table border="1" style="width: 100%; height: 150px;"> <tr> <td style="text-align: center; vertical-align: middle;">  </td> <td style="text-align: center; vertical-align: middle;">  </td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"> <p>Estas dos líneas no están unidas por ninguno de sus puntos, y si las prolongamos dando continuidad en su dirección nunca se van a unir. A estas líneas las llamamos paralelas. (Desde la geometría plana o euclidiana).</p> </td> <td style="padding: 5px;"> <p>Estas dos líneas se cortan en un punto y forman cuatro ángulos rectos. A estas líneas las llamamos perpendiculares.</p> </td> </tr> </table>			<p>Estas dos líneas no están unidas por ninguno de sus puntos, y si las prolongamos dando continuidad en su dirección nunca se van a unir. A estas líneas las llamamos paralelas. (Desde la geometría plana o euclidiana).</p>	<p>Estas dos líneas se cortan en un punto y forman cuatro ángulos rectos. A estas líneas las llamamos perpendiculares.</p>		
							
<p>Estas dos líneas no están unidas por ninguno de sus puntos, y si las prolongamos dando continuidad en su dirección nunca se van a unir. A estas líneas las llamamos paralelas. (Desde la geometría plana o euclidiana).</p>	<p>Estas dos líneas se cortan en un punto y forman cuatro ángulos rectos. A estas líneas las llamamos perpendiculares.</p>						
<p>ORIENTACION DIRIGIDA Segundo momento</p>	<p>Con ayuda de la regla dale continuidad a las rectas y escribe si son paralelas o perpendiculares:</p> <table border="1" style="width: 100%; height: 150px;"> <tr> <td style="text-align: center; vertical-align: middle;">  </td> <td style="text-align: center; vertical-align: middle;">  </td> <td style="text-align: center; vertical-align: middle;">  </td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; vertical-align: middle;">  </td> <td style="text-align: center; vertical-align: middle;">  </td> <td style="text-align: center; vertical-align: middle;">  </td> </tr> </table>						
							
							

EXPLICITACION Tercer momento	Observa tu entorno y nombra situaciones donde se evidencia el uso de paralelas y perpendiculares:												
	<table border="1" style="width: 100%;"> <tr> <td style="width: 50%; text-align: center;">Líneas paralelas</td> <td style="width: 50%; text-align: center;">Líneas perpendiculares</td> </tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> </table>	Líneas paralelas	Líneas perpendiculares										
	Líneas paralelas	Líneas perpendiculares											
ORIENTACION LIBRE Cuarto momento	Dibuja un paisaje y colorea de azul las líneas paralelas y de amarillo las líneas perpendiculares.												
INTEGRACIÓN Quinto momento	<p>Vamos a construir un tapete de colores donde identifiquemos los conceptos de paralelas y perpendiculares.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Toma una hoja de papel iris y dóblala hasta que quede del ancho de una regla. 2. Repite el procedimiento con varias hojas en dos tonos diferentes (rojo y amarillo). 3. Ahora entrelaza las hojas de forma que las hojas rojas queden perpendiculares a las hojas amarillas. 4. Continúa el procedimiento hasta completar tu tapete. <p>Muestra tu trabajo a compañeros y docente y explícales donde se observan el concepto de paralelismo y donde el de perpendicularidad.</p>												



SECRETARIA DE EDUCACION DE BOGOTA D.C.
COLEGIO CIUDADELA EDUCATIVA DE BOSA



SECUENCIA DIDÁCTICA “ LA GEOMETRÍA EN MI ESPACIO”

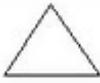
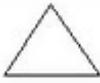
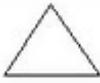
SITUACIÓN DIDÁCTICA N. 7

Propósito	Diferencia y clasifica polígonos según la simetría de sus lados.
Aprendizajes esperados	<ul style="list-style-type: none"> ❖ Nombra polígonos según su número de lados. ❖ Clasifica polígonos teniendo en cuenta la longitud de sus lados. ❖ Construye adecuadamente polígonos regulares y polígonos irregulares.
Duración	1 sesión de 2 horas
Materiales	Mandalas, colores, regla.

FASES DE APRENDIZAJE SEGÚN VAN HIELE	DESARROLLO DE LA ACTIVIDAD
---	-----------------------------------

<p>INFORMACION Primer momento</p>	<p>Aprenderemos a diferenciar los polígonos regulares de los irregulares a partir del coloreado y la construcción de mándalas⁸.</p> <p>Observa la siguiente mándala.</p> <div data-bbox="507 389 1583 913" style="border: 1px solid black; text-align: center;">  <p>Tomado de: https://es.pinterest.com</p> </div> <p>En ella podemos observar polígonos que tienen sus lados iguales (a éstos polígonos los llamaremos regulares), pero también se observan polígonos con sus lados de diferente longitud (a éstos polígonos los llamaremos irregulares)</p> <p>Polígono regular: Polígono en el cual todos sus lados son de igual longitud. Polígono irregular: Polígono en el cual sus lados no son de igual longitud.</p>
<p>ORIENTACION DIRIGIDA Segundo momento</p>	<p>Observa el siguiente mándala y colorea de tonos azules los polígonos regulares y de tonos verdes los polígonos irregulares.</p> <div data-bbox="884 1317 1193 1630" style="text-align: center;">  </div> <p>Tomado de http://www.colorear.net/dibujos/colorear-Mandalas-209.html</p>

⁸ **Mandala** es una estructura de diseños concéntricos que replican de alguna manera la composición fractal o repetitiva del Universo y de la naturaleza. **Mandala** viene del sánscrito que significa 'círculo' y representa mediante el equilibrio de los elementos visuales la unidad, la armonía y la infinitud del Universo.

EXPLICITACION Tercer momento	Teniendo en cuenta lo realizado anteriormente investiga el nombre de las siguientes figuras y escribe si son polígonos regulares o irregulares:																							
	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 33%;">Polígono</th> <th style="width: 33%;">Nombre</th> <th style="width: 33%;">Tipo de polígono: Regular/Irregular</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;"></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;"></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	Polígono	Nombre	Tipo de polígono: Regular/Irregular																				
	Polígono	Nombre	Tipo de polígono: Regular/Irregular																					
																								
																								
																								
																								
																								
																								
ORIENTACION LIBRE Cuarto momento	Con ayuda de regla construye diferentes polígonos y escríbeles si son regulares o irregulares.																							
INTEGRACIÓN Quinto momento	Diseña tu propio mándala coloréala y muéstrala a tus compañeros. Describiendo los polígonos usados para su construcción (regulares e irregulares).																							



SECRETARIA DE EDUCACION DE BOGOTA D.C.
COLEGIO CIUDADELA EDUCATIVA DE BOSA

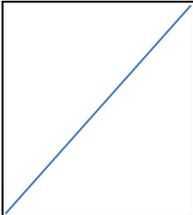
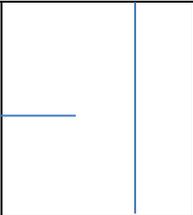
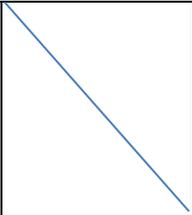
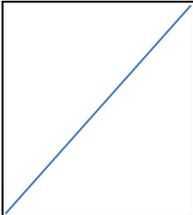
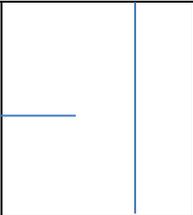
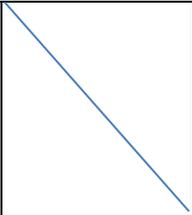
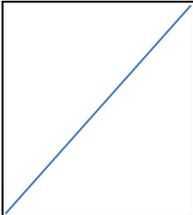
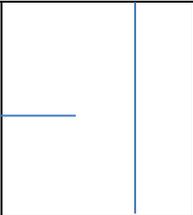
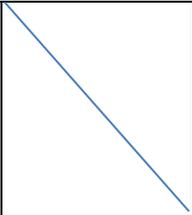


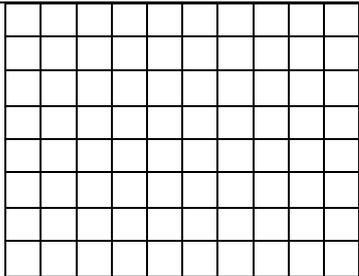
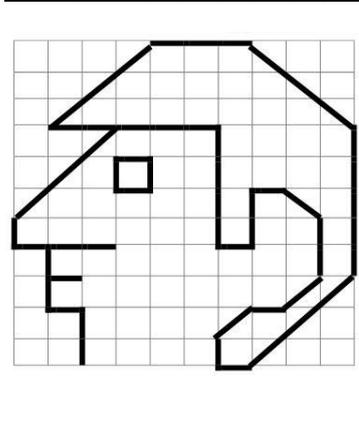
SECUENCIA DIDÁCTICA “ LA GEOMETRÍA EN MI ESPACIO”

SITUACIÓN DIDÁCTICA N. 8

Propósito	Reproduce y construye dibujos en cuadrícula.
Aprendizajes esperados	<ul style="list-style-type: none"> ❖ Identifica líneas horizontales, verticales y diagonales en dibujos en cuadrícula. ❖ Proyecta espacios y figuras al reproducir figuras en cuadrícula. ❖ Establece relaciones de simetría.
Duración	1 sesión de 2 horas

Materiales	Regla, lápiz, colores, hojas cuadrículadas.
------------	---

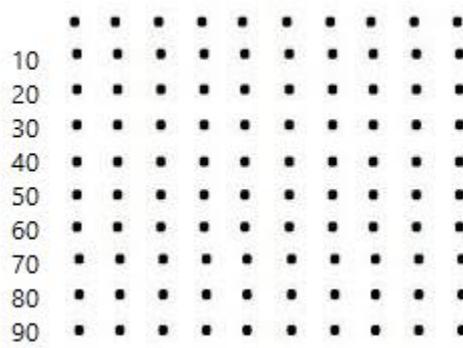
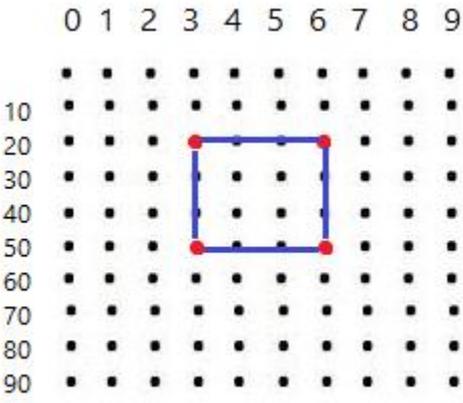
FASES DE APRENDIZAJE SEGÚN VAN HIELE	DESARROLLO DE LA ACTIVIDAD																					
<p>INFORMACION Primer momento</p>	<p>Vamos a reproducir dibujos en cuadrícula, reforzando conceptos de verticalidad, horizontalidad y diagonal.</p> <p>Las líneas rectas las encontramos en diferentes posiciones y direcciones, observa las siguientes líneas:</p> <table border="1" data-bbox="507 586 1580 1120"> <tr> <td data-bbox="507 586 1043 712">  </td> <td data-bbox="1043 586 1580 712"> Cuando está en esta posición la llamaremos <i>Línea horizontal</i> </td> </tr> <tr> <td data-bbox="507 712 1043 927">  </td> <td data-bbox="1043 712 1580 927"> Cuando está en esta posición la llamaremos <i>Línea vertical</i> </td> </tr> <tr> <td data-bbox="507 927 1043 1111">  </td> <td data-bbox="1043 927 1580 1111"> Cuando está en esta posición la llamaremos <i>Línea diagonal</i> </td> </tr> </table>			Cuando está en esta posición la llamaremos <i>Línea horizontal</i>		Cuando está en esta posición la llamaremos <i>Línea vertical</i>		Cuando está en esta posición la llamaremos <i>Línea diagonal</i>														
	Cuando está en esta posición la llamaremos <i>Línea horizontal</i>																					
	Cuando está en esta posición la llamaremos <i>Línea vertical</i>																					
	Cuando está en esta posición la llamaremos <i>Línea diagonal</i>																					
<p>ORIENTACION DIRIGIDA Segundo momento</p>	<p>Ahora puedes ubicar dentro de los siguientes cuadros las diferentes clases de líneas mencionadas.</p> <table border="1" data-bbox="507 1238 1278 1453"> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>																					
																						
<p>EXPLICITACION Tercer momento</p>	<p>Plantéate los siguientes interrogantes y contesta con tus palabras:</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ ¿Por qué las llamamos líneas verticales? _____ ➤ ¿Por qué las llamamos líneas horizontales? _____ ➤ ¿Por qué las llamamos líneas diagonales? _____ 																					
<p>ORIENTACION LIBRE Cuarto momento</p>	<p>Demuestra tus habilidades en el siguiente dibujo intentando reproducirlo:</p> <table border="1" data-bbox="866 1977 1222 2040"> <tr> <td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td> </tr> <tr> <td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td> </tr> </table>																					

			
			
<p>INTEGRACIÓN Quinto momento</p>	<p>Diseña tu propio dibujo en cuadrícula, con ayuda de regla y hojas cuadrículadas.</p> <p>Muestra a compañeros y docentes donde usaste líneas horizontales, líneas verticales y donde se puede ver un ejemplo de simetría.</p>		

	<p>SECRETARIA DE EDUCACION DE BOGOTA D.C. COLEGIO CIUDADELA EDUCATIVA DE BOSA</p>	
<p>SECUENCIA DIDÁCTICA “ LA GEOMETRÍA EN MI ESPACIO”</p>		
<p>SITUACIÓN DIDÁCTICA N. 9</p>		
<p>Propósito</p>	<p>Identificar como ubicar puntos en el geo-plano⁹.</p>	
<p>Aprendizajes esperados</p>	<ul style="list-style-type: none"> ❖ Reconoce el funcionamiento del plano para ubicar puntos. ❖ Ubica puntos en el plano, relacionando verticalidad y horizontalidad. ❖ Construye figuras a partir de puntos dados. 	
<p>Duración</p>	<p>1 sesión de 2 horas</p>	
<p>Materiales</p>	<p>Plano, regla, lápiz, colores.</p>	
<p>FASES DE APRENDIZAJE SEGÚN VAN HIELE</p>	<p>DESARROLLO DE LA ACTIVIDAD</p>	

⁹ Geo-plano: para esta investigación será un recurso didáctico compuesto por una cuadrícula a la cual se le asigna un valor numérico a cada punto del plano por medio de la combinación de los ejes verticales y horizontales.

<p>INFORMACION Primer momento</p>	<p>Vamos a descubrir las figuras a través de la ubicación de puntos en el plano.</p> <p>¿Alguna vez a has ayudado a tus padres a buscar una dirección? _____ ¿ Cómo están dadas las direcciones? _____</p> <p>Para entender un poco más vamos a tener en cuenta los puntos cardinales del plano: Norte, sur, oriente y occidente.</p> <p>Carreras, son las que van de norte a sur y calles son las que van de oriente a occidente.</p>
<p>ORIENTACION DIRIGIDA Segundo momento</p>	<p>Colorea de amarillo las calles y de azul las carrera. Los vértices (donde se une una calle con una carrera coloréalas de rojo:</p> <div style="text-align: center;"> </div> <p>Observa los vértices, si quisiéramos dar un número a estas ubicaciones lo podemos hacer con una pareja de números que representan un punto en el plano, primero el número de la calle y el segundo la carrera.</p>
<p>EXPLICITACION Tercer momento</p>	<p>Observa la imagen anterior y completa las demás parejas de números que deberían ir en las intersecciones entre calles y carreras.</p> <p>Observa las direcciones de diferentes calles cercanas a tu casa o colegio e interprétalas según lo aprendido en clase, en qué se parece, qué tienen de adicional o diferente.</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p>
<p>ORIENTACION LIBRE Cuarto momento</p>	<p>Para la siguiente actividad vamos a asignar a cada punto del plano un valor, compuesto por los ejes verticales y horizontales.</p> <p>Observa:</p>

	<div style="text-align: center;"> <p>0 1 2 3 4 5 6 7 8 9</p>  </div> <p>Tenemos la serie de números del 0 hasta el 99, si quieres conformar un número basta con ubicarnos en el eje horizontal y sumar el dígito que necesitas del eje vertical.</p> <p>Vamos a formar un cuadrado con los puntos; 23, 26, 56 y 53.</p> <div style="text-align: center;"> <p>0 1 2 3 4 5 6 7 8 9</p>  </div>
<p>INTEGRACIÓN Quinto momento</p>	<p>Demuestra tus destrezas para ubicarte en el geo-plano construyes la figura secreta:</p> <p>Debes ir uniendo los puntos en el orden dando:</p> <ul style="list-style-type: none"> • 27 • 75 • 4 • 55 • 21 • 53 • 27 • 73 • 26 • 72 • 76 • 22 <p>Si la figura secreta fue construida adecuadamente, la ubicación en el geo-plano fue correcta de lo contrario debes seguir practicando.</p>

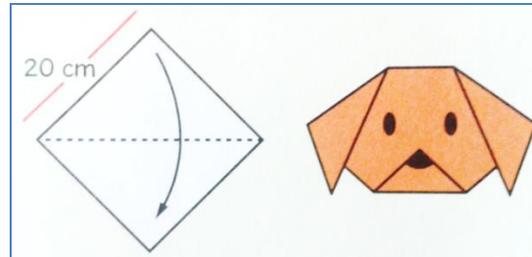
Anexo 2 Test diagnóstico y de evaluación

TEST

Responde cada una de las preguntas teniendo en cuenta las indicaciones dadas en cada uno de los enunciados.

Responde las preguntas 1 y 2 de acuerdo con la siguiente información:

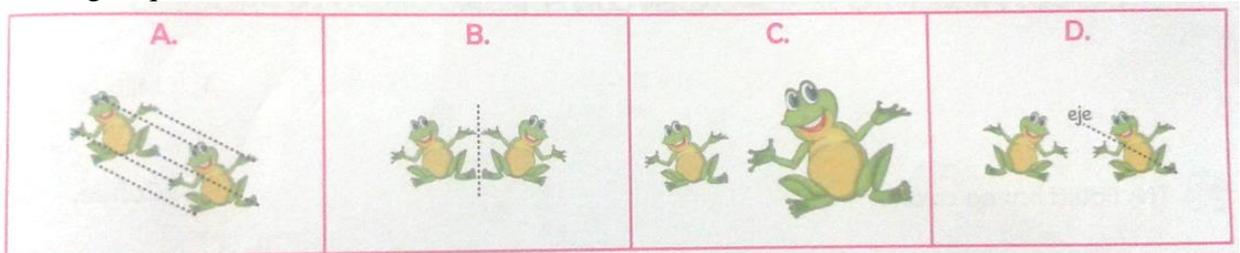
La figura muestra un plegado en forma de perro que se realizó usando una hoja cuadrada.



- a. En la cabeza del perro se pueden observar: 2 triángulos
 - b. 3 cuadrados
 - c. 2 cuadrados
 - d. 3 triángulos
1. La medida del borde (perímetro) de la hoja usada para el plegado es:
- a. 20 cm
 - b. 80 cm
 - c. 200 cm
 - d. 400 cm
2. Observa la siguiente figura:



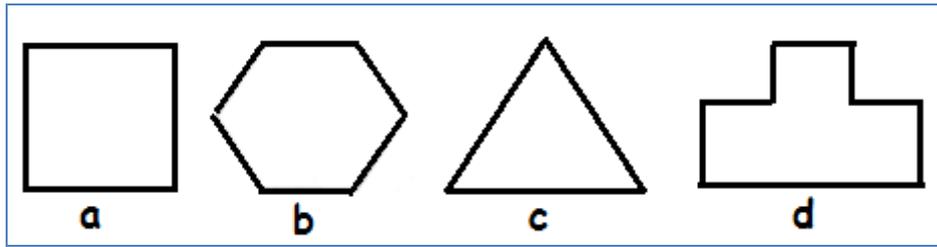
La imagen que muestra una traslación de la ranita es:



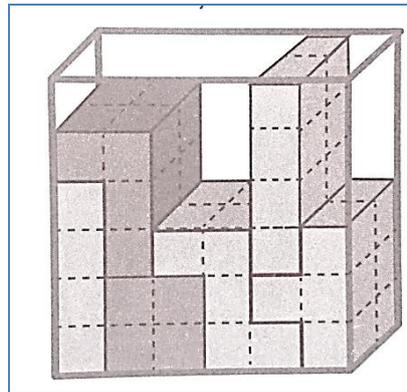
Sonia dibujó un polígono como este:



3. Un polígono que tiene la misma cantidad de lados que el polígono de Sonia es:

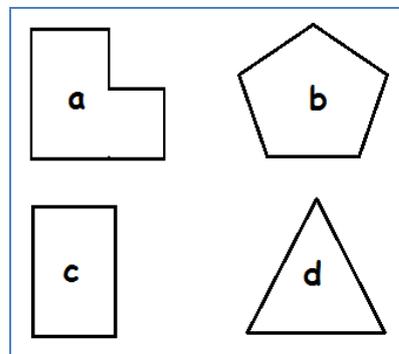


Observa el bloque:

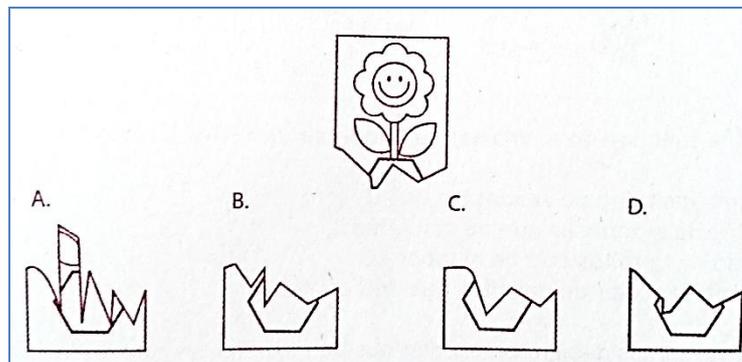


4. ¿Cuántos cubitos son necesarios para armar toda la figura?
- | | | | |
|----|----|----|----|
| a. | 60 | c. | 55 |
| b. | 56 | d. | 50 |

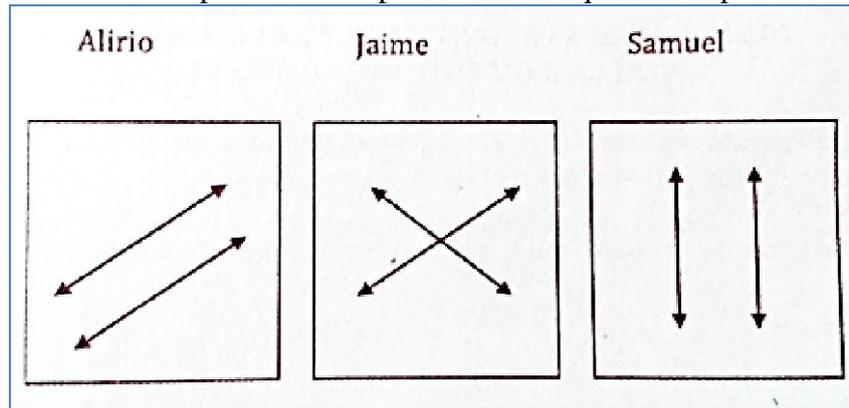
5. Para completar un rompecabezas, Fabián debe elegir una ficha con forma de pentágono. ¿Cuál de estas fichas debe elegir Fabián?



6. ¿Cuál es la parte del dibujo que completa perfectamente el afiche?



Tres estudiantes debían representar dos pares de rectas que fueran paralelas:

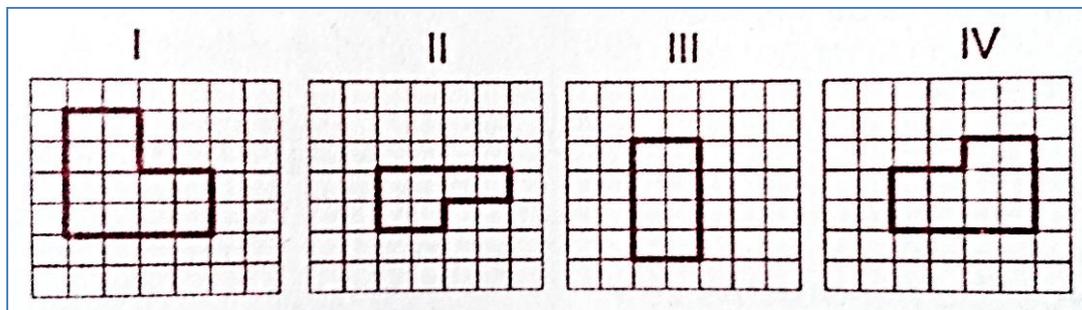


7. ¿Quiénes hicieron correctamente la tarea?

- a. Jaime solamente
- b. Alirio solamente
- c. Alirio y Samuel solamente
- d. Jaime y Samuel solamente

Responde las preguntas 9 y 10 de acuerdo con la siguiente información.

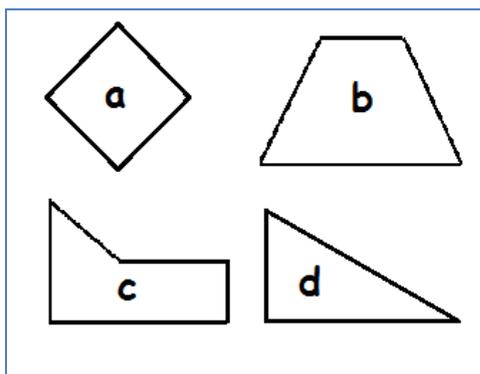
Liliana cortó algunas fichas en cartulina usando una cuadrícula en centímetros, observa:



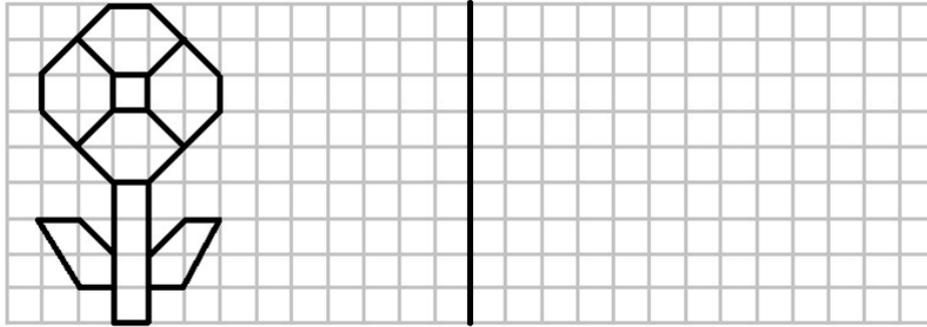
8. ¿Cuál es el perímetro de la ficha 3?
 - a. 8 cm
 - b. 10 cm
 - c. 12 cm
 - d. 14 cm

9. ¿Cuál de las fichas recubre mayor superficie?
 - a. ficha I
 - b. Ficha II
 - c. Ficha III
 - d. Ficha IV

10. Un polígono regular tiene todos sus lados de la misma medida. ¿Cuál de los siguientes polígonos es regular?



11. Reproduce el siguiente dibujo.



Observa la imagen.



12. El faro o torre se encuentra:
 - a. A la derecha del avión.
 - b. A la izquierda del avión.
 - c. Debajo del sol.
 - d. Debajo del agua.

13. En la parte superior derecha se encuentra:
 - a. El sol
 - b. La luna
 - c. El avión
 - d. La nube