

# ANÁLISIS DE LA FRACTALIDAD TEMPORAL DE LA PRECIPITACIÓN EN CATALUÑA DURANTE 2010 Y 2011

Oliver MESEGUER-RUIZ, Javier MARTÍN-VIDE  
*Grupo de Climatología, Universidad de Barcelona*  
oliver.meseguer@ub.edu, jmartinvide@ub.edu

## RESUMEN

Se ha estudiado la distribución temporal de los intervalos de precipitación de once observatorios en Cataluña durante los años 2010 y 2011 con una resolución semihoraria, desde períodos de 30 minutos hasta de 48 horas. Se analizó la fractalidad temporal de la precipitación, que tiene su expresión numérica en el concepto de dimensión fractal, y que podría relacionarse con la mayor o menor convectividad de la precipitación. También se han comparado, para los once observatorios, el semestre cálido con el semestre frío, y apreciándose diferencias entre ambos que dejan entrever la presencia de un patrón espacial, ya que cuanto más hacia el noreste, menor es la diferencia entre los dos semestres. Por último, es de gran interés comparar la dimensión fractal de dos años pluviométricamente distintos en Cataluña como han sido el 2010 y el 2011, destacando la importancia de los aportes de la precipitación convectiva en el total anual.

**Palabras clave:** Cataluña, dimensión fractal, distribución temporal, precipitación.

## ABSTRACT

We have studied the temporal distribution of precipitation ranges from eleven observatories in Catalonia during the years 2010 and 2011 with a half-an-hour resolution, from periods to 30 minutes to 48 hours. The temporal fractality of precipitation has been analyzed. Its numeric expression, the fractal dimension, could be related with convective precipitation. For the eleven observatories, the warm semester with the cool months have also been compared. The differences observed between the two show the presence of a spatial pattern, because the more to the northeast, the smaller the difference between the two semesters. Finally, it is of great interest to compare the fractal dimension of two hydrological years so different in Catalonia, such has been 2010 and 2011, highlighting the importance of the contributions of convective rainfall in the total annual precipitation.

**Key words:** Catalonia, fractal dimension, temporal distribution, precipitation.

## 1. INTRODUCCIÓN

### 1.1. Marco conceptual y estado de la cuestión

Fractal es una palabra inventada por Mandelbrot (1977) para reunir una clase de objetos que han desempeñado un papel histórico en el desarrollo de la Matemática del último tercio del siglo XX. Las

formas y las estructuras geométricas regulares de Euclides y sus dimensiones naturales dan paso a formas nuevas, complejas, pero en las que subyace una regularidad escalar con dimensiones fraccionarias.

El concepto de fractal se utiliza para hacer referencia a objetos demasiado irregulares como para ser descritos según la geometría tradicional, pero que tienen la importante propiedad de ser invariantes por cambio de escala. La geometría fractal (Mandelbrot, 1977) es una extensión de la geometría clásica y engloba la descripción, la clasificación y el análisis de subespacios geoméricamente “complicados”. Generalmente, la estructura y organización de un conjunto fractal no hace posible especificar donde -en lenguaje llano- se sitúa cada punto que lo compone. Por ello debe definirse alguna relación entre las diversas estructuras observadas en el mismo para varios niveles de resolución. Esta relación se formula cuantitativamente mediante el concepto de dimensión fractal, que describe el comportamiento escalar de las estructuras fractales.

Al igual que sucede con los objetos fractales, los procesos y sistemas invariantes por cambio de escala, no poseen una escala que los caracterice. Teniendo esto en cuenta, un proceso fractal es aquel en el que el mismo proceso elemental tiene lugar a distintas escalas, es decir, en el que una parte reproduce el todo. Para el intervalo de escalas analizadas, los estadísticos del proceso siguen leyes potenciales caracterizadas por sus exponentes. La relación entre los estadísticos para las diferentes escalas consistirá simplemente en cocientes de escala.

Tradicionalmente, el concepto de fractalidad ha sido utilizado en objetos con dimensiones espaciales, donde la noción de dimensión fractal es más evidente y de más fácil comprensión. Así, se han conseguido encontrar patrones espaciales de distribución de la precipitación que se corresponden con un objeto fractal (Pérez *et al.*, 2009). Sin embargo, mucho más raro es el concepto de fractalidad temporal. Se van a considerar los intervalos temporales en los que hay lluvia o no la hay, independientemente de la cantidad de lluvia aquí registrada, a partir de los cuales se va a realizar una aproximación fractal.

## 1.2. Objetivos y datos

El principal objetivo del trabajo es conocer la dimensión fractal temporal de los diferentes observatorios estudiados, tanto a resolución anual, como para el semestre frío (de octubre a marzo) y el cálido (de abril a septiembre). Como objetivos específicos, está hallar las pautas comportamentales de las diferencias de las dimensiones fractales anual y de los semestres frío y cálido, así como obtener el patrón espacial que explique los diferentes valores de fractalidad temporal de los observatorios.

El presente trabajo se ha llevado a cabo a partir de los datos que se encuentran en el sitio web del Servei Meteorològic de Catalunya ([www.meteo.cat](http://www.meteo.cat)). Desde este sitio, han sido descargados los datos proporcionados por la Xarxa d'Estacions Meteorològiques Automàtiques (XEMA) de una selección de aquellos observatorios con registros completos en los años 2010 y 2011, y a una resolución semihoraria (cada 30 minutos).

## 1.3. Área de estudio

El área de estudio en este trabajo se corresponde con Cataluña, a través de once observatorios meteorológicos repartidos regularmente en el territorio, con registros completos a resolución semihoraria en los años de estudio (Figura 1). La variedad geográfica del área de estudio queda

cubierta, en este primer análisis, con cinco observatorios litorales o prelitorales, cuatro en la depresión central catalana o en sus proximidades, y dos en la zona pirenaica.

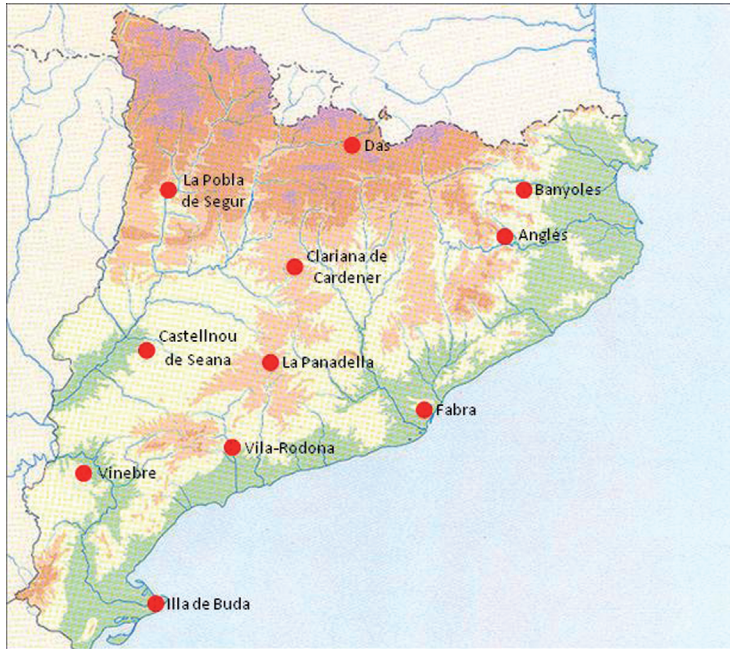


FIG. 1: *Distribución de los observatorios utilizados.*

## 2. METODOLOGÍA

En primer lugar, se han descargado todos los registros pluviométricos a resolución semihoraria para la totalidad de los días de los años 2010 y 2011, y para los once observatorios analizados. Se considera el período de 30 minutos como el intervalo unitario de base para llevar a cabo el análisis. A continuación se han establecido períodos que contuvieran 1, 2, 4, 6, 8, 12, 24, 48 y 96 intervalos unitarios, es decir, períodos de 30 minutos, 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 y 48 horas respectivamente, y se ha contabilizado en cuántos de ellos se registra alguna cantidad de precipitación.

Con estos datos, para determinar la dimensión fractal de la distribución temporal de la precipitación, el método más sencillo consiste en estimar la pendiente de la recta de regresión resultante de representar los pares de valores obtenidos a partir de los logaritmos en base 10 de  $n$ , extensión o longitud del intervalo, y de  $l(n)$ , número de intervalos con precipitación. En efecto, los logaritmos de esos pares de valores para cada observatorio se alinean con notable aproximación. La dimensión fractal  $D$  viene dada por  $1+\alpha$ , donde  $\alpha$  es el valor absoluto de la pendiente de la recta de regresión.

## 3. RESULTADOS:

Aplicada la metodología indicada para los once observatorios y para los dos años, 2010 y 2011, separando también los semestres frío y cálido en ambos casos, los resultados del conteo aparecen en las Tablas 1, 2 y 3.

Año	Valores de N para:	30 min	1 hora	2 horas	3 horas	4 horas	6 horas	8 horas	12 horas	24 horas	48 horas
2010	Anglés	1046	646	414	335	290	227	199	161	115	89
	Banyoles	998	620	405	312	269	224	191	154	118	83
	Castellnou de Seana	678	432	276	230	190	173	145	129	103	77
	Clariana de Cardener	880	559	374	299	257	210	182	151	118	85
	Das	899	586	398	326	275	237	215	170	127	92
	Fabra	1016	635	415	325	273	215	183	154	117	80
	Illa de Buda	705	456	306	248	222	191	167	147	117	84
	La Panadella	836	527	342	275	232	206	171	151	116	85
	La Pobla de Segur	900	596	395	321	274	221	198	166	114	84
	Vila-Rodona	752	488	325	264	228	188	158	138	102	76
Vinebre	629	396	264	215	191	162	147	123	99	74	
2011	Anglés	923	600	405	324	273	225	192	155	110	75
	Banyoles	877	598	367	289	243	192	164	132	92	64
	Castellnou de Seana	437	299	220	178	167	136	120	101	78	59
	Clariana de Cardener	592	393	271	213	184	150	132	109	80	64
	Das	682	442	302	246	216	177	161	127	98	68
	Fabra	690	439	297	243	207	169	147	126	91	64
	Illa de Buda	450	295	204	197	150	125	113	97	79	63
	La Panadella	614	431	309	255	231	193	170	148	122	90
	La Pobla de Segur	639	412	286	231	197	159	150	123	99	73
	Vila-Rodona	522	353	255	206	181	158	139	110	87	64
Vinebre	441	295	207	173	156	131	112	101	77	57	

TABLA 1: *Valores de n para cada intervalo seleccionado y observatorio durante los años 2010 y 2011.*

De esta manera, se puede establecer una recta de regresión para cada observatorio en los dos años estudiados, así como para cada uno de los semestres fríos y cálidos del bienio, como se puede ver, por ejemplo, en el gráfico 1, para el caso del observatorio de Anglés en el año 2010, donde  $\log n$  es el logaritmo en base 10 de la duración del intervalo y  $\log l(n)$  el logaritmo en base 10 del número de intervalos con precipitación contados. Las dimensiones fractales para cada caso se recogen en la tabla 4, así como el valor de la  $R^2$  de Pearson, que confirma que no es necesario llevar un conteo para periodos ni más finos ni más dilatados temporalmente hablando.

Año	Valores de N para:	30 min	1 hora	2 horas	3 horas	4 horas	6 horas	8 horas	12 horas	24 horas	48 horas
2010	Anglés	475	305	201	168	146	114	103	82	56	44
	Banyoles	451	293	197	153	133	112	95	76	57	39
	Castellnou de Seana	237	161	105	90	72	70	65	51	42	33
	Clariana de Cardener	350	229	161	133	116	98	87	72	59	42
	Das	488	320	217	179	153	129	118	90	69	48
	Fabra	363	233	160	131	114	93	83	71	56	39
	Illa de Buda	234	164	112	99	87	77	65	60	48	34
	La Panadella	296	196	132	112	93	88	72	62	50	34
	La Pobla de Segur	362	243	168	139	124	98	93	77	55	41

Año	Valores de N para:	30 min	1 hora	2 horas	3 horas	4 horas	6 horas	8 horas	12 horas	24 horas	48 horas
<b>2010</b>	Vila-Rodona	257	178	124	103	87	75	66	58	44	31
	Vinebre	219	143	96	79	73	61	58	47	39	31
<b>2011</b>	Anglés	304	208	151	128	112	97	86	70	52	37
	Banyoles	294	200	131	110	90	77	70	59	43	33
	Castellnou de Seana	110	80	63	54	45	44	33	32	25	21
	Clariana de Cardener	239	170	120	100	87	73	67	56	44	35
	Das	312	215	157	132	121	103	93	77	59	41
	Fabra	202	135	97	84	72	59	51	47	39	31
	Illa de Buda	110	79	60	51	49	44	38	38	34	27
	La Panadella	170	132	102	89	80	72	62	57	51	40
	La Pobla de Segur	269	187	141	114	101	83	81	65	55	42
	Vila-Rodona	167	116	91	74	64	58	52	42	36	39
	Vinebre	105	74	57	48	47	41	36	32	27	21

TABLA 2: Valores de  $n$  para cada intervalo seleccionado y observatorio durante los semestres cálidos de los años 2010 y 2011.

Año	Valores de N para:	30 min	1 hora	2 horas	3 horas	4 horas	6 horas	8 horas	12 horas	24 horas	48 horas
<b>2010</b>	Anglés	475	305	201	168	146	114	103	82	56	44
	Banyoles	451	293	197	153	133	112	95	76	57	39
	Castellnou de Seana	237	161	105	90	72	70	65	51	42	33
	Clariana de Cardener	350	229	161	133	116	98	87	72	59	42
	Das	488	320	217	179	153	129	118	90	69	48
	Fabra	363	233	160	131	114	93	83	71	56	39
	Illa de Buda	234	164	112	99	87	77	65	60	48	34
	La Panadella	296	196	132	112	93	88	72	62	50	34
	La Pobla de Segur	362	243	168	139	124	98	93	77	55	41
	Vila-Rodona	257	178	124	103	87	75	66	58	44	31
	Vinebre	219	143	96	79	73	61	58	47	39	31
<b>2011</b>	Anglés	304	208	151	128	112	97	86	70	52	37
	Banyoles	294	200	131	110	90	77	70	59	43	33
	Castellnou de Seana	110	80	63	54	45	44	33	32	25	21
	Clariana de Cardener	239	170	120	100	87	73	67	56	44	35
	Das	312	215	157	132	121	103	93	77	59	41
	Fabra	202	135	97	84	72	59	51	47	39	31
	Illa de Buda	110	79	60	51	49	44	38	38	34	27
	La Panadella	170	132	102	89	80	72	62	57	51	40
	La Pobla de Segur	269	187	141	114	101	83	81	65	55	42
	Vila-Rodona	167	116	91	74	64	58	52	42	36	39
	Vinebre	105	74	57	48	47	41	36	32	27	21

TABLA 3: Valores de  $n$  para cada intervalo seleccionado y observatorio durante los semestres fríos de los años 2010 y 2011.

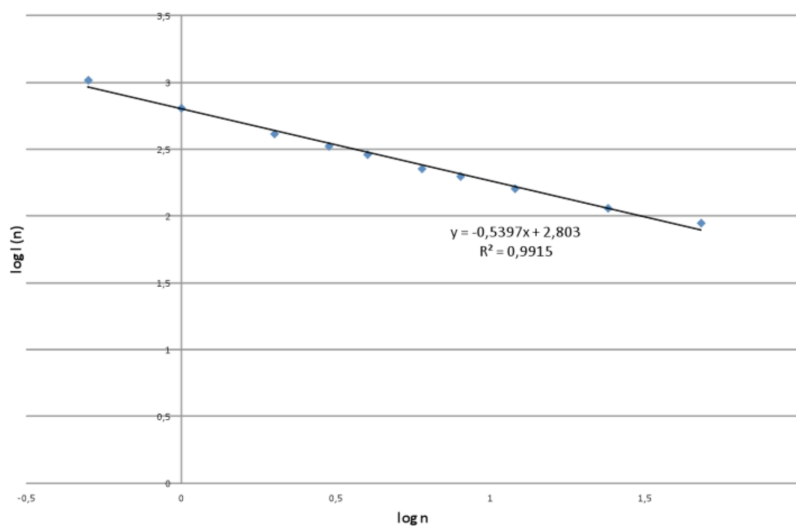


GRÁFICO 1: Ajustes gráficos de los valores de  $n$  y  $l(n)$  para Inglés durante el año 2010.

En este caso, el valor de  $D$  es de 1,5397, con una  $R^2$  de Pearson de 0,9915.

		Anual		Semestre cálido		Semestre frío	
		D	R <sup>2</sup>	D	R <sup>2</sup>	D	R <sup>2</sup>
<b>2010</b>	Anglés	1,5397	0,9915	1,5226	0,9956	1,5554	0,9854
	Banyoles	1,5362	0,9913	1,5279	0,9965	1,5435	0,9843
	Castellnou de Seana	1,4632	0,9763	1,4223	0,9753	1,4896	0,9732
	Clariana de Cardener	1,5048	0,9906	1,4512	0,9913	1,5487	0,9905
	Das	1,4893	0,9947	1,4966	0,9961	1,4808	0,9917
	Fabra	1,5504	0,9919	1,4735	0,9906	1,6066	0,993
	Illa deBuda	1,4479	0,984	1,4052	0,9894	1,4735	0,9798
	La Panadella	1,4883	0,9837	1,4544	0,9889	1,51	0,9781
	La Pobla de Segur	1,5159	0,9966	1,4693	0,9959	1,5533	0,9967
	Vila-Rodona	1,4977	0,9922	1,4523	0,9947	1,5263	0,9895
	Vinebre	1,4531	0,9813	1,417	0,9762	1,4754	0,9836
<b>2011</b>	Anglés	1,5433	0,9988	1,4492	0,9984	1,6086	0,9989
	Banyoles	1,5745	0,9972	1,4764	0,9913	1,6493	0,999
	Castellnou de Seana	1,4331	0,9964	1,3675	0,9858	1,4612	0,9951
	Clariana de Cardener	1,4941	0,9919	1,4223	0,9923	1,5604	0,9926
	Das	1,4922	0,9954	1,4269	0,9968	1,5688	0,9919
	Fabra	1,5094	0,9953	1,4074	0,9794	1,5713	0,9977
	Illa deBuda	1,4239	0,9801	1,2904	0,9568	1,4919	0,9874
	La Panadella	1,413	0,9917	1,3138	0,9877	1,4684	0,9944
	La Pobla de Segur	1,4666	0,9897	1,4017	0,989	1,5318	0,9866
	Vila-Rodona	1,453	0,996	1,3822	0,9885	1,4964	0,9979
	Vinebre	1,4364	0,9925	1,338	0,9887	1,4784	0,994

TABLA 4: Valores de  $D$  y  $R^2$  para cada observatorio durante el periodo estudiado.

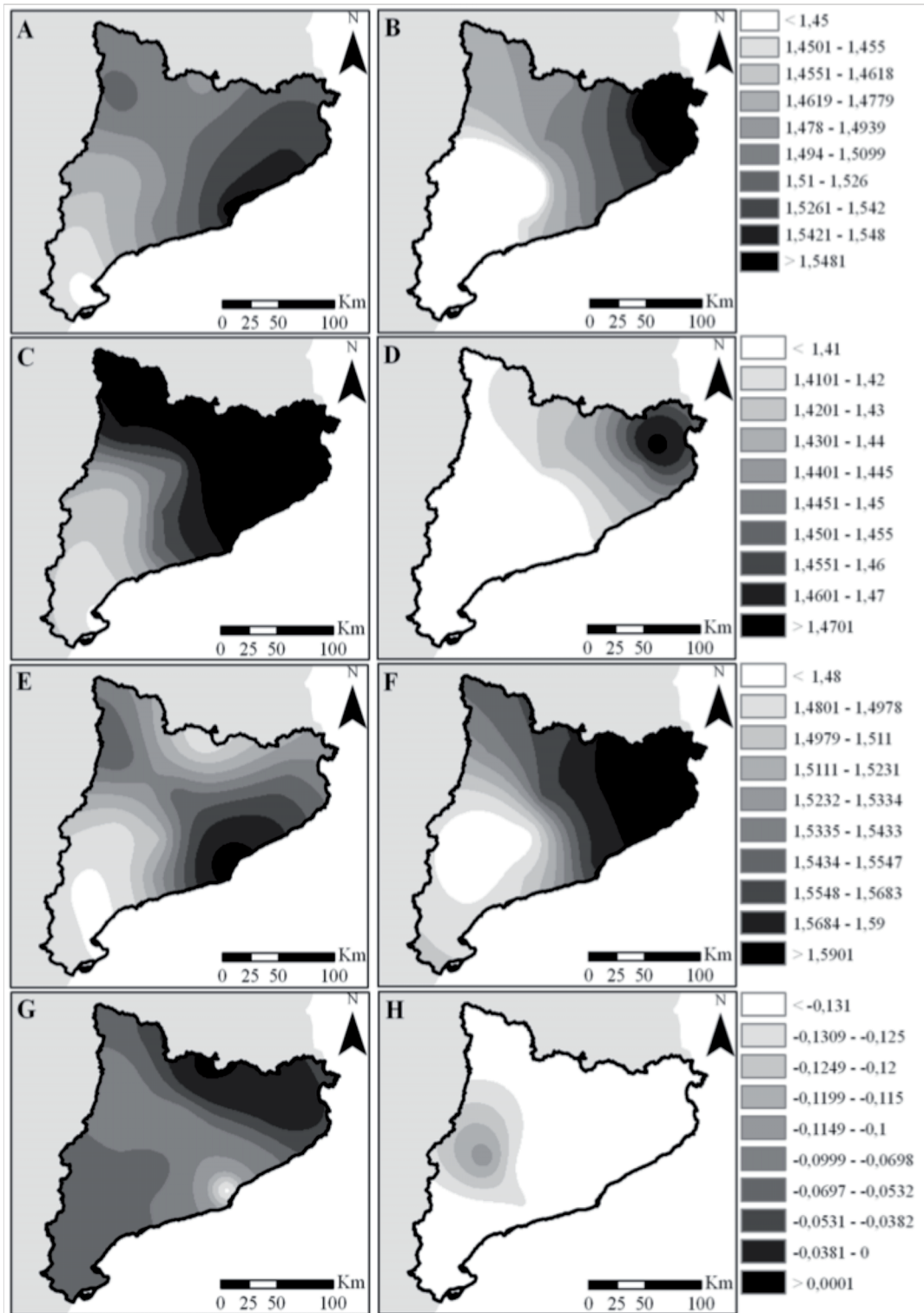


FIG. 2: Valores de  $D$  para el año 2010 (A) y 2011 (B), semestre cálido de 2010 (C) y de 2011 (D), semestre frío de 2010 (E) y 2011 (F), y diferencia entre ambos para 2010 (G) y 2011 (H)

En ambos años, el valor de  $D$  para el semestre frío es superior al valor de  $D$  para el semestre cálido, con la excepción del observatorio de Das en 2010. Por otra parte, nótese las notables diferencias de la distribución de la precipitación que ha habido entre los años 2010 y 2011, siendo el primero un año relativamente anómalo pluviométricamente hablando, con importantes precipitaciones en verano, y numerosos días de lluvia relativamente débil durante los meses fríos del año. Así, el observatorio de Das tiene una dimensión fractal del semestre cálido superior a la del semestre frío en el año 2010.

Cartográficamente, se representan en la Figura 2 los valores de  $D$  para Cataluña en los años 2010 y 2011, donde se puede apreciar lo diferentes que han sido, los dos mencionados períodos. Además, y para poder apreciar mejor esto último, también se representan los valores de  $D$  para los dos semestres cálidos, los dos semestres fríos, y las diferencias entre el semestre cálido y el semestre frío para cada año, respectivamente.

No se aprecia un patrón espacial claro, pero sí que se advierte una ligera disminución del valor de la dimensión fractal de la temporalidad de la precipitación en el tercio más meridional del país, es decir, un pequeño gradiente latitudinal, con influencia marítima. Este patrón geográfico, según el que se dan los valores de  $D$  más elevados al noreste y los más bajos al suroeste, parece responder a un efecto directo de la latitud, con marcada influencia marítima. Esto se ve bien en los mapas para los años enteros 2010 y 2011, semestres cálidos 2010 y 2011 y semestre frío 2011, no así para el semestre frío del año 2010.

Por lo que se refiere a la diferencia de los valores de  $D$  para los semestres cálido y frío, no aparece un patrón espacial claro. Sí que se puede decir que en el año 2011 estas diferencias en Cataluña, todas negativas, siendo los valores de  $D$  del semestre frío ampliamente superiores a los del semestre cálido. Para el año 2010, las diferencias no fueron tan importantes, excepto para el ya mencionado caso de Das, donde el valor de  $D$  para el semestre cálido fue superior al del semestre frío.

Fig. 2: Valores de  $D$  para el año 2010 (A) y 2011 (B), semestre cálido de 2010 (C) y de 2011 (D), semestre frío de 2010 (E) y 2011 (F), y diferencia entre ambos para 2010 (G) y 2011 (H).

#### 4. CONCLUSIONES E INVESTIGACIONES FUTURAS

Las dimensiones fractales ( $D$ ) anuales halladas van de 1,5745 en Banyoles (2011) a 1,413 en La Panadella (2011). Para el semestre cálido, los valores extremos corresponden a 1,5279 en Banyoles (2010) y 1,2904 en Illa de Buda (2011), y para el semestre frío, el máximo corresponde a 1,6493, de nuevo en Banyoles (2011) y el mínimo a 1,4612 en Castellnou de Seana (2011).

El valor de  $D$  del semestre frío es superior al del semestre cálido en todos los observatorios menos en el caso de Das en 2010. Asimismo, los años 2010 y 2011 han sido muy diferentes en cuanto a pluviometría se refiere.

Existe un patrón espacial con gradiente noreste-suroeste, que responde a un efecto de la latitud y con una influencia del Mediterráneo. Esto no queda tan evidente para el semestre frío del año 2010, por lo que es interesante seguir con este estudio para otros años para comprobar si se trató de un período anormal.

De todos los mapas elaborados con datos directos, sólo el del semestre frío del año 2010 se presenta en discordancia con los demás, y ello puede haberse debido a que en este caso, se registró un invierno anormalmente lluvioso en Cataluña, aunque se hacen necesarios más años de estudio para poder confirmar o desmentir esta hipótesis. También puede deberse a un año también de pluviometría distinta en Das, que haya podido distorsionar los resultados.



El concepto de la dimensión fractal de la distribución temporal de la precipitación es representativo parece correlacionarse con un mayor o menor índice de concentración horaria de la lluvia registrada. Lo más destacable de esto último es que dimensión fractal temporal de la precipitación un nuevo indicador sobre el comportamiento dispar de esta variable meteorológica en el área mediterránea, a escala interanual.

Sin embargo, en la naturaleza existen determinados procesos geofísicos y sistemas que no pueden estudiarse como conjuntos simples, ya que se caracterizan por diferentes niveles de intensidad, y no pueden describirse simplemente en función de, por ejemplo, su ocurrencia o no ocurrencia. Debe recurrirse para ello a la teoría multifractal que facilita el estudio de procesos no lineales que presentan diferentes niveles de intensidad. En lugar de trabajar con una escala simple (como en el caso de los fractales), se utiliza el concepto de escala múltiple. El término *multifractal* hace referencia a medidas caracterizadas por un conjunto infinito de índices de escala o dimensiones fractales (Frisch y Parisi, 1985). Desde esta perspectiva se quiere abordar el análisis de la fractalidad temporal de la precipitación en el futuro.

### **Agradecimientos**

Esta investigación está financiada por el Programa de Formación de Profesorado Universitario del Ministerio de Educación. Además, también se inserta dentro del proyecto PRECABAL (CGL2011-29263-C02-01) del Ministerio de Ciencia e Innovación, y en el marco de las investigaciones del Grupo de Climatología de la Universidad de Barcelona (2009 SGR 443). El autor principal también quiere mostrar su agradecimiento a Pablo Sarricolea por su ayuda en la elaboración de la cartografía.

### **BIBLIOGRAFÍA**

- Amaro, I.R.; Demey, J.R. y Macchiavelli, R. (2004). "Aplicación del Análisis R/S de Hurst para estudiar las propiedades fractales de la precipitación en Venezuela". *Interciencia*, 29/011, pp. 617-620.
- García Marín, A.P. (2007). *Análisis multifractal de series de datos pluviométricos en Andalucía*. Tesis doctoral, Universidad de Córdoba, 162 pp.
- Frisch, U. y Parisi, G. (1985). *Fully developed turbulence and intermittency*, en Frisch, U. y Parisi, G. (1985). *Turbulence and Predictability in Geophysical Fluid Dynamics*. International School of Physics Enrico Fermi, Amsterdam, pp. 359-367.
- Lovejoy, S. y Mandelbrot, B.B. (1985). "Fractal properties of rain, and a fractal model". *Tellus*, 37A, pp. 209-232
- Mandelbrot, B.B. (1977). *The Fractal Geometry of Nature*. W.H. Freeman and Company, New York, 469 pp.
- Mandelbrot, B.B. (1989). "Multifractal measures, especially for the Geophysicist". *PAGEOPH*, Vol. 131, 38 pp.
- Martín-Vide, J. (1992). "Dimensión fractal de las costas gallega y catalana". *Notes de Geografia Fisica*, 20-21 (1991-1992), pp. 131-136
- Pérez, S.P.; Sierra, E.M.; Massobrio, M.J. y Momo, F.R. (2009). "Análisis fractal de la precipitación anual en el este de la Provincia de la Pampa, Argentina". *Revista de Climatología*, Vol. 9, pp. 25-31

