

$\rho\pi$ -Zustände  
in der  
Antiproton-Neutron-Annihilation  
in  $\pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0$

FRANK MEYER-WILDHAGEN



München 2004



$\rho\pi$ -Zustände  
in der  
Antiproton-Neutron-Annihilation  
in  $\pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0$

**Dissertation**  
**der Fakultät für Physik**  
**der Ludwig-Maximilians-Universität**  
**München**

vorgelegt von

FRANK MEYER-WILDHAGEN

aus München

München, den 18. Mai 2004

Erstgutachter: Prof. Dr. W. Dünneweber  
Zweitgutachter: Prof. Dr. O. Biebel  
Tag der mündlichen Prüfung: 12. Juli 2004

## Zusammenfassung

Das Ziel der vorliegenden Arbeit war es, die Natur von exotischen Resonanzen im mesonischen Spektrum unterhalb von  $2 \text{ GeV}/c^2$  zu untersuchen. Hierzu wurden Antiproton-Neutron Annihilationen gestoppter Antiprotonen, aus der LEAR Anlage des CERN, in einem flüssigen Deuteriumtarget untersucht. Die insgesamt  $5,2 \cdot 10^6$  Ereignisse mit einer Driftkammerspur, aufgenommen von dem fast den gesamten Raumwinkel umfassenden Crystal-Barrel Detektor, lieferten nach einer Selektion und einem kinematischen Fit ein praktisch untergrundfreies Datensample mit  $144.114 \bar{p}n \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0$  Ereignissen. Mit Hilfe von Monte-Carlo Simulationen konnte das absolute Verzweigungsverhältnis dieses Kanals zu  $BR(\bar{p}n \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0) = (7,6 \pm 0,4) \cdot 10^{-2}$  bestimmt werden.

Die vollständige Partialwellenanalyse dieses Kanals brachte neben den starken Beiträgen der  $\rho(770) \times (\pi^0 \pi^0)_S$  und  $\rho(770) \times f_2(1270)$  Amplitude, auch eine  $\rho' \times (\pi^0 \pi^0)_S$  Amplitude mit einer Masse von  $1280 \text{ MeV}/c^2$  für das  $\rho'$ . Das aus  $4\pi$  und  $K\bar{K}$  Zerfällen bekannte  $\rho'(1450)$  wurde nicht gesehen. Damit wird die vermutete Aufspaltung in zwei verschiedene  $\rho'$  Zustände bestätigt, von denen nur einer als radiale  $\rho$ -Anregung in das Konstituenten-Quarkmodell paßt.

Klare Evidenzen gibt es auch für  $(\rho\pi)_x \times \pi$  Amplituden mit Resonanzen  $x = a_{1,2}$  und  $\pi_{0,1,2}$ . Oberhalb des wohl bekannten  $a_1(1260)$  konnten zwei zusätzliche  $1^{++}$  Resonanzen in ihren Zerfällen in die  $\rho\pi$ -S und -D Welle nachgewiesen werden. Das  $a_1(1550)$  kann aufgrund seines starken Zerfalls in die  $\rho\pi$ -S Welle keine radiale Anregung des  $a_1(1260)$  sein, während für das  $a_1(1850)$  das charakteristische Verhältnis  $\Gamma(\rho\pi)_D/\Gamma(\rho\pi)_S \gg 1$  einer radialen Anregung des  $a_1(1260)$  ermittelt wurde.

Die Identifikation des  $\pi(1300)$  als radiale Anregung des  $\pi$  Mesons bestätigte sich durch den starken Zerfall in  $\rho\pi$  und den kleinen Beitrag in  $(\pi^0 \pi^0)_S \pi$ . Ein weiteres  $\pi$  Meson bei  $1800 \text{ MeV}/c^2$  wurde erstmalig im  $\rho\pi$  und  $\rho'\pi$  Zerfall nachgewiesen, jedoch gibt der Vergleich der Partialbreiten in  $\rho\pi$ ,  $\rho'\pi$  und  $(\pi^0 \pi^0)_S \pi$  mit der theoretischen Vorhersage für die zweite radiale Anregung Rätsel auf.

In der  $\rho\pi$ -P Welle wurde eine exotische Resonanz bei  $1450 \text{ MeV}/c^2$  mit den exotischen Quantenzahlen  $J^{PC} = 1^{-+}$ , die prinzipiell nicht mit  $q\bar{q}$  gebildet werden können, nachgewiesen. Die Evidenz für ein  $\pi_1 \rightarrow \rho\pi$  bei  $1,6 \text{ GeV}/c^2$ , welches in anderen Experimenten gesehen wurde, ist dagegen sehr schwach. Es stellt sich die Frage, ob das hier gefundene  $\pi_1(1450)$  mit dem exotischen  $\pi_1(1400)$  identisch ist, das bisher nur als  $\eta\pi$  Resonanz bekannt ist. Ein Vergleich der relativen  $\pi_1$  Produktionsstärken in der atomaren  $\bar{p}n$  S- und P-Welle zeigt, daß die  $\rho\pi$  und  $\eta\pi$  Resonanzen verschiedene Zustände sind.



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Physikalische Grundlagen</b>	<b>10</b>
2.1	Die Anfangszustände des $\bar{p}n$ -Systems . . . . .	10
2.1.1	Die Erhaltungsgrößen des $\bar{p}n$ -Systems . . . . .	10
2.1.2	Annihilation aus der $S$ - und $P$ -Welle . . . . .	12
2.2	Das Quarkmodell und die Mesonen . . . . .	13
2.2.1	Die Eigenschaften der Mesonen . . . . .	14
2.3	Das Meson–Antimeson System . . . . .	16
<b>3</b>	<b>Das Crystal–Barrel Experiment</b>	<b>18</b>
3.1	Der LEAR am CERN . . . . .	18
3.2	Der Crystal–Barrel Detektor . . . . .	19
3.3	Die Jet–Driftkammer . . . . .	20
3.4	Das elektromagnetische Kalorimeter . . . . .	21
3.5	Das Triggersystem . . . . .	23
3.6	Die Kalibration . . . . .	24
3.6.1	Die Kalibration der JDC . . . . .	24
3.6.2	Die Kalibration des Kalorimeters . . . . .	25
3.7	Die Rekonstruktions–Software . . . . .	26
<b>4</b>	<b>Die Datenrekonstruktion und –selektion</b>	<b>28</b>
4.1	Die Selektion der $\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0$ -Ereignisse . . . . .	28
4.1.1	Die <i>golden</i> -Gamma Definition . . . . .	29
4.1.2	Die <i>golden</i> -Track Definition . . . . .	31
4.2	Der kinematische Fit . . . . .	33
4.2.1	Die Hypothese: $\bar{p}d \rightarrow \pi^- 6\gamma p_{spectator}$ . . . . .	33
4.2.2	Die Hypothesen: $\bar{p}d \rightarrow \pi^-\pi^0 4\gamma p_{spec.}$ , $\bar{p}d \rightarrow \pi^-\pi^0\pi^0 2\gamma p_{spec.}$ . . . . .	33
4.2.3	Die Hypothese: $\bar{p}d \rightarrow \pi^-\pi^0\pi^0\pi^0 p_{spec.}$ . . . . .	35
4.3	Zweidimensionale Darstellungen der Daten . . . . .	38
4.3.1	Der Dalitzplot . . . . .	38
4.3.2	Der Goldhaberplot . . . . .	42
<b>5</b>	<b>Monte–Carlo Studien</b>	<b>45</b>
5.1	Die Akzeptanzstudie . . . . .	45
5.2	Die Untergrundbetrachtung . . . . .	50

<b>6</b>	<b>Die Bestimmung von Verzweigungsverhältnissen</b>	<b>53</b>
6.1	Das absolute Verzweigungsverhältnis des Kanals $\bar{p}n \rightarrow \pi^- 3\pi^0$ . . . . .	53
6.2	Das absolute Verzweigungsverhältnis einer Resonanz . . . . .	54
<b>7</b>	<b>Die Theorie der Partialwellenanalyse</b>	<b>57</b>
7.1	Das Grundprinzip . . . . .	57
7.2	Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion . . . . .	58
7.3	Die Behandlung von Selbstinterferenzen . . . . .	60
7.4	Die Likelihoodfunktion . . . . .	61
7.5	Die Güte der Anpassung . . . . .	62
7.6	Die Winkelverteilung der Zerfallsprodukte . . . . .	63
7.7	Die Parametrisierung resonanter Zwischenzustände . . . . .	64
7.7.1	Die Breit–Wigner Formel . . . . .	65
7.7.2	Einführung in den $\hat{K}$ -Matrix Formalismus . . . . .	66
7.7.3	Resonanzen im $\hat{K}$ -Matrix Formalismus . . . . .	68
7.7.4	Die Produktion von Resonanzen im $P$ -Vektor Ansatz . . . . .	68
7.8	Die gesamte Übergangsamplitude . . . . .	70
<b>8</b>	<b>Die Partialwellenanalyse des Kanals <math>\bar{p}n \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0</math></b>	<b>72</b>
8.1	Auswahlregeln und Zerfallsketten des Kanals $\bar{p}n \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0$ . . . . .	72
8.2	Die Ergebnisse der Partialwellenanalyse . . . . .	78
8.2.1	Einfaches Fitmodell mit bekannten Resonanzen . . . . .	79
8.2.2	Das Minimalmodell . . . . .	83
8.2.3	Die Hinzunahme der $P$ -Welle . . . . .	88
8.2.4	Die Einführung radial angeregter und „exotischer“ Resonanzen . . . . .	92
8.2.5	Ein vollständiges Fitmodell . . . . .	100
8.2.6	Die Verzweigungsverhältnisse der beteiligten Resonanzen . . . . .	104
<b>9</b>	<b>Interpretation der Ergebnisse</b>	<b>106</b>
9.1	Die erste Anregung des $\rho$ Mesons . . . . .	107
9.2	Das $\pi_2(1670)$ . . . . .	107
9.3	Das $\pi(1300)$ . . . . .	109
9.4	Das $\pi(1800)$ . . . . .	109
9.5	Das $a_1(1550)$ und $a_1(1850)$ . . . . .	111
9.6	Das exotische $\pi_1(1450)$ . . . . .	113
<b>10</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>117</b>
<b>A</b>	<b>Die kinematische Anpassung</b>	<b>118</b>
<b>B</b>	<b>Zusätzliche zweidimensionale Darstellungen</b>	<b>124</b>
B.1	Dalitzplots in Abhängigkeit des $\rho(770)^-$ -Massenfensters . . . . .	124
B.2	Weitere zweidimensionale Darstellungen . . . . .	126



<b>C</b>	<b>Anhang zu den Ergebnissen der Partialwellenanalyse</b>	<b>127</b>
C.1	Andere graphische Darstellungen des Fitmodells Tabelle 8.7 . . . . .	127
C.2	Differenzplot mit und ohne exotische Resonanz . . . . .	129
C.3	Das vollständige Fitmodell mit Protonenimpuls $80 < p < 160$ MeV/c .	130
C.4	Probleme bei der Anpassung der $(\pi^0\pi^0)$ -S Welle . . . . .	135
C.5	Stärke der Selbstinterferenzen . . . . .	136
<b>D</b>	<b>Die Spektren der theoretischen Amplituden</b>	<b>139</b>
D.1	Theoretische Amplituden aus dem $^3S_1$ -Anfangszustand . . . . .	139
D.2	Theoretische Amplituden aus dem $^1P_1$ -Anfangszustand . . . . .	152

# Abbildungsverzeichnis

1.1	Charge-Screening in der QED und QCD . . . . .	4
1.2	Quarkflußdiagramm . . . . .	6
1.3	Periphere Reaktion . . . . .	7
1.4	Das Mesonenspektrum . . . . .	9
2.1	Spectator-Protonenimpulsverteilung . . . . .	13
2.2	Mesonennonetts der Pseudoskalaren und Vektormesonen . . . . .	16
3.1	CERN-Antiprotonenkomplex . . . . .	18
3.2	Der Crystal-Barrel Detektor . . . . .	20
3.3	Die Jet-Driftkammer . . . . .	21
3.4	Das Kalorimeter . . . . .	22
3.5	Ein Kristall des Kalorimeters . . . . .	23
4.1	Golden Gammaverteilung und inv. Masse der akzeptierten Gammas . . . . .	30
4.2	Verteilung der Treffer in der JDC . . . . .	32
4.3	Invariante Gamma-Massenspektren . . . . .	34
4.4	Protonenimpuls und $dE/dx$ des $\pi^-$ . . . . .	35
4.5	Invariante Massen nach der 4.Hypothese . . . . .	37
4.6	Kinematik des Dalitzplots . . . . .	39
4.7	$\rho^- \pi^0$ -Dalitzplot . . . . .	41
4.8	Grenzen des Goldhaberplots . . . . .	43
4.9	Goldhaberplot der Daten $\pi^- 3\pi^0$ . . . . .	44
5.1	Invariante Gamma-Massenspektren der Monte-Carlo Daten . . . . .	47
5.2	Invariante Massenspektren der Monte-Carlo Daten . . . . .	48
5.3	Dalitz- und Goldhaberplot der Monte-Carlo Daten . . . . .	49
6.1	Schematische Darstellung des $\bar{p}n$ -Zerfalls . . . . .	55
8.1	Massen- und Breitenscan des $\rho(1280)$ . . . . .	81
8.2	Massen- und Breitenscan des $a_1(1260)$ . . . . .	82
8.3	Massenscan des $\pi(1300)$ . . . . .	83
8.4	Vergleich Fit und Daten des Minimalmodells (inv. Massen) . . . . .	86
8.5	Vergl. Fit/Daten des Minimalmodells (Goldhaber-/Dalitzplot) . . . . .	87
8.6	Vergleich Fit und Daten des Modells mit P-Welle (inv. Massen) . . . . .	90
8.7	Vergl. Fit/Daten des Modells mit P-Welle (Goldhaber-/Dalitzplot) . . . . .	91

8.8	Massenscans $1^{++}$ -Resonanz . . . . .	93
8.9	Massen- und Breitenscan des $1^{++}$ . . . . .	94
8.10	Massenscans des $1^{++}$ mit jeweils einer festgehaltenen Masse . . . . .	94
8.11	Massenverteilung des $\pi(1800)$ . . . . .	95
8.12	Massenscans $0^{-+}$ . . . . .	96
8.13	Massen- und Breitenscan $1^{-+}$ . . . . .	99
8.14	Vergleich Fit und Daten des Endmodells (inv. Massen) . . . . .	102
8.15	Vergl. Fit/Daten des Endmodells (Goldhaber-/Dalitzplot) . . . . .	103
9.1	Das <i>flux tube</i> und ${}^3P_0$ Modell . . . . .	106
9.2	S/D Amplitudenverhältnis $a_1(1700) \rightarrow \rho\pi$ . . . . .	112
A.1	Pulls des $\pi^-$ und der $\gamma$ der Daten . . . . .	120
A.2	Pulls des $\pi^-$ und der $\gamma$ der Monte-Carlo Daten . . . . .	121
A.3	CL-Verteilung der Daten . . . . .	122
A.4	CL-Verteilung der Monte-Carlo Daten . . . . .	123
B.1	Verschiedene $\rho(770)^-$ Massenfenster . . . . .	124
B.2	Verschiedene $\rho(770)^-$ Massenfenster (Dalitzplots) . . . . .	125
B.3	Verschiedene zweidimensionale Darstellungen . . . . .	126
C.1	Vergleich Fit und Daten mit anderem Binning . . . . .	127
C.2	Vergleich Fit und Daten 2d-Darstellungen . . . . .	128
C.3	Differenzplot mit und ohne $\pi_1$ . . . . .	129
C.4	Vergleich Fit/Daten Endmod. (inv. Massen), $80 < p < 160$ MeV/c . . . . .	132
C.5	Vergl. Fit/Daten Endmod. (Goldh.-/Dalitzpl.), $80 < p < 160$ MeV/c . . . . .	133
C.6	Vergleich Fit und Daten 2d-Darstellungen, $80 < p < 160$ MeV/c . . . . .	134
D.1	Theoretische Amplituden ${}^3S_1 \rightarrow \rho(770) + (\pi^0\pi^0)_S$ . . . . .	140
D.2	Theoretische Amplituden ${}^3S_1 \rightarrow \rho(1280) + (\pi^0\pi^0)_S$ . . . . .	141
D.3	Theoretische Amplituden ${}^3S_1 \rightarrow \rho(770) + f_2(1270)$ , $S = 1$ . . . . .	142
D.4	Theoretische Amplituden ${}^3S_1 \rightarrow \rho(770) + f_2(1270)$ , $S = 2$ und $S = 3$ . . . . .	143
D.5	Theoretische Amplituden ${}^3S_1 \rightarrow a_1(1260) \rightarrow \rho\pi$ , $(\pi\pi)_S\pi$ . . . . .	144
D.6	Theoretische Amplituden ${}^3S_1 \rightarrow a_1(1550) \rightarrow \rho\pi$ . . . . .	145
D.7	Theoretische Amplituden ${}^3S_1 \rightarrow a_1(1550) \rightarrow \rho(1280)\pi$ . . . . .	146
D.8	Theoretische Amplituden ${}^3S_1 \rightarrow a_1(1550) \rightarrow (\pi^0\pi^0)_S\pi$ , $f_2\pi$ . . . . .	147
D.9	Theoretische Amplituden ${}^3S_1 \rightarrow a_1(1850) \rightarrow \rho\pi$ , $\rho(1280)\pi$ . . . . .	148
D.10	Theoretische Amplituden ${}^3S_1 \rightarrow \pi(1300) \rightarrow \rho\pi$ , $(\pi\pi)_S\pi$ . . . . .	149
D.11	Theoretische Amplituden ${}^3S_1 \rightarrow \pi(1800) \rightarrow \rho\pi$ , $(\pi\pi)_S\pi$ . . . . .	150
D.12	Theoretische Amplituden ${}^3S_1 \rightarrow \pi_1(1450)$ , $a_2(1320) \rightarrow \rho\pi$ . . . . .	151
D.13	Theoretische Amplituden ${}^1P_1 \rightarrow \rho(770)$ , $\rho(1280) + (\pi^0\pi^0)_S$ . . . . .	153
D.14	Theoretische Amplituden ${}^1P_1 \rightarrow a_1(1260)$ , $a_2(1320) \rightarrow \rho\pi$ . . . . .	154
D.15	Theoretische Amplituden ${}^1P_1 \rightarrow \rho(770)f_2$ und $\pi_1 \rightarrow \rho\pi$ . . . . .	155

# Tabellenverzeichnis

1.1	Tabelle der Wechselwirkungsbosonen . . . . .	2
1.2	Tabelle Fermion-Familien . . . . .	2
1.3	Evidenzen für exotische Mesonen . . . . .	8
2.1	Anfangszustände des $\bar{p}n$ -Systems . . . . .	12
2.2	Quantenzahlen der Quarks . . . . .	14
2.3	Isospin und Seltsamkeit der Pseudoskalaren und Vektormesonen . . . . .	16
4.1	Statistik der Selektion . . . . .	36
5.1	Statistik der Selektion der Monte-Carlo Daten . . . . .	46
5.2	Statistik verschiedener Untergrundkanäle . . . . .	51
5.3	Zusammenfassung zur Untergrundbetrachtung . . . . .	52
7.1	$\hat{K}$ -Matrix Parameter der $(\pi\pi)$ -S Welle [62] . . . . .	70
8.1	Anfangszustände des $\bar{p}n$ -Systems . . . . .	73
8.2	Mögliche primäre Zerfälle im Endzustand: $\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0$ . . . . .	77
8.3	$\hat{K}$ -Matrix Parameter der $(\pi\pi)$ -S Welle nach der Anpassung. . . . .	80
8.4	Erstes Minimalmodell . . . . .	85
8.5	Erstes Minimalmodell mit P-Welle . . . . .	89
8.6	Resonanzmassen und -breiten . . . . .	100
8.7	Vollständiges Fitmodell . . . . .	101
8.8	Absolute Verzweigungsverhältnisse . . . . .	105
9.1	Theoretische Partialbreiten der $\rho'$ . . . . .	108
9.2	Theoretische Zerfallsbreiten $\pi(1800)$ . . . . .	111
9.3	Theoretische Zerfallsbreiten $a_1(1700)$ . . . . .	113
9.4	Verzweigungsverhältnisse $\pi_1$ und $a_2$ . . . . .	116
9.5	Korrekturfaktoren Selbstinterferenz $\pi_1$ und $a_2$ . . . . .	116
9.6	Theoretische Vorhersagen $1^{-+}$ . . . . .	116
C.1	Vollständiges Fitmodell, $80 < p < 160$ MeV/c . . . . .	131
C.2	Stärke der Selbstinterferenzen von $\rho\pi$ -Resonanzen . . . . .	137
C.3	Stärke der Selbstinterferenzen von $(\pi^0\pi^0)_{l=0,2}\pi^{0/-}$ -Resonanzen . . . . .	138

# 1 Einleitung

## Die Elementarteilchenphysik

Spätestens seitdem der griechische Philosoph Demokrit<sup>1</sup> die Theorie des Atomismus begründete, ist die Menschheit auf der Suche nach den Bausteinen der Materie. Dabei hat sich, insbesondere in den letzten hundert Jahren, unser Weltbild grundlegend verändert. Der Beginn der Elementarteilchenphysik kann vielleicht mit der Entdeckung des Elektrons durch J. J. Thomson im Jahre 1897 festgelegt werden. Nach heutiger Erkenntnis ist das Elektron das erste entdeckte Elementarteilchen. Es dauerte 13 Jahre bis der ehemalige Assistent Thomsons Lord Ernest Rutherford mit der Entdeckung des Atomkerns den nächsten Schritt zur Entschlüsselung des Bauplans der Materie machen konnte. Heute weiß man, daß der Atomkern aus weiteren Teilchen besteht und keineswegs elementar ist. Aus dem, durch die klassische Mechanik geprägten, Atommodell Rutherfords entwickelte Bohr 1913 schließlich eine erste quantenmechanische Vorstellung über das Atom. Die damalige Quantenmechanik wurde in den folgenden Jahrzehnten zur relativistischen Quantenfeldtheorie weiterentwickelt. Sie ist eine Erweiterung und Vereinheitlichung der Konzepte der klassischen Mechanik, der klassischen Feldtheorie und der Quantenmechanik.

Seitdem führte die Entdeckung unzähliger Teilchen zu einem regelrechten „Elementarteilchen-Zoo“. Hinzu kam die Entdeckung zweier neuer Wechselwirkungen: die starke und die schwache Wechselwirkung. Dabei konnte die schwache und die elektromagnetische zur sogenannten elektroschwachen Wechselwirkung zusammengefaßt werden.

## Das Standardmodell

In den letzten Jahren ist eine Theorie entstanden, die alle bekannten Teilchen–Wechselwirkungen außer der Gravitation<sup>2</sup> beschreibt. Das Standardmodell ist eine Sammlung von Theorien, die aus der Quantenelektrodynamik (QED), der Theorie elektroschwacher Prozesse von Glashow-Weinberg-Salam (QFD<sup>3</sup>) und der Quantenchromodynamik (QCD) besteht. Dieses Modell ist wohl keineswegs endgültig, aber es steht in überaus gutem Einklang mit den experimentellen Ergebnissen. Mit Hilfe des Standardmodells lassen sich die weit über hundert gefundenen Teilchen auf elementare mit Spin 1/2 (Fermionen) und Spin 1 (Bosonen) zurückführen, welche die Kräfte zwischen den Fermionen vermitteln. Tabelle 1.1 gibt einen Überblick der Wechselwirkungsbosonen im Standardmodell. Die Reichweite der elektromagnetischen Wechselwirkung beruht auf der Masselosigkeit des Photons, während die schwache Wechselwirkung aufgrund der

---

<sup>1</sup>\* 460 v. Chr. Abdera/Thrakien – †371 v. Chr. Abdera

<sup>2</sup>diese spielt in den normalen Teilchenprozessen keine bedeutende Rolle

<sup>3</sup>Quantenflavourdynamik

hohen Massen der  $W^\pm$  und  $Z^0$  von ca. 100 GeV auf einen kleinen Bereich begrenzt ist. Die Austauschteilchen der starken Kraft, die Gluonen, sind zwar auch masselos, jedoch ist deren Reichweite durch die hohe Selbstwechselwirkung beschränkt. In Analogie zur Farbenlehre des Lichtes gibt es drei Farbladungen: Rot (R), Grün (G) und Blau (B) bzw. die entsprechenden „Antifarben“ ( $\bar{R}, \bar{G}, \bar{B}$ ) für die Antiquarks. Die QCD besagt nun, daß Quarks nur in Kombinationen zu „weißen“ Zuständen vorkommen können (*confinement*). Im Gegensatz zur QED, in der die Photonen ungeladen sind, tragen die Gluonen sehr wohl Farbladungen. Somit sind sie den gleichen Kräften ausgesetzt, die sie zwischen den Quarks übertragen. Mathematisch betrachtet ist die Theorie der QCD invariant gegenüber einer Transformation unter der Symmetriegruppe der  $SU(3)$ .

Wechselwirkung	koppelt an	Austauschteilchen	Reichweite
stark	Farbe	8 Gluonen ( $g$ )	$\leq 1$ fm
elektromagnetisch	elektr. Ladung	Photonen ( $\gamma$ )	unendlich
schwach	schwache Ladung	$W^\pm, Z^0$	$10^{-3}$ fm

Tabelle 1.1: Die Austauschteilchen der Wechselwirkungen

Die elementaren Fermionen können durch die Art ihrer Wechselwirkung in zwei Gruppen eingeteilt werden: die elektroschwach wechselwirkenden Leptonen, von denen es drei Familien mit je zwei Mitgliedern gibt, und drei, sowohl stark als auch elektroschwach wechselwirkende Quarkfamilien, die auch aus je zwei Mitgliedern bestehen (s. Tab. 1.2). Zu jedem Teilchen gibt es ein entsprechendes Antiteilchen. Im Gegensatz zu allen anderen Elementarteilchen existieren Quarks wegen des *confinements* nur in gebundenen Systemen, was ihren Nachweis erschwert. Nach gegenwärtigem Kenntnisstand gibt es zwei Arten solcher Quarksysteme: Mesonen, die aus einem Quark–Antiquark–Paar ( $q_1\bar{q}_2$ ) bestehen und Baryonen, die aus drei Quarks ( $q_1q_2q_3$ ) aufgebaut sind.

Fermionen	Familie			elektr. Ladung	Farbe	Spin	Wechselwirkung
	1	2	3				
Leptonen	$\nu_e$	$\nu_\mu$	$\nu_\tau$	0	–	1/2	elektroschwach
	e	$\mu$	$\nu$	–1			
Quarks	u	c	t	+2/3	r,g,b	1/2	stark und elektroschwach
	d	s	b	–1/3			

Tabelle 1.2: Die drei Quark- und Leptonfamilien

Trotz aller Erfolge des Standardmodells sind noch einige grundsätzliche Fragen offen. Aus der Forderung nach lokaler Eichinvarianz ergibt sich die Masse der Austauschteilchen zu identisch Null. Dies trifft aber für die  $W$ - und  $Z$ -Bosonen, welche die elektroschwache Kraft vermitteln, nicht zu. Man behilft sich mit einem „Trick“ und führt

diesen Widerspruch auf Wechselwirkungen von Bosonen mit einem Hintergrundfeld zurück. Dieses Konzept setzt die Existenz eines sogenannten „Higgs“-Bosons voraus. Auf dessen Entdeckung ist eines der großen Beschleunigerexperimente der Zukunft, das LHC am CERN, ausgerichtet. Das Higgs soll eine Masse oberhalb von hundert GeV haben. Ein weiteres Problem des Standardmodells liegt in der QCD bei niedrigen Energien, da diese mit einem großen Abstand der Quarks verbunden sind. Ein großer Abstand der Quarks führt dazu, daß die Quarks nicht mehr als quasifrei betrachtet werden können, und damit ist eine störungstheoretische Behandlung des *confinements* nicht möglich.

## Die Quantenchromodynamik

Die QCD ist eine umfassende Theorie der Quarks und Gluonen. Sie kann im Großen und Ganzen mit der QED verglichen werden. In der QED kommt die Wechselwirkung durch den Austausch von virtuellen Photonen zustande, während in der QCD diese Aufgabe Gluonen übernehmen. So wie die elektromagnetische Kraft durch elektrische Ladungen hervorgerufen wird, kann man sich die „Farbkraft“ durch Farbladungen erzeugt vorstellen. Sowohl für elektrische Ladungen als auch für Farbladungen gilt die Ladungserhaltung. Die Einführung der Farbladung wird am Beispiel der Quarkwellenfunktion eines Baryons, der  $\Delta^{++}$  Resonanz, verständlich.

Wie schon erwähnt, besteht unsere Welt aus Fermionen und Bosonen. Sowohl Fermionen als auch Bosonen lassen sich durch eine Wellenfunktion vollständig beschreiben. Diese Beschreibung unterliegt einem fundamentalen Prinzip – dem Pauli-Prinzip, welches besagt, daß die Wellenfunktion eines Fermionen-Systems antisymmetrisch und die eines Bosonen-Systems symmetrisch sein muß beim Austausch zweier Konstituenten. Die  $\Delta^{++}$  Resonanz ist ein Baryon, und somit ein Fermion, weswegen sie halbzahligen Spin besitzt. Dies ist leicht einzusehen, da Baryonen aus drei Quarks aufgebaut sind, welche ebenfalls Fermionen sind, und drei Fermionen können nur wieder zu einem Fermion koppeln. Das  $\Delta^{++}$  befindet sich im Zustand  $J = 3/2$

$$|\Delta^{++}\rangle = |\varphi(\vec{r}_1)\varphi(\vec{r}_2)\varphi(\vec{r}_3)|uuu\rangle|\uparrow\uparrow\uparrow\rangle \quad . \quad (1.1)$$

Damit ist klar, daß die Spinwellenfunktion symmetrisch gegenüber Austausch der Quarks ist. Das gleiche gilt für den Flavour-Anteil der Wellenfunktion. Da das  $\Delta^{++}$  das leichteste Spin 3/2 Baryon ist, kann angenommen werden, daß der relative Bahndrehimpuls zwischen den Quarks gleich Null ist. Somit ist die Ortswellenfunktion ebenfalls symmetrisch. Die Wellenfunktion 1.1 ist also symmetrisch bei Austausch zweier Quarks, was im Widerspruch zum Pauli-Prinzip ist. Der Ausweg aus diesem Dilemma liegt in der Einführung eines neuen Freiheitsgrades für die Quarks – die Farbladung. Die Wellenfunktion wird um einen Farbladungsanteil erweitert, der unsymmetrisch ist. Mindestens drei Farbladungen sind erforderlich, um das Pauli-Prinzip im obigen Beispiel zu wahren. Die einfachste mathematische Darstellung dieser drei Freiheitsgrade (Farbladungen) ist die  $SU(3)_c$ , die eine nicht abelsche Eichtheorie ist. Die Gruppentheorie verlangt, daß die Eichbosonen der  $SU(3)_c$  – die Gluonen – masselos sind, es acht an der Zahl gibt und sie selbst Farbladung tragen [1]. Dies führt zur Selbstwechselwirkung der Gluonen. Diese Selbstwechselwirkung hat eine extreme Auswirkung auf die

Eigenschaften der starken Wechselwirkung, was besonders anschaulich bei Betrachtung des *charge-screenings* wird.

In der Quantenfeldtheorie wird die elektromagnetische Wechselwirkung durch Photonaustausch vermittelt. In Abb. 1.1c) ist ein Elektron dargestellt, welches ein Photon aussendet und auch wieder einfängt. Das Photon kann sich kurzzeitig aufgrund der Heisenbergschen Unschärferelation in ein Elektron–Positron–Paar umwandeln. Diese Prozesse höherer Ordnung, wie sie in Abb. 1.1c) dargestellt sind, führen zu einer Vakuumpolarisation und damit zu einer Abschwächung der Ladung des Elektrons. Diese Abschwächung entsteht durch die Konzentration der Positronen um das Elektron.

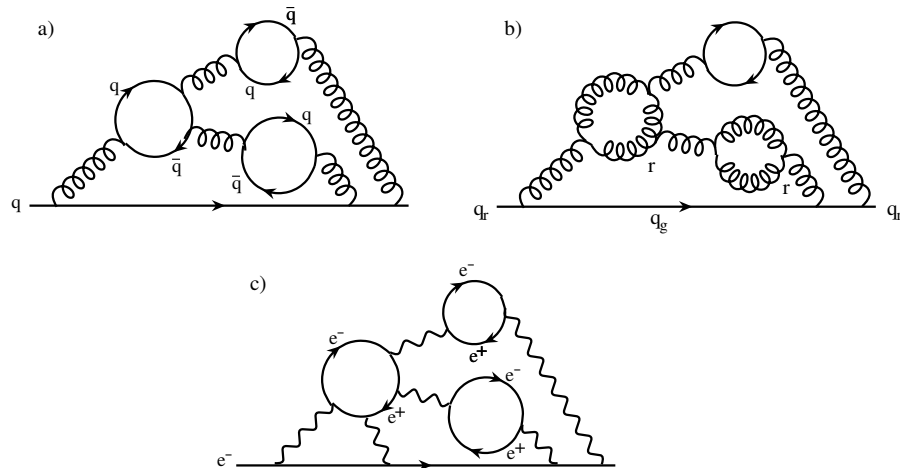


Abbildung 1.1: Das Charge-Screening in der QCD a), b) und in der QED c). Die elektrische Ladung wird in der Nähe des Elektrons immer stärker und nach weiter außen abgeschirmt. In der QCD überwiegt der Prozeß, bei dem sich Gluonen gleicher Farbe des Quarks vorzugsweise um das Quark konzentrieren.

In der QCD gibt es einen ähnlichen Effekt. Betrachtet man ein Quark, wie in Abb. 1.1a), so ist dieses von Gluonen umgeben, welche sich kurzzeitig in Quark–Antiquark–Paare umwandeln können. Dieser Prozeß ist ähnlich zu dem in Abb. 1.1c). Aufgrund der Selbstwechselwirkung der Gluonen gibt es allerdings noch Prozesse des Typs Abb. 1.1b). Das Bild zeigt ein rotes Quark. Die Gluonenwolke ist in seiner Umgebung vorzugsweise rot. Deshalb wird die Ladung in der Umgebung geschwächt. Dieser Prozeß ergibt sich aus QCD Rechnungen als der dominante und führt zu einer Ladung, deren Stärke zunimmt je weiter man sich von dem Quark entfernt und umgekehrt immer schwächer wird, je näher die Quarks aneinander sind. Dies führt zur asymptotischen Freiheit der Quarks, wenn der Abstand der Quarks gegen Null geht.

Die potentielle Energie eines Quark–Antiquarkpaares besteht aus einem coulombartigen Term und einem *confinement* Term  $\sigma r$ , der einer mit wachsendem Abstand über alle Grenzen ansteigenden potentiellen Energie entspricht.

$$V_{q\bar{q}} = c_F \frac{\alpha_S}{r} + \sigma r \quad (1.2)$$

Der erste Term in Gl. 1.2 wird analog zur QED durch den Gluonaustausch verursacht.



Der Vorfaktor  $c_F$  ist der Farbfaktor, der die Kopplung zwischen Quarks und Gluonen entsprechender Farbe berücksichtigt, und beträgt bei Mesonen  $-4/3$ .

Hätte man nur den ersten Term in Gl. 1.2 für das Potential, so müßte es freie Quarks geben, so wie im Coulomb-Feld Ionisationszustände möglich sind. Da keine freien Quarks existieren, muß das Potential um den Term  $\sigma r$  – den *confinement* Term – erweitert werden. Sein Ursprung ist die Selbstwechselwirkung der Feldquanten, der Gluonen. Er führt zur Hadronisierung bei großen Abständen. Versucht man zwei Quarks zu trennen, so steigt die potentielle Energie solange an, bis es energetisch möglich ist neue Quark-Antiquark Paare zu bilden, was schließlich dazu führt, daß einzelne Quarks nicht beobachtet werden. Die Linearität des QCD-Potentials bei höheren Energien wurde experimentell im  $c\bar{c}$  und  $b\bar{b}$  Spektrum bestätigt. Die qualitative Lage der Energieniveaus, respektive die Massen der verschiedenen  $c\bar{c}$  und  $b\bar{b}$  Mesonen, sind weder mit einem Oszillator- noch mit dem Coulombpotential in Übereinstimmung zu bringen. Legt man hingegen das QCD-Potential 1.2 zugrunde, so ist die Übereinstimmung zufriedenstellend.

Die starke Kopplungskonstante ist selbst, aufgrund des *charge-screenings*, abhängig vom Abstand  $r$ , bzw.  $Q^2$ :

$$\alpha_S = \frac{12\pi}{(33 - 2n_f) \ln\left(\frac{Q^2}{\Lambda^2}\right)} \quad , \quad (1.3)$$

wobei  $n_f$  die Zahl der Flavours und  $\Lambda$  der Abschneideparameter der QCD ist, welcher die Grenze zwischen quasifreien und gebundenen Quarks angibt [2]. Den Parameter  $\Lambda$  kann man nicht theoretisch vorhersagen, sondern er muß experimentell bestimmt werden. Aus Gleichung 1.3 folgt die asymptotische Freiheit der Quarks, da bei sehr großem  $Q^2$  (d.h. kleiner Abstand der Quarks) die Kopplungsstärke gegen Null geht. Für  $\alpha_S \ll 1$ , d.h. im hochenergetischen Bereich, läßt sich die QCD störungstheoretisch beschreiben.

Im niederenergetischen Bereich muß man hingegen auf Näherungen, wie Bag-Modelle, Potentialmodelle oder Gittereichtheorien zurückgreifen, da das Verhalten der Kraftübermittlung zwischen weit auseinanderliegenden Quarks nicht störungstheoretisch zugänglich ist. In diesen Approximationen werden neben den oben genannten Farbsingulett (Mesonen und Baryonen) noch weitere, sogenannte *exotische Resonanzen* vorhergesagt.

## Das Mesonenspektrum und seine exotischen Zustände

In der Mesonenspektroskopie sind neben den normalen Mesonen folgende exotische Zustände zu erwarten:

- *Multiquarkzustände*, die aus zwei (oder mehr) Quarks und Antiquarks bestehen ( $qq\bar{q}\bar{q}$ ).

Zustände, die aufgrund der Kopplung von Gluonen untereinander oder an Quarks gebildet werden können, sind:

- *Gluebälle*, die aus zwei oder mehr Gluonen bestehen.

- *Hybride*, die Verbindungen aus einem Quark–Antiquark–Paar mit einem oder mehreren Gluonen sind.

Der Nachweis eines exotischen Hadrons wäre eine gute Bestätigung der QCD (Abb. 1.2 zeigt die Produktion und den Zerfall einer solchen Struktur (gestreifter Kreis), wie sie in dieser Arbeit vorkommen könnte). Dies gestaltet sich allerdings als eine schwierige Aufgabe. Gefundene mesonische Zustände sind in der Figur 1.4 zusammengetragen. Schwarz markierte Zustände gelten sowohl experimentell, als auch von der theoretischen Zuordnung her als gesichert. Unsichere Kandidaten sind dagegen rot markiert und die freien Stellen zeigen, daß diese Mesonen bisher noch nicht gefunden wurden. Die Schwierigkeiten werden an diesem Mesonenspektrum deutlich. Resonanzen im Spektrum haben oftmals eine sehr kurze Zerfallsdauer, was mit einer großen Breite assoziiert ist. Daher gibt es Überlagerungen und auch Mischungen verschiedener Resonanzen, wodurch das Festnageln der entsprechenden Resonanzparameter wie Masse und Breite erschwert wird. Die Natur gibt allerdings einen eindeutigen Hinweis auf die Existenz exotischer Mesonen. Jedem Meson, welches aus Quark–Antiquark besteht, können eindeutige Quantenzahlen zugeordnet werden. Wie im nächsten Kapitel genauer ausgeführt, sind die möglichen Quantenzahlkombinationen für Gesamtdrehimpuls, Parität und C–Parität  $J^{PC} = 0^{-+}, 0^{++}, 1^{--}, 1^{+-}, 1^{++}, 2^{--}, 2^{-+}, 2^{++}, \dots$ . Hinter diesen Quantenzahlen können sich auch exotische Mesonen verbergen, aber es gibt eine Reihe von Quantenzahlen, die auf keinen Fall mit Quark–Antiquark gebildet werden können:  $J^{PC} = 0^{--}, 0^{+-}, 1^{-+}, 2^{+-}, \dots$ . Findet man einen Zustand z.B. mit  $J^{PC} = 1^{-+}$ , so weiß man sicher, daß es sich um ein exotisches Meson handelt.

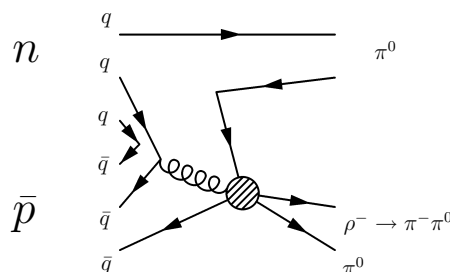


Abbildung 1.2: Quarkflußdiagramm für die Produktion und den Zerfall einer möglichen exotischen Resonanz (gestreifter Kreis) bestehend aus  $q\bar{q}g$  in ein  $\pi^0$  und ein  $\rho^-$ , wie sie in dieser Arbeit untersucht wird.

Die Motivation dieser Arbeit ist es, solch einen exotischen Zustand mit  $J^{PC} = 1^{-+}$  im Zerfall in  $\rho(770)^-\pi^0$  nachzuweisen. Der Zerfall dieses Zustandes in der Antiproton–Neutron–Annihilation ist in Abb. 1.2 dargestellt und die schraffierte Fläche ist das exotische Meson, in diesem Fall ein Hybrid. Es zeigte sich im Laufe der Analyse, daß dieser Kanal auch für die Spektroskopie von Mesonen mit nicht exotischen Quantenzahlen sehr ergiebig ist.

Die Antiproton–Neutron Annihilation eignet sich gut für die Produktion von Hybriden, da sie reich an Gluonen ist. Ganz im Gegensatz dazu ist die Photoproduktion,

also der Stoß von Photonen mit einem Target oder die Photon–Photonstreuung arm an Gluonen und daher wenig zur Produktion von Hybriden geeignet. Dies ist auch der Grund, warum in solchen Experimenten bisher kein Hybrid Meson nachgewiesen werden konnte. Auch periphere Reaktionen bieten sich zur Produktion von Mesonen an. Dieser Prozeß ist im Diagramm 1.3 schematisch dargestellt. Periphere Reaktionen werden hauptsächlich mit hochenergetischen Pionen oder Kaonen realisiert, die an einem Target Nukleon gestreut werden. Durch die Streuung findet ein Austausch von Impuls und von Quantenzahlen zwischen dem Strahlteilchen und dem Nukleon statt, und das Strahlteilchen wird entsprechend angeregt. Da das virtuelle Austauschteilchen in solchen Reaktionen auch ein Pomeron sein kann, von welchem angenommen wird, einen hohen gluonischen Anteil zu haben, ist die Produktion von Hybriden auch hier möglich.

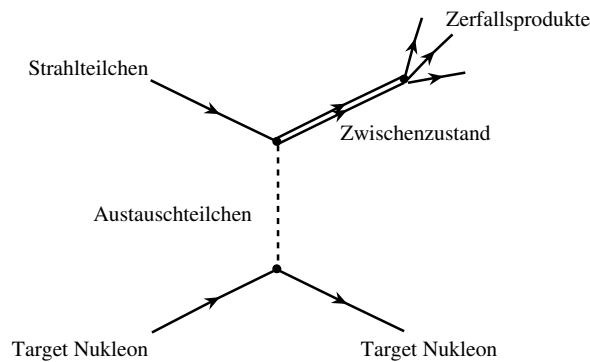


Abbildung 1.3: Schematische Darstellung des peripheren hadronischen Produktionsprozesses. Das virtuelle Austauschteilchen kann von verschiedener Art sein, z.B. ein Pomeron, welches einen hohen gluonischen Anteil hat, oder auch ein  $\rho$  Meson. Damit ist die Produktion von vielen verschiedenen Zwischenzuständen, wie auch exotischen Mesonen wie z.B. Hybriden möglich.

Experimentell wurden bisher bei zwei verschiedenen Massen Mesonen mit Quantenzahlen  $J^{PC} = 1^{-+}$  in verschiedenen Produktionsmechanismen und Zerfällen gesehen. Tabelle 1.3 gibt einen Überblick über die verschiedenen Ergebnisse und Experimente. Auffällig ist, daß das  $\pi_1(1400)$  bisher nur in  $\eta\pi$  gesehen wurde und sonst in keinem anderen Zerfall, während das  $\pi_1(1600)$  in vielen Zerfällen nachgewiesen werden konnte.

Neuere Untersuchungen der BNL [85, 86] und der VES [90] Daten finden für das  $\pi_1(1400)$  eine alternative Erklärung, die im wesentlichen auf einem Rückstreuungsprozess zwischen  $\eta$  und  $\pi$  beruht. Die Interpretation der gefundenen exotischen Mesonen bleibt unsicher, und es ist noch einiger experimenteller und theoretischer Aufwand nötig, um die offenen Fragen zu klären.

Im Flux–Tube Modell [6], welches Hadronen mit Hilfe von Anregungen einer gluonischen Flußröhre (oder String) zwischen Quark und Antiquark berechnen kann, ist das Hybrid eine ganz natürliche Folgerung. Bei normalen Mesonen ist diese Flußröhre im Grundzustand, während sie bei Hybriden zu Oszillationen angeregt ist und damit einen von Null verschiedenen Drehimpuls tragen kann. Betrachtet man in diesem Modell Hybride mit Spin Null und Eins, so erwartet man acht Nonette, also 72 neue

Exp.	Masse [MeV/c <sup>2</sup> ]	Breite [MeV/c <sup>2</sup> ]	Zerfall	Reaktion
$\pi_1(1400)$				
BNL[83]	$1370 \pm 16_{-30}^{+50}$	$385 \pm 40_{-105}^{+65}$	$\eta\pi$	$\pi^- p \rightarrow \eta\pi^- p$
BNL[84]	$1359_{-14-24}^{+16+10}$	$314_{-29-66}^{+31+9}$	$\eta\pi$	$\pi^- p \rightarrow \eta\pi^- p$
CBar[3, 4]	$1400 \pm 20 \pm 20$	$310 \pm 50_{-30}^{+50}$	$\eta\pi$	$\bar{p}n \rightarrow \eta\pi^- \pi^0$
CBar[82]	$1360 \pm 25$	$220 \pm 90$	$\eta\pi$	$\bar{p}p \rightarrow \eta\pi^0 \pi^0$
$\pi_1(1600)$				
BNL[93, 80]	$1593 \pm 8_{-47}^{+29}$	$168 \pm 20_{-12}^{+150}$	$\rho\pi$	$\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^- p$
BNL[94]	$1597 \pm 10_{-10}^{+45}$	$340 \pm 40 \pm 50$	$\eta'\pi$	$\pi^- p \rightarrow \eta'\pi^- p$
CBar[91]	$1555 \pm 50$	$200 \pm 100$	$\eta'\pi$	$\bar{p}p \rightarrow \eta\pi^+ \pi^- \pi^+ \pi^- p$
CBar[92]	$1596 \pm 50_{-14}^{+25}$	$312 \pm 75_{-24}^{+64}$	$b_1\pi$	$\bar{p}p \rightarrow \omega\pi^+ \pi^- \pi^0$
VES[95, 90]	$1610 \pm 20$	$290 \pm 30$	$\rho\pi, \eta'\pi, b_1\pi$	$\pi^- N \rightarrow \pi^- XN$

Tabelle 1.3: Die Tabelle zeigt eine Auswahl experimenteller Nachweise für exotische Mesonen mit  $J^{PC} = 1^{-+}$ .

Hybridzustände, die zu dem Mesonenspektrum 1.4 hinzukommen.

Neben den Hybridern können auch Vier-Quark Zustände  $q^2\bar{q}^2$  und  $(q\bar{q})(q\bar{q})$  exotische Quantenzahlen tragen. Diquark-Antidiquark Zustände  $q^2\bar{q}^2$ , die nicht exotisch sind, sind berechnet worden, und ein Vorschlag ist, daß die leichtesten skalaren Mesonen ( $a_0(980)$ ,  $f_0(980)$ ) dieser Art sind [7]. Für exotische Diquark-Antidiquark Zustände hingegen würde sich eine hohe Masse und Breite ergeben [8]. Dies gilt nicht für Meson-Meson Zustände (Deusonen), also  $(q\bar{q})(q\bar{q})$  Systeme, die durch Pion-Austausch zusammen gehalten werden [8]. Hier erwartet man den niedrigsten Zustand bei ca. 1400 MeV/c<sup>2</sup> als  $K\bar{K}^*$  Molekül. Die Interpretation des  $\pi_1(1400)$  als  $K^*K$ -Molekül [9] konnte allerdings in einer Crystal-Barrel Arbeit ausgeschlossen werden [10].

## Die Antiproton-Neutron-Annihilation

Die Antiproton-Nukleon-Annihilation eignet sich zur Mesonenspektroskopie besonders gut, da sie schon bei kleinen Energien reich an Quarks und Gluonen ist. Damit wird die Produktion von eventuell existierenden exotischen Resonanzen begünstigt. Ein weiterer Vorteil ist die vollständige Kenntnis der möglichen Quantenzustände des  $\bar{p}N$ -Systems, womit eine genaue Analyse der Ereignistopologien und Resonanzen erst möglich wird. Im Falle des Antiproton-Neutron Systems ist der Gesamtsospin eindeutig zu  $I = 1$  festgelegt, im Gegensatz zum Antiproton-Proton System, in dem  $I = 0$  und  $I = 1$  möglich sind. Daraus ergibt sich eine besondere Selektivität des  $\bar{p}n$  Systems, die im folgenden Kapitel diskutiert wird.

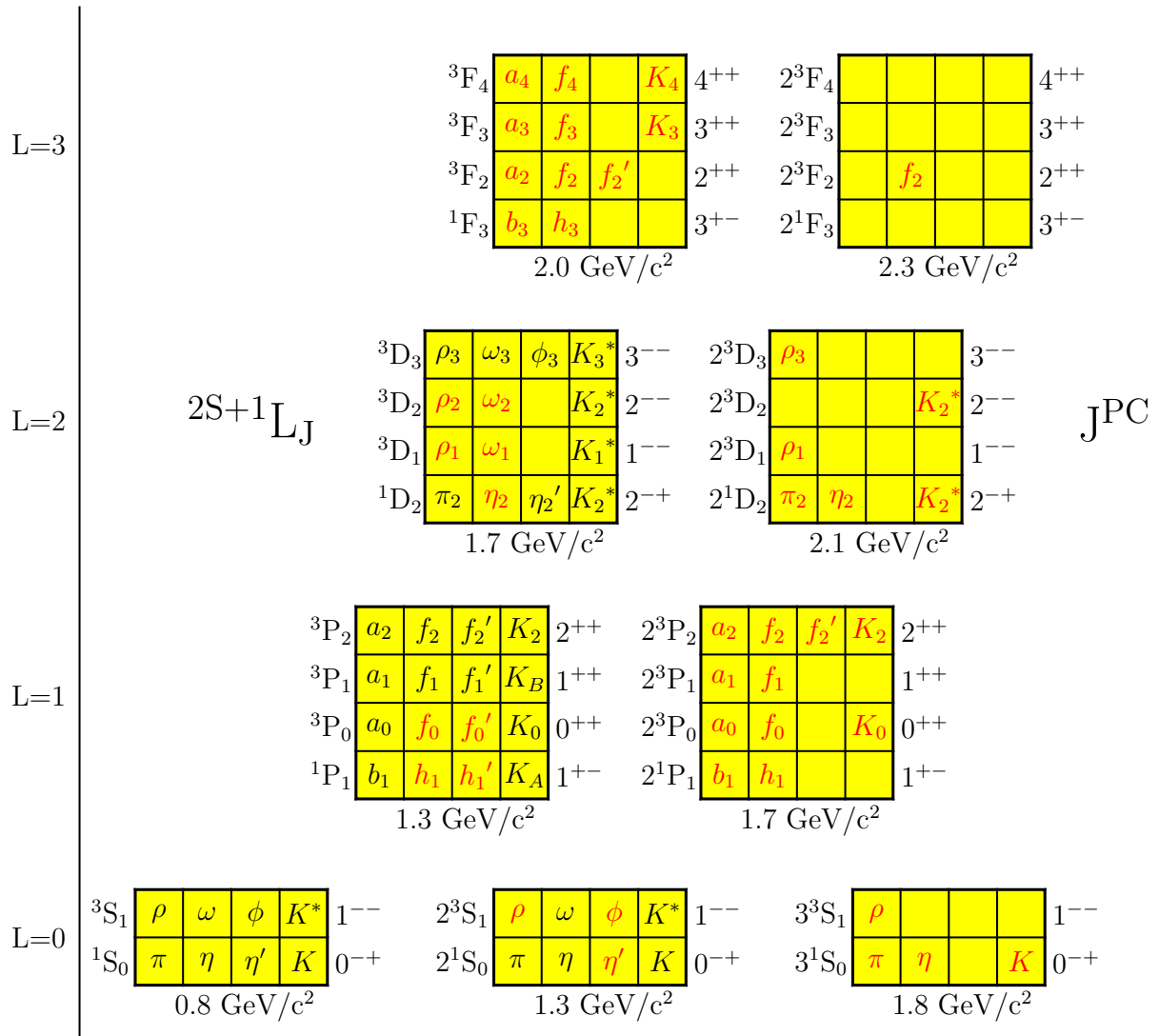


Abbildung 1.4: Das erwartete Mesonenspektrum zeigt die  $2S+1 L_J$  Darstellung, die  $J^{PC}$ -Quantenzahlen des Nonetts und die Namen der Zustände. Nonette mit steigendem  $L$  finden sich an der Ordinate, während die radiale Anregung mit der Abszisse wächst. Schwarze Zustände zeigen gut etablierte Mesonen, bei den roten Mesonen ist entweder die Zuordnung oder/und die Messung unsicher. Alle leeren Felder wurden bisher noch nicht gemessen [46].

## 2 Physikalische Grundlagen

### 2.1 Die Anfangszustände des $\bar{p}n$ -Systems

Das  $\bar{p}n$ -System ist, im Gegensatz zum Deuteron, in seinem tiefstgelegenen Zustand ungebunden und zerfällt mit einer Lebensdauer von ca.  $10^{-17}$ s. Der Zerfall dieses Systems findet über die starke Wechselwirkung statt, was die kurze Lebensdauer erklärt. Zur vollständigen Beschreibung reichen die gängigen Quantenzahlen Spin und Bahndrehimpuls nicht aus. Neben den, in der starken Wechselwirkung erhaltenen Größen ( $\hat{P}$ -Parität,  $\hat{C}$ -Parität, Gesamtdrehimpuls  $J$ ) ist die Einführung des Isospins  $I$  nötig. Damit sind die Symmetrieeigenschaften der gemessenen mesonischen Endzustände durch den Anfangszustand bestimmt. Eine genaue Bestimmung dessen ist notwendig und wird im folgenden erläutert.

#### 2.1.1 Die Erhaltungsgrößen des $\bar{p}n$ -Systems

Das  $\bar{p}n$ -System möge unmittelbar vor der „Annihilation“<sup>1</sup> den Gesamtdrehimpuls  $J$  haben. Dieser setzt sich aus dem relativen Bahndrehimpuls  $L$  und dem Spin  $S$  der beiden Nukleonen zusammen. Die Spins der beiden Fermionen können sowohl zu  $S = 0$  als auch zu  $S = 1$  koppeln. Bis auf den Isospin beschreiben diese drei Quantenzahlen den Ausgangszustand des  $\bar{p}n$ -Systems vollständig. Die Spezifizierung dieses Zustandes erfolgt in Analogie zur Atomspektroskopie durch folgende Symbolik:

$$^{2S+1}L_J$$

Für die Bahndrehimpulse  $L = 0, 1, 2, 3$  werden die Buchstaben  $S, P, D, F$  eingesetzt.

Die Änderung bei Raumspiegelung  $\hat{P}$  der Gesamtwellenfunktion  $\psi$ , die das  $\bar{p}n$ -System darstellt, hängt nur vom relativen Bahndrehimpuls  $L$  ab. Dieser wird, wie beim Wasserstoffatom, durch die Kugelfunktion  $Y_L^m(\theta, \phi)$  beschrieben und deren Parität ist mit  $(-1)^L$  bekannt. Fermion und Antifermion besitzen entgegengesetzte Parität, und damit ergibt sich als Paritäts-Eigenwert für das  $\bar{p}n$ -System:

$$P(\bar{p}n) = (-1)^{L+1}$$

Die Ladungskonjugation mit ihrem Operator  $\hat{C}$ , welcher das Vorzeichen aller ladungsartigen Quantenzahlen umkehrt, d.h. Teilchen durch Antiteilchen ersetzt, ist für das geladene  $\bar{p}n$ -System nicht definiert. Zur Begründung der später eingeführten  $G$ -Parität

---

<sup>1</sup>Der Begriff Annihilation trifft insofern zu, als das Antiproton und das Neutron (Gesamtbarionenanzahl  $B = 0$ ) wie beim  $\bar{p}p$  vollständig in Mesonen annihilieren.

wird zunächst die  $C$ -Parität eines *Nukleon-Antinukleon*-Systems ermittelt. Man betrachte die separierten Komponenten der Gesamtwellenfunktion  $\psi$ : die Ortswellenfunktion  $\phi(\vec{r})$ , die Spinwellenfunktion  $\alpha(S)$  und den ladungsabhängigen Teil  $\chi(q)$  bei gleichartigen Nukleonen. Nach dem Pauli-Prinzip weiß man, daß die Gesamtwellenfunktion sich antisymmetrisch unter Vertauschung der beiden Fermionen verhält:

$$\phi(\vec{r}) \cdot \alpha(S) \cdot \chi(q) \xleftrightarrow{1 \leftrightarrow 2} -\phi(\vec{r}) \cdot \alpha(S) \cdot \chi(q)$$

Für die Ortswellenfunktion gilt wie oben  $\phi(\vec{r}) \xleftrightarrow{1 \leftrightarrow 2} (-1)^L \cdot \phi(\vec{r})$ . Die Spinwellenfunktion ändert ihr Vorzeichen bei antiparallelen Spins ( $S = 0$ ), bei parallelen ( $S = 1$ ) hingegen nicht. Daraus resultiert  $\alpha(S) \xleftrightarrow{1 \leftrightarrow 2} (-1)^{S+1} \cdot \alpha(S)$ . Der ladungsabhängige Teil verhält sich bei Vertauschung von Nukleon und Antinukleon (zum Beispiel Antiproton und Proton) genau wie bei der Anwendung des  $\hat{C}$ -Operators. Es ergibt sich der Eigenwert der Ladungskonjugation zu  $\chi(q) \xleftrightarrow{1 \leftrightarrow 2} C \cdot \chi(q)$ . Da das Produkt der drei Eigenwerte gleich  $-1$  sein muß, erhält man schließlich:

$$C(\bar{N}N) = (-1)^{L+S}$$

Mit diesen Betrachtungen sind der Bahndrehimpuls und die Spineinstellung des Anfangszustandes vollständig beschrieben. Für die gesamte Beschreibung fehlt allerdings noch – wie eingangs erwähnt – der Isospin des  $\bar{p}n$ -Systems.

Das Neutron befindet sich im gleichen Isospinzustand  $|I, I_z\rangle = |+\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle$  wie das Antiproton. Beide können also nur zu

$$|\bar{p}n\rangle = |+\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle \otimes |+\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle = |1, -1\rangle$$

koppeln. Damit sind die Anfangszustände bezüglich des Isospins bereits stark eingeschränkt. Nachdem der  $\hat{C}$ -Operator im  $\bar{p}n$ -System nicht definiert ist, führt man in diesem Fall den  $\hat{G}$ -Operator ein, um die Darstellung weiter zu vervollständigen. Dieser stellt eine Drehung im Isospinraum von  $180^\circ$  um die  $y$ -Achse und anschließende Ladungskonjugation dar:

$$\hat{G} = \hat{C}e^{-i\pi\hat{I}_y}$$

Der Generator  $\hat{I}_y$ , welcher einer der drei Isospinoperatoren ist, unterliegt den gleichen Vertauschungsrelationen wie die Drehimpulsoperatoren:

$$[\hat{I}_j, \hat{I}_k] = i\epsilon_{jkl}\hat{I}_l$$

Die Triplettfunktionen des Isospins bezüglich Proton und Neutron bzw. deren Antiteilchen lauten:

$$\begin{aligned} |1, 1\rangle &= |p\bar{n}\rangle \\ |1, 0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|n\bar{n}\rangle - |p\bar{p}\rangle) \\ |1, -1\rangle &= -|n\bar{p}\rangle \end{aligned}$$

Mit Hilfe dieser Wellenfunktionen fällt es leicht zu verstehen, daß  $e^{-i\pi\hat{I}_y}|\bar{p}n\rangle = -1|\bar{p}n\rangle$  ist. Stellt man für die  $G$ -Parität die gleichen Überlegungen wie für die  $C$ -Parität für Vertauschung zweier Fermionen an, stellen sich die  $G$ -Eigenwerte des  $\bar{p}n$ -Systems folgendermaßen dar:

$$G(\bar{p}n) = (-1)^{L+S+1}$$

Damit erhält man insgesamt für das  $\bar{p}n$ -System folgende mögliche Anfangszustände:

Bahndrehimpuls $L_{\bar{p}n}$	Spin $S_{\bar{p}n}$	Isospin $I_{\bar{p}n}$	atomarer Zustand $^{2S+1}L_J$	Quantenzahlen $I^G(J^P)$
0	0	1	$^1S_0$	$1^-(0^-)$
0	1	1	$^3S_1$	$1^+(1^-)$
1	0	1	$^1P_1$	$1^+(1^+)$
1	1	1	$^3P_0$	$1^-(0^+)$
1	1	1	$^3P_1$	$1^-(1^+)$
1	1	1	$^3P_2$	$1^-(2^+)$

Tabelle 2.1: Anfangszustände des  $\bar{p}n$ -Systems in der  $S$ - und  $P$ -Welle.

### 2.1.2 Annihilation aus der $S$ - und $P$ -Welle

Bei der Reaktion des Antiprotons mit dem Deuteron geht man davon aus, daß das Proton nur als Zuschauer- (*spectator*-) Teilchen an der Reaktion beteiligt ist. Das Neutron ist quasi frei. Dies gilt für Impulse bis circa 250 MeV/c. Die Impulsverteilung der unbeteiligten Protonen ist durch die Impulswellenfunktion des Deuterons gegeben und erreicht ihr Maximum bei kleinen Impulsen von etwa 80 MeV/c (s. Abb. 2.1).

Wenn das Antiproton in das Target eindringt, bildet sich zunächst ein atomähnlicher Zustand aus Antiproton und Deuteron aus. Dieser befindet sich nicht in einem Drehimpulseigenzustand des  $\bar{p}n$ -Systems, wodurch ein Beitrag von höheren Drehimpulszuständen als der  $S$ -Welle des  $\bar{p}n$ -Systems möglich wird. Berechnungen von Bizarri et al. [23] ergaben ein Verhältnis von  $P$ - zu  $S$ -Welle in einem  $5\pi^\circ$ -Endzustand von 0,24. Der  $P$ -Wellenanteil kann durch einen Schnitt auf kleine Impulse des Spectator-Protons weiter gesenkt werden. Zwar wären  $P$ - und  $S$ -Welle bei fester Richtung des Spectator-Nukleons kohärent, d.h. es gäbe anisotrope Winkelverteilungen im  $\bar{p}n$ -Zerfall, doch verschwinden die Interferenzen durch Integration über alle Raumrichtungen des Spectator Impulses, d.h.  $P$ - und  $S$ -Annihilation können als inkohärent behandelt werden.



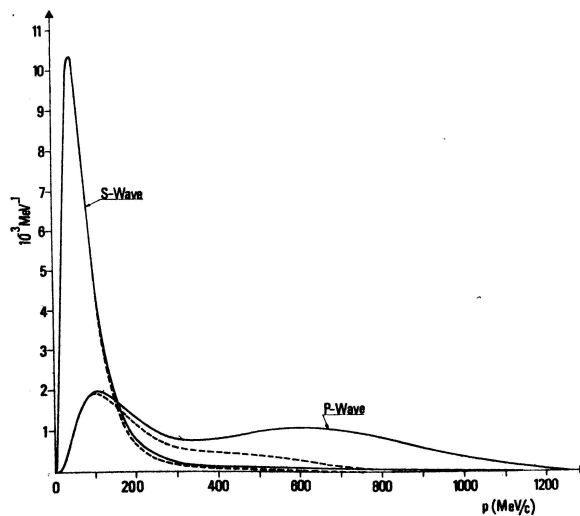


Abbildung 2.1: Impulsverteilung des Spectator-Nukleons für S- und P-Wellen Annihilation im Deuterium aus der S-Welle [23].

## 2.2 Das Quarkmodell und die Mesonen

Es gibt sechs verschiedene Quarksorten, die sich in ihrem „Geschmack“ (*flavour*) unterscheiden: *up* ( $u$ ), *down* ( $d$ ), *strange* ( $s$ ), *charm* ( $c$ ), *bottom* ( $b$ ) und *top* ( $t$ ). Die Quarks tragen Drittelladungen ( $Q = -\frac{1}{3}$  und  $Q = +\frac{2}{3}$ ) und sind somit, wie alle Fermionen bis auf die Neutrinos, auch der elektromagnetischen Wechselwirkung unterworfen.

Alle Quarks besitzen die Baryonenzahl  $B = +\frac{1}{3}$ . Ihre intrinsische Parität ist positiv. Jeder Quarksorte läßt sich im Prinzip eine Flavour-Quantenzahl ( $D, U, S, C, B, T$ ) zuordnen; beim  $u$ - und  $d$ -Quark ist dies allerdings unüblich. Der Grund hierfür liegt in der annähernd gleichen Masse, wodurch sie zu einem Isospindublett mit den Isospineinstellungen  $I_z = \pm\frac{1}{2}$  zusammengefaßt werden können. In Analogie zum Isospindublett Proton und Neutron unterliegen sie damit der  $SU(2)$ -Symmetrie. Nimmt man noch das  $s$ -Quark hinzu, welches  $I_z = 0$  hat, so kommt man zur  $SU(3)$ -Symmetrie, welche nicht streng gilt. Tabelle 2.2 gibt alle relevanten Quantenzahlen der Quarks wieder.

Die starke und die elektromagnetische Kraft erhalten die Flavour-Quantenzahl. Sie können somit Quarks nicht ineinander umwandeln. Dazu ist nur die schwache Kraft durch Austausch eines geladenen Eichbosons in der Lage. Anders als bei den Leptonen, sind bei den Quarks Umwandlungen auch zwischen den Familien gestattet. Ein, für das seltsame Kaon, typischer Zerfall eines *strange*-Quarks in ein  $up$ -Quark ist zum Beispiel:

$$s \rightarrow u + \mu^- + \bar{\nu}_\mu$$

Um die Eigenzustände der Mesonen zum Isospin oder zum Operator der  $G$ -Parität zu bilden, ist die Kenntnis des Transformationsverhaltens der Quarks unter  $SU(2)$  wesentlich [24]. Isotransformationen sind nicht unabhängig von der Teilchen-Antiteilchen-Konjugation  $\hat{C}$ . Bei einer  $\hat{C}$ -Operation werden Quarks in Antiquarks überführt und umgekehrt. Das Vorzeichen der Wellenfunktion bleibt dabei unverändert. Daraus folgt für die Bildung der Dubletts im Isoraum der Quarks und Antiquarks:

Quark	$Q$	$I$	$I_z$	$D$	$U$	$S$	$C$	$B$	$T$
$d$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-1$	$0$	$0$	$0$	$0$	$0$
$u$	$+\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	$0$	$1$	$0$	$0$	$0$	$0$
$s$	$-\frac{1}{3}$	$0$	$0$	$0$	$0$	$-1$	$0$	$0$	$0$
$c$	$+\frac{2}{3}$	$0$	$0$	$0$	$0$	$0$	$1$	$0$	$0$
$b$	$-\frac{1}{3}$	$0$	$0$	$0$	$0$	$0$	$0$	$-1$	$0$
$t$	$+\frac{2}{3}$	$0$	$0$	$0$	$0$	$0$	$0$	$0$	$1$

Tabelle 2.2: Quantenzahlen aller Quarksorten. Für die Antiquarks gelten bis auf  $I$  genau umgekehrte Vorzeichen.

$$\text{Iso-Dublett: } \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \quad \text{Iso-Antidublett: } \begin{pmatrix} \bar{d} \\ -\bar{u} \end{pmatrix}$$

Das jeweils obere Element entspricht dem ( $I_z = +\frac{1}{2}$ )- und das untere dem ( $I_z = -\frac{1}{2}$ )-Zustand.

### 2.2.1 Die Eigenschaften der Mesonen

Fast alle bekannten Mesonen lassen sich als gebundene  $q\bar{q}$ -Zustände verstehen. Der Flavour der beiden Quarks kann dabei unterschiedlich sein. Die Parität des Quark-Antiquark-Systems ergibt sich wie beim  $\bar{p}n$ -System zu:

$$P(q\bar{q}) = (-1)^{L+1} \quad .$$

$L$  ist der Bahndrehimpuls. Der Spin kann zu 0 oder 1 koppeln. Das Meson befindet sich in einem Eigenzustand zur  $C$ -Parität, wenn es sich aus einem Quark und seinem Antiquark zusammensetzt. Dies gilt auch für Linearkombinationen von Quark-Antiquark-Paaren. Daraus resultiert für den  $C$ -Eigenwert:

$$C(q\bar{q}) = (-1)^{L+S}$$

Für  $L = 0$  unterteilen sich die Mesonen in zwei Gruppen: diejenigen mit  $J^{PC} = 0^{-+}$  (entspricht dem atomaren Zustand  $^{2S+1}L_J = {}^1S_0$ ) und  $J^{PC} = 1^{-+}$ , was dem atomaren  ${}^3S_1$ -Zustand gleicht. Aufgrund ihres unterschiedliches Verhaltens bei Raumspiegelung nennt man die  $0^{-+}$  Mesonen *pseudoskalar* und die mit  $J^{PC} = 1^{-+}$  *Vektormesonen*. Für  $L = 1$  sieht die Einteilung folgendermaßen aus:

- *skalare* Mesonen mit  $J^{PC} = 0^{++}$  für  ${}^3P_0$
- *axiale Vektormesonen* mit  $J^{PC} = 1^{+-}$  für  ${}^1P_1$  und  $1^{++}$  für  ${}^3P_1$

- *Tensormesonen* mit  $J^{PC} = 2^{++}$  für  ${}^3P_2$

Der  $C$ -Eigenwert ist nur für die Mesonen definiert, bei denen alle Flavour-Quantenzahlen den Wert Null besitzen. Mischzustände von Mesonen entstehen bei gleichen Quantenzahlen. Ein Beispiel dafür sind die beiden axialen Mesonen  $K_{1A}$  und  $K_{1B}$ , die sich bei einem Mischungswinkel von circa  $45^\circ$  in den beiden Resonanzen  $K_1(1270)$  und  $K_1(1400)$  zeigen.

Mögliche Quantenzahlen von Mesonen die aus  $q\bar{q}$  bestehen, sind mit obigen Überlegungen:

$$J^{PC} = 0^{-+}, 0^{++}, 1^{--}, 1^{+-}, 1^{++}, 2^{--}, 2^{-+}, 2^{++}, \dots \quad ,$$

während  $J^{PC} = 0^{--}, 0^{+-}, 1^{-+}, 2^{+-}, \dots$  nicht mit  $q\bar{q}$  gebildet werden können, wobei in dieser Arbeit ein Hauptaugenmerk auf der Suche nach Mesonen mit  $J^{PC} = 1^{-+}$  liegt. Mesonen dieser Art erklären sich nur mit Hilfe von eingangs erwähnten exotischen Modellen. Diese Modelle sagen allerdings auch exotische Mesonen mit Quantenzahlen gewöhnlicher Mesonen voraus, was die Unterscheidung zwischen normalen  $q\bar{q}$  und nicht  $q\bar{q}$  Zuständen in diesen Fällen erschwert und den Vorteil der Quantenkombination  $J^{PC} = 1^{-+}$  für die Suche nach Exoten unterstreicht.

Die in dieser Arbeit zu erwartenden Mesonen können nur aus den drei leichten Quarks  $u$ ,  $d$  und  $s$  aufgebaut sein, da alle schwereren schon außerhalb des Phasenraumes lägen.

Die additiven Quantenzahlen der leichten Quarks und Mesonen sind durch die Ladung  $Q$ , die Seltsamkeit  $S$ , die Baryonenzahl  $B$  und die starke Hyperladung  $Y$  gegeben. Ihre Verknüpfung stellen folgende Beziehungen dar:

$$Y = B + S$$

und die Gell-Mann-Nishijima-Gleichung:

$$Q = I_z + \frac{Y}{2}$$

Es lassen sich aus den drei Flavours  $u$ ,  $d$  und  $s$  und ihren Antiflavours neun verschiedene  $q\bar{q}$ -Kombinationen bilden. Für  $L = 0$  ergeben sich zwei Nonette: das der pseudoskalaren Mesonen mit antiparallelem Spin und das der Vektormesonen mit parallelem Spin (s. Abb. 2.2).

Abb. 2.2 stellt die angegebenen Quarkpaare lediglich als Inhalt der Mesonen dar. Die tatsächliche Wellenfunktion ist komplizierter, wie in dem auf S. 3 gegebenen Beispiel erläutert. Insbesondere muß man die Wellenfunktionen der hier behandelten Mesonen noch hinsichtlich ihres Quarkflavours symmetrisieren. Tabelle 2.3 faßt Isospin und Seltsamkeit der pseudoskalaren- und Vektor-Mesonen zusammen.

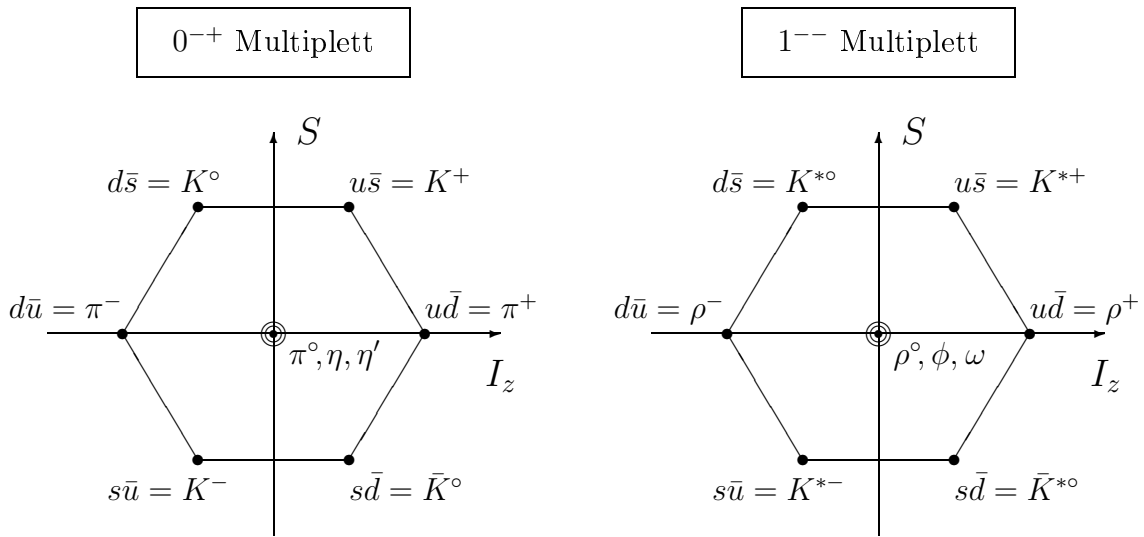


Abbildung 2.2: Diagramm der Quark–Antiquark–Zustände in der  $SU(3)$ –Symmetrie. Links das Nennett der pseudoskalaren Mesonen, rechts das der Vektormesonen. Die drei Zustände im Zentrum sind Überlagerungen von  $u\bar{u}$ ,  $d\bar{d}$  und  $s\bar{s}$ .

$I$	$I_z$	$S$	$ q\bar{q}\rangle$	$0^{-+}$	$1^{-}$
1	+1	0	$+ u\bar{d}\rangle$	$\pi^{+}$	$\rho^{+}$
1	0	0	$(+ d\bar{d}\rangle -  u\bar{u}\rangle)/\sqrt{2}$	$\pi^{\circ}$	$\rho^{\circ}$
1	-1	0	$- d\bar{u}\rangle$	$\pi^{-}$	$\rho^{-}$
$\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	+1	$+ u\bar{s}\rangle$	$K^{+}$	$K^{*+}$
$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	+1	$+ d\bar{s}\rangle$	$K^{\circ}$	$K^{*\circ}$
$\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	-1	$+ s\bar{d}\rangle$	$\bar{K}^{\circ}$	$\bar{K}^{*\circ}$
$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	-1	$- s\bar{u}\rangle$	$K^{-}$	$K^{*-}$

Tabelle 2.3: Isospin  $|I, I_z\rangle$  und Seltsamkeit  $S$  der Quarkzustände der pseudoskalaren Mesonen ( $0^{-+}$ ) und der Vektormesonen ( $1^{-}$ ). Zur Bestimmung der korrekten Wellenfunktion muß man im ersten Fall hinsichtlich des Quarkflavours symmetrisieren, im letzteren antisymmetrisieren.

## 2.3 Das Meson–Antimeson System

Da der Drehimpuls der Konstituentenquarks und das Produkt der inneren Paritäten des Mesons ( $M$ ) und Antimesons ( $\bar{M}$ ) stets gleich sind, gelangt man zu folgendem Zusammenhang:

$$P(M\bar{M}) = (-1)^L$$

Die Gesamtwellenfunktion zweier Bosonen unterliegt dem verallgemeinerten Pauli-Prinzip, wonach sie symmetrisch unter Vertauschung sein muß:

$$\phi(x) \cdot \alpha(S) \cdot \chi(q) \xleftrightarrow{1 \leftrightarrow 2} + \phi(x) \cdot \alpha(S) \cdot \chi(q)$$

Bei der Ortswellenfunktion ist das Verhalten genauso wie beim Fermion–Antifermion System:  $\phi(x) \xleftrightarrow{1 \leftrightarrow 2} (-1)^L \cdot \phi(x)$ . Die Spinwellenfunktion wechselt ihr Vorzeichen nur bei ungeradzahligem Gesamtspin  $S$ :  $\alpha(S) \xleftrightarrow{1 \leftrightarrow 2} (-1)^S \cdot \alpha(S)$ . Schließlich ist der ladungsabhängige Teil durch die jeweilige  $C$ -Parität festgelegt:  $\chi(q) \xleftrightarrow{1 \leftrightarrow 2} C \cdot \chi(q)$ . Damit ergibt sich für den Zusammenhang zwischen Gesamtspin  $S$  und Drehimpuls  $L$  der Eigenwert der Ladungskonjugation zu:

$$C(M\bar{M}) = (-1)^{L+S}$$

Abschließend sollen noch die Zusammenhänge für zwei *verschiedene* Mesonen ( $M_1 M_2$ )

erwähnt werden:

- $G$ -Parität:  $G(M_1 M_2) = G_1 \cdot G_2$  (sofern definiert)
- $C$ -Parität:  $C(M_1 M_2) = C_1 \cdot C_2$  (sofern definiert)
- $P$ -Parität:  $P(M_1 M_2) = P_1 \cdot P_2 \cdot (-1)^L$

# 3 Das Crystal-Barrel Experiment

## 3.1 Der LEAR am CERN

Seit 1981 wurden am Low-Energy-Antiproton-Ring (LEAR) am CERN Experimente mit Antiprotonen durchgeführt. Dieser Ring ist eine Endstufe eines Beschleunigerkomplexes, der einen Linearbeschleuniger, das Proton-Synchrotron (PS) und den Antiproton-Accumulator umfaßt (s. Abb. 3.1). Die letzten Antiprotonen produzierte LEAR im Jahr 1996. Danach wurde der Antiproton-Accumulator (AA) in einen Antiproton Decelerator (AD) umgebaut, um atomphysikalische Experimente zu ermöglichen, u. a. die Erzeugung von Antiwasserstoff.

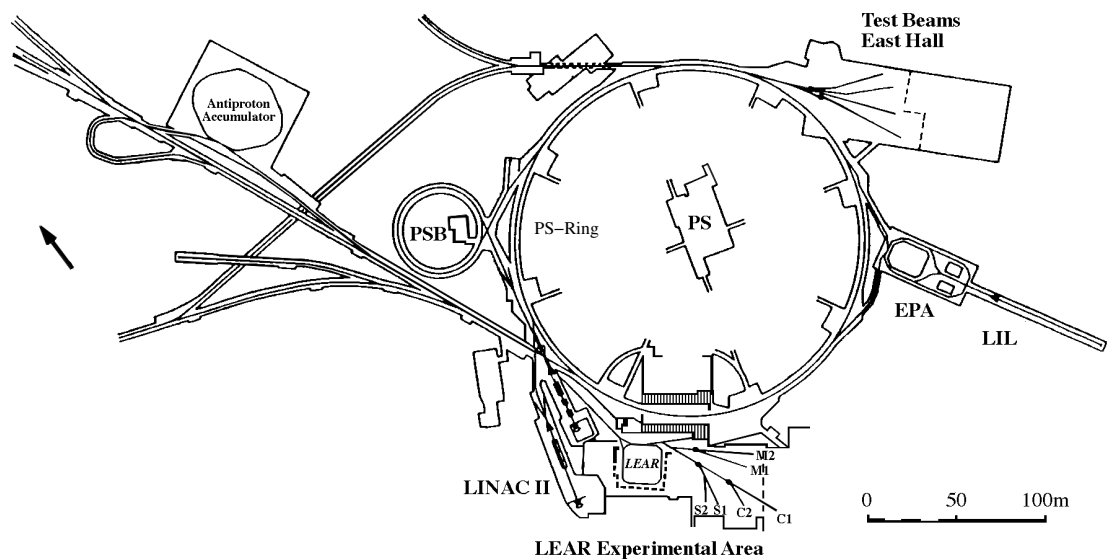


Abbildung 3.1: Der CERN Antiprotonenkomplex, an dessen unterem Ende der LEAR zu erkennen ist. Das Crystal-Barrel-Experiment befand sich am Strahlrohr C2 (unterer Bildrand)

Zur Herstellung von Antiprotonen werden Protonen aus dem PS mit einer Energie von 25,6 GeV auf ein Wolframtarget geschossen. Ein spezielles Magnetfeld fokussiert dann die austretenden Antiprotonen auf die Strahlachse.

Um Impulse von ca. 200 MeV/c zu erreichen, die für das Experiment benötigt wurden, waren verschiedene Kühlverfahren notwendig. Zum einen kam die Elektronenkühlung zum Einsatz. Dabei gibt der Antiprotonenstrahl seine Impulsschwankungen an einen parallel laufenden Elektronenstrahl ab. Ein weiteres, speziell zu diesem Zweck am CERN entwickeltes Verfahren [11], ist die stochastische Kühlung. Nach der Kühlung wurden die Antiprotonen in Paketen von ca.  $10^{11}$  Teilchen mit einem Impuls von 600 MeV/c in den LEAR eingespeist. Der LEAR war in der Lage, Antiprotonen im Impulsbereich von 0,1 GeV/c bis 2 GeV/c für Experimente zur Verfügung zu stellen.

Mögliche Verunreinigungen des Strahls durch Kaonen oder Pionen wurden durch die langen Speicherzeiten ausgeschaltet. Der gekühlte Strahl wies eine sehr geringe horizontale Strahlemittanz ( $2\pi \cdot mm \cdot mrad$ ) und eine relative Impulsunschärfe von  $\Delta p/p \approx 5 \cdot 10^{-4}$  auf.

## 3.2 Der Crystal-Barrel Detektor

Der Crystal-Barrel Detektor (Abb. 3.2, [12]) war der erste in der Hadronenspektroskopie, der Endzustände sowohl mit geladenen Teilchen wie auch mit Photonen über fast den gesamten Raumwinkel nachweisen konnte. Neben der guten Raumwinkelabdeckung ( $\approx 0,97 \cdot 4\pi$ ) zeichnet er sich durch eine hohe Winkelauflösung und ein schnelles Triggersystem aus. Die Forderung nach vollständiger Erfassung der Kinematik aller Teilchen im Endzustand, erfüllt der Detektor durch folgende Eckdaten:

- Gleichzeitiger Nachweis von geladenen und ungeladenen Teilchen
- Impulsbestimmung geladener Teilchen mit hoher Genauigkeit und Raumwinkelakzeptanz
- Unterscheidung von geladenen Kaonen und Pionen
- Hohe Energieauflösung
- Schnelles Triggersystem, mit dem seltene Ereignisse angereichert werden können

Nachdem die Antiprotonen den LEAR durch ein  $100\mu m$  dickes Berylliumfenster verlassen haben, treffen sie auf einen segmentierten Siliziumzähler, der zur Strahlausrichtung und als Startsignal für die Ausleseelektronik dient.

Der Strahl tritt dann durch ein Mylarfenster in das Target ein, welches aus flüssigem oder gasförmigem Wasserstoff besteht. Die in dieser Arbeit genommenen Daten beruhen auf Wechselwirkungen mit einem flüssigem Deuteriumtarget. Der Antiprotonenimpuls lag bei 200 MeV/c, was zur Folge hatte, daß die Antiprotonen vollständig im Target gestoppt wurden.

Bei früheren Messungen (vor 1994) wurden zwei, das Target zylindrisch umschließende, Vieldrahtproportionalkammern (PWC) verwendet, welche die Anzahl der bei der

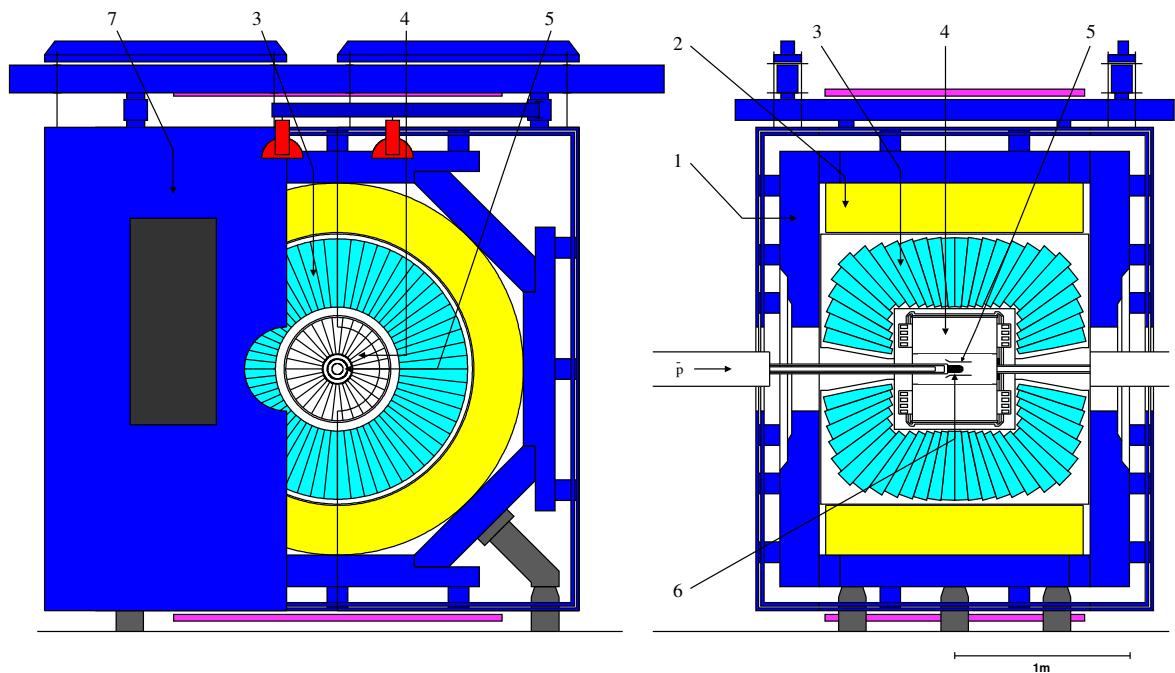


Abbildung 3.2: Querschnitt durch den Crystal-Barrel Detektor (*links*: senkrecht zur Strahlachse, *rechts*: längs dazu):

1 Eisenjoch, 2 Magnetspule, 3 CsI(Tl)-Kalorimeter, 4 Jet-Driftkammer, 5 Silizium-Vertexdetektor (Nachfolger der in den hier ausgewerteten Experimenten benutzten Vieldrahtproportionalkammern), 6 Target, 7 Magnettür.

Reaktion entstandenen geladenen Teilchen bestimmten. Daran anschließend befindet sich eine Jet-Driftkammer, die zur Messung von Impuls und Bahn geladener Teilchen konzipiert ist.

Seit 1995 wurde statt der PWC ein Silizium-Streifenzähler verwendet. Dieser eignet sich besonders gut zur Anreicherung von kaonischen Endzuständen [13, 14].

Diese Kammern werden umringt von 1380 CsJ-Kristallen, die das elektromagnetische Kalorimeter bilden. Die Form dieses Kalorimeters gab dem Experiment seinen Namen: es erinnert an ein Faß (= englisch *barrel*). Jeder Kristall entspricht mit seinen 30 cm Länge etwa 16 Strahlungslängen. Wie oben erwähnt, überdeckt das komplette Kalorimeter den gesamten Raumwinkel bis auf 3 Prozent, die von der Öffnung für das Strahlrohr herrühren.

Schließlich durchdringt ein zur Strahlachse symmetrisches Magnetfeld das Detektorsystem. Im Bereich der Jet-Driftkammer ist dieses in guter Näherung homogen und erreicht eine Stärke von 1,5 Tesla.

### 3.3 Die Jet-Driftkammer

An die PWC schließt sich die Jet-Driftkammer (JDC) an. Ihre Hauptaufgabe ist es, die im homogenen Magnetfeld gekrümmten Spuren geladener Teilchen zu rekonstruieren und deren Impuls sowie spezifischen Energieverlust zu ermitteln. Dadurch ist bis ca.



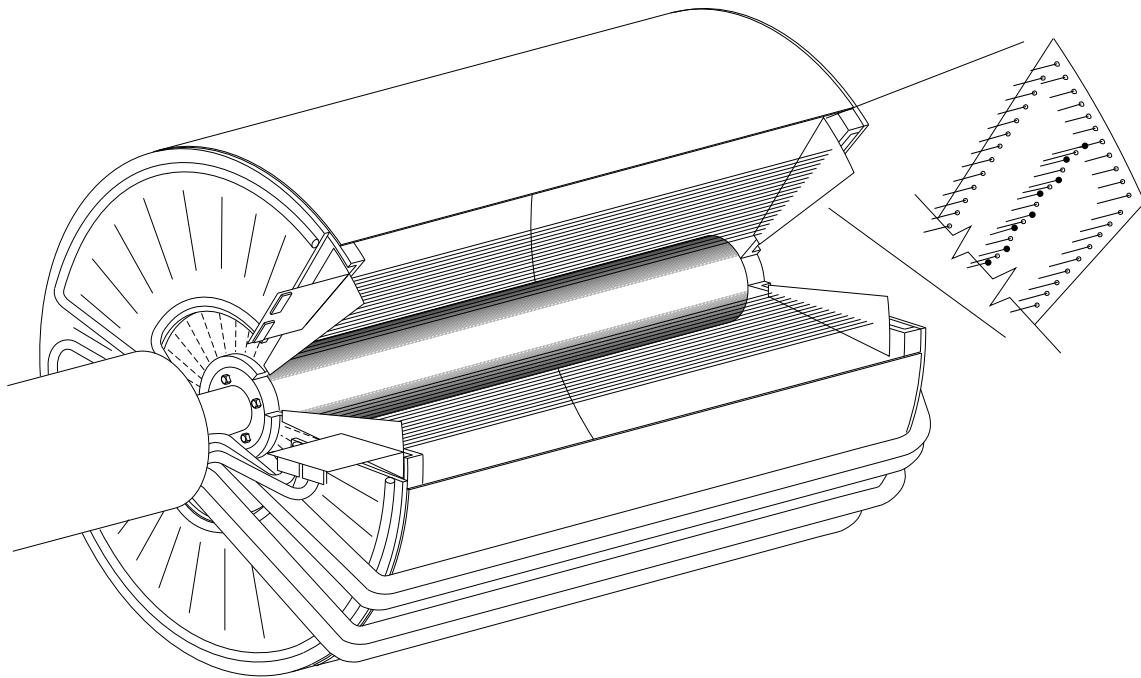


Abbildung 3.3: Die bis 1994 verwendete Jet-Driftkammer; der vergrößerte Ausschnitt zeigt einen Sektor

500 MeV/c eine Trennung von Kaonen und Pionen möglich. Die seit 1994 verwendete JDC unterscheidet sich von ihrem Vorgänger (s. Abb. 3.3) nur unwesentlich. Im Gegensatz zum Vorgängermodell sind die ersten fünf Signaldrahtlagen nur in 15, um die Strahlachse konzentrisch angeordnete, Sektoren unterteilt. Die sechste Lage wird nicht ausgelesen und die Lagen 7-23 sind wie beim alten Modell (s. Abb. 3.3) in 30 Sektoren getrennt. Die Signaldrähte laufen parallel zur Strahlrichtung. Durch Versetzung der Anodendrähte um  $\pm 0,2\text{mm}$  gegen die Sektorenmitte (*staggering*) kann die Auflösung der Rechts-Links-Ambiguitäten der vermessenen Spur erreicht werden. Die Kammer deckt ca. 93% des Raumwinkels ab. Dieser verringert sich allerdings erheblich, wenn Treffer in bestimmten Lagen verlangt werden.

Als Detektorgas wurde ein sogenanntes langsames Gas<sup>1</sup> verwendet. Trotz der langsamen Gasmischung ist die Driftzeit durch die Geometrie der Anordnung kurz genug ( $\approx 3\text{-}4\mu\text{s}$ ), um die Informationen aus der JDC in der ersten Triggerstufe zu verwenden.

### 3.4 Das elektromagnetische Kalorimeter

Den Abschluß der Detektorkomponenten bildet das faßförmige elektromagnetische Kalorimeter. Es besteht aus 1380 CsJ(Tl)-Kristallen und überdeckt fast den gesamten Raumwinkel, bis auf die Bereiche bis  $\pm 12^\circ$  zur Strahlachse (s. Abb. 3.4). Jeder Kristall überdeckt einen Winkel von  $6^\circ$  in azimuthaler und polarer Richtung. In der Nähe des

<sup>1</sup>eine Mischung aus 90% CO<sub>2</sub> und 10% Isobutan bei Zimmerdruck

Strahlrohres ändert sich der azimutale Winkel auf  $12^\circ$ , um nicht zu kleine Kristalle zu erhalten.

Jeder Kristall ist von einer Titanhülle umgeben, um eine optische Trennung der einzelnen Kristalle und eine Erhöhung der Stabilität zu gewährleisten (s. Abb. 3.5). Sie sind alle zur Detektormitte hin ausgerichtet und haben die Form einer, an der Spitze abgeschnittenen, Pyramide. Die radiale Ausdehnung beträgt  $300\text{ mm}$ , was  $16,1$  Strahlungslängen entspricht. Das Gesamtgewicht des Barrels beträgt etwa vier Tonnen und wird durch eine Konstruktion aus einer Aluminiumlegierung getragen. Die Konstruktion besteht aus zwei Hälften, die bei Bedarf auseinander geschoben werden können.

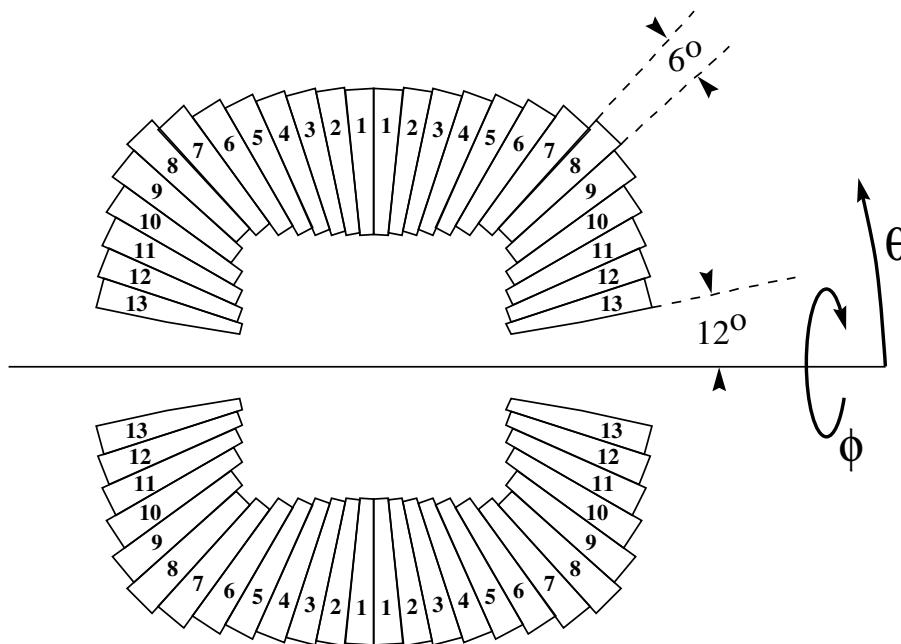


Abbildung 3.4: Querschnitt durch das aus 1380 CsJ(Tl)-Kristallen bestehende Kalorimeter. Der Polarwinkel ist festgehalten. Die Numerierung bezieht sich auf die 13, in der Geometrie unterschiedlichen, Kristalltypen

Die Aufgabe des Kalorimeters ist es, Photonen nachzuweisen, die hauptsächlich aus den Zerfällen des  $\pi^0$ ,  $\eta$ ,  $\eta'$  und  $\omega$  herrühren [15]. Dabei wird die Wechselwirkung hochenergetischer Photonen mit Materie, die über Paarbildung und Bremsstrahlung erfolgt, ausgenutzt. Diese führt zu einem Schauer von Photonen, Elektronen und Positronen. In einem szintillierenden Material hat dies eine Lumineszenzstrahlung zur Folge, deren Intensität ein Maß für die Energie des primär wechselwirkenden Photons ist. Allerdings sind dies nicht die einzig möglichen Wechselwirkungen. Auch geladene Teilchen, wie Pionen oder Kaonen, hinterlassen ihre Spuren im Kalorimeter, mit einer Wahrscheinlichkeit von 50 % auch das stark wechselwirkende  $K_L$ .

Da sich das Kalorimeter in einem Magnetfeld von  $1,5$  Tesla befindet, ist eine Auslese

mit Photoelektronenvervielfachern nicht möglich. In diesem Fall kommen Photodioden zum Einsatz, deren größte Sensitivität im roten Wellenspektrum liegt. Das von den Kristallen emittierte Licht liegt im grünen Bereich. Um diese Diskrepanz auszugleichen wurde zwischen Kristall und Diode ein Wellenlängenschieber (WLS, s. Abb. 3.5) gesetzt. Ein weiterer Vorteil des WLS ist die Anpassung der verschieden großen Kontaktflächen am Kristallende bzw. an der Photodiode.

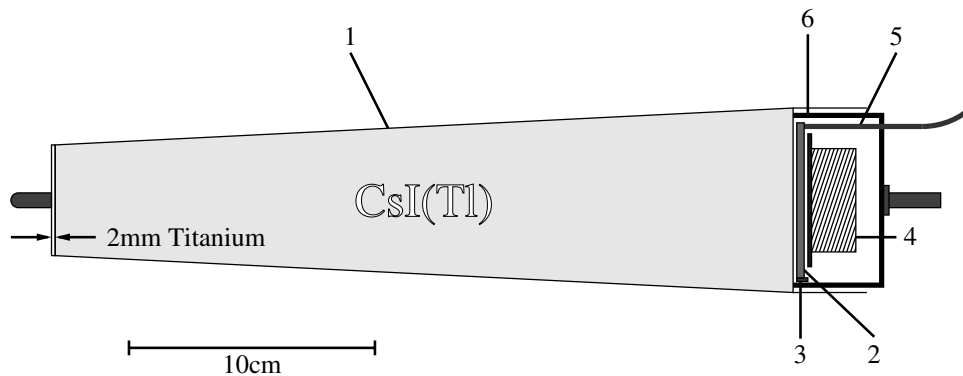


Abbildung 3.5: Seitenansicht eines einzelnen CsJ-Kristalls: 1: Titanhülle, 2: Wellenlängenschieber, 3: Photodiode, 4: Vorverstärker, 5: optische Faser eines Lichtpulsersystems zum Testen der Kristalle, 6: Gehäusedeckel.

## 3.5 Das Triggersystem

Das Triggersystem [16] liefert zum einen das Startsignal für die Auslese der Detektor-komponenten. Zum anderen ist es dafür verantwortlich, die Möglichkeit der Selektion verschiedener Annihilationskanäle zu gewährleisten. Dies geschieht durch Festlegung geeigneter Ereignistopologien.

Im Ganzen gibt es drei Triggerstufen:

- Auf der untersten Triggerstufe wird der Stop des Antiprotons im Target gefordert. Überprüft wird dies durch einen Eingangszähler vor dem Target. Bei Messungen mit Antiprotonen im Fluge, das heißt bei hohen Impulsen, wird zusätzlich eine Antikoinzidenz mit einem Veto-zähler hinter dem Target verlangt. Damit wird sichergestellt, daß das Antiproton das Target nicht mehr verlassen hat.
- Von der JDC und PWC liegen in der zweiten Stufe Informationen vor, welche verwendet werden können, um auf bestimmte Ladungsmultiplizitäten zu triggern.

- Eine weitere Triggerstufe nutzt Informationen aus dem Kalorimeter, mit denen die Energiesumme und die lokalen Maxima ermittelt werden. Zusätzlich gibt es die Möglichkeit per Software Kanäle mit  $\pi^0$ - oder  $\eta$ -Mesonen anzureichern.

Der hier verwendete Datensatz  $\bar{p}n \rightarrow \pi^-3\pi^0$  ist mit einem 1-*prong*-Trigger aufgenommen worden. Dazu müssen die Lagen 21 und 22 in der JDC ansprechen, was eine Anreicherung mit langen Spuren und damit eine bessere Impulsauflösung zur Folge hat.

## 3.6 Die Kalibration

### 3.6.1 Die Kalibration der JDC

Die Kalibration der JDC unterteilt sich in mehrere Stufen [12]:

#### Die Skalierung der Rohdaten

Bevor die Daten, welche die JDC liefert, zur Positionsbestimmung herangezogen werden, muß sichergestellt sein, daß die Driftzeiten im erwarteten Rahmen liegen und die gemessenen Amplituden oberhalb der Rauschgrenze liegen. Der Zeit-Offset des ADC wird über ein gemessenes Zeitspektrum festgelegt. Nach der Nullpunktsbestimmung ist es möglich, das Signal durch verschiedene Schnitte klar vom Rauschen zu trennen.

#### Die z-Kalibration

Die z-Komponente eines Treffers erhält man nach dem Prinzip der Ladungsteilung:

$$z = z_0 + z_L \frac{A_+ - \alpha A_-}{A_+ + \alpha A_-} \quad ,$$

wobei  $z_0$  die Lage der Drahtmitte angibt,  $z_L$  die elektrische Länge des Drahtes,  $\alpha$  die relative Verstärkung zwischen der jeweils an den Drahtenden anschließenden Elektronik, und  $A_+$  bzw.  $A_-$  für die beiden gemessenen Amplituden steht. Jeder der sensitiven Drähte der JDC hat seine eigenen  $z_0$ -,  $z_L$ - und  $\alpha$ -Werte.

Um für jeden Signaldraht diese Konstanten zu erhalten, werden Daten bei abgeschaltetem Magnetfeld und mit mindestens vier Spuren genommen. Daraus werden Ereignisse selektiert, die mehr als zwei Spuren mit zehn getroffenen Signaldrähten beinhalten. An diese Spuren werden im nächsten Schritt, für einen typischen Anfangssatz von Werten, Geraden angepaßt, die sich alle in einem Vertexpunkt innerhalb des Targets vereinen. Auf diese Art und Weise erhält man einen Satz von z-Koordinaten. Dieses Verfahren wird für  $5 \cdot 10^4$  Ereignisse wiederholt und das gesamte Iterationsverfahren drei bis viermal durchlaufen, bis ein stabiler Satz von Konstanten gefunden ist. Abhängig vom Draht erhält man so eine Auflösung zwischen 7 mm und 9 mm.

### Die $r$ - $\phi$ -Kalibration

Die  $r$ - $\phi$ -Kalibration nutzt die beiden Zwei-Körper-Zerfälle in  $\pi^+\pi^-$  und  $K^+K^-$ , die aus *minimum bias* Daten selektiert werden. Beide Zerfälle sind monoenergetisch, was zu zwei Spuren in der JDC führt, die als eine einzige Helix betrachtet werden können. Diese durchmißt die komplette JDC, womit man eine absolute Referenz und Kontrolle des Magnetfeld-Betrages erhält.

Mit Hilfe des Simulationsprogrammes GARFIELD [17] errechnet man zunächst die verschiedenen Driftzeiten bei unterschiedlichen Driftgeschwindigkeiten<sup>2</sup>. Diese Rechnungen werden für jeden Draht erstellt und führen zu einem Zusammenhang zwischen den Driftzeiten und den Trefferkoordinaten des detektierten Teilchens. In mehreren Iterationsschritten wird nun abwechselnd die Spur rekonstruiert, aus den Koordinaten auf die Driftzeiten geschlossen, und es werden neue Konversionstabellen zur Umrechnung dieser Zeiten in geometrische Orte erstellt. Erreicht die Breite  $\sigma_p$  aller rekonstruierten Impulsverteilungen ein Minimum, ist das Optimierungsverfahren abgeschlossen. Die Breite des  $\pi\pi$ -Peaks beträgt 19,0 MeV/c, was einer Genauigkeit von  $\sigma_p/p$  gleich 2,0% bei  $p = 928$  MeV/c entspricht.

### 3.6.2 Die Kalibration des Kalorimeters

Das Signal von jedem Kristall wird parallel in zwei ADCs digitalisiert: in einem schnellen FERA und unterhalb 400 MeV in einem 2282 ADC mit höherer Auflösung. Es sind Konversionsfaktoren nötig, um die digitalisierte und gespeicherte Information der Energie in MeV, die in einem Kristall deponiert wird, zu bestimmen. Die Kalibrationsfaktoren erhält man in einem mehrstufigen Prozess [12]:

Für die gleichmäßige Lichtausbeute an jeder Stelle des Kalorimeters sorgte ein Vorverstärker an jedem einzelnen Kristall. Das Nullpunktsrauschen (*pedestal*) jedes einzelnen Kristalls konnte in Meßpausen durch Auslesen der ADC-Einträge ermittelt und auf Band geschrieben werden. Damit ist eine spätere Untergrundsubtraktion möglich.

Die Eichfaktoren zwischen der in den Kristallen deponierten Energie und dem daraus digitalisierten Signal erhält man über eine Minimierung der resultierenden  $\pi^\circ$ -Breite. Man berechnet alle invarianten  $\gamma\gamma$ -Massen aus jedem der 1380 Kristalle, die zu einem Schauer mit Maximum in dem betrachteten Kristall führten. Aus diesen Massen wird ein Mittelwert errechnet und alle Kristalle mit einem Eichfaktor versehen. Mit den neuen Konstanten wiederholt sich die Analyse, bis die Anpassungsfehler der einzelnen Signale stabil bleiben. Die absolute Eichung bestimmt sich durch einen globalen Faktor, der das gemeinsame Mittel mit dem Nominalwert der  $\pi^\circ$ -Masse in Einklang bringt.

In jeder Meßperiode sind circa  $1 \cdot 10^6$  vollständige neutrale Daten zur Bestimmung der Eichkonstanten herangezogen worden. Es ergibt sich eine Energieauflösung von:

$$\sigma_E/E = [\sqrt[4]{E(\text{GeV})}]^{-1} \cdot 2,6\%$$

<sup>2</sup>Die Unterschiede rühren von Schwankungen des Atmosphärendrucks und der Temperatur her.

### 3.7 Die Rekonstruktions-Software

Zur Rekonstruktion und offline-Analyse der Rohdaten steht ein umfangreiches, speziell für das Crystal-Barrel Experiment entwickeltes, Softwarepaket zur Verfügung. Dieses setzt sich hauptsächlich aus folgenden Teilen zusammen:

#### **CBOFF [18]:**

Das Paket steuert die gesamte Rekonstruktion der Rohdaten und die Analyse von rekonstruierten Crystal-Barrel- und Monte-Carlo Daten. Außerdem stellt es die Schnittstelle von analysespezifischen Benutzerrouninen dar. Auch der Datenaustausch zwischen beliebigen Speichermedien und dem Programm über dynamische ZEBRA-Datenbänke [19] wird von CBOFF übernommen. Die ZEBRA-Datenbankstruktur gliedert sich in einen Kopfteil, in dem die Links zu den Unterbänken gespeichert sind, und eine oder mehrere Subbänke, die über Zeiger (*Pointer*) erreicht werden können.

#### **LOCATER [20]:**

Dieser Programmteil übernimmt die Rekonstruktion der Spuren in der JDC unter Berücksichtigung der Daten aus der PWC. Die Signale der einzelnen Drähte der JDC werden zunächst in Ortskoordinaten umgewandelt. Daraus rekonstruiert die Software im nächsten Schritt optimal angepasste Helices, aus deren Krümmung  $\alpha$  und Steigung  $\lambda$  bei bekanntem Magnetfeld der Impuls des Teilchens bestimmt wird:

$$p_{\perp} = \frac{e |B|}{\alpha}; \quad p = p_{\perp} \sqrt{1 + \tan^2 \lambda}$$

Existieren mehrere Spuren innerhalb eines Ereignisses, so wird zusätzlich ein gemeinsamer Vertex bestimmt.

Weiterhin übernimmt die Routine die Auswertung der SVX-Detektor<sup>3</sup> Daten, wobei die Energieeinträge der einzelnen Streifen zu Clustern zusammengefaßt werden. Durch die Schwerpunktsbestimmung der Cluster steht ein weiterer Punkt zur Spurrekonstruktion zur Verfügung. Aufgrund der Nähe des Detektors zum Vertex, kann die Spurauflösung um bis zu 40% [14] verbessert werden. Damit ist eine bessere Bestimmung von Sekundärvertices, wie sie zum Beispiel beim Zerfall des  $K_S$  vorkommen, möglich.

#### **BCTRAK [21]:**

Kristalle, deren Energien über einem MeV liegen, werden in sogenannten Clustern zusammengefaßt, sofern sie eine Kante gemeinsam haben. Liegt die Gesamtenergie des Clusters unter 20 MeV, so wird jener nicht berücksichtigt. Durch die Überlappung einzelner Cluster ist die Bestimmung ihrer Grenzlinien problematisch. Die Software sucht nach lokalen Maxima innerhalb der Cluster und identifiziert jeden als Energieeintrag eines Teilchens (PED<sup>4</sup>), wenn dessen Zentralkristallenergie oberhalb von 20 MeV liegt.

<sup>3</sup>Der SVX-Detektor wurde erst 1995 in das Experiment eingebaut.

<sup>4</sup>Particle Energy Deposit

Die Energien für einzelne, isolierte PEDs berechnen sich direkt aus der Summe der Einträge im Cluster. Die Positionsbestimmung ergibt sich aus dem Schwerpunkt der Energieverteilung. Auch bei überlappenden PEDs wird der Zentralkristall mit seinen acht Nachbarkristallen berücksichtigt:

$$E_9 = \sum_{i=1}^9 E_i$$

Überschneidungen mit anderen PEDs oder Kristalle mit keinem Energieeintrag werden an dieser Stelle ignoriert. Die Gesamtenergie des Cluster  $E_{C1}$  verteilt sich im Verhältnis dieser Summen auf die verschiedenen PEDs:

$$E_{\text{PED}} = \frac{E_9}{\sum_{\text{PEDs}} E_9} E_{C1}$$

### **GTRACK [22]:**

Nachdem die Spurrekonstruktion abgeschlossen ist, faßt GTRACK alle Informationen in der *Global Tracking Bank* zusammen. Dabei wird jeder geladenen Spur ein PED im Kalorimeter zugeordnet, indem der Auftreffpunkt der Bahn auf die Kristalle berechnet wird. Das PED, welches innerhalb eines vorgegebenen Bereiches der geladenen Spur am nächsten ist, wird als *matched* PED erkannt.

Mit Hilfe eines weiteren Programmpaketes werden die Energieverluste der geladenen Teilchen bestimmt und die  $dE/dx$ -Werte in der Bank gespeichert.

### **TCVER3 [28]:**

Das Multivertex-Fit-Programm ist, im Gegensatz zu den Vorgängern, in der Lage mehr als einen Vertex zu fitten. Hinzu kommt die Fähigkeit, den verschobenen Vertex des  $K_S$  zu behandeln. Diese Routine wurde im vorliegenden Fall nicht benötigt und sei nur der Vollständigkeit halber erwähnt.

# 4 Die Datenrekonstruktion und –selektion

Dieses Kapitel beschäftigt sich mit der Rekonstruktion und Selektion der Crystal-Barrel Daten für den Zerfallskanal  $\bar{p}d \rightarrow \pi^- 3\pi^0 p_{\text{spectator}}$ . Die Daten stammen aus den Meßperioden des Jahres 1991 (Mai und Oktober) und aus 1994 (Juni). Das Experiment wurde während dieser drei Jahre mehrfach verändert. Eine der Hauptänderungen war der Austausch der JDC im Jahr 1994, der eine bessere Spurauflösung ermöglichte. Damit ist allerdings die Akzeptanz der JDC unterschiedlich für die Jahre 1991 und 1994. Da 70% des gesamten Datensampels mit der neuen JDC genommen wurden, kamen die Daten aus dem Jahr 1991 hier letztlich nicht zum Einsatz. Sie wurden aber einer Vergleichsanalyse unterzogen, aus der sich ergab, daß die Detektoreffizienz für die beiden JDCs leicht unterschiedlich war. Zur Rekonstruktion wurde die schon beschriebene Standard Crystal-Barrel Software verwendet. Allerdings zeigte eine Nacheichung [30], daß die Längen der Widerstandsdrähte der JDC nicht richtig in den Dektektortabellen der Rekonstruktionssoftware sind. Dieser Fehler wird durch eine Längenkorrektur der JDC bei der Rekonstruktion behoben [30], die hier berücksichtigt ist. Eine ebenfalls bei der Nacheichung entdeckte [30] Verschiebung der JDC vom Vertexmittelpunkt war im Juni 1994 nicht vorhanden, sondern wurde erst bei späteren Messungen mit höherem Antiprotonimpuls vorgenommen und muß demnach hier nicht berücksichtigt werden.

## 4.1 Die Selektion der $\pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0$ –Ereignisse

Die Signatur des Endzustandes  $\pi^- 3\pi^0$  zeichnet sich durch eine einfache Topologie aus. Das  $\pi^-$  entsteht praktisch am ersten Zerfallsvertex (=Annihilationsvertex), da durch starke Wechselwirkung entstehende Resonanzen nach ca.  $10^{-23} s$  zerfallen sind. Das gleiche gilt für die entstehenden  $\pi^0$  und die aus dem elektromagnetischen Zerfall des  $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$  entstehenden Photonen. Das  $\pi^0$  zerfällt zu 98,798% nach einer mittleren Lebensdauer von  $8,4 \cdot 10^{-17} s$  in zwei Photonen. Dies ist immer noch im Rahmen der experimentellen Auflösung am Annihilationsvertex. Die Daten müssen also nach Ereignissen selektiert werden, in denen eine lange Spur (vom  $\pi^-$ ) und sechs Photonen (von den drei  $\pi^0$ -Zerfällen) vorhanden sind. Die aufgezeichneten Ereignisse sind nie perfekt, da beim Durchgang geladener und neutraler Teilchen durch die Detektoren u. a. auch andere Photonen und durch Paarerzeugung auch Elektronen und Positronen entstehen können. Das  $\pi^-$  trifft z. B., nachdem es eine Spur in der JDC erzeugt hat, auf das Barrel und wird dort mit einer hohen Wahrscheinlichkeit wechselwirken und könnte somit mit dem Energieeintrag eines Photons verwechselt werden.

In der langen Analysetradition von Crystal-Barrel Daten haben sich Definitionen für



*golden* Tracks und *golden* Gammas herauskristallisiert, die als Kompromiß zwischen möglichst untergrundfreier Rekonstruktion der Daten und möglichst wenig Verlust guter Daten zu sehen sind. Im folgenden werden die Daten also nach

- 6 *golden* Gammas
- 1 *golden* Track

selektiert, wobei die Definitionen in den nächsten Abschnitten erklärt sind.

### 4.1.1 Die *golden*-Gamma Definition

Die *golden*-Gamma Definition hängt eng mit den in Kap. 3.4 beschriebenen Eigenschaften des Kalorimeters zusammen. Prinzipiell kann jedes Teilchen mit dem Kalorimeter in Wechselwirkung treten und damit eine Signatur hinterlassen. Im Barrel entstehende Photonen haben meist eine so hohe Energie, daß der Effekt der Paarbildung dominiert. Dabei entstehende Elektron-Positron-Paare verlieren ihre Energie durch die Bremsstrahlung und produzieren dabei wieder neue Photonen. Annihilationen von Positronen mit freien Elektronen der Kristalle führen zusätzlich zur Kaskadenbildung. Dieser Schauer hört erst auf, wenn die Energie der Sekundärteilchen eine kritische Energie unterschreitet. Danach sind Energieverluste durch Ionisation und Anregung der Kristallatome vorherrschend. Durch sekundäre Photonen oder Elektronen ausgelöste seitliche Schauer können einen weiteren Cluster und damit ein nicht vorhandenes Teilchen vortäuschen.

Die Identifizierung solcher *elektromagnetischen Splitoffs* übernimmt die DOLBY-C-Methode [26], die in der Crystal-Barrel Software enthalten ist. Da ein elektromagnetischer Splitoff häufig ein PED nahe des Primärenergieeintrages erzeugt und gleichzeitig weniger Energie deponiert, kann er mit hinreichender Zuverlässigkeit ermittelt werden:

$$A = \frac{E_1 - E_2}{E_1 + E_2}$$

gibt den relativen Energieunterschied zwischen zwei PEDs an. Ist  $\psi$  der Öffnungswinkel zwischen ihnen, gelten folgende drei Kriterien:

- PED-Energie  $< 100\text{MeV}$
- $1 - A^2 < 0,45$  (großer Unterschied zwischen den Energien)
- $1 - \cos\psi < 0,2$  (kleiner Öffnungswinkel zwischen den PEDs),

so wird das Photon als Splitoff erkannt.

Ein weiteres Problem der Gamma-Erkennung sind *hadronische Splitoffs*. Wie in Kap. 3.7 erläutert, werden den in der JDC detektierten Teilchen *matched* PEDs zugeordnet. Die Berechnung der Gesamtenergie schließt solche PEDs aus, da die JDC – bei Kenntnis der Teilchenmasse – über die Impulsmessung genauere Energien geladener Teilchen liefert als das Kalorimeter. Der TAXI-Algorithmus [27] untersucht die nähere Umgebung dieser *matched* PEDs, um zusätzliche Splitoffs, die durch hadronische Schauer erzeugt

wurden, zu finden. Bei Erfolg sind die zusätzlichen Cluster von der Bestimmung der Gesamtenergie ausgeschlossen.

Daraus hat sich folgende *golden*-Gamma Definition herauskristallisiert:

- $E_1/E_9 \leq 0,96$  (schließt kleine Cluster aus, die von unerkannten Splitoffs herrühren)
- Zentralkristallenergie  $> 13MeV$
- kein Eintrag in Kristalltyp Nr. 13 (sind die Randkristalle, s. 3.4)
- kein Splitoff nach DOLBY-C
- kein Splitoff nach TAXI

Abbildung 4.1 zeigt auf der linken Seite die Zahl der golden Gammas bei den 1-*prong*-Daten. Man sieht deutlich, daß die Wahrscheinlichkeit für sechs goldene Gammas von Natur aus am höchsten ist. Die rechte Seite von Abb. 4.1 zeigt die invariante Masse von zwei akzeptierten golden Gammas für Ereignisse mit 6 golden Gammas. Es wurde jede der fünfzehn  $\gamma\gamma$ -Kombinationen in die Grafik eingetragen, weswegen es einen hohen kombinatorischen Untergrund unter dem  $\pi^0$  bei  $135\text{ MeV}/c^2$  gibt. Bei  $547\text{ MeV}/c^2$  sieht man bei genauerer Betrachtung eine kleine Erhöhung, welche durch den  $\eta \rightarrow \gamma\gamma$  Zerfall erzeugt wird.

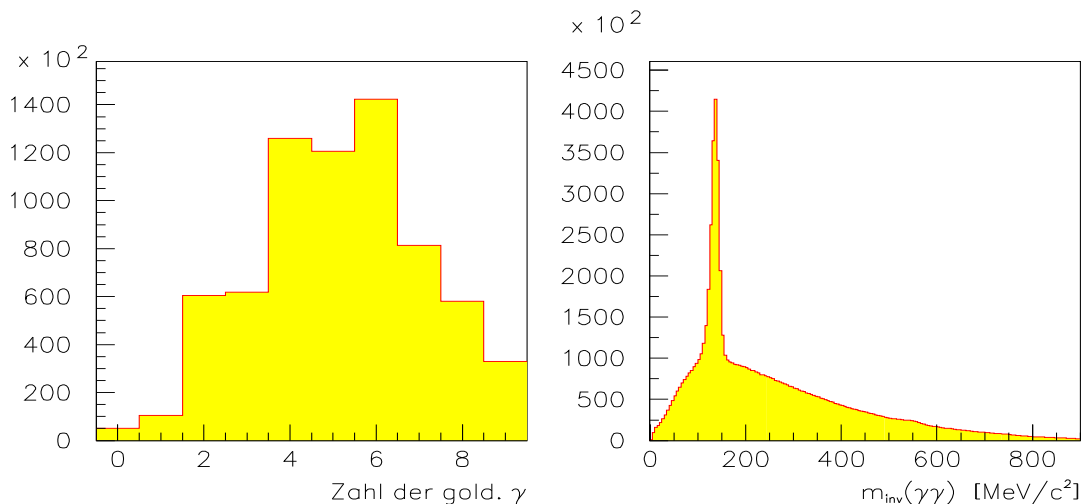


Abbildung 4.1: Auf der linken Seite ist die Zahl der golden Gammas in den 1-*prong*-Daten geplottet. Die Häufigkeitsverteilung hat bei sechs Photonen ihr Maximum. Rechts sieht man für die akzeptierten 6 Photonen das invariante Massenspektrum. Für jedes Ereignis sind die 15 möglichen Kombinationen eingetragen. Das  $\pi^0$  bei ca.  $135\text{ MeV}/c^2$  ist deutlich zu erkennen. Bei  $547\text{ MeV}/c^2$  ist eine kleine Erhöhung, die durch den Zerfall  $\eta \rightarrow \gamma\gamma$  hervorgerufen wird.

### 4.1.2 Die *golden*-Track Definition

Ziel der Vorselektion ist es Ereignisse auszusuchen, die eine geladene Spur enthalten (1 *prong*<sup>1</sup>). Das  $\pi^-$  entsteht quasi am Annihilationsvertex und geht durch die JDC. Neben der Spur des gesuchten Teilchens, gibt es eine Vielzahl von anderen. Sie rühren von Wechselwirkungen mit dem Detektor her und sind meistens Elektronen. Es ist die Intention der *golden*-Track Definition, für den Kanal relevante Spuren zu finden. Folgende Schnitte schließen kurze, von Elektronen oder anderen unerwünschten Teilchen stammende, Spuren aus:

- Der erste Hit liegt in einer der ersten drei Lagen.
- Der letzte Spurpunkt in einer der letzten drei Lagen (21,22,23).
- die Spur ist mindestens 15 Treffer lang.

Abbildung 4.2 b) bis f) zeigt die Rechtfertigung für die Schnitte zur Herstellung eines goldenen Tracks. In 4.2a) sieht man den Energieverlust nach Bethe-Bloch der negativ geladenen Teilchen aus Ereignissen, die sowohl die *golden* Track als auch die *golden* Gamma Selektion überlebt haben. Deutlich sind noch Elektronen und Kaonen zu erkennen, welche durch den nun folgenden kinematischen Fit aussortiert werden. Erfüllte ein Ereignis keine der beiden Definitionen (*golden* Gamma und *golden* Track), so wurde es verworfen. Damit standen zur weiteren Untersuchung 565.733 vorselektierte Daten zur Verfügung. Tabelle 4.1 gibt einen Überblick über die im Laufe der Selektion verworfenen Daten.

---

<sup>1</sup>Eine geladene Spur durch eine Blasenkammer heißt *prong*.

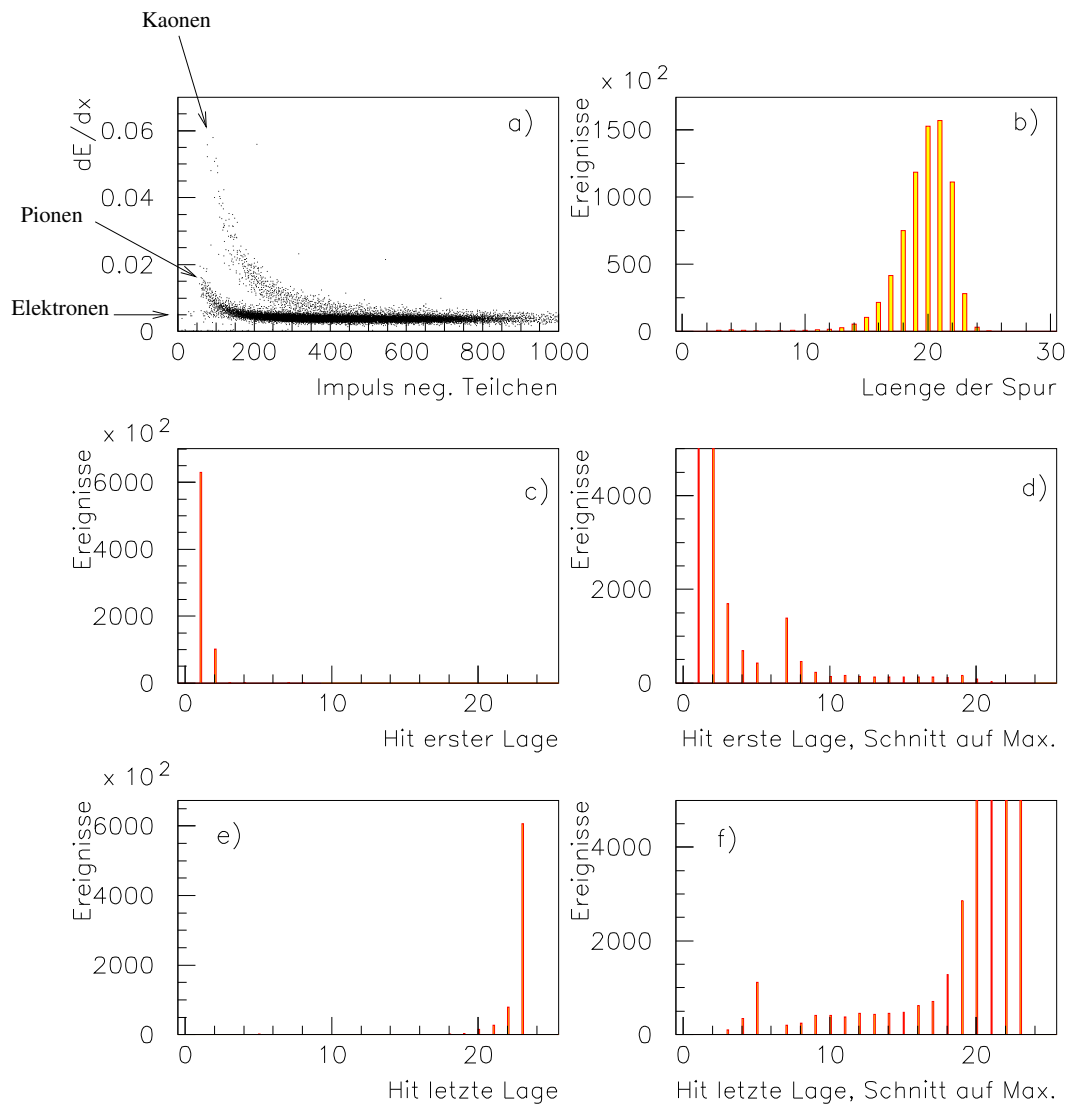


Abbildung 4.2: a) Bethe-Bloch Verteilung neg. Teilchen. Die einzelnen Bänder können Kaonen, Pionen und Elektronen zugeordnet werden. b) Verteilung der Spurlängen in der JDC, geschnitten wird auf min. 15 Lagen Spurlänge. c), d) Lage des ersten Treffers eines golden Tracks, geschnitten wird auf die ersten 3 Lagen. e), f) Lage des letzten Treffers, geschnitten wird auf die letzten drei Lagen 21, 22 und 23.

## 4.2 Der kinematische Fit

Die kinematische Anpassung (s. Anhang A) variiert die gemessenen Vierervektoren innerhalb ihrer Fehlergrenzen, um die Daten an gewählte Randbedingungen (zukünftig *Hypothese* genannt) anzupassen. Mit dieser Maßnahme läßt sich die Auflösung bei weitem verbessern. Außerdem errechnet das Programm ein Maß für die Wahrscheinlichkeit, wie gut die gemessenen Vierervektoren die geforderten Hypothesen erfüllen.

### 4.2.1 Die Hypothese: $\bar{p}d \rightarrow \pi^- 6\gamma p_{spectator}$

Dies ist die einfachste mögliche Hypothese für den untersuchten Kanal. Sie muß nur der Energie- und Impulserhaltung genügen. Das Spectator-Proton gilt als nicht beobachtbar<sup>2</sup> und somit bleiben von den vier, durch die Erhaltungssätze gegebenen Randbedingungen, nur eine übrig. Dieser *one-constraint-fit* des Endzustandes  $\pi^- 6\gamma p_{spectator}$  führt zu der *confidence-level* (CL)-Verteilung A.3 a). Das invariante Massenspektrum 4.3 a) zeigt einen starken Peak bei ca. 135 MeV/c<sup>2</sup>, der dem  $\pi^0$ -Meson zuzuordnen ist. Der Untergrund unter dem Peak wird hauptsächlich durch „falsche“  $\gamma\gamma$ -Kombinationen hervorgerufen. Bei ca. 547 MeV/c<sup>2</sup> sieht man eine kleine Erhebung, die der Zerfall  $\eta \rightarrow \pi^0\pi^0$  verursacht.

### 4.2.2 Die Hypothesen: $\bar{p}d \rightarrow \pi^- \pi^0 4\gamma p_{spec.}$ , $\bar{p}d \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 2\gamma p_{spec.}$

Die nächsten beiden Hypothesen im kinematischen Fit versuchen jeweils zwei Photonen zu einem  $\pi^0$  zusammenzufügen. Bei mehreren möglichen Kombinationen wird die mit dem besten Confidence Level ausgewählt, d.h. für jede Hypothese werden alle Kombinationen neu durchprobiert. Daher verringert sich die Zahl der möglichen Kombinationen ein  $\pi^0$  zu bilden und damit auch der kombinatorische Untergrund, wie in Abb. 4.3 b) und c) zu sehen ist. Hierbei tritt auch das  $\eta$ -Meson, welches zu ca. 39% in zwei Photonen zerfällt, bei 547 MeV/c<sup>2</sup> zutage. Vergrößert man den Maßstab (Skala), so zeigt sich in Abb. 4.3 d) das  $\omega$ -Meson bei 780 MeV/c<sup>2</sup>. Das  $\omega$  zerfällt mit einer kleinen Wahrscheinlichkeit von 8,7% in  $\pi^0\gamma$ , wobei es hier durch den Verlust eines Photons, z.B. durch die Splitoffererkennung, in der inv. Masse von zwei Photonen auftritt. Der kombinatorische Untergrund (s. Abschnitt 5.1) unter dem  $\pi^0$  läßt sich in Abb. 4.3 c) durch einfaches Integrieren gleich großer Bereiche, einmal des Peaks (1) und des Untergrunds (2), zu ca.  $(4,5 \pm 1)\%$  abschätzen. Wegen des nicht linearen Verlaufs des Untergrunds stellt diese Angabe einen obere Grenze dar – sie wird durch die Monte-Carlo Simulation bestätigt (s. Abb. 5.1 d)). Das  $\eta$ - und  $\omega$ -Meson werden die nächste kinematische Hypothese nicht überleben, da sie in der Masse weit oberhalb des  $\pi^0$  liegen.

<sup>2</sup>Sollte tatsächlich ein Proton in die JDC gelangen, so würde dieses Event bei der Selektion ausgefiltert werden, da der golden Track negativ geladen sein muß.

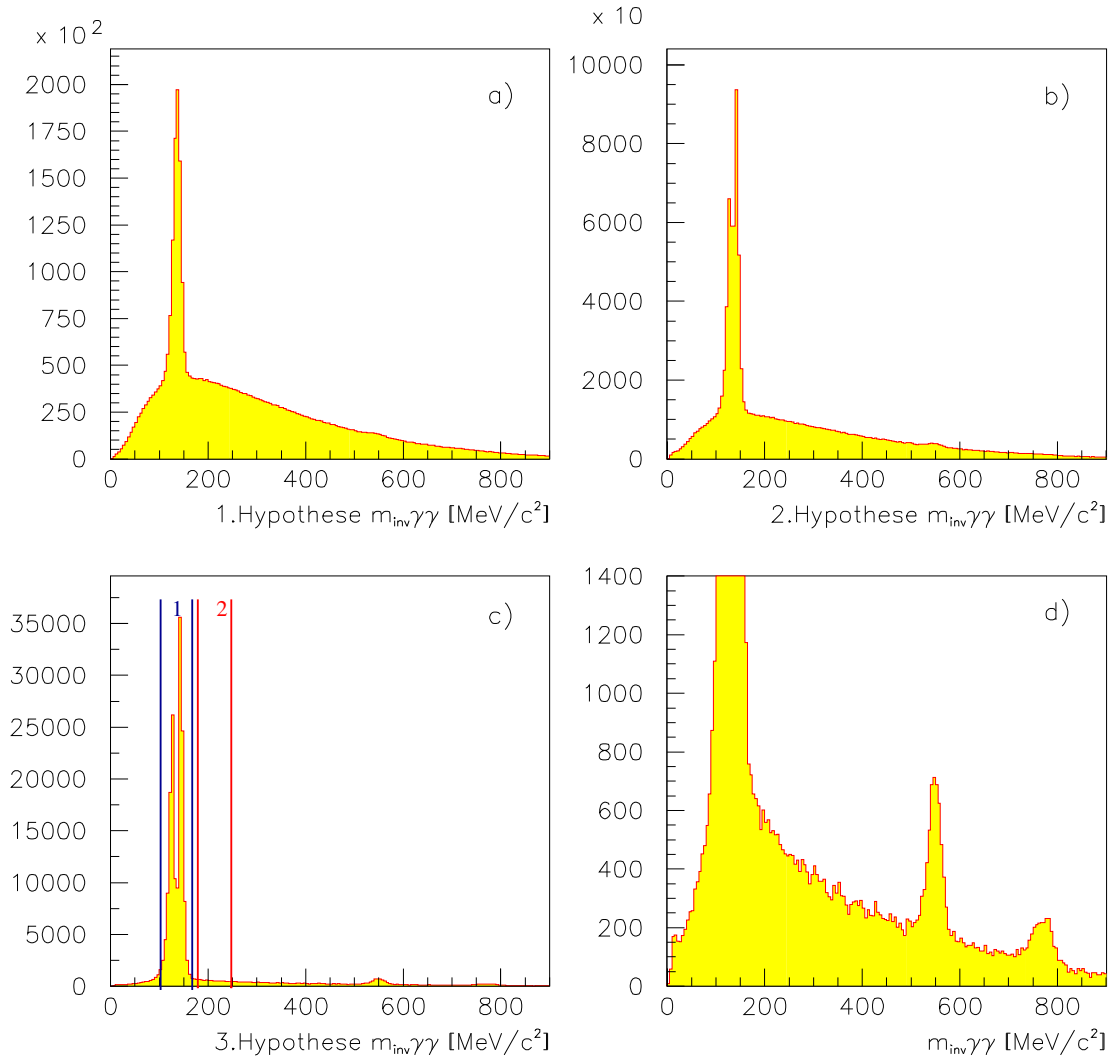


Abbildung 4.3: Die inv. Massenspektren für jeweils alle möglichen  $\gamma\gamma$ -Kombinationen der einzelnen Hypothesen des kinematischen Fits. a) 1. Hypothese:  $\bar{p}d \rightarrow \pi^- 6\gamma p_{spectator}$ . Hier gibt es 15 mögliche Kombinationen, d.h. der Untergrund unter dem  $\pi^0$ -Peak bei ca. 135  $\text{MeV}/c^2$  ist hauptsächlich kombinatorischer Art. b) 2. Hypothese:  $\bar{p}d \rightarrow \pi^- \pi^0 4\gamma p_{spectator}$ . Da ein  $\pi^0$  gefittet ist bei dieser Hypothese, gibt es nur noch 6 Einträge pro Event. Der Einschnitt im  $\pi^0$ -Peak kommt durch den kinematischen Fit, der die besten  $\gamma\gamma$ -Kombinationen für die Bildung eines  $\pi^0$  aussortiert. Der kombinatorische Untergrund ist trivialerweise geringer geworden und Ereignisse, die ein  $\eta \rightarrow \gamma\gamma$  bei 547  $\text{MeV}/c^2$  enthalten, werden sichtbar. c) 3. Hypothese:  $\bar{p}d \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 2\gamma p_{spectator}$ . Nach dieser Hypothese ist nur noch eine  $\gamma\gamma$ -Kombination übrig. Der kombinatorische Untergrund (s. Abschnitt 5.1) läßt sich zu ca.  $(4,5 \pm 1)\%$  abschätzen (Inhalt von Bereich 2 dividiert durch Inhalt von Bereich 1). d) Wie Abb. c) nur mit Änderung des Maßstabes (Skala). Neben dem Peak bei 547  $\text{MeV}/c^2$ , der durch  $\eta \rightarrow \gamma\gamma$  hervorgerufen wird, gibt es noch einen bei ca. 780  $\text{MeV}/c^2$ . Dies ist der Zerfallsmodus des  $\omega \rightarrow \pi^0 \gamma$ , wobei ein Photon z. B. durch die Splitofferkennung verlorengegangen ist.

### 4.2.3 Die Hypothese: $\bar{p}d \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 p_{spec}$ .

Bei dieser Hypothese handelt es sich um einen 4C kinematischen Fit, da vier Bedingungen zur Erfüllung der Kinematik vorhanden sind. Abbildung 4.4 a) zeigt die Impulsverteilung des Zuschauerprotons. Die Linie stellt den Schnitt auf 100 MeV/c in die Protonimpulsverteilung dar. Dieser Schnitt in die Impulsverteilung wird gewählt, um sicherzustellen, daß das Proton wirklich nur als „Zuschauer“ an der Reaktion beteiligt war (s. Abschnitt 2.1.2). Weiterhin sorgt ein niedriger Protonenimpuls für eine gewisse Unterdrückung der  $\bar{p}n$ -P-Welle (vgl. Abb. 2.1). Ein weiterer Aspekt dieses Schnittes in die Impulsverteilung ist die Einengung der Variation der Phasenraumgrenze. Eine große Variation im Impuls des Protons bedeutet auch eine größere Variation der Phasenraumgrenzen. Diesen Effekt will man so klein wie möglich halten. Der Schnitt auf Protonenimpulse kleiner als 100 MeV/c ist ein guter Kompromiß zwischen genügend Statistik einerseits und möglichst kleinen Effekten, wie oben beschrieben, andererseits. Der Untergrund im  $\gamma\gamma$ -Spektrum wurde im vorigen Kapitel behandelt und kann nach Anpassen der drei  $\pi^0$  nicht mehr gesehen werden. Daß die  $\pi^-$  praktisch untergrundfrei selektiert wurden, zeigt Abb. 4.4 b). Hier tauchen weder Elektronen noch Kaonen auf. Der Confidence Level Schnitt liegt bei 5% (s. Abschnitt A.3), sodaß für die weitere Analyse 144.114 Ereignisse vorhanden waren. Den Verlust von Ereignissen durch die Selektion und den kinematischen Fit faßt Tabelle 4.1 zusammen.

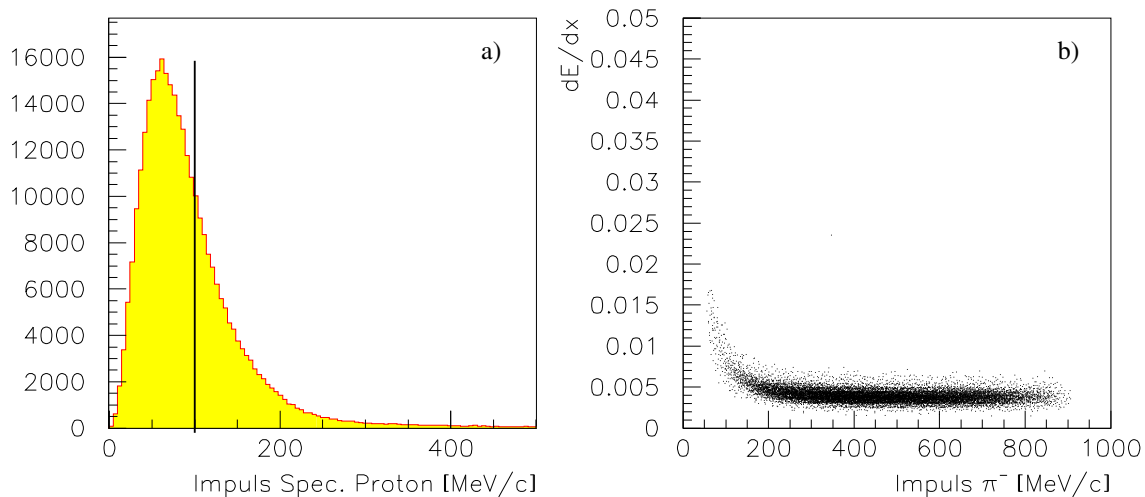


Abbildung 4.4: a) Impulsverteilung des Zuschauerprotons. Der Schnitt auf den Impuls des Protons liegt bei 100 MeV/c. b) Bethe-Bloch Verteilung des  $\pi^-$ . Es ist kein Untergrund sichtbar.

Selektionsschritt	Ereignisse
Rohdaten 1–prong Juni 1994	5.197.960
1 golden Track, 6 golden Gammas	565.733
kin. Fit $\bar{p}d \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 p_{spec.}$	178.374
CL > 5%	150.243
$p_{spec.} < 100 \text{ MeV}/c$	145.205
Inv. Masse von $3\pi^0 \geq 590 \text{ MeV}/c^2$	144.114

Tabelle 4.1: Auswirkungen der Vorselektion und des kinematischen Fits auf die Statistik

Abbildung 4.5 zeigt nun die vier möglichen Zweier– und Dreier–Kombinationen invarianter Massen nach dem kinematischen Fit. Als erstes fällt in Abb. 4.5 a) der starke Peak bei  $770 \text{ MeV}/c^2$  auf, der dem  $\rho(770)^-$  zuzuordnen ist. Dieser Peak weist eine leichte Doppelstruktur auf, die durch den Zerfallsmodus des  $\bar{p}n$ –Systems in  $\rho(770) \times f_2(1270)$  und die daraus resultierende Nähe zur Phasenraumgrenze entsteht. In den Diagrammen a), c) und d) der Abbildung 4.5 sind jeweils drei Einträge pro Ereignis aufgrund der kombinatorischen Möglichkeiten eingetragen. Die  $\pi\pi$ –S–Welle mit dem destruktiven  $f_0(980)$  zeigt Abbildung 4.5 b) der  $\pi^0\pi^0$  inv. Massenverteilung. Das  $\eta$  bei ca.  $550 \text{ MeV}/c^2$  in der inv. Masse dreier  $\pi^0$  zeigt Abb. 4.5 c). Diese unerwünschten Ereignisse werden durch einen Schnitt auf  $590 \text{ MeV}/c^2$  in der Verteilung verworfen (schwarze Linie). Resonanzen die in  $\rho^- \pi^0$  zerfallen, erwartet man im Spektrum 4.5 d). Hier sind zwar Strukturen zu erkennen, aber eine klare Zuordnung zu bekannten oder unbekanntem  $\rho\pi$ –Resonanzen ist nur mit einer Partialwellenanalyse möglich. Die vier Massenspektren zeigen nur einen Teil der dem Zerfallskanal zugrundeliegenden Physik. Mehr lässt sich durch geschickte zweidimensionale Darstellungen sehen, die im nächsten Abschnitt behandelt werden.



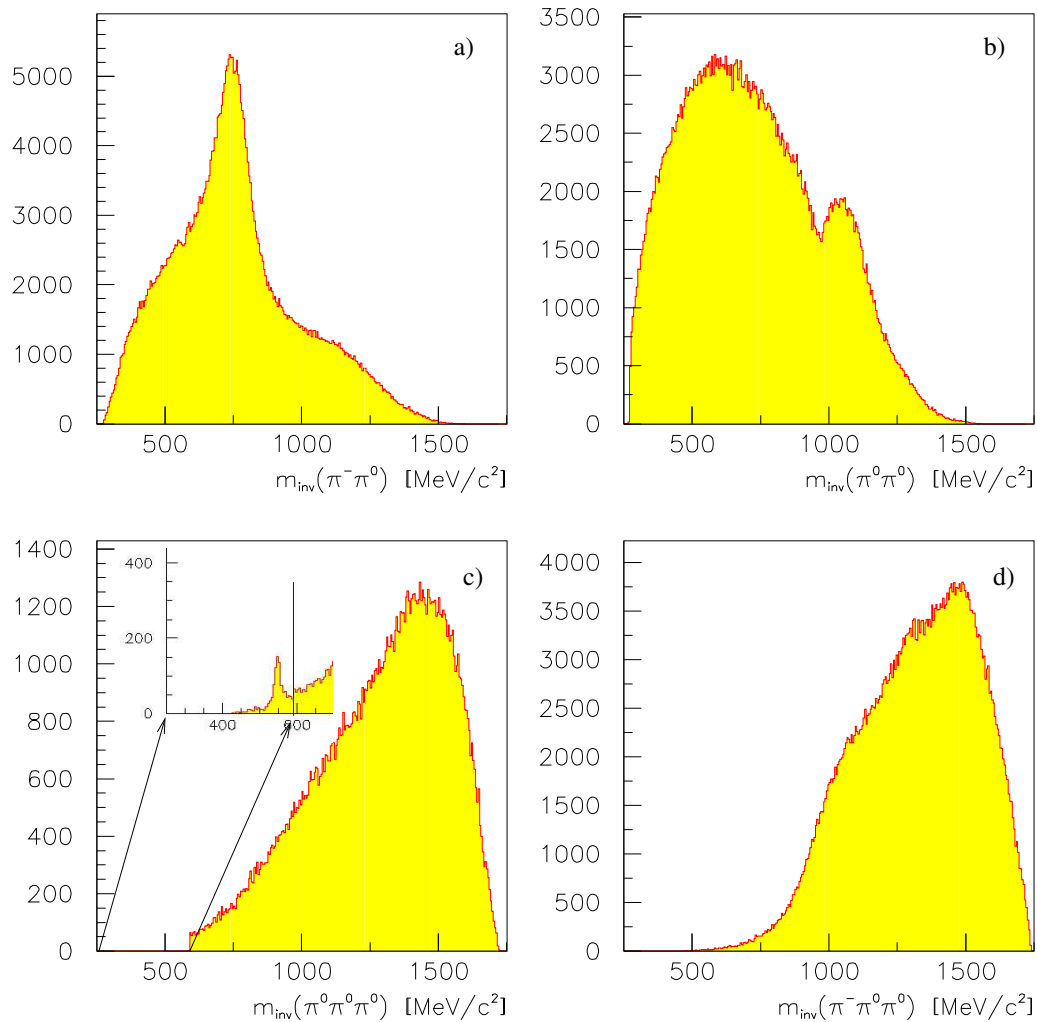


Abbildung 4.5: a) Invariante Massenverteilung von  $\pi^- \pi^0$ . Der starke Peak bei ca. 770  $\text{MeV}/c^2$  ist das  $\rho(770)^-$ . Pro Ereignis gibt es aufgrund der Kombinatorik drei Einträge. Bei genauer Betrachtung des Peaks ist eine Doppelstruktur sichtbar, die durch Ereignisse mit einem  $\rho(770)^-$  und einem  $f_2(1270)$  hervorgerufen wird. Die beiden Resonanzen liegen zusammengenommen sehr nahe an der Phasenraumgrenze, was zu einem  $\rho(770)$  mit leicht, innerhalb seiner Resonanzbreite, nach unten verschobener Masse führt. b) Invariante Massen zweier  $\pi^0 \pi^0$ , mit jeweils drei Einträgen pro Ereignis. Das  $f_0(980)$  ist deutlich als negativer Einschnitt in die  $\pi^0 \pi^0$ -S-Wellenverteilung zu sehen. c) Für die invariante Masse von  $\pi^0 \pi^0 \pi^0$  gibt es nur eine Kombination. Bei 547  $\text{MeV}/c^2$  ist deutlich das  $\eta$  in seinem Zerfallsmodus in drei  $\pi^0$  zu erkennen (kleines Spektrum). Künftig werden nur Ereignisse verwendet, deren drei  $\pi^0$  inv. Masse oberhalb von 590  $\text{MeV}/c^2$  liegt. d) Invariante Masse von  $\pi^- \pi^0 \pi^0$  mit jeweils drei Einträgen pro Ereignis. Resonanzen, die in  $\rho \pi$  zerfallen, sind in diesem Spektrum zu erwarten. Man sieht zwar eine Struktur in der Verteilung, allerdings lässt sich ohne Partialwellenanalyse nichts über deren Herkunft sagen.

## 4.3 Zweidimensionale Darstellungen der Daten

Trägt man alle möglichen invarianten Massen (s. Abb. 4.5) in entsprechende Histogramme, so enthalten diese Spektren nicht alle Informationen. Strukturen mit bestimmten Zerfallswinkelverteilungen lassen sich in geschickten zweidimensionalen Darstellungen zeigen. Der Vorteil liegt in der Reduktion von Freiheitsgraden. Nachfolgend werden verschiedene Möglichkeiten die  $\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0$ -Daten zweidimensional darzustellen behandelt.

### 4.3.1 Der Dalitzplot

Für Dreikörperkanäle wählt man normalerweise die Darstellung nach Dalitz, den sogenannten Dalitzplot. Hier werden die 12 Freiheitsgrade durch Impuls- und Energieerhaltung, sowie die drei gegebenen Massen und die frei wählbare Orientierung im Raum auf zwei Freiheitsgrade reduziert. Trägt man nun die invarianten Massenquadrate  $m_{ij}^2$  von je zwei Endzustandsteilchenpaaren gegeneinander auf, so erhält man den Dalitzplot. Die Kinematik in dieser Darstellung ist vollständig durch einen Punkt in der  $m_{ij}^2 m_{ik}^2$ -Ebene beschrieben und es gilt:

$$m_{12}^2 + m_{13}^2 + m_{23}^2 = E^2 + m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 = \text{const.} \quad (4.1)$$

Die Gesamtenergie  $E^2$  ist in unserem Fall gleich der invarianten Masse  $M_{\bar{p}n}^2$  des  $\bar{p}n$ -Systems. Für rein phasenraumverteilte Ereignisse wäre der Dalitzplot gleichmäßig bevölkert, sodaß eine Abweichung der Uniformität sofort auf vorhandene kinematische Effekte schließen läßt. Resonanzen machen sich durch unterschiedliche Dichteverteilung entlang von Bändern bemerkbar. Diese Bänder laufen entlang der invarianten Massen der Zerfallsteilchen der Mutterresonanz. In Abbildung 4.6 wären Resonanzbänder in drei verschiedene Richtungen zu erwarten:

1. entlang konstanter  $m_{12}^2$ -Masse (horizontal)
2. entlang konstanter  $m_{23}^2$ -Masse (senkrecht)
3. entlang konstanter  $m_{13}^2$ -Masse (schräg von links oben nach rechts unten).

Der Spin von Resonanzen schlägt sich in den Resonanzbändern durch die Winkelverteilung, die mit der Dichteverteilung korreliert ist, nieder [65]. Aus diesen Zusammenhängen läßt sich eine Beziehung herleiten, die nur noch von invarianten Massen und einem Winkel abhängt [65]:

$$m_{ij}^2 = \frac{1}{2} \left( (m_{ij}^2)_{\min} + (m_{ij}^2)_{\max} \right) + \frac{1}{2} \left( (m_{ij}^2)_{\min} - (m_{ij}^2)_{\max} \right) \cos \theta \quad (4.2)$$

Der Winkel  $\theta$  bezeichnet hierbei den Winkel zwischen der Bewegungsrichtung der Resonanz im Laborsystem, und der Richtung der Zerfallsteilchen im Ruhesystem der Resonanz (Gottfried-Jackson System). Die Winkelverteilung kann allerdings durch Überlagerung von Resonanzen, und der daraus resultierenden Interferenz zwischen den Resonanzen, verfälscht werden. Die  $(m_{ij}^2)_{\min}$ , bzw.  $(m_{ij}^2)_{\max}$  ergeben sich z.B. für  $m_{12}^2$  wenn (s. Abb. 4.6):

1.  $(m_{12}^2)_{min} = (m_1 + m_2)^2$ : Teilchen 1 und 2 werden mit gleicher Geschwindigkeit parallel emittiert.
2.  $(m_{12}^2)_{max} = (E - m_3)^2$ : Teilchen 3 bleibt in Ruhe, womit der Impuls von Teilchen 1 und 2 ( $\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = 0$ ) ist.

Alle anderen Kombinationen erhält man durch Durchtauschen der Indices.

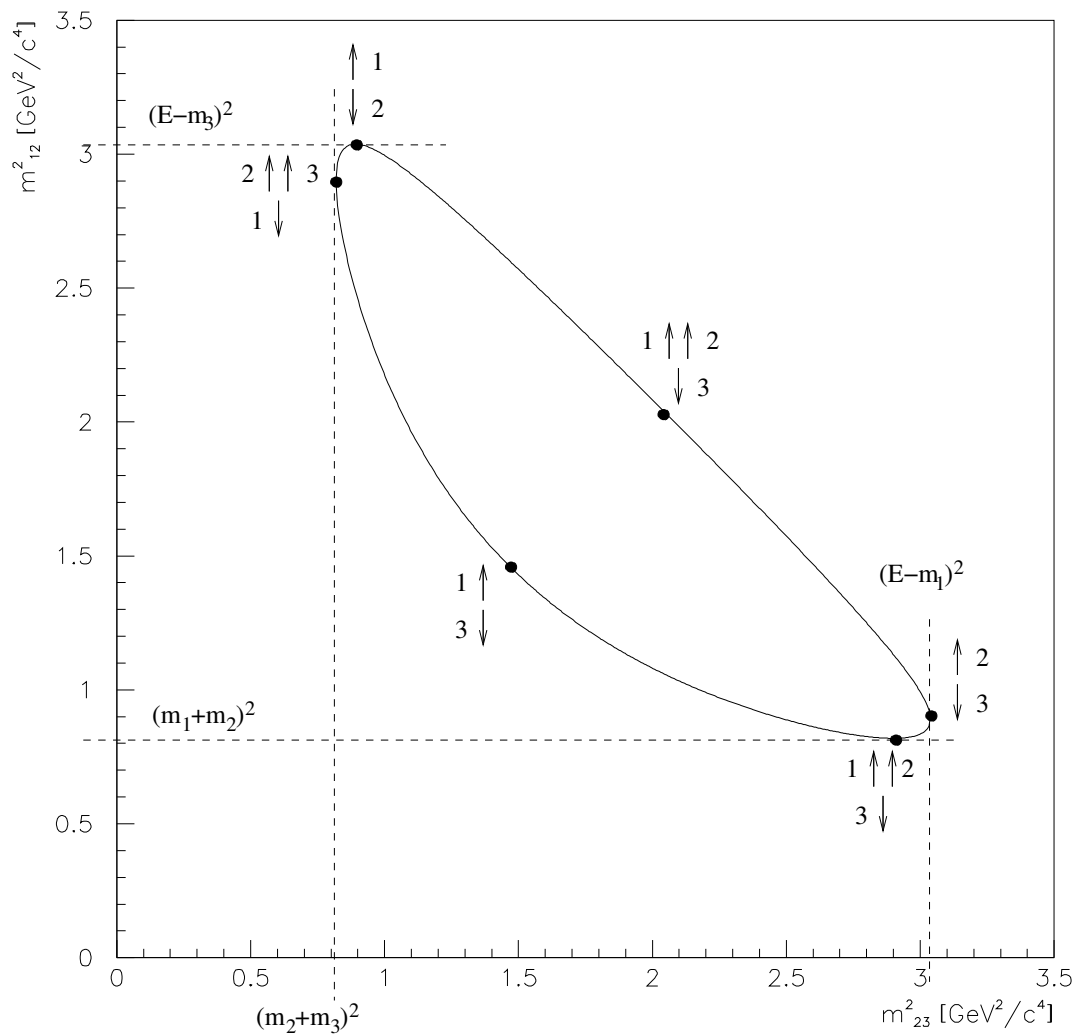


Abbildung 4.6: Die physikalische Region des Dalitzplots ist innerhalb der geschlossenen Kurve. Die kleinen schwarzen Kreise zeigen Punkte maximaler und minimaler  $m_{12}^2$ ,  $m_{23}^2$  und  $m_{13}^2$ . Für  $(m_{ij}^2)_{min}$  gilt  $m_i \mathbf{p}_j = m_j \mathbf{p}_i$  und für  $(m_{ij}^2)_{max}$  gilt  $\mathbf{p}_i = -\mathbf{p}_j$  [66].

Betrachtet man Abb. 4.5 a) genauer, so kann man feststellen, daß das  $\rho(770)^-$  die Daten stark dominiert. Es ist also naheliegend für Darstellungszwecke aus dem Vierkörperkanal  $\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0$ , durch Schnitt auf das  $\rho(770)^-$ , den Dreikörperkanal  $\rho(770)^-\pi^0\pi^0$  zu machen. Dieser wird zwar nicht für die Partialwellenanalyse verwendet, da dies zu ungenau wäre und nicht alle Zerfallsmöglichkeiten berücksichtigen würde, aber es ist eine anschauliche Möglichkeit die Daten zu visualisieren. In Abb. 4.7 ist ein solcher  $\rho^-\pi^0$ -„Dalitzplot“ gezeigt. In diesem Fall liegt das Fenster auf die  $\rho(770)^-$ -Masse zwischen  $675 \text{ MeV}/c^2$  und  $800 \text{ MeV}/c^2$  (Abb. 4.7 kleines Spektrum). Dieses Fenster ist nicht symmetrisch um  $770 \text{ MeV}/c^2$ , sondern symmetrisch um das  $\rho(770)^-$ -Signal, welches in Abbildung 4.5 a) zu sehen ist. Der Dalitzplot ist voll symmetrisiert. Es werden jeweils die zwei möglichen  $\rho^-\pi^0$  Kombinationen pro Ereignis eingetragen. Gibt es mehrere Möglichkeiten invarianter  $\pi^-\pi^0$  Massen, die in dem entsprechenden  $\rho(770)^-$  Massenbereich liegen, so kommen diese Möglichkeiten ebenfalls symmetrisiert in den Dalitzplot. Dadurch enthält Abb. 4.7 eine große Kombinatorik, die allerdings in der späteren Partialwellenanalyse ebenfalls vorhanden ist. Das Aussehen des  $\rho^-\pi^0\pi^0$ -„Dalitzplot“ hängt weiterhin stark vom eben erwähnten Massenfenster ab. Im Anhang (s. auch Abb. B.1 bzw. B.2) sind andere Darstellungsmöglichkeiten gegeben.

Unter Zuhilfenahme von Abbildung 4.6 fällt es leicht, Abb. 4.7 zu interpretieren. Resonanzen, die in  $\rho^-\pi^0$  zerfallen, erwartet man in horizontalen oder vertikalen Bändern. Zerfälle von Resonanzen in zwei  $\pi^0$  sind hingegen in von schräg links oben nach rechts unten laufenden Bändern zu sehen. Mit der Information, daß die inv. Masse zweier  $\pi^0$  von rechts oben nach links unten in Abb. 4.7 zunimmt, kann man sowohl das eine Band dem  $f_2(1270) \rightarrow \pi^0\pi^0$  zuordnen, als auch den Einschnitt durch die destruktive Interferenz des  $f_0(980) \rightarrow \pi^0\pi^0$  mit einem breiten darunter liegendem  $\sigma$  erklären. Resonanzen, die in  $\rho^-\pi^0$  zerfallen, erzeugen eine starke Struktur in Abb. 4.7 bei ca.  $2,25 \text{ GeV}^2/c^4$  ( $= 1.5 \text{ GeV}/c^2$ ). Diese Struktur kann man allerdings ohne die Mittel der Partialwellenanalyse keiner Resonanz eindeutig zuordnen. Auch das  $\sigma$  wird in diesem Bereich (durch  $\pi^0$ -Austausch-Interferenz in  $\rho^-(\rightarrow \pi^0\pi^0) \times \sigma(\rightarrow \pi^0\pi^0)$ , siehe Abb. 4.7) eine Struktur hervorrufen. Betrachtet man das Resonanzband des  $f_2(1270)$  etwas genauer, so könnte man eine Substruktur in diesem Band vermuten. Diese liegt aber in der Farbskala begründet. Durch Variation der maximalen Einträge pro Bin, bzw. der Farbskala kann diese Substruktur zum Verschwinden gebracht werden. Dies zeigt, daß die Interpretationsmöglichkeiten des Dalitzplots schnell an Grenzen stoßen.

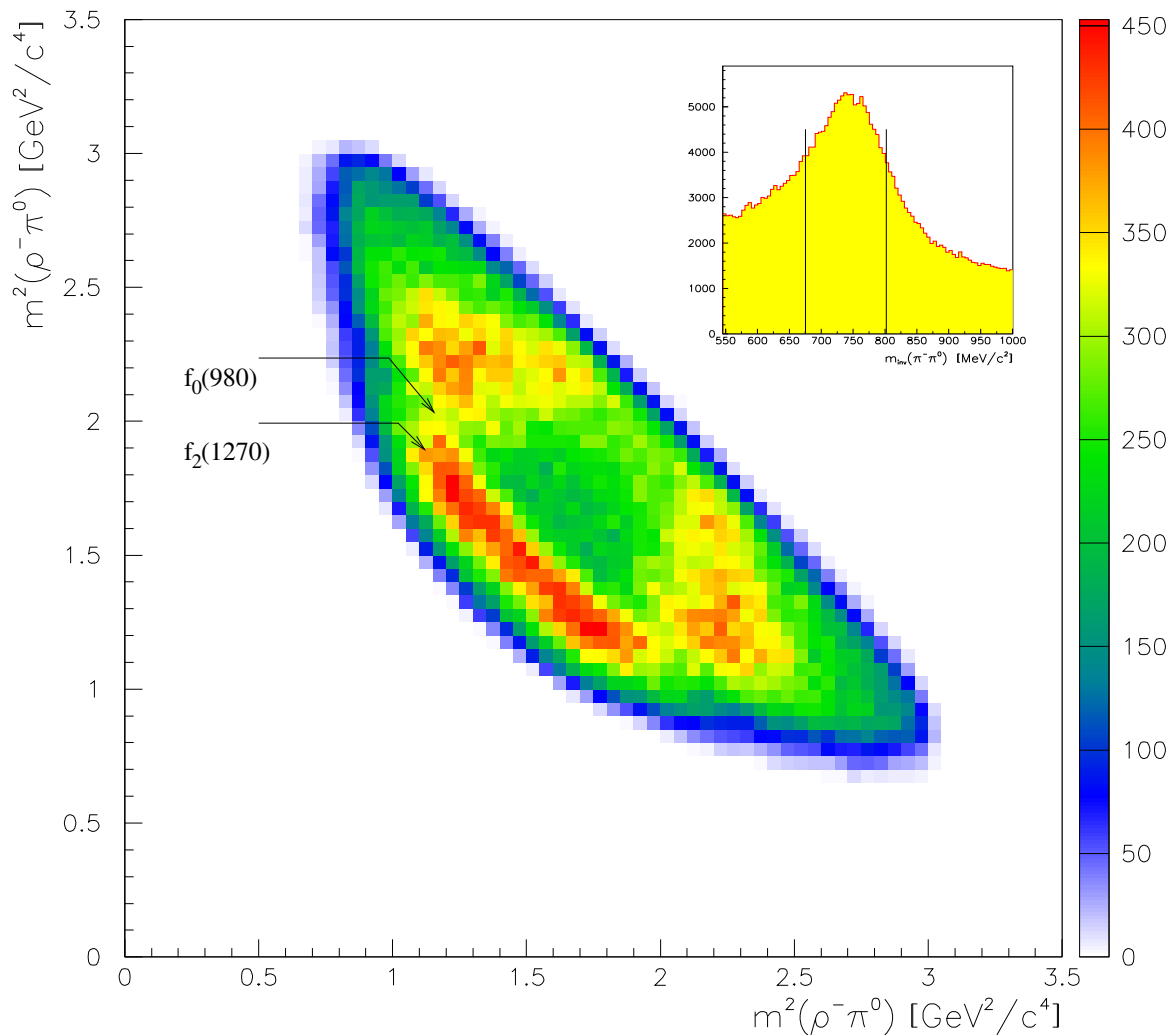


Abbildung 4.7: Dieser  $\rho^-\pi^0$ -„Dalitzplot“ wurde mit einem symmetrischen Massenfenster auf das  $\rho(770)^-$ -Signal zwischen  $675 \text{ MeV}/c^2$  und  $800 \text{ MeV}/c^2$  erzeugt (kleines Spektrum) und ist voll symmetrisiert, d.h. es gibt pro Ereignis mind. zwei Einträge durch die verschiedenen  $\rho^-\pi^0$  Kombinationen und maximal drei Einträge durch inv.  $\pi^-\pi^0$  Massen, welche in dem  $\rho(770)^-$  Massenfenster liegen (also insgesamt maximal sechs Einträge pro Ereignis). Bei genauer Betrachtung fallen drei Strukturen ins Auge. Das  $f_2(1270) \rightarrow \pi^0\pi^0$  und das  $f_0(980) \rightarrow \pi^0\pi^0$ , als negative Interferenz mit dem darunterliegenden breiten  $\sigma$ , erscheinen als schräge Bänder. Bei  $2,25 \text{ GeV}^2/c^4$  ( $= 1,5 \text{ GeV}/c^2$ ) erscheint jeweils eine starke Struktur, die durch Überlagerung von  $\rho^-\pi^0$ -Resonanzen und der nichtresonanten  $\pi^0\pi^0$ -Streuung zustande kommen. Diese Struktur lässt sich nur mit Hilfe der Partialwellenanalyse auflösen.

### 4.3.2 Der Goldhaberplot

Im letzten Kapitel wurde der Vierteilchen- auf einen Dreiteilchen-Endzustand reduziert, was zu einer vereinfachten Darstellung der Daten, nämlich dem Dalitzplot führte. Dabei geht allerdings ein Teil der Information des Vierkörper-Endzustandes verloren. Aus diesem Grund wird in diesem Kapitel der Vierteilchen-Phasenraum mit dazugehörigen sinnvollen Darstellungen diskutiert.

Der lorentzinvariante Phasenraum  $R_n$  für vier Teilchen mit Impuls  $\mathbf{p}_i$ , Energie  $E_i$  und Gesamtenergie  $E$  ist [66]

$$d^{12}R_4 = \frac{d^3\mathbf{p}_1}{2E_1} \frac{d^3\mathbf{p}_2}{2E_2} \frac{d^3\mathbf{p}_3}{2E_3} \frac{d^3\mathbf{p}_4}{2E_4} \delta^3(E_1 + E_2 + E_3 + E_4 - E). \quad (4.3)$$

Da es nur fünf unabhängige Variablen gibt, kann obiges Phasenraumelement vereinfacht werden und man erhält [66]

$$d^5R_4 = \pi^3 dE_1 dE_2 dE_3 dp_{12} d\varphi, \quad (4.4)$$

mit  $p_{12} = |\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2|$  und dem Polarwinkel  $\varphi$ , der der Winkel zwischen der Ebene durch  $\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2$  und der durch  $\mathbf{p}_3, \mathbf{p}_4$  ist. Über diesen Winkel kann ohne Informationsverlust integriert werden, da im Endzustand nur spinlose Teilchen vorkommen. Die invarianten Massenquadrate der verschiedenen Teilchenkombinationen lauten also [66]:

$$\begin{aligned} m_{12}^2 &= (E_1 + E_2)^2 - p_{12}^2 \\ m_{34}^2 &= (E - E_1 - E_2)^2 - p_{12}^2 \\ m_{134}^2 &= E^2 - 2EE_2 + m_2^2 \\ m_{124}^2 &= E^2 - 2EE_3 + m_3^2. \end{aligned}$$

Nun kann noch  $p_{12}$  eliminiert werden und man erhält als Grenzen des Vierteilchen-Phasenraumes, bzw. für physikalisch mögliche Prozesse, folgende Bedingungen [66]:

$$\begin{aligned} m_{34}^2 - (m_3 + m_4)^2 &\geq 0 \\ m_{34}^2 - (E - m_{12})^2 &\leq 0 \\ m_{12}^2 - (m_1 + m_2)^2 &\geq 0 \\ m_{12}^2 - (E - m_{34})^2 &\geq 0. \end{aligned} \quad (4.5)$$

Die Grenzen werden durch folgende lineare invariante Massen festgelegt:

$$m_{12} = m_1 + m_2, \quad m_{34} = m_3 + m_4, \quad m_{12} + m_{34} = E. \quad (4.6)$$

Damit werden die physikalischen Grenzen der, nach dem Physiker Goldhaber genannten, Darstellung der  $(m_{12}, m_{34})$ -Ebene in Abb. 4.8 klar. Die physikalisch mögliche Region ist innerhalb eines rechtwinkligen und gleichschenkligen Dreieckes, dessen Schenkellänge durch  $E - (m_1 + m_2 + m_3 + m_4)$  gegeben ist. Sind keinerlei Resonanzen vorhanden, so ist der Phasenraum flach verteilt.

Der  $\pi^- 3\pi^0$ -Datensatz wird in Abb. 4.9 gezeigt. Hier ist die invariante Masse der  $\pi^- \pi^0$  gegen  $\pi^0 \pi^0$  aufgetragen, sodaß Resonanzen die in  $\pi^- \pi^0$  zerfallen, als horizontale

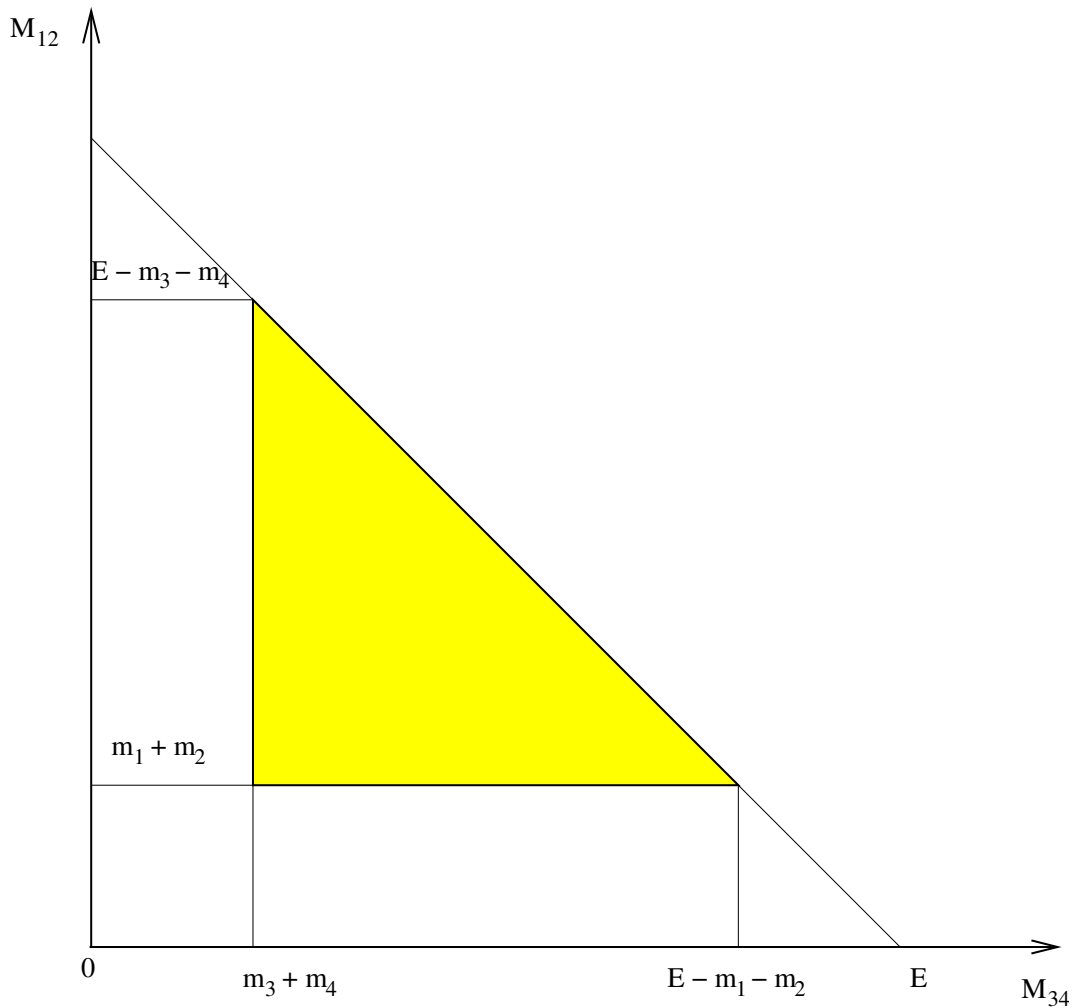


Abbildung 4.8: Die physikalisch mögliche Region ist durch das gelbe rechtwinklige und gleichschenklige Dreieck gegeben. Die Schenkellänge beträgt  $E - (m_1 + m_2 + m_3 + m_4)$ .

Bänder zu erwarten sind. Bei  $770 \text{ MeV}/c^2$  an der  $y$ -Achse ist das  $\rho(770)^-$  auch deutlich zu sehen. Der Einschnitt bei ca.  $980 \text{ MeV}/c^2$  ist auf den Zerfallsmodus des  $\bar{p}n$ -Systems in  $\rho(770)^- \times f_0(980)$  zurückzuführen. Das  $f_0(980)$  erscheint als destruktive Interferenz, wie es auch in dem Dalitzplot 4.7 zu sehen ist. Der Zerfallsmodus in dem das  $\rho(770)^-$  zusammen mit dem  $f_2(1270)$  kommt, ist am rechten Rand des  $\rho(770)^-$ -Bandes zu sehen. Hier erscheint eine ellipsenförmige Anhäufung, die durch die Phasenraumgrenze verursacht wird, da das  $\rho(770)^-$  innerhalb seiner Breite von  $149.2 \text{ MeV}/c^2$  zu einer niedrigeren Masse verschoben ist. Dies erklärt auch die Doppelstruktur in der invarianten  $\pi^-\pi^0$ -Masse des Spektrums 4.5 a). Ein angeregtes  $\rho(1450)$  ist, wenn überhaupt vorhanden, sehr nahe an der Phasenraumgrenze. Eine Struktur ist hingegen bei ca.  $1200 \text{ MeV}/c^2$  zu sehen, welche einem niedrigeren angeregten  $\rho(1200)$  entsprechen könnte.

Es gibt noch viele andere Möglichkeiten zweidimensionale Darstellungen zu wählen, wovon einige in Anhang B Abb. B.3 a) - d) vorzufinden sind. Auf eine tiefere Diskussion wird an dieser Stelle verzichtet, da die physikalische Aussagekraft der zweidimensio-

nen Plots an dieser Stelle ausgereizt scheint und weitere Erkenntnisse nur durch die Partialwellenanalyse zu erwarten sind.

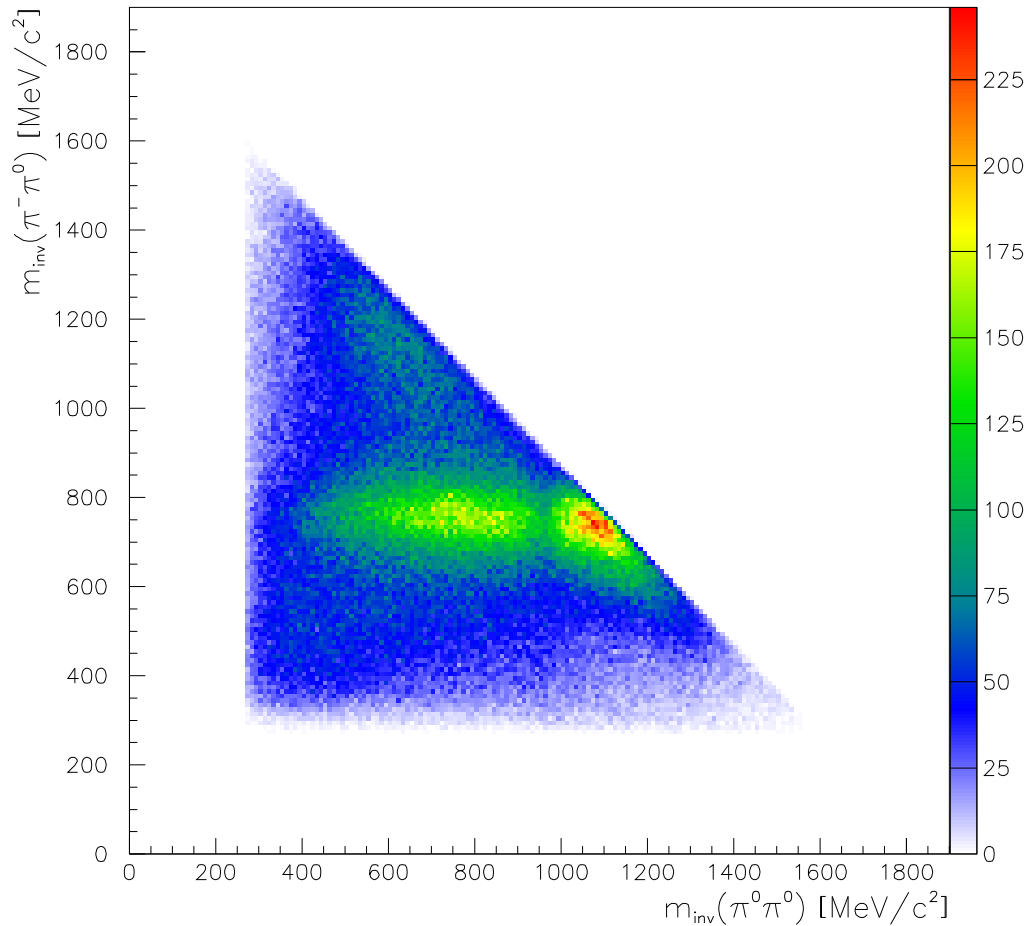


Abbildung 4.9: In dem voll symmetrisierten Goldhaberplot ist deutlich ein  $\rho(770)^-$ -Resonanzband bei  $770 \text{ MeV}/c^2$  ( $y$ -Achse) zu sehen. Es wird durch eine destruktive Interferenz mit dem  $f_0(980)$  bei  $980 \text{ MeV}/c^2$  unterbrochen. Am rechten Ende des  $\rho(770)^-$ -Bandes ist auch die Phasenraumgrenze für den Zerfall des  $\bar{p}n$ -Systems in  $\rho(770)^- \times f_2(1270)$ . Dies führt zu einer Verschiebung des  $\rho(770)^-$  und des  $f_2(1270)$  innerhalb ihrer Zerfallsbreite zu niedrigeren Massen. Für das  $\rho(770)^-$  ist dies auch im invarianten  $\pi^-\pi^0$ -Massenspektrum 4.5 a) als Doppelpeak zu sehen. Ein angeregtes  $\rho(1450)$  wäre sehr nahe an der Phasenraumgrenze, bei  $1200 \text{ MeV}/c^2$  an der Ordinate ist hingegen eine Struktur sichtbar. Diese deutet auf eine niedrigere Anregung,  $\rho(1200)$ , hin.



# 5 Monte–Carlo Studien

Um die Besonderheiten des Crystal–Barrel Detektors voll zu verstehen, wurde das Softwarepaket CBGEANT [31] basierend auf GEANT [32] entwickelt. In dieser Software steckt die komplette Detektorgeometrie inklusive aller Detektorkomponenten, sodaß die Nachweiswahrscheinlichkeit geladener und neutraler Teilchen in dem Detektor an jedem Punkt bekannt ist. Dies ist unerlässlich für eine genaue Studie von Annihilationsprozessen, da kinematische Auffälligkeiten in den Daten, die aufgrund der Besonderheiten des Detektors und der Datenselektion zustande kommen, erkannt werden können. Andernfalls wäre eine Verwechslung dieser Effekte mit echten Resonanzen nicht auszuschließen.

Weiterhin ist es möglich alle Arten von Wechselwirkungen der nachzuweisenden Teilchen mit den einzelnen Detektorkomponenten, wie z.B. Photo–, Comptoneffekt, Paarbildung, Vielfachstreuung, Bremsstrahlung, Energieverlust durch Ionisation, hadronische Reaktionen mit den Kernen des Detektormaterials, etc, und daraus resultierende Sekundärreaktionen zu simulieren.

Für die Bestimmung von Untergrundereignissen, welche nicht durch die Selektion verworfen werden, sind entsprechend erstellte Monte–Carlo Datensätze ebenso hilfreich wie für die Simulation des Phasenraumes der zu untersuchenden  $\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0$ –Daten.

## 5.1 Die Akzeptanzstudie

Die spätere Partialwellenanalyse benötigt nicht nur phasenraumgenerierte Ereignisse, um entsprechende Abweichungen des Phasenraumes Resonanzen zuordnen zu können, sondern auch die Detektorakzeptanz und die Eigenheiten der Datenselektion, da diese Effekte Abweichungen vom gleichverteilten Phasenraum hervorrufen können. Diese Effekte versucht man zu korrigieren, indem durch das Programmpaket CBGEANT [31] erstellte Datensätze durch die gleiche Selektionssoftware wie die Datensätze selektiert werden. Dadurch wird es Stellen im Phasenraum geben, an denen es weniger Ereignisse gibt und Stellen an denen die Ereignisdichte höher ist und die Gewichtung der einzelnen Ereignisse entsprechend unterschiedlich ausfällt. Somit fließen obige Effekte in die Partialwellenanalyse ein und verhindern Fehlinterpretationen bei der Bestimmung der am Annihilationsgeschehen beteiligten Resonanzen. Natürlich wird die Beschreibung umso genauer, je dichter der Phasenraum bevölkert ist. D.h. je höher die Statistik der generierten Monte–Carlo Daten, desto genauer die Akzeptanzkorrektur. Limitiert wird dies sowohl durch die zur Verfügung stehende Rechenleistung bei der Generation der Ereignisse als auch die handhabbare Größe der Datenmengen.

Die generierte Menge von  $5,6 \cdot 10^6 \bar{p}d \rightarrow \pi^-\pi^0\pi^0\pi^0 p_{\text{spectator}}$  Ereignissen und der daraus resultierenden 405.000 Ereignisse nach der Selektion stellt also einen Kompromiß

zwischen den eben genannten Aspekten dar. Somit stehen für die Partialwellenanalyse mehr als eine halbe Million Daten- und Monte-Carlo Ereignisse zur Verfügung, was an die Grenze der vorhandenen Computerkapazitäten ging. Bei der Produktion wurde der im Jahr 1994 eingesetzte JDC-Typ simuliert. Auf die so erhaltenen Rohdaten kam dieselbe Selektion zur Anwendung, wie sie im vorigen Kapitel beschrieben wurde. Abbildung 5.1 zeigt nun die gleichen Verteilungen, die man nach der Datenrekonstruktion und den einzelnen kinematischen Hypothesen (s. Abschnitt 4.2, bzw. Abb. 4.3) erhalten hatte. Es fällt auf, daß der Untergrund unter dem  $\pi^0$ -Peak tatsächlich kombinatorischer Art ist. Wendet man dieselbe Methode zur Abschätzung des kombinatorischen Untergrundes auf das invariante Massenspektrum 5.1 c) an, so ergibt sich ein Untergrund von  $(4,3 \pm 1)\%$  der somit innerhalb der Fehlergrenzen gleich dem Untergrund im Datenspektrum 4.3 c) ist. Vergrößert man den Maßstab, so erhält man Abb. 5.1 d). Bei einem Vergleich mit dem gleichen Spektrum der Daten (Abb. 4.3 d)) fehlen natürlich die Peaks des  $\eta$ - bzw.  $\omega$ -Mesons, da diese nicht simuliert wurden, aber der Verlauf des kombinatorischen Untergrundes ist gleich. D.h. man kann davon ausgehen, daß der Kanal  $\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0$ , bis auf die Kombinatorik, praktisch untergrundfrei selektiert werden konnte. In Tabelle 5.1 sind die Auswirkungen der Selektionsschritte auf die Statistik zusammengefaßt und ein Vergleich der Verluste an Ereignissen je Selektionsschritt zwischen Daten- und Monte-Carlo Ereignissen zeigt eine gute Übereinstimmung.

Die invarianten Massenspektren der 405.638 Monte-Carlo Ereignisse sind in Abb. 5.2 dargestellt und zeigen, im Gegensatz zu den Daten (Abb. 4.5), keinerlei Auffälligkeiten. In Spektrum c) dieser Abbildung ist der Schnitt auf das  $\eta$ -Meson dargestellt. Den Dalitz- und Goldhaberplot zeigt Figur 5.3 oben, bzw. unten. Wie erwartet, sind beide Plots ohne Struktur, sodaß die entsprechenden Darstellungen und Interpretationen der Resonanzbänder im vorigen Kapitel gerechtfertigt sind.

Selektionsschritt	Ereignisse	Ereignisse [%] (MC)	Ereignisse [%] Daten
Generierte MC-Daten	5.638.200		
1 golden Track, 6 golden Gammas	1.360.515	76	89
kin. Fit $\bar{p}d \rightarrow \pi^-\pi^0\pi^0\pi^0 p_{spec.}$	503.680	63	68
CL > 5%	415.662	17	16
$p_{spec.} < 100 \text{ MeV}/c$	407.032	2	3
Inv. Masse von $3\pi^0 \geq 590 \text{ MeV}/c^2$	405.638	0,3	0,8

Tabelle 5.1: Auswirkungen der Vorselektion und des kinematischen Fits auf die Statistik der Monte-Carlo Daten. In den rechten beiden Spalten sind die Verluste an Ereignissen pro Selektionsschritt in Prozent für die Daten- und Monte-Carlo Ereignisse gegeben. Die Übereinstimmung der Verluste sind sehr gut.

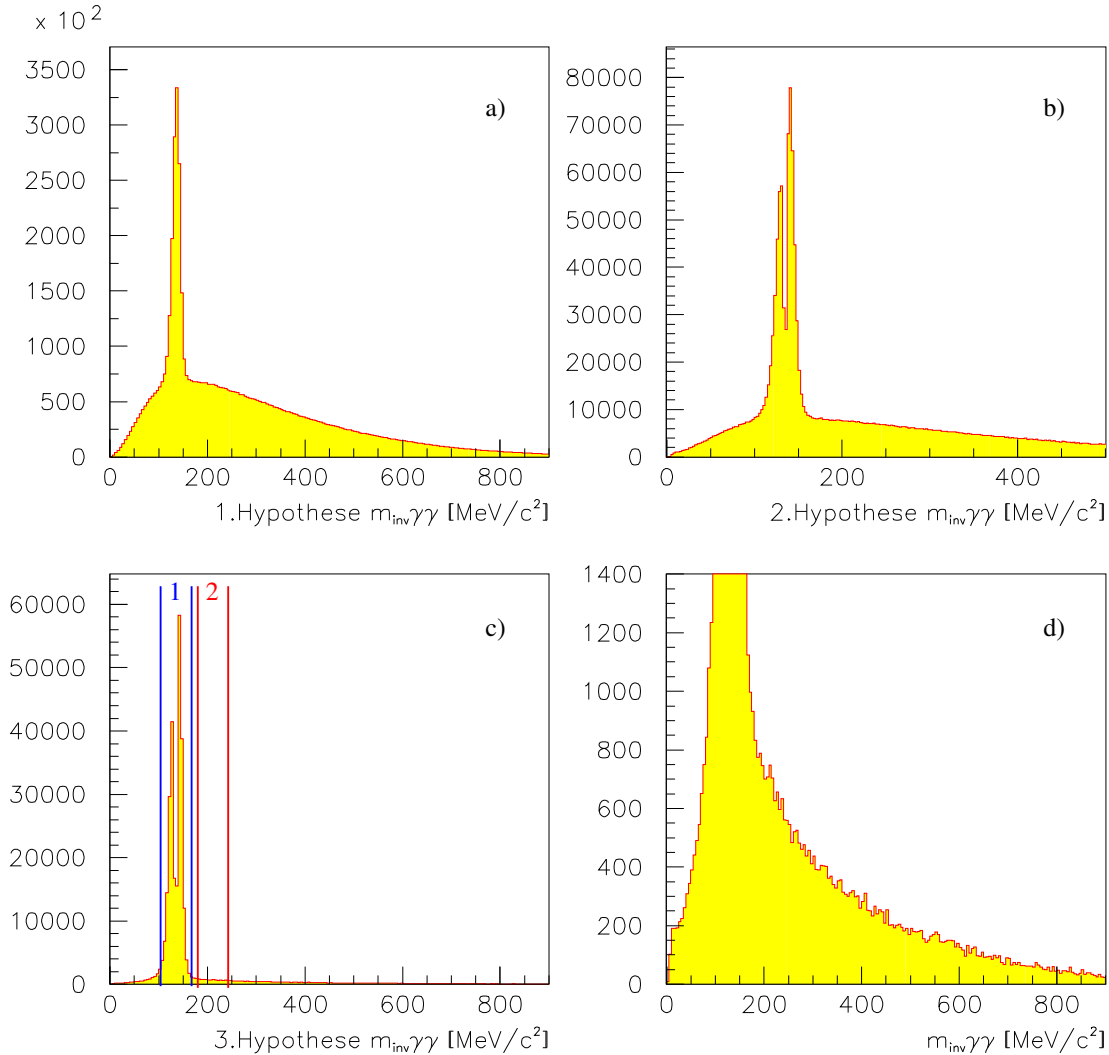


Abbildung 5.1: Die inv. Massenspektren für jeweils alle möglichen  $\gamma\gamma$ -Kombinationen der einzelnen Hypothesen des kinematischen Fits der Monte-Carlo Daten. a) 1. Hypothese:  $\bar{p}d \rightarrow \pi^- 6\gamma p_{spectator}$ . Hier gibt es 15 mögliche Kombinationen, d.h. der Untergrund unter dem  $\pi^0$ -Peak bei ca. 135  $\text{MeV}/c^2$  ist hauptsächlich kombinatorischer Art. b) 2. Hypothese:  $\bar{p}d \rightarrow \pi^- \pi^0 4\gamma p_{spectator}$ . Da ein  $\pi^0$  gefittet ist bei dieser Hypothese, gibt es nur noch 6 Einträge pro Event. Der Einschnitt im  $\pi^0$ -Peak kommt durch den kinematischen Fit, der die besten  $\gamma\gamma$ -Kombinationen für die Bildung eines  $\pi^0$  aussortiert. c) 3. Hypothese:  $\bar{p}d \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 2\gamma p_{spectator}$ . Nach dieser Hypothese ist nur noch eine  $\gamma\gamma$ -Kombination übrig. Der kombinatorische Untergrund läßt sich zu ca.  $(4,3 \pm 1)\%$  abschätzen (Inhalt von Bereich 2 dividiert durch Inhalt von Bereich 1). d) Wie Abb. c) nur mit Schnitt auf den Maximaleintrag pro Bin. Es zeigt sich, daß der Untergrund ähnlich wie in Abb.4.3 d) abfällt.

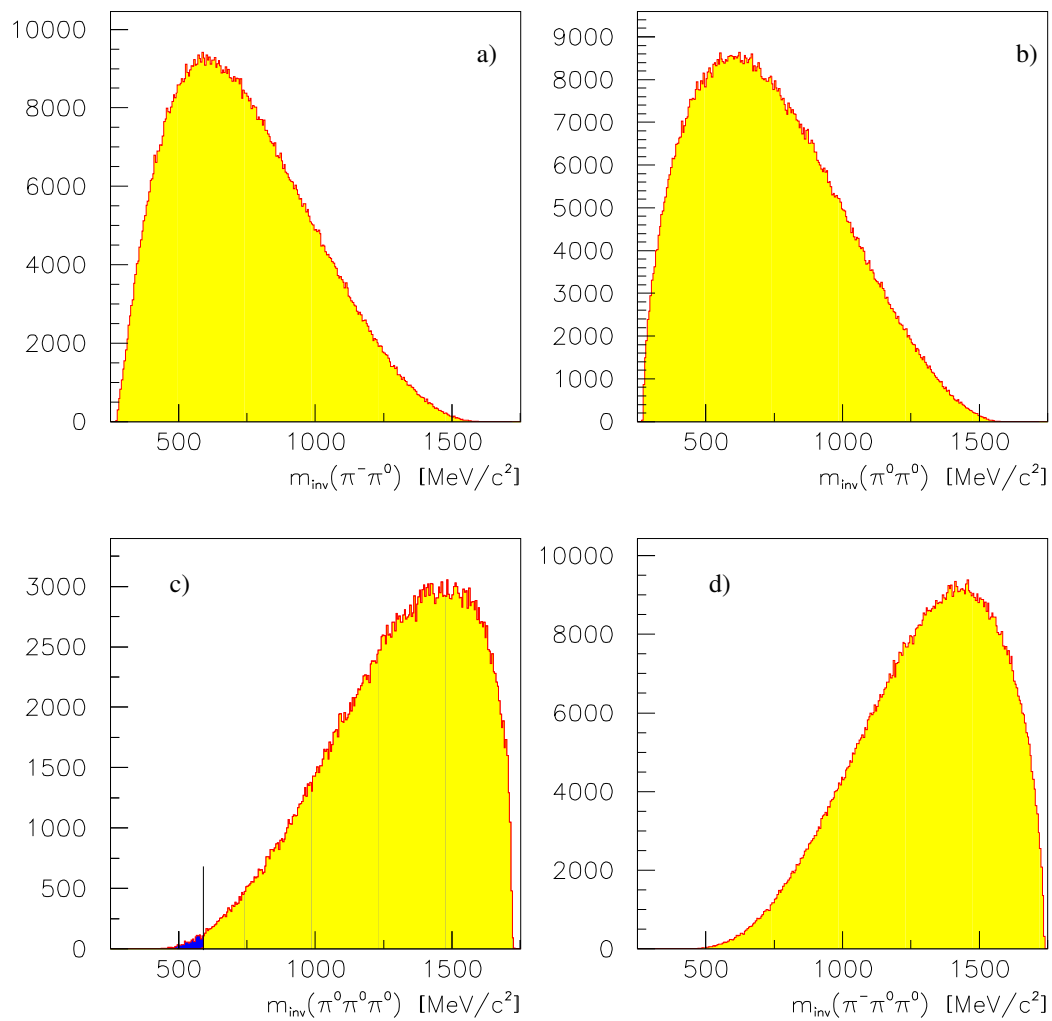


Abbildung 5.2: Gezeigt sind die vier möglichen inv. Massenspektren. a), b), d) Pro Ereignis gibt es drei Einträge, aufgrund der Kombinatorik. c) Es gibt nur einen Eintrag pro Event. Die schwarze Linie deutet den Schnitt auf das  $\eta$ -Meson an, der in den Daten nötig war und auch auf die Monte-Carlo Daten angewendet wurde. Der blaue Bereich (links von der Linie) wird also verworfen.

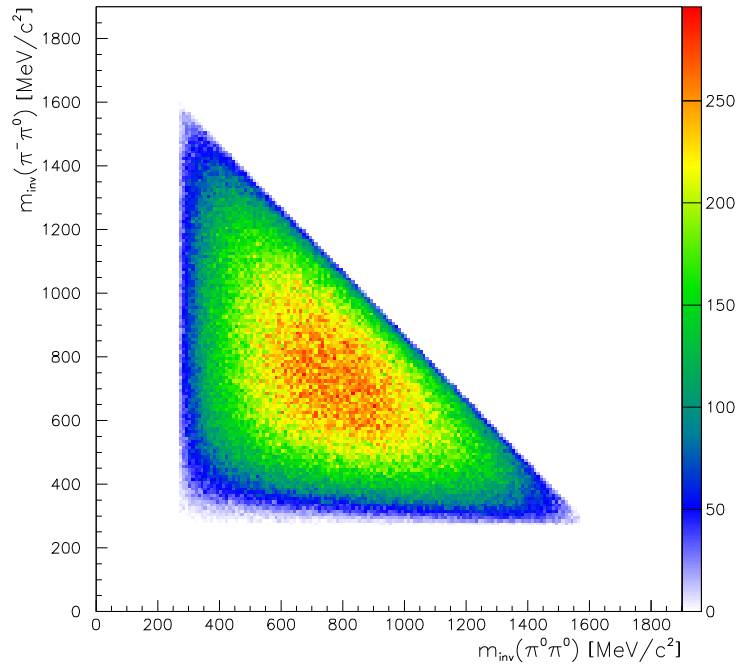
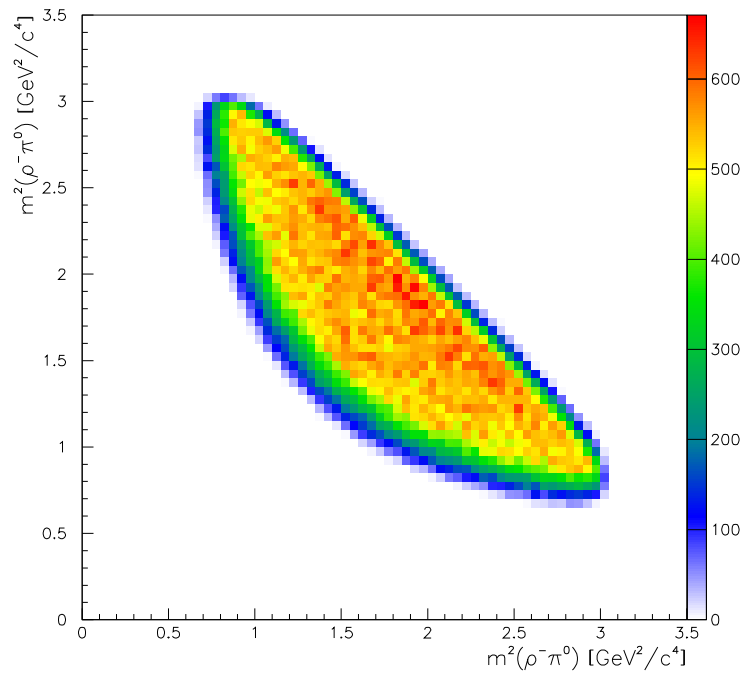


Abbildung 5.3: Oben ist der Dalitzplot mit dem Massenfenster von 675 MeV/c<sup>2</sup> bis 800 MeV/c<sup>2</sup>, wie in Abb. 4.7 der gemessenen Daten, erzeugt. Er zeigt keinerlei Struktur wie auch der Goldhaberplot darunter.

## 5.2 Die Untergrundbetrachtung

Daß der  $\pi^-3\pi^0$  Kanal praktisch untergrundfrei selektiert wurde, war im vorigen Abschnitt daran zu erkennen, daß der kombinatorische Untergrund im invarianten  $\gamma\gamma$  Spektrum 5.1 c) der Monte-Carlo und der gemessenen Daten 4.5 c) gleich groß ist. Die negativen Pionen konnten ebenfalls untergrundfrei selektiert werden, wie an der  $dE/dx$  Verteilung 4.4 b) zu sehen ist. Mit Hilfe von Monte-Carlo Rechnungen sollen nun die Beiträge einiger potentieller Untergrundkanäle direkt abgeschätzt werden. In Frage kommen in erster Linie Kanäle, die ein Photon mehr oder weniger haben als der hier untersuchte, da es am wahrscheinlichsten ist, daß die Splitofferkennung versagt hat, also einen Splitoff nicht erkannt hat, oder ein gutes Photon als Splitoff misinterpretiert hat. Als mögliche Kandidaten kommen hierfür die zwei Kanäle

$$\bar{p}n \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \omega (\rightarrow \pi^0 \gamma) \quad (5.1)$$

$$\bar{p}n \rightarrow \pi^- \pi^0 \omega (\rightarrow \pi^0 \gamma) \quad (5.2)$$

in Betracht.

Der nächste Prozess, der zu einem Untergrundkanal führen kann, ist der Verlust von zwei Photonen, bzw. das Zusammenfügen falscher Kombinationen zweier  $\gamma\gamma$  zu einem  $\pi^0$  im kinematischen Fit, wie z.B.

$$\bar{p}n \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \pi^0 \quad (5.3)$$

$$\bar{p}n \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \eta (\rightarrow \gamma\gamma). \quad (5.4)$$

Äußerst unwahrscheinlich aber möglich ist, daß der Kanal

$$\bar{p}p \rightarrow \omega (\rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0) \pi^0 \pi^0 \quad (5.5)$$

in den  $\bar{p}n \rightarrow \pi^-3\pi^0$  Daten enthalten ist, also das  $\pi^+$  nicht nachgewiesen wird.

All diesen Kanälen ist gemeinsam, daß sie Mesonen wie das  $\omega$  und das  $\eta$  enthalten, von denen bekannt ist, daß sie hohe  $\bar{p}N$  Verzweigungsverhältnisse haben. Alle oben genannten Untergrundkandidaten sind mit dem Programmpaket CBGEANT [31] simuliert und der Selektion und dem kinematischen Fit unterzogen worden. Tabelle 5.2 gibt die Auswirkung der Selektion auf die entsprechenden Kanäle wieder.

Für eine quantitative Abschätzung werden die  $\bar{p}N$  Verzweigungsverhältnisse benötigt, welche in Tab. 5.3 zusammengefaßt sind und deren Berechnung für jeden einzelnen Untergrundkanal nachfolgend gezeigt wird.

Der nach Tab. 5.2 stärkste Kanal  $\bar{p}d \rightarrow \omega \pi^- \pi^0 p_{\text{Spectator}}$  hat ein Verzweigungsverhältnis von  $(1,94 \pm 0,20)\%$  [47]. Berücksichtigt man, daß das  $\omega(782)$  nur zu  $(8,7 \pm 0,4)\%$  in  $\pi^0\gamma$  zerfällt, so erhält man als Verzweigungsverhältnis  $(0,17 \pm 0,02)\%$ . Aus dem Vergleich des  $\bar{p}d$  Verzweigungsverhältnisses von  $(3,3 \pm 0,2)\%$  des selektierten Kanals (s. Abschnitt 6.1, Gl. 6.5) mit dem Verzweigungsverhältnis  $(0,17 \pm 0,02)\%$  errechnet sich ein Anteil des Untergrundkanals von  $(5,2 \pm 1,0)\%$ . Multipliziert man dies mit der Wahrscheinlichkeit  $0,12\%$  (s. Tab. 5.2) ein Untergrundereignis nach der Selektion zu finden, so erhält man einen Untergrund Anteil in den Daten von  $(6,2 \pm 1,2) \cdot 10^{-5}$ . Das sind bei 144.114 guten Ereignissen  $8,9 \pm 1,7$  Ereignisse des Kanals  $\bar{p}n \rightarrow \pi^- \pi^0 \omega (\rightarrow \pi^0 \gamma)$  und damit vernachlässigbar wenig.

Kanal	generierte Ereignisse	Ereign. nach Selektion	Ereign. nach kin. Fit
$\bar{p}n \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \omega (\rightarrow \pi^0 \gamma)$	19.992	3855	6
$\bar{p}n \rightarrow \pi^- \pi^0 \omega (\rightarrow \pi^0 \gamma)$	19.991	938	24
$\bar{p}n \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \pi^0$	6.624	781	0
$\bar{p}n \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \eta (\rightarrow \gamma \gamma)$	20.000	4209	10
$\bar{p}p \rightarrow \omega (\rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0) \pi^0 \pi^0$	19.970	1841	0

Tabelle 5.2: Auswirkungen der Vorselektion und des kinematischen Fits, mit  $CL > 5\%$  und  $p < 100$  MeV/c, auf verschiedene Untergrundkanäle.

Das Verzweigungsverhältnis des Kanals  $\bar{p}n \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \omega (\rightarrow \pi^0 \gamma)$  ist unbekannt. Dagegen ist das  $BR(\bar{p}p \rightarrow \omega \pi^0 \pi^0 \pi^0) = (1,24 \pm 0,63) \cdot 10^{-2}$  in der Literatur [48] zu finden und mit der Zerfallswahrscheinlichkeit des  $\omega \rightarrow \pi^0 \gamma = (8,7 \pm 0,4)\%$  erhält man  $\bar{p}p \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0 \omega (\rightarrow \pi^0 \gamma) = (0,11 \pm 0,06)\%$ . In diesem Kanal ist nur der Isospin  $I = 1$  des  $\bar{p}p$ -Systems erlaubt, was den Vergleich mit  $\bar{p}n$  ermöglicht. Das Verzweigungsverhältnis läßt sich somit zu  $\bar{p}n \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \omega (\rightarrow \pi^0 \gamma) = (0,22 \pm 0,12)\%$  abschätzen. Setzen wir diese Zahl ins Verhältnis zu  $(7,6 \pm 0,4)\%$ , so bekommen wir einen Anteil des Untergrundes an unserem Kanal von ca. 3%. Der Anteil der Ereignisse, die die Selektion und den kinematischen Fit überlebt haben ist 0,03%. Damit ist der gesamte Untergrundanteil  $9,0 \cdot 10^{-6}$ , was ca. einem Ereignis in dem 144.114 Datensample entspricht.

Der dritte Kanal an dem ein  $\omega$  beteiligt ist, hat ein Verzweigungsverhältnis von  $BR(\bar{p}p \rightarrow \omega (\rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0) \pi^0 \pi^0) = (2,57 \pm 0,17)\%$  [49]. Da kein Ereignis die Selektion überlebt hat, wird eine obere Grenze für den Untergrundanteil bestimmt. Nimmt man an, daß ein Ereignis die Selektion überlebt hätte, so hätten wir einen Anteil von selektierten Ereignissen von  $5 \cdot 10^{-5}$ . Da der Anfangszustand des Untergrundkanals auf  $I = 0$  eingeschränkt ist, können wir das Verzweigungsverhältnis direkt mit dem unseres Kanals vergleichen und erhalten als obere Grenze einen totalen Untergrundanteil kleiner als  $4 \cdot 10^{-5}$ , also weniger als 6 Ereignisse im Datensample.

Für den Kanal  $\bar{p}n \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \eta (\rightarrow \gamma \gamma)$  erwartet man ein kleines Verzweigungsverhältnis, welches allerdings nicht bekannt ist. Führt man obige Überlegungen für das Verzweigungsverhältnis des Kanals  $\bar{p}p \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0 \eta = (2,42 \pm 0,16) \cdot 10^{-4}$  [48] durch, und bedenkt, daß die Zerfallswahrscheinlichkeit des  $\eta \rightarrow \gamma \gamma = (39,43 \pm 0,26)\%$  ist, so erhält man eine Untergrundwahrscheinlichkeit von  $1,5 \cdot 10^{-6}$ , was weniger als einem Ereignis in den Daten entspricht.

Als letztes betrachten wir den Kanal  $\bar{p}d \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \pi^0 p$ , der schon deshalb unwahrscheinlich ist, weil der Verlust gleich zweier Photonen äußerst selten ist. Das Verzweigungsverhältnis dieses Kanals beträgt  $(1,32 \pm 0,2)\%$  [50] und ist damit zu 40% im Datenkanal enthalten. Nehmen wir an, es wäre statt Null doch ein Ereignis durch die Selektion gekommen, so hätten wir eine Wahrscheinlichkeit von  $6 \cdot 10^{-5}$ , ein Ereignis im Datenkanal zu haben. Da dies eine obere Grenze von 9 Ereignissen in unserem

Datensample entspricht, kann auch dieser Untergrundkanal vernachlässigt werden.

Fassen wir alle Kanäle zusammen, so sind in den 144.114 Ereignissen ca. 26 Untergrundereignisse, also 0,018% Untergrund enthalten. Dies ist, verglichen mit dem kombinatorischen Untergrund, vernachlässigbar wenig. Tabelle 5.3 gibt einen Überblick über die meisten der weiter oben genannten Zahlen und Verzweigungsverhältnisse.

Kanal	Verzweigungs- verhältnis	Anteil nach Selektion	Anteil gesamt	Anteil [Ereign.]
$\bar{p}n \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \omega (\rightarrow \pi^0 \gamma)$	0,22%	0,03%	$9 \cdot 10^{-6}$	1
$\bar{p}d \rightarrow \pi^- \pi^0 \omega (\rightarrow \pi^0 \gamma) p$	1,94%	0,12%	$6,2 \cdot 10^{-5}$	9
$\bar{p}d \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 \pi^0 p$	1,32%	$< 1,5 \cdot 10^{-4}$	$< 6 \cdot 10^{-5}$	$< 9$
$\bar{p}n \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \eta (\rightarrow \gamma \gamma)$	$1,9 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-4}$	$1,5 \cdot 10^{-5}$	$< 1$
$\bar{p}p \rightarrow \omega (\rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0) \pi^0 \pi^0$	2,57%	$< 5 \cdot 10^{-5}$	$< 4 \cdot 10^{-5}$	$< 6$

Tabelle 5.3: Zusammenfassung der Überlegungen zu den Untergrundkanälen. Genaue Erklärung und Zahlen siehe Text. Die Verzweigungsverhältnisse wurden zum Teil abgeschätzt. Erklärung und Referenzen dazu im obigen Text. Nimmt man alle Kanäle zusammen, so erhält man 26 Untergrundereignisse, was einem Anteil von 0,018% an den 144.114 Ereignissen des in dieser Arbeit untersuchten Kanals entspricht.



# 6 Die Bestimmung von Verzweigungsverhältnissen

## 6.1 Das absolute Verzweigungsverhältnis des Kanals

$$\bar{p}n \rightarrow \pi^- 3\pi^0$$

Um Ergebnisse der Partialwellenanalyse einem Vergleich mit anderen Arbeiten zugänglich zu machen, muß die Wahrscheinlichkeit des Übergang des  $\bar{p}n$ -Systems in den Endkanal, hier  $\pi^- 3\pi^0$ , bekannt sein. Die Berechnung dieses Verzweigungsverhältnisses wird nachfolgend erläutert.

Es ist eine genaue Kenntnis des Detektors notwendig, um das absolute Verzweigungsverhältnis bestimmen zu können. D. h. es muß bekannt sein, an welchen Stellen des Detektors die Nachweiswahrscheinlichkeit für geladene oder neutrale Teilchen, schlechter oder besser ist als an anderen. Ein weiteres Problem entsteht durch die Selektion der Ereignisse, da diese nie perfekt sein wird. Es gibt immer einen Verlust von eigentlich guten Ereignissen. Die Akzeptanz des Detektors hofft man vollständig mit dem Programmpaket CBGEANT [31], welches auf GEANT [32] aufbaut, simulieren zu können (s. Kapitel 5.1). Die Eigenheiten der Selektion werden berücksichtigt, indem Monte-Carlo generierte Daten dieselben Selektionsschritte durchlaufen wie gemessene. Aus der Zahl der generierten Ereignisse (5.638.200) und der Zahl der Monte-Carlo Ereignisse im Endkanal (405.638), kann man so die Rekonstruktionseffizienz bestimmen (s. Kap. 5.1). Für diesen Kanal beträgt sie bei einem Spectatorimpuls von 100 MeV/c und  $CL < 5\%$

$$\epsilon_{glob}(\pi^- 3\pi^0 \rightarrow \pi^- 6\gamma) = 7,2\% . \quad (6.1)$$

Das absolute Verzweigungsverhältnis für die Annihilation am Neutron kann man durch Normierung auf eine bekannte Größe gewinnen. In diesem Fall verwendet man das Ergebnis einer Blasenkammerarbeit [51], in der das Verzweigungsverhältnis  $BR(\bar{p}n \rightarrow 1\text{-prong})$  für negative Spuren im Endzustand nach der  $\bar{p}n$ -Annihilation sehr genau zu  $(16,4 \pm 0,5)\%$  bestimmt wurde. Da die Triggereffizienz nur ungenau bekannt ist, normiert man sowohl die Monte-Carlo als auch die gemessenen Daten auf 1-prong Ereignisse, also Ereignisse die nach einer langen goldenen Spur selektiert wurden. Zusätzlich wird noch berücksichtigt, daß bei der Erzeugung der Monte-Carlo Daten die  $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ -Zerfallswahrscheinlichkeit von  $(98,798 \pm 0,032)\%$  mit eingeflossen ist. Beträgt die Zahl der endgültig selektierten Monte-Carlo Ereignisse  $N_{MC}(\pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0) = 405.642$  und die Zahl der 1-long-track  $N_{MC}(\pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0)_{1\text{-long track}} = 3.637.741$ , so erhält man eine

Rekonstruktionseffizienz von

$$\epsilon_{1\text{-prong}} = \frac{N_{MC}(\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0)}{N_{MC}(\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0)_{\text{long track}}} \cdot BR(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma) = (11, 15 \pm 0, 05)\%. \quad (6.2)$$

Für die gemessenen Daten führt man die gleiche Normierung durch, indem man die Zahl der (nach der Selektion der Juni 94 Daten) verbliebenen Ereignisse  $N(\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0) = 144.114$  durch die Zahl der *longtrack* Ereignisse  $N_{1\text{-long track}} = 2.782.467$  dividiert. Damit erhält man als gesamten Ausdruck für das absolute Verzweigungsverhältnis

$$BR(\bar{p}n \rightarrow \pi^-\pi^0\pi^0\pi^0) = \frac{N(\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0)}{N_{1\text{-long track}}} \cdot \frac{1}{\epsilon_{1\text{-prong}}} \cdot BR(\bar{p}n \rightarrow 1\text{-prong}). \quad (6.3)$$

Der kombinatorische Untergrund wird nicht abgezogen, da er in den Monte-Carlo-Daten ebenfalls enthalten ist. Nach Einsetzen obiger Werte erhält man als absolutes Verzweigungsverhältnis am Neutron

$$BR(\bar{p}n \rightarrow \pi^-\pi^0\pi^0\pi^0) = (7, 6 \pm 0, 4)\% \quad (6.4)$$

Um dieses Ergebnis mit Verzweigungsverhältnissen zu vergleichen, die am Deuteron gemessen oder angegeben wurden, muß die Wahrscheinlichkeit der Annihilation des Antiprotons mit dem Neutron oder Proton im Deuteron bekannt sein. Unter Verwendung einer Messung von Bizarri [52], welche als Wahrscheinlichkeit für die Annihilation am Proton  $s_p = 0, 571 \pm 0, 005$  und am Neutron  $s_n = 0, 429 \pm 0, 005$  ergeben hat, erhält man für das Verzweigungsverhältnis am Deuteron

$$BR(\bar{p}d \rightarrow \pi^-\pi^0\pi^0\pi^0 p_{\text{spectator}}) = (7, 6 \pm 0, 4) \cdot 10^{-2} \cdot s_n = (3, 3 \pm 0, 2)\%. \quad (6.5)$$

## 6.2 Das absolute Verzweigungsverhältnis einer Resonanz

In Abb. 6.1 ist schematisch der Zerfall des  $\bar{p}n$ -Systems über eine Resonanz mit einem Spectatorteilchen in den Endzustand dargestellt. Diese Darstellung entspricht dem Isobarmodell, das auch Grundlage der Partialwellenanalyse ist (s. Kap. 8). Das  $p/s$ -Verhältnis für die atomaren  $p$ - und  $s$ -Zustände von  $(\bar{p}d)$  wurde experimentell durch [53] ermittelt. Der Einfang des Antiprotons im Deuterium geschieht typischerweise bei einer Hauptquantenzahl  $n \approx 45$ . Die Abregung erfolgt über verschiedene Prozesse, bei der u.a. Röntgenstrahlung entsteht, welche experimentell nachgewiesen und mit theoretischen Kaskadenmodellen verglichen werden kann [53]. Eine kombinierte Analyse von Röntgen- und Annihilationsdaten ergibt das  $P/S$ -Verhältnis für die  $(\bar{p}n)$  Annihilation, sowie die relativen Wahrscheinlichkeiten der Annihilation aus dem  $^1S_0, ^3S_1, ^1P_1, \dots$   $(\bar{p}n)$  System. Das  $P/S$ -Verhältnis ist wichtig, um das absolute Verzweigungsverhältnis einer Resonanz aus einem bestimmten Anfangszustand zu ermitteln. Abb. 6.1 verdeutlicht die Wahrscheinlichkeiten. Das  $\bar{p}n$ -System zerfällt entweder aus der  $S$ - oder  $P$ -Welle mit einer Wahrscheinlichkeit  $X_S(R)$  bzw.  $X_P(R)$  in eine Resonanz plus Zuschauerpartikel (oder in zwei Resonanzen). Diese Resonanzen zerfallen dann weiter

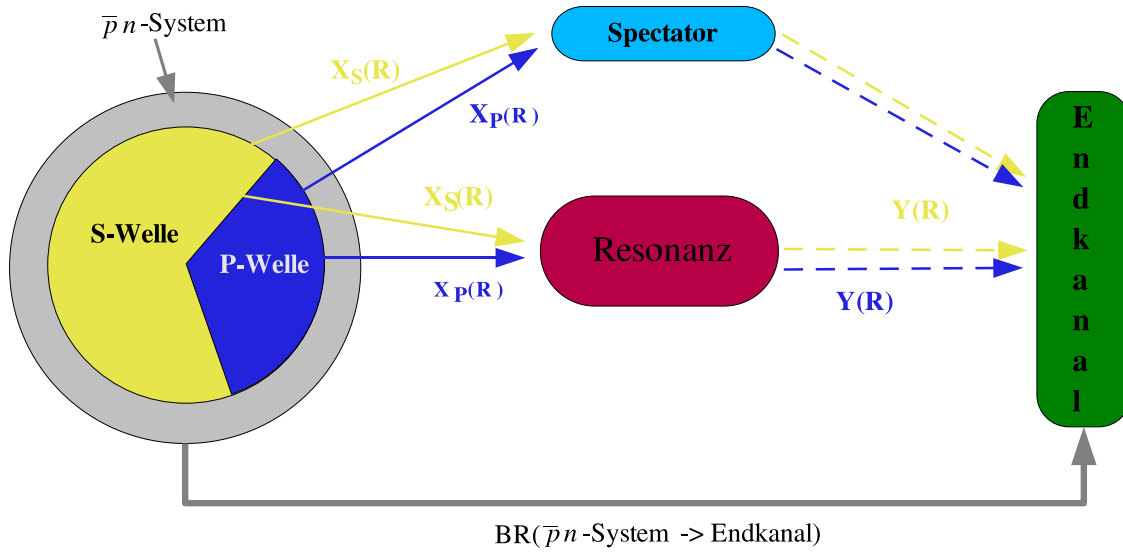


Abbildung 6.1: Schematische Darstellung der Verzweigung des  $\bar{p}n$ -Systems beim Zerfall über eine Resonanz.

mit einer Wahrscheinlichkeit  $Y(R)$  in stabile Teilchen, die dann im Endzustand detektiert werden. Diese Wahrscheinlichkeiten sind beide nicht bekannt. Ermitteln lässt sich allerdings das absolute Branching Ratio:

$$BR(\bar{p}n \rightarrow \text{Endkanal}) = (\bar{p}n)_S \cdot W_S + (\bar{p}n)_P \cdot W_P. \quad (6.6)$$

Dabei ist  $(\bar{p}n)_{S(P)}$  die Wahrscheinlichkeit, daß das  $(\bar{p}n)$  System aus der  ${}^3S_{1-}$  ( ${}^1P_{1-}$ ) Welle zerfällt (Nur diese beiden  $(\bar{p}n)$  Zustände tragen hier bei, s. Kap. 8).  $W_S$  ist die Wahrscheinlichkeit für das  ${}^3S_{1-}$ -Wellen  $(\bar{p}n)$  System, in den Endkanal zu zerfallen. (Es gilt  $W_S = \sum_R X_S(R) \cdot Y(R) + \text{Interferenzen der Wege über verschiedene Resonanzen } R \text{ in denselben Endkanal.}$ )

Die Wahrscheinlichkeit für die  $(\bar{p}n)$  S- (P-) Welle, über die Resonanzen  $R$  in den beobachteten Endkanal zu zerfallen, ist das „absolute Verzweigungsverhältnis“

$$BR(\bar{p}n \rightarrow R + \text{Spectator} \rightarrow \text{Endkanal})_{S(P)} = X_{S(P)}(R) \cdot Y(R). \quad (6.7)$$

In der Partialwellenanalyse werden relative Intensitäten  $Z'_{S(P)}(R)$  für jede Resonanz ermittelt, wobei die Gesamtintensität auf eins normiert ist,

$$Z'_S(R) = \frac{(\bar{p}n)_S \cdot X_S(R) \cdot Y(R)}{BR(\bar{p}n \rightarrow \text{Endkanal})}. \quad (6.8)$$

Also ist

$$BR(\bar{p}n \rightarrow R + S \rightarrow \text{Endkanal})_S = \frac{BR(\bar{p}n \rightarrow \text{Endkanal}) Z'_S}{(\bar{p}n)_S} \quad (6.9)$$

und

$$BR(\bar{p}n \rightarrow R + S \rightarrow \text{Endkanal})_P = \frac{BR(\bar{p}n \rightarrow \text{Endkanal}) Z'_P}{(\bar{p}n)_P}. \quad (6.10)$$

In der Partialwellenanalyse wird zusätzlich zu den relativen Intensitäten  $Z'_{S(P)}(R)$  noch das Verhältnis der gesamten  $P$ - und  $S$ -Wellenintensitäten in den beobachteten Endkanal ermittelt:

$$\frac{W'_P}{W'_S} = \frac{(\bar{p}n)_P \cdot W_P}{(\bar{p}n)_S \cdot W_S},$$

wobei  $W'_P$  (und  $W_P$ ) auch die Interferenzen zwischen verschiedenen Resonanzen enthalten. Die  $W'_P$ ,  $W'_S$  werden normiert durch

$$W'_S + W'_P + \text{Untergrund} = 100\%.$$

Die in den Gleichungen 6.9 und 6.10 auftretende Größe  $(\bar{p}n)_{S(P)}$  wird aus der kombinierten Analyse der Röntgen- und Annihilationsdaten [53] übernommen. Dort wird gezeigt, daß

$$\begin{aligned} BR_N(ch, N_s, \rho) &= (1 - F_P(\rho)) \left[ \frac{1}{4}B(ch, {}^1S_0) + \frac{3}{4}B(ch, {}^3S_1) \right] \\ &+ F_P(\rho) \left[ \frac{3}{12}B(ch, {}^1P_1) + \frac{1}{12}B(ch, {}^3P_0) \right. \\ &\left. + \frac{3}{12}B(ch, {}^3P_1) + \frac{5}{12}B(ch, {}^3P_2) \right], \end{aligned}$$

wobei  $N_S$  das Zuschauerteilchen,  $ch$  der Zerfallskanal,  $F_P = 0.40$  der angepaßte Anteil der  $P$ -Welle (und damit  $(1 - F_P)$  der Anteil der  $S$ -Welle) des  $\bar{p}n$ -Systems,  $\rho$  die Dichte des flüssigen Deuteriums ([53] untersuchte u.a. die Abhängigkeit des  $P/S$ -Verhältnisses von der Dichte des Deuteriums) und  $B(ch, X)$  das Verzweigungsverhältnis des jeweiligen Anfangszustandes ist. Für den Zerfallskanal  $\bar{p}n \rightarrow \pi^- 3\pi^0$  sind nur die beiden Anfangszustände  ${}^3S_1$  und  ${}^1P_1$  erlaubt, und hier gilt  $(\bar{p}n)_S = 0,60 \cdot 3/4$  und  $(\bar{p}n)_P = 0,40 \cdot 3/12$ . Damit erhält man als Endergebnis für das totale Verzweigungsverhältnis einer Resonanz aus der  $S$ - bzw.  $P$ -Welle des  $\bar{p}n$ -Systems in  $\pi^- 3\pi^0$ :

$$BR(\bar{p}n \rightarrow R + S \rightarrow \pi^- 3\pi^0)_{3S_1} = \frac{BR(\bar{p}n \rightarrow \pi^- 3\pi^0)Z'_S}{0,45} \quad (6.11)$$

$$BR(\bar{p}n \rightarrow R + S \rightarrow \pi^- 3\pi^0)_{1P_1} = \frac{BR(\bar{p}n \rightarrow \pi^- 3\pi^0)Z'_P}{0,1} \quad (6.12)$$

# 7 Die Theorie der Partialwellenanalyse

Nach der Rekonstruktion und Selektion der Daten in den Endzustand  $\pi^-3\pi^0$  folgen nun Überlegungen, wie man die verschiedenen Übergangsamplituden des  $\bar{p}n$ -Systems im Endkanal bestimmt. Bei Drei-Körper-Endzuständen geschieht dies normalerweise mithilfe eines Dalitzplots, der die vollständige kinematische Beschreibung in einer zweidimensionalen Darstellung gewährleistet. Dies ist bei einem System mit mehr als drei Teilchen im Endzustand nicht mehr möglich. Ausgehend von vier Teilchen im Endzustand hätte man 16 unabhängige Variablen, die sich allerdings reduzieren lassen. Die Tatsache, daß die Länge jeden Vierervektors der Masse des Teilchens entsprechen muß, verringert die Anzahl um vier Variablen. Die Energie- und Impulserhaltung eliminiert weitere 4 Variablen und die freie Wählbarkeit der Orientierung des Koordinatensystems drei Variablen, sodaß letztlich fünf unabhängige Variablen übrig bleiben. Diese spannen einen fünfdimensionalen Phasenraum auf, in dem die komplette Kinematik der Zerfallskaskaden des  $\bar{p}n$ -Systems in den Endzustand  $\pi^-3\pi^0$  enthalten ist. Die Aufgabe der Partialwellenanalyse besteht nun darin, die Struktur dieses Phasenraumes zu entschlüsseln, welche durch verschiedene Resonanzen und Interferenzen zwischen diesen zustande kommt. Interessant dabei sind die Intensitäten der Resonanzen, wie auch deren Massen, Breiten und Quantenzahlen. Man versucht nun, diesen Phasenraum mit einem theoretischen Modell zu simulieren und die Wahrscheinlichkeit, daß das Modell mit den gemessenen Daten übereinstimmt, zu maximieren. Ein *innen* des Phasenraumes, d.h. ein Aufteilen jeder Dimension in Zellen, ist nicht sinnvoll. Selbst bei einer hohen Statistik von 150.000 Events und der Einteilung jeder Dimension in nur 10 Zellen, würde dies lediglich zu einer Besetzungsdichte von 1,5 Events pro *bin* führen. Daher benutzt man sinnvollerweise die *unbinned maximum likelihood* Methode, die nachfolgend kurz dargestellt wird [54, 55].

## 7.1 Das Grundprinzip

Als Basis des zu erstellenden theoretischen Modells benötigt man einen möglichst großen Satz von Monte-Carlo Ereignissen. Diese werden von einem geeigneten Programm produziert und durchlaufen die gleichen Rekonstruktions- und Selektionsschritte wie die gemessenen Daten. Dies ist nötig, da sonst die Detektorakzeptanz nicht berücksichtigt wird. Jedes Monte-Carlo Ereignis erhält dazu ein statistisches Gewicht, das angibt wie wahrscheinlich es ist, in einem bestimmten Gebiet des Phasenraumes ein Ereignis zu finden. Ein weiteres Gewicht wird für die Berücksichtigung aller möglichen Übergangsamplituden benötigt.

Zur Ermittlung dieses dynamischen Gewichts wird ein theoretisches Modell benötigt, welches die Annihilationsreaktion beschreibt. In dieses Modell geht das Isobar-Modell ein, welches den Zerfall des Anfangszustandes in den Endzustand als Zweikörperzerfallskaskade vorgibt, und der Helizitätsformalismus, welcher die Kopplung zwischen Bahndrehimpuls und Teilchenspin wiedergibt. Die Parametrisierung, und damit auch die Lebensdauer, der beteiligten Resonanzen, welche im Normalfall durch die relativistische Breit–Wigner Formel geschieht, fließt ebenfalls in das dynamische Gewicht ein.

## 7.2 Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion

Im folgenden wird das Zustandekommen der Einzelgewichte erläutert. Die verwendeten Indices werden wie folgt definiert, wobei große Buchstaben die maximal zu erreichende Größe und kleine eine Laufvariable angeben:

$1 \dots i \dots I$	Anfangszustand ( <i>initial state</i> )
$1 \dots j \dots J(i)$	Zerfallsamplitude
$1 \dots n \dots N$	Daten Ereignis
$1 \dots m \dots M$	Monte–Carlo Ereignis

Mit der Zerfallsamplitude  $J(i)$  ist hier die schon vollständig symmetrisierte bzw. antisymmetrisierte Zusammenfassung aller Zerfallsketten gemeint. Die Abhängigkeit von  $i$  kommt durch die evtl. unterschiedliche Anzahl von Amplituden für jeden Anfangszustand zustande. Die Werte der theoretischen Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion  $\omega(\vec{x}, \vec{\pi})$  sind die Gewichte der Ereignisse. Der Vektor  $\vec{x}$  des fünfdimensionalen Phasenraumes steht für den Satz kinematischer Variablen, die zur vollständigen Beschreibung des Endzustands nötig sind. Die zu ermittelnden Parameter, wie Koeffizienten und Phasen einzelner Zerfallsketten, oder auch Breiten und Massen beteiligter Resonanzen sind in  $\vec{\pi}$  zusammengefaßt. Die Funktion  $\omega$  muß auf den Phasenraum  $\Omega$  normiert sein:

$$\int \omega d\Omega = 1 \quad (7.1)$$

Mit hinreichend großer Anzahl von Monte–Carlo Ereignissen läßt sich das Phasenraumintegral berechnen:

$$\lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \omega(\vec{x}_m) = \int \omega d\Omega \quad (7.2)$$

Für generierte Ereignisse ist die Dichtefunktion  $\omega$  bis auf einen Normierungsfaktor  $\beta$  das Produkt dreier Funktionen: das dynamische Gewicht  $\omega_D$ , das Gewicht für den Lorentz invarianten Phasenraum  $\omega_{\text{LIPS}}$  und die Detektoreffizienz  $\epsilon$  (auch Akzeptanz genannt). Damit erhält man folgenden Ausdruck:

$$\omega = \beta \cdot \omega_D \cdot \omega_{\text{LIPS}} \cdot \epsilon \quad (7.3)$$

Die Normierungskonstante  $\beta$  ist dann wegen 7.1:

$$\beta = \frac{M}{\sum_{m=1}^M \omega_D(\vec{x}_m, \vec{\pi}) \cdot \omega_{\text{LIPS}}(\vec{x}_m) \cdot \epsilon(\vec{x}_m)} \quad (7.4)$$

Das Gewicht realer Ereignisse ist nur vom dynamischen Gewicht und der aus 7.3 berechneten Normierung abhängig ( $\omega_{\text{LIPS}}$  und  $\epsilon$  sind gleich eins):

$$\omega = \beta \cdot \omega_D \quad (7.5)$$

Auch für Monte–Carlo Ereignisse, die durch den simulierten Detektor gegangen sind und danach mit dem eigenen Analyseprogramm rekonstruiert wurden, gilt  $\epsilon = 1$ .

Die dynamischen Gewichte enthalten die für jede Zerfallskette typischen komplexen Gewichte  $A$  und den Satz der freien Parameter  $\vec{\pi}$ . Daher muß die Normierung 7.4 bei jeder Variation von  $\vec{\pi}$  durchgeführt werden. Die Amplitude einer Zerfallskette  $j$  zum Anfangszustand  $i$  ist das komplexwertige Produkt aus  $A_{ij}$  und einer Zahl  $z_{ij}$  :

$$z_{ij} = a_{ij} \cdot e^{i\Phi_{ij}} , \quad (7.6)$$

wobei  $a_{ij}$  die relative Stärke der Amplitude und  $\Phi_{ij}$  deren Phase angibt. D.h.  $z_{ij}$  ist die komplexe Amplitude für die Bildung der  $j$ -ten Resonanz (bzw. Zerfallskette) und  $A_{ij}$  die komplexe Amplitude für den Zerfall. Nach geeigneter Normierung der  $A_{ij}$  werden alle  $z_{ij}$  ermittelt. Eine Bedingung für die Normierungskonstante  $\alpha_{ij}$  erhält man aus der Überlegung, daß jede allein beteiligte Zerfallskette 100% zum Reaktionsgeschehen beiträgt (also  $a_{ij}^2 = 1$ ):

$$\int |\sqrt{\alpha_{ij}} A_{ij}(\vec{x})|^2 d\Omega = 1 \quad (7.7)$$

daraus folgt für die Normierungskonstante:

$$\alpha_{ij} = \frac{M}{\sum_{m=1}^M |A_{ij}(\vec{x}_m)|^2} \quad (7.8)$$

Das dynamische Gewicht eines Ereignisses berechnet sich nun aus der kohärenten Addition aller Übergangsamplituden eines Anfangszustandes. Die Anfangszustände werden dann inkohärent aufsummiert:

$$\omega_D(\vec{x}) = \sum_{i=1}^I \left| \sum_{j=1}^{J(i)} \sqrt{\alpha_{ij}} \cdot z_{ij} \cdot A_{ij}(\vec{x}) \right|^2 + b \quad (7.9)$$

Der gleichmäßig im Phasenraum verteilte Untergrund  $b$  (*background*) wird inkohärent dazuaddiert.

Die Gesamtstärke  $c$  eines Anfangszustandes  $i$  ergibt sich folgendermaßen:

$$c_i = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \left| \sum_{j=1}^{J(i)} \sqrt{\alpha_{ij}\beta} \cdot a_{ij} e^{i\phi_{ij}} \cdot A_{ij}(\vec{x}_m) \right|^2 \quad (7.10)$$

Die Normierungsbedingung 7.1 sorgt dafür, daß die Summe aller Beiträge aller Anfangszustände plus den Untergrundbeitrag  $\beta b$  gleich 100% ist. Dies gilt nicht für die Summe über die Koeffizientenquadrate  $a_{ij}^2$ . Aus deren Summe läßt sich ermitteln, ob die Amplituden eines Anfangszustandes  $i$  überwiegend konstruktiv oder destruktiv interferieren:





Die  $a'_{ij(k)2}$  gewinnt man ohne experimentelle Daten, da die  $\alpha'_{ij(k)}$  nach Gl. 7.8 mithilfe von geeigneten Monte–Carlo Daten berechnet werden können.

In unserem Beispiel ist die Interferenz folgender drei Zerfallsamplituden verantwortlich für die „unerwünschten“ Selbstinterferenzen:

$$\begin{array}{ccc} \bar{p}n & \rightarrow & \pi_1^- + \pi_{(1)}^0 & \bar{p}n & \rightarrow & \pi_1^- + \pi_{(2)}^0 & \bar{p}n & \rightarrow & \pi_1^- + \pi_{(3)}^0 \\ & \searrow & \rho^- + \pi_{(2,3)}^0 & & \searrow & \rho^- + \pi_{(1,3)}^0 & & \searrow & \rho^- + \pi_{(1,2)}^0 \\ & & \pi^- + \pi_{(3,2)}^0 & & & \pi^- + \pi_{(3,1)}^0 & & & \pi^- + \pi_{(2,1)}^0 \end{array}$$

Normalerweise faßt man diese drei Zerfallsketten zu einer Amplitude zusammen und erhält dann die Intensität  $a_{ij}^2$  als Ergebnis der Partialwellenanalyse. Behandelt man dagegen jede der drei obigen Zerfallsketten als eine einzelne Amplitude, so kann für jede der drei Zerfallsketten die Normierungskonstante  $\alpha'_{ij(k)}$  und damit auch die Intensität  $a'_{ij(k)2}$  aus der theoretisch erstellten Amplitude  $A_{ij}$  mit Hilfe von Gl. 7.8 errechnet werden.<sup>1</sup>

Die Summe über die Intensitäten  $a'_{ij(k)2}$  der Zerfallsketten  $k$  enthält die Information über die Selbstinterferenz und sie ist

$$\text{konstruktiv, wenn } \sum_k a'_{ij(k)2} < 1 \quad ,$$

$$\text{destruktiv, wenn } \sum_k a'_{ij(k)2} > 1 \quad .$$

Damit erhält man für die gesuchte Intensität  $a_{ij}^2(\text{o.SI.})$ :

$$a_{ij}^2(\text{o.SI.}) = a_{ij}^2 \cdot \left( \sum_k a'_{ij(k)2} \right) \quad (7.15)$$

## 7.4 Die Likelihoodfunktion

Die Likelihoodfunktion ist definiert als die Gesamtwahrscheinlichkeit  $\mathcal{L}$  (*likelihood*) eines gemessenen Datensatzes. Sie ist das Produkt über die Gewichte  $\omega$  aller  $N$  Ereignisse:

$$\mathcal{L}(\vec{\pi}) = \prod_{n=1}^N \omega(\vec{x}_n, \vec{\pi}) \quad (7.16)$$

Die Likelihoodmethode nimmt an, daß  $\mathcal{L}$  dann am größten ist, wenn  $\vec{\pi}$  der physikalischen Gegebenheit entspricht. Man versucht sich der physikalischen Realität durch Maximieren der Likelihoodfunktion zu nähern. Zur Erhöhung der Rechengenauigkeit und Verkürzung der Rechenzeit wird  $\mathcal{L}$  logarithmiert:

$$\ln \mathcal{L}(\vec{\pi}) = \sum_{n=1}^N \ln \omega(\vec{x}_n, \vec{\pi}) \quad (7.17)$$

<sup>1</sup>Würde man alle Zerfallsketten zu einer Amplitude zusammenfassen und wäre diese Amplitude die einzige in dem theoretischen Modell, so wäre trivialerweise  $a'_{ij}^2 = 1$ .

Durch Umdrehen des Vorzeichens in Gleichung 7.17 wandelt man das Maximierungs- in ein Minimierungsproblem um und macht es damit der MINUIT Routine aus der CERN-Bibliothek zugänglich [33][34][35].

Mit den im letzten Abschnitt eingeführten Bezeichnungen und der Normierungskonstante  $\beta$  erhält man:

$$-\ln \mathcal{L} = -N \ln \beta - \sum_{n=1}^N \ln \left( \sum_{i=1}^I \left| \sum_{j=1}^{J(i)} \sqrt{\alpha_{ij}} \cdot a_{ij} \cdot e^{i\Phi_{ij}} \cdot A_{ij}(\vec{x}_n) \right|^2 + b \right) \quad (7.18)$$

Man beachte, daß die Minimierung der Likelihoodfunktion die Koeffizienten nur relativ zueinander bestimmt. Daher hat man die freie Wahl entweder den Untergrundbeitrag  $b$  oder einen Koeffizienten  $a_{ij}^2$  festzuhalten.<sup>2</sup> Weiterhin kann pro Anfangszustand eine Phase  $\phi_{ij}$  frei gewählt werden.

## 7.5 Die Güte der Anpassung

Der Nachteil der Likelihood-Methode ist, daß der Likelihood-Wert nur eine relative aber keine absolute Aussage über die Güte einer Anpassung machen kann. Man weiß zwar welche von zwei Anpassungen die bessere ist, aber man weiß nichts über deren Endgültigkeit.

Um die Abweichung zwischen Meßdaten und Anpassung zu verdeutlichen, führt man ein  $\chi^2$  ein. Diese mittlere quadratische Abweichung von Meßdaten und Anpassung pro Histogrammkanal (*bin*) ist definiert als:

$$\chi^2/\text{bin} = \frac{1}{K} \sum_k \frac{(h_D(k) - h_{MC}(k))^2}{h_D(k) + (E_{MC}(k))^2} \quad (7.19)$$

Dabei sind  $h_D(k)$  und  $h_{MC}(k)$  die Inhalte des  $k$ -ten Kanals im Daten- beziehungsweise Monte-Carlo Histogramm. Die statistischen Fehler der Kanäle gehen im Nenner ein. Der Fehler des Monte-Carlo *bin* Inhalts ist  $E_{MC}(k) \approx \sqrt{M}$ .

Die Anwendung dieses  $\chi^2$ -Formalismus setzt eine hohe Datenstatistik voraus. In die Summation gehen deshalb nur Kanäle mit mehr als fünf Einträgen ein, was insgesamt  $K$  Kanäle ergibt. Wenn die Zahl der Monte-Carlo Ereignisse  $M$  die der Daten  $N$  um ein Vielfaches übersteigt, kann der  $(E_{MC}(k))^2$ -Term in Gleichung 7.19 vernachlässigt werden. Dies ist in dieser Arbeit mit  $N = 140.000$  und  $M = 400.000$  nur sehr näherungsweise der Fall.

Durch Mittelwertbildung kann man ein globales  $\chi^2$  definieren:

$$\chi_{\text{glob}}^2 = \frac{1}{4} (\chi_{\pi^-\pi^0}^2 + \chi_{\pi^0\pi^0}^2 + \chi_{\pi^-\pi^0\pi^0}^2 + \chi_{\pi^0\pi^0\pi^0}^2) \quad (7.20)$$

Dies kann allerdings kein „echtes“  $\chi^2$  sein, da wie anfangs des Kapitels erwähnt, es bis zu vier Einträge pro Histogramm, also insgesamt zehn Einträge pro Ereignis geben kann. Somit wird die gleiche Information mehrmals verwendet. Aufgrund dessen kann das  $\chi^2$  nicht viel mehr als ein Hinweis auf die Güte der Anpassung sein.

<sup>2</sup>Man sollte hierbei darauf achten, daß die gewählte Amplitude auch tatsächlich zur Beschreibung notwendig ist.

## 7.6 Die Winkelverteilung der Zerfallsprodukte

Nach dem Isobar-Modell zerfällt eine Resonanz immer in zwei Teilchen. Die Impulse zweier Zerfallsprodukte sind im allgemeinen, bezogen auf das Ruhesystem der Mutterresonanz, nicht isotrop im Raum verteilt. Die Winkelverteilungen hängen vom Spin und Drehimpuls der beteiligten Teilchen ab. Diese Tatsache kann man umgekehrt dazu nutzen, den Spin einer Resonanz zu bestimmen.

Die Berechnung der Winkelverteilungen erfolgt in dieser Arbeit mit Hilfe des Helizitätsformalismus [36, 37, 40]. Daneben existieren weitere Methoden, wie z.B. die nach Zemach [38] oder Rarita und Schwinger [39], die näherungsweise zu gleichen Ergebnissen führen.

Zunächst sei der einfache Zerfall eines Teilchens  $A$  mit Spin  $J$  in zwei Teilchen  $B$  und  $C$  mit den Spins  $s_1$  und  $s_2$  betrachtet. Es ergeben sich daraus insgesamt  $(2s_1+1)(2s_2+1)$  mögliche Spineinstellungen im Ruhesystem  $\Sigma_1$  von  $A$ . Der Drehimpuls zwischen den Tochterteilchen  $B$  und  $C$  sei  $\vec{L}$ . Wählt man jeweils die Flugrichtung der Zerfallsteilchen als Quantisierungsachse  $z$ , so können deren Zustände durch den Impuls  $\vec{p}$  und die Helizitäten

$$\lambda_i = \frac{(\vec{L} + \vec{s}_i) \cdot \vec{p}}{|\vec{p}|} \quad (7.21)$$

beschrieben werden. Letztere entsprechen einer Projektion der Teilchenspins auf die durch die Impulsrichtung gegebene Achse  $z$ . Da der Bahndrehimpuls  $\vec{L}$  senkrecht zum Impuls  $\vec{p}$  steht, reduziert sich  $\lambda_i$  für diese spezielle Wahl der  $z$ -Achse zu:

$$\lambda_i = m_{s_i}, \quad (7.22)$$

wobei  $m_{s_i}$  die  $z$ -Komponenten der Spins sind. Der Bahndrehimpuls tritt bei dieser Wahl des Koordinatensystems nicht mehr explizit in Erscheinung. Der Endzustand  $|f\rangle$  ist somit durch die Größen  $p$ ,  $\lambda_1$  und  $\lambda_2$  bestimmt:

$$|f\rangle = |p\lambda_1\lambda_2\rangle. \quad (7.23)$$

Im Koordinatensystem  $\Sigma_1$ , dessen  $z$ -Achse der Flugrichtung von  $A$  entspricht, ist die Flugrichtung von  $B$  durch die Koordinaten  $\Theta$  und  $\Phi$  beschrieben. Die Helizitätszustände  $|p\lambda_1\lambda_2\rangle$  eines Koordinatensystems  $\Sigma_3$ , gehen dann aus dem ursprünglichen Ruhesystem  $\Sigma_1$  durch zwei aufeinanderfolgende Drehungen hervor:

$$R(\Theta, \Phi) = R_{y_2}(\Theta) \cdot R_{z_1}(\Phi) \quad (7.24)$$

$R_{z_1}(\Phi)$  rotiert dabei  $\Sigma_1$  in  $\Sigma_2$  mit dem Winkel  $\Phi$  um die  $z_1$ -Achse und  $R_{y_2}(\Theta)$  rotiert schließlich  $\Sigma_2$  in  $\Sigma_3$  mit dem Winkel  $\Theta$  um die  $y_2$ -Achse. Im Spinraum läßt sich  $R(\Theta, \Phi)$  durch die Rotationsmatrizen

$$D_{mm'}^J(\Theta, \Phi) = e^{im'\Phi} d_{mm'}^J(\Theta) \quad (7.25)$$

darstellen. Dabei sind  $m$  und  $m'$  die  $z$ -Komponenten des Gesamtdrehimpulses im Anfangs- bzw. Endzustand. Die Helizitätszustände 7.23 werden demnach im Ruhesystem  $\Sigma_1$  der Resonanz  $A$  mit Spin  $J$  und der  $z$ -Komponente  $M$  durch

$$|p\Theta\Phi\lambda_1\lambda_2\rangle = D_{M\lambda}^J(-\Theta, -\Phi)|p\lambda_1\lambda_2\rangle \quad (7.26)$$

beschrieben, wobei  $\lambda = \lambda_1 - \lambda_2$  gesetzt wurde. Die Amplitude  $f_T = f_{\lambda_1\lambda_2;M}$  des Übergangs (*transition*) von  $A$  nach  $BC$  läßt sich nun als Matrix der Dimension  $[(2s_1 + 1)(2s_2 + 1)] \times (2J + 1)$  darstellen:

$$\begin{aligned} f_{\lambda_1\lambda_2;M} &= \langle \lambda_2\lambda_1\Phi\Theta p|T|JM\rangle \\ &= D_{M\lambda}^{J*}(-\Theta, -\Phi)\langle \lambda_2\lambda_1 p|T|JM\rangle \\ &= D_{M\lambda}^{J*}(-\Theta, -\Phi)T_{\lambda_1\lambda_2} \\ &= D_{M\lambda}^J(\Theta, \Phi)T_{\lambda_1\lambda_2} \end{aligned}$$

Dabei wurde ausgenutzt, daß  $T$  rotationsinvariant ist [40].

Die Winkelverteilung der Zerfallsteilchen im Ruhesystem der Mutterresonanz wird dabei durch die Rotationsmatrix  $D_{M\lambda}^J$  beschrieben, und die Dynamik des Zerfalls ist in der Helizitätsamplitude  $T_{\lambda_1\lambda_2}$  enthalten. Ihre allgemeine Form lautet:

$$T_{\lambda_1\lambda_2} = \sum_{LS} \alpha_{LS} \langle J\lambda|LS0\lambda\rangle \langle S\lambda|s_1s_2\lambda_1, -\lambda_2\rangle, \quad (7.27)$$

wobei die  $\alpha_{LS}$  anzupassende Parameter sind, und die beiden Klammern die Clebsch-Gordan-Koeffizienten zur Beschreibung der Kopplung von  $s_1$  und  $s_2$  zum Gesamtspin  $S$  und des Bahndrehimpulses  $L$  mit dem Gesamtspin  $S$  zum Gesamtdrehimpuls  $J$  darstellen. Die Summe erstreckt sich über alle Werte von  $L$  und  $S$ , sofern diese die Erhaltung der Parität  $P$ , der Ladungskonjugation  $C$  und des Gesamtdrehimpulses  $J$  erfüllen.

Zerfallen nun die Teilchen  $B$  und  $C$  in je zwei weitere Teilchen  $B_1$  und  $B_2$ , sowie  $C_1$  und  $C_2$ , dann folgt für die Übergangsamplitude:

$$\begin{aligned} f_T &= [f(B) \otimes f(C)]f(A) \\ &= \sum_{\lambda(B)\lambda(C)} \left( [f_{\lambda(B_1)\lambda(B_2);\lambda(B)}] \otimes [f_{\lambda(C_1)\lambda(C_2);\lambda(C)}] \right) [f_{\lambda(B)\lambda(C);\lambda(A)}] \quad (7.28) \end{aligned}$$

Für eine Zerfallskette der Art  $A \rightarrow BC$ ,  $C \rightarrow C_1C_2$ ,  $C_1 \rightarrow D_1D_2$  gilt entsprechendes. Die hierbei jeweils auftretenden Winkel beziehen sich auf die Ruhesysteme der zerfallenden Zwischenzustände.

In der vorliegenden Analyse wurde das Programm MAXTOOL [25] verwendet, welches die modifizierte Version des Programms SPIN [41] enthält. Dieses berechnet die resultierenden Winkelverteilungen für alle beitragenden Zerfallsketten nach obigem Schema.

## 7.7 Die Parametrisierung resonanter Zwischenzustände

Ausgehend vom Isobar-Modell stellt man sich den Zerfallsprozeß des  $\bar{p}n$ -Systems als eine Kaskade über den Zerfall von Zwischenresonanzen vor. In einem Vier-Körper-Endkanal können dies z. B. drei Stufen sein, wie es in 7.11-7.13 dargestellt ist. Jede

resonante Zwischenstufe muß entsprechend parametrisiert sein. Für isolierte Resonanzen ist hierfür die relativistische Breit–Wigner Formel geeignet. Allerdings gibt es Fälle, bei denen sich zwei Resonanzen stark überlappen. Hier würde man mit einer Parametrisierung durch die Breit–Wigner Formel die Unitarität verletzen. Ein Ausweg aus diesem Dilemma ist der  $K$ –Matrix Formalismus, der die Unitarität erhält, allerdings den Zerfall einer Resonanz (Pol) in verschiedene Zweikörper– bzw. Mehrkörperzustände nicht vorsieht (z.B.  $f_0 \rightarrow \pi\pi, \eta\eta, K\bar{K}$ ). Hier muß man zum  $F$ –Vektoransatz übergehen. Die folgenden Unterkapitel geben einen Überblick über die eben genannten Formalismen.

### 7.7.1 Die Breit–Wigner Formel

Die erzeugten Zwischenzustände beim Übergang des  $\bar{p}n$ –Systems in den jeweiligen Endzustand haben endliche Lebensdauern und damit eine gewisse Breite  $\Gamma$ . Der Zerfall einer Resonanz in zwei weitere Teilchen kann als elastischen Streuung beschrieben werden. Die Streuamplitude durchläuft ein Maximum als Funktion der invarianten Masse  $m$  der beiden Zerfallsprodukte an der Stelle der nominalen Masse  $m_0$  der Mutter–Resonanz, wie es durch die Breit–Wigner Resonanzformel dargestellt wird [42]. Deren relativistische Form lautet:

$$BW(m) = \frac{m_0\Gamma_0}{m_0^2 - m^2 - im_0\Gamma(m)} \quad (7.29)$$

$m$  steht für die invariante Masse der beiden Zerfallsprodukte,  $m_0$  für die nominale Masse und  $\Gamma_0$  für die totale Breite der Resonanz.  $\Gamma(m)$  ist eine massenabhängige Breite, die noch vom Impuls  $q$  der beiden Zerfallsteilchen in deren Schwerpunktsystem und von deren relativen Bahndrehimpuls  $L$  abhängt:

$$\Gamma(m) = \Gamma_0 \frac{m_0}{m} \frac{q}{q_0} \frac{F_L^2(q)}{F_L^2(q_0)} \quad (7.30)$$

Hierbei bezeichnet  $q_0$  den Impuls der beiden Mesonen, wenn deren invariante Masse der Nominalmasse der Resonanz entspricht. Sind  $M_1$  und  $M_2$  die Massen der beiden Zerfallsprodukte, so gilt:

$$q^2(m) = \frac{(m^2 - M_1^2 - M_2^2)^2 - 4M_1^2M_2^2}{4m^2}, \quad (7.31)$$

und  $q_0 = q(m_0)$ . Sind die Zerfallsteilchen ebenfalls instabil, so werden deren Nominalmassen eingesetzt. Aus der Definition des Aufbruchsimpulses ergibt sich ein Problem, wenn die Gesamtmasse der Zerfallsteilchen größer ist als die der Mutterresonanz. In diesem Fall gibt es verschiedene Auswege. Einer ist, als Gesamtmasse der Tochterteilchen nicht die Resonanzmassen ( $R+T_1$ ), sondern die Massen der endgültigen Zerfallsteilchen zu nehmen ( $T_1 + T_2 + T_3$ ):

$$\begin{array}{ccc} M & \rightarrow & R + T_1 \\ & & \downarrow \\ & & T_2 + T_3 \end{array}$$

Eine andere Möglichkeit ist, den Aufbruchsimpuls komplex werden zu lassen.

Zerfällt die Mutterresonanz in zwei Teilchen  $A$  und  $B$ , deren Masse größer ist als die der Mutterresonanz, und in zwei Teilchen  $C$  und  $D$  mit Masse unterhalb der Schwelle, so wird dies mit der Flatté-Formel [56] parametrisiert. Ein klassisches Beispiel für eine solche Resonanz ist das  $a_0(980)$  mit den Zerfällen in  $\eta\pi$  und  $K\bar{K}$ . Solch ein Fall kommt aber in dieser Arbeit nicht vor, weswegen die Flatté Formel nicht benutzt wurde.

Die Faktoren  $F_L$  sind die Blatt-Weisskopf-Dämpfungsfaktoren [43]. Sie berücksichtigen die Überwindung der Drehimpulsbarrieren, welche mit  $L$  ansteigen. In der Formulierung von Hippel und Quigg lauten sie [44]:

$$\begin{aligned} F_0(q) &= 1 \\ F_1(q) &= \sqrt{\frac{2z}{z+1}} \\ F_2(q) &= \sqrt{\frac{13z^2}{(z-3)^2+9z}} \\ F_3(q) &= \sqrt{\frac{277z^3}{z(z-15)^2+9(2z-5)^2}} \end{aligned}$$

Die Zahl  $z$  ist impulsabhängig:

$$z = \left( \frac{q}{197,3 \text{ MeV}/c} \right)^2 \quad (7.32)$$

Der Zahlenwert im Nenner ergibt sich rechnerisch aus  $\hbar c/ef = 197,3 \text{ MeV}$  ( $f = 1 \text{ fermi} = 10^{-15} \text{ m}$ ).

Eine Ausnahme von dieser Parametrisierung durch relativistische Breit-Wigner-Amplituden stellen stark überlappende Resonanzen, da hier nicht mehr die Unitarität gewährleistet ist, oder kompliziertere Strukturen wie die  $(\pi\pi)$ -S Welle dar. Diese Probleme können mithilfe des  $K$ -Matrix Formalismus gelöst werden.

### 7.7.2 Einführung in den $\hat{K}$ -Matrix Formalismus

Der  $K$ -Matrix Formalismus wurde ursprünglich von Wigner und Eisenbud [57, 58] entwickelt, um die Unitarität der  $S$ -Matrix für nukleare Streuprozesse der Form  $ab \rightarrow cd$  zu erhalten. In der  $\pi\pi$ -S Streuung [60] wurde der  $K$ -Matrix Formalismus zu einem wichtigen Werkzeug der Teilchenphysik. Innerhalb der Crystal-Barrel-Collaboration wurde die Anwendung der  $K$ -Matrix in der Untersuchung von  $\bar{p}p \rightarrow \pi^0\pi^0\pi^0$  notwendig [62]. In [63] ist eine Übersicht über die verwendeten Formel und Zusammenhänge enthalten. Hier soll nur ein grober Abriß gegeben werden.

Ausgehend von einem Streuprozess  $ab \rightarrow cd$ , kann man die Streuamplitude  $f$  nach Partialwellen entwickeln:

$$f_{fi}(\Omega) = \frac{1}{q_i} \sum_J (2J+1) T_{fi}^J(s) D_{\lambda\mu}^{J*}(\phi, \theta, 0) \quad (7.33)$$

wobei  $\lambda = \lambda_a - \lambda_b$  und  $\mu = \lambda_c - \lambda_d$ ,  $q_i$  der Aufbruchsimpuls des Anfangszustandes  $i$  ist und  $D_{\lambda\mu}^{J*}$  die D-Funktionen<sup>3</sup> (s. weiter oben) sind. Die Definition des Anfangszustandes  $i$  und des Endzustandes  $f$  lautet:

$$\begin{aligned} |i\rangle &= |ab, \lambda_a \lambda_b JM\rangle \\ |f\rangle &= |cd, \lambda_c \lambda_d JM\rangle \end{aligned}$$

mit  $M = z$ -Komponente des Spins  $J$ , der in einem CM-System fix ist. Die Normalisierung lautet:

$$\langle f|i\rangle = \delta_{ij}$$

Im allgemeinen lautet die Amplitude, einen Anfangszustand  $i$  in einem Endzustand  $f$  wiederzufinden,

$$S_{fi} = \langle f|S|i\rangle$$

mit  $S$  als Streuoperator.

Da der Anfangs- und Endzustand nicht miteinander wechselwirken, läßt sich ein Übergangsoperator  $T$  definieren,

$$S = I + 2iT$$

mit  $I$  als Einheitsmatrix. Aus der Unitaritätsbedingung von  $S$  kann nach längerer Rechnung die Definition der hermiteschen  $K$ -Matrix gewonnen werden

$$K^{-1} = T^{-1} + iI$$

mit der auch die  $S$ -Matrix ausgedrückt werden kann:

$$S = (I - iK)^{-1}(I + iK)$$

Bisher sind weder die  $T$ -Matrix noch die  $K$ -Matrix invariant unter Lorenztransformation. Um dies zu ändern, muß ein Phasenraumfaktor  $\rho$  eingeführt werden und man erhält für die lorentzinvariante Amplitude  $\hat{T}$  und die Streuamplitude  $S$ :

$$\begin{aligned} T &= \{\rho\}^{\frac{1}{2}} \hat{T} \{\rho\}^{\frac{1}{2}} \\ S &= I + 2i\{\rho\}^{\frac{1}{2}} \hat{T} \{\rho\}^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

Angenommen wir hätten ein Zweikanal-Problem, so ist die Phasenraummatrix

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho_1 & 0 \\ 0 & \rho_2 \end{pmatrix}$$

und die Phasenraumfaktoren über den Aufbruchsimpuls  $q_i$  ( $i=1,2$ ), der hier auch komplex werden kann, definiert:

$$\rho_i = \frac{2q_i}{m}$$

<sup>3</sup>Der dritte Winkel ist gleich Null aufgrund der Wahl des Koordinatensystems. Jacob/Wick [37] und Martin/Spearman [59] benutzen folgende Definition:  $D_{\lambda\mu}^{J*}(\phi, \theta, -\phi)$

Für die  $\hat{K}$ -Matrix erhält man:

$$\hat{K}^{-1} = \hat{T}^{-1} + i\rho$$

Nach etwas Rechnung und Umformung [63], kann man für ein Zweikanal-Problem die  $\hat{T}$ -Matrix komplett angeben:

$$\hat{T} = \frac{1}{1 - \rho_1 \rho_2 \hat{D} - i(\rho_1 \hat{K}_{11} + \rho_2 \hat{K}_{22})} \begin{pmatrix} \hat{K}_{11} - i\rho_2 \hat{D} & \hat{K}_{12} \\ \hat{K}_{21} & \hat{K}_{22} - i\rho_1 \hat{D} \end{pmatrix} \quad (7.34)$$

mit

$$\hat{D} = \hat{K}_{11} \hat{K}_{22} - \hat{K}_{12}^2. \quad (7.35)$$

### 7.7.3 Resonanzen im $\hat{K}$ -Matrix Formalismus

Resonanzen, entstanden aus Streuung vom Typ  $ab \rightarrow cd$ , werden in der  $\hat{K}$ -Matrix als Summe von Polen dargestellt. Die Polparameter eines Pols  $\alpha$ , wie z.B. die Masse  $m_\alpha$  und Breite  $\tilde{\Gamma}_\alpha(m_\alpha)$ , müssen nicht identisch mit denen der  $\hat{T}$ -Matrix sein. Im folgenden geht man davon aus, daß eine Resonanz in mehreren Kanälen  $i$  auftritt. Für jedes  $K$ -Matrixelement kann ein nichtresonanter Untergrund zu dem Pol hinzuaddiert werden. Mit einer geeigneten Normierung kann man die  $K$ -Matrix mit Polen  $\alpha$  und verschiedenen Zerfallskanälen  $i$  in folgender lorentzinvarianter Form schreiben:

$$\hat{K}_{ij} = \sum_{\alpha} \frac{g_{\alpha i}^0 g_{\alpha j}^0 B_{\alpha i}^l(q, q_\alpha) B_{\alpha j}^l(q, q_\alpha)}{m_\alpha^2 - m^2} + c_{ij} \quad (7.36)$$

$$B_{\alpha i}^l(q, q_\alpha) = \frac{F_L(q)}{F_L(q_\alpha)}$$

$$g_{\alpha i}^0 = \sqrt{\frac{m_\alpha \tilde{\Gamma}_{\alpha i}}{\rho_i(m_\alpha)}}$$

$$\rho_i(m_\alpha) = \frac{2q_{\alpha i}}{m_\alpha}$$

Die  $F_L(q)$  sind die Blatt-Weisskopf Faktoren aus Kapitel 7.7.1 und mit den Impulsen  $q$  sind die entsprechenden Aufbruchsimpulse aus Kapitel 7.7.1 gemeint, die hier allerdings komplex sein können.

### 7.7.4 Die Produktion von Resonanzen im $P$ -Vektor Ansatz

Der  $K$ -Matrix Formalismus betrachten nur die Formation von Resonanzen. Bei einem Zerfall eines  $\bar{p}n$ -Systems hat man es aber mit der Produktion von Resonanzen zu tun. Unter der Annahme, daß die zwei Teilchen im Endzustand nicht miteinander wechselwirken, kann man den  $K$ -Matrix Formalismus auf den Produktionsprozeß erweitern. Geht man davon aus, daß Zeitumkehr-Invarianz gilt, so ist die  $S$ -Matrix symmetrisch und damit die  $K$ -Matrix reell und symmetrisch.



Nach Aitchison [64] kann die Produktionsamplitude  $\hat{P}$  in  $\hat{F}$  folgendermaßen transformiert werden:

$$\hat{F} = (I - i\rho\hat{K})^{-1}\hat{P} \quad (7.37)$$

Hier charakterisiert  $\hat{P}$  die Produktion und  $\hat{F}$  ist die resultierende lorentzinvariante Amplitude. Die  $\hat{K}$ -Matrix Pole und die des  $\hat{P}$ -Vektors müssen gleich sein, womit man mit 7.36 den  $\hat{P}$ -Vektor erhält:

$$\hat{P}_i = \sum_{\alpha} \frac{\beta_{\alpha} g_{\alpha i}^0 B_{\alpha i}^l(q, q_{\alpha})}{m_{\alpha}^2 - m^2} \quad (7.38)$$

Bis auf den komplexen Koeffizienten  $\beta_{\alpha}$ , der die Produktionsstärke eines Pols angibt, wurden alle anderen Größen schon in 7.36 definiert.

### $\hat{F}$ -Vektor für einen Zerfallskanal mit Polen $\alpha$

Nun sind wir in der Lage, die Amplitude  $\hat{F}$  für konkrete Probleme abzuleiten. Als erstes sei der Fall betrachtet, daß man einen Kanal mit mehreren Polen  $\alpha$  hat (z.B. sich überlagernde  $\rho(1280)$  und  $\rho(1450)$  oder zwei exotische Resonanzen  $\pi_1$  bei 1450 MeV/c<sup>2</sup> und 1600 MeV/c<sup>2</sup>). Ausgehend von Gl. 7.37 kann man den entsprechenden  $\hat{P}$ -Vektor 7.38 und die  $\hat{K}$ -Matrix 7.36 einsetzen und erhält:

$$\hat{F} = \left( 1 - i\rho \left[ \sum_{\alpha} \frac{g_{\alpha}^2 B_{\alpha}^{l2}}{m_{\alpha}^2 - m^2} \right] \right)^{-1} \cdot \left( \sum_{\alpha} \frac{\beta_{\alpha} g_{\alpha} B_{\alpha}^l}{m_{\alpha}^2 - m^2} \right) \quad (7.39)$$

Diese Formel läßt sich zwar gut parametrisieren, in der Praxis hat sie allerdings einen kleinen Schönheitsfehler. Variiert man im Nenner die invariante Masse  $m$ , so wie es bei einer Anpassung geschieht, so kann theoretisch der Nenner gleich Null werden. Dies führt unweigerlich zum Absturz des Partialwellenanalyseprogramms. Deshalb wurde eine andere Darstellung der Parametrisierung gewählt. Mithilfe folgender leicht nachprüfbarer mathematischen Beziehung

$$\sum_{a=1}^n \frac{A_a}{(B_a - m)} = \frac{\sum_{a=1}^n [(A_a) \prod_{b \neq a} (B_b - m)]}{\prod_{a=1}^n (B_a - m)}$$

erhält man eine Form von  $\hat{F}$ , in der der Nenner immer ungleich Null ist:

$$\hat{F} = \frac{\sum_{\alpha} [(\beta_{\alpha} g_{\alpha} B_{\alpha}^l) \prod_{\beta \neq \alpha} (m_{\beta}^2 - m^2)]}{\prod_{\alpha} (m_{\alpha}^2 - m^2) - i\rho \left[ \sum_{\alpha} [(g_{\alpha}^2 B_{\alpha}^{l2}) \prod_{\beta \neq \alpha} (m_{\beta}^2 - m^2)] \right]} \quad (7.40)$$

### $\hat{F}$ -Vektor für zwei Zerfallskanäle mit Polen $\alpha$

Koppelt eine Resonanz an mehrere Zerfallskanäle, wie z.B.  $f_0(980) \rightarrow \pi\pi, K\bar{K}$ , so müssen diese Kanäle in der  $\hat{K}$ -Matrix berücksichtigt werden. Dies gilt insbesondere bei der in dieser Arbeit vorhandenen  $\pi\pi$ -Streuung, die in  $\pi\pi$  oder  $K\bar{K}$  gehen kann und als  $(\pi\pi)$ -S-Welle bezeichnet wird. Erstmals wurde der  $\hat{K}$ -Matrix Formalismus für

die  $(\pi\pi)$ -S Welle durch Anpassung an die  $\bar{p}p \rightarrow 3\pi^0$  Daten innerhalb der Crystal-Barrel-Kollaboration angewendet [62].

Die lorentzinvariante Darstellung der dynamischen Amplitude  $\hat{F}$  für zwei Zerfallskanäle lautet:

$$\hat{F}_1 = \frac{\hat{P}_1 - i\rho_2 (\hat{K}_{22}\hat{P}_1 - \hat{K}_{12}\hat{P}_2)}{1 - \rho_1\rho_2\hat{D} - i(\rho_1\hat{K}_{11} + \rho_2\hat{K}_{22})} \quad (7.41)$$

$$\hat{F}_2 = \frac{\hat{P}_2 - i\rho_1 (\hat{K}_{11}\hat{P}_2 - \hat{K}_{12}\hat{P}_1)}{1 - \rho_1\rho_2\hat{D} - i(\rho_1\hat{K}_{11} + \rho_2\hat{K}_{22})} \quad (7.42)$$

$$\hat{D} = \hat{K}_{11}\hat{K}_{22} - \hat{K}_{12}^2 \quad (7.43)$$

Die Amplitude  $\hat{F}_2$  ist nur der Vollständigkeit wegen angegeben, da sie den Fall  $K\bar{K} \rightarrow K\bar{K}$  behandelt und daher in der Reaktion  $\bar{p}n \rightarrow \pi^- 3\pi^0$  nicht vorkommt. An die Daten angepaßt werden die Massen  $m_\alpha$ , Breiten  $\tilde{\Gamma}_\alpha$  und Produktionsstärken  $\beta_\alpha$  der Pole  $\alpha$  der zugehörigen  $\hat{K}$ -Matrix. Tabelle 7.1 gibt einen Überblick über die Parameter aus der entsprechenden Anpassung [62], die auch in dieser Analyse verwendet wurden.

Pol $\alpha$	$m[\text{MeV}/c^2]$	$\tilde{\Gamma}_{\pi^0\pi^0}$	$\tilde{\Gamma}_{K\bar{K}}$	$ \beta_\alpha $	$\arg(\beta_\alpha)[\text{rad}]$
1	$855 \pm 10$	$774 \pm 40$	0	$0.14 \pm 0.01$	-
2	$1268 \pm 40$	$1311 \pm 200$	$72 \pm 25$	$0.15 \pm 0.02$	$6.2 \pm 0.2$
3	$1493 \pm 20$	$14 \pm 3$	$116 \pm 20$	$1.07 \pm 0.20$	$0.4 \pm 0.2$
	$c_{11} = 0$	$c_{12} = 0.78 \pm 0.06$	$c_{22} = 0$		

Tabelle 7.1:  $\hat{K}$ -Matrix Parameter der  $(\pi\pi)$ -S Welle [62].

## 7.8 Die gesamte Übergangsamplitude

Die in 7.28 für die Zerfallskette der Art  $A \rightarrow BC$ ,  $B \rightarrow B_1B_2$  und  $C \rightarrow C_1C_2$  angegebene Übergangsamplitude  $f_T$  berücksichtigt nur die Winkelverteilung der Zerfallsprodukte. Für eine vollständige Übergangsamplitude  $\mathcal{A}$  müssen nun noch die komplexwertigen Faktoren heranzmultipliziert werden, mit denen die resonanten Zwischenzustände  $B$  und  $C$  parametrisiert sind:

$$\mathcal{A} = f_T \cdot F_{L_{BC}}(q_B) \cdot F_{L_{B_1B_2}}(q_{B_1}) \cdot F_{L_{C_1C_2}}(q_{C_1}) \cdot BW_B \cdot BW_C \quad (7.44)$$

Die hier auftretenden Blatt-Weisskopf-Dämpfungsfaktoren  $F_L$  tragen dem Umstand Rechnung, daß Zerfälle mit hohem Drehimpuls unterdrückt sind, wenn der Impuls der Zerfallsprodukte klein ist. Deshalb müssen sie auch in der Übergangsamplitude mit berücksichtigt werden.

Allgemein gilt für beliebige Kaskaden  $k$  von einem festen Anfangszustand  $j$ :

$$\mathcal{A}_{jk} = f_T \prod_i BW_{i_1} BW_{i_2} \dots F_{L_i}(q_i) \quad (7.45)$$

Der Index  $i$  durchläuft dabei alle Zerfallsstufen.  $BW_i$  bezeichnet deren Parametrisierung durch die relativistischen Breit–Wigner Funktionen mit den jeweiligen Dämpfungsfaktoren  $F_{L_i}(q_i)$ . In  $f_T$  wird die Winkelverteilung der Teilchen im Endzustand sukzessive über alle in der Kaskade auftretenden Zwischenzustände, bis auf die Anfangsbedingung, d.h. die Spindichtematrix  $\rho_i$  des Antiproton–Neutron–Systems, zurückverfolgt.

Die Amplituden  $\mathcal{A}_{jk}$  der aus einem Anfangszustand  $j$  beitragenden Zerfallskaskaden  $k$  sind im allgemeinen Matrizen verschiedener Dimension. Sie addieren sich kohärent zur Gesamtamplitude  $\mathcal{A}_j^{\text{tot}}$ :

$$\mathcal{A}_j^{\text{tot}} = \sum_k \alpha_{jk} \mathcal{A}_{jk} \quad (7.46)$$

Das gesamte dynamische Gewicht  $\omega_D$  der Annihilation aus dem Anfangszustand  $j$  erhält man über die Bildung der Spur mit der Spindichtematrix des Antiproton–Neutron–Systems ( $\rho_j$ ):

$$\begin{aligned} \omega_D &= \text{Tr}(\mathcal{A}_j^{\text{tot}} \rho_j \mathcal{A}_j^{\text{tot}+}) \\ &= \text{Tr} \left( \left( \sum_k \alpha_{jk} \mathcal{A}_{jk} \right) \rho_j \left( \sum_k \alpha_{jk} \mathcal{A}_{jk} \right)^+ \right) \\ &= \sum_k a_{jk}^2 \text{Tr}(\mathcal{A}_{jk} \rho_j \mathcal{A}_{jk}^+) \\ &= +2 \sum_{l < k} a_{jk} a_{jl} \text{Re}[\text{Tr}(\mathcal{A}_{jk} \rho_j \mathcal{A}_{jl}^+)] \cos(\Phi_{jk} - \Phi_{jl}) \\ &\quad + 2 \sum_{l < k} a_{jk} a_{jl} \text{Im}[\text{Tr}(\mathcal{A}_{jk} \rho_j \mathcal{A}_{jl}^+)] \sin(\Phi_{jk} - \Phi_{jl}) \end{aligned}$$

Die Spindichtematrix  $\rho_i$  ist eine  $(2J+1) \times (2J+1)$  Matrix, wobei  $J$  den Gesamtdrehimpuls des  $\bar{p}n$ -Systems im Anfangszustand  $i$  bezeichnet. Da die Quantenzahlen  $J^{PC}$  für jede Annihilation wohl definiert sind, ist sie als diagonal anzusetzen. Wenn Target und Antiprotonenstrahl unpolarisiert sind, so gilt zudem für alle Diagonalelemente  $(\rho_j)_{ii} = 1/(2J+1)$ , da alle magnetischen Unterzustände gleichmäßig bevölkert werden.

Daß im allgemeinen mehr als ein Anfangszustand möglich ist, findet in einer zusätzlichen Summation über die inkohärenten Beiträge Berücksichtigung:

$$\omega_D = \sum_j^{N_{\bar{p}n}} c_j \text{Tr} \left( \left( \sum_k \alpha_{jk} \mathcal{A}_{jk} \right) \rho_j \left( \sum_k \alpha_{jk} \mathcal{A}_{jk}^+ \right) \right) \quad (7.47)$$

Bei geeigneter Normierung der  $\alpha_{jk}$  lassen sich die Koeffizienten  $c_j$  darin absorbieren und  $\omega_D$  vereinfacht sich zu:

$$\omega_D = \sum_j^{N_{\bar{p}n}} \text{Tr} \left( \left( \sum_k \alpha'_{jk} \mathcal{A}_{jk} \right) \rho_j \left( \sum_k \alpha'_{jk} \mathcal{A}_{jk}^+ \right) \right) \quad (7.48)$$

# 8 Die Partialwellenanalyse des Kanals $\bar{p}n \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0$

In diesem Kapitel wird die Partialwellenanalyse des Kanals  $\bar{p}n \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0$  behandelt. Wie nach der Datenselektion in dem Dalitzplot 4.7 bzw. Goldhaberplot 4.9 zu sehen ist, erwartet man mindestens, daß die Resonanzen  $\rho(770)^-$ ,  $\rho'$ ,  $f_2(1270)$  und die  $\pi\pi$ -S Welle mit dem  $f_0(980)$  in dem Datensatz enthalten sind. Diese zweidimensionalen Darstellungen und auch die invarianten Massenspektren enthalten nur einen Teil der Informationen, die in den Daten vorhanden sind, und die Aufgabe der Partialwellenanalyse ist es, den fünfdimensionalen Phasenraum möglichst genau zu beschreiben. Dafür ist die genaue Kenntnis der möglichen Anfangszustände und der daraus resultierenden möglichen Zerfallsketten nötig. Es werden an der einen oder anderen Stelle auch technische Details beschrieben werden, die mehr als Hilfestellung für eventuelle zukünftige Nutzer des Programms MAXTOOL [25] zu verstehen sind, da für das Programm nur eine rudimentäre Anleitung existiert.

## 8.1 Auswahlregeln und Zerfallsketten des Kanals

$$\bar{p}n \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0$$

Hier soll geklärt werden, aus welchen Anfangszuständen des  $\bar{p}n$ -Systems heraus die Produktion möglicher Zwischenzustände stattfinden kann, und welche relativen Drehimpulse dabei auftreten. Daraus resultieren dann die Zerfallskaskaden, die in der Partialwellenanalyse zu berücksichtigen sind. Das  $\bar{p}n$ -System zerfällt über einen Kaskadenprozess, in dem nur die starke Wechselwirkung vorkommt, in die vier Endzustandsteilchen. Das Isobar-Modell [68] sagt voraus, daß in der Kaskade immer nur Zweikörperzerfälle auftreten, was es ermöglicht, den Stufenprozess in der Partialwellenanalyse überhaupt zu beschreiben und dazwischen vorkommende Resonanzen zu finden. Durch die starke Wechselwirkung, über die auch beteiligte Resonanzen zerfallen, müssen in der gesamten Kaskade die Quantenzahlen des Anfangszustandes des  $\bar{p}n$ -Systems erhalten bleiben. Deshalb lassen sich die möglichen beteiligten Mesonen und auch eventuelle neue Resonanzen in den Zerfallsketten einschränken und ihre Quantenzahlen genau bestimmen.

Zur Wiederholung sind noch einmal die möglichen Anfangszustände des  $\bar{p}n$ -Systems in Tabelle 8.1 dargestellt. Da das  $\pi$ -Meson negative  $G$ -Parität hat, folgt, daß die vier Pionen im Endkanal zusammengenommen immer positive  $G$ -Parität haben. Damit sind nur die zwei rot markierten Anfangszustände  $^3S_1$  und  $^1P_1$  für diesen Kanal möglich.

Als nächstes befassen wir uns mit den beteiligten Zerfallsketten. Aus den vier Pionen lassen sich vier verschiedene prinzipielle Zerfallsketten bilden:

Bahndrehimpuls $L_{\bar{p}n}$	Spin $S_{\bar{p}n}$	Isospin $I_{\bar{p}n}$	atomarer Zustand $^{2S+1}L_J$	Quantenzahlen $I^G(J^P)$
0	0	1	$^1S_0$	$1^-(0^-)$
0	1	1	$^3S_1$	$1^+(1^-)$
1	0	1	$^1P_1$	$1^+(1^+)$
1	1	1	$^3P_0$	$1^-(0^+)$
1	1	1	$^3P_1$	$1^-(1^+)$
1	1	1	$^3P_2$	$1^-(2^+)$

Tabelle 8.1: Anfangszustände des  $\bar{p}n$ -Systems in der  $S$ - und  $P$ -Welle. Für diesen Kanal kommen aufgrund der positiven  $G$ -Parität vierer Pionen nur die beiden rot markierten Anfangszustände  $^3S_1$  und  $^1P_1$  in Frage.

1.  $\bar{p}n \rightarrow (\pi^- \pi^0)_{l_1} + (\pi^0 \pi^0)_{l_2}$
2.  $\bar{p}n \rightarrow ((\pi^- \pi^0)_{l_2} \pi^0)_{l_1} + \pi^0$
3.  $\bar{p}n \rightarrow ((\pi^0 \pi^0)_{l_2} \pi^-)_{l_1} + \pi^0$
4.  $\bar{p}n \rightarrow ((\pi^0 \pi^0)_{l_2} \pi^0)_{l_1} + \pi^-$

Die jeweiligen Bahndrehimpulse zwischen den Pionen zur Bildung der Resonanz sind mit  $l_1$  und  $l_2$  bezeichnet. Die Bahndrehimpulse zwischen den beteiligten Resonanzen müssen nun so beschaffen sein, daß die Gesamtparität  $P$  mit der des Anfangszustandes zusammenpaßt. Das gleiche gilt für die  $G$ - und, sofern definiert, die  $C$ -Parität und auch für den starken Isospin. Nachfolgend werden die einzelnen Reaktionstypen auf die Erhaltung der Quantenzahlen überprüft und daraus die prinzipiell möglichen Resonanzen ermittelt. Exemplarisch wird dies an den ersten Zerfallsketten erklärt. Eine Zusammenfassung aller Zustände inklusive Quantenzahlen findet sich in Tab. 8.2.

### Reaktionen vom Typ 1: $\bar{p}n \rightarrow (\pi^- \pi^0)_{l_1} + (\pi^0 \pi^0)_{l_2}$

Beginnen wir mit dem einfachsten Fall, nämlich daß  $l_1$  und  $l_2$  gleich Null sind. Daraus folgt, daß  $I^G(J^P)[(\pi^- \pi^0)_{(l_1=0)}] = 1^+(0^+)$  sein müßte, was aber keinem mesonischen Zustand zugeordnet werden kann. Der Grund liegt darin, daß die  $G$ -Parität eines Mesons mit  $I = 1$ ,  $L = 0$  und  $S = 0$  negativ sein müßte ( $G = (-1)^{L+S+I}$ ). Dies ist aber im Widerspruch zum Zerfall in zwei Pionen (dies gilt auch für  $l_1 = 2$ ). Es gibt Mesonen mit den Quantenzahlen  $I^G(J^{PC}) = 1^-(0^{++})$ , nämlich das  $a_0(980)$ , dies kann aber nicht in zwei Pionen, wieder aufgrund der Verletzung der  $G$ -Parität, zerfallen. Zu den Quantenzahlen  $I^G(J^{PC}) = 0^+(0^{++})$  läßt sich das  $(\pi^- \pi^0)$  nicht koppeln, da das  $\pi^-$  den Isospin  $|I, I_z\rangle = |1, -1\rangle$  und das  $\pi^0$  den Isospin  $|I, I_z\rangle = |1, 0\rangle$  hat, und dies läßt sich nicht zu  $|I, I_z\rangle = |0, 0\rangle$  koppeln. Daraus folgt, der einfachste Fall der Zerfallskette besteht für  $l_1 = 1$  und  $l_2 = 0$ . Im ersten Fall ist dies das  $\rho(770)$  bzw., die erste

Anregung  $\rho'$  mit  $I^G(J^{PC}) = 1^+(1^{--})$  und im zweiten Fall die  $\pi\pi$ -S Welle, bzw. das  $f_0(980)$  mit  $I^G(J^{PC}) = 0^+(0^{++})$ . Zwei  $\pi^0$  koppeln zum Isospin  $|I, I_z\rangle = |0, 0\rangle$ , da für die Kombination  $|1, 0\rangle$  der Clebsch–Gordan Koeffizient gleich Null ist. Es wäre zwar die Kopplung zum Isospin  $|2, 0\rangle$  möglich, aber diesen Fall lassen wir außer Acht, da keine  $I = 2$  Resonanzen im  $\pi\pi$  System bekannt sind und der  $I = 2$  Beitrag zur  $\pi\pi$  Streuung im untersuchten Energiebereich vernachlässigbar ist [69].

Somit lautet die erste Zerfallskette  $\bar{p}n \rightarrow \rho(770)^- + (\pi\pi)_S$ . Mit  $(\pi\pi)_S$  ist die gesamte nichtresonante  $\pi\pi$ -S Wellenstreuung inklusive  $f_0(980)$  und  $f_0(1500)$  gemeint, welche durch den  $K$ -Matrix Formalismus beschrieben wird (s. Abschnitt 7.7.4 und Tab. 7.1). Der letzte Schritt für diese Zerfallskette ist die Bestimmung des Bahndrehimpulses zwischen dem Meson mit  $I^G(J^{PC}) = 1^+(1^{--})$  und  $I^G(J^{PC}) = 0^+(0^{++})$  damit diese aus dem Anfangszustand  ${}^3S_1$  bzw.  ${}^1P_1$  des  $\bar{p}n$ -Systems möglich ist. Die Quantenzahlen des Anfangszustandes  ${}^3S_1$  lauten  $I^G(J^P) = 1^+(1^-)$ . Um die Parität  $P = P_{M_1} P_{M_2} (-1)^L = -1$  des Anfangszustandes  ${}^3S_1$  zu erhalten, muß also der Bahndrehimpuls zwischen den beiden Mesonen  $L = 0$  oder  $L = 2$  sein, da  $P_{M_1} = -1$  und  $P_{M_2} = +1$  ist. Für den Anfangszustand  ${}^1P_1$  ergibt sich  $L = 1$  nach der gleichen Überlegung.

Etwas kompliziert wird es, wenn wir die beiden  $\pi^0$  zu einem Meson mit  $J = 2$  koppeln, also  $I^G(J^{PC})[(\pi^0\pi^0)_{(l_2=2)}] = 0^+(2^{++})$ . Hier muß noch beachtet werden, daß die Spins der beiden Mesonen  $S_1 = 1$  und  $S_2 = 2$  zu unterschiedlichen Gesamtspins, nämlich  $J = 1, 2, 3$ , koppeln können. Das  $\rho(770)^-$  mit dem  $f_2(1270)$  zusammen ist nahe an der Phasenraumgrenze, da die beiden Massen zusammen mit rund  $2040 \text{ MeV}/c^2$  deutlich über der des  $\bar{p}n$ -Systems liegt. Der Zerfall in diese beiden Resonanzen ist trotzdem möglich, da das  $\rho(770)^-$  eine Breite von  $\Gamma = 149,2 \text{ MeV}/c^2$  und das  $f_2(1270)$  eine Breite von  $\Gamma = 185,1 \text{ MeV}/c^2$  hat. Mit diesem Wissen kann man die Reaktionen 1a-e und die zugehörigen Quantenzahlen der Tabelle 8.2 verstehen.

Als nächstes betrachten wir die Isospinzerlegung einer Zerfallskette, da es theoretisch denkbar ist, daß dort noch verborgene Vorzeichen zu beachten sind. Vorzeichen, die durch Clebsch–Gordan Koeffizienten, d.h. durch Teilchenaustausch, vorkommen können, muß der Anwender gegebenenfalls selbst in die Zerfallsketten einfügen.

Exemplarisch sei die Isospinzerlegung für den Zerfall des  $\bar{p}n \rightarrow \rho(770)^- (\rightarrow \pi^- \pi^0) + (\pi\pi)_S (\rightarrow \pi^0 \pi^0)$  vorgeführt.

$$\begin{aligned} |1, -1\rangle &\rightarrow |1, -1\rangle|0, 0\rangle \\ &\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (|1, -1\rangle|1, 0\rangle - |1, 0\rangle|1, -1\rangle) \left( -\frac{1}{\sqrt{3}}|1, 0\rangle|1, 0\rangle \right) \end{aligned}$$

Man beachte, daß beim Teilchenaustausch des Zerfalls  $\rho(770)^- \rightarrow \pi^- \pi^0, \pi^0 \pi^-$  ein negatives Vorzeichen in der Isospinwellenfunktion auftaucht. Die Zerfallskette ist genaugenommen nicht vollständig, da nicht bekannt ist welches  $\pi^0$  wo erscheint, wie im Abschnitt 7.3 bei der Behandlung von Selbstinterferenzen erwähnt. Bei der Erstellung der kompletten Zerfallskette sind alle Austauschkombinationen mit den  $\pi^0$  zu beachten, wobei hier die Clebsch–Gordan Koeffizienten und der Austausch der beiden Mesonen aus Gründen der Übersichtlichkeit weggelassen wurden:

$$|\bar{p}n\rangle \rightarrow |\rho^-, (\pi\pi)_S\rangle$$

$$\rightarrow |\pi^- \pi_1^0\rangle |\pi_2^0 \pi_3^0\rangle + |\pi^- \pi_2^0\rangle |\pi_1^0 \pi_3^0\rangle + |\pi^- \pi_3^0\rangle |\pi_1^0 \pi_2^0\rangle$$

Dieser Teil der Zerfallskette reicht zur vollständigen Beschreibung der Wellenfunktion aus, da die Symmetrie der Wellenfunktion und ihrer einzelnen Komponenten aufgrund des verallgemeinerten Pauli-Prinzips bekannt ist. Daher darf die Position des  $\pi^-$  in der Zerfallskette nicht verändert werden, da dies eine Änderung der Symmetrie zur Folge hätte und damit wieder ein negatives Vorzeichen erscheinen würde.

### Reaktionen vom Typ 2: $\bar{p}n \rightarrow ((\pi^- \pi^0)_{l_2} \pi^0)_{l_1} + \pi^0$

Resonanzen, die in dieser Zerfallskette auftauchen, zerfallen alle über das  $\rho(770)^-$  bzw. über dessen erste Anregung, und sind damit  $\rho\pi^-$  bzw.  $\rho'\pi^-$ -Resonanzen, da wie eben gesehen  $\pi^- \pi^0$  Zustände mit  $l_2 = 0$  bzw.  $l_2 = 2$  nicht erlaubt sind. Abhängig vom Drehimpuls  $l_1$  zwischen dem  $\rho^-$  und dem  $\pi^0$  können verschiedene Quantenzahlen der Mutterresonanz gebildet werden. Ist  $l_1 = 0$  oder  $l_1 = 2$ , ist die Parität automatisch positiv, für  $l_1 = 1$  negativ. Der Gesamtdrehimpuls (Spin) der Mutterresonanz ergibt sich nach der bekannten Dreiecksregel für Spin-Bahn Kopplung. Die Reaktionen 2a-m der Tabelle 8.2 zeigen alle möglichen Zustände. Zwei Sonderfälle, nämlich Reaktion 2e und 2/3bc seien gesondert betrachtet.

Erstens ergibt sich für den Anfangszustand  $^1P_1$ , sobald der Drehimpuls  $l_1 = 1$  und der Drehimpuls  $L$  zwischen dem Zuschauer  $\pi^0$  und der Mutterresonanz gleich Null ist, ein exotisches Meson, welches nicht aus Quark-Antiquark bestehen kann. Für den Anfangszustand  $^3S_1$  ist diese Argumentation für  $L = 1$  (zwischen Zuschauer  $\pi^0$  und Mutterresonanz) nicht strikt, da sie auch auf das  $\pi(1300)$ , bzw.  $\pi(1800)$  zutrifft.

Zweitens sind Anregungen des  $\pi$ -Mesons, wie das  $\pi(1300)$  und das  $\pi(1800)$  aus dem  $^1P_1$  Anfangszustand des  $\bar{p}n$ -Systems wegen Verletzung der  $P$ -Parität verboten. Es müßte aus den beiden  $\pi$ -Mesonen mit jeweils negativer Parität ein Zustand mit positiver Parität gebildet werden. Die Regel dafür lautet  $P = (-1)^L$ , womit  $L = 0$  ist, was aber nicht geht, da der Spin der beiden Pionen ebenfalls gleich Null ist und damit die Kopplung zu einem Gesamtdrehimpuls  $J = 1$ , wie ihn der Anfangszustand  $^1P_1$  hat, unmöglich ist.

### Reaktionen vom Typ 3 und 4: $\bar{p}n \rightarrow ((\pi^0 \pi^0)_{l_2} \pi^{-/0})_{l_1} + \pi^{0/-}$

Die Reaktionen vom Typ 3 und 4 können zusammengefaßt werden, da sie alle über  $(\pi^0 \pi^0)$  Tochterresonanzen laufen, d.h. die  $(\pi^0 \pi^0)$ -S und -D Welle ( $f_2(1270)$ ). Eine  $(\pi^0 \pi^0)$ -P Welle ist durch die Bedingung der Austauschsymmetrie verboten. Daraus folgt, daß alle Resonanzen, die über diese Zerfallskette zerfallen, entweder  $(\pi^0 \pi^0)_S \pi$  oder  $f_2 \pi$  Resonanzen sind. Da das  $\pi^0$  und das  $\pi^-$  austauschbar sind, können alle Mutterresonanzen entweder neutral oder negativ entstehen. Diese zwei Ladungszustände faßt man sinnvollerweise zu einer Amplitude zusammen, was zu einem negativen Vorzeichen in der Zerfallskette an der Stelle führt, an der das  $\pi^-$  in der Resonanz enthalten ist.

Es werden also folgende (vereinfachte) zwei Zerfallsketten zu einer Amplitude zu-

sammengefaßt:

$$\begin{aligned}
|\bar{p}n\rangle &\rightarrow |(\pi^0 \pi^0) \pi^0\rangle |\pi^-\rangle \\
&\rightarrow |(\pi_1^0 \pi_2^0) \pi_3^0\rangle |\pi^-\rangle + |(\pi_1^0 \pi_3^0) \pi_2^0\rangle |\pi^-\rangle + |(\pi_3^0 \pi_2^0) \pi_1^0\rangle |\pi^-\rangle \\
|\bar{p}n\rangle &\rightarrow |(\pi^0 \pi^0) \pi^-\rangle |\pi^0\rangle \\
&\rightarrow - \left[ |(\pi_1^0 \pi_2^0) \pi^-\rangle |\pi_3^0\rangle + |(\pi_1^0 \pi_3^0) \pi^-\rangle |\pi_2^0\rangle + |(\pi_3^0 \pi_2^0) \pi^-\rangle |\pi_1^0\rangle \right]
\end{aligned}$$

Man beachte das negative Vorzeichen bei der Zerfallskette der negativen Mutterresonanz. Es wäre auch möglich, sowohl den neutralen als auch den negativen Zustand zu jeweils einer einzelnen Amplitude zusammenzufassen, d.h. eine Amplitude für den neutralen und eine andere für den negativen Zustand. Dann müßte die Phase zwischen den beiden Amplituden genau 180 Grad betragen. Dies wurde auch mit entsprechendem Ergebnis getestet, ist aber für die spätere Partialwellenanalyse nicht zu empfehlen, da man die Zahl der zu bestimmenden bzw. anzupassenden Parameter unnötig erhöht.

Tabelle 8.2 faßt abschließend alle wichtigen Quantenzahlen für alle möglichen Zwischenzustände zusammen. Hier sind auch Resonanzen aufgeführt, die nicht im PDG [46] stehen, wie z.B. das  $a_1(1800)$ . Im folgenden Kapitel werden die entsprechenden Informationen darüber zu finden sein.

Im Anhang D ist eine Auswahl der wichtigsten Amplituden graphisch dargestellt.



$\bar{p}d \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 p_{\text{Spectator}}$						$\bar{p}n$ Anfangsz. $I^G(J^P)$	
S: Gesamtspin der Zerfallst.						S-Welle	P-Welle
Typ	Nr.	Reaktion	S	$l_1$	$l_2$	$1^+(1^-)$	$1^+(1^+)$
$(\pi^- \pi^0)_{l_1}$ + $(\pi^0 \pi^0)_{l_2}$	1a	$\rho(770)^- + (\pi\pi)_S$	1	1	0	0,2	1
	1b	$\rho(770)^- + f_2(1270)$	1	1	2	0,2	1
	1c	$\rho(770)^- + f_2(1270)$	2	1	2	2	1,3
	1d	$\rho(770)^- + f_2(1270)$	3	1	2	2	3
	1e	$\rho(1450)^- + (\pi\pi)_S$	1	1	0	0,2	1
$((\pi^- \pi^0)_{l_2} \pi^0)_{l_1}$ + $\pi^0$	2a	$a_1(1260)^- \rightarrow \rho^- + \pi^0$	1	0	1	0,2	1
	2b	$\pi(1300)^- \rightarrow \rho^- + \pi^0$	0	1	1	1	P
	2c	$\pi(1800)^- \rightarrow \rho^- + \pi^0$	0	1	1	1	P
	2d	$a_2(1320)^- \rightarrow \rho^- + \pi^0$	2	2	1	2	1,3
	2e	$\pi_1^- \rightarrow \rho^- + \pi^0$	1	1	1	1	0,2
	2f	$a_2(1620)^- \rightarrow \rho^- + \pi^0$	2	2	1	2	1,3
	2g	$a_1(1640)^- \rightarrow \rho^- + \pi^0$	1	0	1	0,2	1
	2h	$a_1(1640)^- \rightarrow \rho^- + \pi^0$	1	2	1	0,2	1
	2i	$a_1(1640)^- \rightarrow \rho(1450)^- + \pi^0$	1	0	1	0,2	1
	2j	$a_1(1800)^- \rightarrow \rho^- + \pi^0$	1	0	1	0,2	1
	2k	$a_1(1800)^- \rightarrow \rho^- + \pi^0$	1	2	1	0,2	1
	2l	$a_1(1800)^- \rightarrow \rho(1450)^- + \pi^0$	1	0	1	0,2	1
	2m	$\pi_2(1670)^- \rightarrow \rho^- + \pi^0$	2	1	1	1	2
$((\pi^0 \pi^0)_{l_2} \pi^{-/0})_{l_1}$ + $\pi^{0/-}$	3a	$a_1(1260) \rightarrow (\pi\pi)_S + \pi$	1	1	0	0,2	1
	3b	$\pi(1300) \rightarrow (\pi\pi)_S + \pi$	0	0	0	1	P
	3c	$\pi(1800) \rightarrow (\pi\pi)_{S,D} + \pi$	0	0	0	1	P
	3d	$a_1(1640) \rightarrow (\pi\pi)_S + \pi$	1	1	0	0,2	1
	3e	$a_1(1640) \rightarrow f_2(1270) + \pi$	1	1	2	0,2	1
	3f	$a_1(1800) \rightarrow (\pi\pi)_S + \pi$	1	1	0	0,2	1
	3g	$a_1(1800) \rightarrow f_2(1270) + \pi$	1	1	2	0,2	1
	3h	$\pi_2(1670) \rightarrow f_2(1270) + \pi$	2	0	2	1	2
	3i	$\pi_2(1670) \rightarrow (\pi\pi)_S + \pi$	2	2	0	1	2
3j	$\pi_1 \rightarrow f_2(1270) + \pi$	1	2	1	1	0,2	

Tabelle 8.2: Hier sind alle möglichen primären Zerfälle in den Endzustand  $\pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0$  aufgelistet. Die Bahndrehimpulse  $l_1$  und  $l_2$  sind in der linken Spalte erklärt. Der Bahndrehimpuls  $L$  zwischen den zwei Resonanzen, bzw. zwischen Resonanz und Spectator, findet sich in den Spalten zu dem entsprechenden Anfangszustand. Ist der Zerfall wegen Verletzung der  $P$ -Parität nicht möglich, steht anstelle des Drehimpulses ein P.

## 8.2 Die Ergebnisse der Partialwellenanalyse

Motivation dieser Arbeit war es, mehr über exotische Mesonen mit Quantenzahlen  $J^{PC} = 1^{-+}$  herauszufinden. Es gibt viele Indizien, daß es bei einer Masse um 1400 MeV/c<sup>2</sup> einen solchen Zustand gibt [3]. So war es naheliegend zu untersuchen, ob dieser Zustand auch einen Zerfallsmodus in  $\rho\pi$  hat, wie er für das bei 1600 MeV/c<sup>2</sup> liegende exotische Meson in  $\pi^-$ -induzierten Reaktionen beobachtet wurde [93]. Die Partialwellenanalyse des Kanals  $\bar{p}n \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0$  ist aber auch aus anderer Hinsicht interessant. Resonanzen, die in  $\rho\pi$  zerfallen sind wenig untersucht und es gibt laut PDG [46] nur wenig gesicherte Erkenntnisse. Ein Zerfallsbranching in Frage kommender Mesonen ist z. B. nur für das  $a_2(1320) \rightarrow \rho\pi$  zu 70,1% angegeben. Bei allen anderen im gegenwärtigen Kanal zugänglichen Resonanzen ist der Zerfall in  $\rho\pi$  noch nicht etabliert. Dies stellte sich aber auch gleichzeitig als Schwierigkeit heraus, da für einige Resonanzen, wie z. B. das  $\pi(1800)$  der  $\rho\pi$  Zerfall, im Gegensatz zur vorliegenden Arbeit, nicht gesehen wurde. Zusätzlich sind die Resonanzparameter Masse und/oder Breite unsicher, wie z. B. die Breite für das wohl etablierte  $a_1(1260)$ . Es wurden im Laufe dieser Arbeit ca. 500 Anpassungen durchgeführt, weshalb nicht auf alle einzelnen Fitmodelle eingegangen werden soll. Die Herangehensweise, einen solchen Kanal zu analysieren, besteht darin, ein theoretisches Modell zu erstellen, und dann mit dem Programm MAXTOOL [24, 25] die Wahrscheinlichkeit, also den Loglikelihood, berechnen zu lassen, womit man ein Maß für Güte der Anpassung des Modells an die Daten erhält. Anhand des Likelihoodwertes kann dann verglichen werden, ob ein Modell besser oder schlechter als das andere ist, wobei man bei einem Sprung im Likelihood von 30 pro Parameter davon ausgeht, daß die Änderung wirklich signifikant ist. Eine Änderung von  $\Delta \ln(\mathcal{L}) = 2$  entspricht  $2\sigma$ , falls man sich im Minimum<sup>1</sup> einer Anpassung befindet und die Meßwerte einer Normalverteilung entsprechen. Der absolute Wert des Likelihoods ist wenig aussagekräftig, da dieser von der Zahl der Parameter und der Zahl der Daten- und Monte-Carlo Ereignisse abhängt. Ein  $\chi^2$  kann, wie schon im theoretischen Teil der Partialwellenanalyse erwähnt, nicht sinnvoll gebildet werden, da die Besetzungsdichte im fünfdimensionalen Phasenraum zu gering ist. Ein weiteres Hilfsmittel zur Beurteilung der Anpassung an die Daten sind die inv. Massenspektren und die zweidimensionalen Darstellungen. Diese können optisch miteinander verglichen werden, und so noch fehlende Resonanzen und schlecht angepaßte Massen und Breiten einzelner Resonanzen ausfindig gemacht werden.

Die Massen und Breiten noch unbekannter oder schlecht bestimmter Resonanzen wurden ermittelt, indem sie in festgelegten Schritten von einem unteren zu einem oberen Wert durchlaufen wurden, und für *jeden* Wert eine komplette Anpassung aller einzelnen Produktionsstärken und Phasen vorgenommen wurde. Diese Prozedur wird im folgenden *Scan* genannt (was nicht mit der Option Scan des Programms MINUIT verwechselt werden darf, da dort nur ein Parameter variiert wird und alle anderen festgehalten werden).

Die meisten Anpassungen die nun vorgestellt werden enthielten 144.114 Daten- und

---

<sup>1</sup>Minimum bezieht sich darauf, daß der negative Likelihood mit dem Programm MINUIT [33] bestimmt wird. Weiter unten wird der positive Likelihood gezeigt, d.h. je höher der Likelihood-Wert, desto besser die Anpassung.

406.386 Monte–Carlo Ereignisse. Mit dieser Datenmenge und den entsprechend komplexen Zerfallsketten<sup>2</sup> stößt man unweigerlich an technische Grenzen, die hauptsächlich in der zumutbaren Dauer einer Anpassung liegen. Mit zumutbar ist hier für komplexe Anpassungen ein Zeitraum von vier Wochen und für einfache von einem Tag gemeint.

Es ist klar, daß hier nicht alle Schritte die schließlich zu einem Endergebnis geführt haben aufgezählt werden können. Daher werden weniger einzelne Fitmodelle diskutiert, sondern die Evidenzen für die einzelnen beteiligten Resonanzen. Die gezeigten Massen- und Breitenscans einzelner Resonanzen beziehen sich immer auf das vollständige Fitmodell (s. Tab. 8.7).

### 8.2.1 Einfaches Fitmodell mit bekannten Resonanzen

Am Anfang verwenden wir nur Resonanzen, die etabliert und deren Massen und Breiten bekannt sind. Diese sind im PDG [46] verzeichnet und ein Blick verrät einem, daß hier schon die ersten Schwierigkeiten warten. Beginnen wir mit dem  $\rho(770)^-$ , welches in Spektrum a) der Abbildung 4.5 in den Daten deutlich zu sehen ist. Dieses wird zusammen mit der  $(\pi^0\pi^0)$ -S Welle (s. Tab. 8.2) aus dem  $^3S_1$ -Anfangszustand mit  $L = 0$  kommen. Aus dem  $^1P_1$  Anfangszustand wäre der Bahndrehimpuls gleich 1, womit der Zerfall energetisch unwahrscheinlicher ist, da er durch die Bahndrehimpulsbarriere unterdrückt wird.

#### Die $(\pi^0\pi^0)$ -S Welle

Mit  $(\pi^0\pi^0)$ -S Welle wird die Überlagerung des  $f_0(980)$  und  $f_0(1500)$  mit einer nicht-resonanten  $\pi^0\pi^0$ -Streuung (auch als  $\sigma$  bekannt) bezeichnet. Ursprünglich wurde die Parametrisierung dieses komplexen Zustandes von Au, Morgan und Pennigton vorgenommen [60], welche die  $\pi^0\pi^0$  Streuung eingehend studiert haben. Diese erwies sich allerdings als nicht besonders gut, war aber am Anfang die einzig verfügbare im Programm MAXTOOL. Später wurde diese durch die, inzwischen in Crystal-Barrel als Standard akzeptierte, Parametrisierung im  $K$ -Matrix Formalismus nach Brose [62] ersetzt. Weitergehende Analysen zeigten, daß die Parameter noch angepaßt werden mußten, was ein komplettes Umschreiben des Programms MAXTOOL erforderte, da es in diesem bis zu diesem Zeitpunkt nicht möglich war, mehr als zwei Massen oder Breiten auf einmal anzupassen. Die Anpassung der Parameter der  $(\pi^0\pi^0)$ -S Welle ist nicht unproblematisch, da diese in wichtigen Zerfallsmoden wie 1a, 1e oder 2b, 3b (Tab. 8.2) eine wichtige Rolle spielt. Andererseits ist nicht einzusehen, warum die nichtresonante  $\pi^0\pi^0$ -Streuung unabhängig vom betrachteten Endkanal sein sollte.

Tabelle 8.3 gibt nun die Parameter wieder, welche sich im Laufe der Zeit als Kompromiß ergeben haben und im Rahmen der Fehler mit den Startparametern (s. Tab. 7.1) übereinstimmen. Ein Kompromiß sind sie deshalb, weil die Parameter für alle Amplituden auf einmal angepaßt wurden und es keine eigene Parametrisierung für jede Amplitude gibt, in der die  $(\pi^0\pi^0)$ -S Welle vorkommt. So eine Anpassung ist technisch nicht möglich, da die Fitdauer zu lang wäre (s. Anhang C.4). Verschiedene Versuche

<sup>2</sup>Die Komplexität der Zerfallsketten entsteht vor allem durch die hohe Zahl an Kombinationsmöglichkeiten, die einzelnen  $\pi^0$  durchzutauschen.

die Parameter des dritten Pols der K-Matrix anzupassen, schlugen fehl, da die Sensitivität im Bereich um  $1500 \text{ MeV}/c^2$  aufgrund der Nähe zur Phasenraumgrenze nicht hoch genug ist. Ebenso schlugen Versuche, den Untergrundterm  $c_{12}$  frei anzupassen fehl, weswegen der Wert von  $c_{12} = 0,78$  aus [62] verwendet wurde.

Pol $\alpha$	$m[\text{MeV}/c^2]$	$\tilde{\Gamma}_{\pi^0\pi^0}$	$ \beta_\alpha $	$\arg(\beta_\alpha)[\text{rad}]$
1	$842 \pm 1.28$	$627 \pm 4$	$0.137 \pm 0.002$	-
2	$1500.00 \pm 0.05$	$1500.70 \pm 6.64$	$0.188 \pm 0.002$	$5.86 \pm 0.02$
3	1493	14	1.07	0.4
	$c_{11} = 0$	$c_{12} = 0.78$	$c_{22} = 0$	

Tabelle 8.3:  $\hat{K}$ -Matrix Parameter der  $(\pi\pi)$ -S Welle nach der Anpassung. Die Phase des ersten Pols wurde bei Null festgehalten. Die Fehler sind die Minit Standard Fehler. Die Parameter des dritten Pols wurden nicht angepaßt, sondern stammen, wie auch der Untergrundterm  $c_{12}$ , aus [62] (s. Tab. 7.1).

## Das $f_2(1270)$

Das  $f_2(1270)$  wurde mit Masse  $1275 \text{ MeV}/c^2$  und einer Breite  $\Gamma = 185 \text{ MeV}/c^2$  in den Anpassungen verwendet. Diese Daten stammen aus dem PDG [46] und wurden nicht angepaßt, da diese Resonanz sehr gut bestimmt ist. Wie aus der Darstellung 4.9 ersichtlich, wird das  $\rho(770)$  und das  $f_2(1270)$  jeweils in seiner Breite zu einer niedrigeren Masse verschoben. Es ist klar in den Daten ersichtlich, daß dies einer der stärksten Zustände ist.

## Die erste Anregung des $\rho(770)$

Es existiert seit langem eine Diskussion über die erste Anregung des  $\rho(770)$  Mesons, wobei sich zwei Gruppen von Ergebnissen gebildet haben. Eine Gruppe, welche die Masse eher bei  $1300 \text{ MeV}/c^2$  sieht ([104, 100, 101], etc.) und eine Gruppe von Experimenten, die die Anregung eher bei  $1450 \text{ MeV}/c^2$  sieht ([105, 106, 107], etc.). Das untere  $\rho'$  wird u. a. im Zerfall in zwei Pionen gesehen, während das obere eher in  $K\bar{K}$  und  $4\pi$  Zerfällen gesehen wird. Der Test vieler Fitmodelle führte schließlich zu einer Favorisierung des  $\rho(1280)$ . Ein typischer Massen-Scan ist in Abb. 8.1 a) gezeigt, wobei eine Breite von  $310 \text{ MeV}/c^2$  verwendet wurde. Das Optimum des Massen-Scans liegt bei  $(1272 \pm 20) \text{ MeV}/c^2$  und geht mit einer Änderung des Likelihoods von 1330 einher. Auf die Breite des  $\rho(1280)$  ist man nicht empfindlich (s. Abb. 8.1 b)). Ein Grund dafür könnte der Beginn der  $\rho(1700)$  Resonanz bei ca.  $1500 \text{ MeV}/c^2$  sein. Daher wurde die PDG [46] Breite benutzt. Das angeregte  $\rho'$  kommt zusammen mit der  $(\pi^0\pi^0)$ -S Welle und ist auch als leichte Andeutung in dem Goldhaberplot 4.9 zu sehen. Der Bahndrehimpuls zwischen dem  $\rho'$  und der  $(\pi^0\pi^0)$ -S Welle ist beim Anfangszustand  ${}^3S_1$  gleich null, bzw. bei  ${}^1P_1$  gleich eins. Somit ist im letzten Fall die Zerfallsmöglichkeit wieder durch die Drehimpulsbarriere unterdrückt.

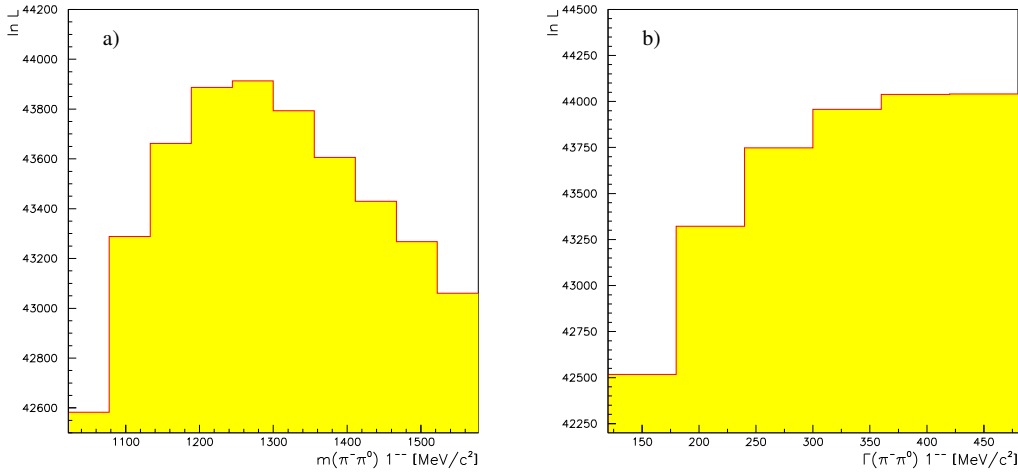


Abbildung 8.1: Massen- und Breitenscan des angeregten  $\rho'$  mit Quantenzahlen  $1^{--}$ . Eine Anregung bei  $1280 \text{ MeV}/c^2$  ist deutlich zu sehen ( $\Delta \ln \mathcal{L} = 1330$ ), aber keine bei  $1450 \text{ MeV}/c^2$ . Der Breitenscan zeigt, daß keine hohe Sensivität auf die Breite vorhanden ist, weswegen eine Breite von  $310 \text{ MeV}/c^2$  verwendet wird, wie sie das PDG [46] angibt.

### Das Vektormeson $a_1(1260)$

Das  $a_1(1260)$  ist seit langem bekannt, wurde in vielen Reaktionen gesehen und trotzdem sind die gemessenen Massen und Breiten der verschiedenen Experimente sehr unterschiedlich. Vor allem die Breite ist sehr unsicher und im PDG [46] mit einer Variation von  $250 \text{ MeV}/c^2$  bis  $600 \text{ MeV}/c^2$  angegeben. Massen- und Breiten-Scans wurden in unterschiedlichen Fitmodellen vorgenommen. Das  $a_1(1260)$  kann in diesem Kanal in verschiedenen Zerfallsmoden vorkommen, nämlich in  $\rho^- \pi^0$  und in  $(\pi^0 \pi^0)_S \pi^{0/-}$ , wobei letzterer Zerfall gegenüber dem in  $\rho^- \pi^0$  stark unterdrückt ist. Abbildung 8.2 zeigt einen Massen- und Breitenscan, der jeweils nur den Zerfall in  $\rho(770)^- \pi^0$  berücksichtigt. Bei dem Massenscan wurde eine Breite von  $453 \text{ MeV}/c^2$  angenommen und bei dem Breitenscan eine Masse von  $1230 \text{ MeV}/c^2$ . Der Massenscan optimiert bei einer Masse von  $1180 \text{ MeV}/c^2$ , mit einer Änderung des Likelihoods  $\Delta \ln \mathcal{L} = 477$  und der Breitenscan bei  $\Gamma = 380 \text{ MeV}/c^2$  mit  $\Delta \ln \mathcal{L} = 157$ . Die Masse und Breite des  $a_1(1260)$  sind abhängig von den Parametern einer in der Masse höher liegenden  $1^{++}$  Resonanz. Diese wird später noch ausführlicher behandelt.

### Das Tensormeson $a_2(1320)$

Das Tensormeson  $a_2(1320)$  zerfällt mit einer Wahrscheinlichkeit von  $70,1 \%$  in  $\rho^- \pi^0$  [46]. Alle anderen Zerfälle des  $a_2(1320)$  können in dem untersuchten Endkanal nicht auftreten. Als Masse und Breite des  $a_2(1320)$  wurden  $m = 1318 \text{ MeV}/c^2$  und  $\Gamma = 107 \text{ MeV}/c^2$  verwendet, sodaß in den Fitmodellen nur die Stärke und Phasen angepaßt wurden. Das  $a_2(1320)$  ist seit über 30 Jahren bekannt und damit sehr gut untersucht, was eine tiefere Untersuchung in dieser Arbeit nicht notwendig erscheinen läßt.

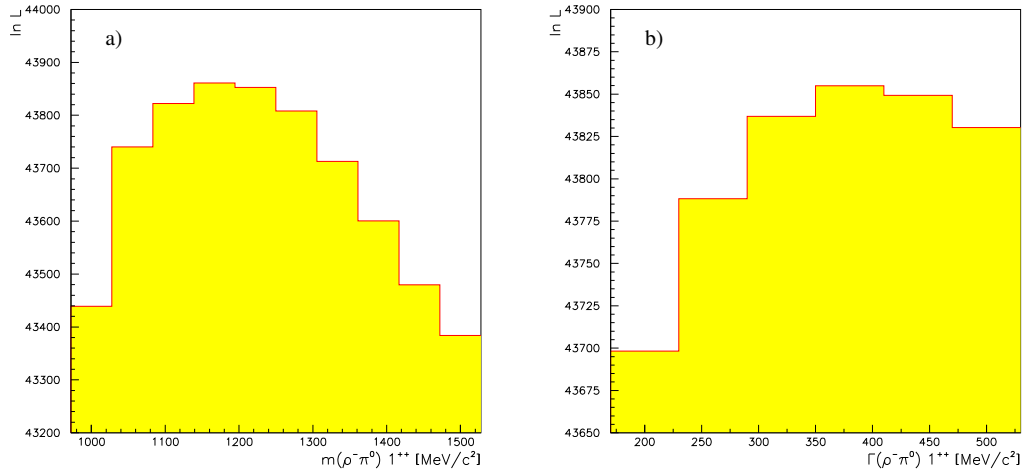


Abbildung 8.2: Massen- und Breitenscan des  $a_1(1260)$ . Abb. a) zeigt einen Massenscan, der mit einer Änderung von  $\Delta \ln \mathcal{L} = 477$  bei  $1180 \text{ MeV}/c^2$  optimiert, wobei eine Breite des  $a_1(1260)$  von  $453 \text{ MeV}/c^2$  angenommen wurde. b) Der Breitenscan zeigt ein Optimum bei  $380 \text{ MeV}/c^2$  bei einer Änderung des Likelihoods von 157.

## Der Pseudoskalar $\pi(1300)$

Die Ermittlung der Daten dieses Mesons gestaltet sich als schwierig. Das PDG zitiert Massen im Bereich von  $1100\text{-}1400 \text{ MeV}/c^2$  und Breiten von  $200\text{-}600 \text{ MeV}/c^2$  verschiedener Experimente. Die hohe experimentell ermittelte Breite von ca.  $600 \text{ MeV}/c^2$  [70] kann vielleicht damit erklärt werden, daß zu dem Zeitpunkt der Veröffentlichung (1981) [70] die Existenz eines  $\pi(1800)$  nicht bekannt war. Zusätzlich zu der schlecht bestimmten Masse und Breite, ist das Verzweigungsverhältnis des  $\pi(1300)$  in  $\Gamma(\pi(\pi\pi)_S)/\Gamma(\rho\pi)$  widersprüchlich. Eine Crystal-Barrel Arbeit findet für dieses Verhältnis eine obere Grenze von  $< 0,15$  [71], während z.B. in [72] ein Verhältnis von 2,12 angegeben wird. Unterschiede zwischen diesen Arbeiten gibt es in dem Produktionsmechanismus, der im Falle der Crystal-Barrel Daten die Annihilation  $\bar{p}d \rightarrow \pi^- 4\pi^0 p$  war. Im zweiten Falle handelte es sich um Pion induzierte Reaktionen. Eine weitere Differenz zwischen den beiden Datenanalysen liegt in der unterschiedlichen Parametrisierung der  $(\pi\pi)$ -S Welle, die einen entscheidenden Einfluß auf das Verzweigungsverhältnis hat.

Das  $\pi(1300)$  kann in diesem Endkanal in zwei Zerfällen nachgewiesen werden, nämlich  $\pi(1300)^- \rightarrow \rho(770)^- \pi^0$  und  $\pi(1300)^{0/-} \rightarrow (\pi^0 \pi^0)_S \pi^{0/-}$ . Diese beiden Zerfälle werden jeweils als eine Amplitude behandelt, wobei bei dem Zerfall in die  $(\pi^0 \pi^0)$ -S Welle ein negatives Vorzeichen bei der Symmetrisierung zwischen der neutralen und der geladenen Kombination auftritt, wie weiter oben erklärt wurde.

Abbildung 8.3 zeigt den Massenscan des  $\pi(1300)$  in dem Zerfall  $\rho^- \pi^0$ . In dem zugrunde liegenden Fitmodell war kein  $\pi(1800)$  enthalten. Die Breite des  $\pi(1300)$  betrug  $\Gamma = 350 \text{ MeV}/c^2$ , was sich in vorherigen Anpassungen, die ein  $\pi(1800)$  enthielten, als vernünftiger Wert herauskristallisiert hat. Die Änderung des Likelihoods in Abb. 8.3 beträgt  $\Delta \ln \mathcal{L} = 499$  und das Optimum der Masse des  $\pi(1300)$  liegt bei  $1313 \text{ MeV}/c^2$ .

Der Anstieg des Likelihood zum Ende des Phasenraums hin läßt auf die Anwesenheit eines höher liegenden Pseudoskalars schließen.

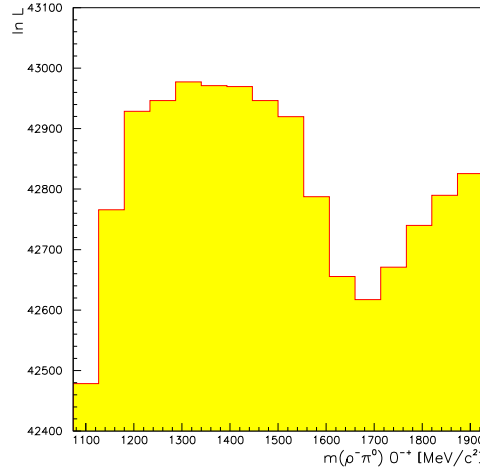


Abbildung 8.3: Der Massenscan des  $\pi(1300)$  optimiert bei  $1313 \text{ MeV}/c^2$  mit einer Änderung des Likelihoods von  $\Delta \ln \mathcal{L} = 499$ . Es wurde eine Breite von  $350 \text{ MeV}/c^2$  angenommen, was sich als mittlerer Wert verschiedener Anpassungen mit unterschiedlichen Modellen ergeben hat. In dieser Anpassung war kein  $\pi(1800)$  vorhanden und es wurde nur der Zerfall in  $\rho(770)^-\pi^0$  berücksichtigt. Der Anstieg des Likelihoods am Ende des Phasenraumes könnte auf einen Pseudoskalar mit höherer Masse hindeuten.

## Der Pseudotensor $\pi_2(1670)$

Dieses Meson kann in drei wichtigen Zerfallsmoden gesehen werden:  $\pi_2(1670)^- \rightarrow \rho(770)^-\pi^0$  und  $\pi_2(1670)^{0/-} \rightarrow (\pi^0\pi^0)_S\pi^{0/-}$ ,  $f_2(1270)\pi^{0/-}$ . Der Zerfall in das angeregte  $\rho(1450)$  ist prinzipiell auch möglich, es existiert allerdings laut PDG eine sehr geringes Verzweungsverhältnis von  $3,6 \cdot 10^{-3}$ . In dem minimalen Fitmodell wird erst einmal nur der Zerfall in  $f_2(1270)\pi^{0/-}$  betrachtet, da dieser das stärkste Verzweungsverhältnis hat. Man beachte, daß auch hier wieder ein negatives Vorzeichen in der symmetrisierten Amplitude im Zerfall in  $f_2(1270)\pi^{0/-}$  und  $(\pi^0\pi^0)_S\pi^{0/-}$  vorkommt.

### 8.2.2 Das Minimalmodell

Die letzten Abschnitte behandelten alle wohl bekannten Mesonen, deren Massen und Breiten nun in ein erstes Fitmodell einfließen. Tabelle 8.4 gibt einen Überblick über die verwendeten Mesonen mit den jeweiligen Daten und die Stärken und Phasen der entsprechenden Amplituden. In einem ersten Versuch wird nur der Anfangszustand  $^3S_1$  betrachtet. Tabelle 8.4 enthält den absoluten Wert des Likelihoods und die Summe aller Intensitäten, was ein Maß dafür ist, ob die Amplituden positiv oder negativ miteinander interferieren. Interferieren sie positiv, ist  $\Sigma\alpha^2$  kleiner als eins, bei negativer Interferenz größer eins. Die Normierung ist so gewählt, daß die Summe der Beiträge

der Anfangszustände plus den hier frei angepaßten phasenraumverteilten Untergrund immer 100 Prozent ergibt. Die Fehler der angepaßten Parameter sind die MINUIT [33] Standardfehler, die aus der Standard Fehlerellipse heraus berechnet werden. Die Spalte mit „L“ bzw. „S“ gibt den Drehimpuls zwischen den beiden Resonanzen oder den Drehimpuls im Zerfall an, der Spin bezieht sich immer auf den Gesamtspin der beteiligten Teilchen.

Da der Likelihood zwar größer wird, wenn sich das theoretische Modell verbessert, aber kein absolutes Maß für die Güte der Anpassung ist, lohnt ein Vergleich der Daten mit den mit dem Modell gefalteten Monte Carlo Daten. Dazu werden die vier invarianten Massenspektren und auch der Goldhaber- und Pseudodalitzplot miteinander verglichen. Schließlich sollte ein perfektes Modell keinen Unterschied zwischen den Daten und dem Fit zeigen. In allen Vergleichen der invarianten Massen zwischen Daten und Fit, werden die Daten als rote und der Fit als blaue Kurven dargestellt. Eine Darstellung mit Fehlerbalken macht wenig Sinn, da diese aufgrund der hohen Statistik zu klein sind, um vernünftig dargestellt werden zu können. Die Spektren für das Minimalmodell sind in Abb. 8.4 zu sehen. Die Abweichungen zwischen Daten (rot) und Fit (blau) sind noch erheblich, gleich welche Massenkombination betrachtet wird. Insbesondere das  $\pi^- \pi^0 \pi^0$  Massenspektrum zeigt, daß in dem Fitmodell bei ca. 1500 MeV/c<sup>2</sup> noch einiges fehlt. Den gleichen Eindruck gewinnt man, wenn man den Goldhaber- und den Dalitzplot der Daten und des Fits miteinander vergleicht, siehe Abb. 8.5.



$\ln \mathcal{L} = 38304$	$\bar{p}n$ -Zustand /	L	S	Beitrag $c$ /	Phase $\phi$ [°]
$\sum \alpha^2(^3S_1) = 0,82$	Zerfall			Intens. $\alpha^2$ [%]	
Meson: $m$ [MeV/ $c^2$ ] $\Gamma$ [MeV/ $c^2$ ]	$^3S_1(1^-) \rightarrow$			<b><math>87,6 \pm 5,3</math></b>	
$\rho(770)$ : $m = 769,3$ $\Gamma = 150,7$	$\rho(770)^- + (\pi^0\pi^0)_S$	0	1	$14,2 \pm 1,6$	0 (fest)
$\rho(1280)$ : $m = 1280$ $\Gamma = 310$	$\rho(770)^- + f_2(1270)$	0	1	$18,8 \pm 2,1$	$301 \pm 1$
$a_1(1260)$ : $m = 1230$ $\Gamma = 380$	$\rho(1280)^- + (\pi^0\pi^0)_S$	0	1	$26,7 \pm 2,8$	$0 \pm 1$
$a_2(1320)$ : $m = 1318$ $\Gamma = 107$	$a_1(1260)^- + \pi^0$	0	1		
$f_2(1270)$ : $m = 1275$ $\Gamma = 185$	$\hookrightarrow \rho(770)^- \pi^0$	0	1	$8,4 \pm 0,9$	$133 \pm 1$
$\pi(1300)$ : $m = 1375$ $\Gamma = 350$	$a_2(1320)^- + \pi^0$	2	2		
$\pi_2(1670)$ : $m = 1670$ $\Gamma = 260$	$\hookrightarrow \rho(770)^- \pi^0$	2	1	$5,9 \pm 0,9$	$342 \pm 1$
	$\pi(1300)^- + \pi^0$	1	0		
	$\hookrightarrow \rho(770)^- \pi^0$	1	1	$6,7 \pm 0,8$	$163 \pm 1$
	$\pi_2(1670)^{0/-} + \pi^{-/0}$	1	2		
	$\hookrightarrow f_2(1270)\pi^{0/-}$	0	2	$0,9 \pm 0,1$	$15 \pm 51$
	<b>Untergrund <math>b</math></b>			<b><math>(12,4 \pm 1,6)\%</math></b>	

Tabelle 8.4: Fit-Ergebnisse des Minimalmodells. Die linke Tabelle zeigt den Likelihoodwert, die Summe über alle Intensitäten  $\Sigma\alpha^2(^3S_1)$  des Anfangszustandes  $^3S_1$  die andeutet, daß die Amplituden positiv interferieren, und die verwendeten Massen und Breiten der Resonanzen. Die Intensitäten und Phasen der einzelnen Amplituden sind in der rechten Tabelle angegeben. Die Fehler resultieren aus den Standard-Ellipsen Fehler, den MINUIT ausgibt. Der Untergrund ist phasenraumverteilt und inkohärent. Die Normierung ist so gewählt, daß die Summe der Beiträge aller Anfangszustände plus dem Untergrund immer gleich hundert Prozent ist.

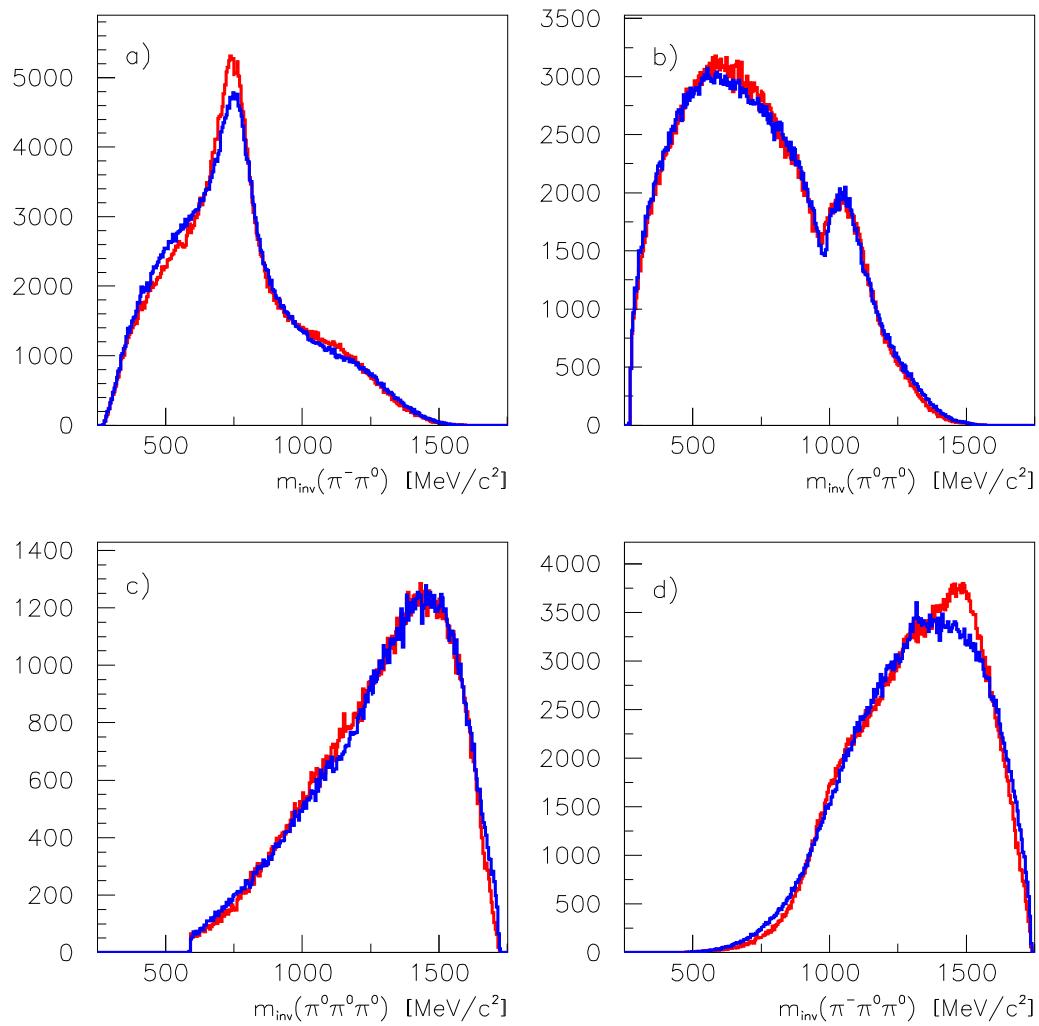


Abbildung 8.4: Invariante Massenspektren der Daten (rot) und des Fits (blau). Die Abweichungen sind eklatant, insbesondere im  $\pi^- \pi^0 \pi^0$ -Spektrum bei ca. 1500  $\text{MeV}/c^2$ , was andeutet, daß noch einige  $\rho^- \pi^0$  Zustände nicht im Modell vorhanden sind.

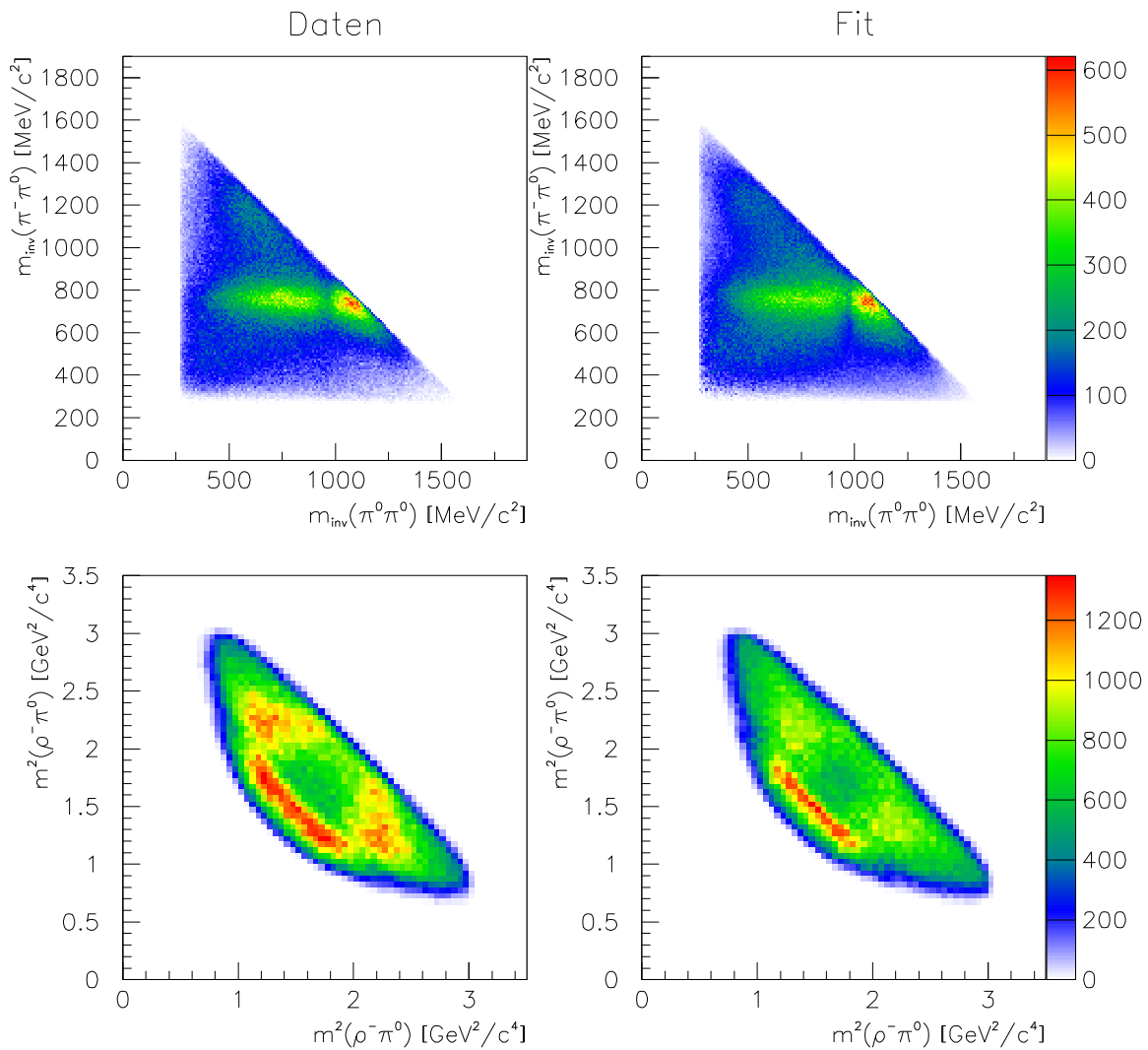


Abbildung 8.5: Goldhaber- (oben) und Dalitzplot (unten) der Daten (links) und des Fits (rechts). Die Abweichung sind besonders stark bei ca. 2,2 - 2,5  $\text{GeV}^2/c^4$ . Dies ist der Bereich, in dem die interessanten  $\rho^- \pi^0$  Resonanzen zu erwarten sind, und es zeigt sich, daß das Minimalmodell in dieser Hinsicht alles andere als vollständig ist.

### 8.2.3 Die Hinzunahme der P–Welle

Durch die Beschränkung des Spectator Impulses des Protons wird die zu erwartende Stärke der P–Welle des  $\bar{p}n$ –Systems zwar verringert, trotzdem ist die P–Welle nicht vernachlässigbar. Zwar wird schon aus Tab. 8.2 deutlich, daß die meisten Amplituden aus dem  $^1P_1$ –Anfangszustand mit einem höheren Drehimpuls kommen und somit aufgrund der Drehimpulsbarriere unterdrückt sein werden, doch sind einige Amplituden niedrig genug in der Masse, sodaß trotzdem eine entsprechende Intensität zu erwarten ist. Zusätzlich werden noch 10 weitere Amplituden eingeführt, womit sich der Likelihood um  $\Delta \ln \mathcal{L} = 2144$  ändert. Umgerechnet auf die zusätzlichen 20 Parameter, bedeutet das eine Änderung von 107 pro Parameter.

Betrachtet man die Abb. 8.6, so zeigt sich eine kleine Verbesserung in allen Spektren zu Abb. 8.4, allerdings ist man noch weit entfernt von einer guten Beschreibung. Auffällig ist, daß das drei  $\pi^0$ –Spektrum sich scheinbar verschlechtert hat, was darauf hindeutet, daß eine oder mehrere Amplituden benutzt werden, um einen anderen Bereich des Phasenraumes zu verbessern, der sich aber in einer schlechteren Beschreibung des Spektrums c) ausdrückt. Der Pseudo–Dalitzplot in Abb. 8.7 hat sich im Bereich 2–3  $\text{GeV}^2/c^4$  deutlich verbessert. Auch der Goldhaberplot ist im  $\rho$ –Band etwas näher an den Daten, auch wenn der Unterschied recht gering ausfällt.

Amplituden, die einen Beitrag von Null haben, werden trotzdem in späteren Fitmodellen getestet. Nur eine Resonanz, das  $a_2(1700)$ , zeigte in keinem Fitmodell einen nennenswerten Beitrag. Der Untergrund hat sich im Gegensatz zum vorherigen Modell annähernd halbiert. Dies ist ein zusätzliches Indiz dafür, daß das Modell deutlich besser ist und die P–Welle einen entscheidenden Beitrag liefert.

Das Hinzunehmen von Zerfällen mit höheren Drehimpulsen zwischen der Resonanz und dem Spectator Teilchen ( $\rho(770)^+(\pi^0\pi^0)_S$  und  $\rho(1280)^-(\pi^0\pi^0)_S$ ), verbessern den Fit im  $\pi^0\pi^0$  Spektrum 8.6 b) nur unwesentlich im Vergleich zu 8.4 b). Der insgesamt noch nicht befriedigende Fit führte zu einer näheren Untersuchung höherer Anregungen der bisher bekannten Resonanzen, wie z.B. eine erste Anregung des  $a_1$ – und eine zweite Anregung des  $\pi$ –Mesons und auch zur Suche nach exotischen Zuständen.

$\ln \mathcal{L}$ = 40448	$\bar{p}n$ -Zustand /	L	S	Beitrag c /	Phase $\phi$ [°]
$\sum \alpha^2(^3S_1) = 0,77$	Zerfall			Intens. $\alpha^2$ [%]	
$\sum \alpha^2(^1P_1) = 0,91$					
Meson: $m$ [MeV/c <sup>2</sup> ] $\Gamma$ [MeV/c <sup>2</sup> ]	$^3S_1(1^-) \rightarrow$			<b>83,8 ± 0,8</b>	
$\rho(770): m = 769,3$ $\Gamma = 150,7$	$\rho(770)^- + (\pi^0\pi^0)_S$	0	1	18,2 ± 0,3	0 (fest)
$\rho(1280): m = 1280$ $\Gamma = 310$	$\rho(770)^- + (\pi^0\pi^0)_S$	2	1	1,5 ± 0,1	16 ± 2
$a_1(1260): m = 1230$ $\Gamma = 380$	$\rho(770)^- + f_2(1270)$	0	1	21,9 ± 0,3	315 ± 1
$a_2(1320): m = 1318$ $\Gamma = 107$	$\rho(1280)^- + (\pi^0\pi^0)_S$	0	1	18,3 ± 0,4	353 ± 1
$a_2(1700): m = 1620$ $\Gamma = 280$	$\rho(1280)^- + (\pi^0\pi^0)_S$	2	1	1,5 ± 0,1	232 ± 1
$f_2(1270): m = 1275$ $\Gamma = 185$	$a_1(1260) + \pi$	0	1		
$\pi(1300): m = 1375$ $\Gamma = 350$	$\hookrightarrow \rho(770)^- \pi^0$	0	1	5,7 ± 0,1	152 ± 1
$\pi_2(1670): m = 1670$ $\Gamma = 260$	$\hookrightarrow (\pi^0\pi^0)_S \pi^{0/-}$	1	0	0,5 ± 0,1	282 ± 2
	$a_2(1320)^- + \pi^0$	2	2		
	$\hookrightarrow \rho(770)^- \pi^0$	2	1	5,2 ± 0,2	358 ± 1
	$a_2(1700)^- + \pi^0$	2	2		
	$\hookrightarrow \rho(770)^- \pi^0$	2	1	0,0 ± 0,0	-
	$\pi(1300) + \pi$	1	0		
	$\hookrightarrow \rho(770)^- \pi^0$	1	1	2,9 ± 0,1	178 ± 1
	$\hookrightarrow (\pi^0\pi^0)_S \pi^{0/-}$	0	0	0,8 ± 0,1	212 ± 1
	$\pi_2(1670)^{0/-} + \pi^{-/0}$	1	2		
	$\hookrightarrow f_2(1270) \pi^{0/-}$	0	2	0,5 ± 0,04	135 ± 3
	$\hookrightarrow \rho(770)^- \pi^0$	1	1	0,4 ± 0,03	45 ± 2
	$^1P_1(1^+) \rightarrow$			<b>9,4 ± 0,3</b>	
	$\rho(770)^- + (\pi^0\pi^0)_S$	1	1	6,9 ± 0,3	269 ± 3
	$\rho(770)^- + f_2(1270)$	1	1	0,0 ± 0,0	-
	$a_1(1260)^- + \pi^0$	1	1		
	$\hookrightarrow \rho(770)^- \pi^0$	0	1	2,2 ± 0,1	331 (fest)
	$a_2(1320)^- + \pi^0$	1	2		
	$\hookrightarrow \rho(770)^- \pi^0$	2	1	0,0 ± 0,0	-
	<b>Untergrund b</b>			<b>(6,9 ± 0,2)%</b>	

Tabelle 8.5: Die Hinzunahme des  $^1P_1$ -Anfangszustandes und ein paar anderer Amplituden (insgesamt 10 zusätzlich zum ersten Minimalmodell) bringen eine Änderung des Likelihoodwertes  $\Delta \ln \mathcal{L} = 2144$ , was einer Änderung von 107 pro Parameter entspricht. Dies zeigt eine starke Verbesserung im Likelihood. Auch der Untergrund hat sich fast halbiert.

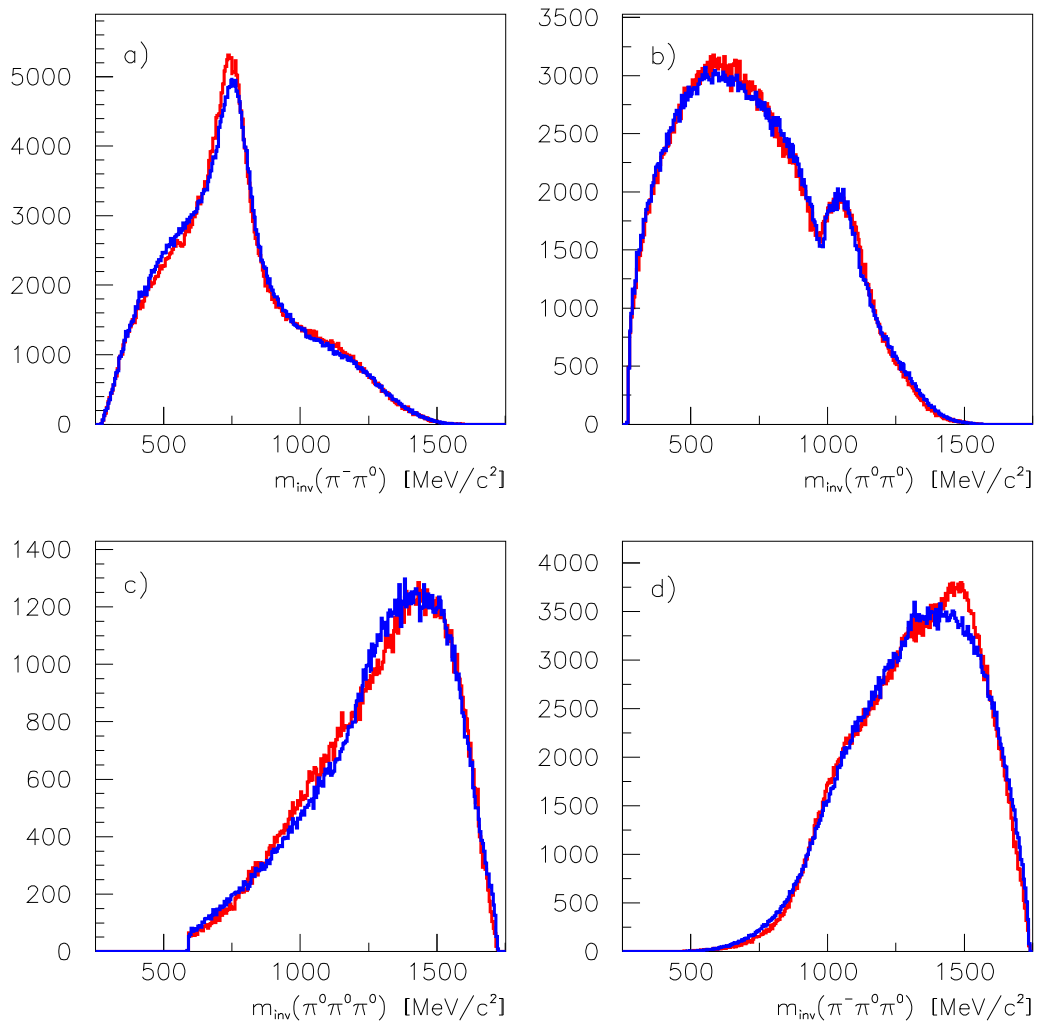


Abbildung 8.6: Die Einführung der P-Welle und Amplituden mit höheren Bahndrehimpuls zwischen der Resonanz und dem Spectator verbessert zwar den Fit, aber der Bereich um 1500  $\text{MeV}/c^2$  im  $\pi^- \pi^0 \pi^0$ -Spektrum bleibt weiterhin schlecht beschrieben. Das drei  $\pi^0$ -Spektrum ist eher schlechter geworden.

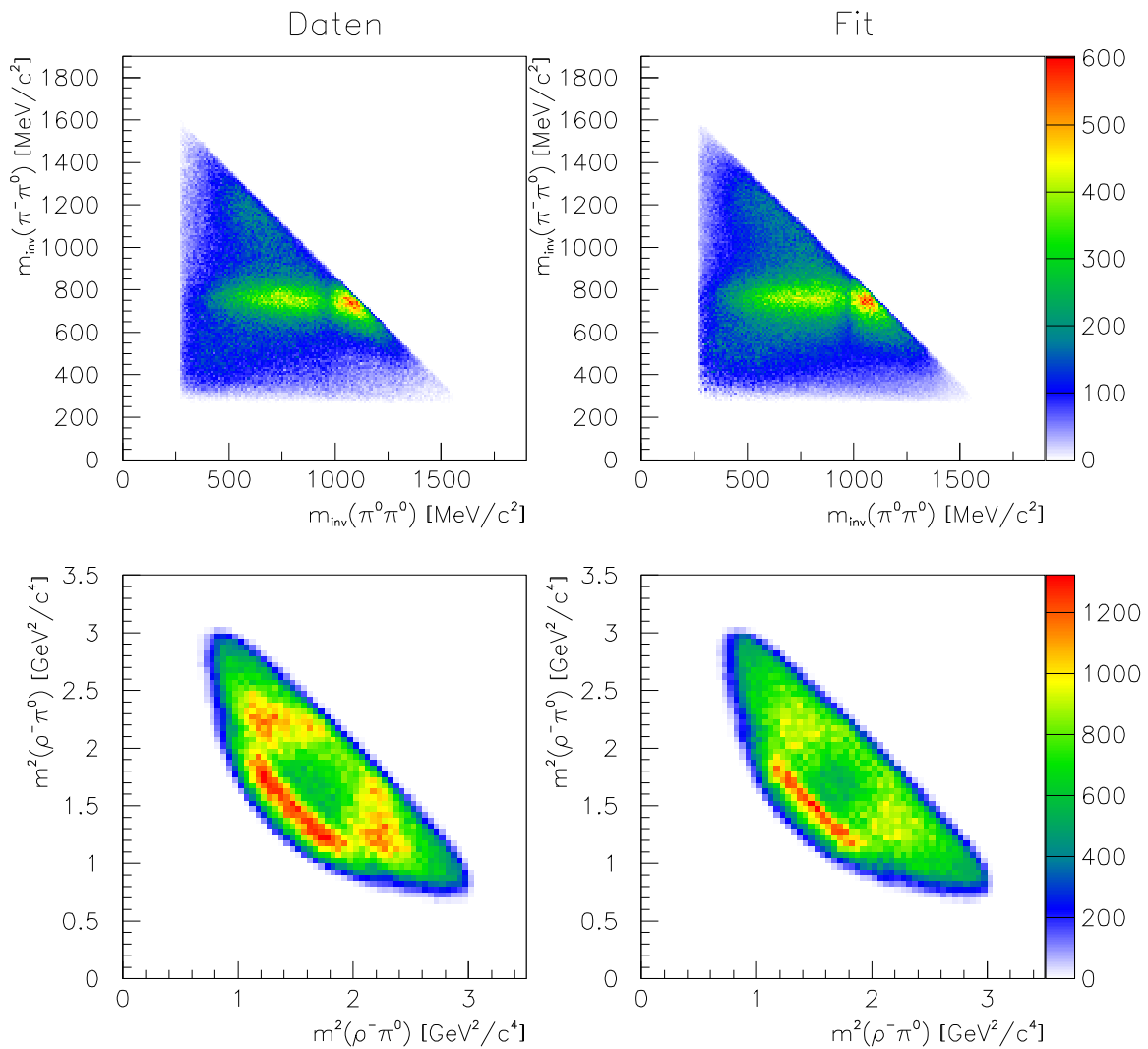


Abbildung 8.7: Nach Einführung der P-Welle gleichen sowohl der Goldhaber- als auch der Dalitzplot sich den Daten besser an als bei dem ersten Minimalmodell. Trotzdem sind die Unterschiede noch sehr groß, vor allem im interessanten  $2,2\text{-}2,4 \text{ GeV}^2/c^4$   $\rho\pi$  Band des Dalitzplots.

### 8.2.4 Die Einführung radial angeregter und „exotischer“ Resonanzen

Wie im vorherigen Kapitel deutlich wurde, reichen die wohlbekannteren Resonanzen  $\rho(770)$ ,  $(\pi^0 \pi^0)_S$ ,  $\rho(1280)$ ,  $a_1(1260)$ ,  $a_2(1320)$ ,  $f_2(1270)$ ,  $\pi(1300)$  und  $\pi_2(1670)$  nicht aus, um die Daten, vor allem im Bereich  $1500 \text{ MeV}/c^2$  des  $\rho^- \pi^0$ -Spektrums, vollständig zu beschreiben. Daher ist es naheliegend, nach  $\rho(770)\pi$  Resonanzen mit entsprechender Masse zu suchen. In Frage kommen dabei eine erste Anregung des  $a_1$  und eine weitere Anregung des  $\pi$ -Mesons, sowie das exotische  $\pi_1(1400)$  bzw.  $\pi_1(1600)$ .

#### Die $J^{PC} = 1^{++}$ Resonanzen höherer Masse

Die experimentelle Situation der ersten Anregung des  $a_1$  ist völlig unklar. Gesehen wurden Zerfälle eines  $a_1(1650)$  in  $\rho(770)\pi$  mit  $L = 2$  und  $\Gamma = 400 \text{ MeV}/c^2$  [77], wobei der gleiche Zerfall in [75] gesehen wurde, allerdings war die Masse des  $a_1$  in diesem Fall bei  $1700 \text{ MeV}/c^2$ . Ebenfalls bei  $1650 \text{ MeV}/c^2$  sieht die VES Gruppe [78] einen starken Zerfall einer  $1^{++}$  Resonanz in die  $\rho\pi$ -D Welle und einen kleineren Beitrag in der  $\rho\pi$ -S Welle und  $\sigma\pi$ -P Welle, wobei die Ergebnisse von der Behandlung des Deck Effekts abhängen. Weitere Experimente, ohne Anspruch auf Vollständigkeit, sehen eine  $1^{++}$  Resonanz nahe  $1700 \text{ MeV}/c^2$  die in  $3\pi$  bzw.  $f_1(1285)\pi$  zerfallen [73, 76]. Neuere Evidenzen stammen aus zwei Analysen von Crystal-Barrel Daten  $\bar{p}p \rightarrow 4\pi^0$  bei einem Impuls von  $1940 \text{ MeV}/c$  und  $\bar{p}p \rightarrow \omega\pi^+\pi^-\pi^0$  [74, 92]. Dort wurde eine  $1^{++}$  Resonanz bei ca.  $m \approx 1650 \text{ MeV}/c^2$  und  $\Gamma \approx 300 \text{ MeV}/c^2$  in den Zerfällen in  $f_2(1270)\pi$  und  $\sigma\pi$ , bzw.  $\omega\rho$  und  $b_1\pi$  gesehen. In der vorliegenden Arbeit ist man in der glücklichen Lage, nicht nur diese Zerfälle, sondern auch noch die Zerfälle in die  $\rho\pi$ -S- und -D Welle und den Zerfall in ein angeregtes  $\rho$  beobachten zu können.

Das Ergebnis vieler Massen- und Breitenscans mit unterschiedlichen Zerfallsmoden ist, daß es ein starkes Indiz für zwei Resonanzen mit Quantenzahlen  $1^{++}$  neben dem  $a_1(1260)$  gibt. Eine, mit relativ niedriger Masse von  $1550 \text{ MeV}/c^2$  und  $\Gamma = 390$  und eine zweite bei ca.  $1900 \text{ MeV}/c^2$  und einer angenommenen Breite von  $300 \text{ MeV}/c^2$ . Unterstützt wird diese These durch die Zerfallsmoden. Das  $a_1(1550)$  zerfällt hauptsächlich in  $\rho\pi$ -S Welle, während das  $a_1(1850)$  hauptsächlich in  $\rho(1280)\pi$  und  $\rho(770)\pi$ -D Welle zerfällt. Die Existenz zweier Anregungen in diesem Bereich erklärt auch die unklare experimentelle Situation. Die Resonanzparameter der oberen  $1^{++}$  Resonanz festzunageln ist schwierig, da diese schon außerhalb des Phasenraumes liegt. Abb. 8.8 zeigt zwei Massenscans einer  $1^{++}$ -Resonanz von  $1400 - 1950 \text{ MeV}/c^2$  mit einer festen Breite  $\Gamma = 300 \text{ MeV}/c^2$ . Auf der linken Seite sind nur die Zerfälle in  $\rho\pi$ -S- und -D Welle zugelassen, während auf der rechten Seite nur der Zerfall in ein angeregtes  $\rho(1280)$  zugelassen war. Die optimale Masse liegt in Abb. 8.8 a) bei ca.  $1560 \text{ MeV}/c^2$  und  $\Delta \ln \mathcal{L} = 290$ . Eine höhere Masse dieses  $a_1$  erhält man, wenn die Masse des  $\rho'$  nicht bei  $1280 \text{ MeV}/c^2$ , sondern bei  $14xx \text{ MeV}/c^2$  gewählt wird. Da der Fit mit einem  $\rho'$  bei  $14xx$  aber deutlich schlechter ist (s. Abb. 8.1 a)), wurde dieser Weg nicht weiter verfolgt.

Eine Andeutung einer zweiten  $1^{++}$  Resonanz bei  $1900 \text{ MeV}/c^2$  ist nur sehr schwach vorhanden. Dies ist in Abb. 8.8 b) gänzlich anders. Hier ist die Änderung des Likelihoods für das  $a_1(1550)$  nur ca. 60, während der Likelihood zum Rand des Phasen-



raumes sich um ca. 85 ändert. Führt man einen Massenscan durch, bei dem die drei Zerfallsmoden in  $\rho\pi$ -S-,  $\rho\pi$ -D Welle und  $\rho(1280)\pi$  berücksichtigt werden, erhält man Abb. 8.9 a). Der Breitenscan des  $a_1$  mit einer Masse von  $1550 \text{ MeV}/c^2$  ist in Abb. 8.9 b) dargestellt. Das Optimum liegt bei  $390 \text{ MeV}/c^2$ , wobei der Likelihood aufgrund der Überlagerung der beiden  $a_1$  Resonanzen nicht wieder stark nach unten geht. Daß beide  $1^{++}$  Resonanzen unabhängig voneinander in den Daten enthalten sind, zeigen die beiden Spektren 8.10 a) und b). Hier wurde jeweils ein  $a_1$  festgehalten und das andere gescannt. Die gescannten Resonanzen erzeugen beide einen deutlichen Sprung im Likelihood.

Es wurde auch ein  $K$ -Matrix Fit mit zwei, bzw. drei  $1^{++}$  Resonanzen versucht. Leider war die Konvergenz des Fits sehr schlecht, sodaß das Ergebnis nach ca. 3 wöchiger Rechenzeit nicht brauchbar war. Das Problem der Parametrisierung mit der  $K$ -Matrix liegt in der großen Zahl neuer Parameter. Schließlich hat man pro Amplitude 4 Parameter, die neu angepaßt werden müssen (Intensität, Phase, Masse und Breite). Ein Scannen der Parameter ist nicht möglich, da man bei drei Amplituden sechs Parameter, die zur Neuberechnung der Gewichte führen, gleichzeitig scannen müßte. Dies sprengt aber die technischen Möglichkeiten vollständig und ist der Grund, warum die Anpassung trotz leichter Überlappung der Resonanzen mithilfe von Breit-Wigner Amplituden geschehen ist.

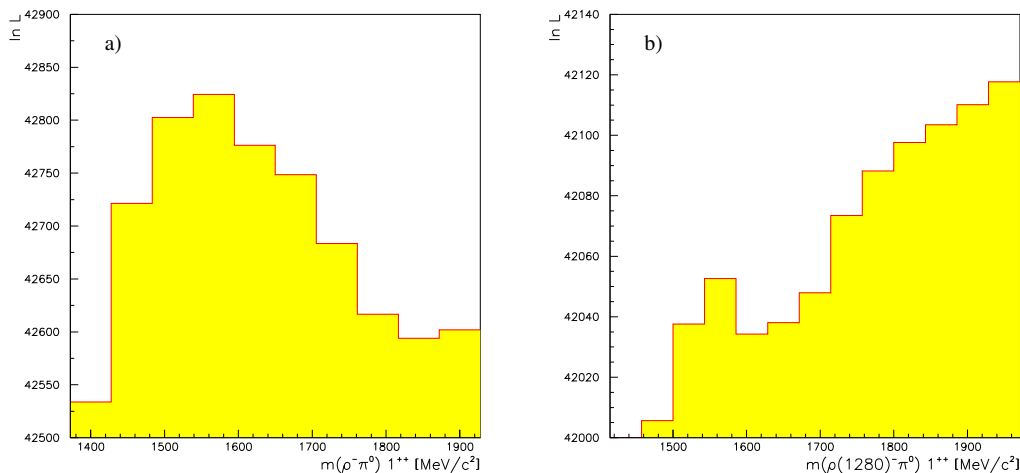


Abbildung 8.8: a) Massenscan einer  $1^{++}$ -Resonanz mit den Zerfallsmoden in  $\rho\pi$ -S- und -D Welle. Das Massenoptimum liegt bei  $1560 \text{ MeV}/c^2$  und die Änderung des Likelihoods beträgt  $\Delta \ln \mathcal{L} = 290$ . Die Andeutung einer weiteren  $1^{++}$  Resonanz bei  $1900 \text{ MeV}/c^2$  ist nur sehr schwach. b) Massenscan, der nur den Zerfall in  $\rho(1280)\pi$  berücksichtigt. Bei  $1550 \text{ MeV}/c^2$  ändert sich der Likelihood um 60 und zum Rand des Phasenraumes hin, steigt der Likelihood um 85 an.

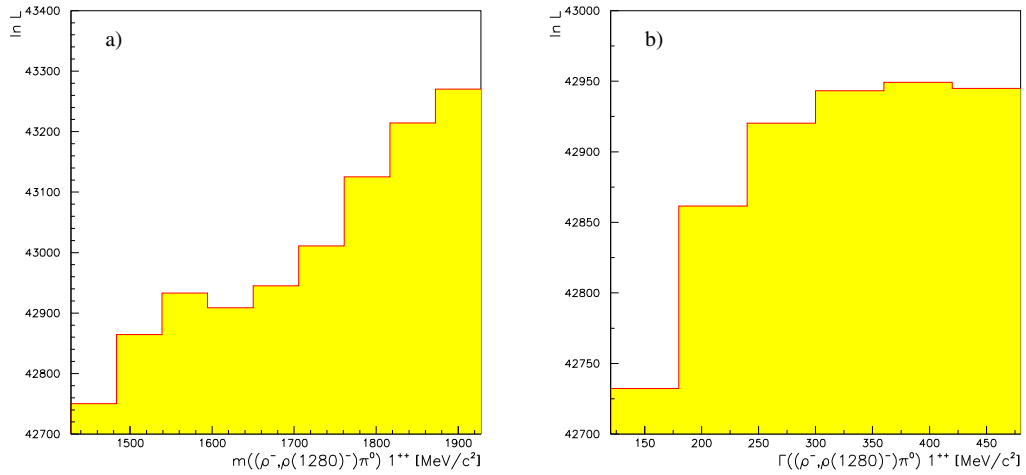


Abbildung 8.9: a)  $1^{++}$  Massenscan, mit Berücksichtigung der drei Zerfallsmoden  $\rho\pi$ -D- und -S Welle und  $\rho(1280)\pi$ . b) Breitenscan des  $a_1(1550)$ , mit  $\Delta \ln \mathcal{L} = 210$  und einem Maximum bei 390 MeV/c<sup>2</sup>. Der Likelihood wird bei großer Breite des  $a_1(1550)$  nicht sehr viel kleiner, da dort die nächste  $1^{++}$  Resonanz beginnt.

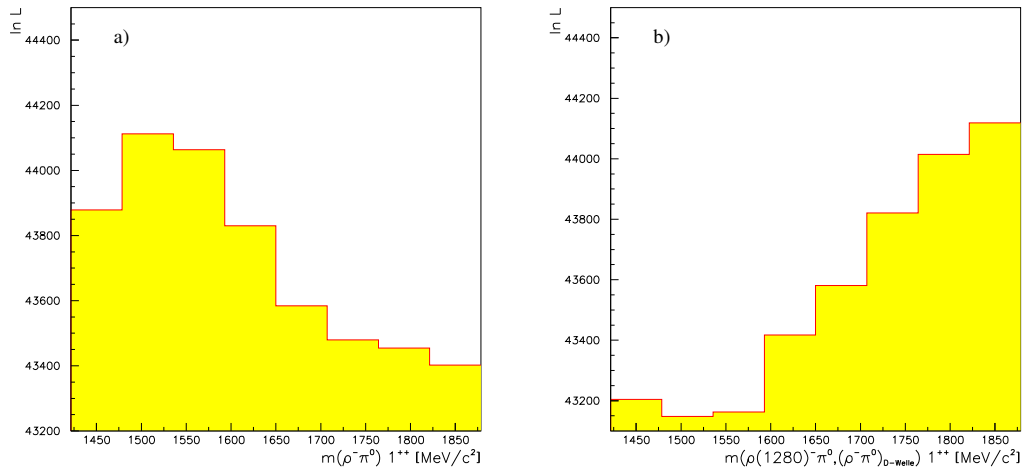


Abbildung 8.10: a)  $1^{++}$  Massenscan, mit Berücksichtigung der zwei Zerfallsmoden  $\rho\pi$ -D- und -S Welle und festgehaltenem  $a_1(1850)$ . b)  $1^{++}$  Massenscan, mit Berücksichtigung der Zerfallsmoden  $\rho\pi$ -D Welle und  $\rho(1280)\pi$  und festgehaltenem  $a_1(1550)$ . Die beiden Spektren bestätigen die Existenz der jeweils gesuchten  $1^{++}$  Resonanz durch eine starke Änderung des Likelihoods.

## Der Pseudoskalar $\pi(1800)$

Ein Blick ins PDG zeigt zwei Anhäufungen von Massen des  $\pi(1800)$ , s. Abb. 8.11 [46]. Eine Gruppe von Experimenten sieht den Pseudoskalar eher bei 1770 MeV/c<sup>2</sup> und die andere bei 1850 MeV/c<sup>2</sup>. Das  $\pi(1770)$  wurde hauptsächlich in den Zerfällen in die  $(\pi\pi)$ -S Welle gesehen, bzw. in Teile dieser und im Zerfall in  $\omega\rho$ . Das  $\pi(1850)$  scheint eher in  $a_0(980)\eta$  und  $\eta\eta'\pi$  zu zerfallen. In [80] werden zwei  $\pi(1800)$  gesehen. Eines, das bei einer Masse von 1774 MeV/c<sup>2</sup> in  $f_0(980)\pi$  zerfällt, und eines mit Masse 1863 MeV/c<sup>2</sup> zerfallend in  $\sigma\pi$ . Dies kann drei Gründe haben. Erstens könnte die Interferenz mit dem darunter liegenden  $\pi(1300)$  zur Aufspaltung führen; zweitens könnte es ein Artefakt zusammenhängend mit der Parametrisierung des  $\sigma$  sein oder drittens, es gibt wirklich zwei Resonanzen in diesem Bereich. In der gleichen Arbeit wurde auch nur ein sehr kleiner Beitrag  $\pi(1800) \rightarrow \rho\pi$  gesehen.

In dieser Arbeit können die Zerfälle in  $(\pi^0\pi^0)_{S,D}\pi^{0/-}$ ,  $\rho'^-\pi^0$  und  $\rho(770)^-\pi^0$  untersucht werden. Allerdings liegt das  $\pi(1800)$  schon leicht außerhalb des Phasenraumes, was dafür sorgt, daß das  $\pi(1800)$  nicht in seiner vollen Breite beobachtet werden kann. Zwei Massenscans zeigt Abb. 8.12. Die linke Seite (a) stellt den Scan einer  $0^{-+}$  Resonanz dar, die in  $(\pi^0\pi^0)_{S}\pi^{0/-}$  zerfällt; auf der rechten Seite (b) liegt die optimale Masse bei 1780 MeV/c<sup>2</sup>, die mit einer Änderung des Likelihoods von  $\Delta \ln \mathcal{L} = 480$  einher geht. In Abb. 8.12 b) sind nur die Zerfälle  $0^{-+} \rightarrow \rho(770)^-\pi^0$ ,  $\rho(1280)^-\pi^0$  berücksichtigt. Ein Breiten-Scan optimierte bei 180 MeV/c<sup>2</sup>. Allerdings ist diese Breite aufgrund der Nähe zur Phasenraumgrenze mit einem großen Fehler behaftet, weswegen für die Massenscans die PDG [46] Breite  $\Gamma = 210$  MeV/c<sup>2</sup> verwendet wurde.

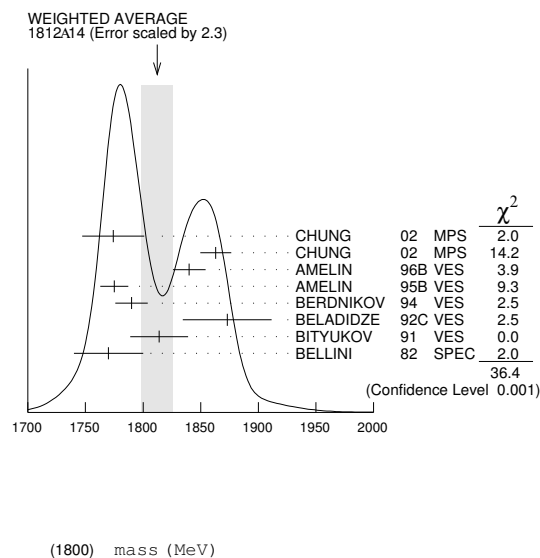


Abbildung 8.11: Die Grafik aus dem PDG [46] verdeutlicht sehr gut, daß man die Ergebnisse der verschiedenen Experimente in zwei Gruppen einteilen kann. Eine Gruppe sieht einen Pseudoskalar um die 1770 MeV/c<sup>2</sup>, die andere bei 1850 MeV/c<sup>2</sup>.

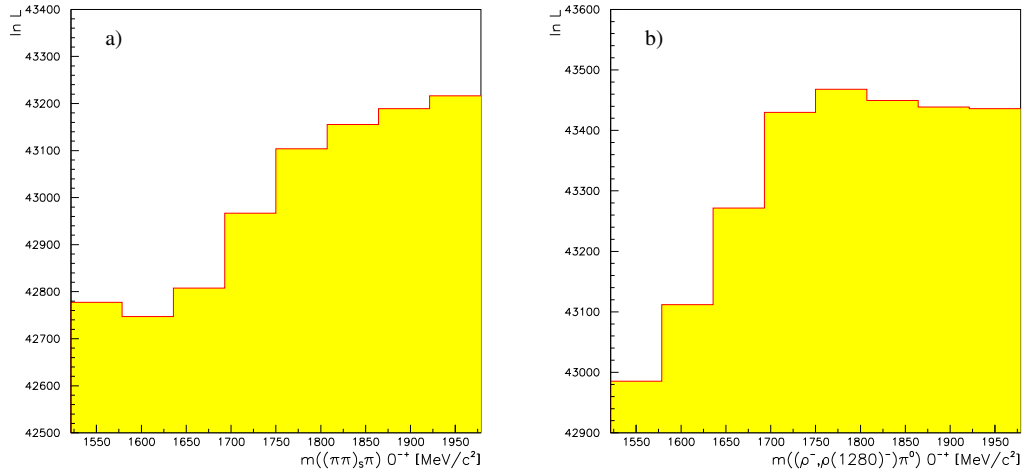


Abbildung 8.12: a) Scan eines Pseudoskalars der in  $(\pi\pi)_S\pi$  zerfällt. Es gibt kein klares Maximum in der Likelihood-Verteilung. b) Scan nur mit Zerfall in  $\rho(770)\pi$  und  $\rho(1280)\pi$ , mit deutlichem Maximum im Likelihood bei  $1780 \text{ MeV}/c^2$  und  $\Delta \ln \mathcal{L} = 480$ .

### Das exotische Meson mit $J^{PC} = 1^{-+}$

Das Hauptziel dieser Arbeit war es, den Zerfall des exotischen Mesons  $\pi_1(1400)$  in  $\rho\pi$  nachzuweisen oder auszuschließen. Das  $\pi_1(1400)$  wurde bisher hauptsächlich im Zerfall  $\eta\pi$  ( $-P$  Welle) von verschiedenen Experimenten und damit auch in verschiedenen Produktionsmechanismen gesehen:

- Crystal Barrel:  $\bar{p}n \rightarrow \eta\pi^-\pi^0$  [3],  $\bar{p}n \rightarrow \eta\pi^-\pi^0$  [81],  $\bar{p}p \rightarrow \pi^0\pi^0\eta$  [82]
- BNL:  $\pi^-p \rightarrow \eta\pi^-p$  bei  $18 \text{ GeV}/c$  [83, 84]
- VES:  $\pi^-N \rightarrow \eta\pi^-N$  bei  $37 \text{ GeV}/c$  [87]
- GAMS:  $\pi^-p \rightarrow \eta\pi^0n$  bei  $100 \text{ GeV}/c$  [88], später von 2 Autoren widerrufen in [89]

Eine neuere Analyse der VES-Daten konnte die resonante Struktur der  $(\eta\pi^-)$ - $P$  Welle nicht eindeutig bestätigen [90], sondern es gelang die Beschreibung der vorhandenen  $(\eta\pi^-)$ - $P$  Wellenstruktur mit einem nichtresonanten Untergrund. Der Hauptunterschied zwischen einem Fit mit der Hypothese einer Resonanz und der mit Untergrund, ist die im letzteren Falle nicht vorhandene schnelle Phasenbewegung. Die Phasenbewegung ist allerdings eines der Kriterien für das Vorhandensein einer Resonanz.

Ähnliches gilt für eine neue Analyse der BNL Daten,  $\pi^-p \rightarrow \eta\pi^0n$  bei  $18 \text{ GeV}/c$ . Hier wurde ausführlich die Phasenbewegung der  $(\eta\pi^0)$ - $P$  Wellenstruktur bei  $1400 \text{ MeV}/c^2$  untersucht. Die Phasenbewegung ging nicht über  $90^\circ$  hinaus und die Existenz eines exotischen Mesons wird nicht bestätigt, sondern die Struktur als  $\eta\pi$  Streuung bezeichnet [85, 86]. Es gibt auch eine theoretische Möglichkeit diese Resonanz als Interferenz zwischen einem Deck Untergrund und der exotischen Resonanz bei  $1,6 \text{ GeV}/c^2$  zu erklären [97].

Somit bleiben nur die o.g. bisherigen Ergebnisse der Crystal-Barrel Analysen, die klar ein exotisches Meson bei  $1400 \text{ MeV}/c^2$  benötigen und auch die Phasenbewegung nachweisen können.

Gänzlich verschieden stellt sich die Situation für das  $\pi_1(1600)$  dar. Dieses wurde klar in vielen Reaktionen und Zerfällen gesehen. Crystal-Barrel sieht ein  $\pi_1(1600)$  im  $\eta'\pi$  System [91] und im  $b_1\pi$  Zerfall in der Antiproton-Proton Annihilation [92]. In der  $\pi N$  Produktion wurden die Zerfälle in  $\rho(770)\pi$  [93, 80] und  $\eta'\pi$  [84] von BNL gesehen. VES sieht das  $1^{-+}$  Exotic bei  $1.6 \text{ GeV}/c^2$  in  $\eta'\pi, b_1\pi$  und  $\rho\pi$  [95, 90], wobei der Zerfall in  $\rho\pi$  in einer anderen Analyse nicht eindeutig bestätigt wurde [96].

Betrachtet man noch einmal die Tabelle 8.2, so fällt sofort ins Auge, daß in diesem Zerfallskanal das  $1^{-+}$  Meson der einzige Zustand ist, der aus dem  $^1P_1$  Anfangszustand mit  $L = 0$  zwischen dem Exotic und dem Zuschauer Pion kommt. Dies ist nicht nur eine hochselektive Regel, sondern dieser Zustand ist auch vom Standpunkt der Drehimpulsbarriere her gesehen, der Günstigste für den Zerfall des  $\bar{p}n$ -Systems aus dem  $^1P_1$  Anfangszustand.

Diese Analyse findet ein exotisches Meson bei  $1450 \text{ MeV}/c^2$  mit einer relativ hohen Breite  $\Gamma = 440 \text{ MeV}/c^2$ , siehe Massen- und Breitenscans in Abb. 8.13. Prinzipiell wäre es möglich, daß die hohe Breite durch die Überlagerung zweier exotischer  $\rho\pi$ -P Wellen bei  $1400$  und  $1600 \text{ MeV}/c^2$  zustande kommt. Dies konnte durch einen Fit mit einer  $K$ -Matrix mit zwei Polen, bzw. zweier Breit-Wigner Amplituden nicht bestätigt werden, da sich die Parameter Masse und Breite nicht bestimmen ließen, und die Änderung des Likelihoods nicht signifikant war. Auch ein Massenscan mit der Breite  $\Gamma = 150 \text{ MeV}/c^2$  zeigte keine Resonanz bei  $1600 \text{ MeV}/c^2$  (Abb. 8.13 c)). Genauso Massenscans, bei dem eine exotische Amplitude bei  $1400 \text{ MeV}/c^2$ , mit  $\Gamma = 310 \text{ MeV}/c^2$ , festgehalten und die Masse einer zweiten exotischen Resonanz mit verschiedenen Breiten gescant wurde.

Eine andere Erklärung für die exotische Resonanz könnte mit dem Bahndrehimpuls  $L = 1$  zwischen dem  $\rho(770)$  und der  $(\pi^0\pi^0)$ -S Welle im  $^1P_1$  Anfangszustand zusammenhängen. Durch den Blatt-Weißkopf Dämpfungsfaktor könnte der  $\rho(770)^-\pi^0$  Peak im Falle einer starken  $\rho(770)^- \times (\pi^0\pi^0)_S$  Amplitude geschmälert werden, was dem Fit eine exotische Resonanz vortäuschen könnte. Um dies auszuschließen wurde eine Anpassung nur mit der exotischen Amplitude, eine nur mit der  $\rho(770)^- \times (\pi^0\pi^0)_S$  Amplitude und eine, wie im Endmodell Tab. 8.7 gezeigt, mit beiden Amplituden durchgeführt. Das Ergebnis ist, daß der Likelihood eines Fits ohne exotische Amplitude deutlich schlechter ist, und die Intensität der  $\rho(770)^- \times (\pi^0\pi^0)_S$  Amplitude nicht nennenswert durch Hinzufügen oder Weglassen der exotischen Amplitude beeinflusst werden kann. Damit ist das Vortäuschen einer exotischen Resonanz durch oben erklärte Schmälerung des  $\rho(770)^-\pi^0$  Peaks ausgeschlossen.

Die Funktion des  $\pi_1$  als Untergrund-Absorber wurde durch einen Fit mit einer  $1 \text{ GeV}/c^2$  breiten exotischen Amplitude geprüft. In diesen Anpassungen wurde versucht, durch Festhalten des zusätzlichen inkohärenten Untergrundes bei kleinen Intensitäten den Fit dazu zu zwingen, einen möglichen nicht phasenraumverteilten Untergrund durch die  $1 \text{ GeV}/c^2$  breite exotische Amplitude zu beschreiben. Dies führte allerdings immer zu schlechteren Likelihoodwerten als z. B. das Fitmodell Tab. 8.7, was eine Erklärung des  $\pi_1$  als Verwechslung mit einem nicht phasenraumverteilten Untergrund unwahrscheinlich macht.

Final-State Interactions zwischen dem  $\rho(770)^-$  und dem  $\pi^0$  könnten ebenfalls zu einer exotischen Amplitude führen. Um dies auszuschließen wurden nach Vorschlag von [98] Anpassungen mit einer  $1 \text{ GeV}/c^2$  breiten  $1^{-+}$  Amplitude und einem zusätzlichen exotischen Meson bei  $1450 \text{ MeV}/c^2$  mit  $\Gamma = 310 \text{ MeV}/c^2$  durchgeführt, was den Likelihoodwert nicht verbesserte. Auch ein Scan der Masse und Breite des zusätzlichen exotischen Mesons brachte keine signifikante Verbesserung des Likelihoods. Damit kommt eine Final-State Interaction als Erklärung der exotischen Struktur bei  $1450 \text{ MeV}/c^2$  praktisch nicht in Frage.

Abb. 8.13 d) zeigt nochmals einen Massenscan des  $\pi_1$  mit einer Breite von  $310 \text{ MeV}/c^2$ . Hier wurden für das angeregte  $\rho$  eine Masse von  $1400 \text{ MeV}/c^2$  und das angeregte  $a_1(1640)$  eine Masse von  $1640 \text{ MeV}/c^2$  verwendet. Der Likelihood ist rund  $1550$  niedriger als bei den anderen Scans, was zeigt, daß dieses Modell deutlich schlechter ist. Allerdings ist in diesem Fall eine leichte Erhöhung des Likelihoods bei  $1625 \text{ MeV}/c^2$  zu sehen. Da der Likelihood aber dramatisch schlechter ist, stellt dieses Modell keine Alternative dar.

Ein Fit mit und ohne  $\pi_1$  zeigt in den invarianten Massenspektren und auch in den zweidimensionalen Darstellungen keine großen Unterschiede, da die Intensität vergleichsweise gering ist. In Abb. C.3 ist die Differenz des Dalitzplots der Daten und zweier Fitmodelle, eines ohne und eines mit  $\pi_1$  gezeigt. Nach längerer Betrachtung ist ein kleiner Unterschied an der Stelle des Dalitzplots vorhanden, wo man die Hauptintensität eines  $\pi_1(1450)$  erwarten würde (vgl. Abb. D.15). Diese Stelle ist durch jeweils einen Pfeil in der Abb. C.3 markiert und zeigt, daß die Beschreibung mit  $\pi_1$  in dieser Region des Dalitzplots besser ist als ohne.

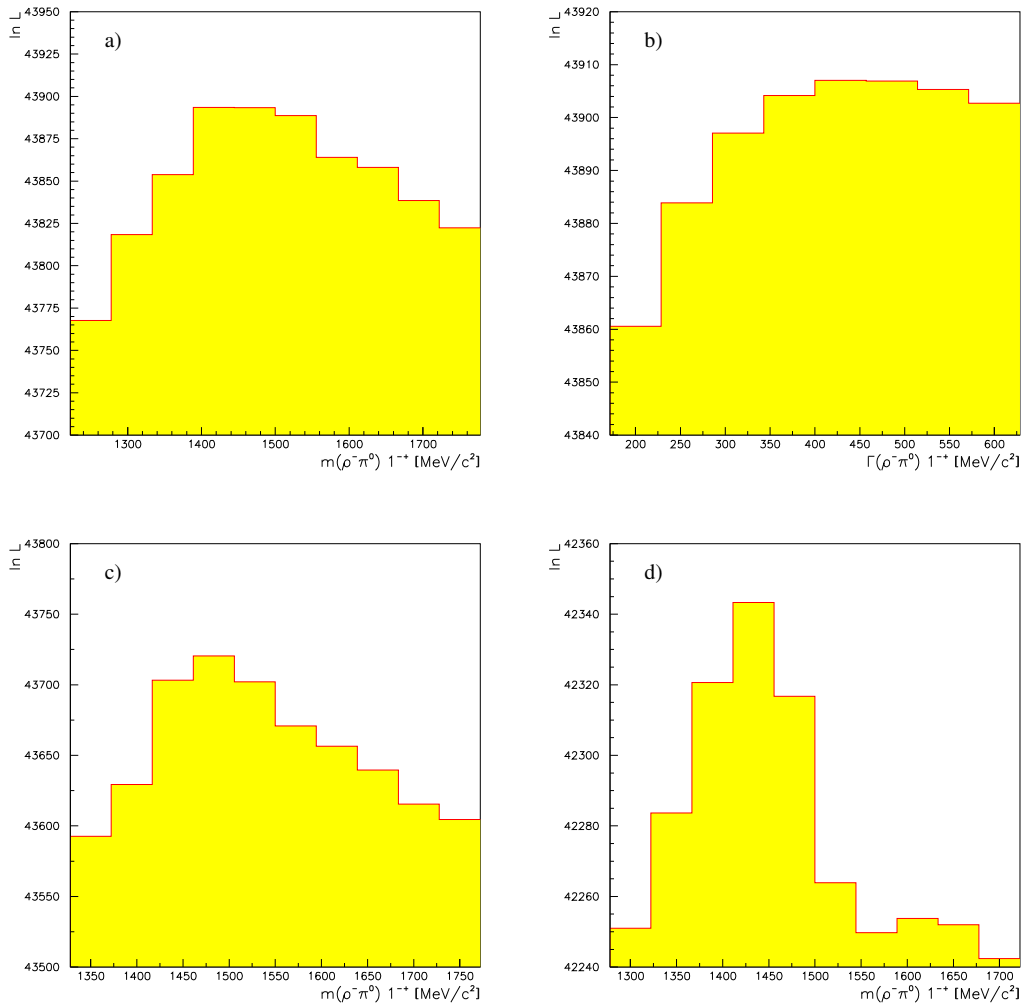


Abbildung 8.13: a) Massen-Scan des  $1^{--}$  mit einer Breite von  $442 \text{ MeV}/c^2$ . Die Änderung des Likelihood beträgt  $\Delta \ln \mathcal{L} = 126$  bei einer optimalen Masse von  $1440 \text{ MeV}/c^2$ . b) Breiten-Scan mit Masse  $1450 \text{ MeV}/c^2$ . Die Breite optimiert bei  $429 \text{ MeV}/c^2$ , mit  $\Delta \ln \mathcal{L} = 47$ . c) Massen-Scan mit  $\Gamma = 150 \text{ MeV}/c^2$  und  $\Delta \ln \mathcal{L} = 128$  bei einer optimalen Masse von  $1480 \text{ MeV}/c^2$ . d) Ein Massen-Scan mit  $\Gamma = 310 \text{ MeV}/c^2$  und den Massen  $1400 \text{ MeV}/c^2$  für das  $\rho'$  und  $1640 \text{ MeV}/c^2$  für das angeregte  $a_1$ . Der Likelihood macht zwar einen Sprung um 100 bei einer Masse von  $1430 \text{ MeV}/c^2$ , aber der absolute Likelihoodwert ist um ca. 1550 schlechter als bei den anderen Fitmodellen. Daher ist die kleine Erhöhung des Likelihoods bei  $1625 \text{ MeV}/c^2$  keine Evidenz für ein  $\pi_1(1600)$ . Dieses Fitmodell wurde auch mit zwei exotischen Resonanzen bei  $1400$  und  $1600 \text{ MeV}/c^2$  getestet, brachte aber keine zu verwertende Verbesserung.

### 8.2.5 Ein vollständiges Fitmodell

Tabelle 8.7 zeigt ein Fitmodell mit den in diesem Abschnitt behandelten zusätzlichen Amplituden. Die Likelihood Differenz zum vorigen Fitmodell (s. Tab. 8.5) beträgt 3844, bei einer Vermehrung der Amplituden von 17 auf 22. Dies sind 10 Parameter mehr und entspricht damit eine Änderung des Likelihoods von 384 pro Parameter. Der Untergrund liegt nunmehr bei 4,5 %.

Der Vergleich zwischen Daten und Fit der projizierten invarianten Massenspektren Abb. 8.14 zeigt nur noch kleine Abweichungen. Im Spektrum a) ist am Anstieg der Kennlinie des  $\rho(770)$ -Mesons noch eine leichte Differenz zu sehen. Die angedeutete Doppelstruktur des  $\rho$  in den Daten kann der Fit nicht nachvollziehen. Dies könnte an der Unschärfe der Begrenzung des Phasenraumes des Endkanals aufgrund der Impulsverteilung des Spectator-Protons liegen. Das  $\pi^0 \pi^0$ - bzw.  $\pi^0 \pi^0 \pi^0$ -Spektrum ist nahezu perfekt angepaßt und es gibt nur noch minimale Abweichungen. Im Spektrum d) gibt es noch geringfügig mehr in den Daten bei ca. 1500 MeV/c<sup>2</sup> als im Fit.

Der Goldhaber- und Dalitzplot 8.15 oben und unten, zeigt hingegen kaum noch Unterschiede. Gleiches gilt für die restlichen 2-dimensionalen Darstellungen, die sich im Anhang befinden (s. Abschnitt C.1).

Interessant ist nun noch zu sehen, was passiert, wenn der Impuls des Zuschauerprotons geändert wird. Wie in Abschnitt 2.1.2 erklärt, ändert sich das  $P/S$ -Verhältnis der  $\bar{p}n$ -Annihilation bei Veränderung des Impulses des Zuschauerprotons. Der Schnitt in die Impulsverteilung des Protons auf  $80 < p < 160$  MeV/c führte zu einer Anhebung der  $P$ -Welle von 8,9% auf 10,9% und erfüllt damit die Erwartungen (näheres hierzu s. Abschnitt C.3). Dies ist ein weiterer Hinweis auf die Güte der vorgestellten Anpassung.

Tabelle 8.6 gibt einen Überblick über die erhaltenen Resonanzparameter Masse und Breite. Die angegebenen Fehler resultieren aus der Anwendung verschiedener Fitmodelle und damit den sich ergebenden Unsicherheiten in Masse und Breite. Sie sind mehr als obere und untere Grenzen zu verstehen, während der MINUIT und der statistische Fehler in der Größenordnung  $1 \cdot 10^{-3}$  liegen.

Resonanz	Masse [MeV/c <sup>2</sup> ]	Breite [MeV/c <sup>2</sup> ]
$\rho(1280)$	$1280 \pm 20$	$350^{+100}_{-50}$
$a_1(1260)$	$1180^{+40}_{-20}$	$400 \pm 70$
$a_1(1550)$	$1550 \pm 70$	$350 \pm 50$
$a_1(1850)$	$1850 \pm 100$	k.A.
$\pi(1300)$	$1313^{+100}_{-20}$	$350^{+350}_{-50}$
$\pi(1800)$	$1800^{+30}_{-10}$	$200^{+100}_{-20}$
$\pi_1(1450)$	$1450^{+20}_{-60}$	$400 \pm 50$

Tabelle 8.6: Massen und Breiten verschiedener Resonanzen, erhalten aus diversen Likelihood Scans. Die Fehler geben die erhaltenen oberen und unteren Grenzen in verschiedenen Fitmodellen an.



$\ln \mathcal{L} = 44292$	$\bar{p}n$ -Zustand /	L	S	Beitrag c /	Phase $\phi$ [°]
$\sum \alpha^2(^3S_1) = 0,87$	Zerfall			Intens. $\alpha^2$ [%]	
$\sum \alpha^2(^1P_1) = 0,11$	$^3S_1(1^-) \rightarrow$			<b>86,6 ± 2,3</b>	
Meson: $m$ [MeV/c <sup>2</sup> ] $\Gamma$ [MeV/c <sup>2</sup> ]	$\rho(770)^- + (\pi^0\pi^0)_S$	0	1	10,6 ± 0,4	0 (fest)
$\rho(770)$ : $m = 769,3$ $\Gamma = 150,7$	$\rho(770)^- + f_2(1270)$	0	1	13,5 ± 0,4	296 ± 1
$\rho(1280)$ : $m = 1280$ $\Gamma = 310$	$\rho(770)^- + f_2(1270)$	2	2	1,1 ± 0,09	149 ± 2
$a_1(1260)$ : $m = 1230$ $\Gamma = 380$	$\rho(1280)^- + (\pi^0\pi^0)_S$	0	1	11,5 ± 0,3	312 ± 1
$a_1(1550)$ : $m = 1550$ $\Gamma = 300$	$a_1(1260)$ $\hookrightarrow \rho(770)^- \pi^0$	0	1		
$a_1(1850)$ : $m = 1850$ $\Gamma = 300$	$\hookrightarrow \rho(770)^- \pi^0$	0	1	3,4 ± 0,1	179 ± 1
$a_2(1320)$ : $m = 1318$ $\Gamma = 107$	$a_1(1550)$ $\hookrightarrow \rho(770)^- \pi^0$	0	1		
$f_2(1270)$ : $m = 1275$ $\Gamma = 185$	$\hookrightarrow \rho(770)^- \pi^0$	0	1	9,1 ± 0,2	144 ± 1
$\pi(1300)$ : $m = 1375$ $\Gamma = 350$	$\hookrightarrow \rho(770)^- \pi^0$	2	1	2,9 ± 0,09	131 ± 1
$\pi(1800)$ : $m = 1800$ $\Gamma = 210$	$a_1(1850)$ $\hookrightarrow \rho(770)^- \pi^0$	0	1		
$\pi_1(1450)$ : $m = 1450$ $\Gamma = 442$	$\hookrightarrow \rho(770)^- \pi^0$	2	1	5,0 ± 0,2	348 ± 1
$\pi_2(1670)$ : $m = 1670$ $\Gamma = 260$	$\hookrightarrow \rho(1280)^- \pi^0$	0	1	9,2 ± 0,2	197 ± 1
	$a_2(1320)^-$ $\hookrightarrow \rho(770)^- \pi^0$	2	2		
	$\hookrightarrow \rho(770)^- \pi^0$	2	1	4,7 ± 0,2	352 ± 1
	$\pi(1300)$ $\hookrightarrow \rho(770)^- \pi^0$	1	0		
	$\hookrightarrow \rho(770)^- \pi^0$	1	1	2,6 ± 0,04	167 ± 1
	$\hookrightarrow (\pi^0\pi^0)_S \pi^{0/-}$	0	0	0,5 ± 0,1	206 ± 3
	$\pi(1800)$ $\hookrightarrow \rho(770)^- \pi^0$	1	0		
	$\hookrightarrow \rho(770)^- \pi^0$	1	1	4,8 ± 0,1	210 ± 1
	$\hookrightarrow \rho(1280)^- \pi^0$	1	1	3,0 ± 0,2	92 ± 1
	$\hookrightarrow (\pi^0\pi^0)_S \pi^{0/-}$	0	0	2,2 ± 0,1	275 ± 1
	$\pi_1(1450)$ $\hookrightarrow \rho(770)^- \pi^0$	1	1		
	$\hookrightarrow \rho(770)^- \pi^0$	1	1	0,1 ± 0,03	327 ± 3
	$\pi_2(1670)^{0/-}$ $\hookrightarrow f_2(1270)\pi^{0/-}$	1	2		
	$\hookrightarrow f_2(1270)\pi^{0/-}$	0	2	2,4 ± 0,1	25 ± 1
	$^1P_1(1^+) \rightarrow$			<b>8,9 ± 1,5</b>	
	$\rho(770)^- + (\pi^0\pi^0)_S$	1	1	0,3 ± 0,8	11 ± 48
	$\rho(770)^- + f_2(1270)$	1	1	1,7 ± 0,2	63 ± 3
	$a_1(1260)$ $\hookrightarrow \rho(770)^- \pi^0$	1	1		
	$\hookrightarrow \rho(770)^- \pi^0$	0	1	3,5 ± 0,2	331 (fest)
	$a_2(1320)^-$ $\hookrightarrow \rho(770)^- \pi^0$	1	2		
	$\hookrightarrow \rho(770)^- \pi^0$	2	1	0,5 ± 0,2	18 ± 12
	$\pi_1(1450)$ $\hookrightarrow \rho(770)^- \pi^0$	0	1		
	$\hookrightarrow \rho(770)^- \pi^0$	1	1	4,7 ± 0,8	104 ± 6
	<b>Untergrund b</b>			<b>(4,5 ± 0,3)%</b>	

Tabelle 8.7: Die Hinzunahme 5 zusätzlicher Amplituden (insgesamt 10 Parameter) bringen eine Änderung des Likelihoodwertes  $\Delta \ln \mathcal{L} = 3844$ , entsprechend einer Änderung von 384 pro Parameter. Der Untergrund beträgt nunmehr 4,5%. Die Summe aller Intensitäten des  $^3S_1$  Anfangszustandes beträgt  $\sum \alpha^2(^3S_1) = 0,87$ , die des  $^1P_1$  Anfangszustandes  $\sum \alpha^2(^1P_1) = 0,11$ , was zeigt, daß die Amplituden insgesamt nicht stark interferieren.

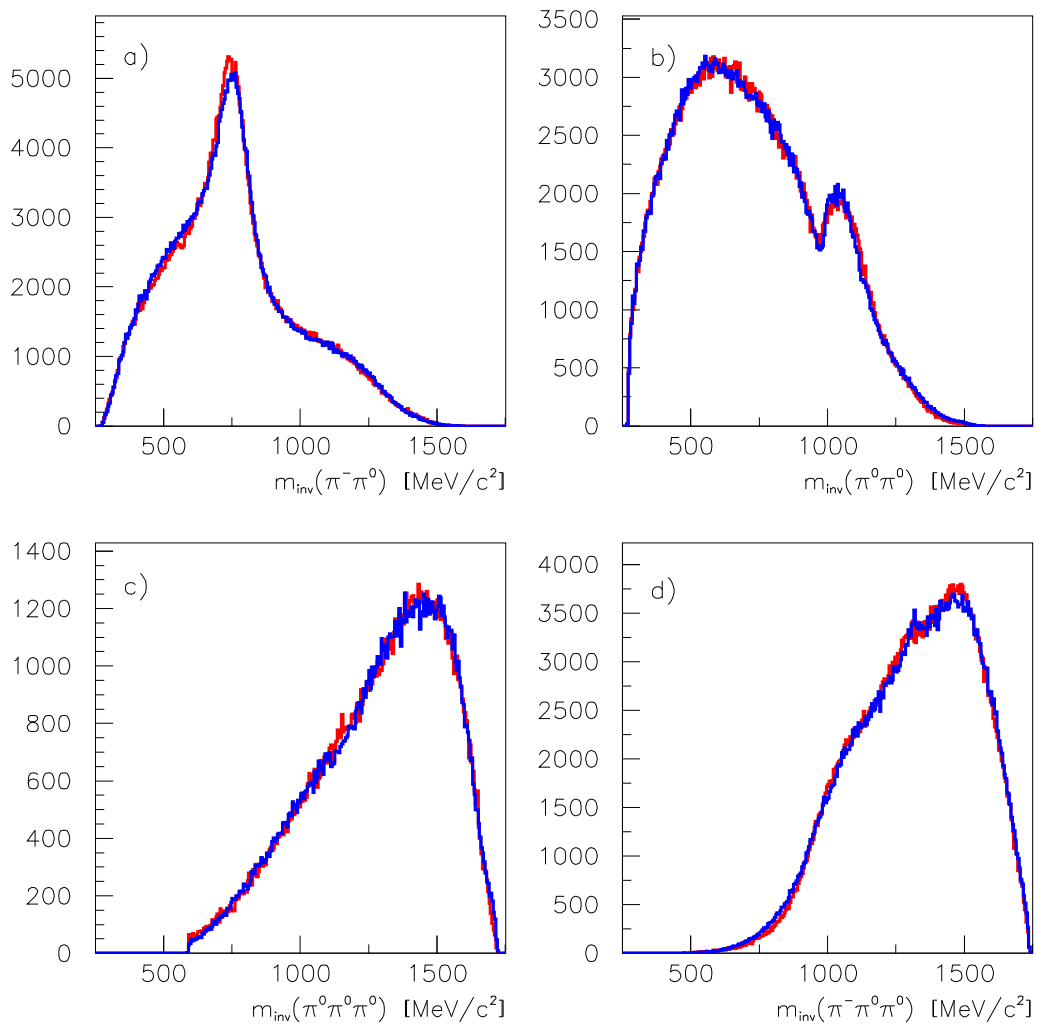


Abbildung 8.14: Inv. Massenspektren der Daten (rot) und des Fits (blau) des Endmodells.

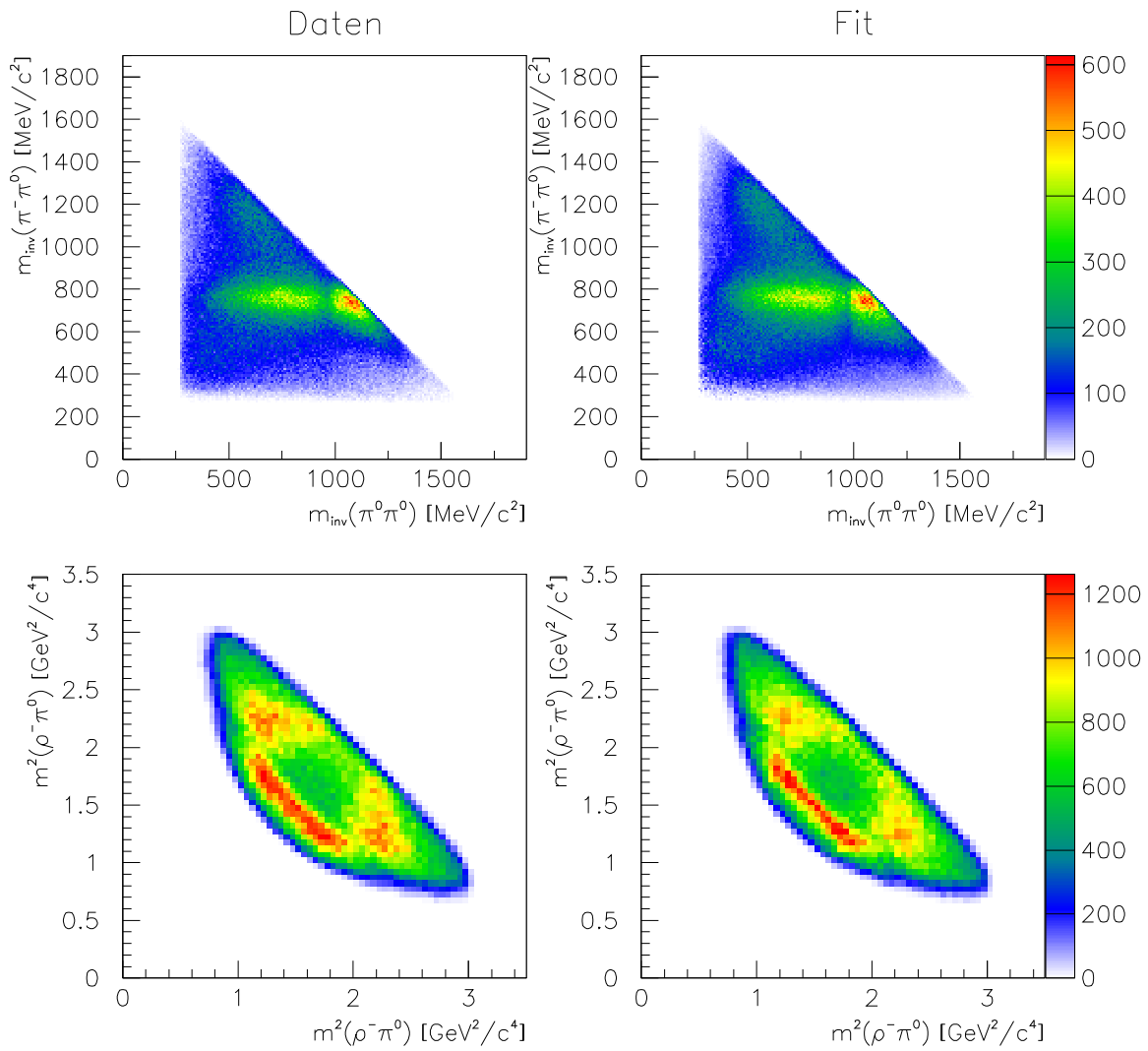


Abbildung 8.15: Goldhaber- und Dalitzplot des Endmodells.

### 8.2.6 Die Verzweigungsverhältnisse der beteiligten Resonanzen

Wie man die absoluten Verzweigungsverhältnisse der entsprechenden Resonanzen berechnet, wurde schon in Abschnitt 6.2 ausführlich diskutiert. Es muß nun noch beachtet werden, daß Resonanzen in dieser Analyse in zwei Ladungskombinationen auftreten können, neutral und negativ geladen. Dies ist abhängig vom Zerfallsmodus und muß entsprechend berücksichtigt werden.

Gemessen wurden prinzipiell zwei Typen von Zerfallsmoden:

1. (Resonanz) $^- \rightarrow \rho^- \pi^0$
2. (Resonanz) $^{0/-} \rightarrow (\pi^0 \pi^0)_{l=0,2} \pi^{0/-}$

Es sollen nun Verzweigungsverhältnisse vom Typ  $BR(\bar{p}n \rightarrow (\text{Resonanz})^{0/-} \pi \rightarrow (\rho\pi)\pi)$  bzw.  $BR(\bar{p}n \rightarrow (\text{Resonanz})^{0/-} \pi \rightarrow ((\pi\pi)_{l=0,2} \pi)\pi)$  angegeben werden. Da man im ersten Fall nur den Zerfall  $\rho^- \pi^0$  von den vier möglichen  $(\rho^- \pi^0, \rho^0 \pi^-, \rho^+ \pi^-, \rho^- \pi^+)^3$  mißt, muß das errechnete Verzweigungsverhältnis mit einem Faktor vier mal genommen werden. Im zweiten Fall mißt man zwei von den sechs Möglichkeiten

$$(\pi^0 \pi^0)\pi^0, (\pi^0 \pi^0)\pi^-, (\pi^+ \pi^-)\pi^0, (\pi^- \pi^+)\pi^0, (\pi^+ \pi^-)\pi^-, (\pi^- \pi^+)\pi^-,$$

womit der Korrekturfaktor gleich drei ist.

Als Beispiel wird das  $BR(\bar{p}n \rightarrow a_1(1260)^{0/-} \pi^{-/0} \rightarrow (\rho\pi)\pi)_{3S_1}$  berechnet. Aus Tabelle 8.7 erhält man für den Zerfall des  $a_1(1260) \rightarrow \rho^- \pi^0$  eine Intensität von  $(3,4 \pm 0,1)\%$  und die Summe der Beiträge der Anfangszustände beträgt  $(86,6 \pm 2,3)\% + (8,9 \pm 1,5)\% = (95,5 \pm 3,8)\%$ . Das absolute Branching des Kanals ist nach Gleichung 6.4  $BR(\bar{p}n \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0) = (7,6 \pm 0,4)\%$ , womit sich für das gewählte Beispiel folgendes ergibt:

$$\begin{aligned} BR(\bar{p}n \rightarrow a_1(1260)^{0/-} \pi^{-/0} \rightarrow (\rho\pi)\pi)_{3S_1} &= \frac{(7,6 \pm 0,4)\% \cdot (3,4 \pm 0,1)\% \cdot 4}{0,45 \cdot (0,96 \pm 0,04)} = \\ &= (2,4 \pm 0,3)\% \end{aligned}$$

Analog zu diesem Beispiel wurden alle absoluten Verzweigungsverhältnisse in Tab. 8.8 der wichtigsten Resonanzen bestimmt. Im Anhang C.5 befinden sich Korrekturfaktoren, mit denen Selbstinterferenzen berücksichtigt werden können. Dazu müssen die hier angegebenen Verzweigungsverhältnissen nur mit den Korrekturfaktoren der Tabelle C.2 bzw. C.3 multipliziert werden.

<sup>3</sup>Für den Zerfall  $\rho^0 \pi^0$  ist der Clebsch–Gordan Koeffizient gleich null.

Resonanz	Zerfall	Verzweigungsverhältnis [%]	
		${}^3S_1$	${}^1P_1$
$a_1(1260)^{0/-}$	$\rho\pi(l=0)$	$(2, 4 \pm 0, 3)$	$(11, 1 \pm 1, 7)$
$a_1(1260)^{0/-}$	$\rho\pi(l=2)$	-	-
$a_1(1260)^{0/-}$	$(\pi\pi)_{S\pi}(l=0)$	$(0, 3 \pm 0, 3)$	-
$a_1(1260)^{0/-}$	$(\pi\pi)_{S\pi}(l=2)$	$(0, 3 \pm 0, 3)$	-
$a_2(1320)^{0/-}$	$\rho\pi$	$(3, 3 \pm 0, 4)$	$(1, 6 \pm 0, 8)$
$a_1(1550)^{0/-}$	$\rho\pi(l=0)$	$(6, 4 \pm 0, 8)$	-
$a_1(1550)^{0/-}$	$\rho\pi(l=2)$	$(2, 1 \pm 0, 3)$	-
$a_1(1550)^{0/-}$	$\rho(1280)\pi(l=0)$	$(0, 3 \pm 0, 2)$	-
$a_1(1550)^{0/-}$	$\rho(1280)\pi(l=2)$	$< 0, 07$	-
$a_1(1550)^{0/-}$	$(\pi\pi)_{S\pi}(l=0)$	$(0, 2 \pm 0, 2)$	-
$a_1(1550)^{0/-}$	$f_2(1270)\pi(l=0)$	$(0, 3 \pm 0, 2)$	-
$a_1(1850)^{0/-}$	$\rho\pi(l=0)$	$(0, 3 \pm 0, 1)$	-
$a_1(1850)^{0/-}$	$\rho\pi(l=2)$	$(3, 5 \pm 0, 4)$	-
$a_1(1850)^{0/-}$	$\rho(1280)\pi(l=0)$	$(6, 5 \pm 0, 8)$	-
$a_1(1850)^{0/-}$	$\rho(1280)\pi(l=2)$	$(0, 5 \pm 0, 3)$	-
$\pi(1300)^{0/-}$	$\rho\pi$	$(1, 8 \pm 0, 2)$	-
$\pi(1300)^{0/-}$	$(\pi\pi)_{S\pi}$	$(0, 3 \pm 0, 2)$	-
$\pi(1800)^{0/-}$	$\rho\pi$	$(3, 3 \pm 0, 3)$	-
$\pi(1800)^{0/-}$	$\rho(1280)\pi$	$(2, 1 \pm 0, 3)$	-
$\pi(1800)^{0/-}$	$(\pi\pi)_{S\pi}$	$(1, 2 \pm 0, 2)$	-
$\pi(1800)^{0/-}$	$f_2(1270)\pi$	$(0, 3 \pm 0, 3)$	-
$\pi_1(1450)^{0/-}$	$\rho\pi$	$(0, 4 \pm 0, 4)$	$(14, 9 \pm 3, 9)$
$\pi_2(1670)^{0/-}$	$\rho\pi$	$< 0, 3$	-
$\pi_2(1670)^{0/-}$	$(\pi\pi)_{S\pi}$	$< 0, 3$	-
$\pi_2(1670)^{0/-}$	$f_2(1270)\pi$	$(1, 3 \pm 0, 2)$	-

Tabelle 8.8: Absolute Verzweigungsverhältnisse  $BR(\bar{p}n \rightarrow (\text{Resonanz})^{0/-}\pi \rightarrow (\rho\pi)\pi)$  bzw.  $BR(\bar{p}n \rightarrow (\text{Resonanz})^{0/-}\pi \rightarrow ((\pi\pi)_{l=0,2}\pi)\pi)$  aller wichtigen Resonanzen. Kein Eintrag bedeutet, daß die Amplitude keinen Beitrag geleistet hat und deshalb nicht weiter berücksichtigt wurde. Amplituden mit kleiner Stärke haben einen großen systematischen Fehler. Der Untergrund aus Tab. 8.7 wurde entsprechend (s. weiter oben) berücksichtigt.

## 9 Interpretation der Ergebnisse

In diesem Kapitel werden die wichtigsten Ergebnisse der Partialwellenanalyse mit anderen Experimenten und theoretischen Vorhersagen verglichen und eingeordnet. Die theoretischen Vorhersagen, mit denen die Ergebnisse verglichen werden sollen, beruhen hauptsächlich auf zwei Modellen: das  ${}^3P_0$  und das *flux-tube* Modell.

Ein Meson besteht aus einem Quark–Antiquarkpaar, welches durch die Farbladung zusammengehalten wird. Verdeutlicht man die Farblinien der Farbkraft zwischen dem Quark und Antiquark, so entsteht Abb. 9.1 a). Die Farbkraft wird durch Gluonen vermittelt, welche eine starke Selbstwechselwirkung haben, was dazu führt, daß die Farblinie zu einer Röhre – der *flux tube* – zusammengezogen werden. Sowohl das Quark–Antiquark Paar als auch die *flux tube* können zu quantisierten Schwingungen angeregt werden. Aufgrund dieser verschiedenen Schwingungszustände können sowohl normale Mesonen als auch Hybride vorhergesagt werden. Detailliertere Beschreibungen zum *flux tube* Modell befinden sich in [111, 112].

Der Zerfall eines Mesons wird durch das phänomenologische  ${}^3P_0$  Modell behandelt. Das Meson zerfällt, wenn die Gluonröhre die das Quark–Antiquarkpaar des Mesons verbindet, an einer Stelle aufbricht (s. Abb. 9.1 b)). An der Bruchstelle geht man davon aus, daß ein  $q\bar{q}$  Paar mit den Quantenzahlen des Vakuums, nämlich  ${}^3P_0$ , bzw.  $J^{PC} = 0^{++}$  gebildet wird (s. Abb. 9.1 b)), und somit zwei neue Mesonen entstehen [108, 109].

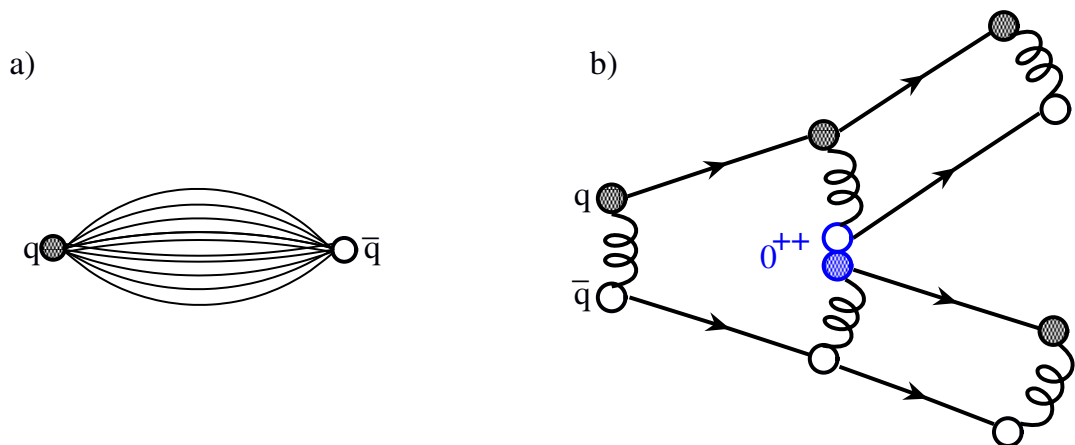


Abbildung 9.1: a) Zeigt die Flußlinien zwischen Quark und Antiquark. b) Verdeutlicht das  ${}^3P_0$  Modell. Bricht die Flußröhre zwischen zwei Quarks auf, so entsteht ein Quark–Antiquark–Paar aus dem Vakuum in der  ${}^3P_0$  Konfiguration und somit zwei neue Mesonen.

## 9.1 Die erste Anregung des $\rho$ Mesons

Ein genauer Blick ins PDG [46] läßt vermuten, daß es zwei Anregungen des  $\rho$  Mesons bei 1,2–1,4 GeV/c<sup>2</sup> gibt. Eine niedrigere bei ca. 1300 MeV/c<sup>2</sup>, welche pioni-sche Zerfälle bevorzugt und eine höhere bei ca. 1450 MeV/c<sup>2</sup>, die eher kaonisch zerfällt. Diverse Crystal-Barrel Analysen zeigten die Existenz eines  $\rho(1450)$  und eines  $\rho(1700)$  in den Zerfallskanälen  $\bar{p}d \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 p_{\text{spectator}}$  [100],  $\bar{p}d \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^- p_{\text{spectator}}$  [101],  $\bar{p}d \rightarrow K_S K^- \pi^0 p_{\text{spectator}}$  [102, 103] und  $\bar{p}d \rightarrow K_S K_L \pi^- p_{\text{spectator}}$  [103]. Ein weiteres  $\rho$  unterhalb 1400 MeV/c<sup>2</sup> wurde in diesen Analysen nicht benötigt. Eine kürzliche Analyse des Kanals  $\bar{p}d \rightarrow \omega \pi^- \pi^0 p_{\text{spectator}}$  findet allerdings eine Evidenz für ein  $\rho(1180)$  im Zerfall in  $\omega \pi$  [105].

In [104] wurde der Kanal  $\bar{p}p \rightarrow 2\pi^+ 2\pi^-$  u.a. zur Klärung der ersten Anregung des  $\rho$  Mesons untersucht. Das Ergebnis ist, daß die Partialwellenanalyse ein  $\rho$  bei  $(1276 \pm 23)$  MeV/c<sup>2</sup> bevorzugt und die Einführung des  $\rho(1450)$  den Fit nicht signifikant verbessert.

Diese Analyse findet die erste Anregung des  $\rho$  bei  $(1272 \pm 20)$  MeV/c<sup>2</sup> und der Fit verbessert sich nicht bei Hinzunahme eines  $\rho(1450)$  Mesons. Die Breite des  $\rho(1300)$  ließ sich aufgrund der Nähe zur Phasenraumgrenze nicht genau bestimmen, weswegen die im PDG angegebene Breite von 310 MeV/c<sup>2</sup> verwendet wurde.

Damit sind vier  $\rho$  Mesonen unterhalb 2 GeV/c<sup>2</sup> experimentell nachgewiesen. In diesem Bereich erwartet man allerdings nur drei Zustände (s. Tab. 9.1). Tabelle 9.1 zeigt die Partialbreiten der verschiedenen Anregungen des  $\rho$  Mesons im  ${}^3P_0$  Modell und eines Hybrids bei 1500 MeV/c<sup>2</sup> im *flux tube* Modell. Darunter befinden sich die im Crystal-Barrel Experiment gemessenen Partialbreiten. Die Zerfallsbreiten des  $\rho(1700)$  sind in guter Übereinstimmung mit dem  $1^3D_1$  Zustand, und es kann aufgrund der unterschiedlichen  $\pi\pi$  Breite zwischen Theorie und Experiment nicht mit dem  $3^3S_1$  Zustand verwechselt werden. Das  $\rho(1450)$  hingegen hat eine zu große Zerfallsbreite in  $4\pi$ , um der  $2^3S_1$  Zustand zu sein, und eine zu große Zerfallsbreite in  $\omega\pi$ , um als Hybrid identifiziert zu werden. Diese Erkenntnisse führen zur Einordnung des  $\rho(1200)$  als erste radiale Anregung  $2^3S_1$  des  $\rho$  Mesons und damit zu dem  $1^{--}$ Spektrum (links) in Abb. 9.1.

## 9.2 Das $\pi_2(1670)$

In dieser Arbeit konnten drei Zerfälle des  $\pi_2(1670)$  bestimmt werden, nämlich in  $\rho\pi$ ,  $f_2\pi$  und  $\sigma\pi$ . Das PDG [46] gibt folgende Verhältnisse von Zerfallsbreiten an:

$$\frac{\Gamma(\rho\pi)}{\Gamma(f_2\pi)} = 0,55 \pm 0,10$$

$$\frac{\Gamma(\sigma\pi)}{\Gamma(f_2\pi)} = 0,24 \pm 0,07$$

Die Stärken der  $\pi_2(1670)$  Zerfälle in  $\rho\pi$  und  $\sigma\pi$  sind in dieser Arbeit sehr gering, sodaß der systematische Fehler sehr groß ist und man nur eine obere Grenze angeben

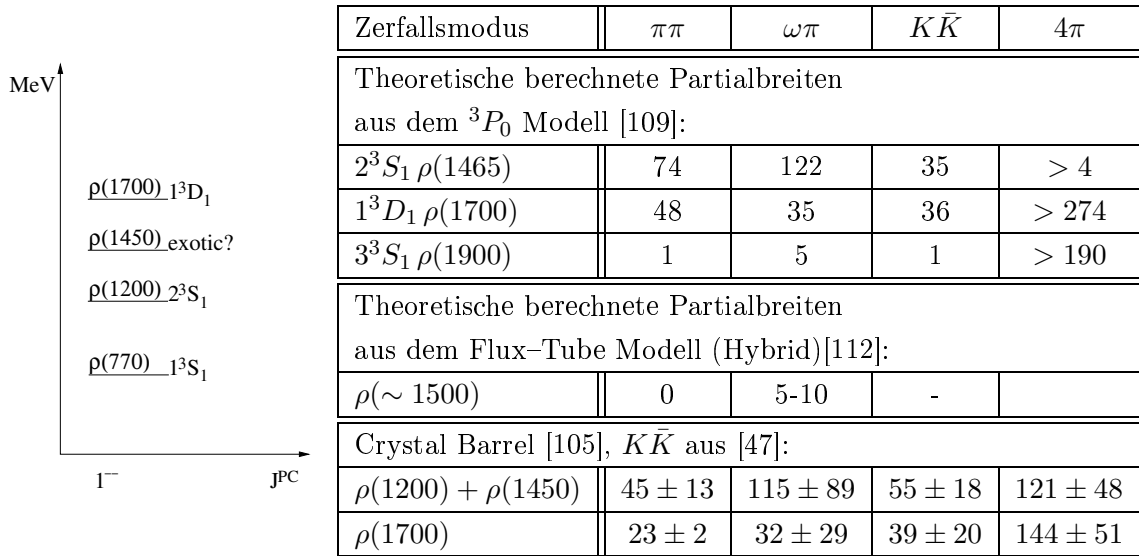


Tabelle 9.1: **links:** das  $1^{--}$  Spektrum, wie es sich nach einem Vergleich der experimentellen und theoretischen Daten darstellt. **rechts:** theoretische Zerfallsbreiten unter der Annahme das  $\rho'$  ist ein rein quarkonischer Zustand ( ${}^3P_0$  Modell) und unter der Annahme das  $\rho'$  ist ein Hybrid (Flux-Tube Modell).

kann. Aus diesem Grund wurde an dieser Stelle auch nicht auf Selbstinterferenzen korrigiert. Damit erhält man mithilfe von Tabelle 8.8:

$$\frac{\Gamma(\rho\pi)}{\Gamma(f_2\pi)} < 0,3, \text{ bzw. } \frac{\Gamma(f_2\pi)}{\Gamma(\rho\pi)} > 3$$

$$\frac{\Gamma((\pi\pi)_S\pi)}{\Gamma(f_2\pi)} < 0,3$$

Die Diskrepanzen zum PDG sind nicht besonders stark und auch erklärbar. Im Falle des Zerfalls in  $\sigma\pi$  ist mit Sicherheit der Unterschied in den verschiedenen  $(\pi^0\pi^0)$ -S Wellen Parametrisierungen Urheber der Diskrepanz in den Verhältnissen. Für den  $\rho\pi$  Zerfall ist diese Argumentation allerdings nicht gültig. Das PDG benutzt für das Verhältnis  $\rho\pi/f_2\pi$  zwei Referenzen, eine davon ist die Untersuchung der Reaktion  $\pi^-p \rightarrow \pi^+\pi^-p$  [80]. Dort wird das Verhältnis mit

$$\frac{\Gamma(f_2\pi)}{\Gamma(\rho\pi)} = 2,33 \pm 0,21 \pm 0,31$$

angegeben, allerdings unter der Voraussetzung, daß es ab 1,5 GeV kein Leakage Problem durch eine starke  $1^{++}$  Amplitude, welche in  $\rho\pi$  zerfällt, existiert. Daher wird in [80] die gesamte Intensität, die durch die  $1^{++}[\rho]S_0^+$  Amplitude entsteht dem  $\pi_2(1670)$  zugerechnet. Wie aus dem Ergebnis der Partialwellenanalyse ersichtlich (s. Tab. 8.7),



gibt es bei  $1550 \text{ MeV}/c^2$  eine  $1^{++}$  Resonanz mit Zerfall in  $\rho\pi$  mit einem hohen Verzweigungsverhältnis (s. Tab. 8.8). Trotzdem gibt es innerhalb der Fehlergrenze eine Übereinstimmung mit dem in dieser Analyse gemessenen Verhältnis  $\Gamma(f_2\pi)/\Gamma(\rho\pi) > 3$ . Eine Korrektur auf Selbstinterferenzen macht aufgrund der hohen systematischen Fehler und der kleinen Korrekturen (s. Tab. C.2 und C.3) an dieser Stelle keinen Sinn.

Die Stärken der Zerfallsmoden des  $\pi_2(1670)$  stimmen nicht mit denen des  $^3P_0$  Modells überein ( $f_2(1270)\pi \sim 30\%$ ,  $\rho\pi \sim 47\%$ ) [109]. Es wird trotzdem als Mitglied des  $1D$  Multipletts gesehen, da die Partner des  $\pi_2(1670)$  wohl etabliert sind [109] (s. auch Abb. 1.4).

### 9.3 Das $\pi(1300)$

Das  $\pi(1300)$  kann hier in seinem  $\rho\pi$ - und  $\sigma\pi$ -Zerfall nachgewiesen werden. Die Verzweigungsverhältnisse sind in Tabelle 8.8 angegeben und das Verhältnis

$$\frac{\Gamma(\sigma\pi)}{\Gamma(\rho\pi)} < 0,18$$

ist in guter Übereinstimmung mit [71], wo eine obere Grenze von 0,15 bestimmt wurde. Der Unterschied in diesem Verhältnis zu anderen Arbeiten ist auf die Parametrisierung der  $(\pi^0\pi^0)$ -S Welle zurückzuführen und auf das Problem der unsicheren Breite dieser Resonanz, die schon in die Breite des  $\pi(1800)$  hineinragen kann.

Die Existenz eines  $\pi(1470)$  mit  $m = (1470 \pm 15) \text{ MeV}/c^2$  und  $\Gamma = (114 \pm 14) \text{ MeV}/c^2$  [92] konnte im Zerfall  $\rho\pi$  nicht bestätigt werden.

Im  $^3P_0$  Modell wird das  $\pi(1300)$  als erste radiale Anregung des  $\pi$  Mesons mit einem starken Zerfallsmodus in  $\rho\pi$  vorhergesagt [109], was die Ergebnisse dieser Analyse unterstützt. Ein starkes Verzweigungsverhältnis in  $\sigma\pi$  wäre hingegen im Widerspruch zu dem  $^3P_0$  Modell [109] und experimentelle Ergebnisse in dieser Richtung werden dem nicht resonanten Deck Effekt zugeordnet [109].

### 9.4 Das $\pi(1800)$

Wie schon bei der Einführung des  $\pi(1800)$  in die Partialwellenanalyse besprochen, gibt es zwei experimentelle Häufungen von  $0^{-+}$  Resonanzen in der Gegend um  $1800 \text{ MeV}/c^2$ . Diese Aufspaltung ist auch in der vorliegenden Arbeit leicht angedeutet. Der Massenscan einer  $0^{-+}$  Resonanz, die in  $\rho(770)^-\pi^0$  und  $\rho(1280)^-\pi^0$  zerfällt, zeigt ein klares Maximum bei  $1780 \text{ MeV}/c^2$  (s. Abb. 8.12 b)), während der  $(\pi^0\pi^0)_S\pi$  Massenscan kein klares Maximum zeigt, sondern zum Phasenraumende hin ansteigt (s. Abb. 8.12 a)). Der Zerfall in  $f_2\pi$  hatte eine zu kleine Intensität, um eine Rolle zu spielen. Problematisch ist die Bestimmung der Partialbreiten, da diese sehr empfindlich auf die Parametrisierung der  $(\pi^0\pi^0)$ -S Welle sind.

Das PDG gibt als Verhältnisse der Partialbreiten für das  $\pi(1800)$

$$\frac{\Gamma(\rho\pi^-)}{\Gamma(f_0(980)\pi^-)} < 0,25 \text{ [80]}$$

$$\frac{\Gamma(\rho\pi^-)}{\Gamma(f_0(980)\pi^-)} < 0,14 \text{ [78]}$$

während diese Arbeit folgendes findet:

$$\frac{\Gamma(\rho\pi)}{\Gamma((\pi\pi)_S\pi)} = 2,75 \pm 0,71$$

$$\frac{\Gamma(\rho(1280)\pi^-)}{\Gamma((\pi\pi)_S\pi)} = 1,75 \pm 0,54$$

Diese Ergebnisse stehen auf den ersten Blick im krassen Widerspruch zueinander. Der Hauptunterschied liegt wieder in der Parametrisierung der  $(\pi\pi)$ -S Welle. Beide im PDG zitierten Experimente untersuchten Pion induzierte Streuung:  $\pi^- X \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^- X$ . Beide Analysen benutzten die gleichen Parametrisierungen, wobei BNL [80] auf die von VES [78] zurückgriff. BNL versuchte auch eine dieser Arbeit ähnliche Parametrisierung der  $(\pi\pi)_S$  Welle, kam aber zu dem Schluß, daß die Sensitivität zu gering ist. Daher wurde eine Lösung benutzt, in der das  $f_0(980)$  als Breit-Wigner Amplitude  $\Delta_{BW}^{f_0(980)}$  parametrisiert wird und das breite darunterliegende  $\sigma$  durch  $\Delta^\sigma(m) = T_{11}(m) - c\Delta_{BW}^{f_0(980)}(m)$ , mit  $T_{11}(m)$  aus [60]. Dies ist eine andere Parametrisierung als die in dieser Arbeit verwendete. Das Problem der vorliegenden Analyse ist, daß bei der Untersuchung des Zerfalls des  $\pi(1800) \rightarrow (\pi\pi)_S\pi$  die  $(\pi\pi)$ -S Welle feste Stärken für die einzelnen Pole enthält. Diese wurden an die Gesamtheit aller Ausgangskanäle angepaßt. Dabei haben die Kanäle  $\rho(\pi\pi)_S$ ,  $\rho'(\pi\pi)_S$  und  $f_2(1270)\pi$  das größte Gewicht. Für tiefliegende  $(\pi\pi)_S\pi$  Resonanzen dürften die relativen Stärken der oberen  $(\pi\pi)_S$  Pole keine große Rolle spielen. Doch wäre es für das  $\pi(1800)$  in einer künftigen Analyse eher angebracht die relativen Stärken und Pole der  $(\pi\pi)$ -S Welle gesondert anzupassen. Dies allein erklärt allerdings nicht, warum in dieser Arbeit der Likelihoodscan des  $\pi(1800) \rightarrow \rho\pi, \rho'\pi$  ein deutliches Maximum bei 1780 MeV/c<sup>2</sup> bringt, während der  $\rho\pi$  Zerfall bei BNL und VES praktisch nicht gesehen wird. Der Zerfall in  $\rho'\pi$  wurde in beiden Arbeiten nicht untersucht, sodaß dort auch kein Vergleich möglich ist.

Tabelle 9.2 zeigt die theoretischen Zerfallsbreiten für ein  $\pi(1800)$  als einen reinen  $3S$  quarkonischen Zustand und das  $\pi(1800)$  als Hybrid Zustand. Im ersten Falle stammen die Rechnungen aus dem  ${}^3P_0$  Modell, im zweiten aus dem Flux-Tube Modell. Die Kopplung an  $\rho\pi$  ist in beiden Fällen klein aber vorhanden [109]. Zur Klärung, ob das  $\pi(1800)$  ein quarkonischer Zustand oder ein Hybrid ist, sind die Zerfallsmoden in  $\rho\omega$  und  $f_0(1300)\pi$  am geeignetsten. In der  $\bar{p}p$  Annihilation in  $\omega\pi^+\pi^-\pi^0$  wurde ein  $\pi$  Zustand bei ca. 1700 MeV/c<sup>2</sup> im Zerfall  $\rho\omega$  beobachtet [92]. Mit  $BR(\bar{p}p \rightarrow$

$\omega\pi^+\pi^-\pi^0) = (13,9 \pm 1,1)\%$  [92], der Intensität  ${}^3S_1 \rightarrow \pi(1800)(\rightarrow \rho\omega)\pi = 5,6\%$  [92] und der Tatsache, daß der Isospin gleich eins für den  ${}^3S_1$  Anfangszustand ist, kann man das absolute Verzweigungsverhältnis bestimmen. Führt man die gleichen Überlegungen durch, die zu den Verzweigungsverhältnissen der Tabelle 8.8 geführt haben, so erhält man  $BR(\bar{p}p \rightarrow \pi(1800)^{0/-}(\rightarrow \rho\omega)\pi)_{3S_1} = 2,3\%$ .

Faßt man die vorliegenden experimentellen Ergebnisse zusammen und läßt die Ergebnisse dieser Arbeit miteinfließen, so erhält man die Partialbreiten der untersten Reihe der Tab. 9.2. Der Zerfall in  $\rho\omega$  und die Masse von  $1700 \text{ MeV}/c^2$  [92] passen sehr gut zu einer radialen Anregung [110]. Die anderen Partialbreiten legen den Schluß nahe, daß es zwei  $\pi$  Zustände in der Gegend um  $1800 \text{ MeV}/c^2$  gibt. Einen, der etwas unterhalb  $1800 \text{ MeV}/c^2$  bei ca.  $1770 \text{ MeV}/c^2$  liegt und als der reine  $3S$  Quarkzustand identifiziert werden kann. Der andere Zustand ist das Hybrid oder ein anderer exotischer Zustand, und liegt etwas überhalb  $1800 \text{ MeV}/c^2$ , bei ca.  $1860 \text{ MeV}/c^2$ .

	$\rho\pi$	$\rho\omega$	$\rho(1465)\pi$	$f_0(1300)\pi$	$f_2\pi$	$K^*K$	Total
$\pi(1800)_{3S}$	30	74	56	6	29	36	231
$\pi(1800)_H$	30	0	30	170	6	5	240
Exp.	$72 \pm 14$	$50 \pm 10$	$46 \pm 9$	$26 \pm 5$	$7 \pm 7$	-	200

Tabelle 9.2: Theoretische Zerfallsbreiten des  $\pi(1800)$  als  $3S$  quarkonischer Zustand (oben) und als Hybrid( unten) [109]. Der Hauptunterschied liegt im Zerfall in  $\rho\omega$  und  $f_0(1300)\pi$ . Die unterste Zeile gibt die Partialbreiten unter der Annahme an, daß alle Zerfälle gesehen wurden und das  $\pi(1800)$   $200 \text{ MeV}/c^2$  breit ist. Bei dem Eintrag des experimentellen Wertes unter  $f_0(1300)$  ist die  $(\pi\pi)$ -S Welle gemeint und alle Partialbreiten wurden mit den Ergebnissen der Tabelle 8.8 berechnet. Die  $f_2\pi$  Breite hat so einen hohen Fehler, da der Zerfall eine sehr kleine Intensität hat und auch mit Null verträglich sein kann. Nur die Breite des  $\rho\omega$  Zerfalls wurde mit den Ergebnissen aus [92] bestimmt.

## 9.5 Das $a_1(1550)$ und $a_1(1850)$

Die höher gelegenen Anregungen des  $a_1(1260)$  sind bisher wenig untersucht. Es gibt einige experimentelle Evidenzen für die Existenz eines  $a_1$  bei ca.  $1700 \text{ MeV}/c^2$ , vor allem in der  $\rho\pi$ -D Welle [77, 75, 78, 80], in den Zerfällen  $\sigma\pi$  und  $f_2\pi$  [73, 76, 74, 79] und in den Zerfällen  $b_1\pi$  und  $\omega\rho$  [92]. Das PDG [46] zitiert nur die Zerfallsmoden in  $\sigma\pi$  und  $f_2\pi$ .

In dieser Arbeit konnte eine ganze Reihe von Zerfällen einer  $1^{++}$  Resonanz bei  $1550 \text{ MeV}/c^2$  und einer bei ca.  $1850 \text{ MeV}/c^2$  beobachtet werden. Letztere ist relativ unsicher in der Masse, da sie sich schon außerhalb des Phasenraumes befindet.

Die entscheidenden Unterschiede zu den weiter oben angegebenen anderen experimentellen Evidenzen für das  $a_1(1550)$ , sind einmal die niedrigere Masse und zweitens die geringe Zerfallsbreite des  $\rho\pi$ -D Wellen Zerfalls. Die anderen Experimente (hauptsächlich VES und BNL) sehen in den Pion induzierten Reaktionen eine  $1^{++}$  Resonanz bei  $1700 \text{ MeV}/c^2$  im Zerfall in  $\rho\pi$ -D und praktisch keine Zerfallsbreite in  $\rho\pi$ -S.

In dieser Analyse hingegen ist das Verhältnis von  $(\rho\pi)_D/(\rho\pi)_S$  für das  $a_1(1550)$ :

$$\frac{\Gamma((\rho\pi)_D)}{\Gamma((\rho\pi)_S)} = 0,33 \pm 0,05$$

und ohne Selbstinterferenzen (s. Tab. C.2):

$$\frac{\Gamma((\rho\pi)_D)}{\Gamma((\rho\pi)_S)} = 0,44 \pm 0,07 (o.SI).$$

Damit sind die beiden gefundenen  $1^{++}$  Resonanzen bei  $1550 \text{ MeV}/c^2$  und  $1700 \text{ MeV}/c^2$  in einem ganz entscheidenden Punkt unterschiedlich, denn für eine radiale Anregung des  $a_1$  wird eine starke Unterdrückung des  $\rho\pi$ -S Zerfall im  ${}^3P_0$  Modell erwartet [109]. Abbildung 9.2 zeigt das S/D Amplitudenverhältnis des Übergangs  $2^3P_1 a_1(1700) \rightarrow \rho\pi$ , wie es das  ${}^3P_0$  Modell vorhersagt [109]. Der Parameter  $\beta$  ist die Längenskala bei der leichte  $\bar{q}q$  Zerfälle i. a. betrachtet werden und hat bei  $0,40 \text{ GeV}$  sein Optimum [109]. An dieser Stelle hat die S-Wellen Amplitude auch gleichzeitig ihren Nulldurchgang, d. h. an dieser Stelle hat die Wellenfunktion einen radialen Knoten. Damit kann das hier gefundene  $a_1(1550)$ , im Gegensatz zu dem  $a_1(1700)$ , keine radiale Anregung sein. Mit den zusätzlichen Zerfallsmoden des  $a_1(1600) \rightarrow \rho\omega, b_1\pi$  aus [92] ist man in der Lage, die experimentellen Zerfallsbreiten der Tabelle 9.3 zu berechnen, indem man die absoluten Verzweigungsverhältnisse auf eine Breite von  $300 \text{ MeV}/c^2$  normiert. Der Zerfall in die  $(\pi\pi)$ -S Welle hat den gleichen Makel, wie er schon bei dem  $\pi(1800)$  diskutiert wurde. Bei dem  $a_1(1550) \rightarrow (\pi\pi)_S\pi$  kommt noch ein großer systematischer Fehler hinzu, da die Intensität des  $(\pi\pi)_S\pi$  Zerfalls sehr gering ist. Gleiches gilt für die Zerfälle in  $f_2\pi$  und  $\rho(1280)\pi$ . Aus dem Vergleich der theoretischen und experimentellen Zerfallsbreiten der Tabelle 9.3 lassen sich sowohl Argumente für das  $a_1(1550)$  als Hybrid, als auch für die radiale Anregung finden. Nimmt man aber den sehr starken Hinweis, daß für ein radiale Anregung  $\Gamma(\rho\pi)_{l=2} \gg \Gamma(\rho\pi)_{l=0}$  und für ein Hybrid genau das Umgekehrte gilt, hinzu, so kann das  $a_1(1550)$  der vorliegenden Analyse auf keinen Fall die radiale Anregung sein, sondern ist eher ein Hybrid – oder eine Mischung aus beidem.

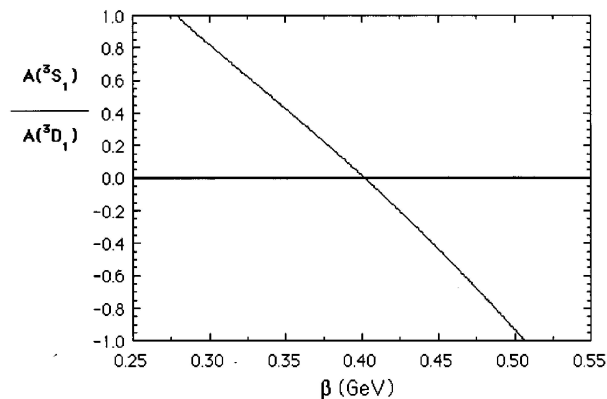


Abbildung 9.2: Das S/D Amplitudenverhältnis des Übergangs  $2^3P_1 a_1(1700) \rightarrow \rho\pi$ , wie es das  ${}^3P_0$  Modell vorhersagt [109].

	$\rho\pi$	$\rho\omega$	$\rho(1465)\pi$	$b_1\pi$	$f_0(1300)\pi$	$f_2\pi$	Total
$a_1(1700)_{1P}$	57	15	41	41	2	39	246
$a_1(1700)_H$	30	0	110	0	6	70	$\approx 300$
$a_1(1550)_{Exp.}$	$182 \pm 36$	$92 \pm 18$	$9 \pm 6$	$6 \pm 2$	$4 \pm 4$	$6 \pm 4$	300

Tabelle 9.3: Theoretische Zerfallsbreiten des  $a_1(1700)$  als  $2^3P_1$  quarkonischer Zustand (oben) und als Hybrid( unten) [109]. Die unterste Zeile zeigt die experimentellen Zerfallsbreiten dieser Arbeit, bis auf  $\rho\omega$  und  $b_1\pi$ , welche aus [92] gewonnen wurden.

Für das in dieser Analyse gefundene  $a_1(1850)$  ist das  $(\rho\pi)_D/(\rho\pi)_S$  Verhältnis hingegen:

$$\frac{\Gamma((\rho\pi)_D)}{\Gamma((\rho\pi)_S)} = 11,3 \pm 4,8$$

Die Frage der Identität des  $a_1(1850)$  dieser Analyse mit dem  $a_1(1700)$  der  $\pi$ -induzierten Reaktionen ist schwer zu klären. Durch den Deck-Effekt, der in dem Bereich um 1500 MeV/c<sup>2</sup> bei den  $\pi$ -induzierten Reaktionen vor allem in der  $1^{++}$  Amplitude Probleme macht, sind diese Experimente praktisch blind in diesem Bereich. Dadurch ist es möglich, daß ein  $a_1(1850)$  in diesen Analysen bei 1700 MeV/c<sup>2</sup> gesehen wird, um Ausläufer des  $a_1(1550)$  und das beginnende  $a_1(1850)$  richtig zu beschreiben. Sichere Erkenntnisse können erst durch eine genaue Studie aller Zerfallsmoden der verschiedenen  $1^{++}$  Resonanzen gewonnen werden.

## 9.6 Das exotische $\pi_1(1450)$

Die Hauptmotivation dieser Arbeit war die Suche nach dem exotischen  $\pi_1$  im Zerfall in  $\rho\pi$ . Die experimentellen Evidenzen für die Existenz exotischer Resonanzen sind vielfältig, wie schon in Tabelle 1.3 gezeigt wurde. Allerdings konnte keines der in Tabelle 1.3 aufgeführten Experimente, welche mit Pion induzierter Streuung arbeiten, ein  $\pi_1$  bei 1400 MeV/c<sup>2</sup> sehen, welches in  $\rho\pi$  zerfällt. Der Grund liegt darin, daß diese Experimente aufgrund von Leakage, verursacht durch den  $a_1(1260) \rightarrow \rho\pi$  Zerfall, blind in diesem Bereich in der  $\rho\pi$ -P Welle sind [80].

Auffallend an dem hier gefundenen  $\pi_1(1450)$  ist seine starke Intensität in der P-Welle (s. Tab. 8.7 und 8.8). Dagegen kommt das  $\pi_1(1400) \rightarrow \eta\pi$  im Kanal  $\bar{p}n \rightarrow \eta\pi^-\pi^0$  zu 7,9% aus dem  $^3S_1$  und zu 2,8% aus dem  $^1P_1$  Zustand [3, 5]. Ein Vergleich mit den hier gefunden Intensitäten, 0,1% aus dem  $^3S_1$ - und 4,7% aus dem  $^1P_1$  Zustand zeigt schon, daß hier ein starker Unterschied vorhanden ist. Im Isobar Modell sollte die Produktion einer Resonanz unabhängig von ihrem Zerfall sein. Dies scheint hier nicht gewährleistet.

Daher soll der Vergleich der Intensitäten etwas genauer untersucht werden. Das Verzweigungsverhältnis des Kanals ist  $BR(\bar{p}n \rightarrow \eta\pi^-\pi^0) = (1,41 \pm 0,04) \cdot 10^{-2}$ . Damit lassen sich die entsprechenden Verzweigungsverhältnisse für den  $^3S_1$  und  $^1P_1$  Zustand des  $\pi_1$  und auch des  $a_2$ , welches in beiden Zerfallskanälen vorkommt, berechnen. Tabelle 9.4 zeigt die entsprechenden Intensitäten und daraus berechneten absoluten Verzweigungsverhältnisse. Als erstes wird das Verhältnis der Partialbreiten des  $a_2(1320)$

untersucht, welches aus dem PDG [46] bekannt ist:

$$\frac{\Gamma(a_2 \rightarrow \eta\pi)}{\Gamma(a_2 \rightarrow \rho\pi)} = 0,207 \pm 0,018$$

woraus sich das umgekehrte Verhältnis zu

$$\frac{\Gamma(a_2 \rightarrow \rho\pi)}{\Gamma(a_2 \rightarrow \eta\pi)} = 4,83 \pm 0,42$$

ergibt.

Tabelle 9.5 zeigt die Korrekturfaktoren, mit denen die Selbstinterferenzen neutralisiert werden können. Im Falle des  $a_2(1320)$  sind diese aber gleich, sodaß diese Korrektur entfallen kann und man erhält als Verhältnis

$$\frac{\Gamma(a_2 \rightarrow \rho\pi)_{3S_1}}{\Gamma(a_2 \rightarrow \eta\pi)_{3S_1}} = 8,3 \pm 2,5 \quad \frac{\Gamma(a_2 \rightarrow \rho\pi)_{1P_1}}{\Gamma(a_2 \rightarrow \eta\pi)_{1P_1}} = 3,2 \pm 1,0$$

deren Mittelwert innerhalb der Fehlergrenzen in Übereinstimmung mit dem PDG ist. Die Selbstinterferenzen des  $a_2^{0/-} \rightarrow \eta\pi^{0/-}$  und  $\pi_1^{0/-} \rightarrow \eta\pi^{0/-}$  des Kanals  $\bar{p}n \rightarrow \eta\pi^-\pi^0$  wurden mit dem Programm MAXTOOL berechnet. Dazu wurden 100.000  $\bar{p}n \rightarrow \eta\pi^-\pi^0$  phasenraumverteilte Monte-Carlo Daten produziert. Mit diesen Daten und den theoretischen Zerfallsketten ist MAXTOOL in der Lage, die theoretischen Amplituden zu berechnen. Die Selbstinterferenzen erhält man, indem jeweils die neutralen und geladenen Zerfallsketten des  $a_2$  und  $\pi_1$  Zerfalls gesondert betrachtet wurden. Es ist keine Anpassung an reale Daten notwendig, um die Selbstinterferenzen zu berechnen. Somit erhält man die Korrekturfaktoren der Tab. 9.5, wie es in Abschnitt 7.3 ausführlich behandelt wurde.

Führt man einen ähnlichen Vergleich mit den Partialbreiten des  $\pi_1$  durch, so erhält man eine sehr starke Abweichung der entsprechenden Verhältnisse:

$$\begin{aligned} \frac{\Gamma(\rho\pi)_{3S_1}}{\Gamma(\eta\pi)_{3S_1}} &= 1,3 \pm 1,3 & \frac{\Gamma(\rho\pi)_{1P_1}}{\Gamma(\eta\pi)_{1P_1}} &= 37,3 \pm 11,2 \\ \frac{\Gamma(\rho\pi)_{3S_1}}{\Gamma(\eta\pi)_{3S_1}} &= 1,5 \pm 1,5 \text{ (ohne SI)} & \frac{\Gamma(\rho\pi)_{1P_1}}{\Gamma(\eta\pi)_{1P_1}} &= 29,0 \pm 8,7 \text{ (ohne SI)} \end{aligned}$$

Obwohl diese Verhältnisse mit einem großen Fehler behaftet sind, bleibt eine starke Differenz zwischen  $S$ - und  $P$ -Wellenproduktion der  $\eta\pi$ - $P$  und  $\rho\pi$ - $P$  Welle. Der hier untersuchte Kanal  $\bar{p}n \rightarrow \pi^-3\pi^0$  hat in Bezug auf das  $\pi_1$  eine Besonderheit, die einem beim Betrachten von Tabelle 8.2 ins Auge fällt. Das  $\pi_1$  ist die einzige Resonanz, die mit einem Bahndrehimpuls  $L = 0$  zwischen der Resonanz und einem Zuschauereteilchen aus dem  $^1P_1$  Anfangszustand kommen kann. Damit ist also das  $\pi_1(1450)$  vom Standpunkt der Drehimpulsbarriere der günstigste Zerfall im  $^1P_1$  Anfangszustand. Abbildung D.15 unten zeigt, daß trotz des Bahndrehimpuls  $L = 0$  die theoretischen Verteilungen in den zweidimensionalen Darstellungen nicht isotrop sind, und damit der Fit sensitiv für diese Amplitude ist.

Es wurde auch versucht die Intensität des  $\pi_1$  in der  $S$ -Welle auf einem höheren Wert festzuhalten, was aber zu einem deutlich schlechteren Likelihood führte. Eine weitere Möglichkeit den Unterschied zu erklären, sind final-state interactions, also Wechselwirkungen zwischen dem  $\eta$  bzw. dem  $\rho$  und dem  $\pi$  im Endzustand [99]. Dies wurde mit einem Fitmodell getestet, in dem zusätzlich eine  $1 \text{ GeV}/c^2$  breite  $1^{-+}$  Amplitude hinzugefügt wurde. Diese breite Amplitude hat nur eine sehr langsame Phasenbewegung, und ist damit in der Lage Endzustandswechselwirkungen zwischen dem  $\rho$  und dem  $\pi$  zu simulieren [98]. Zusätzlich wurde die Phase und Stärke der breiten und der normalen  $1^{-+}$  Amplitude angepaßt; später auch die Masse und Breite des  $\pi_1(1450)$ . Das Ergebnis ist eine maximale Veränderung des Verhältnisses um 30% in die richtige Richtung, d. h. maximal 30% der exotischen Amplitude könnten mit einer final state interaction in Verbindung gebracht werden. Dies ist zu wenig, um die Diskrepanz zu erklären.

Bleibt als Erklärung nur, daß die exotische  $\eta\pi$ -P Welle und die exotische  $\rho\pi$ -P Welle nicht die gleiche Resonanz bilden. Unterstützung für diese Behauptung kommt aus der Theorie. Die Flavour Symmetrie für Vierquarkzustände  $q\bar{q}q\bar{q}$ , die in  $\eta\pi$  und  $\rho\pi$  zerfallen, ist unterschiedlich und damit würde es sich um zwei verschiedene exotische Resonanzen handeln [113, 114]. Ist das  $\pi_1(1450) \rightarrow \rho\pi$  also ein Vierquark Zustand? Die Interpretation des  $\pi_1(1450)$  als Hybrid kann nicht ausgeschlossen werden. In [115] wird für ein Hybrid mit einem Drehimpuls zwischen den beiden Quarks sowohl für ein  $\pi_1(1400)$  als auch für ein  $\pi_1(1600)$  der Zerfall in  $\rho\pi$  als der dominierende vorhergesagt. Eine gute Zusammenstellung über die verschiedenen Vorhersagen für Hybride findet sich z.B. in [119]. Tabelle 9.6 gibt einen Überblick über theoretische Vorhersagen einiger Modelle. Aus dieser Tabelle sieht man, daß es eine Fülle von Theorien und Vorhersagen gibt, sodaß ohne weitere experimentelle Ergebnisse die Natur des exotischen  $\pi_1(1450)$  nicht geklärt werden kann.

Resonanz	Zerfall	Intensität [%]		Verzweigungsverhältnis [%]	
		${}^3S_1$	${}^1P_1$	${}^3S_1$	${}^1P_1$
$\pi_1(1450)^{0/-}$	$\rho\pi$	$0,1 \pm 0,03$	$4,7 \pm 0,8$	$0,4 \pm 0,4$	$14,9 \pm 3,9$
$\pi_1(1450)^{0/-}$	$\eta\pi$	$7,9 \pm 1,0$	$2,8 \pm 1,3$	$0,3 \pm 0,1$	$0,4 \pm 0,2$
$a_2(1320)^{0/-}$	$\rho\pi$	$4,7 \pm 0,2$	$0,5 \pm 0,2$	$3,3 \pm 0,4$	$1,6 \pm 0,8$
$a_2(1320)^{0/-}$	$\eta\pi$	$11,1 \pm 1,0$	$3,8 \pm 0,8$	$0,4 \pm 0,1$	$0,5 \pm 0,1$

Tabelle 9.4: Die Intensitäten und absoluten Verzweigungsverhältnisse für das  $\pi_1$  und das  $a_2$  für den Kanal  $\bar{p}n \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0$  und  $\bar{p}n \rightarrow \eta \pi^- \pi^0$  [3].

Resonanz	Zerfall	Korrekturfaktoren SI	
		${}^3S_1$	${}^1P_1$
$\pi_1(1450)^{0/-}$	$\rho\pi$	0,83	0,87
$\pi_1(1450)^{0/-}$	$\eta\pi$	0,71	1,12
$a_2(1320)^{0/-}$	$\rho\pi$	0,85	1,01
$a_2(1320)^{0/-}$	$\eta\pi$	0,85	1,02

Tabelle 9.5: Um unerwünschte Selbstinterferenzen zu beseitigen, müssen die Verzweigungsverhältnisse mit den hier angegebenen Korrekturfaktoren multipliziert werden.

Modell	Referenz	Masse	Zerfall für $\pi_1 \sim 1,5 \text{ GeV}/c^2$
Flux Tube (Hybrid)	[6, 112]	$1,8 - 2 \text{ GeV}/c^2$	$b_1\pi > f_1\pi > \rho\pi > \eta\pi$
Lattice QCD	[117]	$1,8 - 2 \text{ GeV}/c^2$	
Bag Modell	[116]	$1,2 - 1,8 \text{ GeV}/c^2$	
QCD sum rule	[118]	$1,5 - 2,5 \text{ GeV}/c^2$	$\rho\pi > \gamma\pi > \eta'\pi$
Constituent Gluon Modell	[115]	$1,4 - 1,6 \text{ GeV}/c^2$	dominant $\rho\pi$

Tabelle 9.6: Theoretische Vorhersagen verschiedener Modelle für exotische Mesonen, insbesondere  $1^{-+}$  Mesonen.



# 10 Zusammenfassung

Die Partialwellenanalyse des Kanals  $\bar{p}n \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0$  brachte eine Fülle von neuen Erkenntnissen über  $\rho\pi$  Resonanzen und einige über die erste Anregung des  $\rho$  Mesons.

Die Existenz eines  $\rho'$  bei  $1280 \text{ MeV}/c^2$ , welches in  $\pi\pi$  zerfällt, konnte untermauert werden. Hingegen wurde keine höhere Anregung bei  $1450 \text{ MeV}/c^2$  gefunden. Damit wird bestätigt, daß es ein  $\rho'$  zuviel unterhalb  $2,0 \text{ GeV}/c^2$  gibt, um mit dem klassischen Quarkmodell und Rechnungen im  ${}^3P_0$  Modell erklärbar zu sein. Einer der vier Kandidaten  $\rho(770)$ ,  $\rho(1280)$ ,  $\rho(1450)$  und  $\rho(1700)$  muß anderer Natur, vielleicht ein Hybrid sein.

In der  $\rho\pi$ -S Welle wurden neben dem lange bekannten  $a_1(1260)$  zwei weitere  $1^{++}$  Resonanzen gefunden. Das  $a_1$  mit einer Masse von  $1550 \text{ MeV}/c^2$  kann aufgrund seiner hier gefunden Zerfallsmode, bei denen der  $\rho\pi$   $l = 0$  Zerfall über den mit  $l = 2$  dominiert, nicht als radiale Anregung des  $a_1(1260)$  interpretiert werden, sondern ist ein Kandidat für ein Hybrid. Eine höhere Anregung, das  $a_1(1850)$  hingegen zeigt mit seinem dominanten  $\rho\pi$ -D Wellen Zerfall die eindeutige Eigenschaft einer radialen Anregung im Sinne des  ${}^3P_0$  Modells.

Das  $\pi(1300)$  konnte durch seinen Zerfall in  $\rho\pi$  und  $(\pi\pi)_S\pi$  als radiale Anregung des  $\pi$  Mesons gestärkt werden. Die nächst höhere Anregung gibt dagegen Rätsel auf. Es wurde der Zerfall des  $\pi(1800)$  in  $\rho\pi$  beobachtet, der bisher in anderen Experimenten nicht nachgewiesen wurde. Die Existenz zweier  $\pi$  Resonanzen in dem Bereich  $1,8 \text{ GeV}/c^2$  konnte allerdings nicht ausgeschlossen werden und damit auch nicht die Frage beantwortet werden, ob es sich um die zweite radiale Anregung, also einen rein quarkonischen Zustand, oder um ein Hybrid handelt.

Ein weiteres Hybrid, oder ein Vierquark-Zustand wurde in der  $\rho\pi$ -P Welle bei  $1450 \text{ MeV}/c^2$  beobachtet. Diese Resonanz ist mit Sicherheit kein  $q\bar{q}$  Zustand, da die Quantenzahlen mit  $J^{PC} = 1^{-+}$  dieser Resonanz nicht mit  $q\bar{q}$  gebildet werden können. Eine Erklärung dieser exotischen  $\rho\pi$ -P Welle als final-state interaction o. ä. konnte nicht gefunden werden. Die Zerfallsstärken des  $\pi_1(1450)$  aus dem  ${}^3S_1$  und  ${}^1P_1$  zeigen, daß es sich nicht um die gleiche exotische Resonanz bei  $1,4 \text{ GeV}/c^2$  handeln kann, welche in  $\eta\pi$  zerfällt. Die Identifizierung des  $\pi_1(1450)$  als Hybrid oder als Vierquark Zustand ist mit momentan vorhandenen experimentellen Daten nicht möglich.

# A Die kinematische Anpassung

Bei der Antiproton–Deuteron–Annihilation in Ruhe müssen die Gesamtenergie und der –impuls erhalten sein. Da die experimentelle Auflösung endlich ist, entsprechen die gemessenen Energie– und Impulswerte jedoch nicht exakt den wahren Werten. In der kinematischen Anpassung findet eine Korrektur der gemessenen Viererimpulse derart statt, daß sie die Randbedingungen (*constraints*) des gewählten Endzustandes exakt erfüllen. Die Variationen richten sich dabei nach dem für verschiedene Meßgrößen ermittelten Fehler. Gleichzeitig liefert der kinematische Fit eine Wahrscheinlichkeit für die Übereinstimmung der gemessenen Daten mit der zu erfüllenden Hypothese. Damit ist auch eine Trennung von Untergrundereignissen möglich, weil für letztere die Wahrscheinlichkeit geringer ist, die gestellten Randbedingungen zu befriedigen.

Der mathematische Minimierungsprozeß unter Nebenbedingungen stellt sich wie folgt dar: Ausgehend von  $N$  Meßwerten,  $x_1^m \dots x_N^m$ , die jeweils mit einem Fehler  $\sigma_i$  behaftet sind, und deren korrigierten Werten  $x_i$ , läßt sich ein zu minimierendes  $\chi^2$  definieren:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \left( \frac{x_i - x_i^m}{\sigma_i} \right)^2 \quad (\text{A.1})$$

Die zu erfüllenden  $L$  Randbedingungen werden durch eine Funktion  $F_\lambda$  dargestellt und lassen sich in folgender Gleichung zusammenfassen:

$$F_\lambda(x_1, \dots, x_N) = 0, \quad \lambda = 1, \dots, L \quad (\text{A.2})$$

Die Gleichungen A.1 und A.2 sind mit Hilfe von Lagrangemultiplikatoren  $2\alpha_\lambda$  zu dieser lösbaren Beziehung umformbar:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \left( \frac{x_i - x_i^m}{\sigma_i} \right)^2 + 2 \cdot \sum_{\lambda=1}^L \alpha_\lambda F_\lambda(x_1, \dots, x_N) \quad (\text{A.3})$$

Soll dieses  $\chi^2$  für jeden Parameter minimal sein, erhält man ein Gleichungssystem aus  $N + L$  Gleichungen:

$$\frac{1}{2} \frac{\partial \chi^2}{\partial x_i} = \frac{x_i - x_i^m}{\sigma_i^2} + \sum_{\lambda=1}^L \alpha_\lambda \cdot \frac{\partial F_\lambda}{\partial x_i} = 0 \quad (\text{A.4})$$

$$\frac{1}{2} \frac{\partial \chi^2}{\partial \alpha_\lambda} = F_\lambda(x_1, \dots, x_N) = 0 \quad (\text{A.5})$$

Die Lösung dieses Systems ist ein iterativer Prozeß. Das in dieser Arbeit verwendete Programm CBKFIT [29] nähert die beschriebene Funktion  $F_\lambda$  linear an.

Wenn die Kalibration des Detektors richtig war, ist davon auszugehen, daß die Differenzen zwischen gemessenen und korrigierten Werten die Form einer Gaußkurve annehmen. Die berechneten Abweichungen (*pulls*) sollten eine Breite von 1 besitzen.

$$\text{Pull} = \frac{\Delta X}{\sqrt{(\sigma_i^m)^2 - (\sigma_i)^2}} \quad (\text{A.6})$$

Als Meßgrößen werden für geladene Teilchen die Richtung der Spurtangente  $\Psi$  in der  $xy$ -Ebene am Spurbeginn, der Transversalimpuls  $P_{xy}$  und der Tangens des Neigungswinkels der Spur gegen die Strahlachse  $\tan \lambda$  herangezogen. Für neutrale Teilchen (Photonen) wird die Lage im Detektor durch die Winkel  $\Theta$  und  $\phi$  und die Teilchenenergie  $\sqrt{E}$  variiert. Abbildung A.1 zeigt die Verteilung der Meßwerte nach der kinematischen Anpassung für das  $\pi^-$  und die neutralen Gammas und eine jeweils angepaßte Gaußkurve mit Mittelwert 0 und Breite 1. Ein Vergleich mit den Pulls der Monte-Carlo Daten (Abb. A.2) zeigt ein ähnliches Verhalten der Abweichung der Pulls von der gefitteten Gaußkurve, was auf eine gute Kalibrierung des Detektors schließen läßt.

Die Wahrscheinlichkeit, daß die korrigierten, als wahr angenommenen Werte dieses Idealbild erfüllen, berechnet sich bei normalverteilten Meßwerten wie folgt:

$$CL(\chi^2) = \int_{\chi^2}^{\infty} \frac{z^{\frac{n}{2}-1} e^{-\frac{z}{2}}}{2^{n/2} \Gamma(n/2)} dz \quad (\text{A.7})$$

mit  $n$  als die Anzahl der Freiheitsgrade der Anpassung. Mit diesem *confidence level* hat man ein Maß für die Güte des kinematischen Fits. Die angenommenen Hypothesen, mit denen man versucht, die gemessenen Werte mit einer physikalischen Vorstellung in Einklang zu bringen, können so durch die *confidence level*-Verteilung beurteilt werden. Ferner ist eine Trennung durch einen Schnitt auf diese Verteilung von „guten“ und „schlechten“ Ereignissen möglich. Abbildung A.3 zeigt die *confidence level* Verteilung für die vier verschiedenen kinematischen Hypothesen. Der Cut auf die Verteilung war bei 0,05.

Vergleicht man die *confidence level* Verteilungen der realen Daten (Abb. A.3) mit denen der Monte-Carlo Daten (Abb. A.4), so sieht man, daß die Form der Verteilung für die realen Daten und Monte-Carlo Daten für alle Hypothesen sehr ähnlich ist. Diese gute Übereinstimmung zeigt, daß die Güte des kinematischen Fits für die realen und die Monte-Carlo Daten gleich hoch ist.

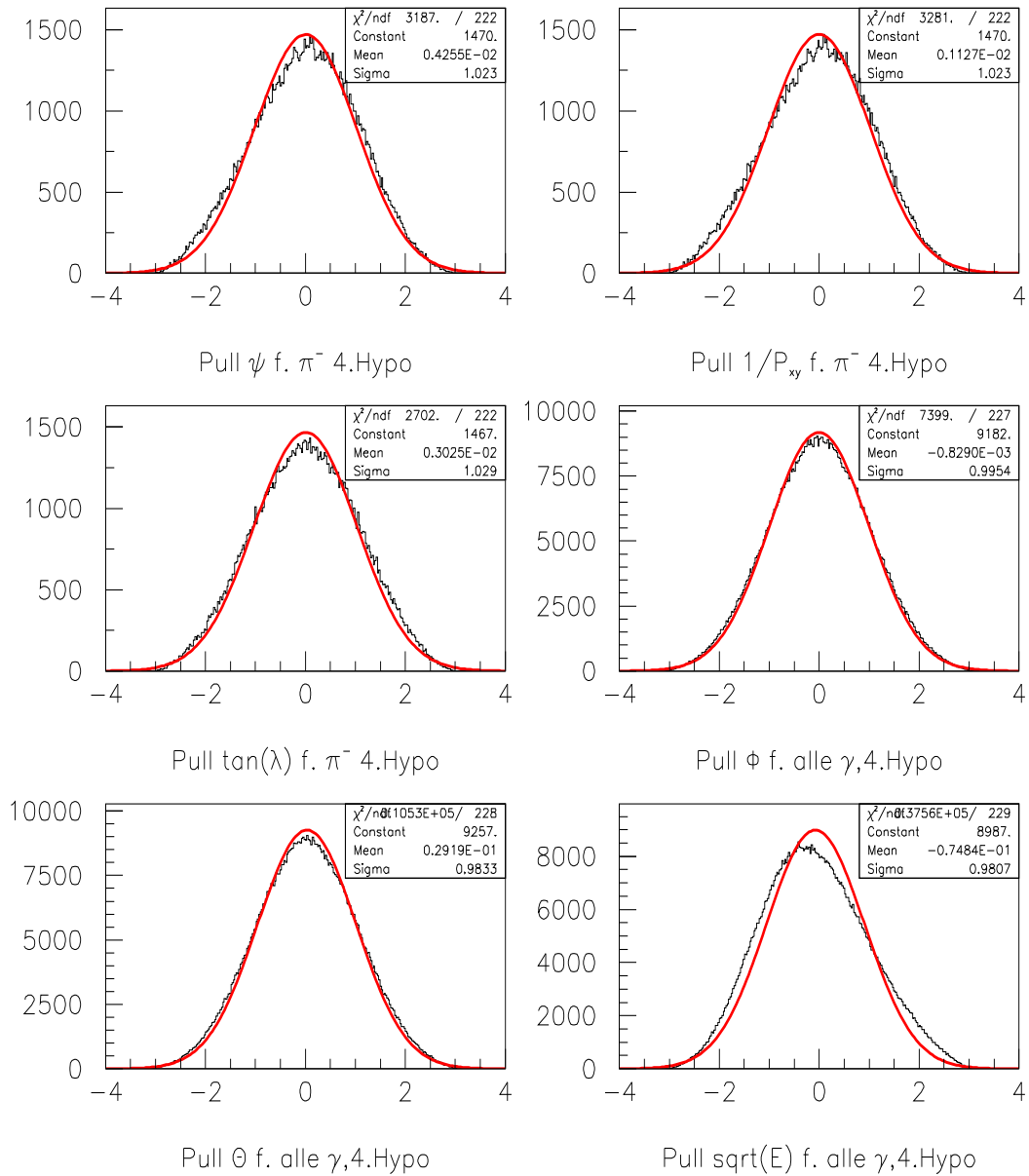


Abbildung A.1: Pulls der Meßgrößen der  $\pi^-$  und der Photonen für die Hypothese  $\pi^- 3\pi^0 p_{\text{spec}}$  der Daten. Die rote Kurve ist eine gefittete Gaußkurve mit Mittelwert 0 und Breite 1.

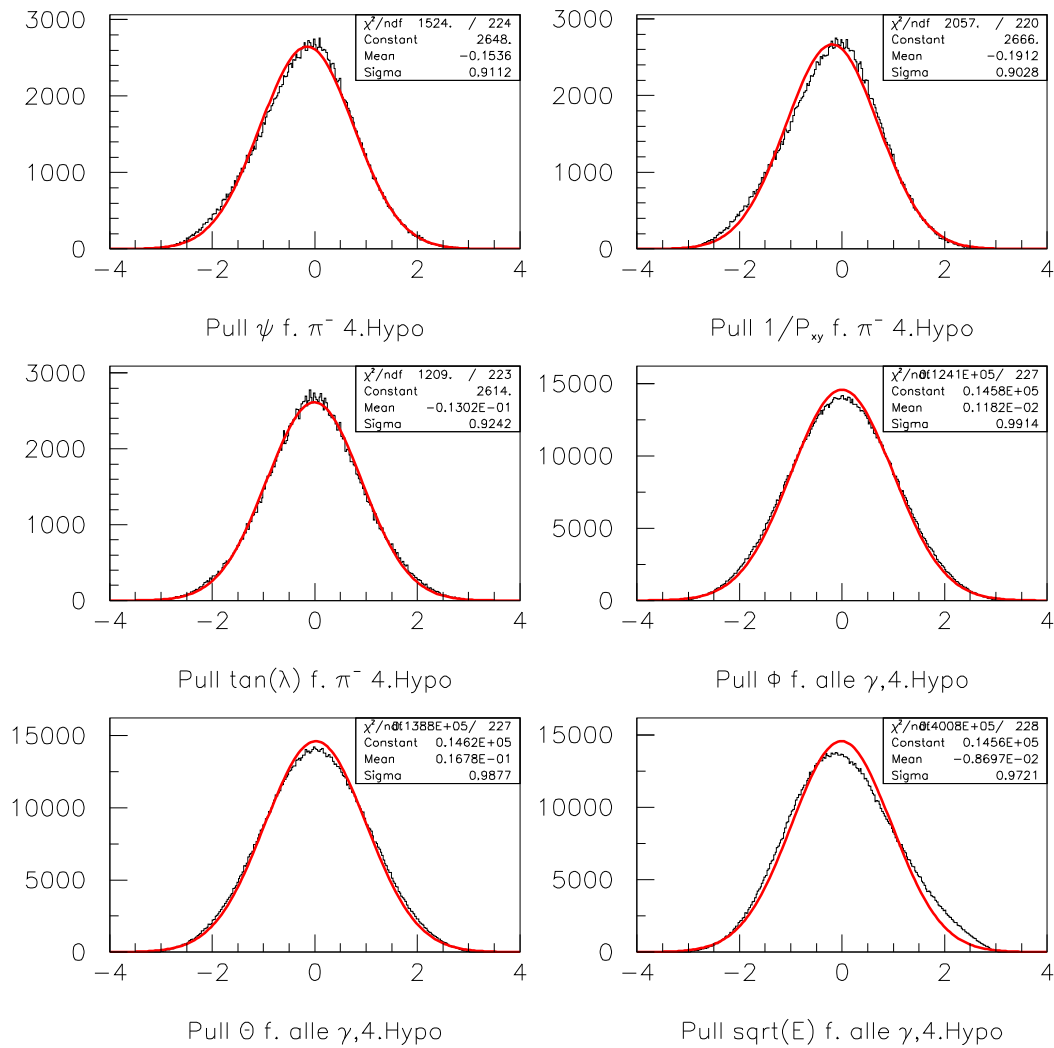


Abbildung A.2: Pulls der Meßgrößen der  $\pi^-$  und der Photonen für die Hypothese  $\pi^-3\pi^0 p_{spec.}$  der Monte-Carlo Daten. Die rote Kurve ist eine gefittete Gaußkurve mit Mittelwert 0 und Breite 1.

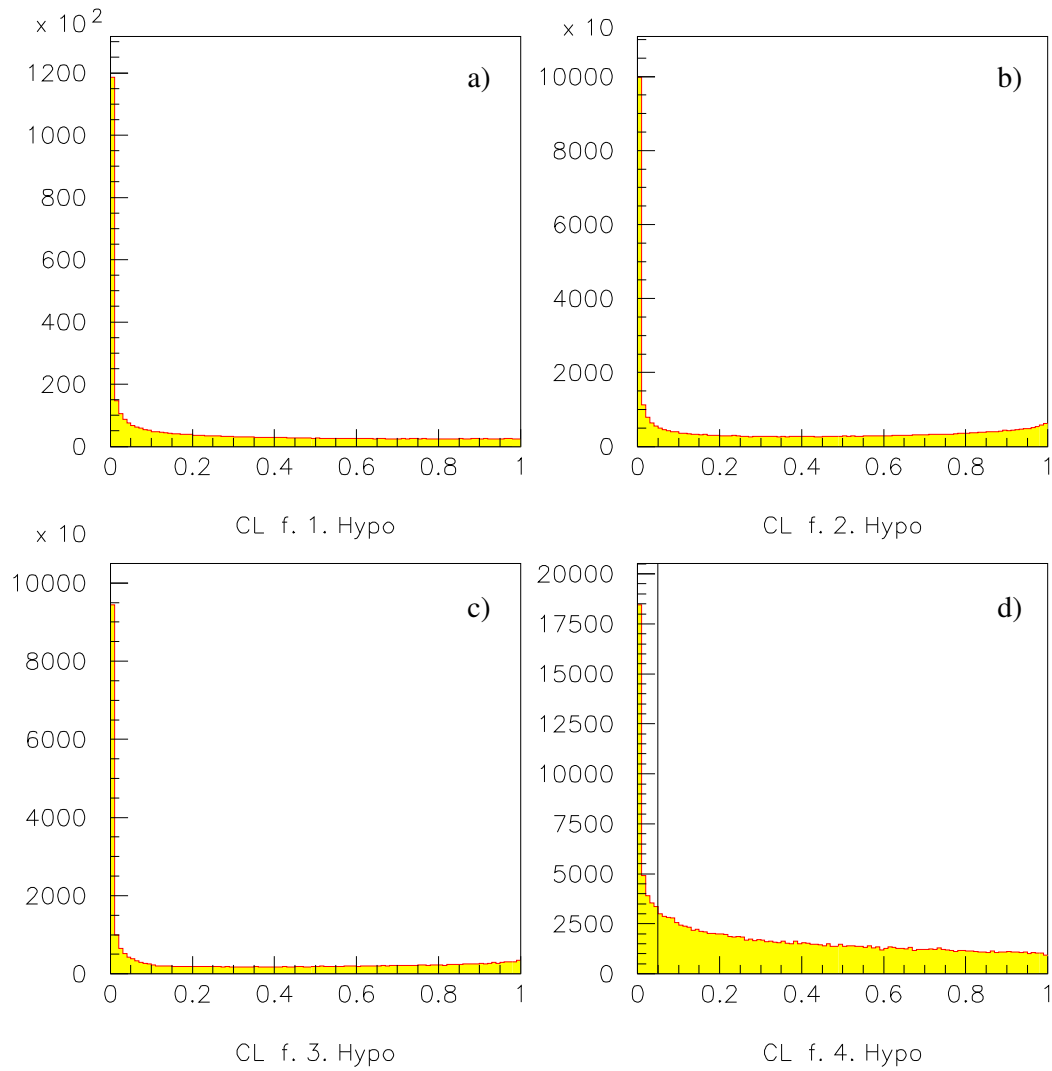


Abbildung A.3: *Confidence level* Verteilung für die vier verschiedenen kinematischen Hypothesen ( $\bar{p}d \rightarrow \pi^- 6\gamma p_{Spectator}$ ,  $\bar{p}d \rightarrow \pi^- \pi^0 4\gamma p_{Spectator}$ ,  $\bar{p}d \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 2\gamma p_{Spectator}$ ,  $\bar{p}d \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 p_{Spectator}$ ) der Daten. Bei der vierten Hypothese wurde bei 0,05 geschnitten (angedeutet durch die schwarze Linie).

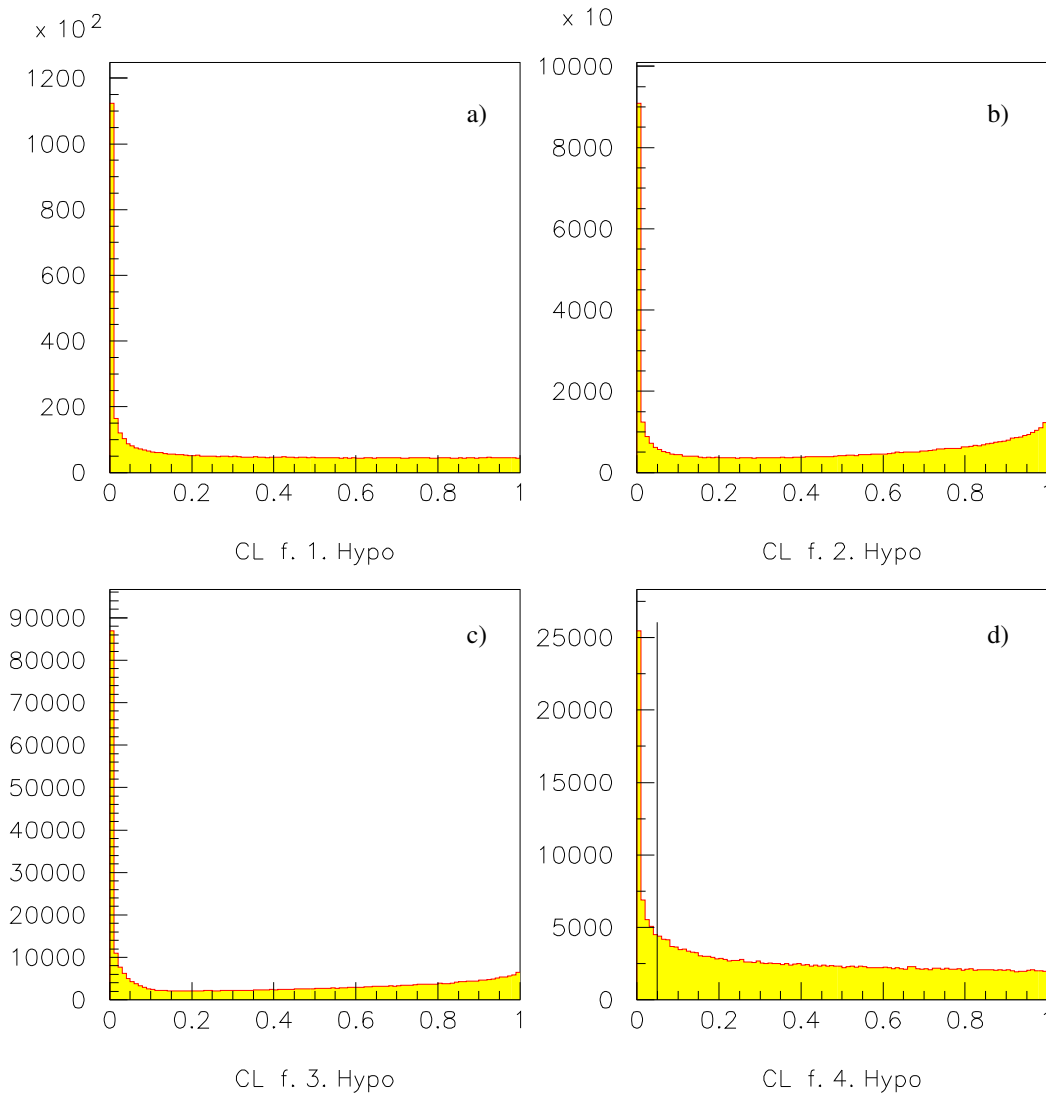


Abbildung A.4: *Confidence level* Verteilung für die vier verschiedenen kinematischen Hypothesen ( $\bar{p}d \rightarrow \pi^- 6\gamma p_{Spectator}$ ,  $\bar{p}d \rightarrow \pi^- \pi^0 4\gamma p_{Spectator}$ ,  $\bar{p}d \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 2\gamma p_{Spectator}$ ,  $\bar{p}d \rightarrow \pi^- \pi^0 \pi^0 \pi^0 p_{Spectator}$ ) der Monte-Carlo Daten. Bei der vierten Hypothese wurde bei 0,05 geschnitten (angedeutet durch die schwarze Linie).

# B Zusätzliche zweidimensionale Darstellungen

## B.1 Aussehen des Dalitzplots in Abhängigkeit des $\rho(770)^-$ -Massenfensters

Das Aussehen des  $\rho^-\pi^0$ -Dalitzplots hängt stark vom entsprechend gewählten Massenfenster ab. Abb. B.1 und B.2 zeigen vier verschiedene Möglichkeiten, den Dalitzplot zu erzeugen.

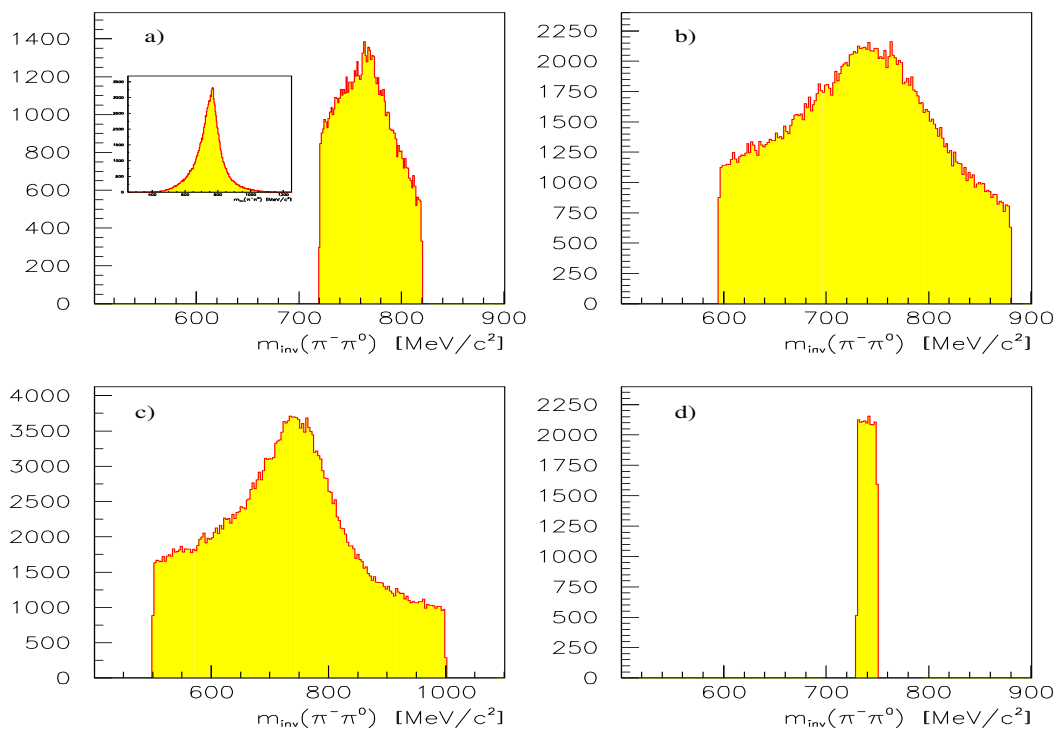


Abbildung B.1: Vier verschiedene Massenfenster: a)  $720 \text{ MeV}/c^2 - 820 \text{ MeV}/c^2$ , eingetragen wird jeweils nur die **beste** Kombination. Das kleine Spektrum zeigt die Form des  $\rho(770)^-$  nach der Auswahl der besten Kombination. b)  $595 \text{ MeV}/c^2 - 880 \text{ MeV}/c^2$  c)  $500 \text{ MeV}/c^2 - 1000 \text{ MeV}/c^2$  d)  $730 \text{ MeV}/c^2 - 750 \text{ MeV}/c^2$ .



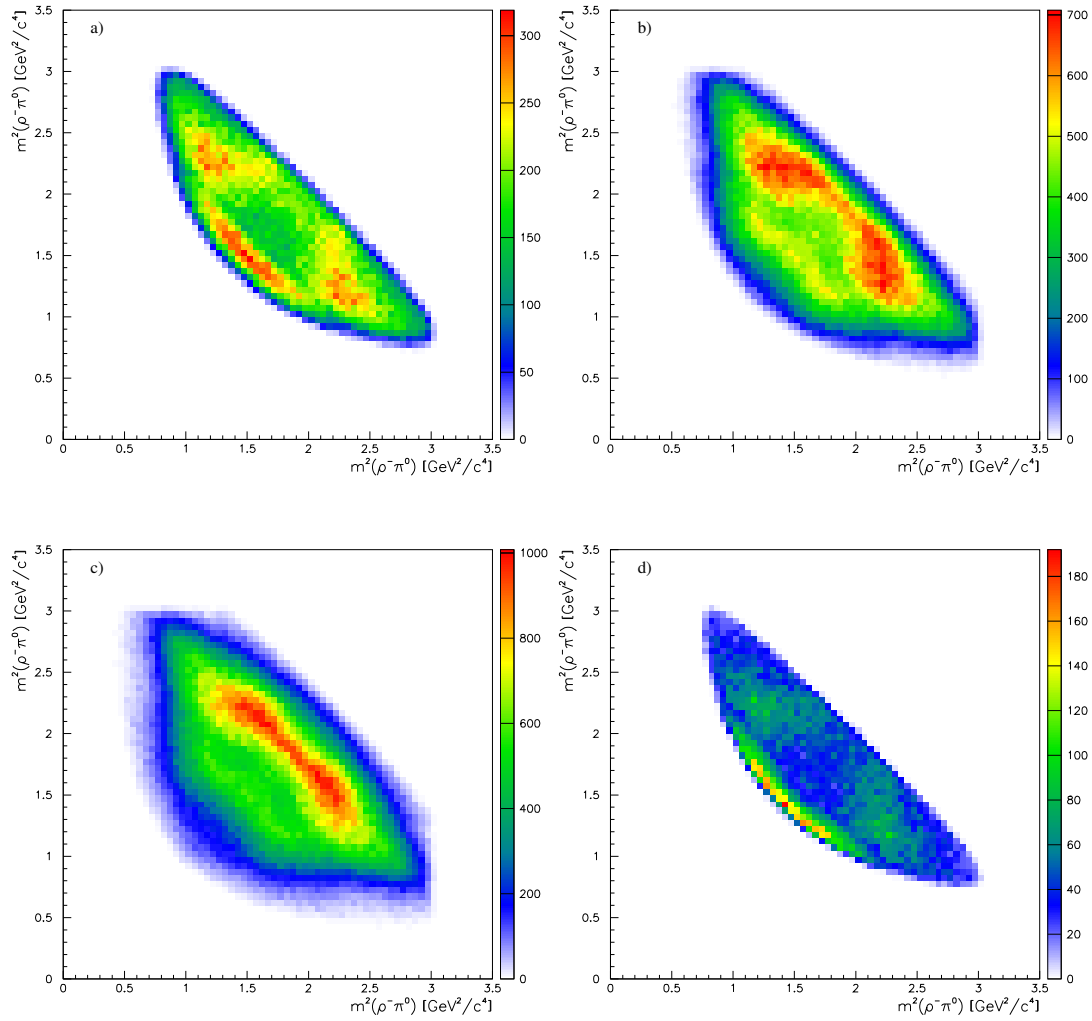


Abbildung B.2: Die Abb. B.1 entsprechenden Dalitzplots. Bei a) wurde nur die jeweils **beste**  $\pi^-\pi^0$  Massenkombination eingetragen. Alle vier Dalitzplots sind symmetrisiert bezüglich der zwei  $\rho^-\pi^0$  Kombinationen. Resonanzbänder sind ähnlich der in Abb. 4.7, nur die Stärke variiert in Abhängigkeit des Massenfensters. Dalitzplot a) zeigt im Gegensatz zu Abb. 4.7 schärfere Strukturen, was durch die Auswahl der jeweils besten Massenkombination verstanden ist.

## B.2 Weitere zweidimensionale Darstellungen

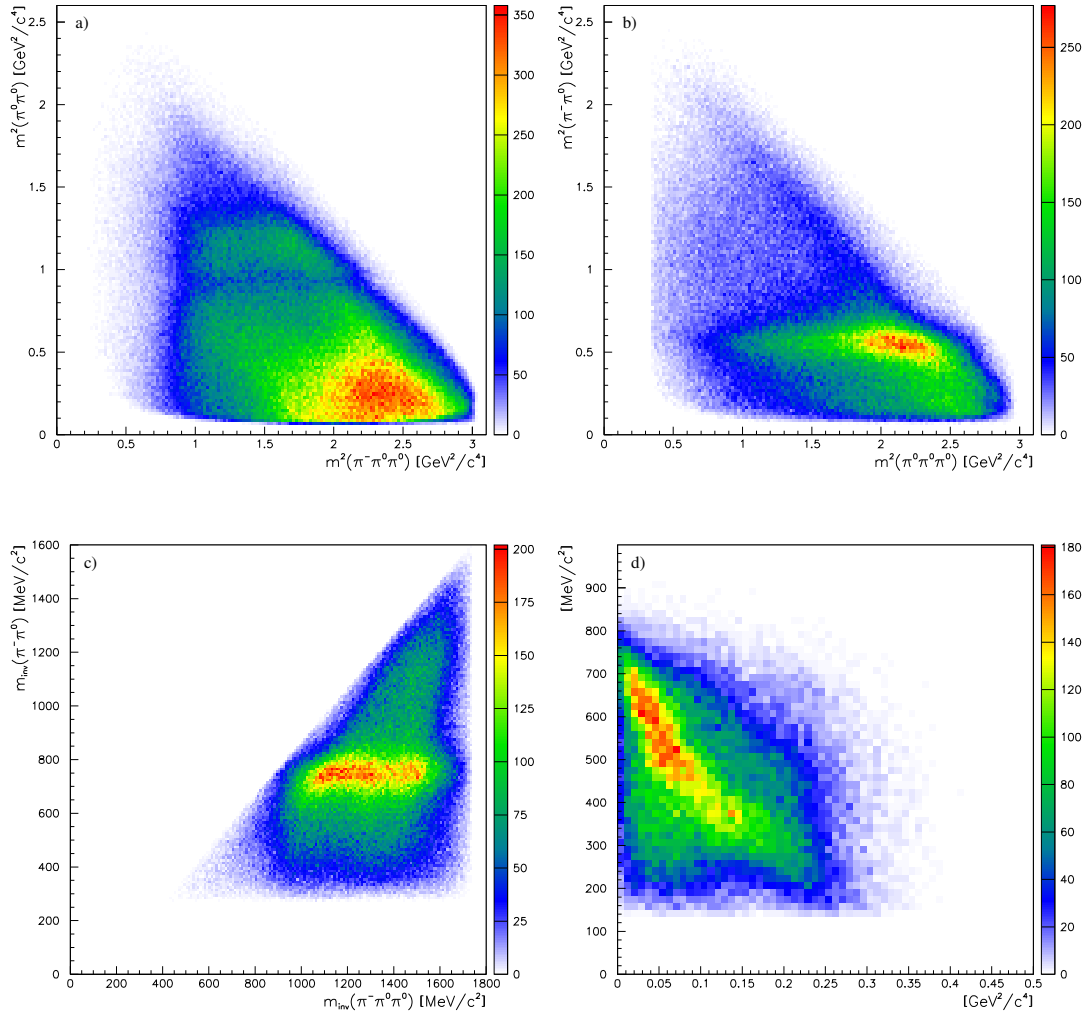


Abbildung B.3: a) Das  $f_0(980)$  erscheint als destruktive Interferenz bei ca.  $1 \text{ GeV}^2/c^4$ . b) Das  $\rho(770)^-$  erscheint als Resonanzband, welches zur Phasenraumgrenze hin zu einer niedrigeren Masse verschoben wird. Es gibt keine auffallenden  $\pi^0\pi^0\pi^0$ -Resonanzen. c) Der Phasenraum dieses Diagramms ist ein rechtwinkliges Dreieck mit zwei gleich langen Schenkeln, deren Länge  $E - (m_1 + m_2 + m_3 + m_4)$  beträgt. Das  $\rho(770)^-$  erscheint als horizontales Band. Es gibt keine auffälligen  $\pi^-\pi^0\pi^0$ -Bänder. d) Ein Dalitzplot nach Chodrow [67]. Aufgetragen ist auf der Ordinate die c.m. Energie eines  $\pi^0$ , auf der Abszisse folgende Funktion:  $F = 1/2 (E_1(E_1^2 - m_1^2)^{1/2} - m_1^2 \cosh^{-1}(E_1/m_1))$ .

# C Anhang zu den Ergebnissen der Partialwellenanalyse

## C.1 Andere graphische Darstellungen des Fitmodells Tabelle 8.7

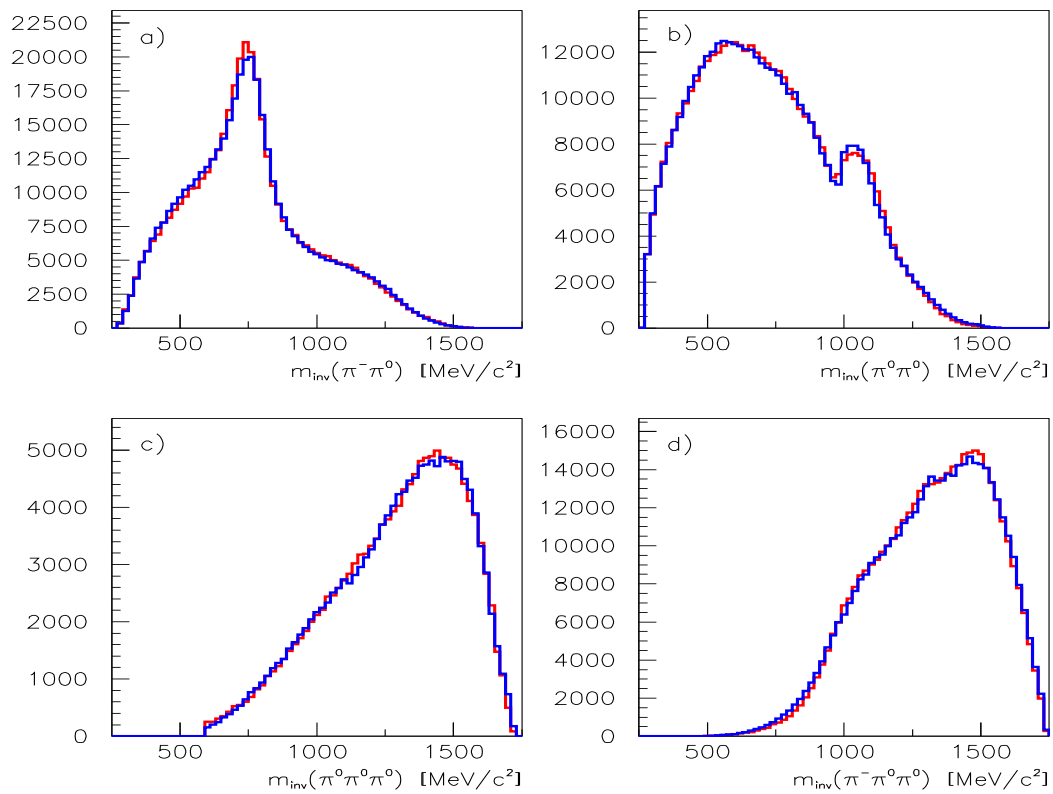


Abbildung C.1: Die invarianten Massenspektren der Daten (rot) und des Fits (blau) mit einem  $20 \text{ MeV}/c^2$  Binning des Fitmodells der Tabelle 8.7 zeigen eine gute Übereinstimmung.

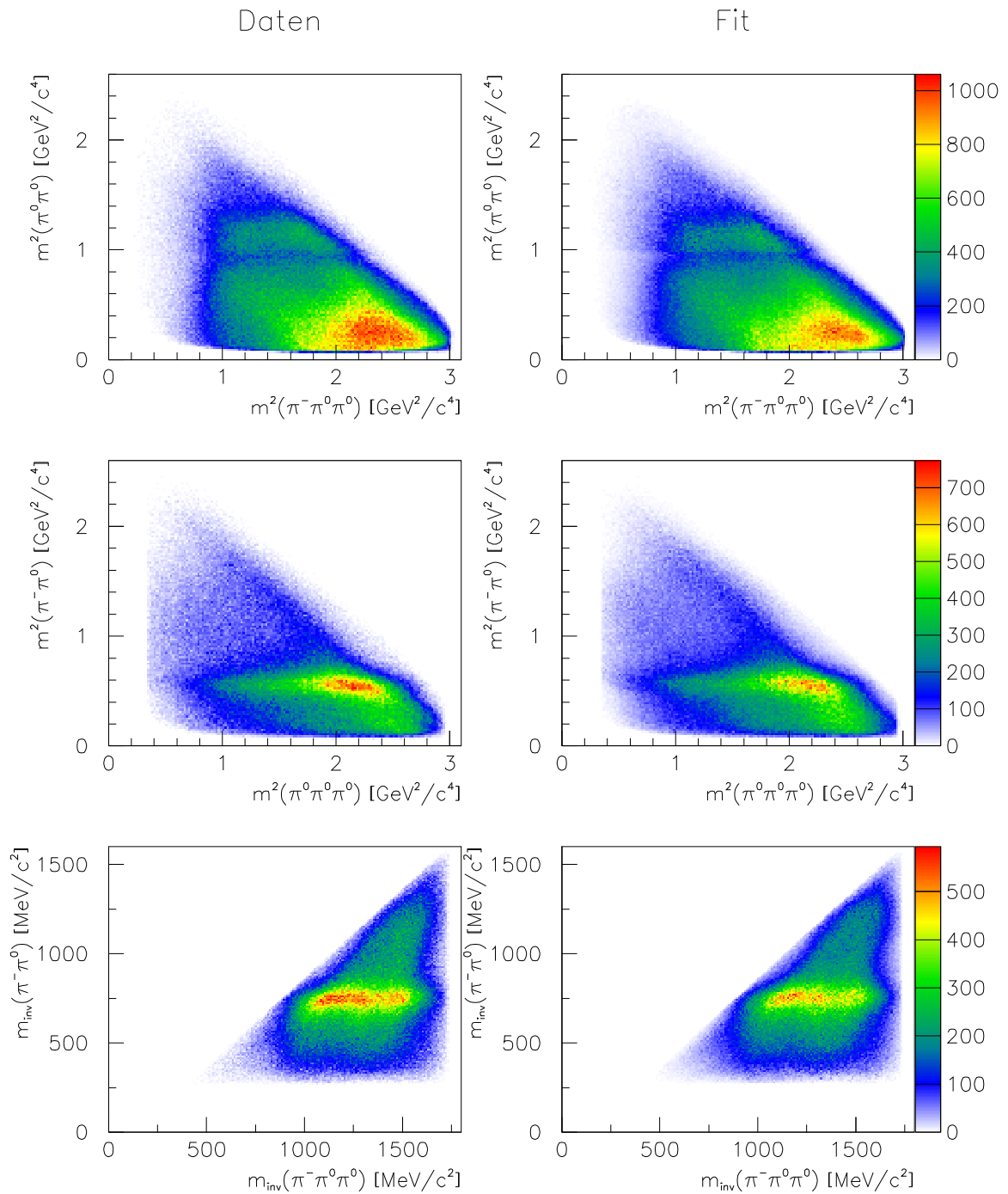


Abbildung C.2: Vergleich der Daten und des Fits (s. Tab. 8.7) der anderen möglichen zweidimensionalen Darstellungen. Die Unterschiede sind minimal.

## C.2 Differenzplot mit und ohne exotische Resonanz

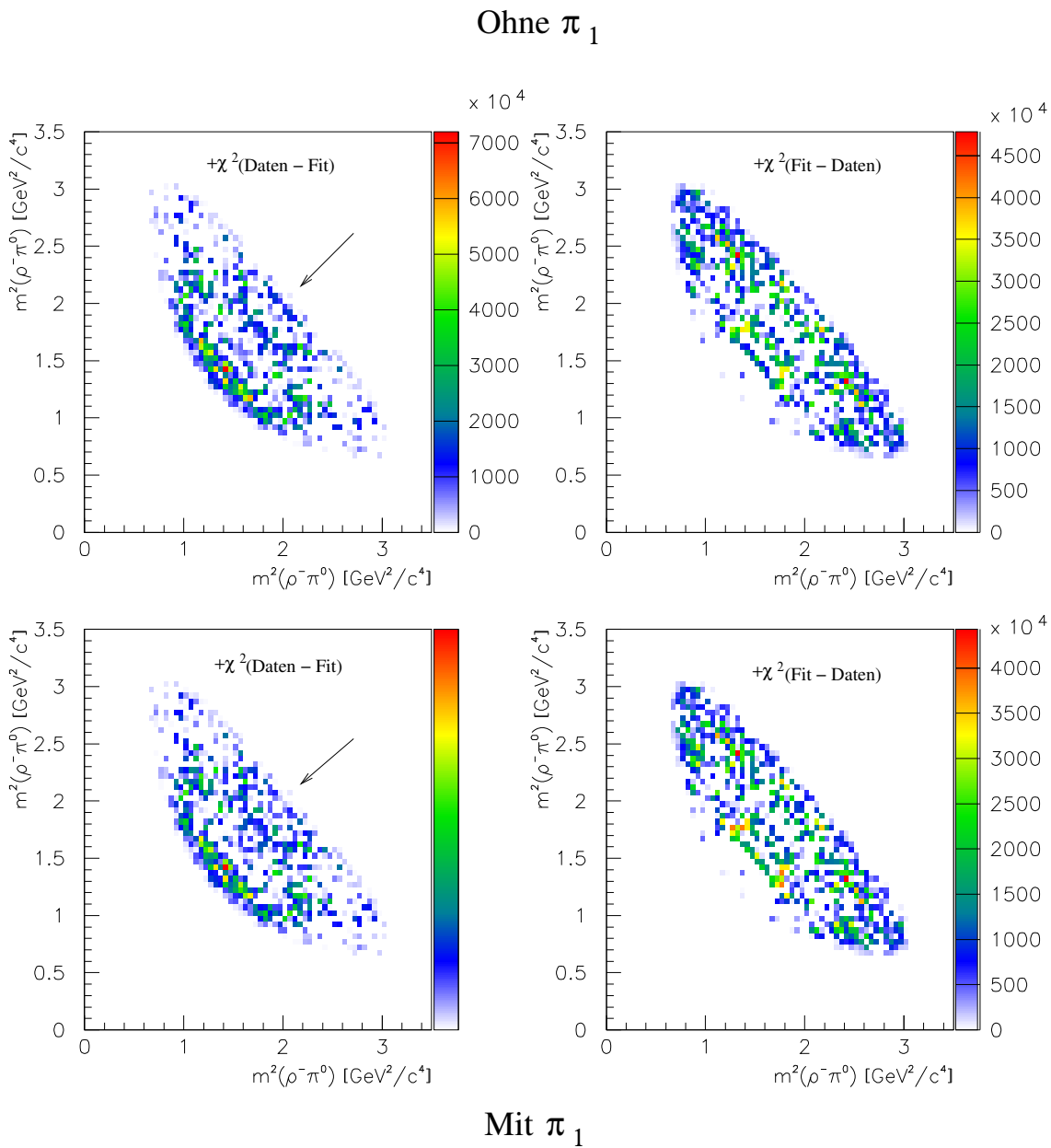


Abbildung C.3: Hier sind die Differenzen der Dalitzplots zwischen Daten und Fitmodell (s. Tab. 8.7) dargestellt. Oben war keine  $\pi_1$  Amplitude im Fit, unten war diese enthalten. Der Pfeil deutet den Hauptunterschied zwischen den beiden Darstellungen an. Dieser befindet sich an der Stelle, an der die Hauptintensität eines  $\pi_1(1450)$  zu erwarten ist (vgl. Abb. D.15). Dieser Unterschied deutet an, daß ein Fit mit  $\pi_1$  besser ist als ohne.

### C.3 Das vollständige Fitmodell mit Protonenimpuls $80 < p < 160 \text{ MeV}/c$

Das vollständige Fitmodell (s. Tab. 8.7) wurde auf ein Datensample mit Zuschauer Protonenimpuls  $80 < p < 160 \text{ MeV}/c$  angewendet. Die Daten wurden den gleichen Selektionskriterien, wie in Kapitel 4 beschrieben, unterworfen. Nach der Selektion blieben  $103.605^1$  Ereignisse für die Partialwellenanalyse übrig. Ähnliches gilt für die Monte-Carlo Daten welche auch auf den Protonenimpuls  $80 < p < 160 \text{ MeV}/c$  geschnitten wurden und nach der Selektion standen 276.920 Ereignisse zur Verfügung.

Tabelle C.1 zeigt die Ergebnisse für die Partialwellenanalyse. Bei Veränderung des Zuschauerimpulses zu einem höheren Impuls hin, wird eine Verstärkung der  $P$ -Wellen Annihilation erwartet, wie in Abschnitt 2.1.2 beschrieben. Tatsächlich steigt die Intensität des  $^1P_1$ -Anfangszustandes von 8,9% auf 10,9% und erfüllt damit die Erwartungen.

Die Unterschiede der Stärken der einzelnen Amplituden sind dort am größten, wo man auch der Phasenraumgrenze am nächsten ist. Z. B. halbiert sich die Intensität der  $\rho(770)^- + f_2(1270)$  Amplitude. Dies zeigt, wie sensitiv das Fitmodell auf die Phasenraumgrenze ist. Resonanzen, die weiter vom Phasenraume entfernt sind wie z.B. das  $\pi(1300)$ ,  $a_1(1260)$ ,  $\pi_2(1670)$  und  $a_1(1550)$  ändern hingegen ihre Stärken kaum.

Der Vergleich zwischen Daten und Fit (s. Abb. C.4, C.5 und C.6) zeigt ähnlich kleine Unterschiede wie die der Daten mit  $p < 100 \text{ MeV}/c$  (s. Abb. 8.14, 8.15 und C.2).

---

<sup>1</sup>Hier wurden zusätzlich zu den Juni 94 auch die Mai u. Okt. 91 Daten verwendet.

$\ln \mathcal{L} = 26995$	$\bar{p}n$ -Zustand /	L	S	Beitrag c /	Phase $\phi$ [°]
$\sum \alpha^2(^3S_1) = 0,89$	Zerfall			Intens. $\alpha^2$ [%]	
$\sum \alpha^2(^1P_1) = 0,15$	$^3S_1(1^-) \rightarrow$			<b>85, 3 ± 2, 3</b>	
Meson: $m$ [MeV/c <sup>2</sup> ] $\Gamma$ [MeV/c <sup>2</sup> ]	$\rho(770)^- + (\pi^0\pi^0)_S$	0	1	$8,6 \pm 0,7$	0 (fest)
$\rho(770)$ : $m = 769,3$ $\Gamma = 150,7$	$\rho(770)^- + f_2(1270)$	0	1	$6,6 \pm 0,4$	$293 \pm 1$
$\rho(1280)$ : $m = 1280$ $\Gamma = 310$	$\rho(770)^- + f_2(1270)$	2	2	$0,5 \pm 0,1$	$136 \pm 26$
$a_1(1260)$ : $m = 1230$ $\Gamma = 380$	$\rho(1280)^- + (\pi^0\pi^0)_S$	0	1	$11,8 \pm 0,4$	$305 \pm 2$
$a_1(1550)$ : $m = 1550$ $\Gamma = 300$	$a_1(1260)$ $\hookrightarrow \rho(770)^- \pi^0$	0	1	$4,5 \pm 0,4$	$176 \pm 2$
$a_1(1850)$ : $m = 1850$ $\Gamma = 300$	$a_1(1550)$ $\hookrightarrow \rho(770)^- \pi^0$	0	1	$9,1 \pm 0,6$	$134 \pm 1$
$a_2(1320)$ : $m = 1318$ $\Gamma = 107$	$a_1(1550)$ $\hookrightarrow \rho(770)^- \pi^0$	2	1	$3,0 \pm 0,1$	$126 \pm 3$
$f_2(1270)$ : $m = 1275$ $\Gamma = 185$	$a_1(1850)$ $\hookrightarrow \rho(770)^- \pi^0$	2	1	$6,2 \pm 0,2$	$347 \pm 1$
$\pi(1300)$ : $m = 1375$ $\Gamma = 350$	$a_2(1320)^-$ $\hookrightarrow \rho(1280)^- \pi^0$	0	1	$19,3 \pm 0,9$	$191 \pm 1$
$\pi(1800)$ : $m = 1800$ $\Gamma = 210$	$\hookrightarrow \rho(770)^- \pi^0$	2	1	$4,7 \pm 0,3$	$339 \pm 1$
$\pi_1(1450)$ : $m = 1450$ $\Gamma = 442$	$\pi(1300)$ $\hookrightarrow \rho(770)^- \pi^0$	1	1	$3,3 \pm 0,2$	$167 \pm 1$
$\pi_2(1670)$ : $m = 1670$ $\Gamma = 260$	$\hookrightarrow (\pi^0\pi^0)_S \pi^{0/-}$	0	0	$0,4 \pm 0,05$	$208 \pm 4$
	$\pi(1800)$ $\hookrightarrow \rho(770)^- \pi^0$	1	1	$3,8 \pm 0,3$	$197 \pm 1$
	$\hookrightarrow \rho(1280)^- \pi^0$	1	1	$2,6 \pm 0,4$	$90 \pm 1$
	$\hookrightarrow (\pi^0\pi^0)_S \pi^{0/-}$	0	0	$2,3 \pm 0,3$	$267 \pm 3$
	$\pi_1(1450)$ $\hookrightarrow \rho(770)^- \pi^0$	1	1	$0,5 \pm 0,03$	$7 \pm 6$
	$\pi_2(1670)^{0/-}$ $\hookrightarrow f_2(1270)\pi^{0/-}$	0	2	$2,0 \pm 0,2$	$15 \pm 1$
	$^1P_1(1^+) \rightarrow$			<b>10, 9 ± 1, 5</b>	
	$\rho(770)^- + (\pi^0\pi^0)_S$	1	1	$0,6 \pm 0,1$	$26 \pm 5$
	$\rho(770)^- + f_2(1270)$	1	1	$1,8 \pm 0,8$	$72 \pm 3$
	$a_1(1260)$ $\hookrightarrow \rho(770)^- \pi^0$	0	1	$5,9 \pm 1$	331 (fest)
	$a_2(1320)^-$ $\hookrightarrow \rho(770)^- \pi^0$	2	1	$0,6 \pm 0,3$	$23 \pm 10$
	$\pi_1(1450)$ $\hookrightarrow \rho(770)^- \pi^0$	1	1	$5,6 \pm 0,7$	$111 \pm 5$
	<b>Untergrund b</b>			<b>(3, 9 ± 0, 6)%</b>	

Tabelle C.1: Ergebnisse des vollständigen Fitmodells für die Daten, bei denen der Impuls des Zuschauer Protons bei  $80 < p < 160$  MeV/c lag. Die P-Welle, bzw. der  $^1P_1$  Anfangszustand ist um 2% stärker als bei einem Protonenimpuls von  $p < 100$  MeV/c.

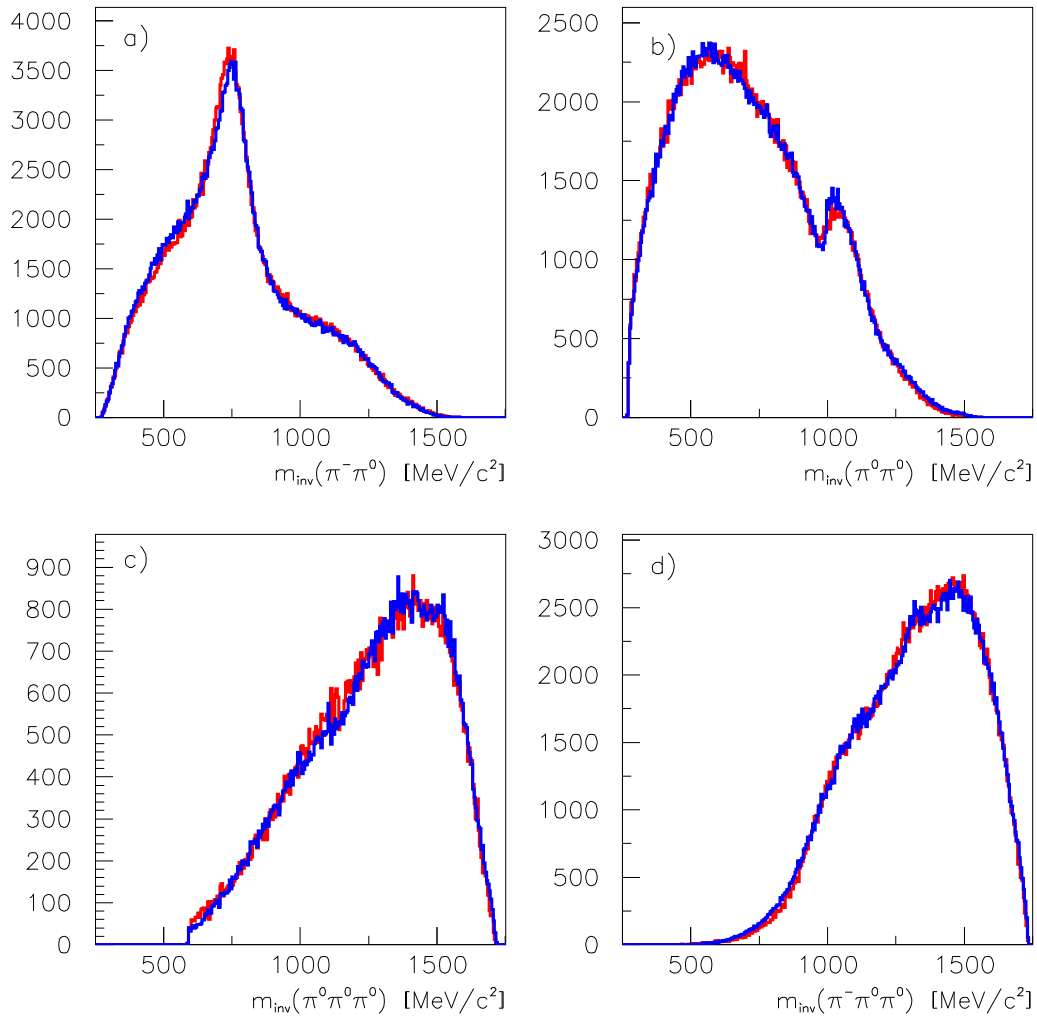


Abbildung C.4: Inv. Massenspektren der Daten (rot) und des Fits (blau) des Endmodells mit Protonenimpuls  $80 < p < 160 \text{ MeV}/c$ .



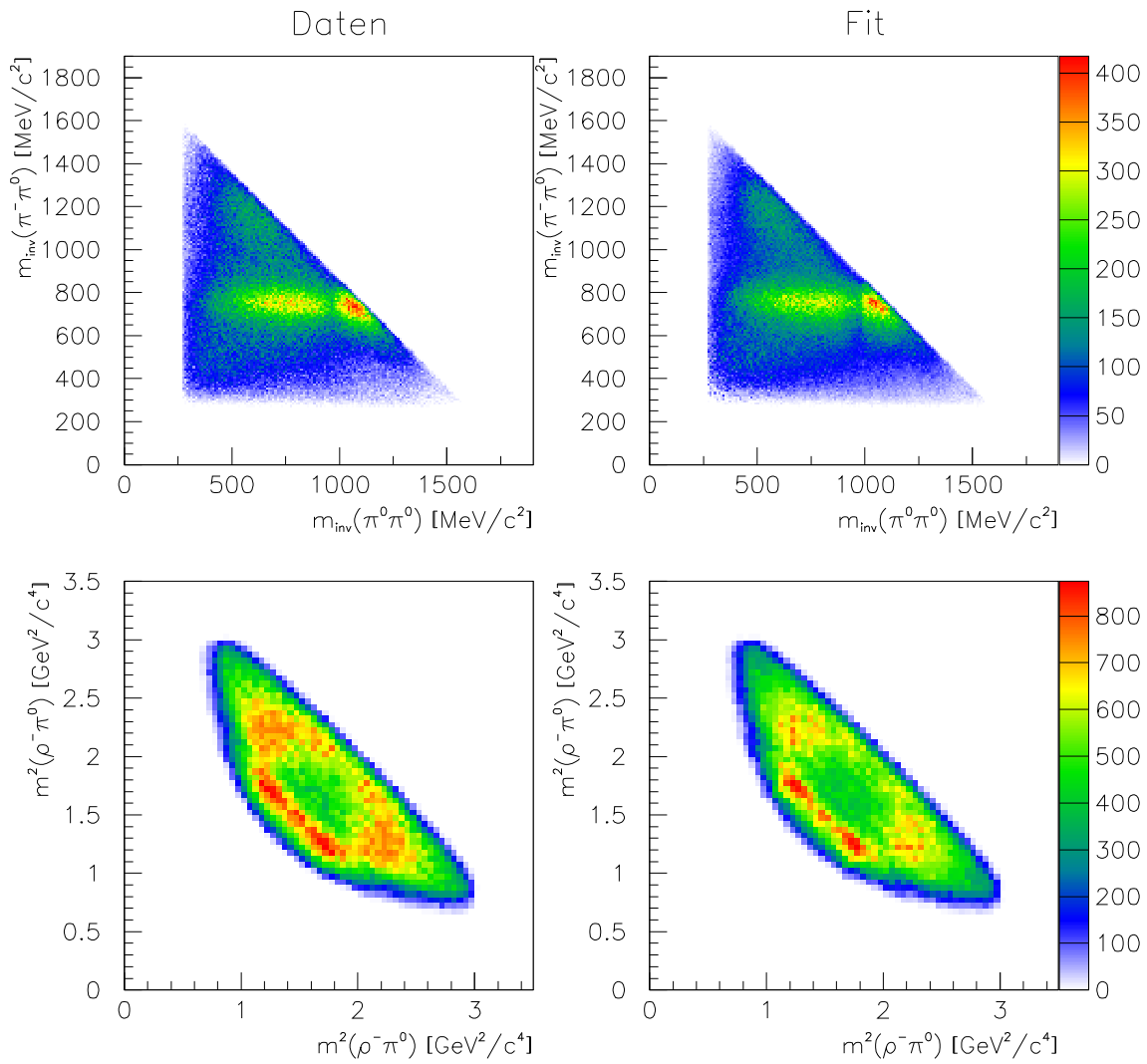


Abbildung C.5: Goldhaber- und Dalitzplot des Endmodells mit Protonenimpuls  $80 < p < 160$  MeV/c.

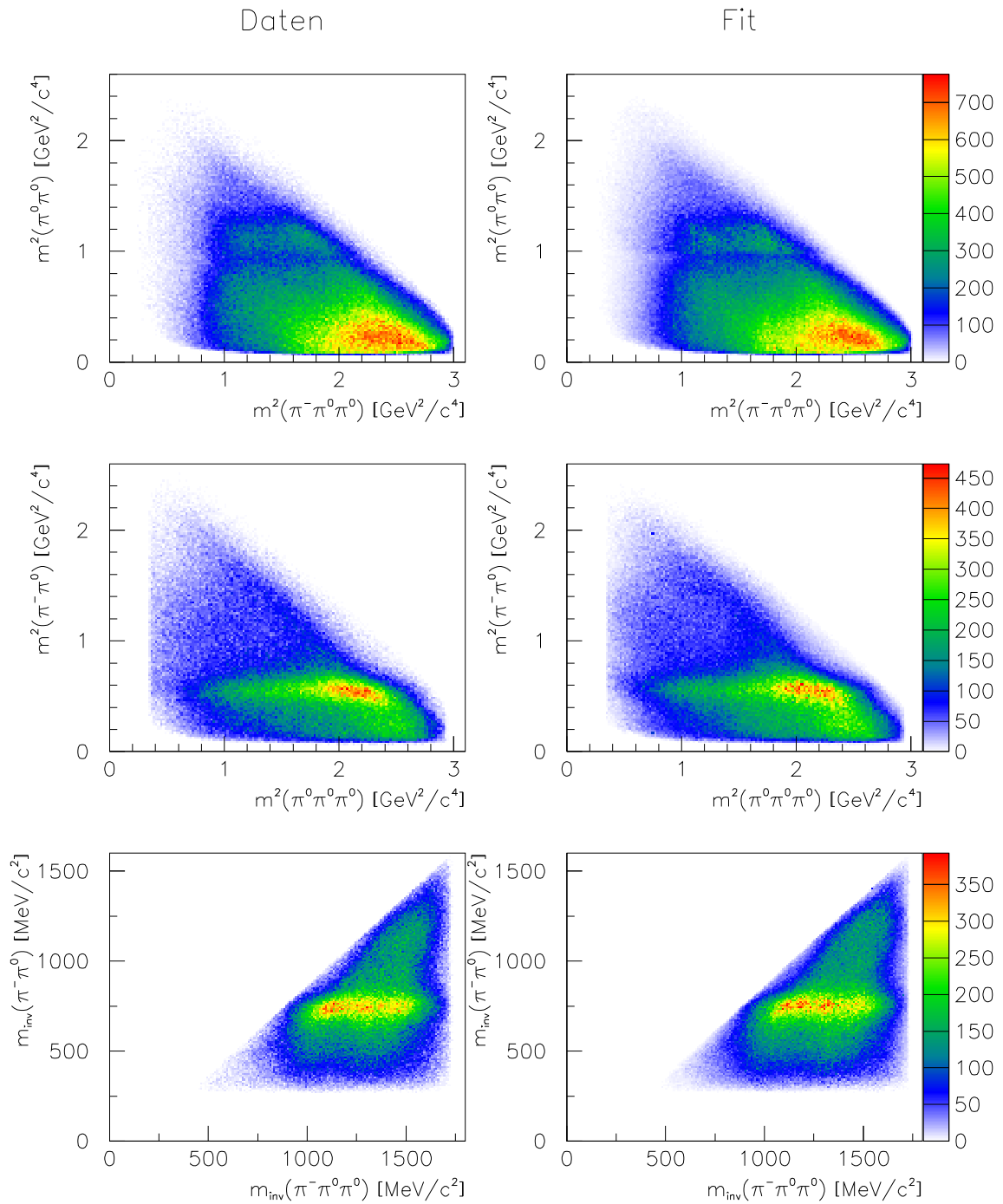


Abbildung C.6: Vergleich der Daten und des Fits (s. C.1) der anderen möglichen zweidimensionalen Darstellungen (Protonenimpuls  $80 < p < 160$  MeV/c).

## C.4 Probleme bei der Anpassung der $(\pi^0\pi^0)$ -S Welle

Die einzelnen Parameter der  $(\pi^0\pi^0)$ -S Welle anzupassen ist in dem Zerfallskanal  $\bar{p}n \rightarrow \pi^-\pi^0\pi^0\pi^0$  eine äußerst komplexe Aufgabe. Als klare Resonanz ist nur das  $f_0(980)$ , welches auch deutlich in den Datenspektren zu sehen ist, vorhanden. Weiterhin gilt die Existenz des  $f_0(1500)$  als gesichert. Letzteres ist auch als Pol eindeutig in den Parametern der  $K$ -Matrix (s. Tab. 7.1) zu erkennen. Das  $f_0(1370)$  spielt bei den Brose-Parametern keine Rolle.

Betrachtet man die Parametrisierung der  $(\pi^0\pi^0)$ -S Welle genauer, werden einige Probleme sichtbar:

- Verschiedene Wellenfunktionen der Mutterresonanz können verschiedene Amplituden für die einzelnen Pole erzeugen, z. B.  $\pi(1300), \pi(1800) \rightarrow (\pi^0\pi^0)_S\pi^{0/-}$ . Hier können z. B. die Stärken und Phasen des  $f_0(980)$ -Pols und  $f_0(1500)$ -Pols unterschiedlich sein.
- Das  $\sigma$ , welches sich als breite Verteilung unter dem  $f_0(980)$  und  $f_0(1500)$  Pol bemerkbar macht, tritt als Zwischenresonanz auf und liegt damit nicht auf der Massenschale. Für solche virtuellen Teilchen müssen die Parameter nicht die gleichen sein, wie in der freien  $\pi\pi$  Streuung. Damit können neben den Stärken und Phasen der Pole des  $\sigma$  auch die Massen und Breiten variieren.
- Das  $\sigma$  ist so breit, daß das Isobarmodell nicht gelten kann.

Die logische Konsequenz wäre, die Parameter der  $(\pi^0\pi^0)$ -S Welle in jeder Zerfallsamplitude getrennt anzupassen. Dies stellt allerdings ein enormes technisches Problem dar.

Anpassen eines Parameters der  $(\pi^0\pi^0)$ -S Welle heißt technisch gesehen, daß MINUIT diesen Parameter fittet (auf die einzelnen Fitstrategien von MINUIT soll hier nicht weiter eingegangen werden). Fitten heißt letztlich, daß zwei verschiedene Fit-routinen von MINUIT, nämlich SIMPLEX und MIGRAD versuchen, den Parameter so zu optimieren, daß die an MINUIT übergebene Funktion (also hier die negative Likelihoodfunktion) minimal wird. Dazu werden die übergebenen Parameter solange variiert, bis ein Minimum gefunden wurde. MINUIT weiß natürlich nichts von der Bedeutung eines Parameters, ob es sich z.B. um eine Phase einer Breit-Wigner Amplitude oder um eine Masse der  $(\pi^0\pi^0)$ -S Welle handelt. Für die Likelihoodfunktion sind die Unterschiede allerdings essentiell. Daher ist es die Aufgabe des Partialwellenanalyse Programms MAXTOOL, die zu fittenden Parameter intelligent zu behandeln. Dies geschieht durch Unterteilung der Parameter in *light* und *heavy*. Diese Unterteilung hängt mit der Bedeutung des Parameters für die komplexen Gewichte jeder einzelnen Amplitude zusammen. Es ist leicht einzusehen, daß z. B. für die Änderung der Produktionsstärke (*light* Parameter) einer Breit-Wigner Amplitude die Neuberechnung der komplexen Gewichte für jedes einzelne Monte-Carlo bzw. Daten Ereignis nicht notwendig ist. Dagegen muß bei der Variation einer Masse (*heavy* Parameter) dies sehr wohl geschehen. Auf genaue Details der Funktionsweise von MAXTOOL soll hier nicht eingegangen werden. Aber MAXTOOL behandelt die Parameter so intelligent, daß immer nur die notwendigen komplexen Gewichte (bzw. Normierungskonstanten und Übergangsamplituden) berechnet werden, die notwendig sind.







# D Die Spektren der theoretischen Amplituden

In diesem Kapitel sind alle wichtigen in den Fitmodellen verwendeten theoretischen Amplituden geplottet. Es wurden jeweils 144.114 Ereignisse generiert, genauso viele wie vorhandene Daten, um den Vergleich mit den Daten möglichst einfach zu gestalten. Auf jeder Seite sind jeweils die vier möglichen invarianten Massenspektren, der Goldhaber-, der Dalitzplot und noch 3 zusätzliche zweidimensionale Darstellungen für eine Amplitude abgebildet. Der Anfangszustand und der entsprechende Zerfallsmodus der Resonanz befinden sich ebenso wie die Resonanzparameter Masse und Breite oben auf jeder Seite. Das Kapitel ist in zwei Teile, entsprechend den beiden möglichen Anfangszuständen, unterteilt.

## D.1 Theoretische Amplituden aus dem ${}^3S_1$ -Anfangszustand

In diesem Abschnitt befinden sich die wichtigsten theoretischen Amplituden des  ${}^3S_1$  Anfangszustandes.

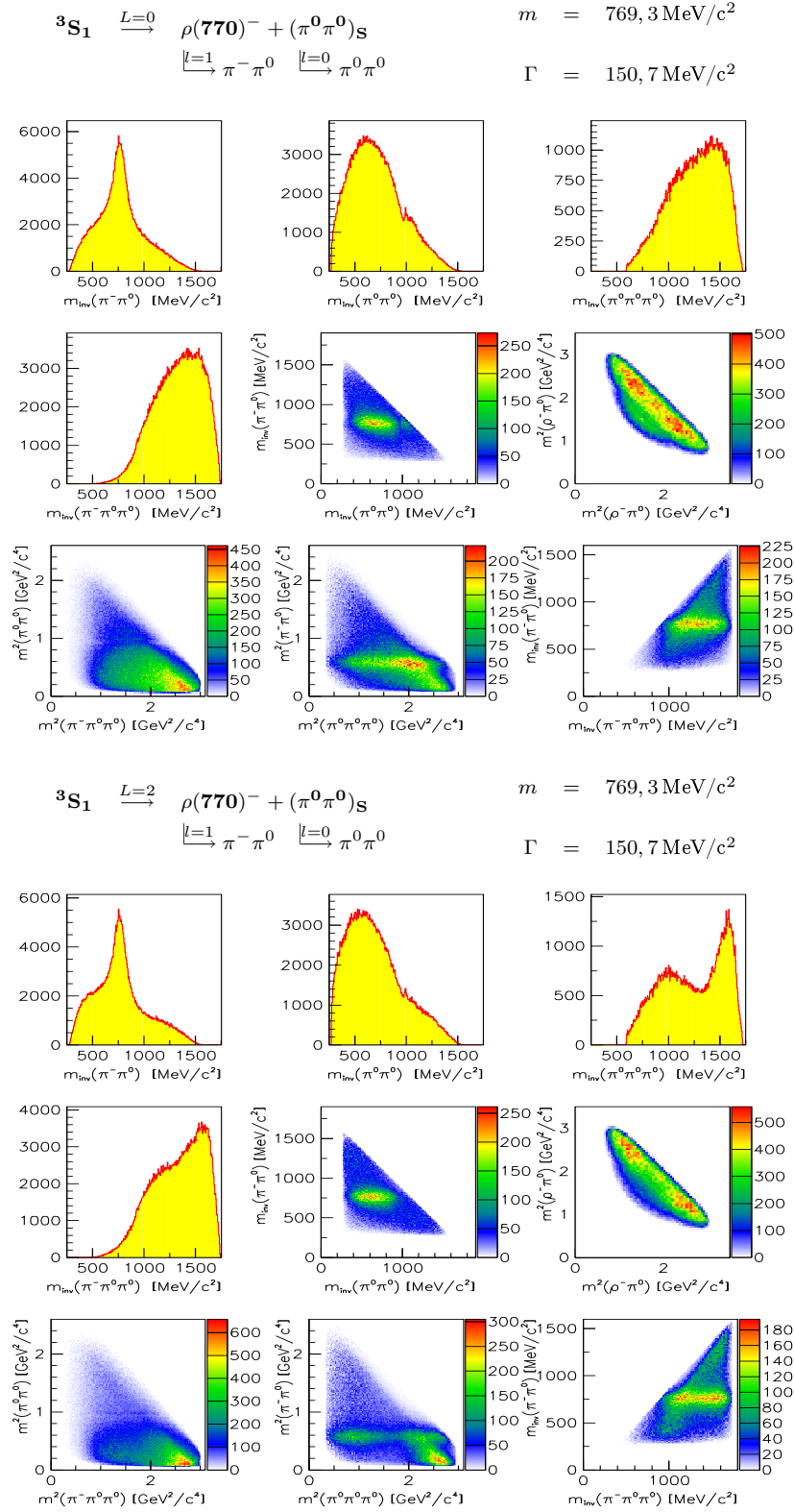


Abbildung D.1: Theoretische Amplituden  ${}^3S_1 \rightarrow \rho(770)^- + (\pi^0\pi^0)_S$ , oben mit  $L = 0$  und unten  $L = 2$ . Die Parameter der  $(\pi^0\pi^0)_S$ -Welle finden sich in Tab. 8.3.



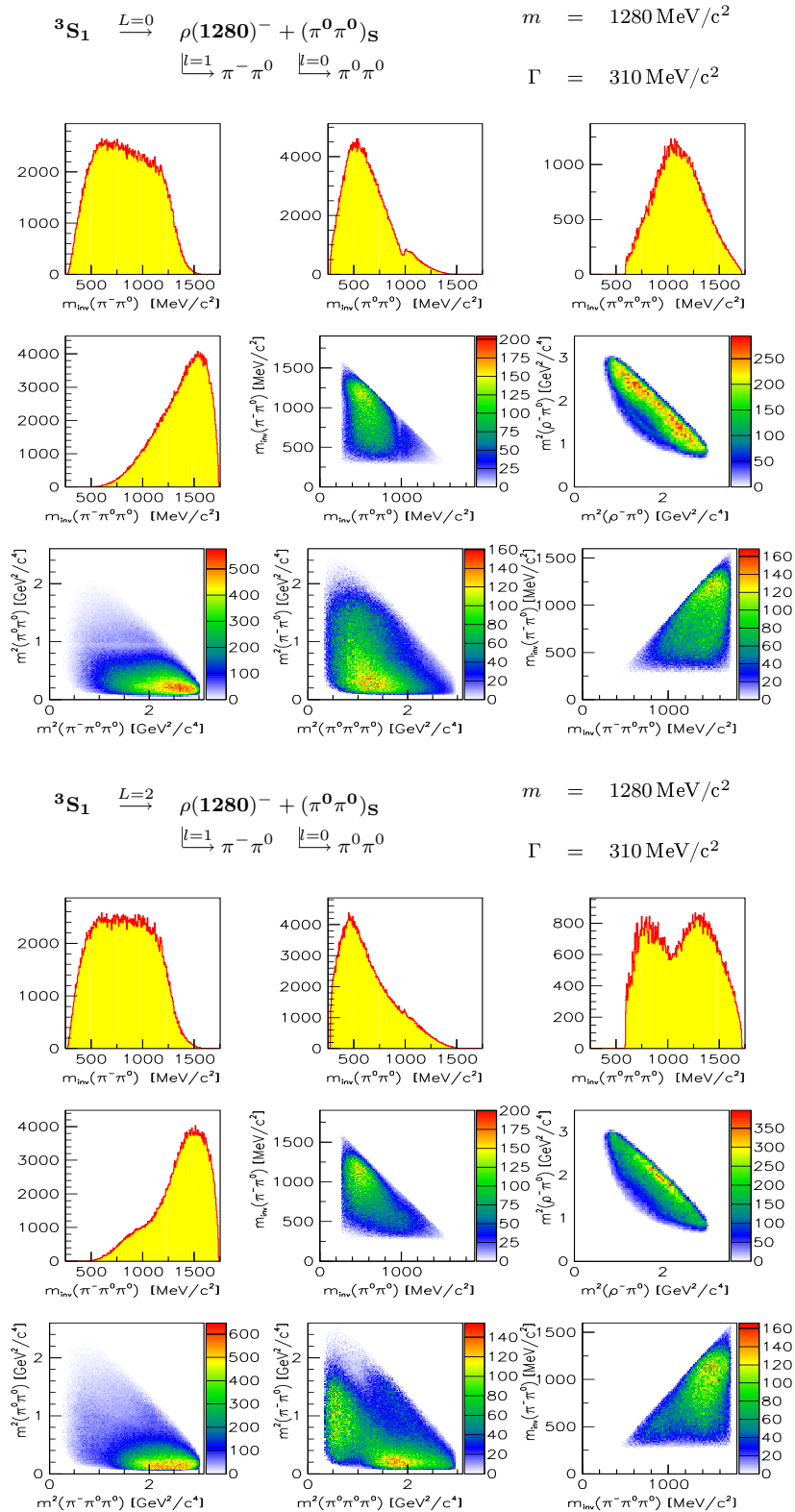


Abbildung D.2: Theoretische Amplituden  ${}^3S_1 \rightarrow \rho(1280)^- + (\pi^0\pi^0)_S$ , oben mit  $L = 0$  und unten  $L = 2$ . Die Parameter der  $(\pi^0\pi^0)_S$ -Welle finden sich in Tab. 8.3.

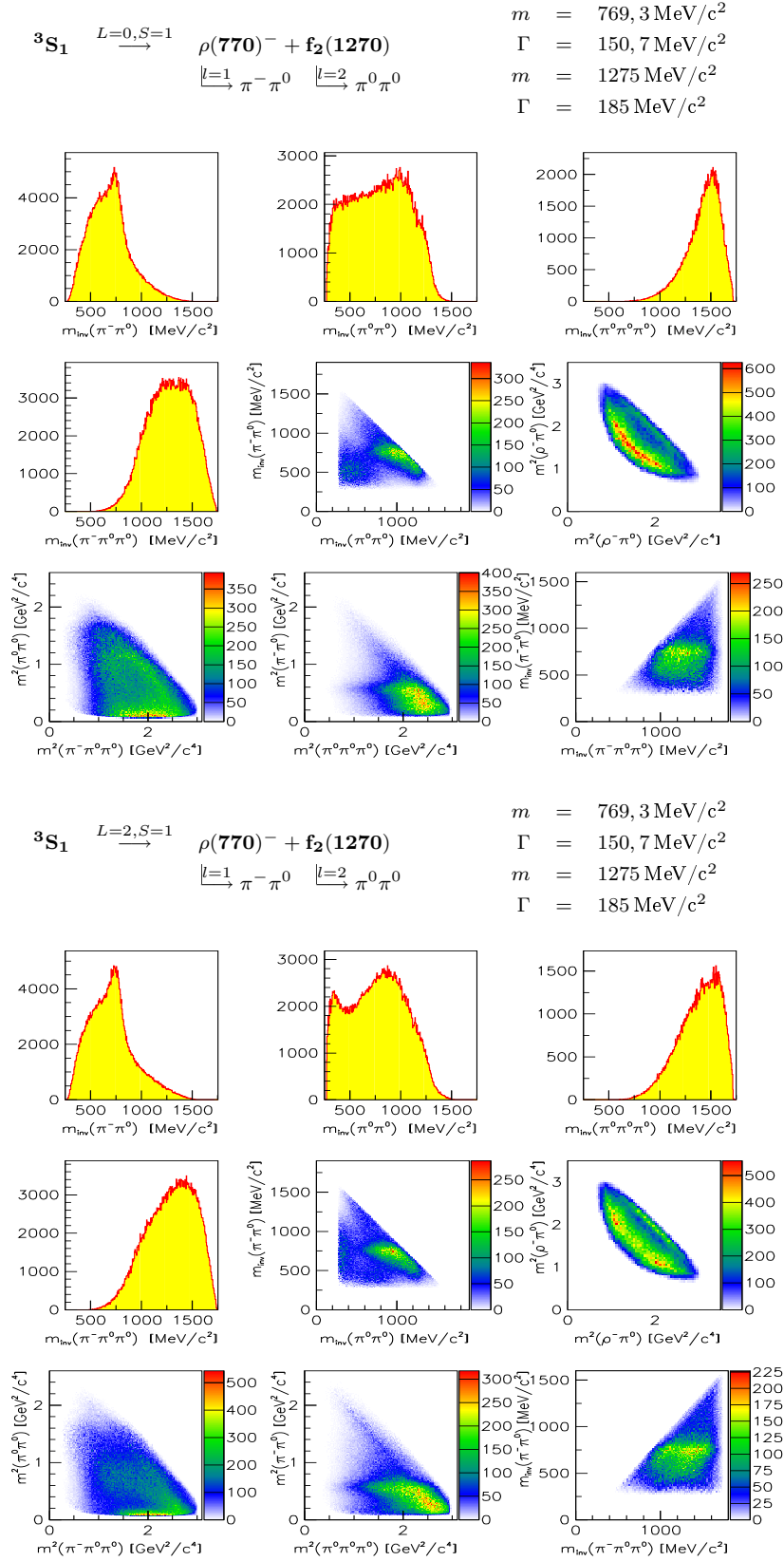


Abbildung D.3: Theoretische Amplituden  ${}^3S_1 \rightarrow \rho(770)^- + f_2(1270)$ , oben mit  $S = 1$  und  $L = 0$  und unten  $S = 1$  und  $L = 2$ .

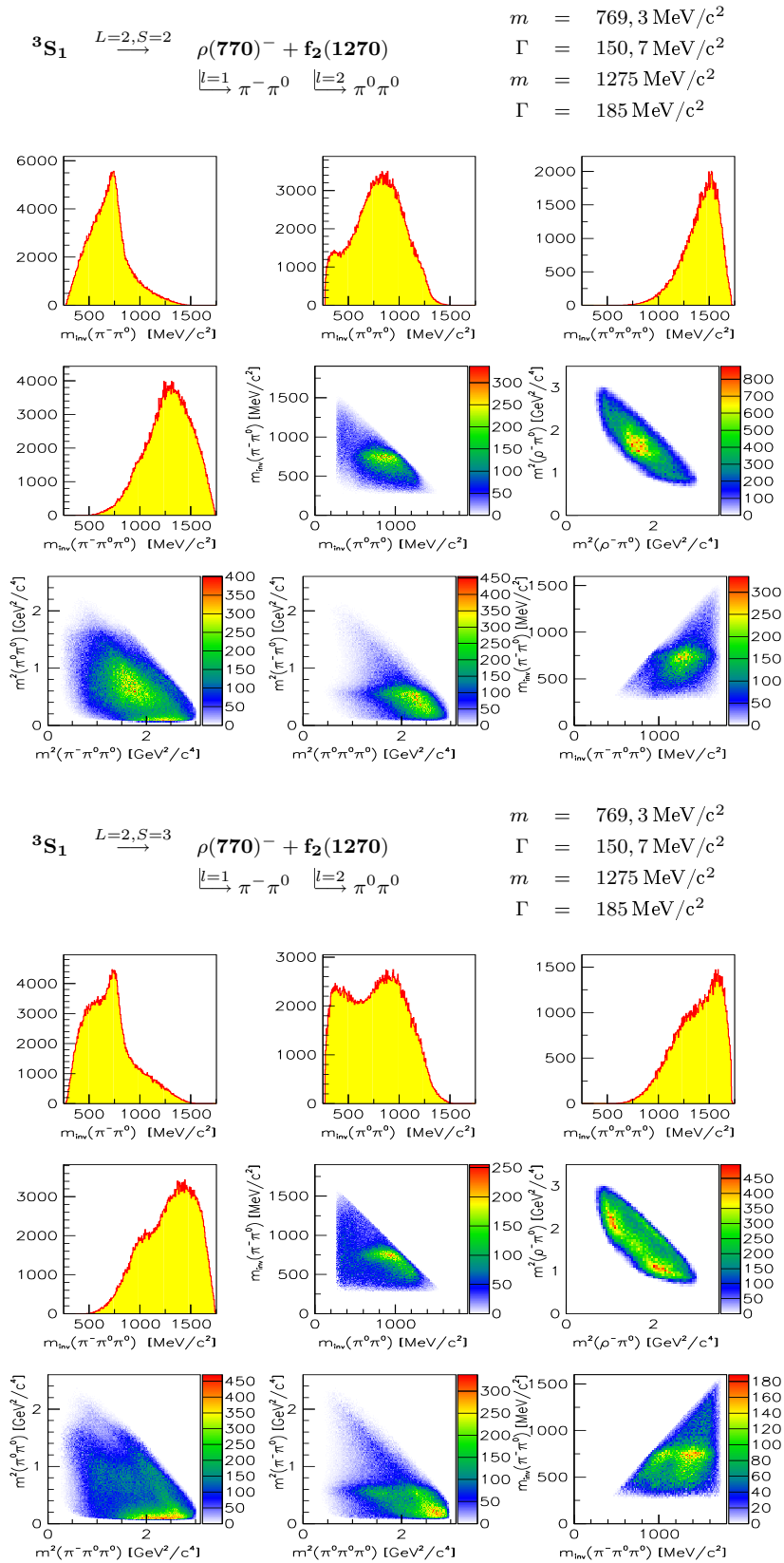


Abbildung D.4: Theoretische Amplituden  $^3S_1 \rightarrow \rho(770)^- + f_2(1270)$ , oben mit  $S = 2$  und  $L = 2$  und unten  $S = 3$  und  $L = 2$ .

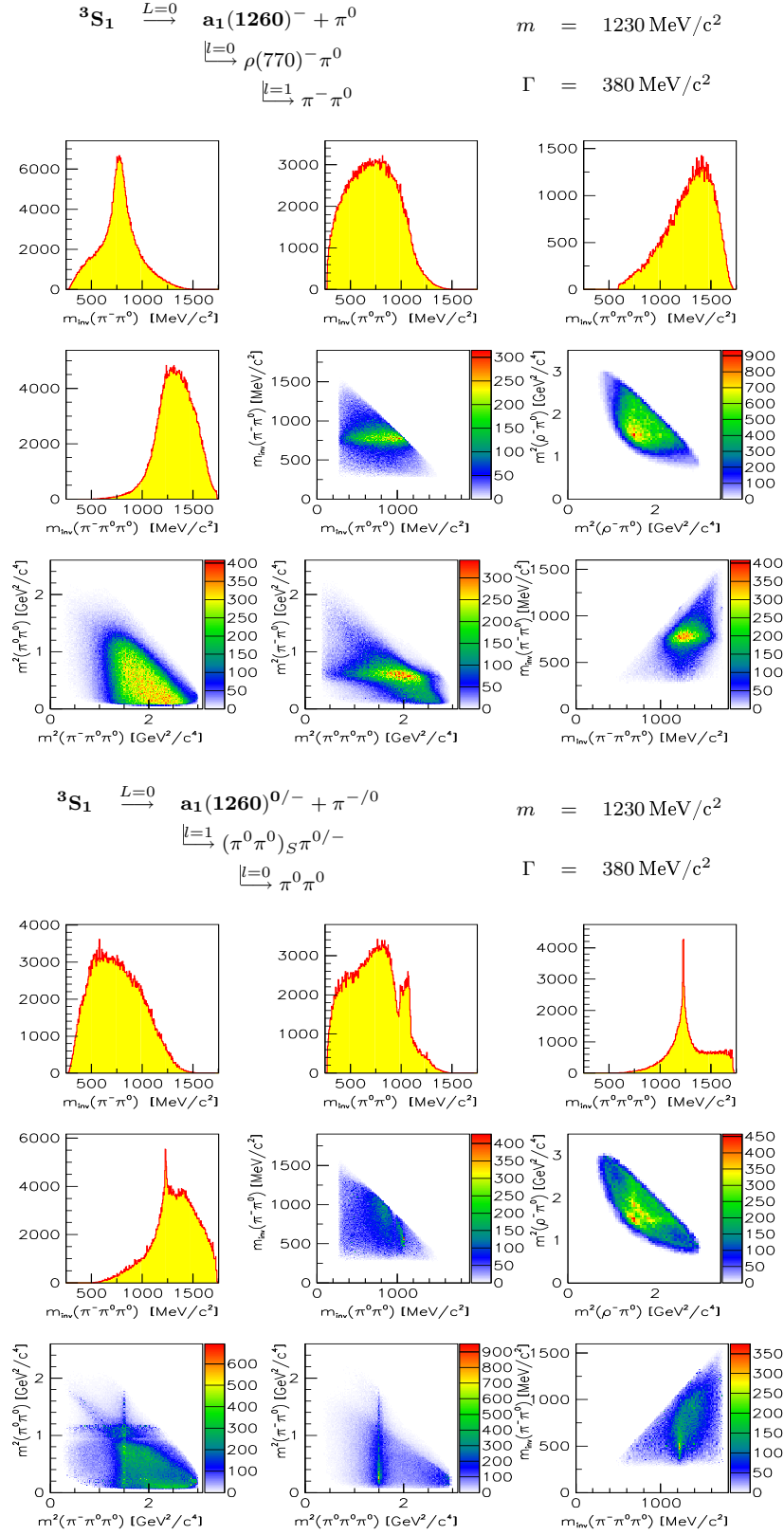


Abbildung D.5: Theoretische Amplituden  ${}^3S_1 \rightarrow a_1(1260)^- \rightarrow \rho(770)^- \pi^0$  (oben) und  $a_2(1320)^{0/-} \rightarrow (\pi^0 \pi^0)_S \pi^{0/-}$  (unten). Die Parameter der  $(\pi^0 \pi^0)_S$ -Welle finden sich in Tab. 8.3.

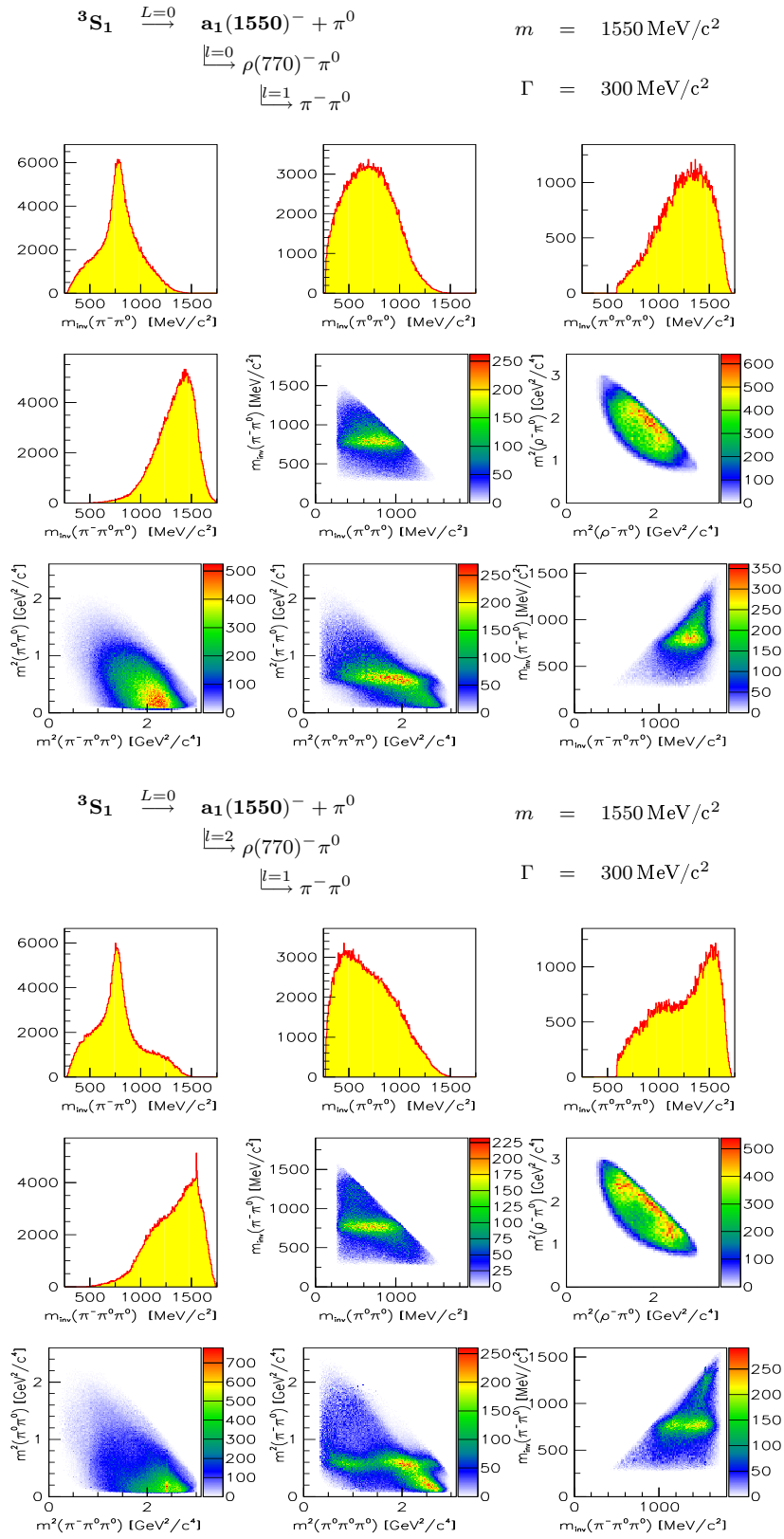


Abbildung D.6: Theoretische Amplituden  $^3S_1 \rightarrow a_1(1550)^- \rightarrow \rho(770)^- \pi^0$   $l = 0$  (oben) und  $l = 2$  (unten).

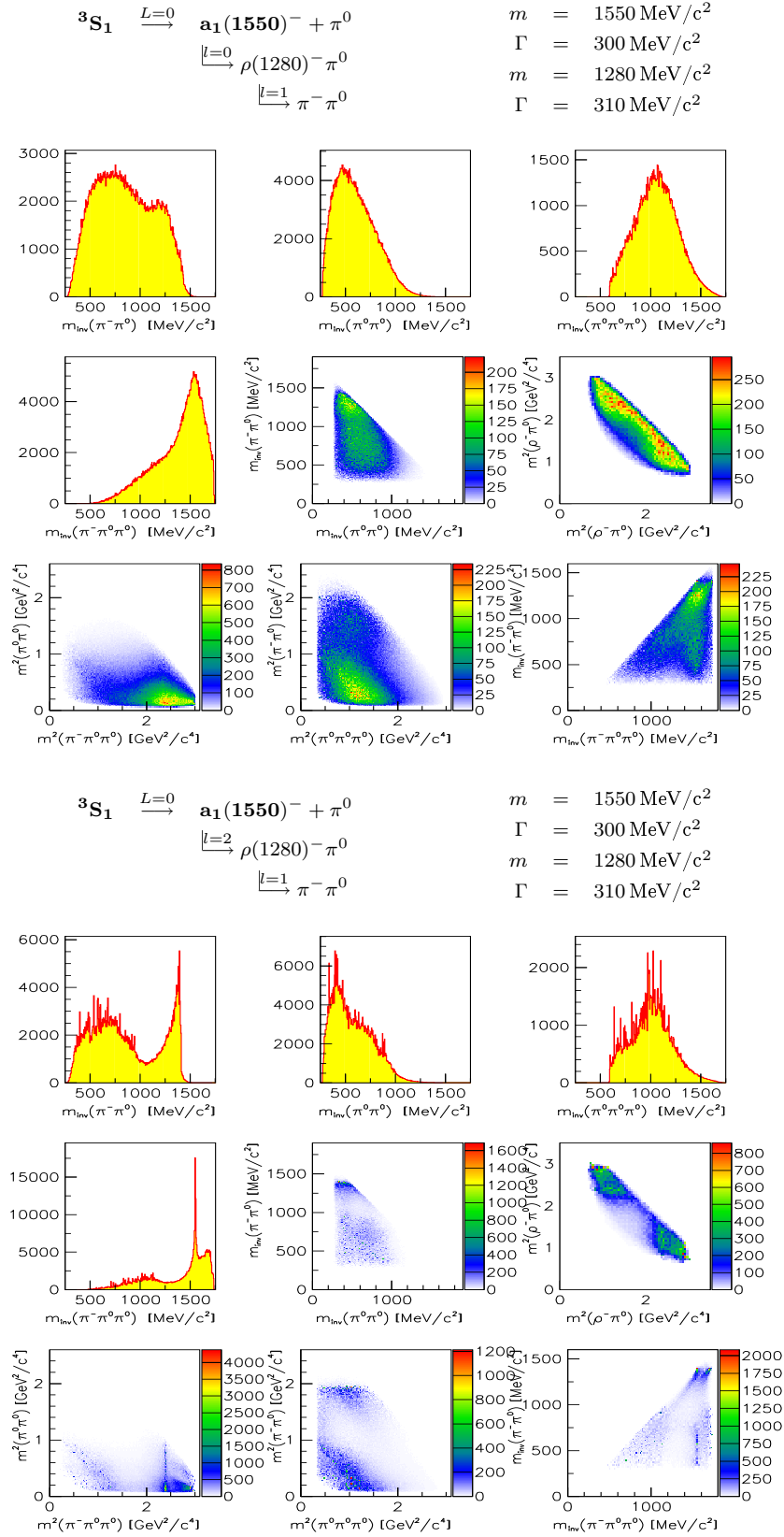


Abbildung D.7: Theoretische Amplituden  ${}^3S_1 \rightarrow a_1(1550)^- \rightarrow \rho(1280)^- \pi^0$   $l = 0$  (oben) und  $l = 2$  (unten).

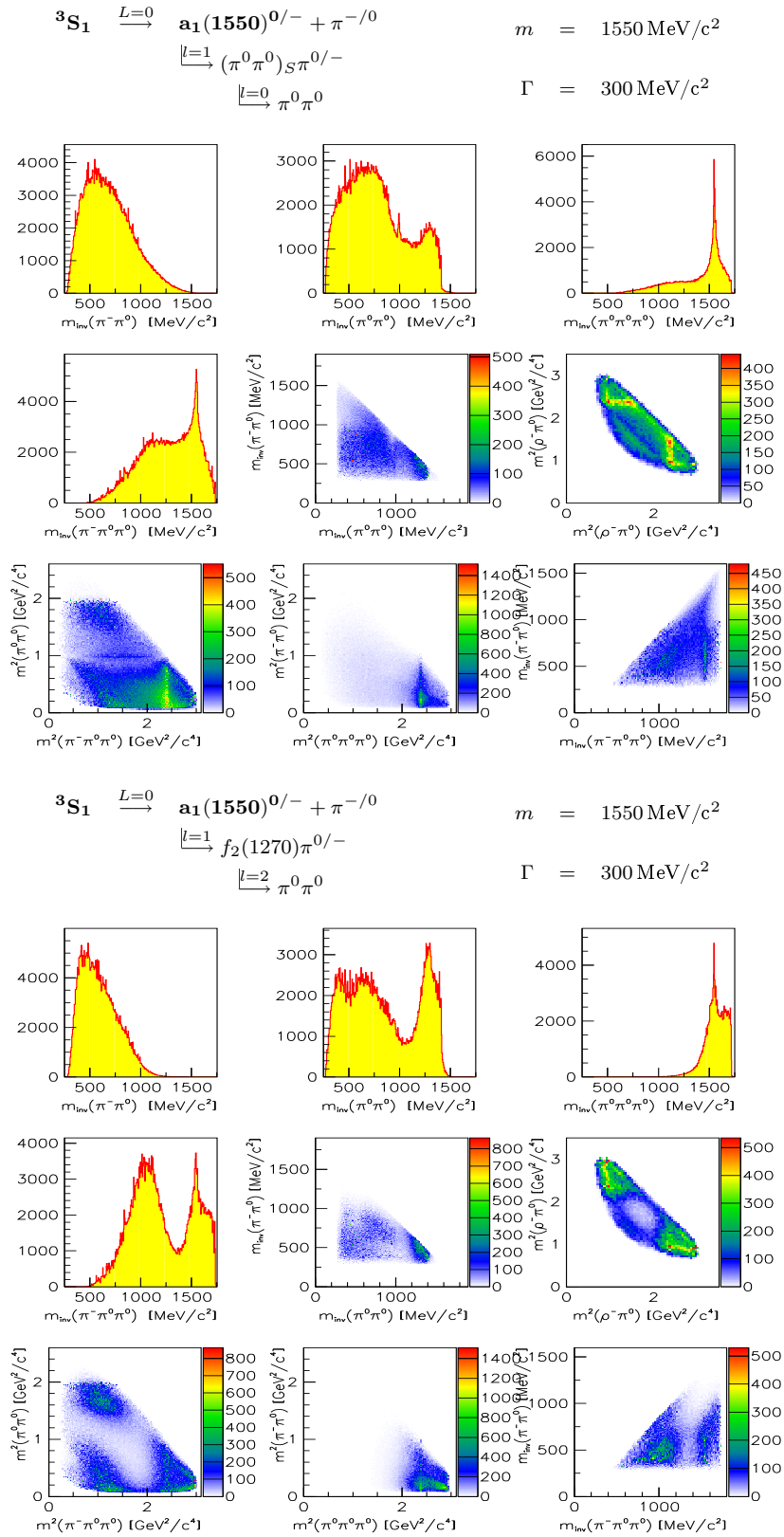


Abbildung D.8: Theoretische Amplituden  $^3S_1 \rightarrow a_1(1550)^{0/-} \rightarrow (\pi^0\pi^0)_S \pi^{0/-}$  (oben) und  $a_1(1550)^{0/-} \rightarrow f_2(1270)\pi^{0/-}$  (unten). Die Parameter der  $(\pi^0\pi^0)_S$ -Welle finden sich in Tab. 8.3.





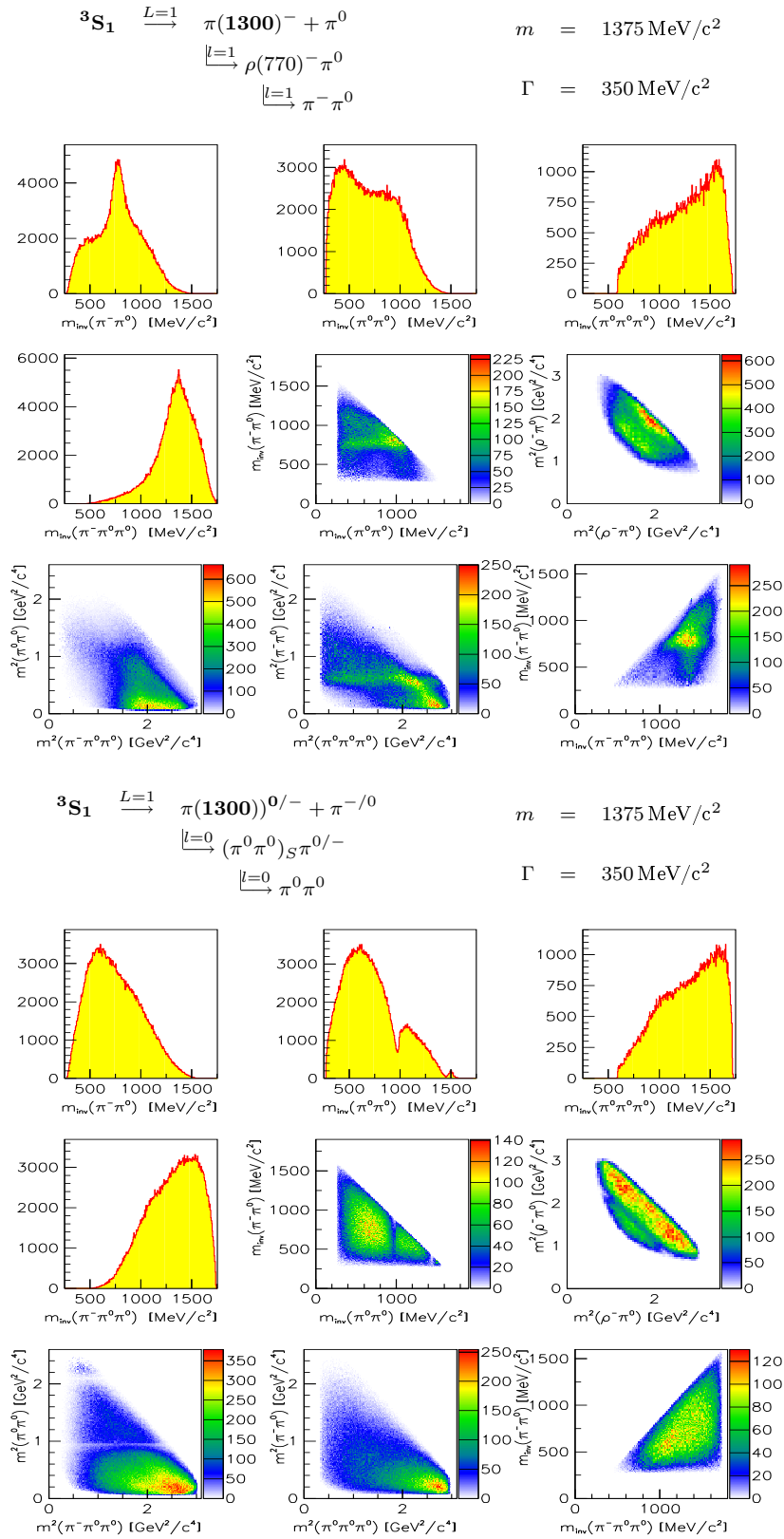


Abbildung D.10: Theoretische Amplituden  $^3S_1 \rightarrow \pi(1300)^- \rightarrow \rho(770)^- \pi^0$  (oben) und  $^3S_1 \rightarrow \pi(1300)^{0/-} \rightarrow (\pi^0 \pi^0)_S \pi^{0/-}$  (unten). Die Parameter der  $(\pi^0 \pi^0)_S$ -Welle finden sich in Tab. 8.3.

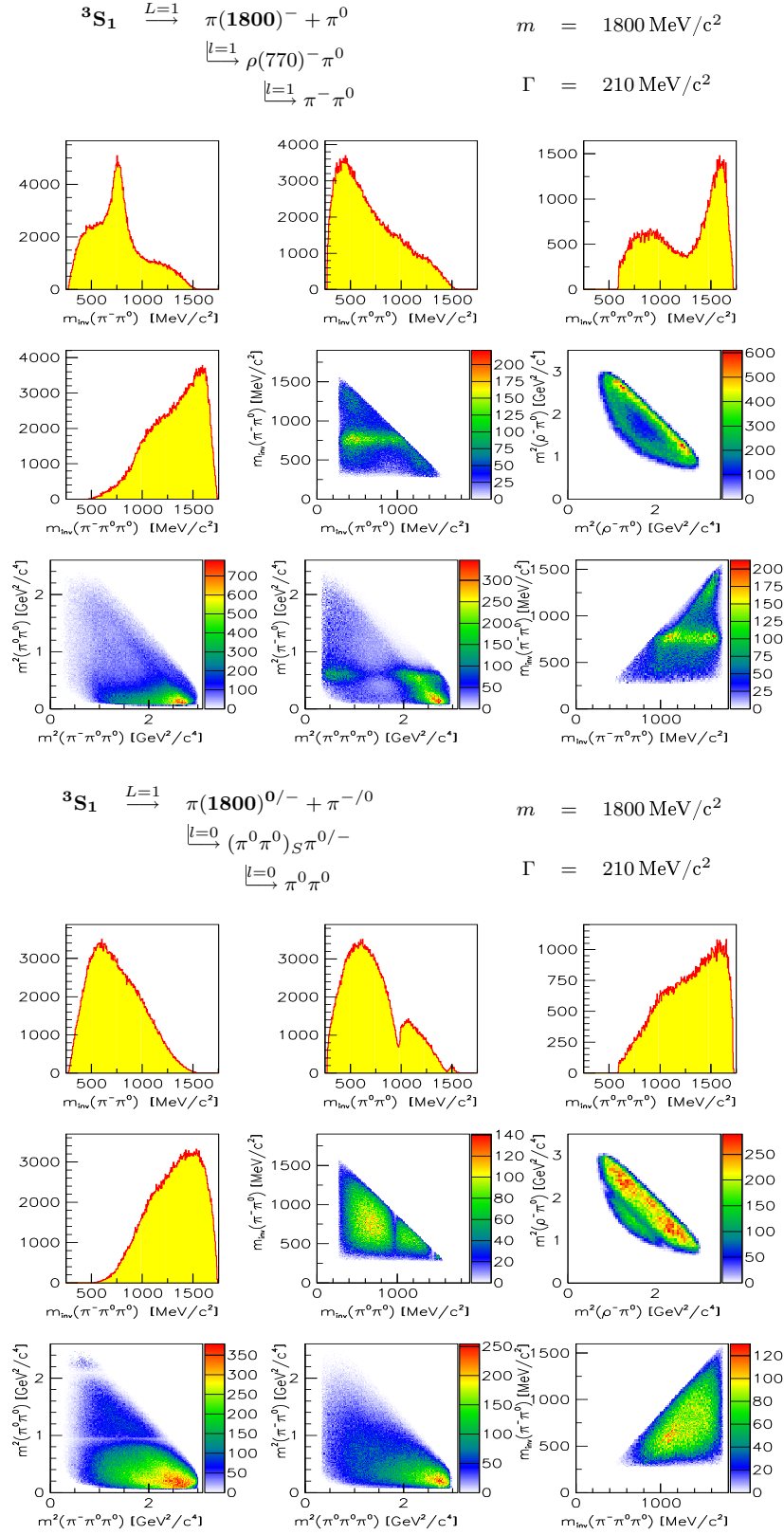


Abbildung D.11: Theoretische Amplituden  ${}^3S_1 \rightarrow \pi(1800)^- \rightarrow \rho(770)^- \pi^0$  (oben) und  ${}^3S_1 \rightarrow \pi(1800)^{0/-} \rightarrow (\pi^0 \pi^0)_S \pi^{0/-}$  (unten). Die Parameter der  $(\pi^0 \pi^0)_S$ -Welle finden sich in Tab. 8.3.

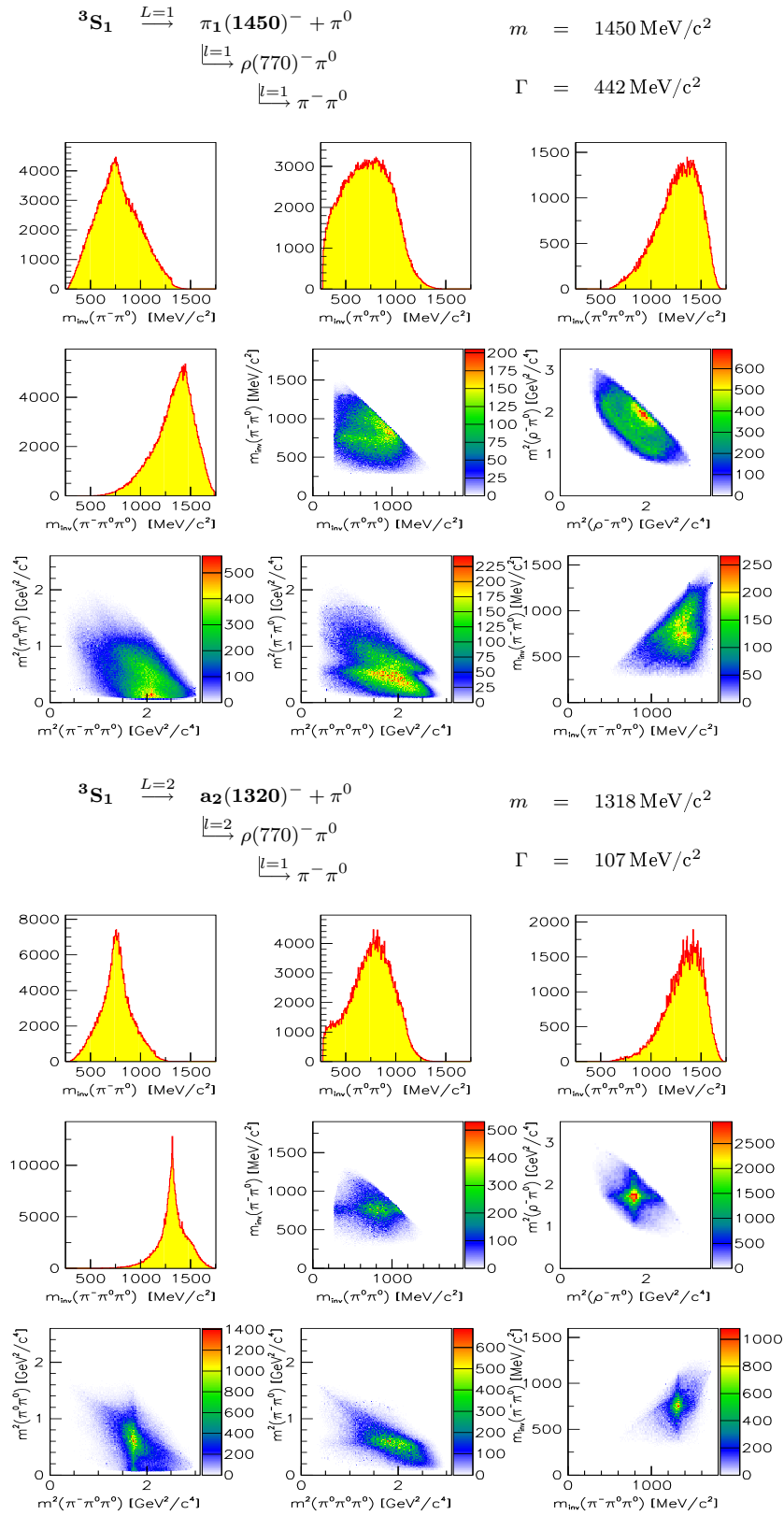


Abbildung D.12: Theoretische Amplituden  $^3S_1 \rightarrow \pi_1(1450)^- \pi^0 \rightarrow \rho(770)^- \pi^0$  (oben) und  $^3S_1 \rightarrow a_2(1320)^- \pi^0 \rightarrow \rho(770)^- \pi^0$  (unten).

## D.2 Theoretische Amplituden aus dem $^1P_1$ -Anfangszustand

In diesem Abschnitt befinden sich die wichtigsten theoretischen Amplituden des  $^1P_1$  Anfangszustandes.

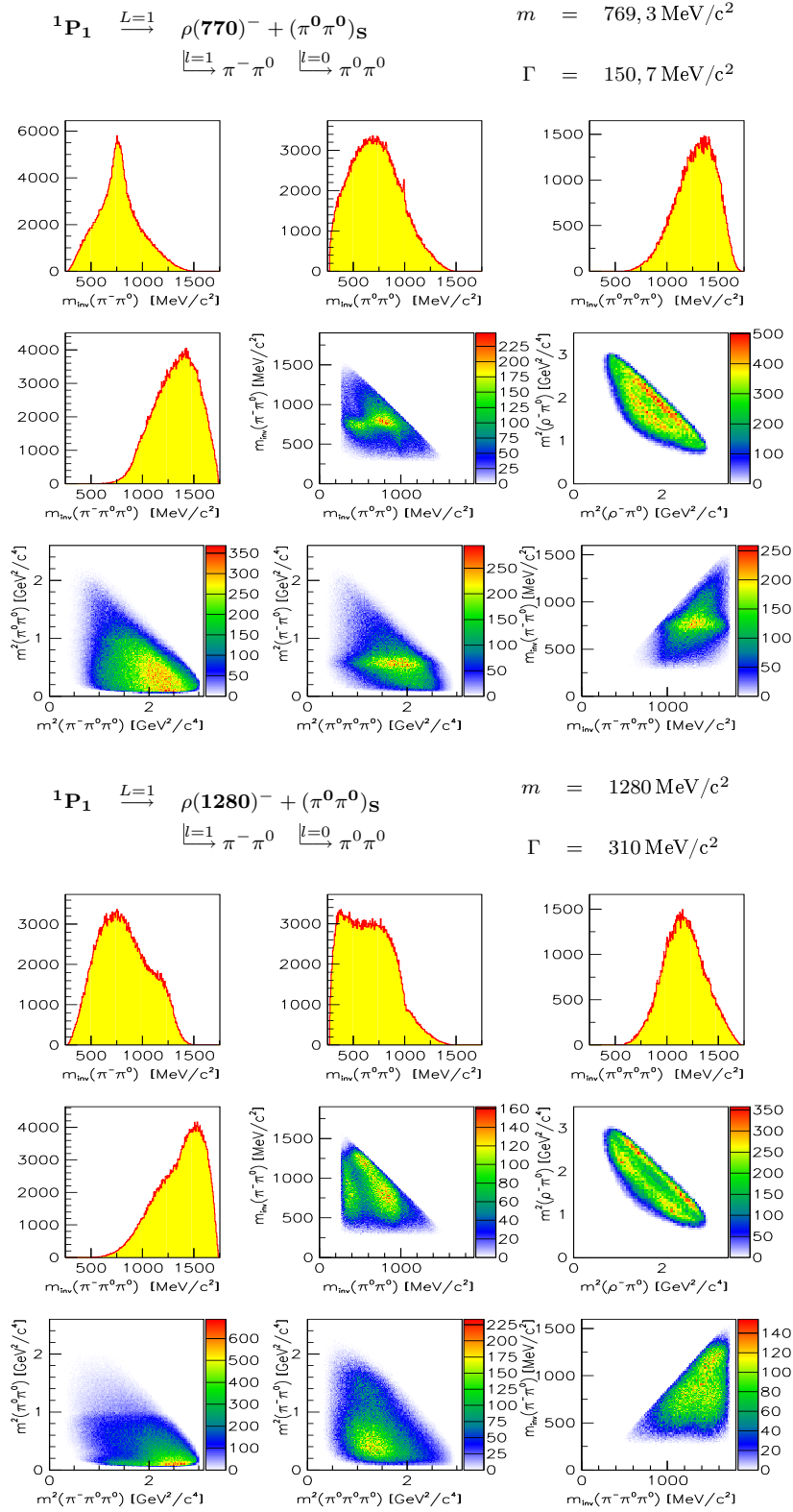


Abbildung D.13: Theoretische Amplituden  $^1P_1 \rightarrow \rho(770)^- + (\pi^0\pi^0)_S$  (oben) und  $^1P_1 \rightarrow \rho(1280)^- + (\pi^0\pi^0)_S$  (unten). Die Parameter der  $(\pi^0\pi^0)_S$ -Welle finden sich in Tab. 8.3.

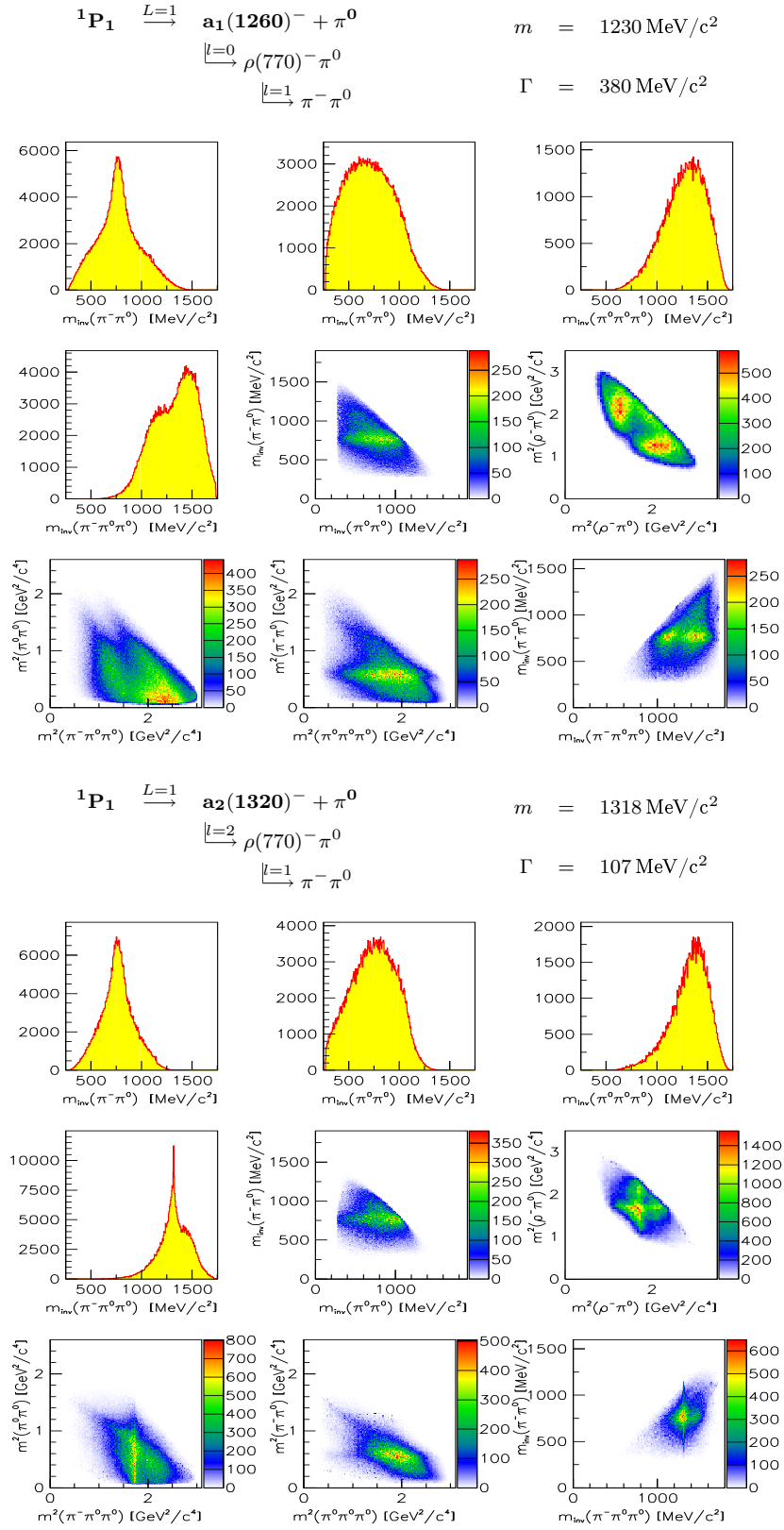


Abbildung D.14: Theoretische Amplituden  ${}^1P_1 \rightarrow a_1(1260)^- \rho(770)^- \pi^0$  (oben) und  ${}^1P_1 \rightarrow a_2(1320)^- \rho(770)^- \pi^0$  (unten).

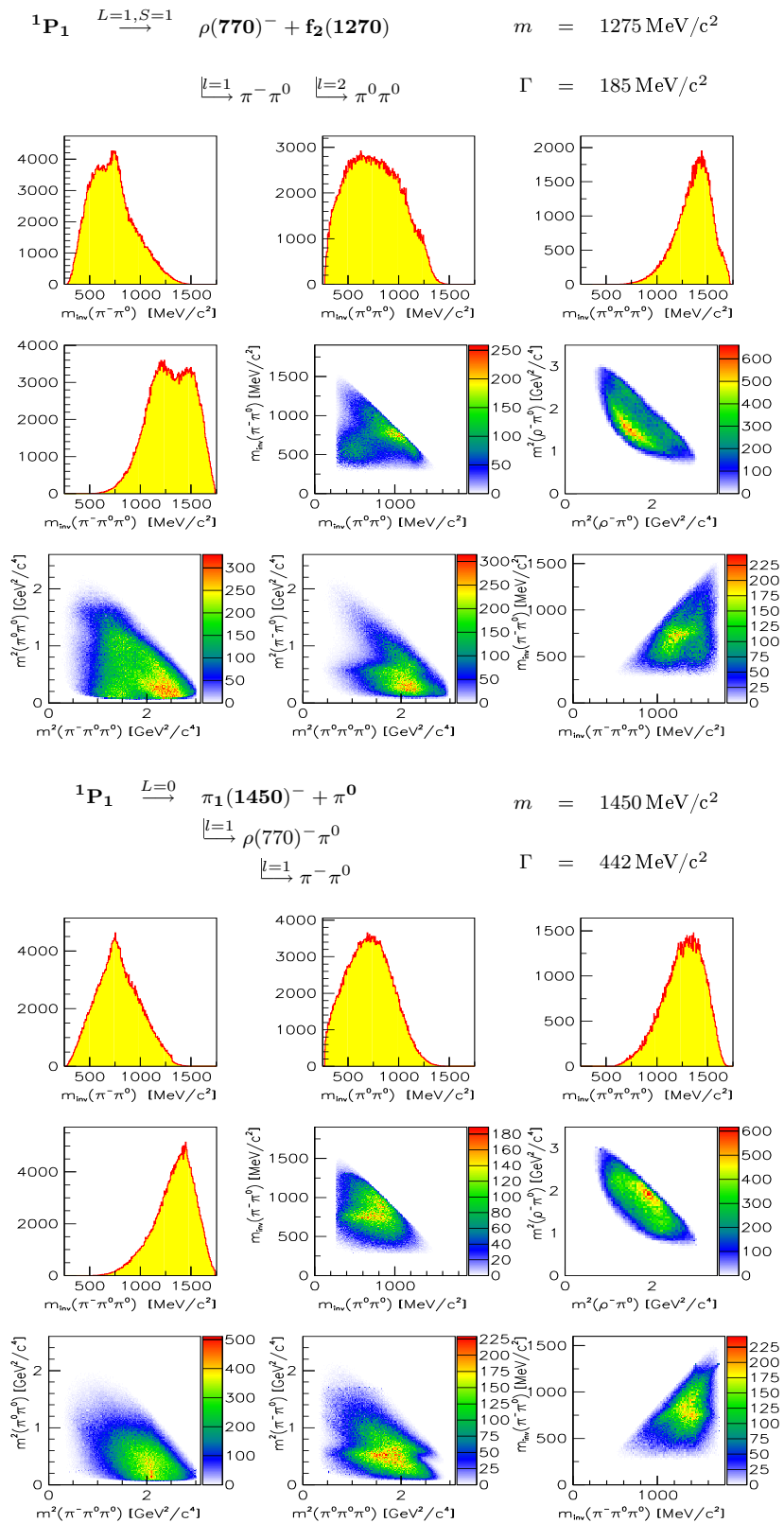


Abbildung D.15: Theoretische Amplituden  $^1P_1 \rightarrow \rho(770)^- + f_2(1270)$  mit  $S = 1$  (oben) und  $^1P_1 \rightarrow \pi_1(1450)^- \rightarrow \rho(770)^- \pi^0$  (unten).

# Literaturverzeichnis

- [1] W. B. Rolnick, The Fundamental Particles and Their Interactions, Addison-Wesley Publishing Company, Inc. (1994).
- [2] Christoph Berger, Teilchenphysik, Eine Einführung, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1992.
- [3] A. Abele et al., Crystal Barrel Collaboration, Exotic  $\eta\pi$  state in  $\bar{p}d$  annihilation at rest into  $\pi^-\pi^0\eta p_{\text{spectator}}$ , Physics Lett. **B 423** (1998) 175–184.
- [4] W. Dünneweber, K. Hüttmann and W. Röthel, Proc. Hadron 97, 309
- [5] K. Hüttmann, Untersuchung der  $\eta\pi$ -P-Welle in der Antiproton-Neutron-Annihilation in  $\eta\pi^-\pi^0$ , Diplomarbeit Univ. München (1997)
- [6] N. Isgur and J. Paton, Flux-tube model for hadrons in QCD, Phys. Rev. **D 31** (1985) 2910.
- [7] R. L. Jaffe, Phys. Rev. **D 15** (1977) 267,  
R. L. Jaffe, F.E. Low, Phys. Rev. **D 19** (1979) 2105.
- [8] C. Amsler and N. A. Törnqvist, Mesons beyond the naive quark model, Phys. Reports **389** (2004) 61–117.
- [9] M. S. Chanowitz, An Exotic Quark-Gluon Hybrid At 1420 MeV, Phys. Lett. **B 187** (1987) 409–414.
- [10] F. Meyer-Wildhagen, Antiproton-Neutron-Annihilation in die Vier-Körper-Kanäle,  $K_S K^-\pi^0\pi^0$  und  $K_S K_S\pi^-\pi^0$ , Diplomarbeit Univ. München, (1999).
- [11] S. v. d. Meer, CERN ISR-po/72-31 (1972).
- [12] E. Aker et al., Nucl. Instr. and Meth. **A 321** (1992) 69.
- [13] Ch. Regenfus, Nucl. Instr. and Meth. **A 386** (1997) 1; Dissertation, Universität München (1998).
- [14] M. Doser et al., Nucl. Instr. and Meth. **A 412** (1998) 70.
- [15] W. Schott, Das CsJ(Tl)-Kalorimeter des Crystal-Barrel-Detektors, Dissertation, Universität Karlsruhe (1989).



- 
- [16] M. A. Kunze, Aufbau und Test eines Triggersystems für das Crystal-Barrel-Experiment, Dissertation, Universität München (1990).
  - [17] R. Veenhof, CERN program library W5050 (1989).
  - [18] G. Folger, M. Doser, C. Voelcker, LEAR Crystal Barrel Experiment, PS 197, Offline Reconstruction Software Vers. 127/00, CB-Note 121, 1995.
  - [19] R. Brun, J. Zoll: ZEBRA, CERN Program Library Long Writeups Q100/Q101.
  - [20] C. A. Meyer, LEAR Crystal Barrel Experiment, PS 197, Chamber Reconstruction Software, Locater Version 2.00, CB-Note 93/Revised, 1994.
  - [21] F.-H. Heinsius et. al., LEAR Crystal Barrel Experiment, PS 197, Crystal Data Reconstruction Software Ver. 2.02/01, CB-Note 92, 1995.
  - [22] M. Burchell, M. Doser, C. Völcker, LEAR Crystal-Barrel-Experiment, PS 197, Global Tracking Particle Bank Structure, CB-Note 181, 1995.
  - [23] R. Bizarri et al., Nucl. Phys. **B 69** (1974) 298.
  - [24] Christian Felix, Antiproton-Proton-Annihilation in  $K_L K_S \pi^0 \pi^0$ , Dissertation, Universität München (1998).
  - [25] C. Felix, MAXTOOL, CB-Note 244 (1995).
  - [26] N.P. Hessey, Splitoff-recognition with Dolby-C, CB-Note 182 (1992).
  - [27] M. Benayoun et al., Split-off Recognition in Data with charged Tacks – The TAXI Logics, CB-Note 280 (1995).
  - [28] M. Lakata, A New Multi-Vertex Fitter and Updated Vertex-Locater Information, CB-Note 286 rev 1.3, 1997.
  - [29] Pal Hidas, Gyorgy Pinter, LEAR Crystal Barrel Experiment, PS 197, Kinematic Fitting Software Ver. 3.11/00 (bzw. 02), 1997.
  - [30] I. Uman, O. Kortner, A New Photon Energy Correction Function and the JDC z-scaling for inflight data, CB-Note 341, 1998.
  - [31] R. Bossingham, LEAR Crystal Barrel Experiment, PS 197, Monte Carlo Software CBGEANT 4.06/03, CB-Note 169, 1992.
  - [32] GEANT Detector Description and Simulation Tool, CERN Program Library Long Writeup D5013 (1993).
  - [33] F. James, MINUIT Function Minimization and Error Analysis, CERN Program Library, Entry D 506, Ver. 92.1 (1992).
  - [34] F. James, Interpretation of the Errors on Parameters given by MINUIT, CERN DD Suppl. D 506 (1987).

- 
- [35] F. James, Determining the Statistical Significance of Experimental Results, CERN DD/81/02 (1981).
- [36] S. U. Chung, Spin Formalism, CERN 71-8 (1971).
- [37] M. Jacob und G. C. Wick, Ann. of Phys. **7** (1959) 404-428.
- [38] Ch. Zemach, Phys. Rev. **B 140** (1965) 97 und 109.
- [39] W. Rarita und J. Schwinger, Phys. Rev. **60** (1941) 61.
- [40] C. Amsler, J. C. Bizot, Simulations of Angular Distributions and Correlations in the Decay of Particles with Spin. Computer Physics Communications 30 21-30, North-Holland Publishing Company, (1983).
- [41] C. Amsler, Spin Simulation Program SPIN, CB-Note 153.
- [42] J. D. Jackson, Nuovo Cimenta, **34** (1964) 1644.
- [43] J. M. Blatt und V. Weisskopf, Theoretical Nuclear Physics, Wiley New York (1952)..
- [44] F. von Hippel und C. Quigg, Phys. Rev. **D 5** (1972) 624.
- [45] A. Bettini et al., Annihilations  $\bar{p}n$  at Rest into Final States Containing  $K$ -Mesons, Il Nuovo Cimento Vol. LXII A, N. **4** (1969).
- [46] Particle Data Group, Review Of Particle Physics, Phys. Rev. **D 66** (2002) 010001 (URL: <http://pdg.lbl.gov>).
- [47] B. Pick, Beobachtung von Anregungen des  $\rho(770)$ -Mesons im Kanal  $\bar{p}d \rightarrow \omega\pi^-\pi^0 p_{Spectator}$ , Diss. Bonn (2001) 51.
- [48] Annihilation at rest of antiprotons and protons into neutral particles, Crystal Barrel Collaboration, Nucl. Phys. **A 720** (2003) 362.
- [49] C. Amsler et al., Observation of a scalar resonance decaying to  $\pi^+\pi^-\pi^0\pi^0\pi^0$  in  $\bar{p}p$  annihilation at rest, Phys. Lett. **B 322** (1994) 431.
- [50] U. Thoma, Untersuchung von 5-Pion-Endzuständen in der Antiproton-Nukleon-Vernichtung in Ruhe, Bonn (1998) 65.
- [51] A. Bettini et al., Nuovo Cimento **47** (1967) 642.
- [52] R. Bizzarri, Nuovo Cimento **A 53** (1968) 956.
- [53] C.J. Batty, S- and P- state annihilation in  $\bar{p}d$  interactions at rest, Nucl. Phys. **A 703** (2002) 702-716.
- [54] K. Königsmann: Fits to unbinned Data, CB-note 195, (1992).
- [55] C. Amsler: Likelihood Fitting, CB-note (1992).

- 
- [56] S. M. Flatté, Phys. Lett. **B 63** (1976) 224.
- [57] E. P. Wigner, Phys. Rev. **70** (1976) 15.
- [58] E. P. Wigner, L. Eisenbud, Phys. Rev. **72** (1947) 29.
- [59] A. D. Martin and T. D. Spearman, 'Elementary Particle Theory', North-Holland Publishing Co., Amsterdam (1970)
- [60] K. L. Au, D. Morgan, M.R. Pennington, Phys. Rev. **D 35** (1987) 1633.
- [61] K. L. Au, D. Morgan, M.R. Pennington, Phys. Rev. **D 48** (1993) 1185.
- [62] J. Brose, Beobachtung einer neuen  $J^{PC} = 0^{++}$ -Resonanz in der Antiproton-Proton-Vernichtung in  $\pi^0\pi^0\pi^0$ , Diss. Univ. Mainz (1994).
- [63] S. U. Chung et al., Partial wave analysis in  $K$ -matrix formalism, Annalen Phys. **4** (1995) 404.
- [64] I. J. R. Aitchison, Nucl. Phys. **A 189** (1972) 417.
- [65] O. Czyzewski, Kinematics of Resonance Production, Methods of Subnuclear Physics, Ed. K. Nikolic (Hrg.), Gordon and Preach, Science Publ., Herzog Novi (1968) Vol. 1.
- [66] P. Nyborg, Notes on Phase Space, S. 33 folgende, in M. Nikolic (ed.), Kinematics and Multiparticle Systems, Gordon and Breach, 1968.
- [67] D. Chodrow, A Generalized Dalitz Plot for Four-Particle Final States., Nuovo Cimento, Vol. L A, **N.3** (1967) 674.
- [68] D. J. Herndon and P. Söding, Generalized isobar model formalism, Phys. Rev. **D 11** (1975) 3165.
- [69] A. Abele et al., Phys. Lett. **B 450** (1999) 275.
- [70] C. Daum et al., Nucl. Phys. **B 182** (1981) 269.
- [71] A. Abele et al., EPJ **C 19** (2001) 667.
- [72] R. A. Aaron, R.S. Longacre, Phys. Rev. **D 24** (1981) 1207.
- [73] P. Abreu et al., Phys. Lett. **B 426** (1998), 411.
- [74] C. A. Baker et al., Phys. Lett. **B 449** (1999) 114.
- [75] C. Daum et al., Nucl. Phys. **B 182** (1981) 269.
- [76] D. Bellini et al., SJNP 41 (1985) 781.
- [77] J. Pernegr et al., Nucl. Phys. **B 134** (1978) 436.

- 
- [78] D. V. Amelin et al., Phys. Lett. **B 356** (1995) 595.
- [79] O. Kortner, Einfluß von Tripionresonanzen auf die  $p\bar{p}$ -Vernichtung in  $4\pi^0$ , Diplomarbeit Univ. München (1998).
- [80] S. U. Chung et al., Phys. Rev. **D 65** (2002) 072001.
- [81] W. Röthel, Antiproton–Neutron–Annihilation in  $\eta\pi^0\pi^-$  und  $\eta\eta\pi^-$ , Diplomarbeit, Univ. München (1995).
- [82] A. Abele et al., Phys. Lett. **B 446** (1999) 349.
- [83] D. R. Thompson et al., Phys. Rev. Lett **79** (1997) 1630; A. Ostrovidov, Hadron 97, Brookhaven.
- [84] S. U. Chung et al., Phys. Rev. **D 60** (1999) 092001.
- [85] A. R. Dzierba et al., Phys. Rev. **D 67** (2003) 094015.
- [86] A. P. Szczepaniak et al., Phys. Rev. Lett. **91** (2003) 092002-1.
- [87] G. M. Beladidze et al., Phys. Lett. **B 313** (1993) 276.
- [88] D. Alde et al., Phys. Lett. **B 205** (1988) 397.
- [89] Yu. Prokoshkin and S.A. Sadovski, Phys. Part. Nucl. **58** (1995) 606.
- [90] V. Dorofeev (VES) in: D. Amelin and A.M. Zaitsev, AIP Conference Proceedings **619** (2001) 143.
- [91] J. Reinnarth (CB) in: D. Amelin and A.M. Zaitsev, AIP Conference Proceedings **619** (2001) 792.
- [92] C. A. Baker et al., Phys. Lett. **B 563** (2003) 140.
- [93] G. S. Adams et al., Phys. Rev. Lett. **81** (1998) 5760.
- [94] E. I. Ivanov et al., Phys. Rev. Lett **86** (2001) 3977.
- [95] Y. V. Khokhlov, Nucl. Phys. **A 663** (2000) 596.
- [96] I. Kachaev (VES) in: D. Amelin and A.M. Zaitsev, AIP Conference Proceedings **619** (2001) 577.
- [97] A. Donnachie and P.R. Page, Interpretation of experimental  $J^{PC}$  exotic signals, Phys. Ref. **D 58** (1998) 114012
- [98] Private Kommunikation mit A. Sarantsev.
- [99] A. V. Anisovich et. al., Nucl. Phys. **A 690** (2001), 567
- [100] A. Abele et al., High mass  $\rho$ -meson states from  $\bar{p}d$ -annihilation at rest into  $\pi^-\pi^0\pi^0p_{\text{spectator}}$ , Phys. Lett. **B 391** (1997) 191.

- 
- [101] A. Abele et al.,  $\bar{p}d$ -annihilation at rest into  $\pi^+\pi^-\pi^-p_{\text{spectator}}$ , Phys. Lett. **B 450** (1998) 275.
- [102] K. Wittmark, Messung der Reaktionen  $\bar{p}n \rightarrow K_S K^- \pi^0$  und  $\bar{p}n \rightarrow K_S K_S \pi^-$ , Phd thesis Univ. Bonn (2001).
- [103] S. Wallis-Plachner, Produktion von  $K\bar{K}$ - und  $K\pi$ - Resonanzen bei der Antiproton-Neutron-Vernichtung, Dissertation Ludwig-Maximilians-Universität München (2002).
- [104] A. Bertin et al. (Obelix Collab.), Study of the  $\bar{p}p \rightarrow 2\pi^+2\pi^-$  annihilation from S states, Phys. Lett **B 414** (1997) 220.
- [105] C. Amsler et al. (Cryst. Barr. Collab.), Study of antiproton annihilation on neutrons into  $\omega\pi^-\pi^0$ , submitted to Phys. Lett. **B**.
- [106] A. Abele et al., Antiproton-proton annihilation at rest into  $K^+K^-\pi^0$ , Phys. Lett. **B 468** (1999) 178.
- [107] A. Abele et al.,  $4\pi$ -decays of scalar and vector mesons, Eur. Phys. J. **C 21** (2001) 261
- [108] T. Barnes, E. S. Ackleh and E. S. Swanson, On the mechanism of open-flavour strong decays, Phys. Rev. **D 54** (1996) 6811.
- [109] T. Barnes, F.E. Close, P. R. Page and E. S. Swanson, Higher Quarkonia, Phys. Rev. **D 55** (1997) 4157.
- [110] F. E. Close and P.R. Page, Distinguishing hybrids from radial quarkonia, Phys. Rev. **D 56**, (1997) 1584.
- [111] R. Kokkoski, N. Isgur and J. Paton, Gluonic Excitations of Mesons: Why They Are Missing and Where to Find Them, Phys. Rev. Lett. **54** (1985) 869.
- [112] F. E. Close, P.R. Page, The production and decay of hybrid mesons by flux-tube breaking, Nucl. Phys. **B 443** (1995) 233.
- [113] F. E. Close and H.J. Lipkin, Phys. Lett. **B 196** (1987) 245.
- [114] S. U. Chung and E. Klempt, Phys. Lett. **B 563** (2003) 83.
- [115] F. Iddir, A.S. Safir, Phys. Lett **B 507** (2001) 183.
- [116] M. Chanowitz and S. Sharpe, Hybrids: Mixed States of Quarks and Gluons, Nucl. Phys. **B 222** (1983) 211.
- [117] C. Bernard et al., Phys. Rev. **D 56** (1997) 7039.
- [118] K. Chetyrkin, S. Narison, Light hybrid mesons in QCD, Phys. Lett. **B 475** (2000) 145.

- [119] T. Barnes, F. E. Close, E. S. Swanson, Hybrid and conventional mesons in the flux tube model: Numerical studies and their phenomenological implications, *Phys. Rev. D* **52** (1995) 5242.

# Lebenslauf

## Persönliche Daten

Name	Meyer–Wildhagen
Vorname	Frank
Geburtsdatum	29. Juni 1972
Geburtsort	München

## Ausbildung

1982-1991	Mathematisch–naturwissenschaftliches und Neusprachliches Gymnasium Ottobrunn
1991-1992	Studium der Musikwissenschaften an der Ludwig–Maximilians–Universität München
1992-1999	Studium der Physik an der Ludwig–Maximilians–Universität München  Thema der Diplomarbeit: Antiproton–Neutron–Annihilation in die Vier–Körper–Kanäle $K_S K^- \pi^0 \pi^0$ und $K_S K_S \pi^- \pi^0$
1999-2004	Wissenschaftlicher Mitarbeiter an der Ludwig–Maximilians–Universität München