Achille Basile; Maro Li Calzi

Kdo říká, že matematik nemůže získat Nobelovu cenu?

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 52 (2007), No. 1, 17--28

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/141339

Kdo říká, že matematik nemůže získat Nobelovu cenu?

Achille Basile a Maro Li Calzi

Je matematika soběstačná, nebo je třeba ji podporovat?

Je všeobecně známo, že matematikové Nobelovu cenu nedostávají. Tato cena je udělována za chemii, fyziku, literaturu, fyziologii nebo lékařství a od roku 1969 také za ekonomii. (V tomto kontextu pochopitelně vynecháme Nobelovu cenu za mír.) Nobelova cena je udělována lidem, kteří v minulých letech *poskytli lidstvu největší užitek* [1].

Žádná Nobelova cena za matematiku zkrátka neexistuje. Implikace, že matematika tedy lidstvu neposkytuje žádné služby, je logicky nesmyslná a chybná. Nicméně se tato myšlenka objevuje, i když někdy podvědomě, v mysli většiny lidí, takzvané vzdělance nevyjímaje.

Je pochopitelné, že na počátku století nebyla ekonomie považována za tak důležitou jako již tehdy tradiční a prestižnější obory vědy. Dokonce i dnes vyvolává Nobelova cena za ekonomii spory; viz např. [2; str. 345–346]. Je ale obtížné přijmout, že ani o století později stále neexistuje uznání matematických věd, které by bylo ve všech směrech ekvivalentní Nobelově ceně.[1]) Ponecháme-li stranou anekdoty, vtipy a domněnky, které se tradují v souvislosti s opomenutím matematiky v závěti Alfreda Nobela (viz články [3] a [4]), jsme my, matematikové, přinejmenším částečně odpovědni za neexistenci ekvivalentní ceny za matematiku.

Samozřejmě můžete namítnout, že existuje Fieldsova medaile, která je udělována od roku 1936. Tato cena je však vzhledem ke své proslulosti mimo matematický svět, své peněžní hodnotě a všeobecnému vlivu na společnost téměř zanedbatelná. Existují také další prestižní vědecká ocenění, která mohou být udělována matematikům, ač pro ně nejsou explicitně určena. Některá z nich jsou spojena i se značnou sumou peněz; z hlediska geografického blízkým příkladem je pro autory „Premio Balzan“ [5]

[1]) Teprve od r. 2003 se uděluje Abelova cena za matematiku, jejíž finanční ohodnocení je stejné jako u Nobelovy ceny. (*Pozn. red.*)

Who said that a mathematician cannot win the Nobel Prize? In: Mathematics and Culture, Heidelberg, Springer 2004, 109–120.

Z italštiny do angličtiny přeložila Emanuela Moreale, z angličtiny do češtiny přeložila Helena Durnová.

— Balzanova cena.[2]) Nicméně mnohé z těchto cen jsou matematickou veřejností často opomíjené.

Pokud jde o cenu, kterou matematikové považují za svou „Nobelovu" cenu, tedy Fieldsovu medaili, chtěli bychom se více věnovat jejímu vlivu na společnost, neboť jsme toho názoru, že to odráží názor naší společnosti na matematiku.

Abychom zhodnotili její slávu, vyzýváme čtenáře, aby se sami zamysleli nad dvěma následujícími otázkami a aby je znovu zvážili v kontextu, který se jim zdá nejvíce vyhovující:

– Máme-li skupinu vzdělaných lidí, kolik z nich bude vědět o existenci Fieldsovy medaile? Na druhou stranu, jsou mezi nimi vůbec tací, kteří nikdy neslyšeli o Nobelově ceně?
– Pokud někdo slyšel o Fieldsově medaili, kolik jejích držitelů dokáže vyjmenovat? Na druhou stranu, kolik dokáže vyjmenovat držitelů Nobelovy ceny?

Není překvapující, že naše zkušenost v tomto směru byla poněkud zklamáním, často i mezi absolventy oboru matematika nebo profesionálními matematiky.

Informace o Nobelově ceně jsou navíc okamžitě vysílány v rozhlase a televizi a objevují se také v denním tisku. Jistě tomu tak není proto, že by oceněná práce představovala aktuální novinku, která okamžitě změní náš každodenní život, protože ve skutečnosti současníkům takové souvislosti téměř nevyhnutelně unikají. Na druhé straně:

– Kolik novinářů by dokázalo okamžitě něco říci nebo napsat o Fieldsově medaili?

Obrátíme-li pozornost na finanční ohodnocení Fieldsovy medaile, je zřejmé, že samo o sobě není důležité, je-li finanční hodnota vědeckého ocenění jedno euro nebo jeden milion euro. Je-li však částka značně vysoká, jistě udělá dojem na kolektivní představivost. Když se navíc instituce jako Švédská národní banka (Bank of Sweden) rozhodne financovat Nobelovu cenu za ekonomické vědy, znamená to uznání společenské hodnoty práce tisíců ekonomů na celém světě.

Skutečnost, že matematika nemá (téměř) nic podobného, naznačuje, že společnost matematiky sice strpí, ale neocení je. Pro naše tvrzení mluví i zvláštní shoda okolností: při rešerších pro tento článek jsme ve staré encyklopedii publikované v polovině 70. let 20. století studovali heslo „Nobelova cena".

Vcelku pochopitelně v tabulce ukazující jednotlivé držitele Nobelovy ceny chyběl sloupec pro ekonomii, protože by byl výrazně kratší než sloupce ostatní. V textu se pak

[2]) Balzanova cena je udělována ve dvou oblastech: 1) literatura, morální vědy, umění a 2) matematické, fyzikální a přírodní vědy a medicína. V současné době je její výše 1 milion švýcarských franků, přičemž polovina z této částky musí být věnována na výzkum. Eugenio Balzan (1874, Badia Polestine, severní Itálie – 1953, Lugano, Švýcarsko) byl italský novinář. Působil v Corriere della Sera v Miláně. V roce 1933 odešel kvůli svým antifašistickým názorům do Švýcarska, žil nejprve v Curychu, později v Luganu. Mezinárodní Balzanova nadace byla založena v Luganu v roce 1956 díky štědrosti Angely Liny Balzanové, která se rozhodla takto použít jmění zděděné po svém otci. Balzanova nadace má dvě různé kanceláře: „Cena" se sídlem v Miláně a „Fond" se sídlem v Curychu. (*Pozn. překl.*)

mluví o udělování ceny v ekonomických vědách od roku 1969 a je zde také seznam těch několika jejích držitelů do tehdejší doby. Rok 1972 nicméně záhadně chybí: náhodou jde o rok, v němž se držitelem Nobelovy ceny za ekonomii stal Kenneth J. Arrow, první „matematik“ za asi třicet let, jemuž byla taková cena udělena.

Matematikové dostávají Nobelovu cenu za ekonomii

Vraťme se však k hlavnímu tématu a našemu úvodnímu prohlášení, které bychom nyní chtěli následujícím způsobem modifikovat: matematikové nezískávají Nobelovy ceny, které by byly myšleny speciálně pro ně. Naštěstí však, poněvadž inteligenci lze těžko omezovat, tomu osud chtěl tak, že matematikové získávají Nobelovy ceny zamýšlené pro jiné. Matematikové jsou obzvlášť zruční v získávání cen původně určených pro ekonomy.

Do dnešního dne se tak stalo nejméně v 10 % případů, a budeme-li definovat profesi „matematik“ poněkud volněji, pak v 17 % případů. Jsme si jisti, že i v budoucnu budou matematikové získávat Nobelovy ceny nebo že tyto ceny získají ekonomové, jejichž přínos byl v zásadě povahy matematické.[3])

Pohlédněme nyní zpět do minulosti a obraťme pozornost k Nobelovým cenám za ekonomii, které byly dosud uděleny „matematikům“:

– Gerard Debreu (1983);
– Kenneth J. Arrow (1972, společně s Johnem R. Hicksem);
– John F. Nash (1994, společně s Johnem C. Harsanyiem a Reinhardem Seltenem);
– Leonid V. Kantorovič (1975, společně s Tjallingem C. Koopmansem).

Zdá se nám být namístě zdůvodnění našeho poněkud nekontroverzního, avšak nikoli jednohlasného výběru. Navíc cítíme povinnost osvětlit souvislosti, které vidíme mezi matematikou a ekonomií.

Ekonomie je věda obdařená hlubokými společenskými souvislostmi, a proto je třeba hodnotit vhodnost témat, jimiž se zabývá, podle funkce jejich dopadu na společnost. Právě její složitá ústřední témata lze často nejlépe uchopit pomocí logiky a matematiky. To platí jak ve smyslu schopnosti zpracování, tak ve smyslu analýzy jednotlivých tvrzení. Riziko, že rozvoj sofistikovaných, avšak od reality odtržených modelů bude považován za dobrou ekonomii, když přitom jde v lepším případě o dobré intelektuální cvičení, lze překonat pouze podporou rozšíření vyšší matematické kultury mezi ekonomy. Tak bude možné rozlišit, co je relevantní pro rozvoj ekonomických věd a co je

[3]) Zatímco v tomto článku se soustředíme na ekonomii, neměli bychom opomenout, že spoludržitelem Nobelovy ceny za chemii se v roce 1998 stal J. A. Pople. Tento britský matematik rozvinul výpočetní metody, které umožnily práci s matematickými rovnicemi, jež jsou základem aplikací kvantové mechaniky na chemické problémy.

(*Pozn. redakce:* V roce 1979 získali Nobelovu cenu za fyziologii nebo lékařství Američan A. M. Cormack a Brit G. N. Houndsfield za realizaci počítačové tomografie, v níž se používá diskrétní Fourierova transformace.)

pouze formální cvičení, bez problémů s dešifrováním a pochopením termínů, s jejichž pomocí jsou otázky kladeny.

V matematické komunitě jsou tradiční kritéria používaná pro určení toho, zda je daná práce relevantní, založena na matematické hloubce, kapacitě pro nové myšlenky nebo nové metody nebo na faktu, zda řeší problém, na jehož řešení se už dlouho čekalo. Tato kritéria však nejsou vhodná pro hodnocení toho, zda matematika přispěla k rozvoji ekonomie (či jakékoliv jiné vědní disciplíny). Místo toho je nutné brát v úvahu, jak moc použití daného matematického nástroje přispívá k rozvoji disciplíny, na niž, a tím i na její pojetí reálného světa, bylo aplikováno.[4])

Myslíme si, že naší volbě Kantoroviče a Nashe lze těžko odporovat: oba byli bezesporu matematiky. I kdyby kterýkoliv z nich nepotkal ekonomii, a tedy by nezískal Nobelovu cenu v této disciplíně, byli by stále připomínáni pro nezapomenutelné stopy, které zanechali v matematice 20. století. Také volba Debreua je stěží překvapující. Jak uvidíme, je těžké nevidět ho jako matematika jak kvůli jeho vzdělání, tak kvůli zvláštnosti jeho příspěvku k teorii ekonomie.

Na druhé straně naše volba Arrowa se může ukázat jako kontroverznější. Přesto věříme, že existuje dobrý důvod pro to, abychom ho uvedli v „klubu matematiků“. Tento důvod spočívá především v jeho vzdělání, ve vztahu jeho práce k práci Debreuově a v tom, že se Debreu ve svém tiskovém prohlášení [6], oznamujícím získání Nobelovy ceny, výslovně zmínil o „větě“ (řekneme-li věta, vybaví se matematika) jako o jednom z jeho nejdůležitějších přínosů k teorii společenského blahobytu. Hlavním důvodem je však jeho příkladný intelektuální přístup ve vztahu k otázkám zjevně se týkajícím politiky a společnosti s niternou potřebou logických souvislostí, která je uspokojována zaváděním a podporováním použití všech nutných formálních nástrojů, včetně těch velmi abstraktních.

Gerard Debreu

Debreu se narodil v roce 1921 v Calais. Vystudoval École Normale Supérieure v době nacistické okupace Francie. Studoval matematiku a fyziku. Jak Debreu sám prohlašoval, z učitelů na něj měl největší vliv Henri Cartan, ale obecně to byla bourbakistická škola,[5]) která ovlivnila jeho matematický vkus. Mezi lety 1946 a 1948 konvertoval k ekonomii pod vlivem knihy *A la Recherche d'une Discipline Economique*, již krátce předtím vydal Maurice Allais (který se v roce 1988 také stal držitelem Nobelovy ceny).

Později se Debreu věnoval pouze ekonomii (či matematické ekonomii) a zaujímal stále prestižnější místo ve významných evropských a amerických vědeckých institucích. Nobelova cena mu byla udělena v roce 1983: „za zapracování nových matematických metod do ekonomické teorie a za přesnou formulaci teorie obecné rovnováhy“.

[4]) Ve smyslu vyřešení problémů, které by jinak nemohly být vyřešeny, nebo ve smyslu objasnění základních pojmů.

[5]) Henri Cartan byl jedním ze zakládajících členů bourbakistické školy — skupiny matematiků, kteří publikovali pod kolektivním pseudonymem Nicolas Bourbaki. (*Pozn. překl.*)

To implicitně naráží na zavedení matematické analýzy včetně mnohoznačných funkcí, teorie konvexních množin a konvexní analýzy do ekonomické teorie. Dnes jsou tyto nástroje, které sahají daleko za diferenciální počet, součástí „sady nástrojů“ dobrého teoretika ekonomie. Na jeho hlavní práci [7] o obecné ekonomické rovnováze se dnes také výslovně odkazuje.

Teorie obecné ekonomické rovnováhy rozšiřuje částečné analýzy rovnováhy, které většinou studují trh jedné komodity a které obsahují zjednodušující (avšak nerealistický) předpoklad, že tento trh není ovlivněn trhy jiného zboží. Abychom se přiblížili realitě, je místo toho nutný zobecňující přístup, v němž se všechny trhy navzájem ovlivňují a je studována ekonomika jako celek s cílem určit souběžné ceny a rovnovážné kvality pro všechny komodity.

První formulace této teorie sahá zpět k Leonu Walrasovi do roku 1874, ale teprve v 50. letech 20. století díky slavné práci Arrowa a Debreua [8] získala tato teorie první formální potvrzení logické soudržnosti skrze důkaz existence rovnováhy. V roce 1959 publikoval Debreu práci [7], v níž shrnul veškerou svou činnost z 50. let 20. století, a nemohl tedy opomenout ani díla Arrowa na stejné téma.

Debreu přijal axiomatický přístup a přidal k němu velmi dobře definovanou teorii známou jako obecná ekonomická teorie pro případ dokonalé soutěže. To platí přinejmenším pro výsledky v této oblasti dosažené v tehdejší době: problémy související s jedinečností a stabilitou rovnováhy v podstatě nejsou předmětem zkoumání. Univerzálnost podobně jako elegance umožněná axiomatickým přístupem jsou explicitně uznány v rozsáhlé motivaci pro Nobelovu cenu [9], která uvádí několik oblastí, v nichž se tato teorie používá. Pro nás, matematiky, to není žádná novinka (naopak je to naše silné tvrzení): dobré formální abstraktní teorie se vyznačují nezávislostí na jednotlivých interpretacích pro účely každodenního použití, od nichž byly původně odvozeny, a lze je tedy aplikovat v různých kontextech. Pro světovou ekonomickou teorii to však v 50. letech 20. století byla převratná novinka či spíše přímo revoluce, která nakonec silně ovlivnila následující vývoj.

Nyní velmi stručně naznačíme obsah Debreuovy monografie [7], přičemž se omezíme na případ směnných ekonomik. Větší část jeho monografie je napsána s cílem formulovat příslušné definice pro pojmy, s nimiž teorie zachází, a dále s cílem studovat formální vztahy mezi nimi. Na konci těchto snah můžeme sklízet ovoce ve formě definic pojmů, jako například *abstraktní ekonomie* či *rovnováha*, v důkazu existence nejméně jednoho přidělení rovnováhy a v předvedení jeho optimálních vlastností.

Ekonomika se skládá z:

– konečné množiny A činitelů;

– vektorového prostoru V, v němž vektor představuje spotřební koš;

– vektorového podprostoru P algebraických dvojic V, v nichž vektory p (ceny) umožňují srovnání mezi jednotlivými spotřebními koši x pomocí numerické hodnoty $\langle x, p\rangle$;

– trojice $\{V(a),\ e(a),\ \gtrsim(a)\}$ pro každého činitele, kde: $V(a) \subseteq V$ je množina možných nákupů A, obsahující spotřební koš, který by mohl mít zájem o koupi a; $e(a)$ představuje počáteční dotaci a; $\gtrsim(a)$ je preferenční relace na spotřebním koši $V(a)$.

Činitel a, s cílem optimalizovat vlastní preference, bere v úvahu ceny p a poptávku spotřebního koše $d(a,p)$, který je maximální vzhledem k relaci $\gtrapprox(a)$ na množině $B(a,p) = \{x \in V(a)\colon \langle x,p\rangle \leqq \langle e(a),p\rangle\}$. Pro jednoduchost předpokládáme, že se poptávka skládá pouze z jednoho vektoru.

Je-li dána celková nabídka zboží e (součet počátečních množství $e(a)$), říkáme, že cena p je rovnovážná, pokud je celková poptávka $d(p)$ (součet jednotlivých poptávek $d(a,p)$) rovna e.

Tři hlavní body díla [7] jsou: důkaz existence alespoň jedné funkční rovnovážné ceny, důkaz Paretova optima a konečně uznání toho, že každé alokaci zdrojů $x(a)$ podle Paretova optima lze přiřadit systém individuálních poptávek $d(a,p)$ pro odpovídající rovnovážnou cenu p v ekonomice ve všech směrech podobné počáteční ekonomice, až na počáteční množství, která se nyní rovnají $x(a)$.

Po vydání [7] následoval další slavný výsledek Debreua (a Scarfa). Tím byl důkaz Edgeworthovy hypotézy, že v ekonomikách s velkým počtem činitelů lze při práci s rovnovážnými alokacemi použít silnější kritérium optimálnosti než Paretovo, a to klíčové kritérium. Korektní formulace věty o ekvivalenci je poměrně složitá a je tedy nad rámec této knihy (ačkoli je vše, jen ne nepřekonatelná). Odkaz na tuto knihu lze zdůvodnit její důležitostí a také tím, že se k ní znovu dostaneme v části věnované Kantorovičovi.

Kenneth J. Arrow

Stejně jako Debreu i Arrow se narodil v roce 1921. Ve svém rodném New Yorku studoval matematiku (mimo jiné s Alfredem Tarskim) na Columbia University, kde získal titul Masters v roce 1941. Později, pod vlivem kursů vedených Haroldem Hotellingem, začal Ph. D. v ekonomii, které dokončil v roce 1951. Část výzkumu pro Ph. D. a své rané práce prováděl v Cowles Commission, kde se setkal s Debreuem, a v Rand Corporation. Posledně zmíněné prostředí se nyní jeví jako magické díky působení vědců jako R. Bellman, D. Blackwell, H. F. Bohnenblust, J. Milnor, J. Nash, P. Samuelson, L. S. Shapley, až po neopakovatelnou přítomnost J. von Neumanna.

Arrow je nyní emeritním profesorem na Standfordské univerzitě, kde vyučoval ekonomii, statistiku a operační výzkum od roku 1949 (s desetiletou přestávkou na Harvardu). Nobelovu cenu získal v roce 1972 s následujícím odůvodněním: „za … průkopnické příspěvky k teorii obecné ekonomické rovnováhy a teorii blahobytu“.

Arrowův příspěvek k teorii rovnováhy má samozřejmě z velké části společnou základnu s prací Debreua: ačkoli však oba vycházeli z podobné motivace, nevyvinuli tak docela stejný přístup. Především, americký vědec je neustále motivován k hledání aplikací svého výzkumu. Srovnání osobností obou vědců je nad rámec tohoto příspěvku, který je zamýšlen jako stručný přehled, nikoliv jako důkladný rozbor. Čtenáři, kterého by zajímal podrobnější rozbor tohoto jistě zajímavého tématu, doporučujeme kapitoly IX a X v [10]. Zde pouze poukážeme na hlavní příspěvek Arrowa k rozvoji teorie nejistoty v rámci obecné teorie ekonomické rovnováhy. Všimneme si také podrobněji jeho jiné zásadní linie výzkumu, teorie blahobytu, a to skrze jeho diskusi o teorii nemožnosti, o níž se tvrdí, že je *„pravděpodobně nejdůležitější z mnoha Arrowových příspěvků k teorii blahobytu“* [6].

Ačkoliv není z pohledu použitých nástrojů technicky obtížná, nepostrádá Arrowova teorie nemožnosti matematickou eleganci a troufáme si říci, že je to pozoruhodný a poučný příspěvek. Oblast, s níž pracuje, je studium přijatelných mechanismů pro agregaci preferencí jednotlivce s cílem vybudovat vztah sociálních preferencí.

Je-li dána množina X možných alternativ, předpokládejme, že každý jednotlivec a společnosti A má svůj vlastní preferenční vztah (relaci) $>(a)$. Mechanismus agregace preferencí je aplikace, která transformuje preference $\{>(a)\colon a \in A\}$ do jednoduché kolektivní preference $>(A)$. Odborný termín obvykle používaný místo agregačního mechanismu je *funkce společenského blahobytu.*

Bez ohledu na samotný termín, funkce společenského blahobytu označuje velmi obecný pojem, jehož přijatelnost závisí na realizovatelnosti jistých požadavků na racionalitu. Především očekáváme, že „dobrá“ funkce společenského blahobytu bude dodržovat *jednohlasnost*: pokud každý jednotlivec dává přednost alternativě x před y, pak společnost musí také dávat přednost x před y. Tuto skutečnost můžeme vyjádřit pomocí velmi jednoduchého vzorce:

$$\bigcap_{a\in A} >(a) \subseteq >(A), \quad \text{pro každé } \{>(a)\colon a \in A\}.$$

Poněkud techničtější, ale jednoduše interpretovatelný je požadavek *nezávislosti na irelevantních alternativách.* Tento požadavek splňuje funkce blahobytu

$$\{>(a)\colon a \in A\} \to >(A),$$

kde, jsou-li dány dvě libovolné alternativy x a y a dva libovolné individuální preferenční vztahy $\{>(a)\colon a \in A\}$ a $\{\rhd(a)\colon a \in A\}$, a pokud jsou pro každé $a \in A$ relace $>(a)$ a $\rhd(a)$ shodné na $\{x, y\}$, pak na $\{x, y\}$ platí $>(A) = \rhd(A)$.

Funkce společenského blahobytu nezávislé na irelevantních alternativách a respektující jednohlasnost představují přijatelný model agregací individuálních preferencí. Samozřejmě: otázka zní, zda existují. Odpověď na tuto otázku je jednoduše kladná, ačkoliv funkce společenského blahobytu vykazují znepokojující chování, které jsme nazvali prostě „přijatelné“.

Je-li dán činitel b, vezměme v úvahu aplikaci

$$\{>(a)\colon a \in A\} \to >(A) := >(b). \tag{1}$$

Je zřejmé, že tento paradoxní agregační mechanismus (podle nějž je názor kolektivu A totožný s názorem jednotlivce b) je nezávislý na irelevantních alternativách a současně respektuje jednohlasnost. Nicméně je také zřejmé, že z psychologického hlediska bychom chtěli mít funkce společenského blahobytu, které nezavánějí diktátorstvím. Arrowova věta o nemožnosti se zabývá otázkou existence dobrých funkcí společenského blahobytu tak, že na úvod stanoví, že tyto nediktátorské funkce existují pouze tehdy, je-li společnost složena z nekonečného počtu jednotlivců, nebo pokud je počet jednotlivců konečný a společnost se musí rozhodovat pouze mezi dvěma alternativami. Ve společensky mnohem významnějším případě, kdy má společnost konečný počet členů a nejméně tři alternativy na výběr, neexistují jiné přijatelné funkce společenského blahobytu než (1).

John F. Nash

Vynecháme-li několik osamocených publikací, soustřeďují se Nashovy vědecké příspěvky do období mezi rokem 1950, kdy obhájil Ph. D. o nekooperativních hrách v Princetonu, a rokem 1958, kdy publikoval článek „Continuity of Solutions of Parabolic and Elliptic Equations" (Spojitost řešení parabolických a eliptických rovnic) v *American Journal of Mathematics*.

Toto jsou dvě významné publikace v Nashově životě (a pro vědu obecně). Dá se říci, že jeho krátká doktorská práce mu získala Nobelovu cenu za ekonomii, zatímco článkem z roku 1958 se velmi přiblížil možnosti získat Fieldsovu medaili a zajistil si, že ho kolegové definitivně uznali jako hvězdu první velikosti v současné matematice.

Nash, který vlastně nikdy nezískal místo učitele na univerzitě, však Fieldsovu medaili nikdy nedostal. Nash sám byl toho názoru [11], že Fieldsovu medaili nedostal proto, že byla v roce 1957 publikována práce Ennia De Giorgi (Nashova současníka; oba se narodili v roce 1928), v níž jsou obsaženy stejné výsledky pro eliptický případ. Avšak Nashovy výsledky zahrnovaly také parabolický případ a použité metody byly jiné než metody, které používal Ennio De Giorgi, takže nebylo pochyb o nezávislosti obou prací. Je daleko pravděpodobnější, že Nashovi nebyla udělena Fieldsova medaile, protože měl velké problémy udržovat normální vztahy v pracovním prostředí (ať už to v případě matematika znamená cokoli) [2].

Nashova tvorba sestává ze sedmi článků v oblasti ekonomie a teorie her (napsaných v Princetonu v prvních letech jeho působení) a ze sedmi článků v oblasti čisté matematiky. Přes relativně malý počet článků a bez ohledu na úvahy, které vedly k tomu, že dostal Nobelovu cenu, je považován za jednoho z geniálních matematiků 20. století. Významným důkazem toho, že se mezi svými kolegy těšil úctě, je zvláštní dvoudílné vydání *Duke Mathematical Journal* [12] s články, jež napsali vážení vědci na počest Nashe a jež dokazují vliv Nashových myšlenek na výzkum po roce 1958.

Publikace z roku 1995 může být zavádějící: ve skutečnosti, jak nám připomíná jeden z kurátorů H. Kuhn, nápad a práce na tomto vydání začaly již v roce 1993, tedy rok před udělením Nobelovy ceny Nashovi. Takže impulsem nebyla Nobelova cena jako taková. Navíc je třeba brát v úvahu Nashovu motivaci, jeho problémy se vztahy a fakt, že se matematikou již 30 let nezabýval.

Jinými slovy, chtěli bychom zdůraznit, že svazky časopisu *Duke Mathematical Journal* nebyly psány Nashovi na počest jeho přáteli (kterých měl málo) nebo studenty (které neměl vůbec žádné); byla to pocta od skutečných fanoušků, kteří oceňovali jeho inovační myšlenky. Ještě dnes mají jeho myšlenky klíčový význam nejméně ve třech oborech: v teorii her, geometrii a matematické analýze.

Nash získal Nobelovu cenu v roce 1994 za svou *„průkopnickou analýzu rovnováhy v teorii nekooperativních her"* a především za rozvinutí pojmu rovnováhy známého jako Nashova rovnováha, které položilo základy veškerým následným analýzám a vylepšením [13].

I zde si všimneme zvláštního jevu, na kterém je postaveno naše tvrzení. Jako v případě Debreua můžeme říci, že Nobelova cena byla ve skutečnosti Nashovi udělena jako uznání jeho práce v matematice. Nashův příspěvek je vlastně v tradičním smyslu slova čistě matematický. Pokud to ještě více zjednodušíme, spočívá v tom, že přišel s příslušnou definicí spolu s odpovídající větou o existenci. Plodnost jeho myšlenky vynikla prostřednictvím práce mnoha vědců, kteří později zkoumali její nejrůznější aplikace.

Hra (bez možnosti spolupráce a s úplnými informacemi o n hráčích) je funkce:

$$f\colon S_1 \times \cdots \times S_n \to \mathbb{R}^n.$$

Každý hráč i si současně vybírá strategii s_i z množiny možných strategií S_i. Takto dostáváme vektor hraných strategií $(s_1, \ldots, s_n)$ a jemu příslušný vektor plateb pro každého hráče. Především hráč i získá množství $f_i(s_1, \ldots, s_n)$, které se samozřejmě snaží maximalizovat.

Základní otázka je jednoduchá: je možné předvídat výsledek hry? Jinými slovy, je možné předvídat, jaká bude kombinace použitých strategií pro hru $(s_1, \ldots, s_n)$. Jednoduchými příklady, které zde neuvádíme z důvodů zachování stručnosti, lze ukázat, že pokus izolovat privilegované chování hráčů na základě naivních kritérií racionality je všeobecně odsouzen k neúspěchu. Dokonce i použití smíšených strategií, které dovolily von Neumannovi řešit hry dvou hráčů s nulovým součtem, se ukazuje jako nedostatečné. Nashe napadlo založit řešení na kritériu níže popsané racionální hry.

Výsledek $(s_1, \ldots, s_n)$ je racionální, pokud pro každého hráče i platí následující vlastnost: pokud ostatní hráči nezmění své strategie deklarované v $(s_1, \ldots, s_n)$, nemá hráč i žádný zájem změnit svou strategii. Intuitivně je zřejmé, že pokud bylo během hry dosaženo racionálního výsledku (ve výše popsaném smyslu), hráči nebudou mít žádný důvod litovat své volby, a proto bude-li se hra opakovat, každý hráč potvrdí svou volbu. Je to tato vlastnost trvalosti volby/výběru, která vede k tomu, že racionální výsledky nazýváme „(Nashovy) body rovnováhy“.

Myslíme si, že toto není elementární pojem. Jistě, důkaz existence Nashových bodů rovnováhy je jednodušší. Na druhé straně, Nobelovu cenu nedostal za důkaz věty o jeho existenci (který poskytl jen souvislost s jeho myšlenkou rovnováhy), ale spíše za formulaci tohoto pojmu rovnováhy.

Leonid V. Kantorovič

Poněkud jiný typ vědce (než Nash), ale stejně silná osobnost byl Kantorovič. Ti, kteří studovali funkcionální analýzu před koncem 70. let 20. století, se s ním pravděpodobně setkali (i když ne s jeho činností v oblasti ekonomie), protože četli jeden z mnoha překladů jeho tlusté knihy *Funkcionální analýza*, kterou napsal spolu s Akilovem.

Zatímco Nashovo vzdělání probíhalo v klidném provinčním prostředí [2], Kantorovič se narodil v St. Petersburgu v roce 1912 (zemřel 1986) a byl vržen do víru historie a společenského nepokoje. Jak on sám vzpomíná, jednou z jeho prvních jasných vzpomínek z období raného dětství je vzpomínka na VŘSR.

Zatímco Nash měl problémy s uznáním vlastního nadání, Kantorovič se setkal s úžasnou odezvou. Zdálo se také, že mu zcela vyhovuje společenský duch jeho doby. V případě Kantoroviče mluví čísla sama za sebe:

– zapsal se na univerzitu ve věku 14 let;
– dokončil univerzitu ve věku 18 let a ve svých 22 letech již zastával místo profesora matematiky na téže univerzitě;
– napsal 300 vědeckých článků;
– vytvořil školu funkcionální analýzy, která je stále aktivní a má vliv na dění i dnes, i když se rozšířila po celém světě;
– založil a vedl laboratoř pro aplikace matematiky v ekonomii na půdě prestižní Sovětské akademie věd;
– v roce 1965 získal Leninův řád;
– získal několik míst ve vládě, včetně místa vedoucího výzkumné kanceláře Ústavu pro národní ekonomické plánování, odkud mohl ovlivňovat horní patra sovětské byrokracie v jejich spravování a řízení hospodářství země.

Kantorovič získal Nobelovu cenu v roce 1975 za *„příspěvky k teorii optimální alokace zdrojů“*. To je teorie, která se zabývá stanovením nejvýkonnější alokace specifikovaných zdrojů s ohledem na:

– potřebu používat tyto zdroje v jistém procesu,
– vzácnost daných zdrojů,
– možnost použít tyto zdroje alternativním způsobem.

Kantorovič se setkal s touto teorií v roce 1938, ale jeho vášeň pro politickou ekonomii a moderní historii se (vcelku samozřejmě vzhledem k době, v níž žil) datuje do ještě dřívějších dob. V SSSR byla 30. léta 20. století dobou konsolidace sovětského režimu a kolektivní snahy o úspěch socialistické myšlenky.

V matematice vyvolala obecná otázka užitečnosti intelektuální práce silný důraz na aplikace. Kantorovič dostal následující problém: firma ve dřevozpracujícím průmyslu organizuje svou výrobu v několika závodech, z nichž každý má vlastní technologické (výrobní a marketingové) charakteristiky. Požadavek zní nalézt optimální způsob distribuce dřeva do jednotlivých závodů tak, aby se maximalizovala celková produkce, jsou-li dány jisté omezující podmínky.

Matematicky je tento problém problémem maximalizace lineární funkce na konvexním mnohostěnu. Hlavní potíž při hledání řešení není v podstatě problému, ale spíše v provedení výpočtu, neboť v něm vystupuje velké množství proměnných. Když Kantorovič poznal společnou matematickou formulaci celé řady ekonomických problémů, řešil je a podařilo se mu vyřešit problém koncipování výkonných technik pro řešení problému. Jeho výsledky vedly k matematické teorii, kterou nyní nazýváme lineární programování. To se stalo několik let předtím, než ke stejným výsledkům dospěl v USA G. B. Danzig.

V tomto případě je tedy Nobelova cena uznáním činnosti, která je hlavně činností matematika, i když je samozřejmě výjimečně relevantní díky svým aplikacím v oblasti ekonomie.

Na závěr, vrátíme-li se ke článku H. Kuhna o lineárním programování obsaženém v této stati, bychom chtěli zdůraznit, že jiný matematický nápad úzce spojený se jménem Kantoroviče hraje významnou roli v nejmodernější ekonomické teorii. Máme na mysli pojem vektorového svazu spojený s teorií kladných operátorů.

Tyto svazy jsou vektorové prostory, které jsou částečně uspořádané a mají tu vlastnost, že obsahují supremum pro každou dvojici prvků, které obsahují, tedy jsou samy svazy. V západním světě se obvykle nazývají Rieszovy prostory na počest maďarského matematika F. Riesze, který na Světovém kongresu matematiků v Boloni v roce 1928 jako první přidal ke studiu interakcí mezi algebraickými a topologickými strukturami ve funkcionálních prostorech také jejich interakci s uspořádanými strukturami. Od poloviny 30. let 20. století se pak teorie vyvíjela nezávisle na sobě na Západě (Birkhoff, Freudenthal) a většinou v Sovětském svazu, díky Kantorovičovu zásadnímu příspěvku. Kolem této teorie vytvořil Kantorovič školu matematiků pracujících ve funkcionální analýze. V SSSR jsou vektorové svazy známy pod názvem K-prostory.

Dnes jsou vektorové svazy samostatné téma v oblasti čisté matematiky, jsou o nich napsány desítky monografií, několik tisíc článků a dokonce je jim nakloněno několik časopisů. Kromě toho v ekonomické teorii se od poloviny 70. let 20. století člověk čím dál tím častěji setkává s modely, které používají vektorové svazy. Vektorové svazy například poskytují odpovídající způsob pro popis odvozování sofistikovaných finančních produktů odvozených od jednodušších, základnějších nástrojů:

$$(F - kI)^+ = (F - kI) \vee 0.$$

Výše uvedené se vztahuje k evropskému typu opce na základní činnost F se zaváděcí cenou k (kde I je neriziková činnost, která se vždy vyplácí, bez ohledu na to, co se stane zítra).

Struktura vektorového svazu je úzce propojena s hlubokými výsledky v ekonomické teorii. Například bylo nedávno dokázáno, že již dříve zmíněná Debreuova-Scarfova věta o ekvivalenci je ekvivalentní s tvrzením, že cenový prostor P je vektorový svaz. Podrobněji, jsou-li dány patřičné hypotézy, lze dokázat, že (i pro nekonečnou množinu V) jsou rovnovážné alokace stejné jako Edgeworthovy alokace právě tehdy, když P je vektorový svaz [14].

Poděkování. Překladatelka děkuje doc. RNDr. Nadě Stehlíkové, Ph. D., a RNDr. Aleně Šolcové, Ph. D., za cenné připomínky.

Literatura

[1] http://www.nobel.se
[2] Nasar, S.: *A Beautiful Mind: A Biography of John Forbes Nash, Jr, Winner of the Nobel Prize in Economics, 1994.* Touchstone, Simon and Schuster 1999.

[3] Garding, L., Hormander, L.: *Why is there no Nobel Prize in Mathematics?* Mathematical Intelligencer *7* (1985), 73–74.
[4] Morril, J. E.: *A Nobel Prize in Mathematics.* American Mathematical Monthly (1995), 888–889.
[5] `http://www.balzan.it`, `http://www.balzan.ch`
[6] `http://www.nobel.se/economics/laureates/1972/press.html`
[7] Debreu, G.: *Theory of Value.* Yale University Press, New Haven, CT 1959.
[8] Arrow, K. J., Debreu, G.: *Existence of an Equilibrium for a Competitive Economy.* Econometrica *22* (1954), 265–290.
[9] `http://www.nobel.se/economics/laureates/1983/press.html`
[10] Ingrao, B., Israel, G.: *La Mano Invisible.* Gius. Laterza et Figli Spa, Rome 1987. Anglický překlad: *The Invisible Hand.* Economic Equilibrium in the History of Science, MIT Press, London 1990.
[11] `http://www.nobel.se/economics/laureates/1994/nash-autobio.html`
[12] Kuhn, H. W., Nirenberg, L., Sarnak, P., Weisfeld, M. (editoři): *A Celebration of John F. Nash Jr.* Duke Mathematical Journal *81* (1995).
[13] `http://www.nobel.se/economics/laureates/1994/press.html`
[14] Aliprantis, C. D., Burkinshaw, O.: *When is the Core Equivalence Theorem Valid?* Economic Theory *1* (1991), 169–182.

Citace: dobrý sluha, špatný pán

Vojtěch Pravda a Michal Křížek, Praha

1. Úvod

Z výsledků čtenářské ankety publikovaných v č. 3/2006 PMFA vyplynulo, že mezi čtenáři Pokroků je poměrně velký zájem o scientometrii, impaktní faktory, citace apod. Jde o aktuální problém, na který existují různé náhledy a který je poměrně často diskutován ve vědecké obci i v odborných časopisech (viz např. [1]–[3]). Scientometrii se však dnes také věnují specializované knihy (viz např. [4]), časopisy [5] a dokonce se i vyučuje na některých univerzitách. Připomeňme si tedy některá zajímavá fakta související s touto problematikou. Cílem tohoto příspěvku není vyjádřit osobní stanoviska autorů, ale především shrnout některé dnes používané i nově zavedené přístupy a upozornit na jejich přednosti a slabiny.

Mgr. Vojtěch Pravda, Ph. D. (1971), Matematický ústav AV ČR, vvi, Žitná 25, 115 67 Praha 1, e-mail: `pravda@math.cas.cz`

Prof. RNDr. Michal Křížek, DrSc. (1952), Matematický ústav AV ČR, vvi, Žitná 25, 115 67 Praha 1, e-mail: `krizek@math.cas.cz`