F. Diacu
Řešení problému n těles

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 42 (1997), No. 3, 113--121

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/139766

Řešení problému n těles*)

Florin Diacu

The wind scrambles and thunders over hills
with a voice far below what we can hear.
Whalesong, birdsongs boom and twitter.
Sea, air, everyting's a chaos of signals
and even those we've named veer and fall
in pieces under our neat labels. Waves—
how to speak of the structure of waves
when all disperses and there's nothing fixed to tell?

—Philip Holmes, *Background Noise*

Matematický folklór

Lidová pověst je populární vyprávění předávané z generace na generaci. Tento hlavní zdroj kultury v období staré ústní tradice hraje již pouze okrajovou roli při šíření vědeckých informací v současnosti. Přesto však jeho význam není nikterak zanedbatelný a ovlivňuje více či méně všechny oblasti lidské činnosti. Ani matematika není výjimkou. Všichni známe věty, které jsme nikdy nečetli v knihách nebo časopisech, ani neslyšeli na přednáškách. Často neznáme ani odkaz na prameny, nemáme ani tušení, kdo, jak a kdy odvodil daný výsledek. Obvykle se jen některý kolega o tom zmínil na konferenčním banketu, při odpolední kávě nebo v přátelské diskusi na katedře. Myšlenka nás zasáhne, ulpí v mysli, a zatímco se stává částí naší matematické výzbroje, poznáváme ji. Pak ji dále šíříme za stejných podmínek — a kolo se roztáčí dál a dál. Tuto součást našich znalostí budeme nazývat *matematickým folklórem.*

*) Věnováno Philipu Holmesovi za jeho hlubokou matematiku, za jeho vřelou a upřímnou poezii a pro jeho nesmírnou intelektuální radost, kterou mi vštěpoval v průběhu doby, kdy se rodila naše společná kniha.

FLORIN DIACU ukončil studium matematiky na univerzitě v Bukurešti, doktorát získal v Heidelbergu, vyučoval v Dortmundu, byl post-docem v Centre de Recherches Mathématiques v Montrealu. Od roku 1991 byl profesorem na University of Victoria v Britské Kolumbii v Kanadě. Těžiště jeho badatelské činnosti leží v oblasti nebeské mechaniky a v dynamických systémech. Jeho nejnovější kniha *Celestial Encounters—The Origins of Chaos and Stability*, napsaná spolu s Philipem Holmesem na Princetonské univerzitě, popisuje historické pozadí, lidi a myšlenky, které vedly ke zrození a rozvoji teorie dynamických systémů. Publikace vyjde v roce 1996 v Princeton University Press.

The Solution of the n-body Problem. The Mathematical Intelligencer Vol. *18*, No. 3 (1996), pp. 66–70.

Přeložil PAVEL DEMO.

Aniž bychom popírali kladnou roli, kterou matematický folklór hraje v šíření informací, musíme připustit, že výsledky šířené tímto způsobem jsou mnohdy zavádějící a nesrozumitelné. Typickým příkladem je Cantorova množina. Kdekdo ví, že klasické Cantorovo diskontinuum má nulovou Lebesgueovu míru a mnozí z nás i věří, že jeho obdoba, při které se opakovaně odstraňují střední *pětiny* intervalů, má míru kladnou. Intuitivně to zní přijatelně: odstraňujeme-li opakovaně menší segmenty, zbytek musí být větší. Bohužel uvedená intuice je scestná. Pro libovolné k má totiž příslušná zobecněná Cantorova množina míru nula. Ačkoli to plyne z jednoduchého výpočtu, málokdo ho skutečně provedl — a chyba putuje od jednoho matematika k druhému. Ke Cantorově množině s kladnou mírou můžeme dospět tak, že poměr odstraňované části se mění při každém kroku. Nejdříve tedy odstraníme prostřední třetinu jednotkového intervalu, poté prostřední devítiny zbývajících intervalů, pak prostřední dvacetisedminy atd. Uvedený algoritmus nás dovede ke kýženému výsledku.

Tento příklad se dá lehce překontrolovat, ale co si počít se složitější odrůdou matematického folklóru? Fyzici a matematici méně obeznámení s nebeskou mechanikou po mně žádají při různých příležitostech detaily o „nemožnosti řešení úlohy n těles“. Někdo totiž někde slyšel, že Poincaré takové tvrzení dokázal, jiní si pouze matně vzpomínají, že nějaký takový teorém by snad mohl v literatuře existovat. Koneckonců jde o přirozenou otázku. Protože již Abel a Galois dokázali nemožnost řešit algebraické rovnice od pátého stupně výše pomocí vzorců obsahujících pouze odmocniny, proč by nemohl existovat podobný důkaz pro řešení problému n těles?

Úžas dále narůstá, pokud odpovíme, že problém n těles již byl vyřešen. Tato odpověď vyžaduje pochopitelně další vysvětlení, a protože tato nestárnoucí otázka nebeské mechaniky nese s sebou řadu zajímavých problémů, nebude od věci připomenout na tomto místě zajímavou pověst a nečekané důsledky, které přinesly pokusy získat explicitní řešení.

Cena krále Oscara

Problém n těles v nebeské mechanice, jehož původ leží v Newtonových *Principiích*, je počáteční úloha pro obyčejné diferenciální rovnice: pro zadané počáteční hodnoty $\boldsymbol{q}_i(0)$, $\dot{\boldsymbol{q}}_i(0)$, $i = 1, \ldots, n$ (kde $\boldsymbol{q}_i(0) \neq \boldsymbol{q}_j(0)$ pro $i \neq j$) najít řešení systému rovnic druhého řádu

$$m_i \ddot{\boldsymbol{q}}_i = \sum_{j \neq i}^{n} \frac{m_i m_j (\boldsymbol{q}_i - \boldsymbol{q}_j)}{|\boldsymbol{q}_i - \boldsymbol{q}_j|^3}, \quad i = 1, \ldots, n, \tag{$*$}$$

kde $m_1, m_2, \ldots, m_n$ jsou konstanty reprezentující hmotnosti n hmotných bodů a $\boldsymbol{q}_1, \boldsymbol{q}_2, \ldots, \boldsymbol{q}_n$ jsou trojrozměrné vektorové funkce časové proměnné t, popisující polohy bodových těles. Pro $n = 2$ byl problém úplně vyřešen Johannem Bernoullim v roce 1710 (viz [B], [W], [DH]), ale více než půldruhého století po Bernoulliho úspěchu případ $n \geqq 3$ úspěšně odolává veškerému úsilí.

Zájem o tento problém vzrostl na konci minulého století, kdy zvláštní událost zaměřila pozornost nejlepších matematiků na nebeskou mechaniku víc než kdykoli předtím. Ve svém sedmém svazku (1885/1886) vyhlásila totiž *Acta Mathematica* na počest švédského a norského krále Oscara II zřízení ceny, která měla být předána při příležitosti jeho šedesátých narozenin 21. ledna 1889. Uzávěrka soutěže byla stanovena na 1. červen 1888. Nalézt řešení výše uvedené počáteční úlohy ve tvaru konvergentní mocninné řady byl první a nejdůležitější ze čtyř problémů navržených tříčlennou porotou ve složení: Gösta Mittag-Leffler (šéfredaktor „*Acta*"), Charles Hermite a Karl Weierstrass. Formulace první otázky byla navržena Weierstrassem, který projevil rostoucí zájem o problém samotný; v německé a francouzské odborné literatuře se objevila v následující podobě (i když se náš překlad poněkud liší od překladu Daniela Goroffa v [P]):

> „Je zadán systém mnoha libovolných hmotných bodů, které se vzájemně přitahují v souladu s Newtonovými zákony; za předpokladu, že nedochází ke srážkám mezi žádnými dvěma z nich, mají se vyjádřit souřadnice každého z těchto bodů ve tvaru mocninné řady, jejíž proměnná je jistá známá funkce času a pro všechny hodnoty proměnné uvedená řada stejnoměrně konverguje.
>
> Tento problém, jehož vyřešení by významně rozšířilo naše znalosti o sluneční soustavě, se zdá být řešitelný pomocí analytických metod, které máme k dispozici; můžeme to přinejmenším předpokládat vzhledem k tomu, že Lejeune Dirichlet sdělil krátce před svou smrtí svému známému — geometru (Leopoldu Kroneckerovi), že nalezl způsob integrace diferenciálních rovnic mechaniky a že aplikací této metody se mu zcela rigorózně podařilo dokázat stabilitu našeho planetárního systému. Naneštěstí o této metodě víme jen to, že teorie malých oscilací by snad mohla být výchozím bodem jeho objevu. Přesto ale můžeme téměř s jistotou předpokládat, že tato metoda nebyla založena na dlouhých a komplikovaných výpočtech, ale spíše na rozvinutí jisté základní a jednoduché myšlenky, která by snad mohla být odhalena po hlubším výzkumu.
>
> Jestliže uvedený problém zůstane do uzávěrky soutěže nevyřešen, může být cena udělena i za práci, která by se zabývala jiným problémem z oblasti mechaniky a která by ho úplně vyřešila."

Z došlých 12 článků zaslaných do soutěže se pět z nich zabývalo problémem n těles; nicméně ani jeden z nich nepřinesl kýžené řešení ve tvaru mocninné řady. Za těchto okolností se porota rozhodla udělit hlavní cenu 35letému Henrimu Poincarému za jeho pozoruhodný příspěvek k porozumění dynamickým rovnicím (dnes známým pod názvem Hamiltonovy rovnice) a pro spoustu nových myšlenek, které vnesl do matematiky a mechaniky. Skutečně Poincarého pojednání, později rozpracované do třísvazkového monumentálního díla *Les Méthodes Nouvelles de la Mécanique Céleste*, založilo několik nových odvětví matematiky a — co je ještě důležitější — otevřelo cestu ke kvalitativním metodám jako protikladu ke kvantitativním, panujícím v analýze od dob Newtona a Leibnize.

Poincarého pojednání, publikované ve dvanáctém svazku *Acta Mathematica* v roce 1890, poprvé uvedlo příklad chaotického chování deterministického systému (včetně homoklinických trajektorií v případě tří těles). Ve skutečnosti Poincaré porozuměl složitému chování těchto trajektorií až poté, co mu byla cena udělena. V první verzi jeho článku, za který ve skutečnosti obdržel cenu, je nesprávné tvrzení, že uvedené trajektorie jsou stabilní, přičemž se zapomnělo na důležitý fakt, že jejich průsečík může být transverzální. V průběhu přípravy rukopisu k publikaci na to upozornil zástupce šéfredaktora časopisu *Acta Mathematica* Edvard Phragmén; Poincaré chybu objevil a poté i odstranil.

Phragmén shledal Poincarého práci obtížně čitelnou. Rozsah původní verze byl proto na základě Phragménových opakovaných žádostí o jasnější styl téměř zdvojnásoben. Jean Dieudonné [Di] charakterizoval Poincarého styl na základě jeho další práce z roku 1895 nazvané *Analysis Situs* následujícími slovy:

> „Jako ve svých mnoha jiných článcích, popustil i zde uzdu své mohutné představivosti a mimořádné intuici, která ho jenom zřídkakdy svedla ze správné cesty; v téměř každém oddílu je původní myšlenka. Ale neměli bychom se zde pídit po přesných definicích a často je nutno se dohadovat jen z kontextu, co měl autor na mysli. V mnoha závěrech neuvedl jednoduše žádný důkaz, a když i nějaký uvádí, stěží se lze ubránit pochybám. Článek je jen osnovou pro rozvíjení dalších, zcela nových myšlenek, z nichž každá vyžaduje vývoj nových postupů, aby získala zdravý základ."

Bohužel Poincarého oprava dorazila až ve chvíli, kdy byl článek otištěn a část nákladu příslušného čísla „*Acta*" byla již doručena předplatitelům. Jako šéfredaktor „*Acta*", jako člen poroty i jako králův oblíbenec se ocitl Mittag-Leffler v choulostivé situaci. Aby obhájil udělení ceny i svoji věrohodnost a pozici, rozhodl se stáhnout vytištěné číslo a publikovat opravenou verzi. Poincaré souhlasil s tím, že ponese náklady za původní výtisky: 3585 švédských korun a 63 öre, což bylo více než oněch 2500 korun, které dostal jako součást ceny (pro upřesnění dodejme, že roční plat Mittaga-Lefflera jakožto profesora stockholmské univerzity činil 7000 korun v roce 1882) [A], [BG].

Nebudu dál rozpitvávat tuto historii ani skandál s ní spojený (případní zájemci mohou najít historické i matematické podrobnosti v [DH], to jest v naší ohlášené knížce o původu a vývoji chaosu a stability). Co nás nyní zajímá, je negativní výsledek dokázaný v Poincarého soutěžním článku, výsledek, který ukazuje nemožnost řešit problém n těles použitím *určité specifické* metody.

Je problém řešitelný?

První integrály (nebo jednoduše *integrály*) systémů diferenciálních rovnic jsou funkce, které zůstávají konstantní podél libovolného daného řešení systému, přičemž konstanta závisí na řešení. Jinými slovy, integrály svazují proměnné systému, takže každý skalární integrál by umožnil snížení dimenze systému o jedničku. Takováto redukce může přirozeně nastat pouze tehdy, je-li integrál *algebraickou*, nepříliš komplikovanou funkcí vzhledem ke svým proměnným, takže jedna z nich může být vyjádřená jako funkce zbývajících. Pokud je integrál *transcendentní*, je jakýkoliv pokus získat takovýto výraz beznadějný.

V Poincarého éře byl způsob řešení systémů diferenciálních rovnic pomocí prvních integrálů velmi rozšířen. Bylo dlouho známo, že problém n těles má 10 nezávislých algebraických prvních integrálů: 3 pro těžiště, 3 pro lineární hybnost, 3 pro moment hybnosti a jeden pro energii (viz např. [W], [D1], [D2]). To umožňovalo snížit počet proměnných z $6n$ (každý hmotný bod je reprezentován v prostoru třemi složkami polohy a třemi rychlostmi) na $6n - 10$. Jacobi ukázal, že použitím tzv. *redukce uzlů* (což jsou jisté symetrie) může být dimenze systému dále snížena na $6n - 12$, ale to ještě stále nestačilo ani na pochopení problému tří těles — stále zbýval nevyřešený, komplikovaný systém 6 rovnic prvního řádu — nemluvě o vyšších hodnotách n.

V roce 1887 39letý německý matematik Ernst Heinrich Bruns publikoval v *Acta Mathematica* překvapující výsledek [Bru]: *problém n těles nemá další integrály — algebraické vzhledem k časovým, polohovým a rychlostním souřadnicím — s výjimkou deseti již známých.* Přes jisté nesrovnalosti, které byly nalezeny v Brunsově důkazu, Poincaré nepochyboval o správnosti tohoto závěru. Ve svém vlastním soutěžním příspěvku dokázal přece ještě silnější tvrzení: *neexistují žádné integrály — závislé na času, poloze a rychlostech pouze algebraicky — kromě již oněch známých* 10. Jinými slovy, tyto negativní výsledky ukázaly, že je nemožné řešit pohybové rovnice problému n těles redukcí dimenze systému pomocí prvních integrálů.

To ovšem neznamená, že problém n těles je neřešitelný, znamená to pouze, že jistá metoda při jeho řešení selhává. Ze standardní teorie diferenciálních rovnic totiž ve skutečnosti plyne, že libovolná počáteční úloha pro rovnice (*) s bezsrážkovými počátečními daty vede k existenci jednoznačného řešení definovaného na maximálně možném intervalu, kterým je celá reálná osa, pokud se nevyskytují singularity. Tudíž problém formulovaný v rámci soutěže o cenu krále Oscara dával smysl a mohl být v principu vyřešen. Bohužel tradice matematického folklóru si podržela pouze jeden aspekt těchto závěrů a zvěčnila jenom ono nesprávné poselství, a to že problém n těles je neřešitelný.

Po krátké odbočce k základům matematiky vám povím, jak byl později problém n těles řešen v duchu ceny krále Oscara.

Brouwerova zteč

Všichni aktivní matematici vědí, které problémy jsou důležité, která odvětví jsou obtížná a které směry výzkumu jsou slibné. Na rozdíl od jiných vědních oborů ale všichni matematici věří, že výsledky dokázané před dvěma tisíci, dvěma sty nebo dvěma roky zůstávají provždy platné. Pokrok matematiky se málo týká jejích základů. Přesto někteří prominentní matematici věnovali svůj čas a energii porozumění kořenům své disciplíny. Někdy jejich úsilí vedlo k polemice tak ostré, s jakou se setkáváme i v jiných oborech lidské činnosti.

V roce 1913 zahájil 32letý Luitzen Brouwer útok proti zavedeným matematickým metodám. Jakožto editor prestižních *Mathematische Annalen* zásadně odmítal veškeré články zaslané k publikaci, které používaly jako metodu důkazu *reductio ad absurdum*[1]). Vedlo to samozřejmě ke skandálu. Redakční rada byla svolána k mimořádnému zasedání, aby zachránila pověst časopisu. Rada rezignovala jako celek, aby se ihned poté znovuzvolila — pochopitelně s výjimkou Brouwera. Hluboce dotčen postojem svých kolegů a podpořen vlastní vládou Brouwer zakládá konkurenční časopis v Nizozemsku [G].

[1]) nepřímého důkazu (*pozn. překl.*)

Tímto trapným incidentem začal dlouhý boj mezi intuicionismem a formalismem, vůdčími školami matematicko-filozofického myšlení na počátku našeho století, z nichž každá hlásala, že nalezla ten jediný životaschopný základ matematiky. Budování základů se ukázalo být nutným krokem vzhledem k paradoxům, známým již starým Řekům, které nyní začaly ohrožovat nově založenou teorii množin.

Hlavní námitka Brouwerova intuicionismu proti Hilbertovu formalismu se týkala existenčních vět. Brouwer měl za to, že nekonstruktivní argument nemůže být považovaný za existenční důkaz, takže v tomto smyslu se mu *reductio ad absurdum* zdál jako dobrý výchozí bod k polemice. Na druhé straně se Hilbert, jenž vzal Brouwerovo jednání až příliš osobně, pokusil ukázat, že každý teorém může být odvozen pomocí logických kroků z postulátů daného axiomatického systému. Bohužel v tom se německý matematik mýlil.

V roce 1931 utrpěl Hilbertův formalismus těžkou ránu, když rakouský logik Kurt Gödel publikoval svoji slavnou větu o neúplnosti [Gö]. Dokázal v ní, že *každá, dostatečně bohatá, bezesporná a rekurzivně axiomatizovatelná teorie je neúplná.* Nedávno publikovaný článek [CJZ] jde ve svých tvrzeních ještě dál, když praví, že — v celkem obecném topologickém smyslu — neúplnost je obvyklý jev: *vzhledem k libovolné rozumné topologii je množina pravdivých a nedokazatelných výroků hustá v množině všech výroků.* Uvedený výsledek přesvědčil některé matematiky o tom, že budoucnost matematiky není v dokazování teorémů, ale ve snaze odhadnout pravděpodobnost, že výsledek je správný.

Na druhé straně Brouwerův intuicionismus — nikdy úplně nevyvrácený žádnou teorií a stále ještě předmět určitého zkoumání — upadl v zapomnění, protože vystavěl takové bariéry, které matematická komunita prostě odmítla uznat. Matematika se vyvíjela téměř nerušeně dál, hájíc své základy.

Dále nicméně uvidíme, že vůdčí myšlenka intuicionismu minula svůj cíl. V jistých případech totiž konstruktivní existenční důkaz nepřináší více informací než nekonstruktivní. To se zdá být překvapující a příklad, který uvedu, je právě problém n těles.

Řešení ve tvaru řady

V roce 1913, kdy Brouwer zahájil svůj útok, který vedl k jeho odstranění z redakční rady *Mathematische Annalen*, neměl patrně tušení o existenci článku, publikovaného v *Acta Mathematica* několik měsíců předtím Finem švédského původu Karlem Sundmanem. Pokud by byl Brouwer článek znal a porozuměl mu, nebyl by patrně nikdy rozvinul svůj intuicionismus.

Sundman ve svém článku [Su3] použil některé ze svých výsledků (inspirovaných prací italského matematika Giulia Bisconciniho [Bi]), které publikoval v letech 1907 [Su1] a 1909 [Su2] v méně známém finském časopisu. Jedním ze Sundmanových úspěchů bylo, že nalezl řešení problému tří těles ve formě řady pro téměř všechny přípustné počáteční podmínky. Pokud by byl toto řešení nalezl o 22 let dříve, cena krále Oscara by ho patrně neminula.

Čteme-li Sundmanův článek, zjišťujeme, že řešení problému tří těles získal ve formě mocninné řady vzhledem k proměnné $t^{1/3}$, tedy řady, která konverguje pro všechna reálná t s výjimkou zanedbatelné množiny počátečních podmínek, jmenovitě těch, které odpovídají nulovému momentu hybnosti. Sundman skutečně dokázal za prvé konvergenci řady v případě, že nedochází ke srážkám. (Význam metody, vyvinuté v uvedeném článku a vycházející z teorie funkce komplexní proměnné, je analyzován v půvabném článku Donalda Saariho [S]). Sundman dále překonal překážku, spojenou s binárními srážkami, pomocí postupu, který nazval *regularizace*, což znamená analytické prodloužení řešení za srážkovou singularitu a která fyzikálně odpovídá pružnému odrazu. V tomto případě jeho řada konverguje pro všechny reálné hodnoty časové proměnné. Bohužel nepoužil svoji metodu pro případ srážek tří těles, nicméně ukázal, že taková srážka může proběhnout pouze v případě nulového momentu hybnosti — tedy pro množinu počátečních podmínek míry nula. (I v rámci takové množiny má podmnožina počátečních podmínek vedoucích ke trojitým srážkám míru nula, jak dokázal jeden ze Saariho studentů ve své doktorské práci [U]). V roce 1941 Carl Ludwig Siegel ukázal, že uvedená regularizace je možná pouze pro množinu bodů zanedbatelných hmotností; pak je analytické prodloužení trojitých srážek skutečně obecně možné [Si].

Sundmanova metoda selhala při aplikaci na problém n těles pro $n > 3$. Uběhlo dalších zhruba sedm desetiletí, než byl vyřešen obecný případ. V roce 1991 čínský student Quidong (Don) Wang publikoval krásný článek [Wa], [D1], ve kterém předvedl řešení problému n těles ve tvaru konvergentní mocninné řady. Vyloučil pouze řešení vedoucí k singularitám, tedy obzvláště ke srážkám částic. (Pro lepší pochopení komplikací souvisejících se započtením srážek viz [D2]).

Znamená to konec problému n těles? Byla tato prastará otázka — neúspěšně řešená největšími matematiky posledních tří století — skutečně vyřešena studentem v okamžiku božské inspirace? Plyne z jeho důkazu, vedeného v duchu učebnic základních matematických kurzů, že známe již všechno o gravitujících tělesech, o pohybu planet a hvězd? Paradoxně ne; ve skutečnosti toho neznáme o nic víc než předtím. V následujícím oddílu se budeme věnovat tomuto vynořivšímu se paradoxu.

Základy matematiky

Co Sundman s Wangem udělali, je v souladu s definicí řešení úlohy s počátečními hodnotami; všechno je zdánlivě v pořádku, ale je zde jeden nezanedbatelný problém: uvedená řešení ve tvaru řad sice konvergují na celé reálné ose, ale velmi pomalu. Museli bychom sečíst milióny členů, abychom byli schopni určit pohyb částic v malých časových intervalech. Zaokrouhlovací chyby činí tyto řady prakticky nepoužitelnými v numerické praxi. Ani z teoretického hlediska to nepřináší nic nového k problému n těles.

Tato neobvyklá situace nás nutí přemýšlet ještě jednou o základech našeho oboru. Především ilustruje fakt, že i konstruktivní důkaz nemusí být použitelný z praktického hlediska. Tak proč k němu tíhneme, proč vůbec věnujeme intuicionismu jakoukoli pozornost? Kdo z nás se ve skutečnosti zajímá o intuicionismus, když se zabývá matematikou?

Bohužel naše pochybnosti se týkají také definice řešení diferenciální rovnice s danými počátečními podmínkami. Jestliže je naše definice smysluplná, neměla by pak vyloučit všechna zcela nepoužitelná řešení? V jistých případech může být totiž naše snaha o explicitní vyjádření řešení marná právě tak jako Sisyfovo úsilí; navíc ani dopředu nevíme, kdy takový případ nastane. Co dělat? Vyloučit řešení ve tvaru mocninné řady z naší definice? Mohlo by to vést k negaci dvou století matematiky a k zavržení mnoha dosažených úspěchů. Je jasné, že jednoduchá odpověď neexistuje.

Třetí problém se týká toho, co „dobrá“ matematika vlastně je. Bezděky pod tím chápeme matematiku provozovanou slavnými matematiky. Nikdo snad nepochybuje o tom, že kupříkladu Weierstrassova matematika byla a zůstává „dobrou“. Ale byl to právě Weierstrass, který poprvé definoval úlohu na cenu krále Oscara, tedy problém, který nerozlouskly ani nejbystřejší hlavy své doby. Byl možná řešen exaktně, tak jak si to německý matematik přál; nicméně sto let poté takové řešení vzbuzuje pouze historický zájem. Naštěstí Poincarého génius nasměroval náš obor správným směrem — přinejmenším tomu dnes věříme. Ale jak budou přemýšlet matematici za sto let?

Problém n těles — hráz proti toku času a spolehlivý milník na mapě matematiky — položil a pokládá stále nové výzvy. Téměř nedotčený, záhadný jako na počátku, přečkal třistaleté obléhání. Podnítil a byl svědkem několika revolucí: počátky infinitesimálního počtu, kvalitativních metod, relativity, chaosu; v numerické formě přispěl k vypouštění družic a k prvnímu lidskému kroku na Měsíci. V současnosti znepokojuje základy teorie diferenciálních rovnic, tedy strukturu, na které je založena podstatná část moderní vědy a technologie. Máme odpověď na tuto poslední výzvu?

Literatura

[A] K. G. ANDERSON: *Poincaré's discovery of homoclinic points.* Archive for History of Exact Sciences *48* (1994), 133–147.

[BG] J. BARROW-GREEN: *Oscar II's prize competition and the error in Poincaré's memoir on the three body problem.* Archive for History of Exact Sciences *48* (1994), 107–131.

[B] J. BERNOULLI: *Opera Omnia, vol. I.* Georg Olms Verlagsbuchhandlung, Hildesheim, 1968.

[Bi] G. BISCONCINI: *Sur le problème des trois corps.* Acta Mathematica *30* (1906), 49–92.

[Br] E. H. BRUNS: *Über die Integrale des Vielkörper-Problems.* Acta Mathematica *11* (1887), 25–96.

[CJZ] C. CALUDE, H. JÜRGENSEN and M. ZIMAND: *Is independence an exception?* Applied Math. Comput. *66* (1994), 63–76.

[D1] F. N. DIACU: *Singularities of the N-body Problem.* Les Publications CRM, Montreal, 1992.

[D2] F. N. DIACU: *Painlevé's conjecture.* The Mathematical Intelligencer *15* (1993), no. 2, 6–12.

[DH] F. N. DIACU and P. HOLMES: *Celestial Encounters—The Origins of Chaos and Stability.* Princeton University Press (to appear in August 1996).

[Di] DIEUDONNÉ J.: *A History of Algebraic and Differential Topology 1900–1960.* Birkhäuser, Boston, Basel, 1989.

[G] R. L. GOLDSTEIN: *Essays in the Philosophy of Mathematics.* Leicester University Press, 1965.

[Gö] K. GÖDEL: *Über formal unentscheidbare Satze der Principia Mathematica und verwandter Systeme.* Monatshefte für Mathematik und Physik *38* (1931), 173–198.

[P] H. POINCARÉ: *New Methods of Celestial Mechanics* (with an introduction by D. L. Gorogg). American Institute of Physics, 1993.

[S] D. G. SAARI: *A visit to the Newtonian N-body problem via elementary complex variables.* The American Mathematical Monthly *97* (1990), 105–119.

[Si] C. L. SIEGEL: *Der Dreierstoss.* Annals of Mathematics *42* (1941), 127–168.

[Su1] K. SUNDMAN: *Recherches sur le Problème des trois corps.* Acta Societatis Scientiarium Fennicae *34* (1907), no. 6.

[Su2] K. SUNDMAN: *Nouvelles recherches sur le problème des trois corps.* Acta Societatis Scientiarium Fennicae *35* (1909), no. 9.

[Su3] K. SUNDMAN: *Mémoire sur le problème des trois corps.* Acta Mathematica *36* (1912), 105–179.

[U] J. B. URENKO: *Improbability of collisions in Newtonian gravitational systems of specified angular momentum.* SIAM J. Appl. Math. *36* (1979), 123–147.

[Wa] Q. WANG: *The global solution of the n-body problem.* Celestial Mechanics *50* (1991), 73–88.

[W] A. WINTNER: *The Analytical Foundations of Celestial Mechanics.* Princeton University Press, Princeton, NJ, 1941.

Rentgenová tomografie a možnosti jejích technických aplikací

Ivo Kraus, Praha

1. Metody zviditelnění struktury objektů

Obrazy objektů lze získat dvěma principiálně odlišnými způsoby:

pasivním — pomocí vlastního záření pozorovaného objektu,
aktivním — ozářením objektu *externím světelným* zdrojem.

V oboru viditelného spektra připadá pasivní metoda v úvahu jen při pozorování svítících objektů, jako je plamen, Slunce, hvězdy. Aktivní metoda je realizována *osvětlením* těles *zvnějšku. Introskopie* — prohlížení vnitřní struktury — je v tomto případě ovšem možná jen u objektů, které jsou v optickém oboru vlnových délek průzračné.

Prof. RNDr. IVO KRAUS, DrSc. (1936), FJFI ČVUT, V Holešovičkách 2, 180 00 Praha 8.