
Parametrización física de canales ópticos turbulentos modelados con la distribución \mathcal{M}

J.M. Garrido Balsells, A. Puerta Notario, A. Jurado Navas y
M. del Castillo Vázquez

*Departamento de Ingeniería de Comunicaciones
E.T.S.I. Telecomunicación. Universidad de Málaga
Campus Universitario de Teatinos, E-29071 Málaga
Phone +34 952134166 Fax. +34 952132027
E-mail: jmgb@ic.uma.es*



*ingeniería de comunicaciones
universidad de Málaga*



Contenido

1. Introducción.
2. Modelo de canal: la distribución \mathcal{M} .
3. Intensidades de fluctuación por efectos turbulentos.
4. Relación entre parámetros físicos y estadísticos.
5. Resultados e interpretación.
6. Conclusiones.



1. Introducción.

◆ Sistemas de comunicaciones FSO (FSOC)

- Permiten establecer **enlaces no guiados punto a punto de alta capacidad** mediante propagación de señal óptica a través de la atmósfera.

◆ Ventajas y limitaciones de los sistemas FSOC

- ✓ Gran ancho de banda potencial
- ✓ Ausencia de regulación legal
- ✓ Menor coste de instalación
- ✓ Compatibilidad electromagnética
- ✓ Mayor seguridad de comunicación

- ✗ Necesidad de visión directa
- ✗ Efectos atmosféricos (absorción, dispersión y *turbulencia*)
- ✗ Errores por desalineamiento TX-RX
- ✗ Aprovechamiento eficaz BW

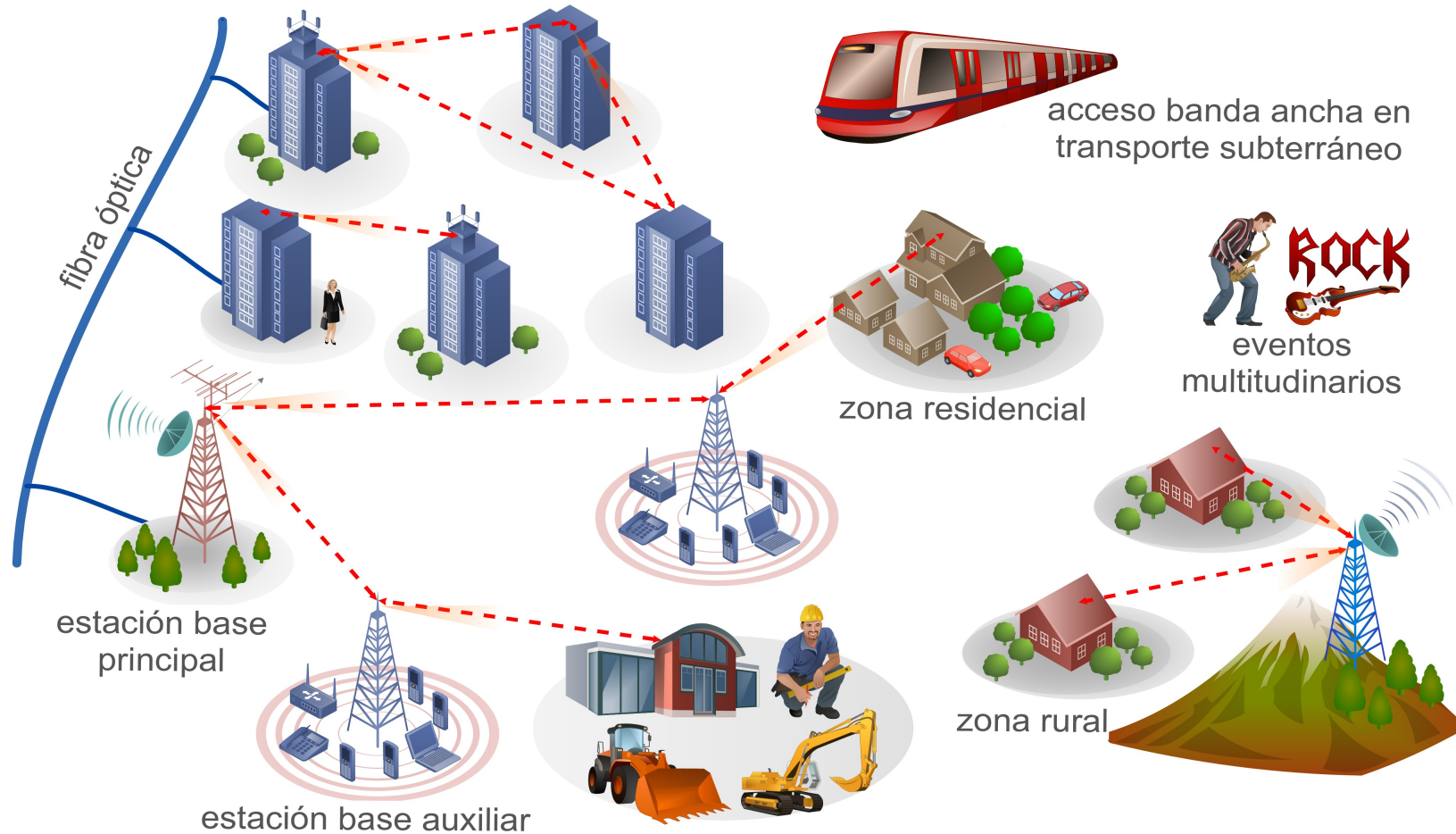
Alternativa / Complemento
a la tecnología RF



Rol protagonista en el desarrollo de **infraestructuras 5G**
(Proyectos **CHARISMA** y **Xhaul**)

1. Introducción.

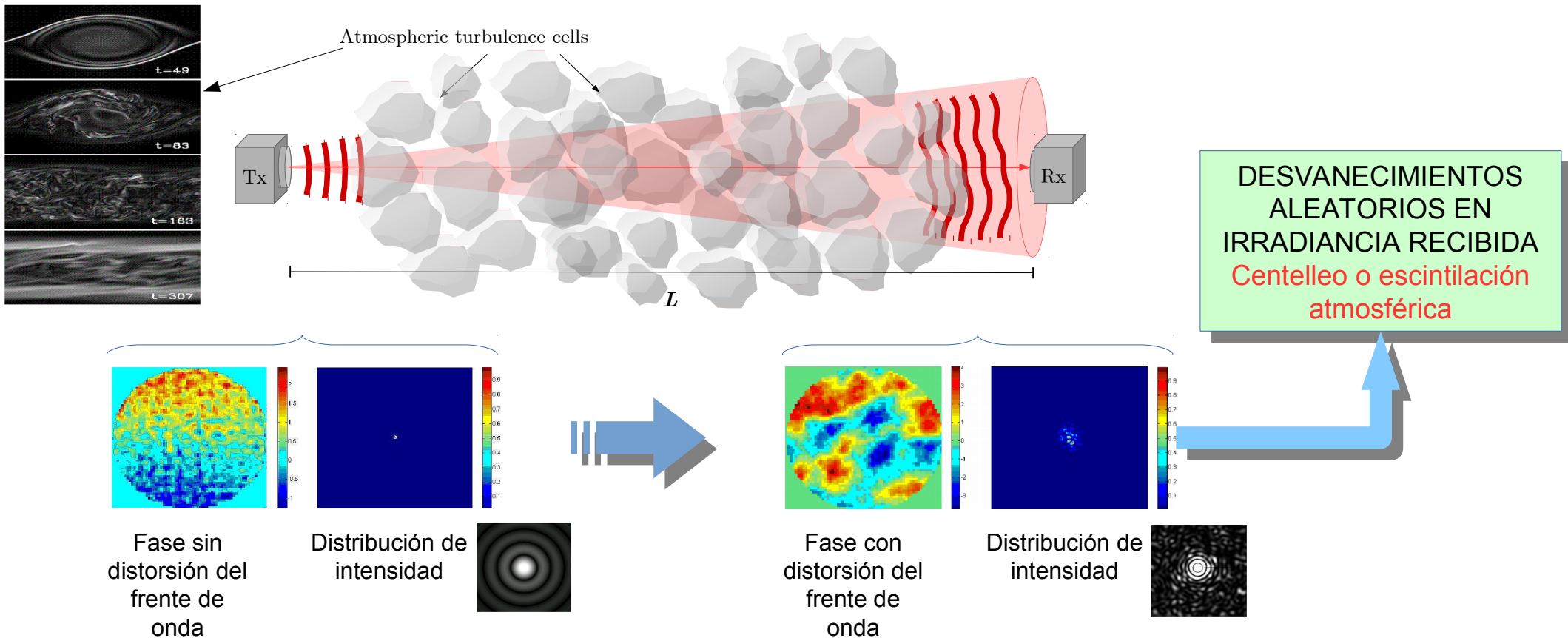
◆ Aplicaciones relevantes en el contexto de *redes de nueva generación*



1. Introducción.

◆ Turbulencia atmosférica

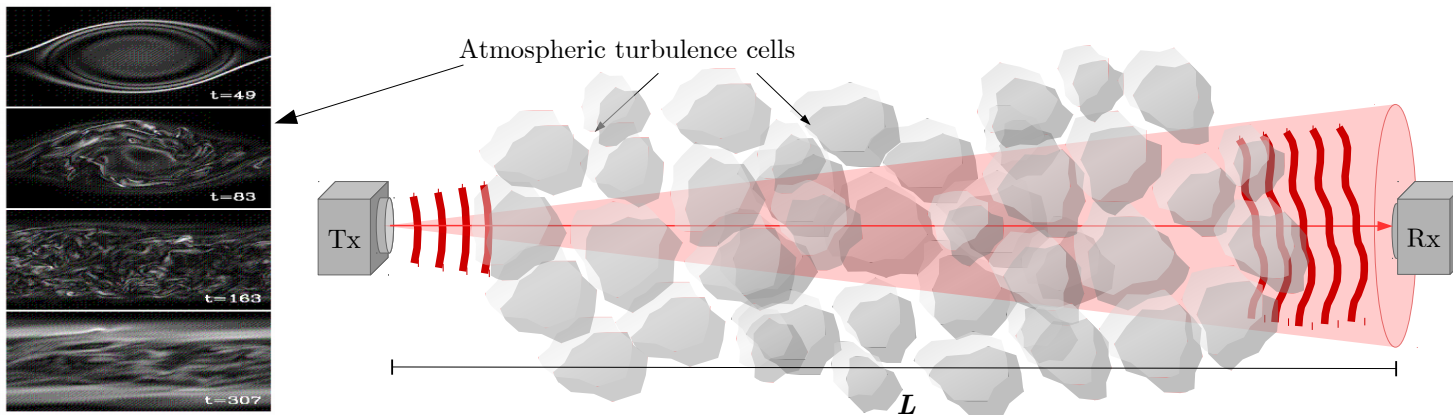
- Las variaciones aleatorias de índice de refracción provocan **fluctuaciones aleatorias en la fase de los frentes de onda y en la intensidad de la señal**



1. Introducción.

◆ Turbulencia atmosférica

- Las variaciones aleatorias de índice de refracción provocan **fluctuaciones aleatorias en la fase de los frentes de onda y en la intensidad de la señal**



DESVANECIMIENTOS
ALEATORIOS EN
IRRADIANCIA RECIBIDA
Centelleo o escintilación
atmosférica

Modelos estadísticos de probabilidad para la predicción de la irradiancia recibida

- Turbulencia débil: *Log-Normal (LN)*
- Turbulencia moderada a fuerte: *Gamma-Gamma (GG), K, Exp. decreciente*
- Modelos generalizados: *Exponentiated Weibull (EW), Málaga (\mathcal{M})*

$$I_{rx} = I_0 I$$

$$f_I(I)$$

1. Introducción.

◆ Turbulencia atmosférica

➤ Parámetros físicos

• **Varianza de Rytov, σ_R^2** : $\sigma_R^2 = 1.23 C_n^2 k^{7/6} L^{11/6}$ $\left\{ \begin{array}{l} < 1: \text{Débil} \\ \sim 1: \text{Moderada} \\ > 1: \text{Fuerte} \end{array} \right.$

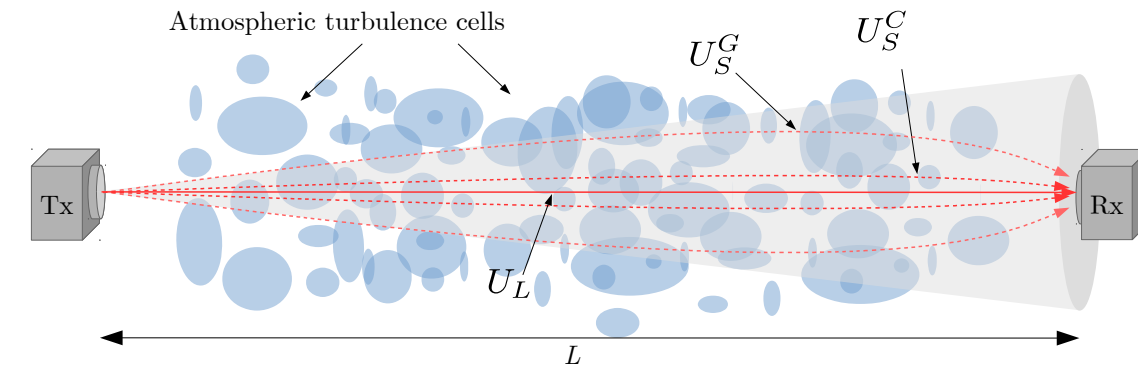
• **Índice de centelleo, σ_I^2** : $\sigma_I^2 = \frac{\mathbb{E}[I^2]}{\mathbb{E}[I]^2} - 1 \longrightarrow$ Efecto de la turbulencia sobre la irradiancia óptica

◆ Objetivo

- Relacionar los parámetros estadísticos característicos de la distribución *Málaga* (\mathcal{M}) con los parámetros físicos característicos de la turbulencia

2. Modelo de canal: la distribución \mathcal{M}

◆ Definición del modelo

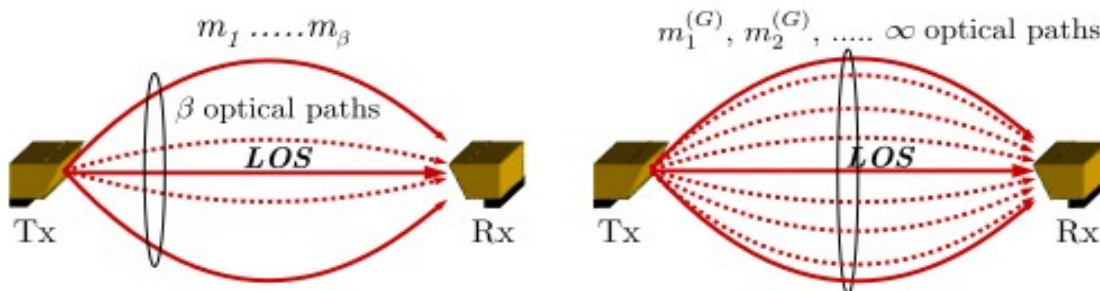


U_L : Línea de visión directa (LOS)
 U_S^C : Scattering acoplado a LOS
 U_S^G : Scattering clásico (indep. LOS)

“COHERENTE”

$$I = |U_L + U_S^C + U_S^G|^2 \exp(2\chi) = YX$$

Modelo normalizado: $E[I] = 1$



$$f_I(I) = \sum_{k=1}^{\tilde{k}} \tilde{m}_k K_G(I; \alpha, k, \tilde{\mu}_k)$$

$$\tilde{m}_k = f_k(k) = \begin{cases} \binom{\beta-1}{k-1} p^{k-1} (1-p)^{\beta-k} & \beta \in \mathbb{N} \\ \frac{\Gamma(k-1+\beta)}{\Gamma(k)\Gamma(\beta)} p^{k-1} (1-p)^\beta & \beta \in \mathbb{R} \end{cases}$$

◆ Parámetros estadísticos

$\{\alpha, \beta, \gamma\}$

α : Parámetro de gran escala (fenómenos refractivos)
 β : Parámetro de pequeña escala (fenómenos difractivos)
 γ : Proporción de potencia óptica “coherente” a potencia total

3. Intensidades de fluctuación por efectos turbulentos

◆ Método de cálculo

Modelo multiplicativo: $I = X \cdot Y \xrightarrow{(\mathbb{E}[X] = \mathbb{E}[Y] = 1)} \sigma_I^2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_x^2 \sigma_y^2$



$$f_I(I) = \sum_{k=1}^{\tilde{k}} \tilde{m}_k K_G(I; \alpha, k, \tilde{\mu}_k)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} f_x(x) = \Gamma\left(x; \alpha, \frac{1}{\alpha}\right) \rightarrow \sigma_x^2 \\ f_y(y) = \sum_{k=1}^{\tilde{k}} \tilde{m}_k \Gamma\left(y; k, \frac{\tilde{\mu}_k}{k}\right) \rightarrow \sigma_y^2 \end{array} \right.$$

$$K_G(I; \alpha, k, \tilde{\mu}_k) = \frac{1}{\tilde{\mu}_k} \Gamma \Gamma \left(\frac{I}{\tilde{\mu}_k}; \alpha, k \right)$$

- Cada sub-canal se comporta como un **canal GG escalado**, con parámetros de gran escala α y de pequeña escala k .
- La gran escala afecta por igual a todos los sub-canales (puede extraerse de la mixtura).
- El efecto global de pequeña escala se puede modelar como mixtura de los efectos de cada sub-canal.

3. Intensidades de fluctuación por efectos turbulentos

◆ Cálculo de intensidades de fluctuaciones

- Fluctuación de gran escala, X

$$f_x(x) = \Gamma\left(x; \alpha, \frac{1}{\alpha}\right) \implies$$

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{\alpha}$$

$$M_Z(s) = \mathbb{E}[e^{sz}]$$

$$\mathbb{E}[Z^n] = \left. \frac{d^n M_Z(s)}{ds^n} \right|_{s=0}$$

$$\sigma_z^2 = \mathbb{E}[Z^2] - \mathbb{E}^2[Z]$$

- Fluctuación de pequeña escala, Y

$$f_y(y) = \sum_{k=1}^{\tilde{k}} \tilde{m}_k \Gamma\left(y; k, \frac{\tilde{\mu}_k}{k}\right) \implies$$

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{\beta_G} = 1 + \left(\frac{1}{\beta} - 1\right) \gamma^2 \quad (\forall \beta)$$

$$\left(\begin{array}{l} M_Y(s) = \sum_{k=1}^{\tilde{k}} M_{Y_k}(s) \\ k \sim \begin{cases} B(\beta - 1, p) & \beta \in \mathbb{N} \\ NB(\beta, p) & \beta \in \mathbb{R} \end{cases} \end{array} \right)$$

- β_G : parámetro de pequeña escala generalizado, equivalente al de gran escala α , y que depende de β (número de sub-canales) y de γ (concentración de potencia en cercanías del eje óptico)
- Queda reflejado el grado de libertad adicional que aporta la distribución \mathcal{M} .

4. Relación entre parámetros físicos y estadísticos

◆ Índice de centelleo

$$\sigma_I^2 = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta_G} + \frac{1}{\alpha} \frac{1}{\beta_G}$$

- La **expresión es equivalente** a la desarrollada por L.C. Andrews (*et al.*) para la distribución **Gamma-Gamma**.
- El parámetro de pequeña escala generalizado, equivale al de pequeña escala definido para dicha distribución Gamma-Gamma.

◆ Relación entre parámetros

Las expresiones desarrolladas según la Teoría de la Escintilación [L.C. Andrews, *et al.*] son aplicables.

Por ejemplo, propagación de onda plana en régimen de turbulencia débil

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_x^2 \approx \exp \left[\frac{0.49\sigma_R^2}{\left(1 + 1.11\sigma_R^{12/5}\right)^{7/6}} \right] - 1 = \frac{1}{\alpha} \\ \sigma_y^2 \approx \exp \left[\frac{0.51\sigma_R^2}{\left(1 + 0.69\sigma_R^{12/5}\right)^{5/6}} \right] - 1 = \frac{1}{\beta_G} \end{array} \right.$$

$$C_n^2, \lambda, L$$

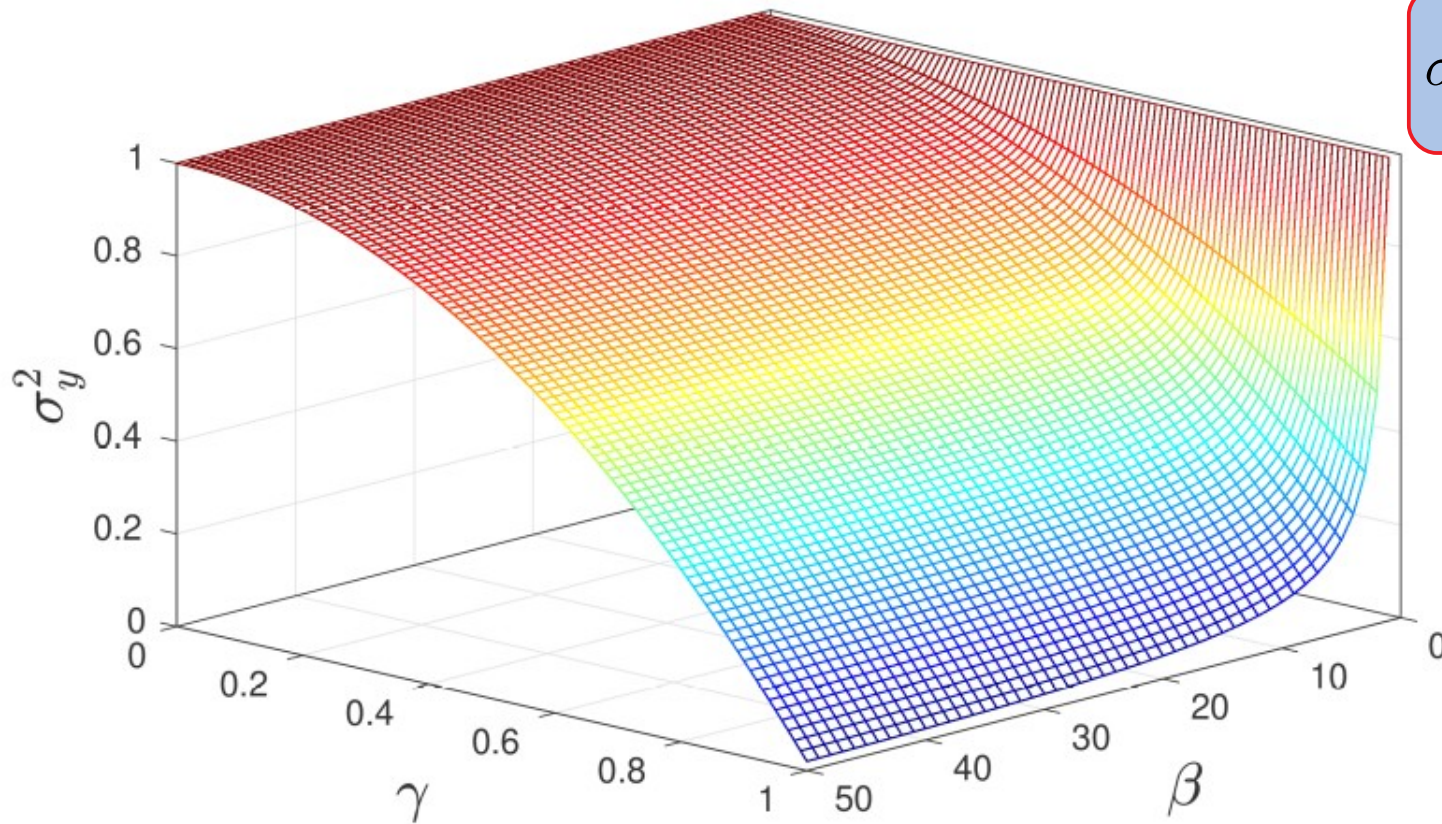


$$\alpha, \beta, \gamma$$

5. Resultados e interpretación

◆ Intensidad de fluctuación de pequeña escala

- Influencia sobre σ_y^2 de los dos grados de libertad que aporta la distribución \mathcal{M} .



$$\sigma_y^2 = \frac{1}{\beta_G} = 1 + \left(\frac{1}{\beta} - 1 \right) \gamma^2$$

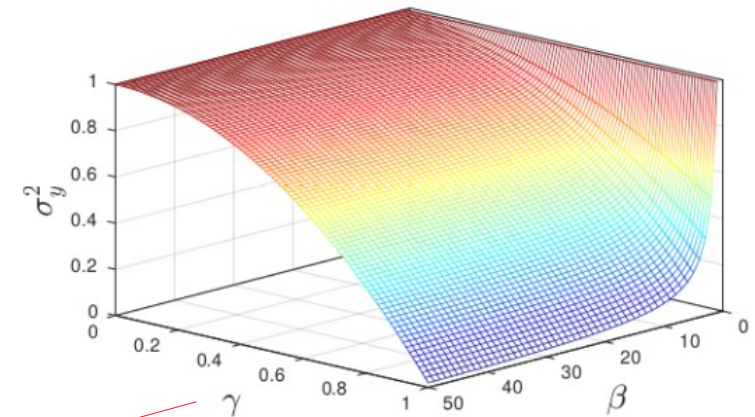
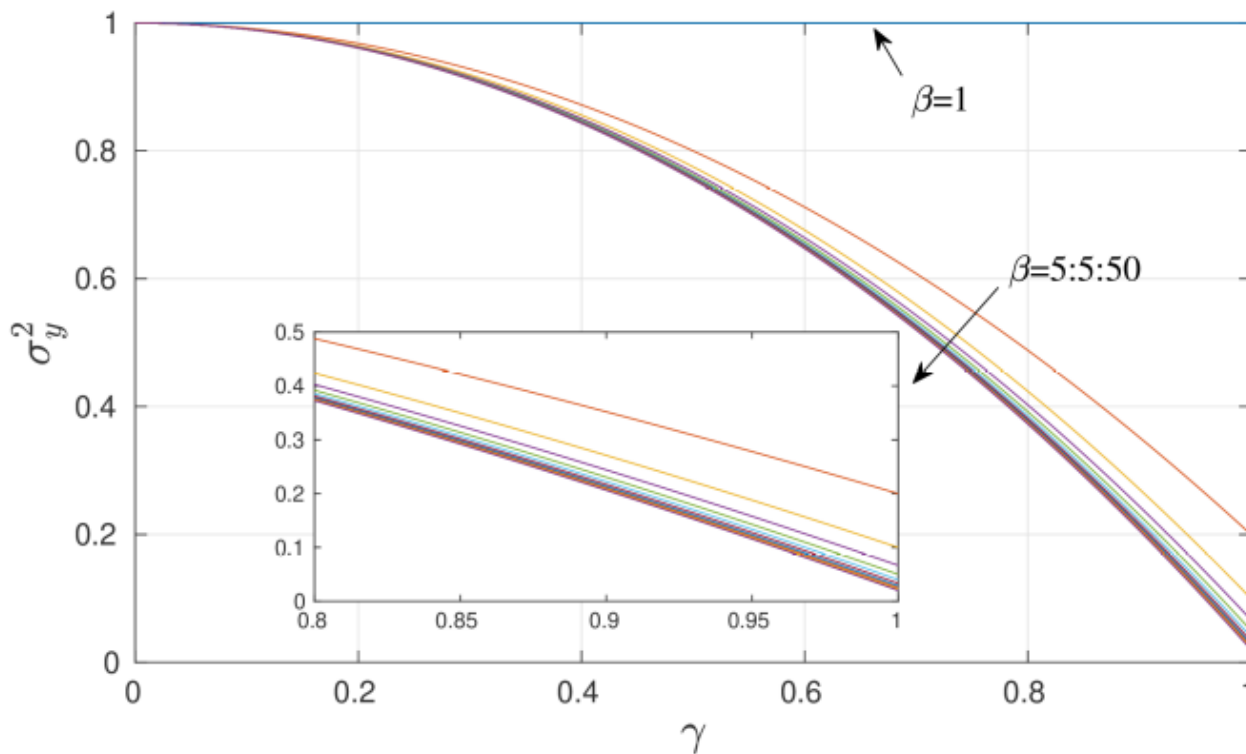
γ : relacionado con el perfil del **haz transmitido** y de las condiciones de **turbulencia**.

β : relacionado con **número de subcanales** relevantes en la propagación, dependiente de las condiciones de **turbulencia**.

5. Resultados e interpretación

◆ Intensidad de fluctuación de pequeña escala

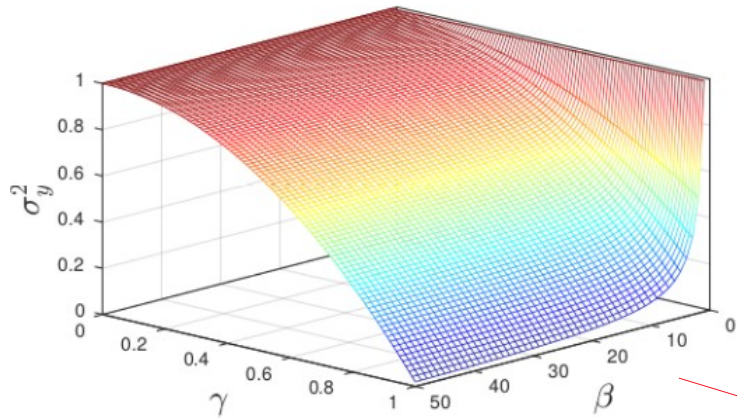
- Detalle de dependencia de σ_y^2 respecto de la proporción de potencia óptica concentrada en zona próxima a disco de coherencia.



- Para **turbulencia débil**, el efecto del número de sub-canales es poco relevante en la intensidad de fluctuación de pequeña escala.
- Para **turbulencia fuerte**, el efecto de la turbulencia se hace dominante (la relevancia de γ se reduce).
- Caso límite de turbulencia extrema ($\beta=1$): coincidente con $\gamma=0$.

5. Resultados e interpretación

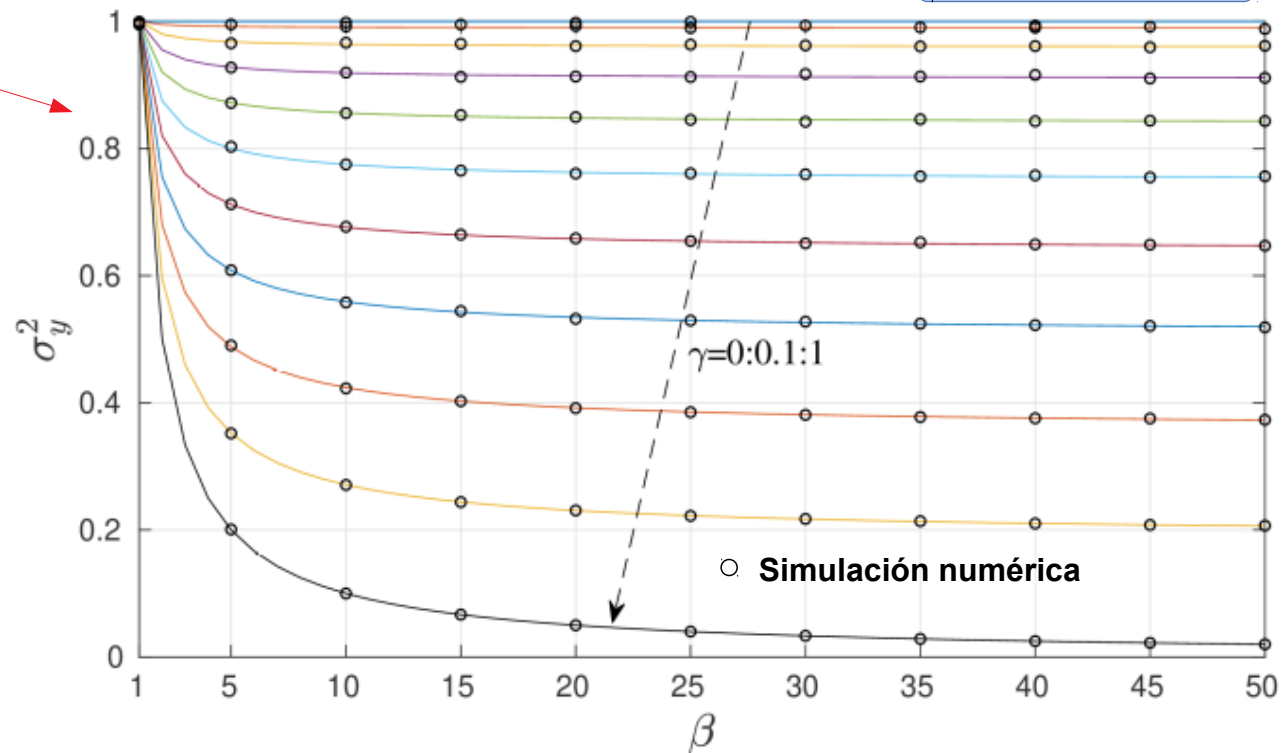
◆ Intensidad de fluctuación de pequeña escala



- El valor de γ establece un **límite mínimo irreducible** de intensidad de fluctuación por pequeña escala.
- Un número bajo de sub-canales implicados se corresponde con fluctuaciones altas.
- Para un valor determinado de σ_y^2 , al aumentar γ se requiere la implicación de un menor número de sub-canales, siempre que

- Detalle de la relación entre σ_y^2 y el número de sub-canales implicados en la transmisión, para una determinada concentración de potencia en la zona coherente.

$$\lim_{\beta \rightarrow \infty} \sigma_y^2 = 1 - \gamma^2$$



6. Conclusiones

- ◆ Se han obtenido **expresiones analíticas de fácil tratamiento** para el cálculo de las intensidades de las fluctuaciones de gran y pequeña escala, así como el índice de centelleo (no se habían definido hasta ahora).
- ◆ Dichas expresiones han sido **corroboradas** mediante la generación de secuencias aleatorias y **cálculo numérico** de los parámetros.
- ◆ Se ha definido un procedimiento de **relación entre los 3 parámetros estadísticos de la distribución \mathcal{M} y los parámetros físicos** característicos de la turbulencia atmosférica.
- ◆ La interpretación del modelo \mathcal{M} como **superposición de sub-canales ópticos**, ha permitido la obtención de los resultados presentados, así como abrir una prometedora **línea de investigación** para la depuración del propio modelo.

Parametrización física de canales ópticos turbulentos modelados con la distribución \mathcal{M}

J.M. Garrido Balsells, A. Puerta Notario, A. Jurado Navas y
M. del Castillo Vázquez

*Departamento de Ingeniería de Comunicaciones
E.T.S.I. Telecomunicación. Universidad de Málaga
Campus Universitario de Teatinos, E-29071 Málaga
Phone +34 952134166 Fax. +34 952132027
E-mail: jmgb@ic.uma.es*



*ingeniería de comunicaciones
universidad de Málaga*

