

## MÉTODOS DE PLANO CRÍTICO PARA EL ANÁLISIS DE FATIGA MULTIAXIAL EN EL ACERO INOXIDABLE 316

A.S. Cruces<sup>1</sup>, P. Lopez-Crespo<sup>1</sup>, S. Bressan<sup>2</sup>, T. Itoh<sup>3</sup>, B. Moreno<sup>1</sup>, J. Zapatero<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Departamento de Ingeniería Civil y Materiales, Universidad de Málaga  
C/Dr Ortiz Ramos s/n, 29071, Málaga, España

<sup>2</sup>Graduate School of Science & Engineering, Ritsumeikan University,  
1-1-1, Nojihigashi, Kusatsu-shi, Shiga, 525-8577, Japan

<sup>3</sup>Department of Mechanical Engineering, College of Science & Engineering, Ritsumeikan University,  
1-1-1, Nojihigashi, Kusatsu-shi, Shiga 525-8577, Japan

### RESUMEN

El presente trabajo estudia la capacidad de predicción de los modelos de plano crítico para casos de fatiga multiaxial. El material que se estudia es un acero inoxidable 316. Los caminos de carga aplicados son uniaxiales y biaxiales en la superficie de la probeta. El siguiente estudio realiza una comparativa de las predicciones de vida a fatiga y ángulo de grieta de los modelos Wang-Brown, Fatemi-Socie, Liu I y Liu II. Se observó que la mejor predicción de vida fue devuelta por el modelo de Liu II y para el ángulo de grieta por Liu I.

**PALABRAS CLAVE:** Fatiga, Biaxial, Modelo de plano crítico

### ABSTRACT

The present work assesses the multiaxial fatigue prediction capacity of different critical plane models. The evaluated material was the 316 stainless steel. The loading path applied were uniaxial and biaxial on the specimen surface. The next work performs a fatigue life and crack angle prediction comparative of Wang-Brown, Fatemi-Socie and Liu I and II models. It was observed that the best life prediction was returned by Liu II model and for the crack angle by Liu I.

**KEYWORDS:** Fatigue, Biaxial, Critical plane model

### 1 INTRODUCCIÓN

A medida que se avanza en el estudio del fenómeno de la fatiga, se desarrollan métodos de análisis más apropiados para ciertos escenarios. Los casos de fatiga multiaxial, inicialmente fueron abordados aplicando teorías de fatiga uniaxial con resultados correctos para los casos de carga proporcional [1,2]. No obstante aparecen casos en los que los resultados devueltos no son tan precisos debido a que estos métodos no tienen en cuenta diferentes efectos que aparecen como consecuencia de la interacción entre las cargas [3]. Entre los métodos que surgen para estudiar los casos de fatiga multiaxial destacan los de plano crítico. Estos calculan la vida a fatiga en base a observaciones en las que surgen dominancias de crecimiento de grieta [4] durante el proceso [5]. Así pues, para materiales de carácter dúctil y a bajos ciclos de vida a fatiga donde las

deformaciones son elevadas, la grieta crecerá con preferencia en el plano de máximas deformaciones angulares [6]. De modo que estos métodos no solo permiten realizar estimaciones de vida a fatiga, sino que también pueden estimar el ángulo de crecimiento de la grieta [7]. Esto será interesante de cara a diseños en el que se siga un criterio de fallo seguro del componente.

En este trabajo se estudian los modelos de plano crítico para un acero inoxidable 316 (316 SS) bajo diferentes condiciones de carga. Se estudian cargas uniaxiales de tipo pulsante con altos niveles de ratcheting, así como cargas biaxiales de tipo proporcional [8]. Los modelos evaluados son Fatemi-Socie (FS) [9], Wang-Brown (WB) [10], Liu I y Liu II [11]. Se estudiará la capacidad de predicción de vida y de ángulo de crecimiento de grieta de estos modelos de plano crítico.

## 2 MATERIALES Y METODOS

### 2.1 Propiedades del 316 SS

El material investigado fue el 316 SS con la siguiente composición: 0.06% C, 1.33% Mn, 0.46% Si, 0.32% P, 0.28% S, 16.97% Cr, 10.15% Ni y 2.03% Mo. Este es un acero inoxidable muy extendido en la industria para fabricación de tuberías a presión debido a su buena resistencia a la corrosión así como resistencia mecánica a altas temperaturas [12]–[14]. Además aúna buenas propiedades frente a fallos de fatiga con un bajo impacto medioambiental para aplicaciones en las que no se consume energía por utilizar el material [15].

Las propiedades monotónicas y cíclicas se presentan en la tabla 1 y 2 respectivamente. Las propiedades cíclicas del 316 SS son obtenidas de una fuente externa [12]. Las propiedades cíclicas se obtienen a partir de los resultados de ocho probetas sometidas a diferentes amplitudes de deformación. Las propiedades cíclicas a torsión tabla 3 se obtienen desde las propiedades uniaxiales de la tabla 2 aplicando una equivalencia entre ambas según von Mises [3].

Tabla 1. Propiedades monotónicas del 316 SS.

Límite elástico, $\sigma_v$	240 MPa
Modulo de Young, E	193 GPa
Modelo de cortadura, G	75 GPa
Coef. Poisson elástico, $\nu_e$	0.3
Coef. Poisson plástico, $\nu_p$	0.5

Tabla 2. Propiedades uniaxiales del 316 SS.

Coef. Resistencia cíclica, $K'$	899 MPa
Exp. Endurecimiento cíclico, $n'$	0.1901
Coef. Resistencia fatiga, $\sigma'_f$	663.25 MPa
Exp. Resistencia fatiga, b	-0.0903
Coef. ductilidad fatiga, $\epsilon'_f$	0.1895
Exp. ductilidad fatiga, c	-0.4657

Tabla 3. Propiedades torsionales del 316 SS.

Coef. Resistencia fatiga, $\tau'_f$	382.92 MPa
Exp. Resistencia fatiga, $b_\gamma$	-0.0903
Coef. ductilidad fatiga, $\gamma'_f$	0.03282
Exp. ductilidad fatiga, $c_\gamma$	-0.4657

### 2.2 Ensayos fatiga uniaxial y biaxial

Los ensayos son realizados mediante una máquina de fatiga de tres actuadores que permite además de aplicar cargas axiales y torsionales, introducir presión en el interior de la probeta [16]. Los datos a fatiga estudiados se obtienen aplicando cargas axiales y de presión interna [17]. Para el estudio se considera el sistema de coordenadas mostrado en la figura 1. Las cargas axiales generan tensiones en la dirección Z, mientras que la presión interior genera tensiones periféricas en la dirección  $\theta$  y radiales en la dirección R.

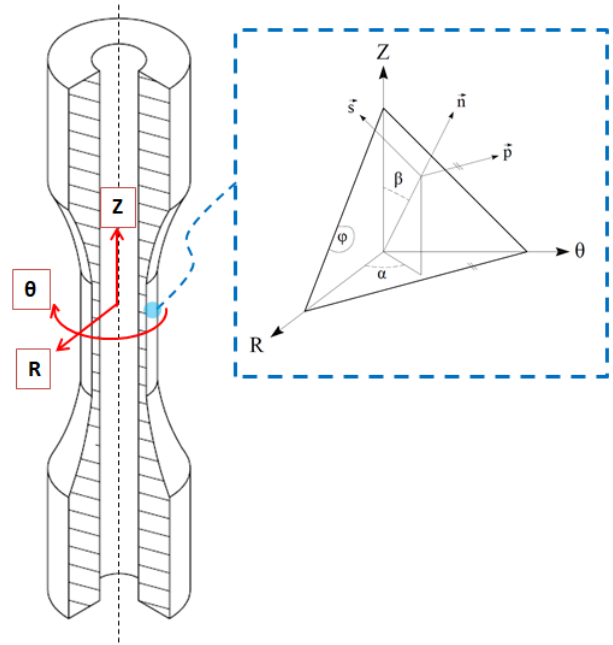


Figura 1. Sistema de coordenadas definido.

La tabla 4 presenta para cada uno de los ensayos figura 2, la amplitud de tensión axial  $\sigma_{Za}$ , la amplitud de tensión periférica  $\sigma_{\theta a}$ , la amplitud de tensión radial aplicada en interior probeta  $\sigma_{Ra}$  y la vida a fatiga  $N_f$ . El fallo a fatiga se detecta mediante la caída de presión del fluido introducido en la probeta. Para los ensayos 1A, 1B y 3, en los que solo se aplican tensiones axiales, se introduce igualmente una presión mínima, para detectar el fallo del mismo modo.

La figura 2 muestra los caminos de carga estudiados, considerados estos en la superficie de la probeta donde la tensión radial es nula. Los ensayos 1, 2 y 3 generan tensión en una sola dirección. Los ensayos 4, 5 y 6 combinan tensiones en direcciones ortogonales entre sí. Salvo el ensayo 3, aparecen tensiones medias que producen ratcheting en el material.

Tabla 4. Datos de los caminos de carga estudiados.

Ensayo	$\sigma_{Za}$ (MPa)	$\sigma_{\theta a}$ (MPa)	$\sigma_{Ra}$ (MPa)	$N_f$ (Ciclos)
1A	256.05	0.88	0.5	122,000
1B	227.57	1.024	0.5	159,600
2	16.723	224.81	32.67	29,300
3	442.9	0.969	0.5	785
4	188.08	206.6	30.7	8,400
5	174.65	173.87	28.4	14,486
6A	201.54	225.2	32.77	25,770
6B	222.75	255.2	36.22	13,542

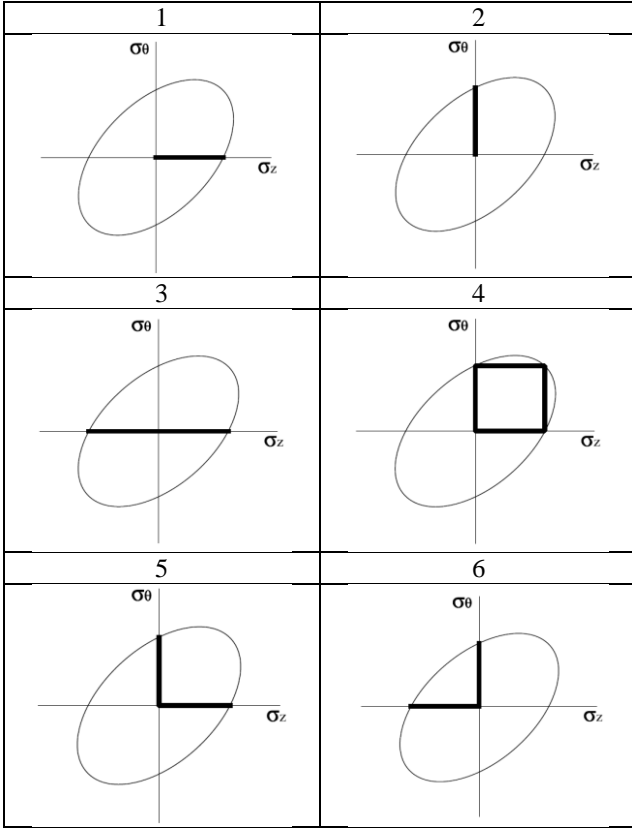


Figura 2. Esquema de los caminos de carga estudiados.

### 3 MODELOS DE PLANO CRÍTICO

#### 3.1 Modelo de Wang-Brown

El modelo de Wang-Brown (WB) ecuaciones 1, 2 y 3 es de tipo deformación, está basado en el modelo de Brown-Miller. Presenta la ventaja de poder definir el daño, empleando solo valores de deformación, pudiendo así determinar valores de vida a fatiga desde mediciones sobre superficies. El DP queda definido en el plano  $\varphi^*$  en el que la amplitud de la de deformación angular  $\Delta\gamma$  es máxima. En  $\varphi^*$  se obtiene el DP como combinación entre la amplitud de deformación angular máxima  $\Delta\gamma_{max}/2$  y el rango de deformaciones normales generado a lo largo de la inversión de deformación angular en  $\varphi^*$ ,  $\varepsilon_n^*$ . Para el caso de cargas proporcionales, el valor de  $\varepsilon_n^*$  coincide con el del rango de deformaciones normales máximas  $\Delta\varepsilon_{max}$ . El peso de la componente normal se incluye mediante el parámetro del material  $S$ . Este parámetro se obtiene a partir de las propiedades cíclicas del material y varía en función de la vida a fatiga [3].

$$\frac{\Delta\gamma_{max}}{2} + S\varepsilon_n^* = A \frac{(\sigma'_f - \sigma_m)}{E} (2N_f)^b + B\varepsilon'_f (2N_f)^c \quad (1)$$

$$A = [(1 + \nu_e) + S(1 - \nu_e)] \quad (2)$$

$$B = [(1 + \nu_p) + S(1 - \nu_p)] \quad (3)$$

donde  $\sigma'_f$  es el coeficiente de resistencia a fatiga  $\sigma_m$  es el valor de la tensión media,  $E$  es el módulo de Young,  $b$  es el exponente de resistencia a fatiga,  $\varepsilon'_f$  es el coeficiente de ductilidad a fatiga,  $c$  es el exponente de ductilidad a fatiga,  $\nu_e$  es el coeficiente de Poisson elástico,  $\nu_p$  es el coeficiente de Poisson plástico y  $N_f$  es la vida a fatiga en ciclos.

#### 3.2 Modelo de Fatemi-Socie

El modelo de Fatemi-Socie (FS) ecuación 4 es de tipo deformación, está basado en el modelo de Brown-Miller. El DP queda definido en el plano  $\varphi^*$  en el que la amplitud de deformación angular  $\Delta\gamma$  es máxima. Dentro del DP se introduce el efecto entre las tensiones normales y cortantes en el plano  $\varphi^*$  a través del cociente entre la tensión normal máxima  $\sigma_{n,max}$  en  $\varphi^*$  y el límite de fluencia  $\sigma_y$ . Para  $\sigma < 0$  (compresión) el DP se reduce y para  $\sigma > 0$  viceversa, el criterio físico en el que se basa es en el bloqueo entre las caras de la grieta que facilita o dificulta las tensiones normales. El peso de la componente normal se incluye mediante el parámetro del material  $K$ . Este parámetro se obtiene a partir de las propiedades cíclicas del material y varía en función de la vida a fatiga [3].

$$\frac{\Delta\gamma_{max}}{2} \left( 1 + k \frac{\sigma_{n,max}}{\sigma_y} \right) = \frac{\tau'_f}{G} (2N_f)^{b\gamma} + \gamma'_f (2N_f)^{c\gamma} \quad (4)$$

donde  $\tau'_f$  es el coeficiente de resistencia a fatiga en torsión,  $G$  es el modulo cortante,  $b_\gamma$  es el exponente de resistencia a fatiga en torsión,  $\gamma'_f$  es el coeficiente de ductilidad a fatiga en torsión y  $c_\gamma$  es el exponente de ductilidad a fatiga en torsión.

#### 3.3 Modelos de Liu I y Liu II

Los modelos de Liu I ecuación 5 y 6 y Liu II ecuación 7 y 8 son de tipo energía. Dependiendo del modo de fallo, Liu propone dos tipos de parámetros diferentes, uno para el fallo con dominancia de tensión normal  $\Delta W_I$  y uno para fallos con dominancia de tensión cortante  $\Delta W_{II}$ . En fallos por tensión normal, el plano  $\varphi^*$  será el que maximice el trabajo axial,  $\Delta\sigma\Delta\varepsilon$ . En fallos por tensión cortante, el plano  $\varphi^*$  será el que maximice el trabajo cortante,  $\Delta\tau\Delta\gamma$ . Una vez determinado  $\varphi^*$ , el correspondiente parámetro de daño DP es obtenido en dicho plano. La energía en cada ciclo de carga queda definida como suma de la energía plástica y elástica.

$$\Delta W_I = (\Delta\sigma_n \Delta\varepsilon_n)_{max} + (\Delta\tau \Delta\gamma) \quad (5)$$

$$\Delta W_I = 4\sigma'_f \varepsilon'_f (2N_f)^{b+c} + \frac{4\sigma_f'^2}{E} (2N_f)^{2b} \quad (6)$$

$$\Delta W_{II} = (\Delta\sigma_n \Delta\varepsilon_n) + (\Delta\tau \Delta\gamma)_{max} \quad (7)$$

$$\Delta W_{II} = 4\tau'_f \gamma'_f (2N_f)^{b\gamma+c\gamma} + \frac{4\tau_f'^2}{G} (2N_f)^{2b\gamma} \quad (8)$$

## 4 RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### 4.1 Predicción de vida a fatiga

La figura 3 muestra las estimaciones de vida para los modelos estudiados para los ensayos con tensiones en una sola dirección (1A, 1B, 2 y 3) y la figura 4 para los casos en que aparecen dos direcciones de tensión aplicada (4, 5, 6A y 6B). La línea continua presenta los puntos en que se produce una coincidencia entre la vida experimental  $N_{exp}$  y la calculada por el modelo  $N_{mod}$ , equidistantes a esta, dos líneas discontinuas marcan la zona de desviación de +100% y -50% de la estimación respecto a la vida real. Las estimaciones de FS se presentan con cuadrados celestes, WB con triángulos verdes, Liu I con círculos negros y Liu II con cruces púrpuras.

El primer aspecto relevante de los resultados es la baja influencia que tiene las tensiones medias en el 316 SS. Como se observa las estimaciones devueltas por los modelos de Liu, sin tener en cuenta el efecto de las tensiones medias dentro del modelo, han sido al menos conservadoras para los ensayos 1A, 1B y 2 figura 3. Por otro lado, otro punto que se puede concluir de lo anterior es el buen ajuste del peso de la componente normal en los modelos de FS y WB mediante los parámetros  $K$  y  $S$  respectivamente. A bajos ciclos, para el ensayo 3, la diferencia entre los modelos es muy reducida. Para altos ciclos y tensiones pulsantes (ensayos 1A, 1B y 2) el modelo de WB se vuelve más conservador que el resto. La alta desviación del ensayo 1A puede entenderse como caso aislado.

Para el caso biaxial figura 4, se observa una mayor diferencia entre los resultados devueltos por los distintos modelos. Liu I presenta problemas para los ensayos 5 y 6, consecuencia de que este modelo determina el plano crítico  $\phi^*$  perpendicular a la tensión máxima en el ciclo lo que le deja invalidada la evaluación del daño en la segunda etapa de aplicación de la carga, paralelo a dicho plano. Como se observa, el ensayo 6A y 6B muestra esta misma situación, sin embargo los resultados no se diferencian tanto del que dan los demás modelos. Esto sugiere un menor peso de la componente a compresión en el ciclo de carga. En general las estimaciones para estos ensayos son menos conservadoras.

Las mejores estimaciones son devueltas por Liu II en ambos casos, este resultado coincide con el observado por Liu al estudiar el 316 SS [11]. Los resultados conservadores de WB en comparación con FS y Liu también fueron observados previamente en estudios del acero S355 [18].

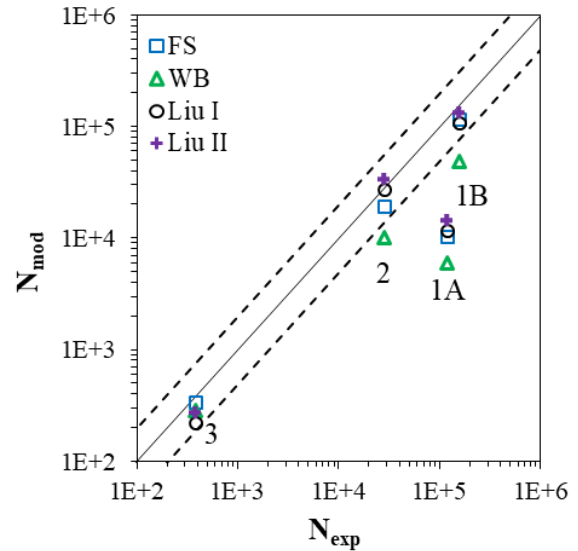


Figura 3. Estimaciones de vida para cargas en fase.

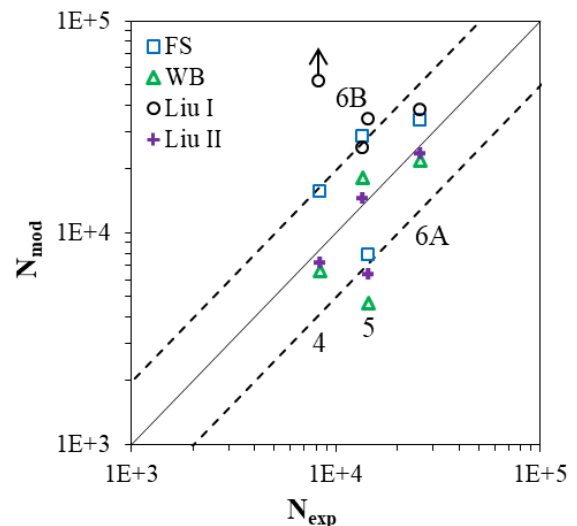


Figura 4. Estimaciones de vida para cargas en desfase.

### 4.2 Predicción de ángulo de grieta

Los ángulos de grieta se midieron al inicio sobre la superficie de la probeta empleando el software de procesamiento de imágenes ImageJ [19]. Los ángulos experimentales y estimados por los modelos son mostrados en la tabla 5. Estos ángulos se definen según el sistema de coordenadas mostrado en la figura 1.

Como se observa, para los casos uniaxiales 1A, 1B, 2 y 3 todos los modelos devuelven correctamente el ángulo medido. Para el resto de ensayos, los casos biaxiales, Liu I devuelve mejores resultados. Concluyendo que, para los datos experimentales disponibles Liu I devolvería mejores estimaciones del ángulo de grieta.

Tabla 5. Predicciones de ángulo de grieta.

	1A	1B	2	3
Exp. ( $\beta/\alpha$ )	-/0°	-/0°	90°/-	-/0°
WB ( $\beta/\alpha$ )	45°/0°	45°/0°	90°/45°	45°/0°
FS ( $\beta/\alpha$ )	45°/0°	45°/0°	90°/45°	45°/0°
Liu I ( $\beta/\alpha$ )	0°/0°	0°/0°	90°/90°	0°/0°
Liu II ( $\beta/\alpha$ )	45°/0°	45°/0°	90°/45°	45°/0°
	4	5	6A	6B
Exp. ( $\beta/\alpha$ )	-/0°	-/0°	90°/-	-/0°
WB ( $\beta/\alpha$ )	45°/0°	45°/0°	90°/45°	45°/0°
FS ( $\beta/\alpha$ )	45°/0°	45°/0°	90°/45°	45°/0°
Liu I ( $\beta/\alpha$ )	0°/0°	0°/0°	90°/90°	0°/0°
Liu II ( $\beta/\alpha$ )	45°/0°	45°/0°	90°/45°	45°/0°

## 5 CONCLUSIONES

El error cometido en la estimación de la vida de los Fatemi-Socie, Wang-Brown y Liu II ha sido en general bajo para los distintos casos de carga estudiados en el acero inoxidable 316. Observándose el mejor resultado con el modelo de Liu II. El efecto de las tensiones medias observado para el 316 SS ha sido reducido. Para dicho caso, el parámetro  $K$  del modelo de Fatemi-Socie redujo el peso de las tensiones medias dentro del parámetro de daño correctamente. En la determinación del ángulo de grieta se observó que el modelo de Liu I devolvió mejores resultados en general para los datos disponibles del ángulo de la grieta en los diferentes ensayos.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen la financiación aportada para la realización de este trabajo al Ministerio de Economía y Competitividad (referencia MAT2016-76951-C2-2-P).

## REFERENCIAS

- [1] J. Papuga, M. Vargas, and M. Hronek, "Evaluation of uniaxial fatigue criteria applied to multiaxially loaded unnotched samples," *Engineering Mechanics*, vol. 19, no. 2/3, pp. 99–111, 2012.
- [2] B. Moreno, A. Martin, P. Lopez-Crespo, J. Zapatero, and J. Dominguez, "Estimations of fatigue life and variability under random loading in aluminum Al-2024T351 using strip yield models from NASGRO," *International Journal of Fatigue*, vol. 91, pp. 414–422, 2016.
- [3] D. F. Socie and G. B. Marquis, "Multiaxial Fatigue," 2000.
- [4] P. Lopez-Crespo, A. Garcia-Gonzalez, B. Moreno, A. Lopez-Moreno, and J. Zapatero, "Some observations on short fatigue cracks under biaxial fatigue," *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, vol. 80, pp. 96–103, 2015.

- [5] A. Karolczuk and E. Macha, "A review of critical plane orientations in multiaxial fatigue failure criteria of metallic materials," *International Journal of Fracture*, vol. 134, no. 3–4, pp. 267–304, 2005.
- [6] L. Reis and M. J. Freitas, "Crack initiation and growth path under multiaxial fatigue loading in structural steels," *International Journal of Fatigue*, vol. 31, pp. 1660–1668, 2009.
- [7] P. Lopez-Crespo, B. Moreno, A. Lopez-Moreno, and J. Zapatero, "Study of crack orientation and fatigue life prediction in biaxial fatigue with critical plane models," *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 136, pp. 115–130, 2015.
- [8] M. Mokhtarshirabad, P. Lopez-Crespo, B. Moreno, A. Lopez-Moreno, and M. Zanganeh, "Optical and analytical investigation of overloads in biaxial fatigue cracks," *International Journal of Fatigue*, vol. 100 part 2, pp. 583–590, 2017.
- [9] A. Fatemi and D. F. Socie, "A Critical Plane approach to multiaxial fatigue damage including out-of-phase loading," *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, vol. 11, no. 3, pp. 149–165, 1988.
- [10] H. Wang and W. Brown, "A path-independent parameter for fatigue under proportional and non-proportional loading," *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, vol. 16, no. I, pp. 1285–1298, 1993.
- [11] K. Liu, "A method based on virtual strain energy parameters for multiaxial fatigue life prediction," *ASTM*, vol. STP 1191, pp. 67–84, 1993.
- [12] L. H. Chou, Y. C. Chiou, C. C. Wu, and Y. J. Huang, "Predictions of stress-strain curve and fatigue life for AISI 316 stainless steel in cyclic straining," *Journal of Marine Science and Technology*, vol. 24, no. 3, pp. 426–433, 2016.
- [13] M. Turski, P. J. Bouchard, A. Steuwer, and P. J. Withers, "Residual stress driven creep cracking in AISI Type 316 stainless steel," *Acta Materialia*, vol. 56, no. 14, pp. 3598–3612, 2008.
- [14] P. Lopez-Crespo, P. J. Withers, F. Yusof, H. Dai, A. Steuwer, J. F. Kelleher, and T. Buslaps, "Overload effects on fatigue crack-tip fields under plane stress conditions: Surface and bulk analysis," *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, vol. 36, no. 1, pp. 75–84, 2013.
- [15] V. Chaves, "Ecological criteria for the selection of materials in fatigue," *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, vol. 37, pp. 1034–1042, 2014.
- [16] T. Morishita, T. Itoh, and Z. Bao, "Multiaxial fatigue strength of type 316 stainless steel under push-pull, Reversed torsion, Cyclic inner and outer pressure loading," *International Journal*

*of Pressure Vessels and Piping*, vol. 139–140, pp. 228–236, 2016.

- [17] A. S. Cruces, P. Lopez-Crespo, B. Moreno, S. Bressan, and T. Itoh, “Investigation of the biaxial behaviour of 316 stainless steel based on critical plane method,” *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*.
- [18] A. S. Cruces, P. Lopez-Crespo, B. Moreno, and F. V Antunes, “Multiaxial Fatigue Life Prediction on S355 Structural and Offshore Steel Using the SKS Critical Plane Model,” *Metals*, vol. 8, no. 1060, 2018.
- [19] “ImageJ.” [Online]. Available: <https://imagej.net/Welcome>. [Accessed: 22-Feb-2019].