



Estudio de las propiedades de las ondas en simulaciones de magneto-convección

Carlos Larrodera Baca

Codirectores: Manuel Collados y Elena Khomenko

Facultad de Ciencias-ULL

Índice

Índice de figuras

Índice de tablas

Resumen

1. Introducción y motivación	1
1.1. Calentamiento de la atmósfera solar	1
1.2. Simulaciones numéricas	4
2. Desarrollo teórico	5
2.1. Ondas incompresibles. Ondas de Alfvén	6
2.2. Ondas compresibles. Ondas magnetoacústicas.	9
2.3. Diferencias de fase.	9
2.3.1. Ondas incompresibles	10
2.3.2. Ondas compresibles	10
2.4. Parámetro β del plasma.	11
3. Metodología	12
3.1. Descripción de la simulación	14
4. Resultados	16
4.1. Distribución de potencia & complementariedad.	16
4.2. Relación espectros potencias P_I y P_C con \vec{B}_1 y T_1	21
4.2.1. Ondas incompresibles. P_I	21
4.2.2. Ondas compresibles. P_C	22
4.3. Diferencias de fase	22
4.3.1. Frecuencias bajas $\Delta\nu_-$	25
4.3.2. Frecuencias altas $\Delta\nu_+$	27
5. Conclusiones	30
Referencias	32

Índice de figuras

1.	Ondas magneticas	7
2.	Sistema de referencia para las ondas magnéticas	8
3.	Histograma de $\log \beta$ plasma para dos alturas.	12
4.	Distribución de las capas del sol en función de la altura	13
5.	Mapas de intensidad de campo magnetico en $z \simeq 0,31$ Mm para dos tiempos	15
6.	Mapas de temperatura en $z \simeq 0,31$ Mm para dos tiempos	16
7.	Distribución en frecuencia de la potencia de la transformada Fourier temporal para ondas compresibles e incompresibles	17
8.	Distribución en frecuencia de la potencia normalizada en frecuencia de la transformada Fourier temporal para ondas compresibles e incompresibles	18
9.	Mapas 2D de $P(\nu)^{Norm}$ para las ondas incompresibles	19
10.	Mapas 2D de $P(\nu)^{Norm}$ para las ondas compresibles	20
11.	Mapas 2D de P_I y superposición contorno de intensidad de campo magnético nivel $B_1 = 3,3 \cdot 10^{-3}$ T en dos intervalos de frecuencia.	21
12.	Mapas 2D de P_C y superposición contorno de temperatura nivel $T = 4720$ K en dos intervalos de frecuencia.	22
13.	Histograma de diferencias de fase de $\Phi_I - \Phi_B$ y $\Phi_C - \Phi_B$ con máscara y sin máscara para $\Delta\nu_-$	25
14.	Histograma de diferencias de fase de $\Phi_I - \Phi_\phi$ y $\Phi_C - \Phi_\phi$ con máscara y sin máscara para $\Delta\nu_-$	26
15.	Histograma de diferencias de fase de $\Phi_I - \Phi_T$ y $\Phi_C - \Phi_T$ con máscara y sin máscara para $\Delta\nu_-$	27
16.	Histograma de diferencias de fase de $\Phi_I - \Phi_B$ y $\Phi_C - \Phi_B$ con máscara y sin máscara para $\Delta\nu_+$	28
17.	Histograma de diferencias de fase de $\Phi_I - \Phi_\phi$ y $\Phi_C - \Phi_\phi$ con máscara y sin máscara para $\Delta\nu_+$	29
18.	Histograma de diferencias de fase de $\Phi_I - \Phi_T$ y $\Phi_C - \Phi_T$ con máscara y sin máscara para $\Delta\nu_+$	30

Índice de tablas

1.	Porcentaje de puntos cuya potencia P_I, P_C, P_B, P_T y P_ϕ está por encima de su correspondiente umbral en el intervalo $\Delta\nu_-$	23
2.	Porcentaje de puntos seleccionados por máscaras de P_I, P_C, P_B, P_T y P_ϕ para intervalo $\Delta\nu_-$	23
3.	$\Delta\Phi$ promedio entre Φ_I y Φ_C y Φ_B, Φ_T y Φ_ϕ para frecuencias bajas $\Delta\nu_-$	23
4.	Porcentaje de puntos cuya potencia P_I, P_C, P_B, P_T y P_ϕ está por encima de su correspondiente umbral en el intervalo $\Delta\nu_+$	24
5.	Porcentaje de puntos seleccionados por máscaras de P_I, P_C, P_B, P_T y P_ϕ para intervalo $\Delta\nu_+$	24

6. $\Delta\Phi$ promedio entre Φ_I y Φ_C y Φ_B, Φ_T y Φ_ϕ para frecuencias altas $\Delta\nu_-$ 24

Resumen

The study of the sun was based on the analysis of images obtained using ground based telescopes and, later, using space based telescopes. Through these images we could analyze the observed structures (for example, sunspots), or also the polarization of the sun light using spectropolarimeters. Over the years, the telescopes and the tools for the analysis have been improving looking for a better spatial resolution and magnetic field sensitivity, allowing to solve the smallest structures observed to better determine their characteristics.

The theoretical framework was developed, leading to the equations which define the movement, and its properties, of a plasma with a magnetic field, to result in the magnetohydrodynamics equations or MHD equations. This theoretical framework showed the existence of unknown features, like Alfvén waves or the transformation between waves when passing through the equipartition layer with $\beta=1$. It was this frame, together with the computer development, which allowed the growing of the numerical simulations, which are able to solve the MHD equations to simulate the behavior of the sun and reproduce the observed structures. **(Sec:2)**

In this work we have analyzed the result of a simulation made with the MANCHA 3D code (Khomenko & Collados, 2006), who solved the MHD equations with a realistic equation of state and radiative transfer in a grey atmosphere. The domain of the simulation covers $5,8 \times 5,8 \times 1,6 \text{ Mm}^3$, located in such a way that the z axis covers from a depth $z=0,95 \text{ Mm}$ below the surface to $z=0,62 \text{ Mm}$ above it.

In the article that describes the simulation, Khomenko et al. (2017) analyze a model based on the action of the Biermann battery effect. This effect generates a magnetic field due to the local imbalance of the electronic pressure in the partially ionized solar plasma. It is shown that the battery effect by itself is able, to create a seed magnetic field with a strength around μG , and together with the amplification of the dynamo mechanism, they allow the generation of a magnetic field with an average strength similar to that obtained from the observations. The generated magnetic field represents, the distribution of the quiet sun with a average value of $\langle B \rangle = 100 \text{ G}$. During the simulation, one 3D snapshot has been saved each 0,4 s, with a total time of 79 s. The grid has 20 km horizontally and 14 km vertically, with dimensions of $5,8 \times 5,8 \times 1,6 \text{ Mm}^3$, creating 199 data cubes with a size of 180 GB.

The importance of this type of simulations is the high frequency of saving the snapshots, in this case each 0,4 s, which allow to study the behavior of the waves in the interval between 100-200 mHz, while observations currently only reach up to 10-20 mHz. This type of waves have the property that they are not affected by the acoustic cut-off frequency, so they can spread to the upper layers of the atmosphere. Because they have a shorter wavelength, the theoretical models that are generally based on homogeneous or slightly stratified situations serve better to explain their behavior.

The analysis of the data has been based on the study of the compressible and incompressible waves at a given height of $z=0,31$ Mm above the surface to avoid the contamination by the convection, through the Fourier temporal transform of $\vec{\nabla} \times \vec{v}$ and $\vec{\nabla} \cdot \vec{v}$ as representative magnitudes of the compressible and incompressible waves respectively. We have also analyzed the relation between these magnitudes and the physical magnitudes such as the magnetic field strength (\vec{B}), temperature (T) and azimuth (ϕ) in order to establish possible phase differences, useful to localized these kind of waves. **(Sec:3)**

The simulation represents a region below and above the surface. With the data, we have calculated the value of β for the height of study and also in the surface, and in both layers, using a histogram we can see that the value of β is much greater than 1. **(Sec:2.4)**

All the analysis has been carried out in two different intervals of frequency, low and high, (0,013-0,1 Hz y 0,11-0,2 Hz), chosen in such a way that there is a complementarity in temporal power, so that the distribution of power in the low frequency range is anticorrelated with the power in the high frequency range. **(Sec:4.1)**

In the study of power maps, we have shown that the temporal evolution of the incompressible waves is defined by the fluctuation of the magnetic tension, but for the compressible waves the representative magnitude is the fluctuation of the total pressure. **(Sec:4.2)**

In the last part, we have studied the differences between the phases of the Fourier transform of $\vec{\nabla} \times \vec{v}$ and $\vec{\nabla} \cdot \vec{v}$, and those of \vec{B} , T and ϕ . With this analysis, we want to determine which phase difference may be most useful to determine the existence of one or other kind of waves. So, for example if we want to study the differences between the compressible waves and the temperature, we begin by analyzing the difference in all the points of the maps of power distribution (from now on we call it “Total” case). Then we select those points where the power is larger than a threshold in both maps to obtain the most representative points. We call this the “Mask” case.

For the low frequencies, the magnitude that can serve as an indicator of waves is the temperature. For the phase shift $\Phi_I - \Phi_T$, the histograms in both cases, “Mask” and “Total”, appear to be most different. For the high frequencies, this method seems more effective and we obtained results which are different from zero, not only with T, but also with \vec{B} and ϕ . In the “Mask” case, for the phase shift $\Phi_I - \Phi_B$, the histogram has two peaks around -30° and 40° , and in the one of $\Phi_C - \Phi_B$, 3 peaks appear at $-80^\circ, 0^\circ$ and 70° . When comparing with ϕ , is representative the histogram of the phase shift $\Phi_C - \Phi_\phi$ in the “Total” case, where a peak appears in the positive part (around 20°) and a tail in the negative part, and when we study the “Mask” case, both characteristics are reinforced. And for the comparison with T, we obtained significant differences in the “Total” case for both phase shift histograms, $\Phi_I - \Phi_T$ and $\Phi_C - \Phi_T$. In the “Mask” case, the peak for the histogram of $\Phi_I - \Phi_T$ is reinforced around 80° , while the phase shift $\Phi_C - \Phi_T$ unfolds into two peaks, one near 0° and the other around 110° **(Sec:4.3)**.

1. Introducción y motivación

El estudio del sol originalmente se basaba en el análisis de las imágenes obtenidas mediante telescopios en tierra y posteriormente en satélites. A través de estas imágenes se podía analizar las estructuras observadas como las manchas solares o analizar la polarización de la luz a través de espectropolarímetros. Con el paso de los años, los telescopios y los instrumentos de análisis han ido mejorando buscando una mayor resolución espacial que permitiera resolver las estructuras más pequeñas observadas.

Paralelamente se fue desarrollando el marco teórico que dio lugar a las ecuaciones que permiten determinar cómo es el movimiento y cuales son las propiedades de un plasma sometido a un campo magnético dando lugar a las ecuaciones de la magnetohidrodinámica o MHD. Este desarrollo teórico mostró la existencia de características no conocidas hasta entonces como las ondas de Alfvén y fue este marco teórico junto con el desarrollo de los ordenadores el que permitió que surgieran las simulaciones numéricas, capaces de resolver las ecuaciones MHD para simular el comportamiento del sol y tratar de reproducir las estructuras observadas o poner de manifiesto otras propiedades aún no vistas.

Actualmente hay trabajos que buscan estructuras observadas en simulaciones y simulaciones que tratan de reproducir lo que se ha observado con observaciones que cada vez tienen una mayor resolución espacial. En algunos casos, debido a la mayor resolución que se alcanza con las simulaciones, se hace un degradado para poder comparar ambos tipos de estudios.

Este trabajo está centrado en el análisis de simulaciones para estudiar el comportamiento de las ondas en el rango entre 100-200 mHz, mientras que las observaciones solo alcanzan hasta 10-20mHz. Este tipo de ondas tienen la propiedad de que no se ven afectadas por la frecuencia de corte acústico, por lo que pueden extenderse a las capas superiores de la atmósfera. Debido a que tienen una longitud de onda más corta, los modelos teóricos que generalmente se basan en situaciones homogéneas o ligeramente estratificadas sirven mejor para explicar su comportamiento.

1.1. Calentamiento de la atmósfera solar

El estudio de las ondas acústicas de alta frecuencia en el sol, es una de las líneas de investigación para entender el calentamiento cromosférico, del cual no se tiene actualmente explicación completa. Varios artículos tratan de explicar dicho calentamiento a través de observaciones y de simulaciones.

Usando estudios teóricos junto con simulaciones y observaciones donde se analiza el desplazamiento horizontal y la intensidad observada, Fossum & Carlsson (2005) estudian la producción de ondas acústicas de alta frecuencia (10-50mHz) bajo la superficie como mecanismo de calentamiento cromosférico en las regiones no magnéticas. Usando observaciones de TRACE y simulaciones, se llega a determinar que el flujo de energía de dichas ondas es muy inferior para compensar las pérdidas radiativas de la cromosfera solar por un factor como poco de 10.

Vecchio et al. (2007) investigan las propiedades oscilatorias de la cromosfera en calma en relación con la fotosfera subyacente a través de un análisis de Fourier de la velocidad medida a lo largo de la línea de visión en dos líneas, una fotosférica (FeI 709 nm) y otra cromosférica (CaII 854 nm). En este artículo se mostró que las ondas con frecuencia superior a la de corte se propagan de la fotosfera a las capas altas sólo en determinadas zonas del sol en calma. A partir de los mapas de potencia y de las diferencias de fase se muestra que gran parte de la potencia acústica de la cromosfera procede de la canalización de la potencia desde la fotosfera para oscilaciones con frecuencias por debajo de la de corte. Esto apoya la tesis que dice que zonas de la atmósfera en calma pueden ser divididas claramente en regiones de diferente “conectividad” entre las capas bajas de la fotosfera y las capas altas, dependiendo de la topología del campo magnético. Así pues, el análisis de qué es lo que calienta la cromosfera se vuelve más importante, ya que un campo magnético inclinado permite canalizar ondas de baja frecuencia porque reduce la frecuencia de corte por efecto rampa. De esta manera, se pone de manifiesto la importancia del campo en la conectividad de las diferentes capas de la atmósfera del sol y en el transporte de energía hacia las capas altas.

Cauzzi et al. (2009) usaron el espectrómetro IBIS para obtener perfiles de alta cadencia y multi-longitud de onda de las líneas de $H\alpha$ y Ca II 854.3 nm abarcando la red cromosférica del sol en calma. Este es el primer estudio en el que se analiza la cromosfera en calma a partir de la comparación de medidas en dos líneas espectrales cromosféricas y se encuentra que ambas líneas son marcadamente diferentes en su representación de la cromosfera, pero aún así ambas muestran evidencia del calentamiento cromosférico, particularmente en la red y alrededor de ella.

En otro estudio, Bello González et al. (2009a) investigan el flujo de energía transportado por las ondas acústicas en la atmósfera solar usando la línea no magnética FeI 557,6 nm. Usando varios métodos, estos autores determinaron, un flujo de energía de ~ 3000 W/m² a una altura de $h=250$ km. Aproximadamente, $2/3$ es transportado por ondas en el rango de 5-10mHz y $1/3$ en el de 10-20mHz. A partir de este resultado, concluyeron que el flujo de energía acústico para ondas con periodos más pequeños que el periodo de corte acústico puede contribuir al calentamiento cromosférico, encontrando este tipo de ondas principalmente en las áreas intergranulares.

Bello González et al. (2010) estudian el flujo de energía transportado por las ondas acústicas producidas por movimientos convectivos a nivel sub-fotosférico. A partir del análisis de datos espectropolarimétricos de la línea FeI 525,02 nm, estos autores obtuvieron un valor de flujo de $\sim 6400-7700$ W/m² a una altura de $h = 250$ km para un rango de frecuencias de 5,2-10 mHz, lo que representa el doble que en trabajos anteriores, y aun así es la mitad del flujo de energía necesario para equilibrar las pérdidas radiativas de la cromosfera. Estos autores determinan que el flujo acústico se encuentra principalmente en las zonas intergranulares pero también en otras zonas.

Combinando observaciones de alta cadencia con simulaciones de la fotosfera solar Jess et al. (2012) ponen de manifiesto que las ondas magnetoacústicas dejan sus trazas en las fluctuaciones periódicas de intensidad con periodos entre 110-600s y encuentran altas concentraciones de potencia en zonas altamente magnetizadas, como MBPs (“magnetic

bright points”, por sus siglas en inglés) o regiones intergranulares. Todas las oscilaciones son generadas como resultado de procesos naturales de convección, sin que sea necesaria una contribución externa. Las oscilaciones detectadas tienen una diferencia de fase dominante entre la banda G y el continuo de 417 nm de -8° , sugiriendo así la presencia de ondas que ascienden. Más del 73% de los MBPs presentan fenómenos de propagación de ondas ascendentes, sugiriendo que la naturaleza del comportamiento oscilatorio detectado en las capas altas de la atmósfera puede ser trazado hasta procesos de convección en las capas altas de la zona de convección.

Posteriormente, Jess et al. (2015) revisan los progresos recientes hechos en la caracterización, categorización e interpretación de las manifestaciones oscilatorias en la cromosfera. Estos autores afirman que las ondas compresibles e incompresibles que se propagan a través de esta capa pueden proporcionar cantidades significativas de energía a la región de transición y la corona. Aunque es una capa relativamente delgada, de alrededor 1000km, es fundamental ya que actúa como interfase entre una zona de temperatura relativamente baja y otra de temperatura alta. Su alta densidad hace que necesite como poco el doble de energía para equilibrar las pérdidas radiativas de la corona. Un calentamiento basado únicamente en la teoría de las ondas requiere que dichas ondas generadas cerca de la superficie solar asciendan disipando una cantidad considerable de energía en la cromosfera y aun así deben tener la suficiente energía restante para calentar la corona. Actualmente se han observado modos de onda en capas discretas de la atmósfera para diferentes alturas y el objetivo en el futuro es tratar de unir estas observaciones en diferentes capas para trazar el camino de forma vertical. De cara al futuro, se espera que los proyectos de imágenes de alta cadencia, usados de manera simultánea con espectropolarímetros en 2D puedan permitir obtener parámetros MHD capaces de caracterizar las ondas para diferentes alturas.

Finalmente, Jess & Verth (2015) revisan los elementos magnéticos de pequeña escala en la fotosfera. Además de lo comentado en Jess et al. (2015), esta es una zona especialmente dinámica y en constante evolución con una gran abundancia de elementos magnéticos de pequeña y gran escala, pero son los de pequeña escala los más numerosos. Es por esto que cuantificar la posible contribución de las ondas MHD al calentamiento del plasma es de un inmenso interés en la física solar. Examinando la generación y comportamiento de los fenómenos oscilatorios en la atmósfera solar, podremos arrojar luz sobre una gran variedad de fenómenos físicos desde reconexión magnética en escalas por debajo del segundo de arco hasta erupciones que se expanden miles de segundos de arco. Las medidas de alta precisión nos permitirán caracterizar las ondas MHD en los elementos de pequeña escala a través de la caracterización de parámetros como la velocidad de propagación, amplitudes y relaciones de fase. Esto permitirá trazar su camino en altura a través de las diferentes capas del sol. Conocer las propiedades de las ondas en su propagación por las diferentes regiones atmosféricas donde β , definido como la presión del plasma dividido entre la presión magnética, cambia permitirá conocer los aspectos más importantes del acoplamiento de modos y la disipación de ondas. La mejora en las imágenes de alta resolución permitirá también obtener las claves que puedan resolver preguntas relacionadas con los elementos de pequeña escala como qué

tipo de energía llevan o cual es el modo dominante de oscilación, pero también la caracterización de la capa $\beta = 1$ para determinar cómo contribuye en las capas más altas del sol y en el ritmo de calentamiento a través de la disipación de ondas o también el estudio del papel que juegan las ondas MHD que se propagan hacia abajo desde el punto de vista energético en la estructura, evolución, dinámica y balance energético de las características de la fotosfera solar.

1.2. Simulaciones numéricas

Las simulaciones numéricas se aplican para el estudio de diferentes fenómenos, un ejemplo puede ser la propagación de ondas en las capas bajas de la atmósfera solar. En Khomenko & Collados (2006) se estudia la propagación de ondas magnetoacústicas desde la fotosfera a la cromosfera baja en una estructura magnética similar a una mancha solar. Para ello usan un tubo de flujo grueso con dimensiones típicas de una mancha solar pequeña, que es perturbado por un pulso horizontal o vertical a nivel fotosférico observándose una conversión de modos en la capa de equipartición, i.e., donde el parámetro β del plasma es 1 (**Sec:2.4**). Sólo una parte de la energía es transportada a capas superiores, una parte importante es devuelta a la fotosfera a través del modo rápido, haciendo que este mecanismo de transporte energético no sea especialmente eficiente.

Otro aspecto de las simulaciones es el estudio de las transformaciones entre tipos de ondas, como por ejemplo en el paso de las ondas por la capa de equipartición. Cally & Goossens (2008) estudiaron la eficacia de la transformación de ondas en las capas superficiales de las manchas solares. Con este estudio pusieron de manifiesto que una cantidad significativa de energía puede ser transferida entre los modos rápido y lento cerca de la capa de equipartición. En 3D observaron que las ondas de Alfvén pueden acoplarse a las ondas magnetoacústicas con importantes implicaciones para la pérdida de energía en los modos heliosísmicos y para las oscilaciones en la atmósfera por encima de las manchas. Esto muestra que la conversión de energía para la ondas de Alfvén que ascienden es importante y en muchos casos superior a la pérdida de las ondas lentas (acústicas).

En artículos más recientes, Khomenko & Cally (2010) y Khomenko & Cally (2012) usaron simulaciones 2.5D para el estudio de la conversión de ondas rápidas magnetoacústicas en ondas de Alfvén para dos configuraciones diferentes, de una región activa y de una mancha solar respectivamente. Usando el flujo de energía acústico y magnético para medir la eficiencia de la transformación, vieron que la conversión es especialmente eficiente para campos magnéticos fuertemente inclinados (la eficiencia de la transformación es máxima para inclinaciones de alrededor de 55 grados), como los que se pueden encontrar en la penumbra de las manchas solares y en las periferias de las regiones activas.

2. Desarrollo teórico

A continuación se desarrolla el marco teórico necesario para el posterior análisis de la simulación, que está basado en la teoría de ondas magnetohidrodinámicas (MHD).

Las ecuaciones de la magnetohidrodinámica las podemos expresar de la siguiente forma, Priest (1982):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad \rho \frac{d\vec{v}}{dt} = \rho \vec{g} - \vec{\nabla} p + \frac{(\vec{B} \cdot \vec{\nabla}) \vec{B}}{\mu_0} - \vec{\nabla} \left(\frac{B^2}{2\mu_0} \right) \quad (1)$$

$$\frac{d}{dt} (p \rho^{-\gamma}) = 0 \quad \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{\nabla} \times (\vec{v} \times \vec{B}) \quad (2)$$

Donde $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla}$ representa la derivada material.

Para estudiar la evolución de las ondas, introduciremos una perturbación a una situación de equilibrio y nos quedaremos en la aproximación de primer orden, de manera que descartaremos los términos de orden mayor que 1.

Si empezamos considerando una situación de equilibrio ($\vec{v}=0$) en la que $\vec{g} = 0$ y tanto la temperatura como el campo magnético son homogéneos e introducimos una perturbación (representada por el subíndice 1) de manera que sea muy pequeña comparada con el valor en equilibrio y puede depender de la posición y del tiempo:

$$p = p_0 + p_1 \quad (3)$$

$$\rho = \rho_0 + \rho_1 \quad (4)$$

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_1 \quad (5)$$

Con los subíndices 0 y 1 denotamos las magnitudes en equilibrio y sus perturbaciones respectivamente.

Introduciendo las magnitudes en las ecuaciones MHD, y consideramos sólo términos de primer orden llegamos a las siguientes expresiones:

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \rho_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{v}_1 = 0 \quad \rho_0 \frac{\partial \vec{v}_1}{\partial t} = -\vec{\nabla} p_1 + \frac{(\vec{B}_0 \cdot \vec{\nabla}) \vec{B}_1}{\mu_0} - \frac{\vec{\nabla} (\vec{B}_0 \cdot \vec{B}_1)}{\mu_0} \quad (6)$$

$$\frac{\partial p_1}{\partial t} = c_s^2 \frac{\partial \rho_1}{\partial t} \quad \frac{\partial \vec{B}_1}{\partial t} = \vec{\nabla} \times (\vec{v}_1 \times \vec{B}_0) \quad (7)$$

Seguidamente, hacemos la segunda derivada de la ecuación que determina la evolución temporal de la velocidad (6), con lo que llegamos a la siguiente expresión:

$$\frac{\partial^2 \vec{v}_1}{\partial t^2} = c_s^2 \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{v}_1) + \left[\vec{\nabla} \times \left[\vec{\nabla} \times (\vec{v}_1 \times \vec{v}_A) \right] \right] \times \vec{v}_A \quad (8)$$

Donde $\vec{v}_A = \frac{\vec{B}_0}{\sqrt{\mu_0 \rho_0}}$ representa la velocidad de Alfvén.

Consideramos que las soluciones de las ecuaciones linealizadas tienen forma de onda plana, i.e., son proporcionales a $e^{i[\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t]}$, lo que permite expresar las derivadas de la siguiente forma:

$$\frac{\partial}{\partial t} \Rightarrow -i\omega \quad (9)$$

$$\vec{\nabla} \Rightarrow i\vec{k} \quad (10)$$

Con este cambio la ecuación (8) queda:

$$\omega^2 \vec{v}_1 = c_S^2 \vec{k} \left(\vec{k} \cdot \vec{v}_1 \right) + \left[\vec{k} \times \left[\vec{k} \times (\vec{v}_1 \times \vec{v}_A) \right] \right] \times \vec{v}_A \quad (11)$$

Mientras que las ecuaciones MHD expresadas en términos de ondas planas quedarían:

$$\rho_1 = \frac{\vec{k} \cdot \vec{v}_1}{\omega} \rho_0 \quad \rho_0 \omega \vec{v}_1 = \vec{k} p_1 + \frac{1}{\mu_0} \left(\vec{k} \cdot \vec{B}_0 \right) \vec{B}_1 - \frac{\vec{B}_0 \cdot \vec{B}_1}{\mu_0} \vec{k} \quad (12)$$

$$p_1 = c_S^2 \rho_1 \quad \vec{B}_1 = -\frac{\vec{k} \times \left[\vec{v}_1 \times \vec{B}_0 \right]}{\omega} \quad (13)$$

En cuanto al sistema de referencia, más adelante tomaremos el eje Z a lo largo del campo magnético \vec{B}_0 , sin pérdida de generalidad

2.1. Ondas incompresibles. Ondas de Alfvén

La ecuación (1) representa la variación de la velocidad, donde el tercer y cuarto término del miembro derecho representan las fuerzas debidas a la tensión y a la presión magnética respectivamente, que originarán dos tipos de ondas magnéticas en situaciones de plasma con campo magnético.

Por analogía con el caso acústico donde sólo existe la fuerza debida a la presión gaseosa que produce ondas longitudinales, la presión magnética $p_m = B_0^2/2\mu_0$ producirá ondas longitudinales que se propagarán transversalmente al campo magnético (**Fig:1(b)**), mientras que la tensión permite la propagación de ondas transversales a lo largo de las líneas de campo magnético (**Fig:1(a)**).

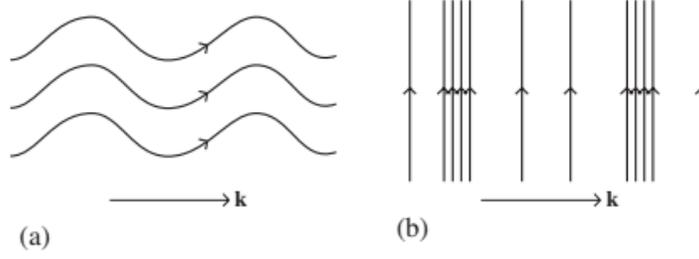


Figura 1. Ondas magnéticas originadas por los diferentes términos de la fuerza de Lorentz. (a) Ondulaciones magnéticas originadas por tensión magnética propagándose a lo largo de las líneas de campo magnético (b) Ondas compresivas en las líneas de campo magnético originadas por la presión magnética propagándose transversalmente a las líneas de campo magnético (Priest, 1982)

Si analizamos el caso donde sólo existe campo magnético, tendremos ondas generadas a partir de los términos de presión y tensión magnética, por lo que en la relación de dispersión (11) el primer miembro del término de la derecha será cero, con lo que la expresión quedará como:

$$\omega^2 \vec{v}_1 = \left[\vec{k} \times \left[\vec{k} \times (\vec{v}_1 \times \vec{v}_A) \right] \right] \times \vec{v}_A = \left[\vec{k} \times \left[\vec{k} \times (\vec{v}_1 \times \hat{B}_0) \right] \right] \times \hat{B}_0 v_A^2 \quad (14)$$

Donde en la segunda igualdad hemos usado la definición de la velocidad de Alfvén en función del vector unitario del campo magnético en equilibrio (\hat{B}_0):

$$\vec{v}_A = \frac{\vec{B}_0}{\sqrt{\mu_0 \rho_0}} = \frac{B_0}{\sqrt{\mu_0 \rho_0}} \hat{B}_0 \quad (15)$$

Si desarrollamos el producto vectorial:

$$\omega^2 \vec{v}_1 / v_A^2 = \left(\vec{k} \cdot \hat{B}_0 \right)^2 \vec{v}_1 - \left(\vec{k} \cdot \vec{v}_1 \right) \left(\vec{k} \cdot \hat{B}_0 \right) \hat{B}_0 + \left[\left(\vec{k} \cdot \vec{v}_1 \right) - \left(\vec{k} \cdot \hat{B}_0 \right) \left(\hat{B}_0 \cdot \vec{v}_1 \right) \right] \vec{k} \quad (16)$$

Si multiplicamos la ecuación (16) escalarmente por \hat{B}_0 , llegamos a que $\hat{B}_0 \cdot \vec{v}_1 = 0$, y si multiplicamos escalarmente esta última ecuación (16) por \vec{k} , obtenemos:

$$\left(\omega^2 - k^2 v_A^2 \right) \left(\vec{k} \cdot \vec{v}_1 \right) = 0 \quad (17)$$

Si consideramos que la perturbación es incompresible, i.e., $\vec{\nabla} \cdot \vec{v}_1 = i \vec{k} \cdot \vec{v}_1 = 0$, en la expresión de la relación de dispersión (16) tomamos la raíz positiva con lo que obtenemos:

$$\omega = v_A \left(\vec{k} \cdot \hat{B}_0 \right) = k v_A \cos \theta_B \quad (18)$$

Donde θ_B representa el ángulo entre la dirección de propagación \vec{k} y el campo magnético en equilibrio \vec{B}_0 , por lo cual para ondas que se propagan a lo largo las líneas

de campo magnético, su velocidad será v_A , como es el caso de las ondas generadas por la tensión magnética.

A partir de la ecuación que representa la variación del campo magnético perturbado con el tiempo expresado en términos de onda plana, (13), como estamos tratando un caso incompresible, obtenemos:

$$\vec{B}_1 = -\frac{\vec{k} \times (\vec{v}_1 \times \vec{B}_0)}{\omega} = \frac{(\vec{k} \cdot \vec{B}_0) \vec{v}_1 - (\vec{k} \cdot \vec{v}_1) \vec{B}_0}{\omega} = \frac{(\vec{k} \cdot \vec{B}_0) \vec{v}_1}{\omega} \quad (19)$$

Con lo que \vec{B}_1 y \vec{v}_1 estarán en la misma dirección. Si multiplicamos la ecuación (16) escalarmente por \vec{B}_0 , llegamos a que $\vec{B}_0 \cdot \vec{v}_1 = 0$, y con la relación entre \vec{B}_1 y \vec{v}_1 , podemos decir que $\vec{B}_1 \perp \vec{B}_0$, con lo que podemos definir nuestro sistema de referencia como:

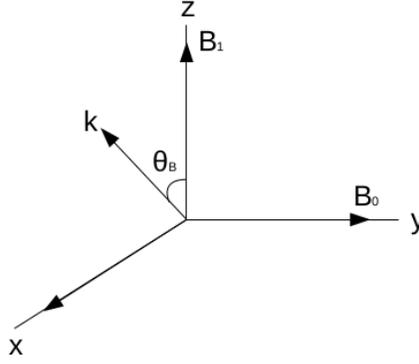


Figura 2. Sistema de referencia para las ondas magnéticas (Priest, 1982)

En esta configuración tomaremos el campo magnético en equilibrio \vec{B}_0 sobre el eje Z.

Para el estudio de la evolución temporal de las ondas incompresibles, vamos a partir de la ecuación (6), que expresa cual es la evolución de la velocidad en el tiempo a la que le aplicaremos el rotacional. Como comentábamos anteriormente, las ondas incompresibles están generadas por la tensión magnética, por lo que el primer término de la ecuación (6) es cero, con lo que la ecuación nos queda:

$$\rho_0 \frac{\partial}{\partial t} (\vec{\nabla} \times \vec{v}_1) = \vec{\nabla} \times \left[(\vec{\nabla} \times \vec{B}_1) \times \frac{\vec{B}_0}{\mu_0} \right] \quad (20)$$

Si desarrollamos el producto vectorial, y través de la relación entre operadores diferenciales $\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \phi) = 0$, obtendremos que:

$$\rho_0 \frac{\partial}{\partial t} (\vec{\nabla} \times \vec{v}_1) = \frac{(\vec{B}_0 \cdot \vec{\nabla})}{\mu_0} \vec{\nabla} \times \vec{B}_1 \quad (21)$$

Con lo que apreciamos que la variación temporal del rotacional de \vec{v}_1 viene determinada por el campo magnético perturbado.

2.2. Ondas compresibles. Ondas magnetoacústicas.

Si consideramos que la fuerza magnética y el gradiente de presiones son importantes, la ecuación (11), quedaría como:

$$\omega^2 \vec{v}_1 / v_A^2 = \left(\vec{k} \cdot \hat{B}_0 \right)^2 \vec{v}_1 - \left(\vec{k} \cdot \vec{v}_1 \right) \left(\vec{k} \cdot \hat{B}_0 \right) \hat{B}_0 + \left[\left(1 + c_S^2 / v_A^2 \right) \left(\vec{k} \cdot \vec{v}_1 \right) - \left(\vec{k} \cdot \hat{B}_0 \right) \left(\hat{B}_0 \cdot \vec{v}_1 \right) \right] \cdot \vec{k} \quad (22)$$

Calculando el producto escalar de la ecuación anterior con \vec{k} y \vec{B}_0 respectivamente obtenemos dos ecuaciones con las cuales si consideramos caso incompresible $\vec{k} \cdot \vec{v}_1 = 0$, recuperamos la solución de onda de Alfvén, mientras que para el caso compresible $\vec{k} \cdot \vec{v}_1 \neq 0$, obtenemos la siguiente relación de dispersión:

$$\omega^4 - \omega^2 k^2 (c_S^2 + v_A^2) + c_S^2 v_A^2 k^2 \left(\vec{k} \cdot \hat{B}_0 \right)^2 \quad (23)$$

Representativa de las ondas magnetoacústicas. Despejando el valor de ω en la ecuación anterior, y a través de la velocidad de fase $v_{ph} = \omega/k$ tendremos dos tipos de ondas magnetoacústicas con velocidades diferentes, ondas rápidas y lentas que en nuestro caso serán estudiadas ambas dentro de las ondas compresibles.

Partiendo de nuevo de la ecuación (6), podemos calcular la evolución temporal de la divergencia:

$$\rho_0 \frac{\partial}{\partial t} (\vec{\nabla} \cdot \vec{v}_1) = -\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} p_1 + \vec{\nabla} \cdot \left[\left(\vec{\nabla} \times \vec{B}_1 \right) \times \frac{\vec{B}_0}{\mu_0} \right] = -\nabla^2 \left(p_1 + \frac{B_0^2}{2\mu_0} \right) \quad (24)$$

Donde $p_m = B_0^2 / 2\mu_0$ representa la presión magnética, de forma que en este caso, la evolución temporal de la divergencia vendrá determinada por las fluctuaciones espaciales de la presión total, entendida como la suma de la gaseosa y la magnética.

2.3. Diferencias de fase.

En este apartado buscamos establecer cuales son las relaciones de fase entre las magnitudes que representan a las ondas compresibles e incompresibles, $\vec{\nabla} \cdot \vec{v}_1$ y $\vec{\nabla} \times \vec{v}_1$ con \vec{B}_1 y T_1 . Partiremos en ambos casos de las ecuaciones MHD linealizadas como ondas planas, (12), (13) para establecer la relación con \vec{v}_1 para luego comprobar cual es la relación con $\vec{\nabla} \cdot \vec{v}_1$ y $\vec{\nabla} \times \vec{v}_1$. Para ello consideraremos el eje Z a lo largo de \vec{B}_0 , mientras que \vec{k}, \vec{v}_1 y \vec{B}_1 estarán en el plano XZ (**Fig:2**)

2.3.1. Ondas incompresibles

Partimos de las ecuaciones (12), (13), las cuales al considerar $\vec{\nabla} \cdot \vec{v}_1 = i\vec{k} \cdot \vec{v} = 0$, hacen que $p_1 = \rho_1 = 0$, con lo que al separar por componentes:

$$\rho_0 \omega v_{1x} = \frac{-1}{\mu_0} k_z B_{0z} B_{1x} - \frac{B_{0z} B_{1z}}{\mu_0} k_x \quad \rho_0 \omega v_{1z} = \frac{-1}{\mu_0} k_z B_{0z} B_{1z} - \frac{B_{0z} B_{1z}}{\mu_0} k_z \quad (25)$$

$$B_{1x} = \frac{B_{0z} k_z v_{1x}}{\omega} \quad B_{1z} = \frac{B_{0z} k_x v_{1x}}{\omega} \quad (26)$$

Con lo que obtienes la relación entre \vec{v}_1 y \vec{B}_1 .

$$v_{1x} = \frac{-B_{0z}}{\mu_0 \rho_0 \omega} (k_z B_{1x} + k_x B_{1z}) \quad v_{1z} = \frac{-2B_{0z} B_{1z} k_z}{\mu_0 \omega \rho_0} \quad (27)$$

Como hemos visto anteriormente, al tratarse de una onda incompresible está generada por la tensión magnética (21), i.e., por \vec{B}_1 , lo que hace que no se pueda establecer relación con la temperatura ya que hemos visto que $p_1 = \rho_1 = 0$ por lo que $T_1 = 0$

En este caso al considerar $\vec{\nabla} \times \vec{v}_1 = i\vec{k} \times \vec{v}_1$, se introduce i de forma que el desfase entre $\vec{\nabla} \times \vec{v}_1$ y \vec{B}_1 será de 90° .

2.3.2. Ondas compresibles

Como comentábamos antes, partimos de las ecuaciones (12), (13) para establecer la relación con \vec{B}_1 . Si separamos las ecuaciones en componentes tendremos:

$$\omega \rho_0 v_{1x} = k_x p_1 - \frac{\vec{k} \cdot \vec{B}_0}{\mu_0} B_{1x} - \frac{\vec{B}_0 \cdot \vec{B}_1}{\mu_0} k_x \quad \omega \rho_0 v_{1z} = k_z p_1 - \frac{\vec{k} \cdot \vec{B}_0}{\mu_0} B_{1z} - \frac{\vec{B}_0 \cdot \vec{B}_1}{\mu_0} k_z \quad (28)$$

$$\omega B_{1x} = v_{1x} B_0 k_z \quad \omega B_{1z} = v_{1x} B_0 k_x \quad (29)$$

$$p_1 = c_S^2 \frac{\vec{k} \cdot \vec{v}_1}{\omega} \rho_0 \quad (30)$$

Los productos escalares los hemos puesto como: $\vec{k} \cdot \vec{v}_1 = k_x v_{1x} + k_z v_{1z}$, $\vec{k} \cdot \vec{B}_0 = k_z B_0$ y $\vec{B}_0 \cdot \vec{B}_1 = B_{1z} B_0$. A partir de (28), usando (29) y (30), podemos obtener la relación entre \vec{v}_1 y \vec{B}_1 .

$$v_{1z} = \delta \left(\frac{k_x k_z c_S^2 \rho_0}{\alpha} B_{1x} + B_{1z} \right) \quad (31)$$

$$v_{1x} = \left(\frac{k_x^2 c_S^4 \rho_0^2 k_z^2 \delta}{\alpha^2} - \frac{\omega k_z B_0}{\mu_0 \alpha} \right) B_{1x} + \frac{k_x c_S^2 \rho_0 k_z \delta}{\alpha} B_{1z} \quad (32)$$

Donde α y δ son:

$$\delta = \frac{-\omega\alpha k_z B_0}{\mu_0[\omega^2\alpha\rho_0 + \alpha B_0^2 k_x k_z - c_S^2 k_z^2 \rho_0 (c_S^2 k_x^2 \rho_0 + \alpha)]} \quad (33)$$

$$\alpha = \omega^2 \rho_0 - k_x^2 c_S^2 \rho_0 + k_x^2 B_0^2 \quad (34)$$

Para establecer la relación con T_1 , partimos de la relación de los gases ideales $p = \rho RT$, en la cual introducimos las magnitudes, (3),(4),(5), a partir de la cual llegamos a que:

$$\frac{p_1}{p_0} = \frac{T_1}{T_0} + \frac{\rho_1}{\rho_0} \quad (35)$$

Introduciendo p_1 en las ecuaciones anteriores y manipulando podemos establecer la relación con T_1 :

$$v_{1x} = \frac{\mu_0 \omega p_0 (\sigma k_x + k_z)}{\epsilon} T_1 \quad (36)$$

$$v_{1z} = \frac{\omega T_1}{T_0 k_z k_x} \left[\frac{T_0 (\sigma k_x + k_z)}{\epsilon} (\rho_0 \omega^2 \mu_0 - \mu_0 k_x^2 p_0 + k_z^2 B_0^2 + B_0^2 k_x^2) - k_x \right] \quad (37)$$

Donde:

$$\sigma = \frac{\rho_0 \omega^2 - k_z^2 p_0}{k_x k_z p_0} \quad (38)$$

$$\epsilon = T_0 [\sigma (\mu_0 (\rho_0 \omega^2 - k_x^2) + B_0^2 (k_x^2 + k_z^2)) - k_x k_z (p_0 \mu_0 + 2B_0^2)] \quad (39)$$

Al considerar la diferencia de fase con $\vec{\nabla} \cdot \vec{v}_1$, sabemos que al transformarlo como onda plana, pasaría a ser $i\vec{k} \cdot \vec{v}_1$, por lo que la unidad imaginaria introduce un desfase de 90° en las relaciones anteriores.

2.4. Parámetro β del plasma.

El parámetro β del plasma representa la relación entre la plasma y el campo magnético de manera que, dependiendo de si su valor es muy grande o muy pequeño, podemos determinar si el campo magnético está dominado por el plasma, o al revés.

$$\beta = \frac{2p\mu_0}{B^2} \quad (40)$$

Este valor varía a medida subimos en la atmósfera solar, siendo $\beta \gg 1$ en la fotosfera y $\beta \ll 1$ en la corona. Para analizar el valor de β , hemos elegido dos alturas, a nivel de la superficie ($z=0$ Mm) y a $z \simeq 0,31$ Mm, donde el valor de la superficie, $z=0$ Mm, se ha definido como la capa donde se forma el continuo promedio.

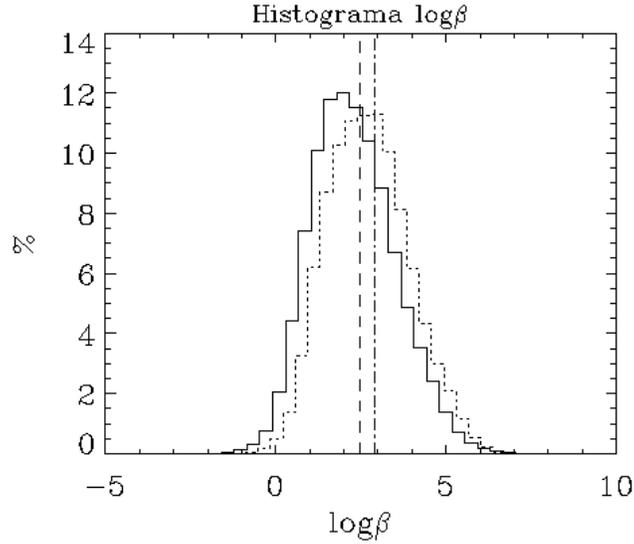


Figura 3. Histogramas de distribución de $\log \beta$ plasma para dos alturas. La línea continua representa el histograma para $z \simeq 0,31$ Mm, la línea de puntos en $z=0$ Mm, la línea de trazos el promedio para $z \simeq 0,31$ Mm y la de punto y trazo el promedio en $z=0$ Mm

Para cada altura estudiada, se ha calculado el valor de β en cada punto (x, y) a partir de los valores de la presión y el campo magnético y se ha representado su valor en los histogramas representados en la figura 3. Podemos observar que en ambos casos el valor es muy superior a 1 y que para la capa más alta es más pequeño que en la superficie, ya que a medida que aumentamos en altura, su valor debe ir disminuyendo.

3. Metodología

El resultado de la simulación en forma de cubos de datos ha sido almacenado en ficheros en formato **h5**, Hierarchical Data Format, el cual está diseñado para almacenar y organizar grandes cantidades de datos. Por lo cual el primer paso del proyecto ha sido la familiarización con el manejo de este tipo de archivos para poder extraer la información ya que estos cubos cuentan con información de gran cantidad de magnitudes físicas.

En el análisis de los resultados que se detalla posteriormente (**Sec:4**), se ha trabajado con varias magnitudes físicas para compararlas con las magnitudes representativas de las ondas compresibles e incompresibles, concretamente ρ, p, T, B, θ y ϕ aunque los resultados más relevantes han sido con la temperatura, y el campo magnético y azimut, por lo que la interacción con el resto de magnitudes no ha sido incluida en esta memoria pero sí ha sido estudiada (**Sec:4.2**), (**Sec:4.3**).

La metodología usada se ha basado en el cálculo de la transformada temporal de

Fourier de las magnitudes a estudiar. La transformada temporal de Fourier se define de manera genérica como:

$$F(\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-2\pi i t \nu} dt \quad (41)$$

y el espectro de potencias se define como $P(\nu) = |F(\nu)|^2$. En nuestro estudio realizaremos la transformada temporal de Fourier para las magnitudes representativas de las ondas compresibles e incompresibles, $\vec{\nabla} \cdot \vec{v}$ y $\vec{\nabla} \times \vec{v}$, (Przybylski, 2018) de tal manera que de ahora en adelante llamaremos P_C y P_I para referirnos a los espectros de potencia de la transformada temporal de Fourier de la divergencia y el rotacional respectivamente.

$$F_I = \int_{-\infty}^{\infty} (\vec{\nabla} \times \vec{v}) e^{-2\pi i t \nu} dt \quad F_C = \int_{-\infty}^{\infty} (\vec{\nabla} \cdot \vec{v}) e^{-2\pi i t \nu} dt \quad (42)$$

$$P_I = |F_I|^2 \quad P_C = |F_C|^2 \quad (43)$$

La simulación proporciona un total de 199 cubos de datos de dimensiones $5,8 \times 5,8 \times 1,6 \text{ Mm}^3$, con un paso temporal de 0,4 s, de tal forma que en total, tenemos información para un intervalo temporal de 79,5 s. El eje Z abarca desde una profundidad de 0,95 Mm por debajo de la superficie hasta 0,62 Mm por encima de ella, lo cual sitúa el dominio vertical de la simulación esencialmente en fotosfera, extendiéndose ligeramente un poco por debajo de ella y hacia la parte baja de la cromosfera.

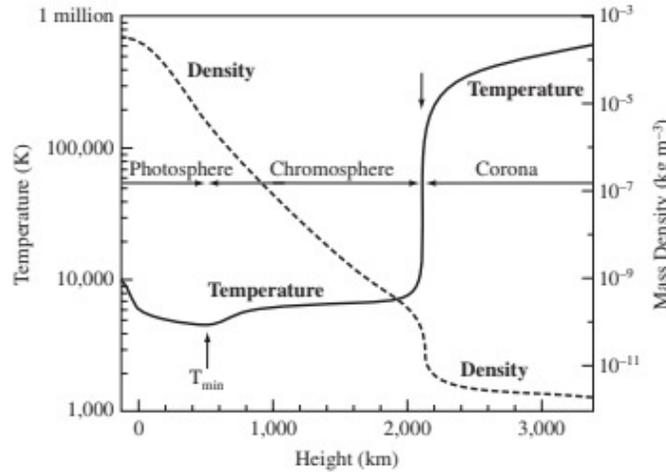


Figura 4. Distribución de las capas del sol en función de la altura (Priest, 1982)

Las magnitudes en equilibrio están recogidas en un cubo que contiene dichos valores para cada altura del dominio de la simulación. Para la altura en estudio $z \simeq 0,31 \text{ Mm}$, son los siguientes:

- $T_0 = 4503 \text{ K}$

- $p_0 = 792 \text{ Pa}$
- $\rho_0 = 2,7 \cdot 10^{-5} \text{ kg/m}^3$

En cálculos posteriores, usaremos $B_x, B_y, B_z, T, p, \rho, v_x, v_y, v_z$ con las que obtendremos $|\vec{B}|$, y $|\vec{v}|$. A partir de estas magnitudes podemos determinar los módulos de v_1 y \vec{B}_1 , o también el azimut (ϕ) como:

$$\cos \phi = \frac{B_x}{|\vec{B}| \sin \theta} \quad (44)$$

Donde θ representa el ángulo entre \vec{v} y \vec{B} . Para el estudio de las ondas hemos seleccionado una altura determinada $z \simeq 0,31 \text{ Mm}$ sobre la superficie, elegida para evitar la posible contaminación debida a los movimientos de convección. Con esto seleccionamos las magnitudes físicas necesarias a esa altura creando nuevos cubos de datos para cada magnitud de forma que ahora la tercera dimensión corresponde con el número de pasos temporales.

Una vez que tenemos estos nuevos cubos, hemos realizado el análisis de Fourier temporal para cada punto (x,y) a lo largo del tercer eje, convirtiéndolo así en frecuencias ν y obteniendo su amplitud, fase y espectro de potencias para las magnitudes representativas de las ondas compresibles e incompresibles ($\vec{\nabla} \times \vec{v}$ y $\vec{\nabla} \cdot \vec{v}$), así como también para las magnitudes físicas, intensidad y azimut del campo magnético, temperatura, presión, densidad.

3.1. Descripción de la simulación

El campo magnético del sol en calma, tiene una compleja distribución en cuanto a inclinaciones, y valores que se extienden hasta kG y, desde hace tiempo, existen grandes discusiones sobre su estructura e intensidad. Estudios basados en el efecto Zeeman situaron esta intensidad alrededor de 20 G o menos para la fotosfera (Khomenko et al., 2005), (Bello González et al., 2009b), corregido posteriormente a valores de 130-170 G (Danilovic et al., 2010, 2016), siendo actualmente 130 G el valor comúnmente aceptado para el sol en calma referido a alturas de unos pocos cientos de km por encima de la base de la fotosfera.

En el artículo donde se detalla la simulación usada en este trabajo, Khomenko et al. (2017) analizan un modelo basado en la acción del efecto de batería de Biermann, que genera un campo magnético debido al desequilibrio local de la presión electrónica en el plasma solar parcialmente ionizado. En el artículo se muestra cómo el efecto de batería por si mismo es capaz de crear desde cero un campo magnético primario de una fuerza de μG que, junto con la amplificación del mecanismo de dinamo, permite la generación de un campo magnético como el obtenido a partir de las observaciones.

La simulación está hecha con el código MANCHA3D (Khomenko & Collados, 2006), que resuelve las ecuaciones magnetohidrodinámicas junto con una ecuación de estado realista y transporte radiativo en atmósfera no gris. La ecuación de estado incluye la

solución del equilibrio de ionización y proporciona la densidad electrónica necesaria para los cálculos posteriores. La versión actual del código incluye la solución de la ecuación general de inducción, incluyendo los términos ambipolar, Hall y efecto batería, pero para este artículo sólo se incluyó el término de batería. La ejecución del código se hizo de forma que, cuando la simulación de la convección magnetohidrodinámica alcanzó un estado estacionario, se encendió el término de batería y se dejó la simulación durante varias horas solares más. El dominio de la simulación cubre $5,8 \times 5,8 \times 1,6 \text{ Mm}^3$, donde el eje Z abarca desde capas subfostoféricas hasta capas altas de la cromosfera, (**Fig:4**), donde el tamaño del mallado es de 20 km horizontalmente y 14 km verticalmente, proporcionando 199 cubos separados 0,4 segundos entre ellos con un tamaño total de 180 GB. El código usa algoritmos de hiperdifusión y un esquema de derivadas espaciales de sexto orden junto con un esquema de Runge-Kutta de cuarto orden para la solución temporal, siendo también totalmente paralelizable usando MPI. Para las condiciones de contorno se ha aplicado la condición de capas no reflectantes basada en la absorción 2D PML, el cual se ha aplicado con éxito a simulaciones de ondas acústicas en zonas de convección solar altamente estratificadas. El proceso consiste en descomponer las ecuaciones en el dominio PML de manera que contengan sólo una derivada espacial, añadiendo términos de amortiguamiento artificial con lo que se llega a que la anchura óptima de las capas para que no se produzca reflexión es de 8-10 puntos.

Como hemos comentado anteriormente, el intervalo temporal que abarca la simulación es de 79.5 s, por lo que la variación de las magnitudes físicas no es muy grande. Representamos a continuación (ver figuras 5 y 6) la temperatura y presión en dos instantes de tiempo.

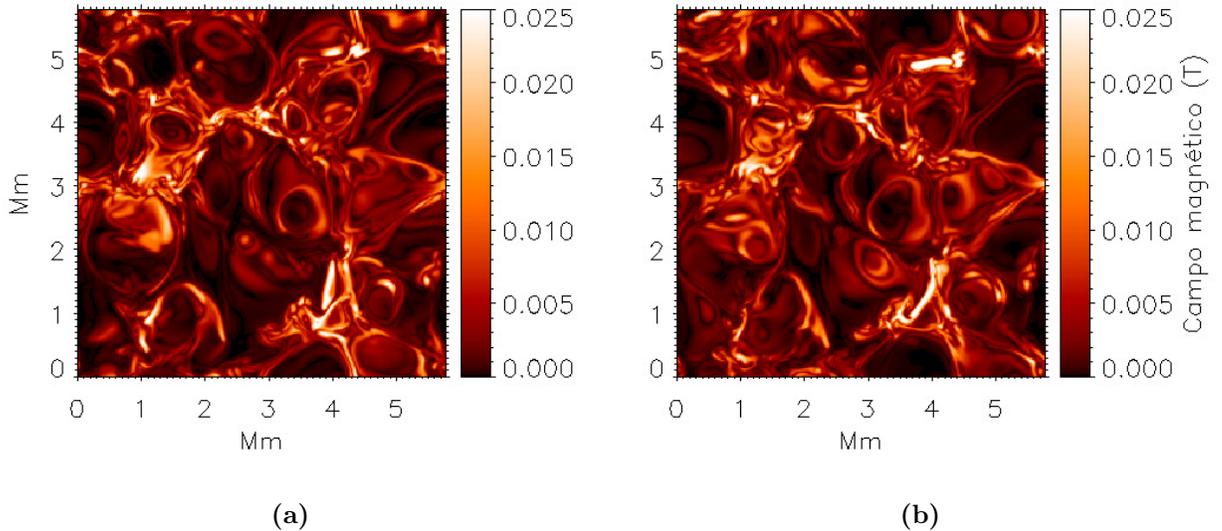


Figura 5. Mapas de intensidad de campo magnético en $z \simeq 0,31 \text{ Mm}$ para dos tiempos: (a) $t=4 \text{ s}$ (b) $t=76 \text{ s}$

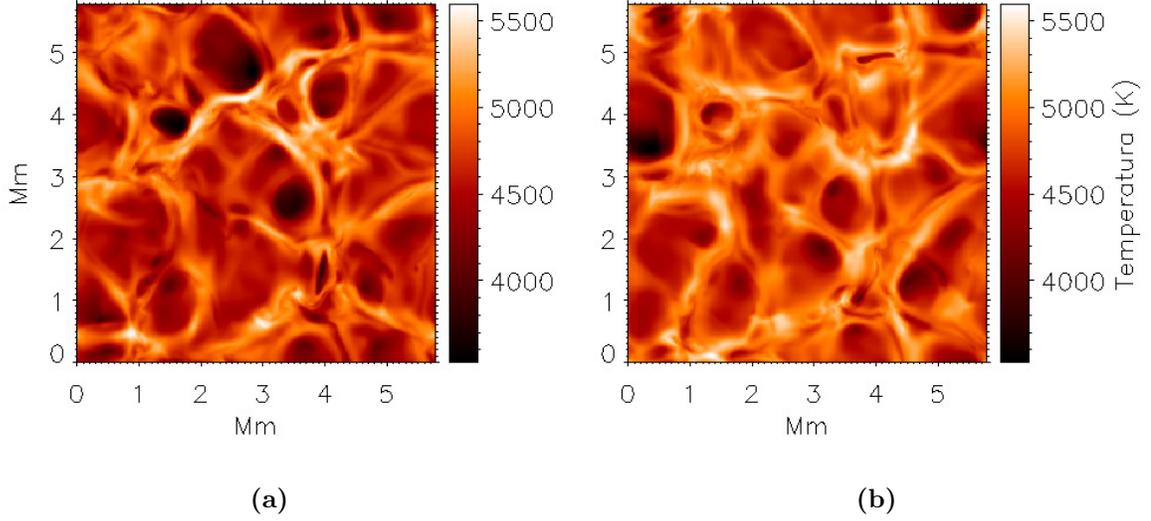


Figura 6. Mapas de temperatura en $z \simeq 0,31$ Mm para dos tiempos: (a) $t=4$ s (b) $t=76$ s

Vemos que en el intervalo transcurrido en la simulación, hay muy poca variación de las magnitudes físicas, por lo que a la hora de usarlas en los posteriores análisis elegiremos valores para un tiempo intermedio $t=40$ s.

4. Resultados

En este apartado se detallan los resultados a los que se ha llegado tras el análisis de la información extraída de la simulación. En primer lugar, estudiamos cómo es la distribución de P_I y P_C con la frecuencia y definimos los intervalos de frecuencias que nos servirán para realizar los posteriores análisis (**Sec:4.1**), a continuación buscamos la relación entre las magnitudes representativas de las oscilaciones compresibles e incompresibles ($\vec{\nabla} \cdot \vec{v}_1, \vec{\nabla} \times \vec{v}_1$) con las magnitudes físicas (\vec{B}_1, T_1) (**Sec:4.2.1**) (**Sec:4.2.2**), y por último estudiamos la diferencia de fase entre $\vec{\nabla} \cdot \vec{v}_1, \vec{\nabla} \times \vec{v}_1$ y \vec{B}_1, ϕ y T_1 (**Sec:4.3**).

4.1. Distribución de potencia & complementariedad.

Como se comenta en la sección (**Sec:3**), hemos partido de unos cubos donde el tercer eje representa el tiempo ya que hemos realizado cortes a una altura de $z \simeq 0,31$ Mm, de tal manera que, al realizar la transformada temporal de Fourier, hemos pasado de un intervalo temporal $\Delta t = 79.5$ s, a un espacio de frecuencias hasta 1.25 Hz donde la mayor parte de la potencia está concentrada en las frecuencias bajas tanto para las ondas incompresibles como para las compresibles.

A continuación queremos estudiar cómo se distribuyen los espectros de potencia P_I y P_C con la frecuencia. Para ello calculamos el promedio espacial de la potencia para

cada frecuencia (ver figura 7):

$$P(\nu) = \langle P(x, y, \nu) \rangle_{x,y} \quad (45)$$

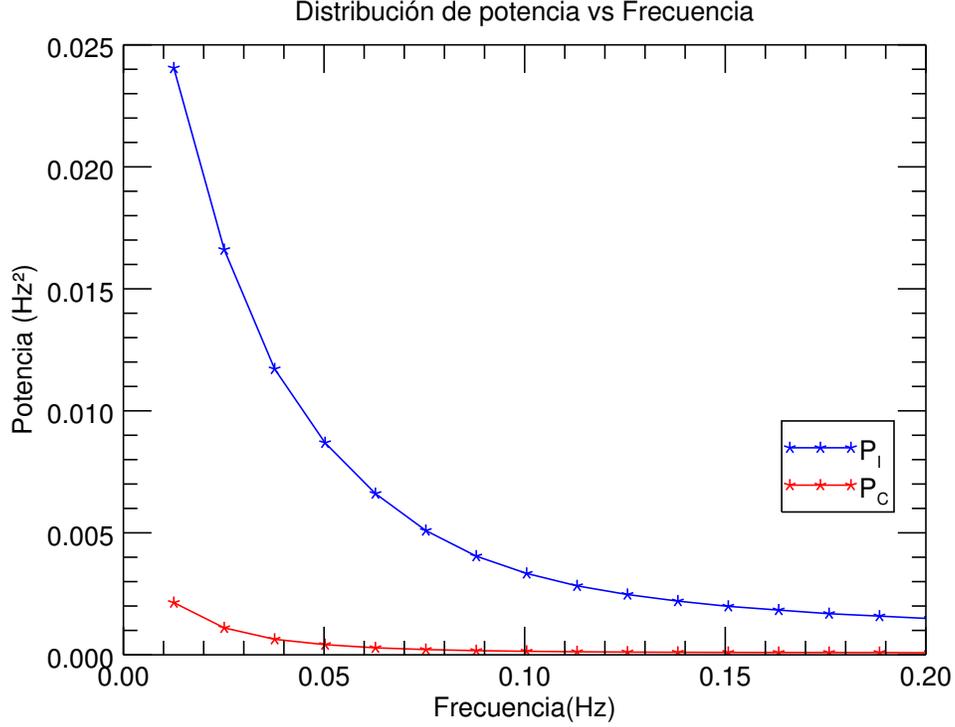


Figura 7. Distribución en frecuencia de la potencia de la transformada Fourier temporal para ondas compresibles e incompresibles, P_C y P_I

Es importante resaltar que la potencia de P_I es mayor que la de P_C . La potencia P_I hace referencia al rotacional de la velocidad, también conocida como la vorticidad que da idea de la rotación local del plasma, i.e. procesos de enroscamiento. Esto pone de manifiesto que en intervalos cortos de tiempo como el que estamos estudiando, dichos movimientos son más importantes que los movimientos debidos a la divergencia y deben ser tomados en consideración.

Si representamos la potencia normalizada en frecuencia, calculada como el promedio de la potencia en cada punto (x, y, ν) , dividida entre la suma de la potencia en cada punto (x, y) para todas las frecuencias (ver figura 8):

$$P(\nu)^{Norm} = \langle \frac{P(x, y, \nu)}{\sum_{\nu_i=0}^{99} P(x, y, \nu_i)} \rangle_{x,y} \quad (46)$$

En esta figura se ve cómo la potencia de la componente compresible es más relevante

en frecuencias bajas. La componente incompresible cae en potencia más lentamente con la frecuencia.

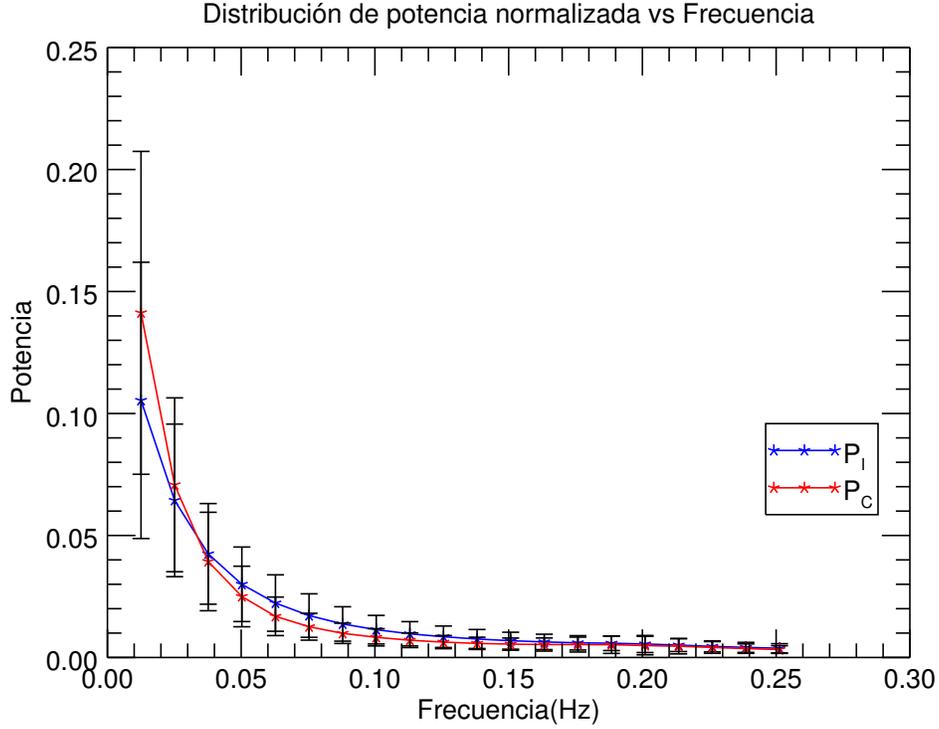


Figura 8. Distribución en frecuencia de la potencia normalizada de la transformada Fourier temporal para ondas compresibles e incompresibles, P_C y P_I

donde las barras de error representan la desviación estándar de la potencia calculada en (46).

A la hora de estudiar el intervalo de frecuencias, hemos podido observar que existen dos intervalos definidos por ser complementarios:

- Intervalo de frecuencias bajas. ($\Delta\nu_-$) 0,013 - 0,10 Hz
- Intervalo de frecuencias altas. ($\Delta\nu_+$) 0,11 - 0,20 Hz

Se observa que los mapas son complementarios para frecuencias altas y bajas, i.e., las zonas de máxima potencia en frecuencias bajas, corresponden con zonas de mínima potencia en frecuencias altas.

En las figuras 9 y 10, representamos los mapas de potencia en ambos intervalos ($\Delta\nu_-$) y ($\Delta\nu_+$) junto con el mapa de potencia en $\Delta\nu_+$ cambiado de signo ($\Delta\nu_{C\text{omplem}}$):

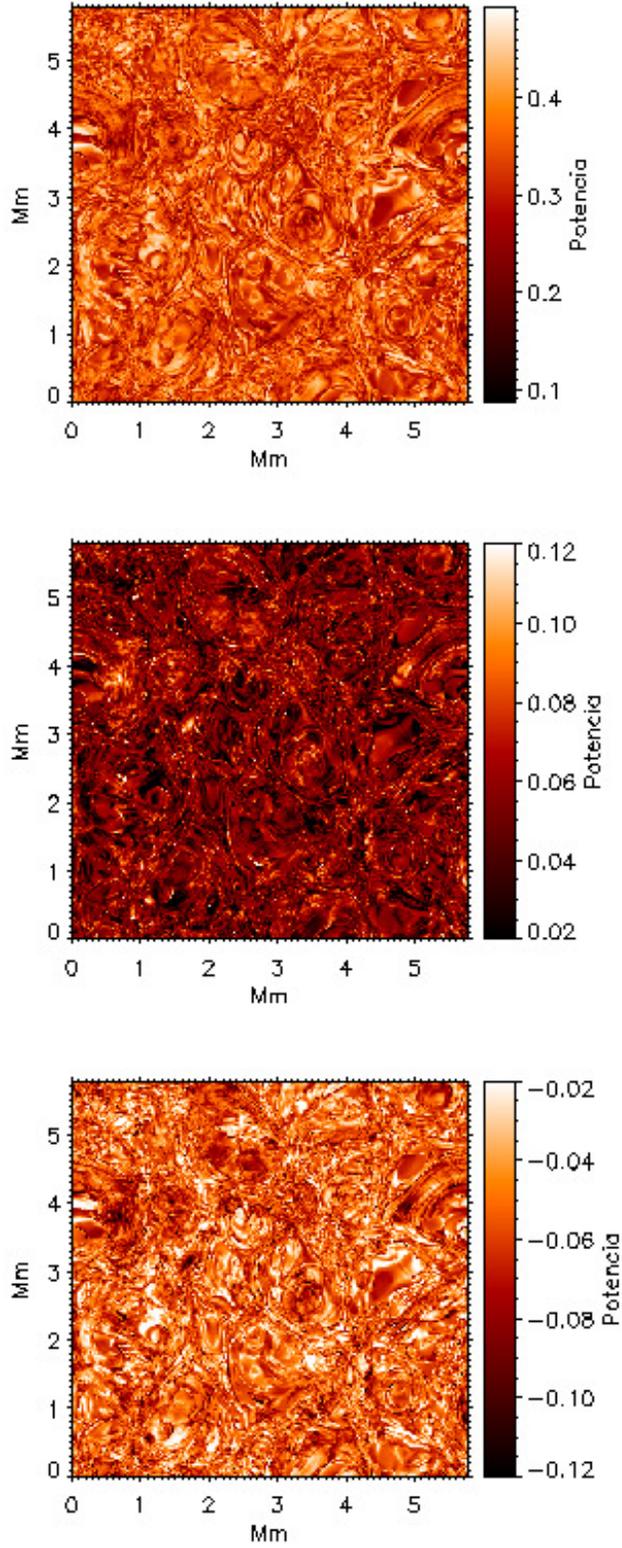


Figura 9. Mapas 2D de $P(\nu)^{Norm}$ para las ondas incompresibles. Imágenes de arriba a abajo. $\Delta\nu_-$, $\Delta\nu_+$ y $\Delta\nu_{Complem}$

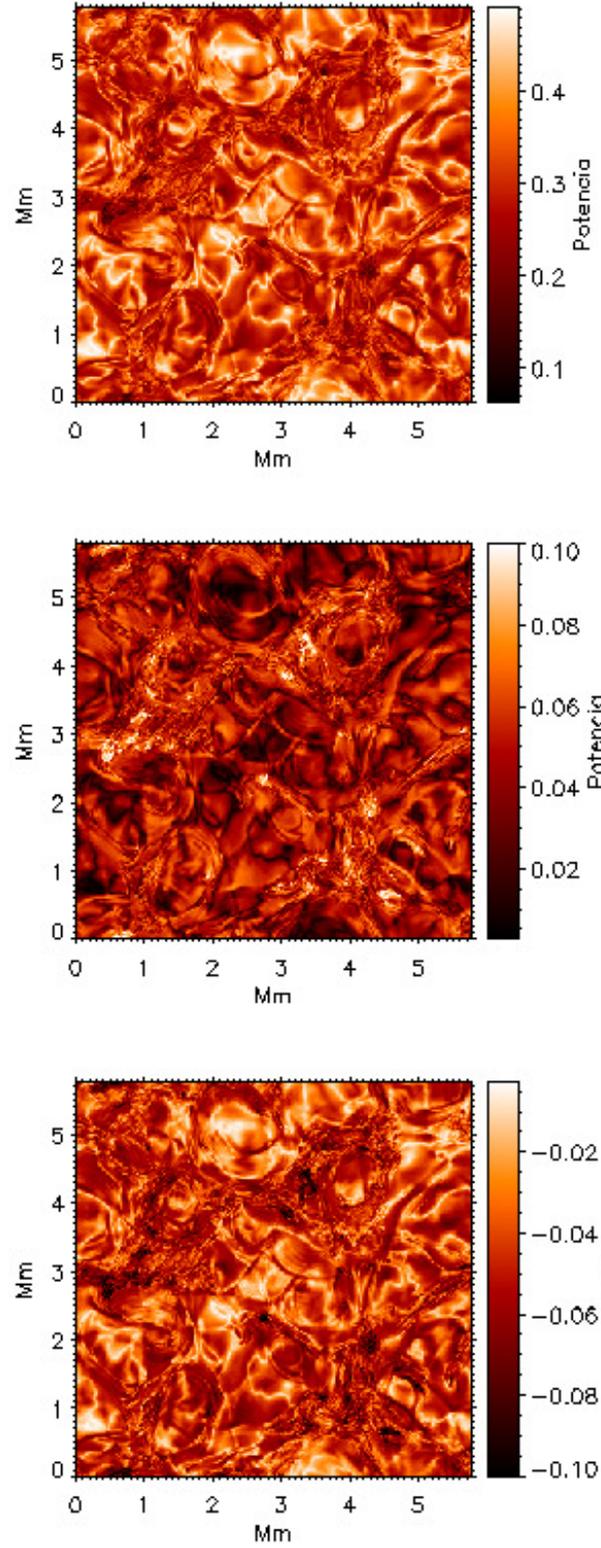


Figura 10. Mapas 2D de $P(\nu)^{Norm}$ para las ondas compresibles. Imágenes de arriba a abajo. $\Delta\nu_-$, $\Delta\nu_+$ y $\Delta\nu_{Complem}$

Esta separación en frecuencias será la que se use para los posteriores análisis donde se busca cómo la potencia de las ondas se relaciona con el campo magnético y la temperatura, así como el estudio de la diferencia entre las fases de F_I y F_C con las fases de las transformadas temporales de las magnitudes físicas campo magnético F_B , temperatura F_T y azimut F_ϕ .

4.2. Relación espectros potencias P_I y P_C con \vec{B}_1 y T_1

En este apartado buscamos estudiar cómo los espectros de potencia P_I y P_C se relacionan con el campo magnético y la temperatura.

4.2.1. Ondas incompresibles. P_I

En los siguientes mapas (ver figura 11) observamos cómo se distribuye P_I respecto a la intensidad de campo magnético \vec{B}_1 . Como se ha comentado anteriormente, la variación de las magnitudes físicas en el intervalo temporal de la simulación es pequeña por lo que se considera que no hay gran variación. Es por esto que el contorno de campo magnético ha sido elegido como el promedio para un tiempo $t=40$ s y la misma altura en la que se está haciendo el estudio de la simulación, i.e., $z \simeq 0,31$ Mm, $B_1 = 3,3 \cdot 10^{-3}$ T.

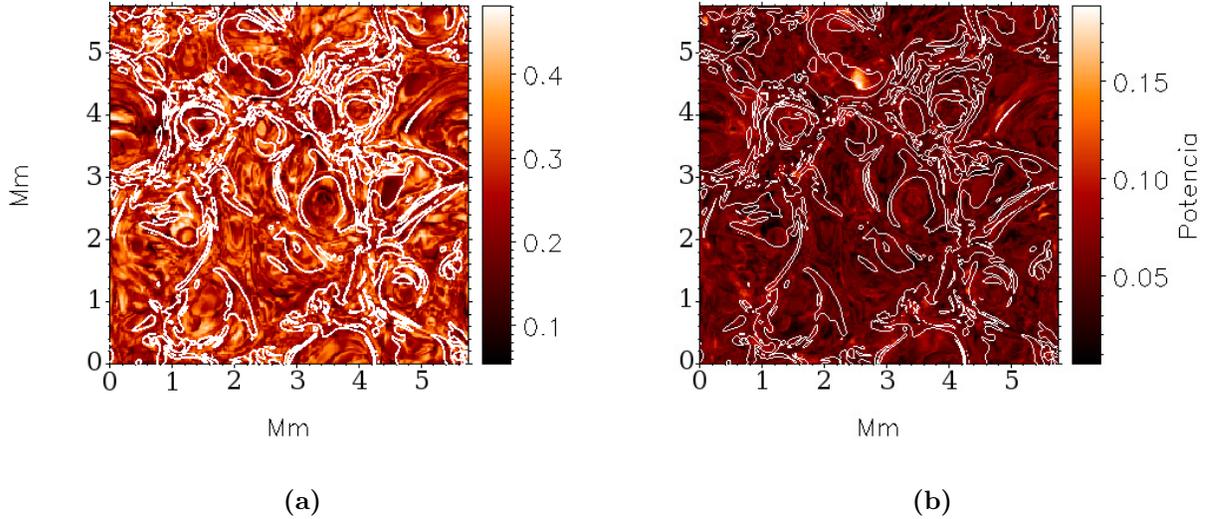


Figura 11. Mapas 2D de P_I y superposición contorno de intensidad de campo magnético nivel $B_1 = 3,3 \cdot 10^{-3}$ T en dos intervalos de frecuencia.(a) $\Delta\nu_-$ (b) $\Delta\nu_+$

Los mapas muestran que la distribución de potencia P_I está bastante relacionada con las zonas donde la intensidad de campo magnético esta concentrado para esa misma altura de $z \simeq 0,31$ Mm. Esto podemos verlo en la ecuación (21) que pone de manifies-

to que la evolución temporal del rotacional está relacionada con el campo magnético perturbado.

4.2.2. Ondas compresibles. P_C

En este caso hemos realizado el mismo análisis, pero comparando la distribución de P_C en relación con el promedio de la temperatura para un tiempo $t=40$ s y una altura $z \simeq 0,31$ Mm, $T = 4720$ K. (Sec:3)

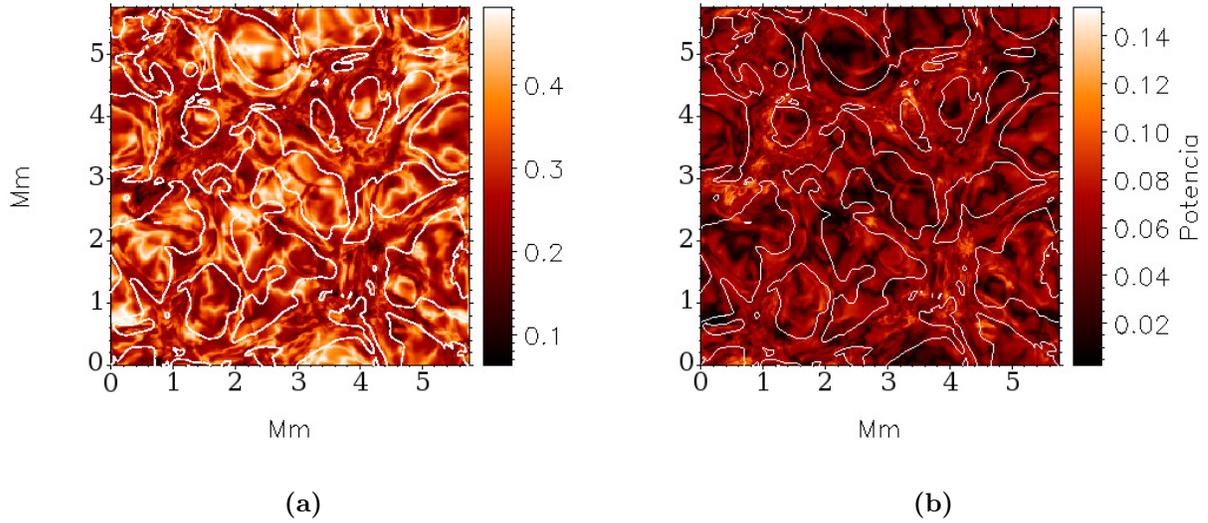


Figura 12. Mapas 2D de P_C y superposición contorno de temperatura nivel $T = 4720$ K en dos intervalos de frecuencia. (a) $\Delta\nu_-$ (b) $\Delta\nu_+$

En los mapas podemos ver cómo P_C se relaciona bastante bien con el promedio de temperatura en ambos intervalos de frecuencia confirmando que existe una relación entre ambos. Lo cual está en concordancia con la ecuación (24), donde vimos que la evolución temporal de la divergencia viene determinada por las fluctuaciones de la presión total, con el correspondiente efecto en la temperatura a través de las compresiones y dilataciones.

4.3. Diferencias de fase

El estudio de las diferencias de fase se basa en la comparación de las fases de las transformadas de Fourier (Φ_I y Φ_C) con las fases de las transformadas de \vec{B}_1, T_1 y ϕ (Φ_B, Φ_T y Φ_ϕ), donde estas últimas han sido calculadas de la misma forma que las primeras, i.e, se ha seleccionado cada magnitud a la misma altura para todos los tiempos generando unos nuevos cubos para los cuales se ha calculado la transformada de Fourier.

Al igual que hemos hecho en los casos anteriores, aquí también dividiremos el estudio en frecuencias bajas y altas.

En los mapas de potencia P_I, P_C, P_B, P_T y P_ϕ elegiremos los puntos que estén por encima de un valor umbral determinado como:

$$umbral = \overline{P_x} + \sigma(P_x) \cdot 0,5 \quad (47)$$

donde P_x representa las diferentes potencias. La tabla 1 muestra el porcentaje de puntos del mapa cuya potencia está por encima de este umbral.

#	$P_x > \text{Umbral}$
P_I	26,41 %
P_C	21,86 %
P_B	20,95 %
P_ϕ	33,03 %
P_T	23,44 %

Tabla 1. Porcentaje de puntos cuya potencia P_I, P_C, P_B, P_T y P_ϕ está por encima de su correspondiente umbral en el intervalo $\Delta\nu_-$

Una vez conocido el porcentaje de puntos por encima del valor umbral en cada mapa de potencia, queremos buscar los puntos que están por encima del umbral en dos mapas a la vez comparando P_I y P_C con los mapas de las magnitudes físicas P_B, P_T y P_ϕ , con lo que obtenemos los siguientes porcentajes (ver tabla 2):

#	$P_C > \text{Umbral} \ \& \ P_M > \text{Umbral}$	$P_I > \text{Umbral} \ \& \ P_M > \text{Umbral}$
P_B	8,54 %	7,06 %
P_ϕ	8,99 %	14,49 %
P_T	10,76 %	8,59 %

Tabla 2. Porcentaje de puntos seleccionados por máscaras de P_I, P_C, P_B, P_T y P_ϕ para intervalo $\Delta\nu_-$. (El subíndice M representa B, ϕ y T)

Una vez que tenemos los puntos comunes donde las potencias son mayores que un determinado valor, detallamos en la tabla 3 las diferencias de fase promedio también para los mapas sin aplicar la máscara de puntos comunes:

#	$\Delta\Phi_{Total}$	$\Delta\Phi_{Masc}$
$\Phi_I - \Phi_B$	-3,54°	1,3°
$\Phi_I - \Phi_\phi$	4,79°	1,33°
$\Phi_I - \Phi_T$	21,69°	39,43°
$\Phi_C - \Phi_B$	-3,22°	1,61°
$\Phi_C - \Phi_\phi$	5,1°	1,42°
$\Phi_C - \Phi_T$	22°	23,45°

Tabla 3. $\Delta\Phi$ promedio entre Φ_I y Φ_C y Φ_B, Φ_T para frecuencias bajas $\Delta\nu_-$

Todo el desarrollo anterior hacía referencia al intervalo de frecuencias bajas $\Delta\nu_-$, a continuación se detallan los resultados para las frecuencias altas $\Delta\nu_+$.

Los puntos por encima del valor umbral para frecuencias altas son (ver tabla 4):

#	$P_x > \text{Umbral}$
P_I	24,01 %
P_C	22,30 %
P_B	18,55 %
P_ϕ	30,61 %
P_T	24,89 %

Tabla 4. Porcentaje de puntos cuya potencia P_I, P_C, P_B, P_T y P_ϕ está por encima de su correspondiente umbral en el intervalo $\Delta\nu_+$

mientras que los puntos por encima del valor umbral para ambos mapas de potencia serán (ver tabla 5):

#	$P_C > \text{Umbral} \ \& \ P_M > \text{Umbral}$	$P_I > \text{Umbral} \ \& \ P_M > \text{Umbral}$
P_B	7,35 %	5,25 %
P_ϕ	7,82 %	12,67 %
P_T	9,84 %	8,02 %

Tabla 5. Porcentaje de puntos seleccionados por máscaras de P_I, P_C, P_B, P_T y P_ϕ para intervalo $\Delta\nu_+$. (El subíndice M representa B, ϕ y T)

Las diferencias de fase promedio serán:

#	$\Delta\Phi_{Total}$	$\Delta\Phi_{Masc}$
$\Phi_I - \Phi_B$	-11,09°	-6,35°
$\Phi_I - \Phi_\phi$	14,9°	3,49°
$\Phi_I - \Phi_T$	53,41°	72,27°
$\Phi_C - \Phi_B$	-2,7°	-0,24°
$\Phi_C - \Phi_\phi$	23,28°	16,02°
$\Phi_C - \Phi_T$	61,79°	66,5°

Tabla 6. $\Delta\Phi$ promedio entre Φ_I y Φ_C y Φ_B, Φ_T para frecuencias altas $\Delta\nu_-$

En ambos casos podemos ver que el porcentaje de puntos que cumplen ambas condiciones no es muy elevado, oscilando entre 5 y 15 %, pero aún así es suficiente para poder apreciar un desfase entre magnitudes, más marcado en algunos casos donde se llega a valores de más de 70° como en el caso $\Phi_I - \Phi_T$ para frecuencias altas $\Delta\nu_+$.

Este estudio es útil para saber qué tipo de onda esta provocando el desfase ya que, por ejemplo si sabemos que entre las ondas incompresibles y la temperatura existe un desfase de 90° y posteriormente observamos este desfase, concluir razonablemente que es debido a la existencia de una onda incompresible. Este estudio puede ser tomado como una primera aproximación que posteriormente puede ser refinado para determinar el tipo de onda generada ya que como se verá en los siguientes apartados, no es posible separar totalmente las contribuciones de cada tipo de onda, por lo que existirá cierta contaminación.

Pasamos ahora a detallar cada caso para los dos intervalos de frecuencias ($\Delta\nu_-$ y $\Delta\nu_+$).

4.3.1. Frecuencias bajas $\Delta\nu_-$

o Intensidad de campo magnético.

En la figura 13, podemos observar que los histogramas tienen un valor cercano a cero, tanto para la diferencia de fase con las compresibles ($\Phi_C - \Phi_B$) como para las incompresibles ($\Phi_I - \Phi_B$). Al aplicar la máscara de puntos comunes, vemos que tanto la forma de los histogramas como los promedios no varían. (**Tabla:3**).

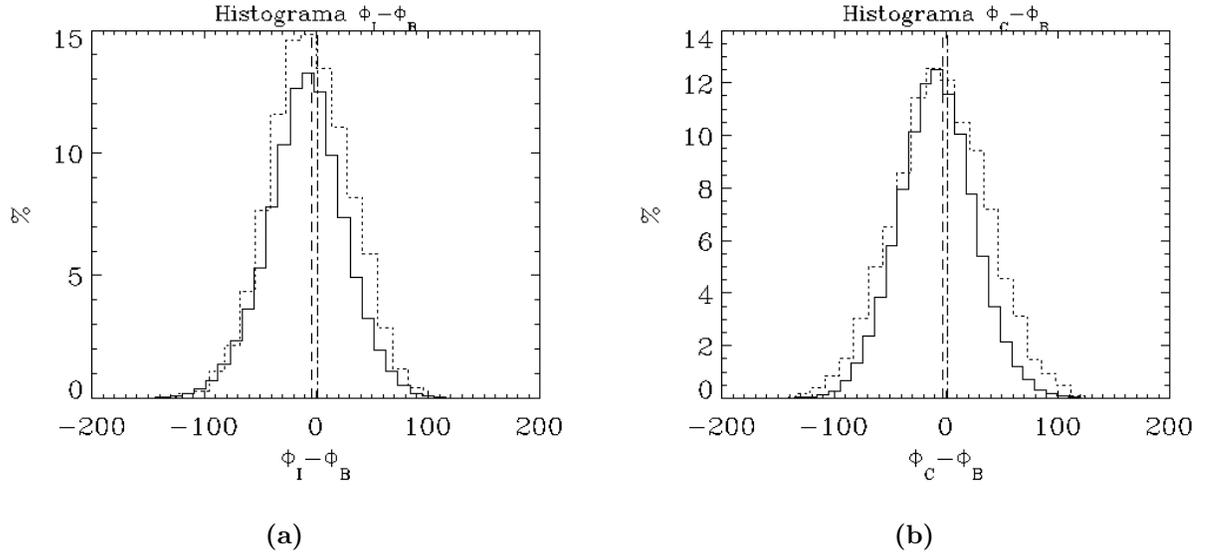


Figura 13. Histograma de diferencias de fase de $\Phi_I - \Phi_B$ y $\Phi_C - \Phi_B$ con máscara y sin máscara para $\Delta\nu_-$ (a) $\Phi_I - \Phi_B$ (b) $\Phi_C - \Phi_B$. La línea continua representa el histograma de $\Delta\Phi_{Total}$. La línea de puntos representa el histograma de $\Delta\Phi_{Masc}$. La línea de trazos representa el promedio del histograma $\Delta\Phi_{Total}$. La línea de trazos y puntos representa el promedio del histograma $\Delta\Phi_{Masc}$.

○ **Azimut.**

En este caso los histogramas de la figura 14 no presentan una gran variación tanto al considerar la diferencia de fases $\Phi_I - \Phi_\phi$ como $\Phi_C - \Phi_\phi$. Lo mismo ocurre al usar la máscara de puntos comunes, no se aprecia variación ninguna, el promedio sigue en torno a cero, concretamente $1,33^\circ$ y $1,42^\circ$ para $\Phi_I - \Phi_\phi$ como $\Phi_C - \Phi_\phi$ respectivamente (**Tabla:3**).

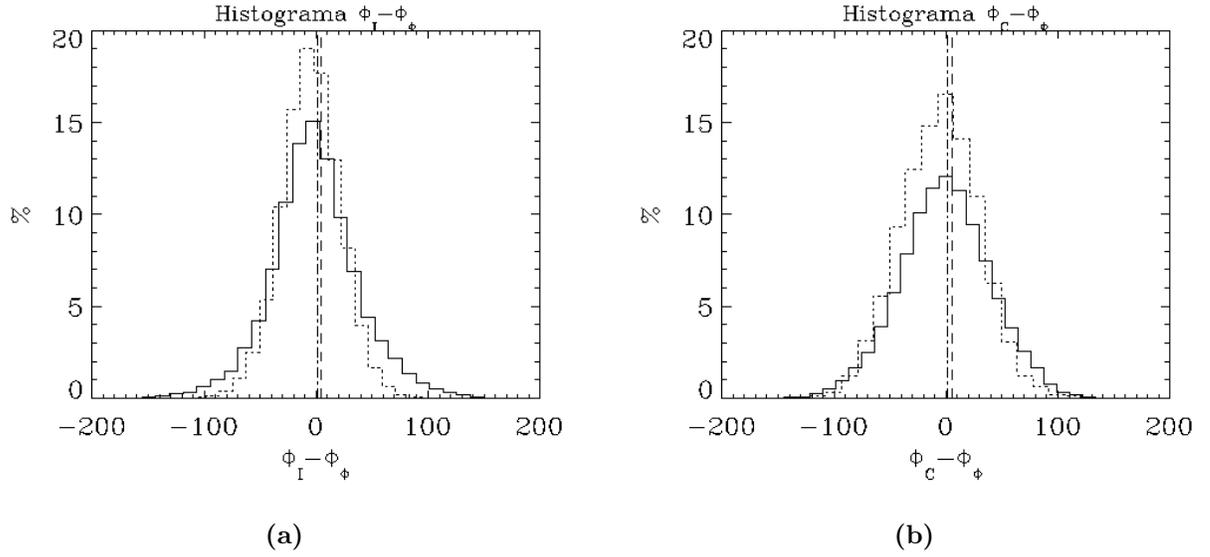


Figura 14. Histograma de diferencias de fase de $\Phi_I - \Phi_\phi$ y $\Phi_C - \Phi_B$ con máscara y sin máscara para $\Delta\nu_-$ (a) $\Phi_I - \Phi_\phi$ (b) $\Phi_C - \Phi_\phi$. La línea continua representa el histograma de $\Delta\Phi_{Total}$. La línea de puntos representa el histograma de $\Delta\Phi_{Masc}$. La línea de trazos representa el promedio del histograma $\Delta\Phi_{Total}$. La línea de trazos y puntos representa el promedio del histograma $\Delta\Phi_{Masc}$.

o **Temperatura.**

En este caso en la figura 15, para la diferencia de fases $\Phi_I - \Phi_T$ se aprecia un desfase positivo ($21,69^\circ$) que al aplicar la máscara aumenta hasta $39,43^\circ$. (**Tabla:3**) Sin embargo, en $\Phi_C - \Phi_T$ al aplicar la máscara el promedio se mantiene prácticamente igual, pasa de 22° a $23,45^\circ$.

Podemos decir que para $\Phi_I - \Phi_T$ el desfase con la temperatura es un buen indicador de las ondas incompresibles ya que tiene un pico marcado alrededor de 20° que al seleccionar los puntos comunes donde P_I y P_T están por encima del umbral marcado, i.e., seleccionamos sólo los puntos más representativos de ambas magnitudes dejando a un lado posible contaminación por ondas compresibles, este desfase es reforzado llegando a valores alrededor de 40° . Esta idea también está apoyada por el hecho de que al analizar $\Phi_C - \Phi_T$, vemos que al seleccionar los puntos representativos con la máscara de puntos comunes de P_C y P_T , el promedio de la distribución prácticamente no varía, por lo que no hay relación con las ondas compresibles y la temperatura.

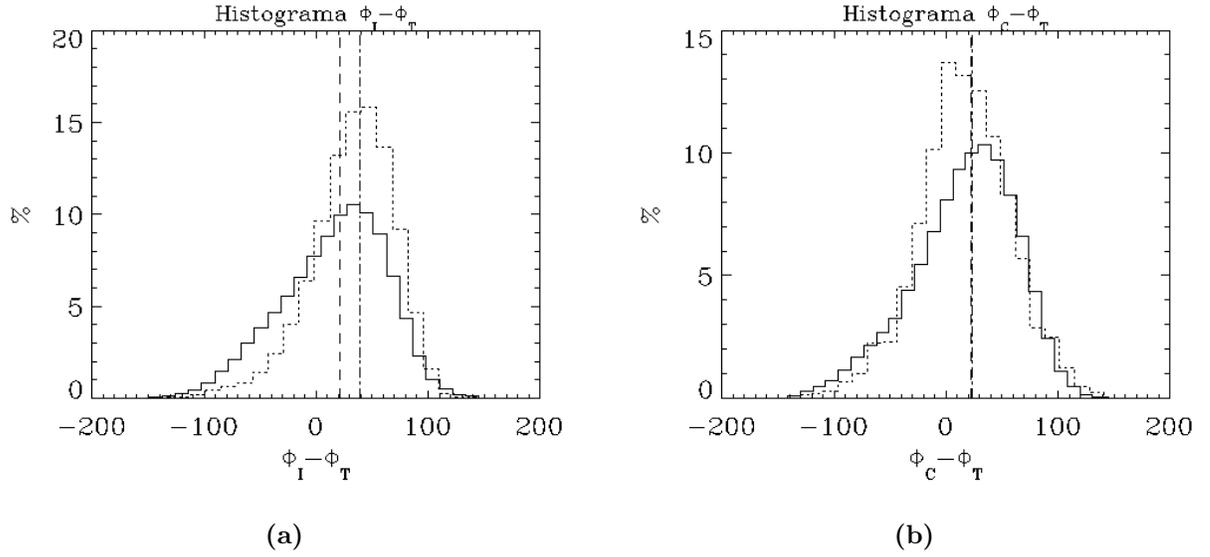


Figura 15. Histograma de diferencias de fase de $\Phi_I - \Phi_T$ y $\Phi_C - \Phi_T$ con máscara y sin máscara para $\Delta\nu_-$ (a) $\Phi_I - \Phi_T$ (b) $\Phi_C - \Phi_T$. La línea continua representa el histograma de $\Delta\Phi_{Total}$. La línea de puntos representa el histograma de $\Delta\Phi_{Masc}$. La línea de trazos representa el promedio del histograma $\Delta\Phi_{Total}$. La línea de trazos y puntos representa el promedio del histograma $\Delta\Phi_{Masc}$.

4.3.2. Frecuencias altas $\Delta\nu_+$

o Intensidad de campo magnético.

En la figura 16 hemos representado el histograma de $\Phi_I - \Phi_B$ sin aplicar la máscara. Tiene un promedio en -11° con una distribución más o menos centrada en cero, pero al aplicar la máscara, se desdobra en dos picos, uno alrededor de -40° y otro más pequeño alrededor de 30° .

El histograma de $\Phi_C - \Phi_B$, tiene el mismo aspecto que el anterior, una distribución alrededor de cero con un promedio en -2° , que de nuevo al aplicar la máscara cambia la distribución y aparecen 3 picos, alrededor de $-80^\circ, 0$ y 70° . Esto se puede interpretar como que la intensidad de campo magnético puede servir para determinar que existen ondas, pero no se podría determinar claramente de qué tipo, pues tanto para diferencias de fase positivas como negativas existe contribución de ambos tipos de onda al seleccionar los puntos comunes.

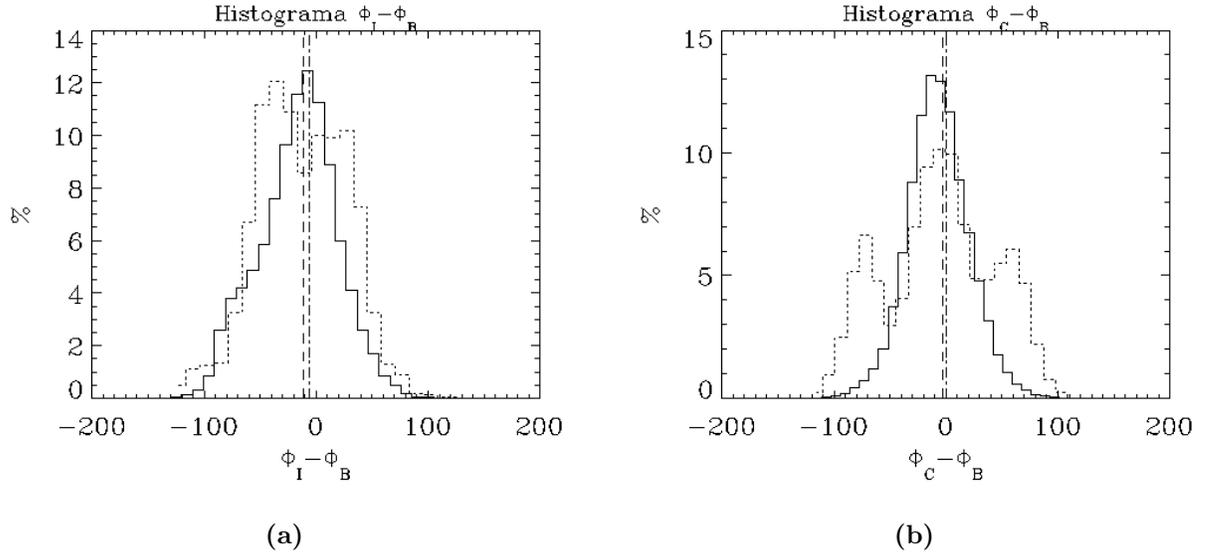


Figura 16. Histograma de diferencias de fase de $\Phi_I - \Phi_B$ y $\Phi_C - \Phi_B$ con máscara y sin máscara para $\Delta\nu_+$ (a) $\Phi_I - \Phi_B$ (b) $\Phi_C - \Phi_B$. La línea continua representa el histograma de $\Delta\Phi_{Total}$. La línea de puntos representa el histograma de $\Delta\Phi_{Masc}$. La línea de trazos representa el promedio del histograma $\Delta\Phi_{Total}$. La línea de trazos y puntos representa el promedio del histograma $\Delta\Phi_{Masc}$.

○ **Azimut**

En la figura 17 donde representamos los histogramas, para la diferencia $\Phi_I - \Phi_\phi$, vemos que el aplicar máscara o no, no implica un gran cambio, el promedio pasa $14,9^\circ$ a $3,49^\circ$ (**Tabla: 6**), reforzándose la distribución alrededor del cero.

Mientras que para $\Phi_C - \Phi_\phi$, la distribución tiene un promedio 23° y bastante centrado que al aplicar la máscara, se divide en dos partes, una con un pico marcado alrededor de 40° y otra menos marcada en -40° . Esto nos lleva a pensar que el azimut sí que puede ser representativo para localizar ondas compresibles, debido a que aparece un desfase positivo bien marcado.

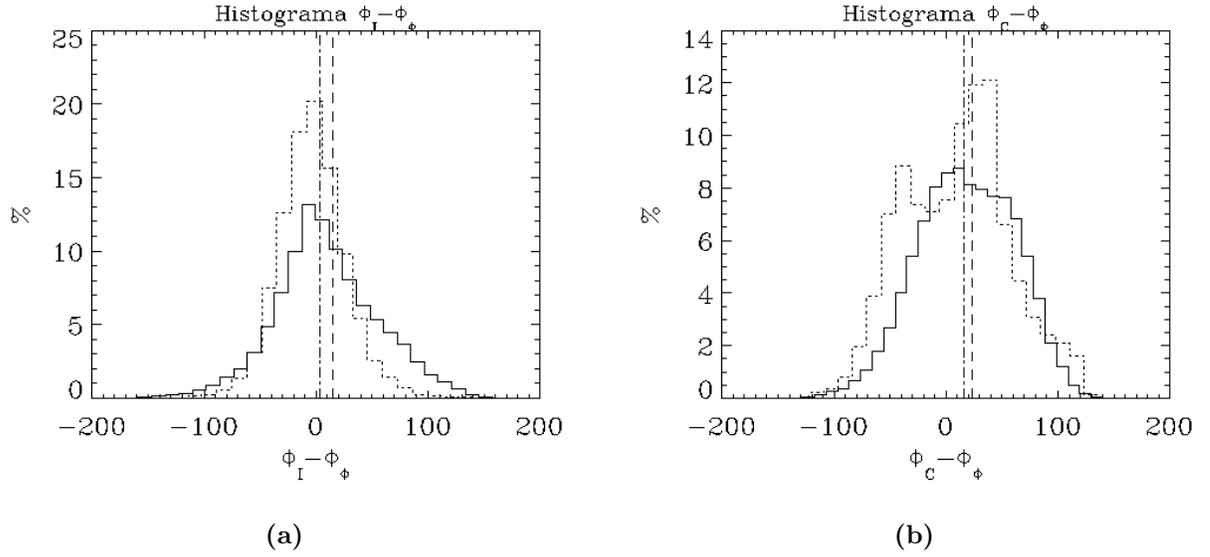


Figura 17. Histograma de diferencias de fase de $\Phi_I - \Phi_\phi$ y $\Phi_C - \Phi_B$ con máscara y sin máscara para $\Delta\nu_+$ (a) $\Phi_I - \Phi_\phi$ (b) $\Phi_C - \Phi_\phi$. La línea continua representa el histograma de $\Delta\Phi_{Total}$. La línea de puntos representa el histograma de $\Delta\Phi_{Masc}$. La línea de trazos representa el promedio del histograma $\Delta\Phi_{Total}$. La línea de trazos y puntos representa el promedio del histograma $\Delta\Phi_{Masc}$.

o Temperatura

En este caso, viendo la figura 18 para $\Phi_I - \Phi_T$ la distribución del histograma está alrededor de 50° , que al usar los puntos seleccionados por la máscara, vemos que se refuerza y aparece mucho más claramente con un promedio en 72° . (**Tabla:6**)

Al estudiar $\Phi_C - \Phi_T$, aparece un pico alrededor de 60° , el cual al aplicar la máscara se desdobra en un pico muy marcado en 30° , y otro menos marcado pero aún así importante en 110° .

Vemos que tras el uso de la máscara, existen diferencias de fase distintas de 0° para ambos casos, uno alrededor de 70° que podría ser representativo de ondas incompresibles pero podría estar contaminado por la cola del pico de 110° , mientras que el otro pico observado en las compresibles alrededor de 30° sí podría ser representativo porque aunque también se verá contaminado no lo estaría tanto como el otro.

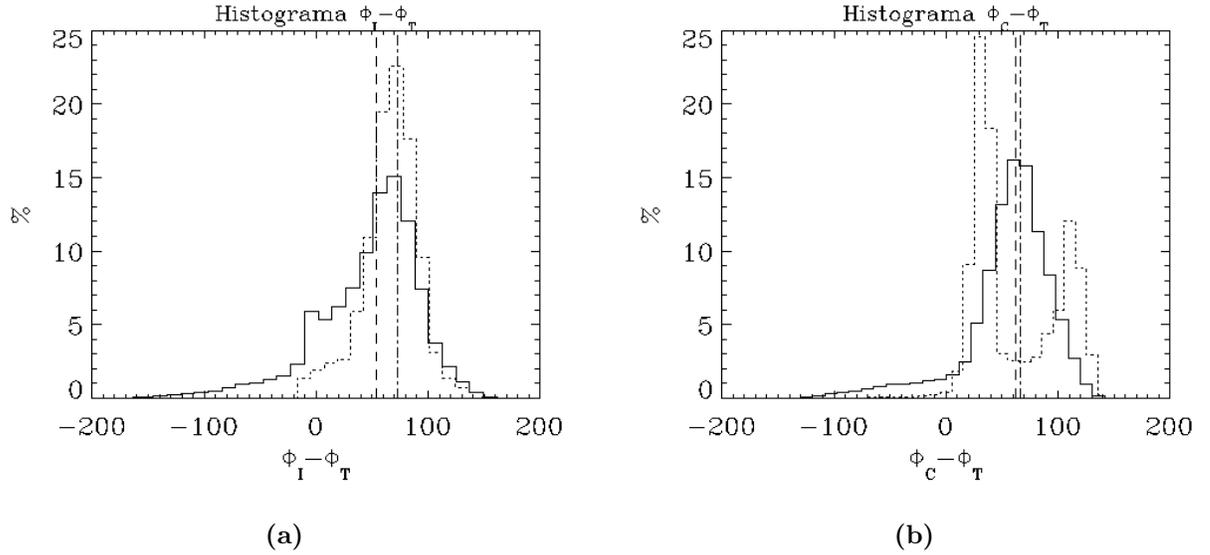


Figura 18. Histograma de diferencias de fase de $\Phi_I - \Phi_T$ y $\Phi_C - \Phi_T$ con máscara y sin máscara para $\Delta\nu_+$ (a) $\Phi_I - \Phi_T$ (b) $\Phi_C - \Phi_T$. La línea continua representa el histograma de $\Delta\Phi_{Total}$. La línea de puntos representa el histograma de $\Delta\Phi_{Masc}$. La línea de trazos representa el promedio del histograma $\Delta\Phi_{Total}$. La línea de trazos y puntos representa el promedio del histograma $\Delta\Phi_{Masc}$.

A modo de resumen, podemos concluir que para las frecuencias bajas, la única magnitud que puede servir como indicador es la temperatura. Al estudiar el desfase de la diferencia $\Phi_I - \Phi_T$ aparece un desfase que resulta más marcado al considerar únicamente los puntos comunes a ambas máscaras.

Para las frecuencias altas este método parece más efectivo pues se obtienen mejores resultados con desfase significativos con las tres magnitudes físicas, produciéndose en varios casos, desdoblamiento de la distribución al aplicar la máscara.

5. Conclusiones

En este trabajo hemos estudiado las propiedades de las ondas en una simulación de magnetoconvección. Se ha utilizado el código MANCHA3D (Khomenko & Collados, 2006) para resolver las ecuaciones MHD con las características que se detallan en (Sec:3.1).

Hemos analizado las ondas compresibles e incompresibles a una misma altura de $z \simeq 0,31$ Mm para evitar la posible contaminación por efectos convectivos, a través de la potencia de la transformada temporal de Fourier (P_I y P_C) así como de la diferencia entre la fase de la transformada temporal de Fourier de las ondas compresibles e incompresibles (Φ_C y Φ_I) con la fase de la transformada temporal de la intensidad de campo magnético, azimuth y temperatura (Φ_B, Φ_ϕ y Φ_T).

- Se ha observado que la distribución de potencia P_I es mayor que P_C , (**Fig:7**), esto significa que para el intervalo de frecuencias de estudio, la contribución de los movimientos tipo vorticidad, son más importantes que los movimientos debidos a la divergencia, por lo que este tipo de movimientos en el estudio de ondas en alta frecuencia tiene que ser tomado en consideración.

En el estudio de los mapas de potencia de P_I y P_C , hay una separación en frecuencias marcada por su complementariedad, de forma que los mapas de potencia para frecuencias bajas son muy parecidos a los de frecuencias altas con el signo cambiado. Esta separación en frecuencias es lo que hemos usado para el estudio de la relación entre las ondas compresibles e incompresibles con las magnitudes físicas y las diferencias de fase (**Sec:4.1**).

- Al estudiar los mapas de P_I y P_C , hemos podido ver que se relacionan con B_1 y T_1 respectivamente al superponer a los mapas los contornos de estas magnitudes para los que se ha tomado un valor promedio de $B_1 = 3,3 \cdot 10^{-3}$ T y $T = 4720$ K a la misma altura que hemos realizado los mapas ($\simeq 0,31$ Mm). Estos valores promedio han sido tomados en un tiempo $t=40$ s ya que el cambio en el intervalo temporal de la simulación es muy pequeño (**Fig:5**),(**Fig:6**). Esta relación concuerda con lo expresado en (**Sec:2.1**),(**Sec:2.2**) a través de las ecuaciones (21) y (24), donde vemos que la evolución temporal de $\vec{\nabla} \times \vec{v}_1$ se relaciona con \vec{B}_1 , mientras que para la evolución de $\vec{\nabla} \cdot \vec{v}_1$ son las magnitudes termodinámicas las que marcan su evolución. (**Sec:4.2**)
- Para el estudio de las diferencias de fase, hemos calculado la transformada temporal de Fourier de las magnitudes representativas de las ondas compresibles e incompresibles para determinar su fase (Φ_C y Φ_I), así como de la temperatura, intensidad de campo magnético y azimut (Φ_T, Φ_B y Φ_ϕ) para poder estudiar su diferencia. Al compararlas hemos visto que para las frecuencias bajas podemos usar $\Phi_I - \Phi_T$ para determinar las ondas incompresibles ya que el azimut y la intensidad de campo magnético presentan un desfase nulo con ambos tipos de ondas (**Fig:15**).

En el intervalo de frecuencias altas $\Delta\nu_+$, podemos ver que en la diferencia $\Phi_I - \Phi_B$ aparecen dos picos alrededor de 30° y -40° , y para $\Phi_C - \Phi_B$ aparecen 3 picos en $-80^\circ, 0^\circ$ y 70° , en ambos casos al usar la máscara, ya que en el caso total, el histograma está centrado en 0° (**Fig:16**). Al estudiar la diferencias con ϕ , es representativo para $\Phi_C - \Phi_\phi$ donde en el caso total aparece una zona de desfase positivo alrededor de 40° que vemos que es reforzado para el caso máscara y además aparece un pico más marcado alrededor de -40° (**Fig:17**). Por último, en el estudio con la temperatura, en ambos casos tenemos desfases para el caso total, tras lo cual en el caso máscara para $\Phi_I - \Phi_T$ se ve reforzada la distribución alrededor de 70° , mientras que para $\Phi_C - \Phi_T$, se desdobra produciendo dos picos de desfase positivo, uno de los cuales es muy marcado alrededor de 30° (**Fig:18**).

El estudio de las diferencias entre las fases puede ser tomado como una primera aproximación que puede ser refinado en posteriores estudios para determinar el tipo de onda generada ya que no es posible separar totalmente las contribuciones de cada tipo de onda, por lo que existirá cierta contaminación que hacen que no se reproduzcan los resultados teóricos (**Sec:4.3**).

Referencias

- Bello González, N., Flores Soriano, M., Kneer, F., Okunev, O. 2009a, 508, 941
- Bello González, N., Franz, M., Martínez Pillet, V., Bonet, J. A., Solanki, S. K., del Toro Iniesta, J. C., Schmidt, W., Gandorfer, A., Domingo, V., Barthol, P., Berkefeld, T., Knölker, M. 2010, ApJ, 723, L134
- Bello González, N., Yelles Chaouche, L., Okunev, O., Kneer, F. 2009b, 494, 1091
- Cally, P. S., Goossens, M. 2008, Solar Phys., 251, 251
- Cauzzi, G., Reardon, K., Rutten, R. J., Tritschler, A., Uitenbroek, H. 2009, 503, 577
- Danilovic, S., Schüssler, M., Solanki, S. K. 2010, A&A, 513, A1
- Danilovic, S., van Noort, M., Rempel, M. 2016, A&A, 593, A93
- Fossum, A., Carlsson, M. 2005, Nat, 435, 919
- Jess, D., Verth, G. 2015, Rev of Geophysics, 15, 1
- Jess, D. B., Morton, R. J., Verth, G., Fedun, V., Grant, S. D. T., Giagkiozis, I. 2015, Space Sci. Rev., 190, 103
- Jess, D. B., Shelyag, S., Mathioudakis, M., Keys, P. H., Christian, D. J., Keenan, F. P. 2012, ApJ, 746, 183
- Khomenko, E., Cally, P. 2010, GONG 2010/SOHO 24 Meeting
- Khomenko, E., Cally, P. S. 2012, ApJ, 746, 68
- Khomenko, E., Collados, M. 2006, ApJ, 653, 739
- Khomenko, E., Vitas, N., Collados, M., de Vicente, A. 2017, A&A, 604, A66
- Khomenko, E. V., Martínez González, M. J., Collados, M., Vögler, A., Solanki, S. K., Ruiz Cobo, B., Beck, C. 2005, 436, L27
- Priest, E. R. 1982, Solar magneto-hydrodynamics, Dordrecht (Netherlands): D. Reidel
- Przybylski, Shelyag S., K. E. C. P. 2018, A&A, 1–14
- Vecchio, A., Cauzzi, G., Reardon, K. P., Janssen, K., Rimmele, T. 2007, A&A, 461, L1