



Munich Personal RePEc Archive

## **Adaptation of Clarke & Wright heuristic in multi-objective context thanks to dominance preferential mark method**

Joseph Okitonyumbe Y.F. and Berthold E.-L. Ulungu and  
Joel Kapiamba Nt.

Institut Supérieur Pédagogique de Mbanza-Ngungu, Institut  
Supérieur des Techniques Appliquées de Kinshasa, Université de  
Kinshasa

October 2015

Online at <https://mpra.ub.uni-muenchen.de/66173/>

MPRA Paper No. 66173, posted 19. August 2015 03:58 UTC

## Adaptation de l'heuristique de Clarke & Wright au contexte multi-objectif grâce à la méthode du repère préférentiel de dominance

Joseph Okitonyumbe Y. F.

Département de Mathématiques & Informatique, ISP/Mbanza-Ngungu République Démocratique du Congo

E-mail : josephfak@ispmbanza-ngungu.com

Berthold Ulungu E.-L.

ISTA/Kinshasa République Démocratique du Congo

E-mail : Ulungu.berthold@gmail.com

Joel Kapiamba Nt.

Faculté des Sciences, Université de Kinshasa République Démocratique du Congo E-mail : joskapiamba

**Résumé :** *L'heuristique des économies de Clarke et Wright est le modèle de référence pour la résolution du problème classique de tournées de véhicules. Dans cet article, après l'énoncé de ce dernier problème en présence des objectifs multiples, nous ajustons judicieusement les paramètres du modèle initial dans ce nouveau contexte pour une version multi-objectif grâce à la méthode du repère préférentiel de dominance. Un exemple didactique valide cette démarche. Le principal résultat est l'obtention de tout l'ensemble des solutions efficaces  $E(P)$  mais de manière échelonnée.*

**Mots clés :** Heuristique, Problème de tournées de distribution, Gains, Solution efficace.

**Abstract :** *Economics' heuristic of Clarke and Wright is the principle and benchmark model for solving vehicle routing problem. In this article, after presentation of the problem, we adjust initial model parameters in this new context for a multiobjective version. The principal result is the  $E(P)$  obtaining in his globally but in a sequential way. A didactic example is presented to illustrate the method.*

**Key words :** Efficient solution, Heuristic, Saving, Vehicle Routing Problem

### 1. Introduction

La logistique et les transports sont au centre de nombreux problèmes rencontrés dans l'industrie, les services de biens et de personnes. Ainsi, il n'est pas étonnant que les problèmes de tournées de distribution, qui constituent une facette de la logistique fassent partie de principaux problèmes étudiés en recherche opérationnelle [Okitonyumbe 2012]. En effet, de nombreux enjeux théoriques mais aussi pratiques et économiques, sont liés à cette famille de problèmes. Parmi les méthodes de résolution du problème de tournées de véhicule figure l'heuristique des économies de Clark et Wright [Clark & Wright, 1964].

Dans sa version mono-objectif, c'est l'une des toutes premières heuristiques proposées pour résoudre le problème de tournées de véhicules avec contrainte de capacité. Pour [Das et Dennis 1997] et [Teghem 2012] l'heuristique des économies de Clarke et Wright est très simple d'application et reste une méthode de base qui a connu d'une part de nombreuses variantes visant à l'améliorer et d'autre part de nombreuses adaptations à d'autres problèmes VRP, comme le problème de tournées de véhicules avec fenêtre de temps

[ Vehicle Routing Problem Time Window, VRP/TW en anglo-saxon].

L'objectif de cet article est de revisiter l'heuristique de Clarke et Wright, l'hybrider avec la méthode du repère préférentiel de dominance afin de l'adapter au contexte multi-objectif conformément à l'approche méthodologique décrite par [Ulungu & Teghem, 1994]. Pour cela, la section suivante est consacrée à la formulation mathématique du problème multi-objectif de tournées de véhicules, la section 3 donne les grandes lignes de la méthode du repère préférentiel de dominance, la section 4 présente le principe de la méthode de Clarke et Wright, tandis que l'adaptation de l'heuristique de Clarke et Wright au contexte multi-objectif se trouve à la section 5 suivie d'un exemple didactique à la section 6, la discussion des résultats à la section 7 et enfin, la section 8 conclut la recherche suivie des références bibliographiques à la section 9.

### 2. Formulation mathématique du problème multi-objectif de tournées de véhicules

Soient  $m$  fonctions objectif et  $v$  véhicules de livraison de capacité maximale  $Q$  destinés à desservir  $n$  clients pendant une durée maximale  $T$ . La formulation mathématique du problème multi-objectif de tournées de distribution est donné par le problème  $(P)$  :

$$(P) \equiv \left\{ \begin{array}{ll} \text{"min"} \sum_{k=1}^v \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij}^t x_{ijk} & t = 1, 2, \dots, K \\ \sum_{k=1}^v \sum_{j=0}^n x_{ijk} = 1 & \forall i \in V \setminus \{0\} \quad (1) \\ \sum_{i=0}^n x_{ijk} = \sum_{j=0}^n x_{jlk} & \forall l \in V \setminus \{0\}, \quad k = 1, 2, \dots, v \quad (2) \\ \sum_{j=1}^n x_{ojk} = 1 & k = 1, 2, \dots, v \quad (3) \\ \sum_{i=0}^n x_{io k} = 1 & k = 1, 2, \dots, v \quad (4) \\ \sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^n q_i x_{ijk} \leq Q & k = 1, 2, \dots, v \quad (5) \\ \sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^n s_i x_{ijk} + \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n t_j x_{ijk} \leq T, & k = 1, 2, \dots, v \quad (6) \\ \sum_{i \in U} \sum_{j \in U} x_{ijk} \geq \sum_{j=1}^n x_{ljk}, & \forall U \subset V \setminus \{0\}, l \in U; \quad k = 1, 2, \dots, v \quad (7) \\ x_{ijk} \in \{0, 1\} & \forall i, j \in V, \quad i \neq j, \quad k = 1, 2, \dots, v \quad (8) \end{array} \right.$$

### Signification des contraintes :

- (1) Chaque client  $i \in V \setminus \{0\}$  est visité une et une seule fois,
- (2) Si le véhicule  $k$  arrive (n'arrive pas) chez le client  $j$  il en repart (il n'y a pas de départ),
- (3) et (4) Chaque véhicule  $k$  part et revient au dépôt,
- (5) Respect de la capacité  $Q$  des véhicules,
- (6) Respect de la durée maximale  $T$  des tournées,
- (7) Elimination des sous-tours pour garantir la connexité des tournées,
- (8) L'optimisation est combinatoire.

Ce problème relève de l'optimisation combinatoire multi-objectif. Il serait illusoire de le résoudre par des méthodes exactes à cause de la complexité provenant tant du nombre de fonctions objectif, des contraintes et de la nature des variables de décision. L'utilisation d'une heuristique est requise. Dès lors, il s'agira de trouver une bonne approximation  $\overline{E(P)}$  de  $E(P)$ .

## 3. Méthode du repère préférentiel de dominance

Dans ce paragraphe, nous présentons succinctement, les grandes lignes de la méthode du repère préférentiel de dominance. C'est un extrait de l'article de [Okitonyumbe & Ulungu, 2012, 2013 & 2014]. C'est une nouvelle méthode et le lecteur intéressé peut s'y référer pour trouver tous les détails avec des exemples didactiques.

### 3.1. Définitions

1. On appelle repère préférentiel de dominance d'une solution  $a$ , un repère orthonormé d'origine  $a$ , divisant l'espace en quatre zones de préférence conformément au schéma de la figure ci-contre.

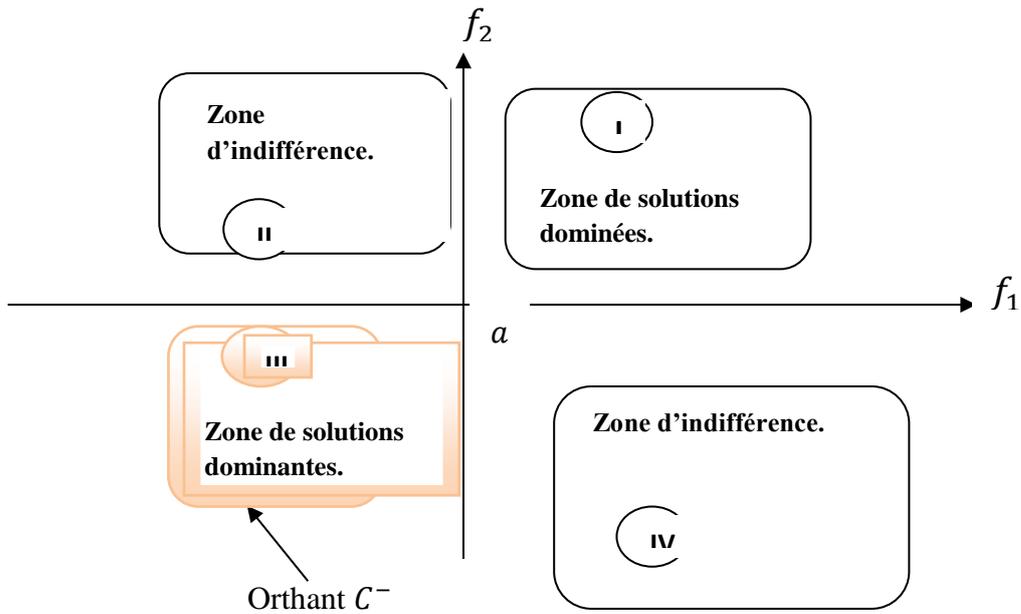


Fig. 1 : Zones de préférences exprimant la relation de dominance autour de  $a$

2. Considérons  $\mathcal{U}$  l'espace des objectifs d'un problème MOU et  $z_1, z_2 \in \mathcal{U}$ . On dit que la solution  $z_2 \in V(z_1)$  améliore certainement  $z_1$  si  $z_2$  est situé dans la zone de solutions dominantes du repère préférentiel de  $z_1$ . Dans ce cas, la probabilité d'acceptation de  $z_2$  vaut 1. Elle améliore  $z_1$  avec une probabilité d'acceptation  $\rho$ , ( $0 < \rho < 1$ ) lorsqu'elle est située dans une zone d'indifférence du repère préférentiel de  $z_1$ . Et avec une probabilité d'acceptation nulle dans la zone de solutions dominées. En d'autres termes, si  $\rho = \mathbb{P}[\text{acceptation du voisin } z_2 \text{ de } z_1]$  alors :

$$\begin{cases} \rho = 1 & \text{si } z_2 \in \text{III} \\ 0 < \rho < 1 & \text{si } z_2 \in \text{II} \cup \text{IV} \\ \rho = 0 & \text{si } z_2 \in \text{I} \end{cases}$$

### 3.3. Algorithme de la méthode du repère préférentiel de dominance (MRPD) (Okitonyumbe Y.F. & Ulungu E-L. 2013 & 2014)

```

Input:
    D : Ensemble de solutions admissibles du problème P
    O = F(D) = (fi(a))i=1,...,m, a ∈ D.
Output: E(P) : Ensemble de solutions efficaces du problème P.
Début
E(P) ← ∅
Représenter graphiquement O
Tant que O ≠ ∅ faire
    Choisir z dans O
    Tracer le repère préférentiel de dominance de z
    Pour tout z' dans O \ {z} faire
        Si z' est situé dans la zone des solutions dominantes du repère
            préférentiel de dominance de z alors
                E(P) ← E(P) ∪ {z'}
                O ← O \ {z'}
            Fin si
        Si z' est situé dans la zone des solutions dominées du repère
            préférentiel de dominance de z alors
                O ← O \ {z'}
            Fin si
        Si la zone des solutions dominantes du repère préférentiel de dominance de z est vide alors
            E(P) ← E(P) ∪ {z'}
            O ← O \ {z'}
        Fin si
    Fin pour tout
    SI z' est situé dans une zone d'indifférence du repère préférentiel de dominance de z alors
        z ← z'
        E(P) ← E(P) ∪ {z'}
        O ← O \ {z'}
    Fin si
Fin tant que
Choisir z dans E(P)
Tracer le repère préférentiel de dominance de z
Pour tout z' dans E(P) \ {z} faire
    Si z' est situé dans la zone des solutions dominantes du repère
        préférentiel de dominance de z alors
            E(P) ← E(P) \ {z'}
    Fin si
    Si z' est situé dans la zone des solutions dominées du repère
        préférentiel de dominance de z alors
            E(P) ← E(P) \ {z'}
    Fin si
Fin pour tout
Afficher E(P)
Fin

```

### 4. Heuristique des économies de Clarke et Wright

L'heuristique de Clarke & Wright s'applique lorsque  $m = 1$  (cas classique) sur son principe basé sur le calcul de gains ("savings") réalisés en réunissant deux tournées partielles ou deux séquences de routes [Teghem, 2012] et [Clarke and Wright, 1964]. A l'initialisation, chaque client  $i \in V \setminus \{0\}$  engendre une route  $(o - i - o)$  le reliant par un aller-retour au dépôt. A partir de deux de ces routes pour deux clients  $i$  et  $j$ , il est élémentaire de calculer le gain  $s_{ij}$  réalisé en formant une seule route  $(o - i - j - o)$  :

$$s_{ij} = c_{io} + c_{oj} - c_{ij}; \quad i, j \in V \setminus \{0\}; i \neq j.$$

Ce gain reste le même si deux routes  $(o, \dots, i, o)$  et  $(o, j, \dots, o)$  sont fusionnées en la route  $(o, \dots, i, j, \dots, o)$ . L'étape initiale de la méthode de Clarke et Wright consiste donc à calculer la matrice des gains :

$$(s_{ij}, i, j \in V \setminus \{0\}, i \neq j)$$

Pour la construction des tournées, deux versions sont possibles : la version parallèle qui élabore les différentes tournées simultanément et la version séquentielle qui construit les tournées l'une après l'autre.

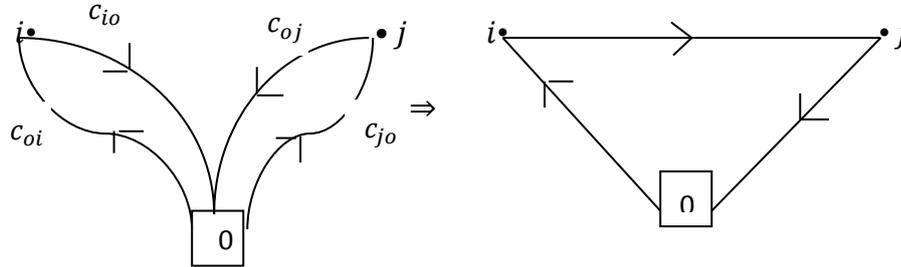


Figure 2 : Principe de l'heuristique de Clarke & Wright

Dans les deux versions, une fois effectuée la liaison entre deux clients, elle est définitive : cette heuristique peut donc être considérée comme une heuristique gloutonne.

Dans la version parallèle, les gains  $s_{ij}$  sont considérés dans l'ordre décroissant et la première tournée  $(o - i - j - o)$  qui est admissible, c'est-à-dire vérifiant les contraintes de capacité, d'autonomie, ... est formée.

Le processus est poursuivi jusqu'au moment où tous les clients sont intégrés dans une des tournées formées.

Dans la version séquentielle, après avoir, à la première étape, engendré une tournée partielle  $(o - i - j - o)$  sur base du plus grand gain admissible, seuls les gains  $s_{ki}$  et  $s_{jl}$  sont considérés pour prolonger la tournée soit en  $(o - k - i - j - o)$  soit en  $(o - i - j - l - o)$ , à condition bien sûr que ces tournées restent admissibles.

A chaque itération, l'ajout d'un client en première ou en dernière position correspondant au plus grand gain admissible est réalisé jusqu'au moment où cette tournée ne peut plus être prolongée sans violer les contraintes. Dans ce cas, une autre tournée est construite à l'aide des clients non encore affectés.

La version parallèle semble souvent donner de meilleurs résultats d'après [Teghem, 2012, P. 304]. Remarquons qu'une faiblesse de l'heuristique de Clarke et Wright est de souvent créer des routes circulaires autour du dépôt. Plusieurs tentatives d'y remédier ont été proposées, notamment en modifiant les gains

$$s'_{ij} = c_{io} + c_{oj} - \lambda c_{ij}$$

à l'aide d'un paramètre  $\lambda$  à fixer dans  $[0,1]$ .

## 5. Adaptation de l'heuristique de Clarke et Wright au contexte multi-objectif

### 5.1. Ajustement des paramètres de la méthode

#### 5.1.1. Calcul des gains

Les gains sont calculés en tenant compte de chaque objectif par la formule suivante :

$$s^t_{ij} = c_{io}^t + c_{oj}^t - c_{ij}^t; i, j \in V \setminus \{0\}; i \neq j, t = 1, \dots, m.$$

Le gain réalisé en reliant deux segments de routes pour deux clients  $i$  et  $j$  en une seule route  $(o - i - j - o)$  est une matrice ligne ou colonne d'ordre  $m$  qui attribue une valeur à chaque objectif. Il en est de même lorsqu'on procède à une jonction de deux segments de routes  $(o - \dots - i - o)$  et  $(o - j - \dots - o)$  en une route  $(o - \dots - i - j - \dots - o)$ .

A l'étape initiale de la méthode on calcule la matrice des gains qui est un tableau dont chaque case est une matrice ligne ou colonne d'ordre  $m$  (voir tableau 2 au paragraphe 4.2.2); ce tableau s'écrit :

$$(s^t_{ij}; i, j \in V \setminus \{0\}; i \neq j, t = 1, \dots, m)$$

**Définition 3 :** Par solution séquentiellement efficace d'un problème MOCO à  $K$  objectifs, il faut entendre la solution d'un sous problème MOCO à  $(K-m)$  objectifs avec  $m < K - 1$ .

### 5.1.2. Construction des routes

Il existe deux modes de construction des routes par l'heuristique de Clarke & Wright :

#### A. Version parallèle

Les gains sont considérés dans l'ordre d'efficacité au sens Pareto et la première tournée  $(o - i - j - o)$  qui est admissible, c'est-à-dire vérifiant les contraintes de capacité, d'autonomie,... est formée. Le processus est poursuivi jusqu'au moment où tous les clients sont intégrés dans une des tournées formées.

#### B. Version séquentielle

Après avoir à la première étape engendré une tournée partielle  $(o - i - j - o)$  sur base de l'efficacité admissible, seuls les gains  $s_{ki}^t$  et  $s_{jl}^t$  sont considérés pour prolonger la tournée soit en  $(o - k - i - j - o)$ , soit en  $(o - i - j - l - o)$ , à condition bien sûr que ces tournées restent admissibles. A chaque itération, l'ajout d'un client en première ou en dernière position correspondant au gain plus efficace et admissible est réalisé jusqu'au moment où cette tournée ne peut plus être prolongée sans violer les contraintes. Auquel cas, une autre tournée est construite à l'aide des clients non encore affectés et cela, sur base de l'efficacité de gains.

## 6. Exemple didactique

Une industrie pharmaceutique veut lancer un nouveau produit sur le marché. Elle possède un entrepôt une offre de véhicules de livraison de capacité maximale huit tonnes chacun. Les demandes  $d_i$  de 15 clients sont connues (cfr. tableau 1) ; les distances entre les clients sont symétriques et vérifient l'inégalité triangulaire. Les clients sont classés selon l'ordre décroissant de priorités chiffrées de 1 à 15.

### 6.1. Préoccupations du décideur

Organiser des tournées de distribution qui :

1° minimisent les distances parcourues;

2° minimisent la taille de la flotte;

3° maximisent les priorités de clients.

Chaque kilomètre parcouru coûte 25 UM et le coût fixe d'un véhicule s'élève à 2500 UM.

Tableau 1 : Distances en Kilomètres et Demandes en Tonnes

N°	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	-	15	28	30	22	27	21	22	20	36	63	120	22	63	12	27
1		-	21	32	32	41	35	32	22	48	25	37	18	25	22	22
2			-	18	30	46	47	50	42	45	54	40	45	54	18	20
3				-	18	36	43	52	50	24	42	56	49	42	40	36
4					-	18	27	40	40	21	12	43	38	12	30	45
5						-	16	33	42	15	51	72	45	51	38	37
6							-	18	30	32	23	65	40	23	58	40
7								-	15	35	53	37	39	53	30	46
8									-	28	52	38	40	52	32	43
9										-	43	25	42	43	39	61
10											-	40	53	35	64	65
11												-	62	26	42	37
12													-	33	33	38
13														-	62	25
14															-	36
$d_i$	-	3	3	4	2	4	2	3	4	5	3	4	2	5	4	3

Tableau 2. Priorités des clients :  $C^2_{ij}$

Client	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Priorité	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1

## 6.2. Nuage de points représentant les gains en distance et en priorité

Conformément à la définition 3 ci-dessus, dans un espace à deux dimensions, représentant respectivement le gain en distance et en priorité, nous présentons les coordonnées des tournées partielles visitant deux clients. La dimension taille de la flotte à minimiser interviendra dans la construction des routes sous contraintes de capacité des véhicules. L'application de la méthode du repère préférentiel de dominance sur le nuage des points génère l'ensemble de solutions séquentiellement efficaces. Comme nous pouvons le remarquer, le problème multi-objectif de tournées distribution diffère des autres problèmes MOCO. En effet, même si l'ensemble de solutions potentiellement efficaces est obtenu, la démarche doit continuer jusqu'à ce que tous les clients aient été visités. Cela nous a conduit à la génération des ensembles de solutions potentiellement efficaces par palier en appliquant autant de fois que possible la méthode du repère préférentiel de dominance sur le nuage des points après suppression des solutions potentiellement efficaces du palier précédent.

**Tableau 3 : Gains en distance et en priorités**

	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	(22,29)	(13,28)	(5,27)	(1,26)	(1,25)	(5,24)	(13,23)	(3,22)	(53,21)	(98,20)	(19,19)	(53,18)	(5,17)	(20,16)
2	-	(40,27)	(20,26)	(9,25)	(2,24)	(0,23)	(6,22)	(14,21)	(47,20)	(108,19)	(5,18)	(47,17)	(22,16)	(35,15)
3	-	-	(34,25)	(21,24)	(8,23)	(0,22)	(0,21)	(42,20)	(51,19)	(94,18)	(3,17)	(51,16)	(2,15)	(21,14)
4	-	-	-	(31,23)	(16,22)	(4,21)	(2,20)	(37,19)	(73,18)	(99,17)	(6,16)	(73,15)	(4,14)	(4,13)
5	-	-	-	-	(32,21)	(16,20)	(5,19)	(48,18)	(39,17)	(75,16)	(4,15)	(39,14)	(1,13)	(17,12)
6	-	-	-	-	-	(25,19)	(11,18)	(25,17)	(61,16)	(76,15)	(3,14)	(61,13)	(25,12)	(8,11)
7	-	-	-	-	-	-	(27,17)	(23,16)	(32,15)	(105,14)	(5,13)	(32,12)	(4,11)	(3,10)
8	-	-	-	-	-	-	-	(28,15)	(31,14)	(102,13)	(2,12)	(31,11)	(2,10)	(4,9)
9	-	-	-	-	-	-	-	-	(56,13)	(131,12)	(16,11)	(56,10)	(9,9)	(2,8)
10	-	-	-	-	-	-	-	-	-	(143,11)	(32,10)	(91,9)	(11,8)	(25,7)
11	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	(80,9)	(157,8)	(90,7)	(110,6)
12	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	(52,7)	(1,6)	(11,5)
13	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	(13,5)	(65,4)
14	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	(3,3)

- Légende :**
- Solutions efficaces du 1<sup>er</sup> échelon
  - Solutions efficaces du 2<sup>ième</sup> échelon
  - Solutions efficaces du 3<sup>ième</sup> échelon
  - Solutions efficaces du 4<sup>ième</sup> échelon
  - Solutions efficaces du 5<sup>ième</sup> échelon
  - Solutions efficaces du 6<sup>ième</sup> échelon
  - Solutions efficaces du 7<sup>ième</sup> échelon
  - Solutions efficaces du 8<sup>ième</sup> échelon
  - Solutions efficaces du 9<sup>ième</sup> échelon
  - Solutions efficaces du 10<sup>ième</sup> échelon

### 6.3. Solutions séquentiellement efficaces

Notons  $E_l(P)$  l'ensemble de solutions séquentiellement efficaces obtenues à l'étape  $l$ , on a :  
 Initialement pour  $l = 1$ , l'ensemble de solutions potentiellement efficaces du premier échelon est :  $E_1(P) = \{(22,29), (40,27), (53,21), (98,20), (108,19), (143,11)\}$  correspondant respectivement aux capacités suivantes :  $\{6, 7, 6, 7, 7, 7\}$ .

Après suppression, des solutions séquentiellement efficaces du premier échelon, nous aurons au deuxième stade :

$$E_2(P) = \{(105,14), (99,17), (94,18), (110,6), (13,28), (20,26), (34, 25), (51,19), (47,20)\},$$

$$E_3(P) = \{(102,13), (76,15), (75,16), (73,18), (5,27), (9,25), (21,24), (31,23), (32,21)\},$$

$$E_4(P) = \{(91,9), (61,16), (53,18), (73,15), (37,19), (16,22), (8,23), (5,24), (1,26)\},$$

$$E_5(P) = \{(89,7), (80,9), (61,13), (25,19), (14,21), (13,23), (16,20), (2,24), (1,25)\},$$

$$E_6(P) = \{(65,4), (56,13), (37,17), (19,19), (6,22)\}$$

$$E_7(P) = \{(56,10), (39,17), (4,21), (11,18)\}$$

$$E_8(P) = \{(52,7), (35,15), (27,17)\}$$

$$E_8(P) = \{(32,15), (25,17), (5,19)\}$$

$$E_9(P) = \{(23,16), (31,14), (32,12), (5,17)\}$$

$$E_{10}(P) = \{(32,10), (22,16), (3,17), (25,12)\}$$

Passons maintenant à la construction des routes

### 6.4. Construction des routes

#### 6.4.1. Version parallèle

**Tableau 4** : Construction des routes par la version parallèle

Solution	Capacité	Distance	Tournée	Priorité
(143,11)	7	223Km	(0-10-11-0)	11
(108,19)	10		(0-10-11-2-0) Non admissible	
(98,20)	7	76Km	(0-2-3-0)	27
(53,21)	10		(0-10-11-1-0) Non admissible	
(40, 27)	10		(0-1-10-11-0) Non admissible	
(22,29)	10		(0-1-2-3-0) Non admissible	
(105,14)	10		(0-10-11-7-0) Non admissible	
(99-17)	9		(0-10-11-4-0) Non admissible	
(94,18)	11		(0-10-11-3-0) Non admissible	
(110,6)	10		(0-10-11-15-0) Non admissible	
(13,28)	10		(0-2-3-1-0) Not Non admissible	
(20,26)	9		(0-4-2-3-0) Not Non admissible	
(34,25)	9		(0-2-3-4-0) Non admissible	
(51,19)	10		(0-2-3-10-0) Non admissible	
(47,20)	10		(0-10-2-3-0) Non admissible	
(102,13)	11		(0-10-11-8-0) Non admissible	
(76,15)	9		(0-10-11-6-0) Non admissible	
(75,16)	11		(0-10-11-5-0) Non admissible	
(73,18)	9		(0-4-10-11-0) Non admissible	
(5,27)	5	69Km	(0-1-4-0)	27

(9,25)	11		(0-5-2-3-0) Non admissible	
(21,24)	11		(0-2-3-5-0) Not allowable	
(31,23)	9		(0-1-4-5-0) Non admissible	
(32,21)	6	64Km	(0-5-6-0)	21
(91,9)	12		(0-13-10-11-0) Non admissible	
(61,16)	9		(0-6-10-11-0) Non admissible	
(53,18)	9		(0-14-1-4-0) Non admissible	
(73,15)	10		(0-1-4-13-0) Non admissible	
(37,19)	10		(0-1-4-9-0) Non admissible	
(16,22)	12		(0-1-4-6-5-0) Non admissible	
(8,23)	13		(0-2-3-6-5-0) Non admissible	
(5,24)	10		(0-7-1-4-0) Non admissible	
(1,26)	9		(0-5-1-4-0) Non admissible	
(90,7)	11		(0-10-11-14-0) Non admissible	
(61,13)	11		(0-5-6-13-0) Non admissible	
(80,9)	9		(0-10-11-12-0) Non admissible	
(14,21)	12		(0-9-2-3-0) Non admissible	
(14,23)	9		(0-8-1-4-0) Non admissible	
(25,19)	9		(0-5-6-7-0) Non admissible	
(16,20)	9		(0-7-5-6-0) Non admissible	
(2,24)	9		(0-6-2-3-0) Non admissible	
(65,4)	8	115Km	(0-13-15-0)	4
(56,13)	9		(0-9-10-11-0) Non admissible	
(47,17)	12		(0-13-2-3-0) Non admissible	
(19,19)	7	94Km	(0-12-1-4-0)	31
(11,18)	10		(0-5-6-8-0) Non admissible	
(6,22)	11		(0-8-2-3-0) Non admissible	
(39,17)	9		(0-10-5-6-0) Non admissible	
(4,21)	10		(0-6-1-4-7-0) Non admissible	
(52,7)	10		(0-12-13-15-0) Non admissible	
(27,17)	7	57Km	(0-7-8-0)	17
(35,15)	15		(0-13-15-2-3-0) Non admissible	
(32,15)	14		(0-8-7-10-11-0) Non admissible	
(25,17)	11		(0-5-6-9-0) Non admissible	
(5,19)	13		(0-6-5-8-7-0) Non admissible	
(23,16)	12		(0-8-7-9-0) Non admissible	
(31,14)	10		(0-10-8-7-0) Non admissible	
(32,12)	12		(0-8-7-13-0) Non admissible	
(5,17)	9		(0-14-1-4-0) Non admissible	
(32,10)	12		(0-8-7-9-0) Non admissible	

(22,16)	11		(0-14-2-3-0) Non admissible	
(3,17)	14		(0-2-3-12-1-4-0) Non admissible	
(25,12)	10		(0-5-6-14-0) Non admissible	
-	5	72Km	(0-9-0)	7
-	4	24Km	(0-14-0)	2

Après avoir passé trois étapes :  $E_8(P)$ ,  $E_9(P)$ ,  $E_{10}(P)$  sans succès, nous pouvons constater qu'il ne reste que deux clients : 9 et 14 alors que la tournée (0-9-14-0) n'est pas admissible car, elle viole la contrainte de capacité de véhicules. D'où la construction de deux tournées élémentaires : (0-9-0) et (0-14-0).

Donc, la solution trouvée par la version parallèle est composée de huit tournées : (0-10-11-0), (0-2-3-0), (0-5-6-0), (0-13-15-0), (0-12-1-4-0), (0-7-8-0), (0-9-0) et (0-14-0) d'un coût global de 38075 UM parcourant une distance totale de 725 km avec une priorité totale de 120.

### 6.4.2. Construction des routes en mode séquentiel

L'ensemble des solutions potentiellement efficaces du premier échelon est donné par :

$$E_1(P) = \{(22,29), (40,27), (53,21), (98,20), (108,19), (143,11)\}.$$

Ces solutions engendrent des tournées incompatibles car, les clients sont visités plus d'une fois. Pour pallier à cette difficulté, nous procédons à l'organisation des tournées en initialisant, chaque fois, notre démarche avec un élément de  $E_1(P)$ .

**Tableau 5** : Construction des routes avec la solution initiale (143,11)

Solution	Capacité	Distance	Tournée
(143,11)	7	223Km	(0-10-11-0)
(98,20)	7	64Km	(0-2-3-0)
(65,4)	8	115KM	(0-13-15-0)
(32,21)	6		(0-5-6-0)
(4,15)	8	104Km	(0-12-5-6-0)
(5,27)	5		(0-1-4-0)
(5,24)	8	108Km	(0-7-1-4-0)
(2,10)	8	64Km	(0-8-14-0)
-	5	72Km	(0-9-0)

La première solution obtenue par version séquentielle : (750,120,7) se compose de sept tournées : (0-10-11-0), (0-2-3-0), (0-13-15-0), (0-12-5-6-0), (0-7-1-4-0), (0-8-14-0) et (0-9-0) d'où le coût global est 36250 Um et la distance couverte est de 750 kilomètres avec la priorité totale de 120.

Avec un raisonnement semblable, en initialisant les tournées avec les solutions : (108,19), (98,20), (53,21), (40,27) et (22,29), nous obtenons respectivement les solutions suivantes :

1. Solution : (813, 120,8) correspondant aux tournées : (0-2-11-0), (0-1-10-0), (0-2-3-0), (0-7-12-15-0), (0-5-6-0), (0-8-14-0), (0-9-0) et (0-13-0).

2. Solution : (745, 120,8) se conforme aux tournées : (0-1-11-0), (0-2-3-0), (0-4-5-0), (0-12-13-0), (0-7-6-10-0), (0-8-15-0), (0-9-0) et (0-14-0).

3. Solution : (750, 120,8) propre aux tournées : (0-1-10-0), (0-2-3-0), (0-4-11-0), (0-5-6-0), (0-7-8-0), (0-12-13-0), (0-14-15-0) et (0-9-0).

4. Solution : (750, 120, 8) correspondant aux tournées : (0-2-3-0), (0-1-10-0), (0-4-11-0), (0-5-6-0), (0-7-8-0), (0-12-13-0), (0-14-15-0) et (0-9-0).

5. Solution : (743, 120, 8) conforme aux tournées : (0-1-2-0), (0-10-11-0), (0-5-6-0), (0-3-4-0), (0-7-8-0), (0-12-13-0), (0-14-15-0) et (0-9-0).

## 7. Résultats et discussion

La solution obtenue par la méthode parallèle est (725,120,8) et celles obtenues par la version séquentielle sont : (750.120.7), (813.120.8), (745.120.8), (750.120.8) et (743.120.8) mais le choix du décideur doit être porté sur les deux solutions : (750.120.7) et (725.120.8) parce que les autres sont dominées. Si on nous demandait de donner un point de vue au décideur, c'est la première solution que nous lui aurions conseillé de choisir parce que le coût additionnel engendré par l'augmentation de la distance qui est de 25 kilomètres X 25 UM = 625 Um est négligeable face au coût fixe d'un véhicule qui s'élève à 2500 Um.

## 8. Conclusion

Le problème multi-objectif VRP est un problème MOCO. Un tel problème ne peut pas être résolu avec des méthodes exactes pour les instances de grande dimension, l'utilisation d'une heuristique ou une métaheuristique est requise (Ulungu & Teghem 199). En littérature peu d'auteurs traitent l'hybridation des algorithmes génétiques, du recuit simulé, de la recherche tabou et des algorithmes évolutionnaires. L'heuristique des économies de Clark & Wright est l'une des plus anciennes et la plus utilisée pour résoudre le problème classique de VRP (Teghem 2012). Nous avons proposé, à travers cet article, une hybridation de l'heuristique de Clarke & Wright adaptée au contexte multi-objectif avec notre méthode du repère préférentiel de dominance pour la résolution du problème MOVRP.

Dans le contexte classique, la version parallèle de l'heuristique de Clarke & Wright semble donner de meilleur résultat (Teghem 2012), contrairement au contexte multi-objectif la version séquentielle nous a donné le meilleur résultat. En effet, la version parallèle a donné une seule solution : (725,120,8), le décideur n'a pas de choix. La version séquentielle, comme on peut le voir, propose cinq solutions : (750.120.7), (813.120.8), (745.120.8), (750.120.8), (743.120.8). La première solution trouvée par la version séquentielle est indifférente de celle obtenue par la version parallèle, les autres étant dominées. Mais une analyse économique avancée montre que la solution (750,120,7) est préférée à la solution (725,120,8) parce que le coût additionnel de  $(750-725) \times 25 \text{ Um} = 625 \text{ Um}$  dû à l'augmentation de distance est négligeable face au coût fixe d'un véhicule qui s'élève à 2500 Um. Il convient d'ajouter le fait que la version séquentielle nous a permis d'obtenir ces solutions en neuf itérations tandis que la version parallèle nous a conduit jusque à soixante-cinq itérations créant ainsi plusieurs routes circulaires autour du dépôt. Cette observation mérite l'attention des chercheurs pour confirmer ou infirmer cette hypothèse en multipliant des exercices numériques.

## 9. Bibliographie

Clarke G. and Wright J.V., 1964, Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery point, *Operation Research* vol. 12, n° 4, pp. 568-581, 1964.

Das I. et Dennis J., 1997, A closer look at drawbacks of minimising weighted sums of objectives for Pareto set generation in multicriteria optimization problems, *Structural optimization*, 14 :63-69, 1997.

Okitonyumbe Y.F., *Optimisation combinatoire multi-objectif : méthodes exactes et Métaheuristicques*, mémoire de DEA de mathématiques appliquées, Université Pédagogique Nationale, R.D. Congo, Septembre 2012.

Okitonyumbe Y.F. and Ulungu E.-L., Nouvelle caractérisation des solutions efficaces des problèmes d'optimisation combinatoire multi-objectif, *Revue Congolaise des Sciences nucléaires*, Volume 27, pp 47-61, décembre, 2013.

Okitonyumbe Y.F. and Ulungu E.-L., Résolution du problème multi-objectif de tournées de distribution par l'algorithme de toile d'araignées, *REBUTO/RDC*, n° 41, pp 33-46, décembre 2014.

Okitonyumbe Y.F. and Ulungu E.-L., Résolution des problèmes multi-objectifs d'affectation et de sac-à-dos par la méthode du repère préférentiel de dominance, *REBUTO/RDC*, n° 41, pp 105-118, décembre 2014.

Teghem J., 2012, Recherche opérationnelle Tome1 : Méthodes d'optimisation, *Ellipses*.

Ulungu, E.L. and Teghem, J., 1994, Multiobjective Combinatorial Optimization Problem : A survey. *Journal of Multi-criteria Decision Analysis*, volume 3, pages 83-104, 1994.