

MPRA

Munich Personal RePEc Archive

Introductory note to the calculation of economic capital at risk in organizations with two business units

Mauro Speranza and Javier I. Garcia Fronti

CMA, IADCOM, UBA

30 January 2013

Online at <https://mpra.ub.uni-muenchen.de/44318/>

MPRA Paper No. 44318, posted 13 February 2013 14:24 UTC

Nota introductoria al cálculo del capital económico a riesgo en organizaciones con dos unidades de negocio

Mauro E. Speranza
Javier I. García Fronti

Resumen

En esta nota introductoria se analiza el cálculo del valor a riesgo (VaR) de una compañía que cuenta con dos departamentos. La problemática se analiza bajo dos supuestos y se comparan para analizar limitaciones y fortalezas. Primeramente se estudia bajo el supuesto de normalidad de la distribución de rendimientos y luego se analiza con foco en las colas de la distribución utilizando la teoría de valores extremos.

Abstract

This introductory note discusses the calculation of value at risk (VaR) of a company with two departments. The problem is analysed under two scenarios and compared. Firstly, the problem is studied under the assumption of normality of the distribution and, secondly, the calculation is made assuming fat tails using extreme value theory.

Introducción

Varias décadas atrás, la creciente inestabilidad que había comenzado a presentarse en los mercados a nivel internacional, llevó a una necesidad cada vez mayor de evaluación y de control de las diferentes fluctuaciones plausibles dentro de los mismos, por parte de los encargados del análisis de riesgos de cada empresa, con el objetivo de obtener estimaciones y evaluaciones de las pérdidas potenciales que dicha organización puede sufrir, con la mayor precisión posible. El propósito implícito, entonces, es lograr mantener la solvencia del capital, es decir, que las obligaciones contingentes (o no) que forman parte del Pasivo de la institución no terminen por superar los recursos mínimos necesarios para la continuidad de la misma en su normal operatoria. En pocas palabras, existe un interés por conocer, con algún grado de confianza, la distribución de ganancias y pérdidas que describe la situación momentánea, y proyectada, de la compañía. Y es aquí donde la medición de riesgos ha encontrado su fundamento.

En esta nota introductoria se presentan procedimientos que llevan como objetivo la medición del riesgo de empresas, bajo la premisa de garantizar la solvencia de la compañía mediante el cuidado de su capital a riesgo. En particular se calcula el valor a riesgo (VaR) de una compañía que cuenta con dos departamentos bajo dos supuestos y se comparan para analizar limitaciones y fortalezas: Normalidad de la distribución de rendimientos y teoría de valores extremos.

Para ello, la sección primera presenta la metodología de valor a riesgo (VaR) bajo supuestos de normalidad, enfatizando su limitación para evaluar situaciones extremas de exposición para la empresa, y se presenta la teoría de valores extremos como una técnica que permite contemplar problemáticas de colas pesadas en las distribuciones. En la segunda sección se inicia la aplicación de dichas metodologías al caso de una compañía que cuente con dos departamentos. En la siguiente sección se analiza la determinación del umbral y la submuestra a utilizar. Luego se calcula la función general de Pareto que representa a la cola de la distribución en cuestión. En la sección cinco, se calcula el valor a riesgo bajo supuesto de normalidad y mediante riesgos extremos.

1 El Valor a Riesgo: delta normal y valores extremos.

En un imaginario eje temporal que represente la evolución del análisis de riesgos en el tiempo, se podría partir de las herramientas más antiguas y menos elaboradas, como la comparación de volatilidades por mencionar alguna, para llegar hasta las más modernas, como lo es el cálculo de Valor a Riesgo (VaR). No obstante, a pesar de los progresos que se produjeron, la gestión de riesgos aún exterioriza dificultades, ya sea desde el punto de vista de su aplicación, así como también desde los pilares sobre los que se sustenta. Y es que, en definitiva, como todo modelo, se estructura sobre supuestos simplificadores de la realidad que intentan representar.

1.1 VaR por aproximación delta-normal

En la actualidad, el VaR es una de las herramientas más usadas, por su practicidad y potencia, mayoritariamente para la medición de riesgos de entidades financieras y aseguradoras. El mismo encuentra su origen cuando J. P. Morgan decide publicar la exposición agregada bancaria de la institución que en ese momento dirigía, a las 4:15 horas, todos los días, desde los inicios de 1990. Este reporte comenzó a expandirse masivamente como una herramienta de comparación del riesgo entre entidades, permitiendo la elaboración (subjetiva) de límites aceptables para el mismo en las empresas de similares características, aprovechando que toda la compleja trama de riesgos de la entidad lograba resumirse en este único valor.

Se entiende por Valor a Riesgo la peor pérdida que es probable obtener, en un horizonte de tiempo previamente establecido, dado un nivel de confianza, bajo condiciones normales de operación. Por lo tanto, de aquí se deduce que establece el límite de pérdida que se espera que sólo sea superada en una porción relativamente baja de casos; permitiendo conocer los riesgos más significativos sobre los que se debe trabajar, y aún más importante, informando cuál es la contribución relativa de cada uno sobre el total.

Pero, a pesar de que resulta incuestionable el desarrollo masivo que ha venido teniendo esta herramienta - tanto es así que ha sido utilizado como instrumento para evaluar los requerimientos de capital de las empresas tanto en las normas de Basilea como en las de Solvencia en los últimos años - no se deberán desconocer sus desventajas. Siguiendo a Jorion, P. (2001), el desarrollo del VaR depende explícitamente de la estimación de la distribución proyectada para los resultados de la institución, sus ganancias y pérdidas; desconocidas desde ya, y además de difícil valoración objetiva. Luego, sus métodos de análisis forman parte de la teoría del riesgo estática, donde con bases de datos históricas se conforma una distribución invariante de resultados. Por lo tanto, una de las mayores críticas a esta metodología es que muy difícilmente una única distribución logre representar todos los resultados que es posible obtener; mucho menos si ésta es la distribución normal (como es el caso del cálculo de valor a riesgo por aproximación delta-normal).

Si el Valor a Riesgo (junto con otros instrumentos similares) calcula aquella pérdida hasta donde se acumula, de los resultados posibles, el mejor $1-\alpha\%$, como de hecho lo hace en su interpretación más difundida, quizás sea prudente poner en tela de juicio su actualidad. Es que, desde los inicios de la estadística descriptiva, este mismo concepto es conocido como percentil o cuantil. Bajo las ideas de Paul Embrechts *et al.* (1997, 1999), el VaR brinda una idea del dinero que la institución podrá perder probablemente en un cierto período; pero desafortunadamente la primera de las grandes fallas que ostenta es la

palabra “probablemente”. Porque parecería haber eventos extremos que ocurren más frecuentemente de lo que los modelos clásicos estiman y con valores de intensidad que superan ampliamente las proyecciones. Y las crisis son pruebas de ello.

1.2 Teoría de Valores Extremos

Los aumentos o disminuciones de diferentes variables, en forma sincronizada y más allá de las estimaciones más conservadoras, son raras e infrecuentes. Escasamente plausibles. Pero no imposibles. Esta es la mayor amenaza que encontrará la gestión tradicional del riesgo y las herramientas de análisis que la conforman. Es, por consiguiente, la mayor amenaza a la solvencia del capital a riesgo institucional.

En el marco de la industria aseguradora, gran parte de la selección del riesgo se exterioriza en el balance (o estados contables), y suele tomar como herramientas de gestión la diversificación geográfica y la implementación de reaseguros, para lograr reducir dicho riesgo, y así soportar mejor las consecuencias de eventos extremos. En las industrias bancarias o financieras las herramientas serán similares, con diversificación (de portafolios) y contratación de seguros básicos para cubrirse contra estos eventos.

Como se mencionó en el apartado anterior, los modelos comúnmente utilizados suelen no asignar suficiente probabilidad de ocurrencia a escenarios extremadamente adversos en relación al impacto que estos pueden generar, subvaluando la probabilidad de siniestros extremos. Incluso las denominadas pruebas de stress del riesgo no siempre incluyen su ocurrencia, ya sea por movimientos adversos del mercado o por incrementos en siniestralidad. Esto se debe a que, la Teoría clásica del Riesgo toma como pilar fundamental la Ley de los Grandes Números¹ con el objetivo de analizar el comportamiento promedio de las variables aleatorias que componen la cartera. Sin embargo, los riesgos del tipo altamente adversos o catastróficos son eventos raros o inusuales, con una muy baja probabilidad de ocurrencia pero con un alto impacto a partir de la intensidad de daño que producen. Son eventos extremos (*outliers*), que se comportan según la Teoría de los Pequeños Números y encuentran su mejor herramienta de gestión en la Teoría de Valores Extremos, que intenta representar la distribución del daño cuando los valores se encuentran suficientemente alejados del promedio.

Las nociones de EVT están creciendo en su difusión y su área de aplicación. En sus primeras utilidades, este método sirvió para modelar el impacto como consecuencia de situaciones de alto stress en los portafolios de inversión, producto por ejemplo de colapsos generales del mercado. A pesar de contar con la desventaja de contar con poca información disponible por la ausencia de suficientes datos representativos; el objetivo de la metodología de EVT, a diferencia de las medidas de gestión clásicas, es representar la cola de la distribución, que es aquella donde se encuentran los valores más elevados de siniestros o pérdidas, independientemente de la distribución usada para el resto de los valores cercanos a la media. Las series que surgen de los retornos de estos activos, no son representadas correctamente, entre otras, por una distribución normal puesto que es común que presenten mayor densidad de probabilidad en los extremos o colas, es decir, mayor

¹Describe el comportamiento promedio de un conjunto de variables aleatorias, a medida que se incrementa el tamaño de la muestra observada.

probabilidad de pérdidas (o ganancias) alejadas de la media histórica; y es por ello que se utiliza la Teoría de Valores Extremos para su estimación.

Desde fines de la década de los noventa y hasta la actualidad, su campo de implementación se ha visto extendido, jugando un papel importante en la determinación del riesgo de crédito para la correcta valuación de las reservas en instituciones aseguradoras, para mejorar las pruebas de stress sobre escenarios de pérdidas probables y para valorar probabilidades de default. Adicionalmente, a diferencia del VaR permite articular una distribución más apropiada para los extremos de la misma, sin necesidad de hacer supuestos sobre la distribución real de los valores observados en la muestra, por lo que es usado como complemento a esta metodología.

2 Evaluación de riesgos conjuntos

Considérese ahora que lo que se busca es el modelado de dos - o más - sectores pertenecientes a la misma organización; motivo por el cual puede esperarse que entre ellos se presente cierta relación en los resultados que la institución puede presentar, atenuando las pérdidas, acentuando los beneficios, o logrando cierta compensación entre sí, según la siniestralidad en cada uno de ellos. Asimismo, se puede considerar, producto de pertenecer ambos sectores a la misma empresa, que la ocurrencia de un evento extremo es capaz de afectar a ambos simultáneamente, pero no necesariamente en el mismo sentido, es decir, si dicho evento produce un incremento de los siniestros en un departamento, no necesariamente también generará pérdidas en el otro. Finalmente, cada uno de los sectores puede sufrir, además, eventos extremos propios y no relacionados con el otro, producto de las actividades que se realizan en él de manera independiente. Esta es la aplicación que se buscará dar a la Teoría de los Valores Extremos, en cuanto a la medición del riesgo total al que está expuesto el capital institucional.

Durante años, los conceptos de EVT han sido aplicados a la estimación de valores y precios de acciones e índices, mediciones de hechos catastróficos naturales como lluvias y granizo, entre otros; pero pocas veces fueron utilizados como un método de estabilización del capital económico a riesgo. En este caso, cabrá tener algunas consideraciones a la hora de elaborar las estimaciones pertinentes. En una organización, se desenvuelven diferentes sectores de manera independiente, cada uno aportando cierto riesgo al total de acuerdo al tipo de actividades que allí se desempeñen, y cada uno relacionándose con los otros (sectores) desde más de un punto de vista, motivo por el cual el riesgo total al que se expone el patrimonio a la hora de garantizar solvencia, rara vez resulte la suma de los riesgos individuales.

En el presente trabajo, se propondrá una metodología de cálculo para la aplicación acorde a los conceptos que se han venido desarrollando. Las observaciones serán tomadas como muestra en cada uno de los sectores que se querrán analizar de manera conjunta. Desde este punto de partida, una posible forma de trabajo será la aplicación de la teoría de valores extremos para variables aleatorias multivariadas, teniendo en cuenta que las correlaciones entre las variables serán explicadas mediante cópulas. Luego, si se utilizase dicho modelo, será de manera exacta en que se estima el riesgo general de la institución; sin embargo, como la muestra de datos recabados será necesariamente finita, los resultados brindados no dejarán de ser, en definitiva, una aproximación mediante los valores observados.

Una segunda metodología, que es aquella que será desarrollada a partir del apartado siguiente, utiliza como herramienta la teoría de convoluciones de variables aleatorias discretas. Se denomina convolución a la distribución que nace de la suma de dos o más variables aleatorias, es decir, se la considera un operador que tiene como objetivo convertir dos funciones - aquellas que describen el comportamiento de las dos variables - en una tercera distribución de probabilidades que representa los resultados de ambas variables conjuntamente. En este caso aplicado, las variables serán los resultados negativos por departamento que se tendrán en cuenta de cada entidad; pero pudiendo extenderse tanto a beneficios o pérdidas esperadas como a siniestros del período y precios de un portafolio, entre otros; donde a partir de dichas variables para cada sector, se podrá arribar a una distribución general para el global de la institución.

Sean $X_1; X_2; \dots; X_n$ un conjunto de variables aleatorias independientes, y cada una de ellas con una distribución de probabilidades asociadas, la función de distribución que rige el comportamiento de la suma de dichas variables se obtiene a partir de un proceso iterativo de la siguiente forma (Bowers *et al.*, 1997):

$$(1.1) P[X_1 + X_2 = x] = \sum_{t=0}^x P[X_1 = t].P[X_2 = x - t]$$

...

$$(1.2) P[X_1 + X_2 + \dots + X_n = x] = \sum_{t=0}^x P[X_1 + X_2 + \dots + X_{n-1} = t].P[X_n = x - t]$$

A partir de la obtención de la distribución siniestral o de rentabilidad general (según su aplicación), se podrá utilizar la teoría clásica de valores extremos, independientemente de la cantidad de sectores con los que se trabaje. Entonces, esto permite analizar si en definitiva se demuestra que cuantas más áreas a riesgo deba soportar el capital de la compañía para garantizar su continuidad; mayores deberán ser los cuidados a la hora de establecer una regulación sobre capitales mínimos de solvencia.

Finalmente, aunque es válido pensar que la metodología que se está utilizando tiene cierta pérdida en la exactitud - dado que existe un planteo teórico completo y que está basado en el supuesto de independencia de las variables aleatorias -; no habrá que olvidar que ésta solo es una herramienta de gestión para la administración de riesgos. Aún bajo la desventaja de ser una simplificación, se deberá recordar que cuenta con ciertas ventajas en cuanto a la practicidad del modelo utilizado, y que ante una gran cantidad de simulaciones o una muestra lo suficientemente representativa, los valores obtenidos son una buena aproximación a los valores reales y sirven como una buena estimación de trabajo.

Será, entonces, el cimiento de todo este segundo apartado del trabajo, la completa comprensión del tipo de institución con que un analista de riesgos se encuentra. Supondremos, para esto, una organización aseguradora teórica del mercado local cuya actividad y funcionamiento se encuentre relacionada con dos grandes departamentos, uno de seguros personales y el otro de seguros patrimoniales. Aquí se implementa la simplificación que se ha expresado anteriormente.

A Partir de lo expuesto en la primera sección, se comienza calculando la convolución de los sectores individuales, para obtener una función única y general de retornos.

Proceso de Convolución de los retornos de las dos empresas, AIG y NWLI

| Convolucion de retornos | | | Convolucion de retornos | | |
|-------------------------|-------------|-------------------------------|-------------------------|-------------|-------------------------------|
| S | P(S=s) | frecuencia relativa acumulada | S | P(S=s) | frecuencia relativa acumulada |
| -326,5 | 2,64351E-08 | 2,64351E-08 | 159,5 | 2,64351E-08 | 0,99999955 |
| -302,5 | 2,64351E-08 | 5,28703E-08 | 160 | 2,64351E-08 | 0,99999958 |
| -299 | 2,64351E-08 | 7,93054E-08 | 161,5 | 2,64351E-08 | 0,9999996 |
| -295,5 | 2,64351E-08 | 1,05741E-07 | 162,5 | 2,64351E-08 | 0,99999963 |
| -273,5 | 2,64351E-08 | 1,32176E-07 | 163 | 2,64351E-08 | 0,99999966 |
| -273 | 2,64351E-08 | 1,58611E-07 | 164 | 2,64351E-08 | 0,99999968 |
| -269,5 | 2,64351E-08 | 1,85046E-07 | 164,5 | 2,64351E-08 | 0,99999971 |
| -268,5 | 2,64351E-08 | 2,11481E-07 | 165 | 2,64351E-08 | 0,99999974 |
| -266 | 2,64351E-08 | 2,37916E-07 | 166,5 | 2,64351E-08 | 0,99999976 |
| -265,5 | 2,64351E-08 | 2,64351E-07 | 168 | 2,64351E-08 | 0,99999979 |
| -263 | 2,64351E-08 | 2,90787E-07 | 168,5 | 2,64351E-08 | 0,99999981 |
| -262,5 | 2,64351E-08 | 3,17222E-07 | 171,5 | 2,64351E-08 | 0,99999984 |
| -261,5 | 7,93054E-08 | 3,96527E-07 | 173 | 2,64351E-08 | 0,99999987 |
| -261 | 2,64351E-08 | 4,22962E-07 | 173,5 | 2,64351E-08 | 0,99999989 |
| -260,5 | 2,64351E-08 | 4,49397E-07 | 180,5 | 2,64351E-08 | 0,99999992 |
| -260 | 5,28703E-08 | 5,02268E-07 | 185,5 | 2,64351E-08 | 0,99999995 |
| -259 | 2,64351E-08 | 5,28703E-07 | 188 | 2,64351E-08 | 0,99999997 |
| -258,5 | 1,05741E-07 | 6,34443E-07 | 193 | 2,64351E-08 | 1 |
| -258 | 2,64351E-08 | 6,60879E-07 | | | |

Fuente: Producción propia

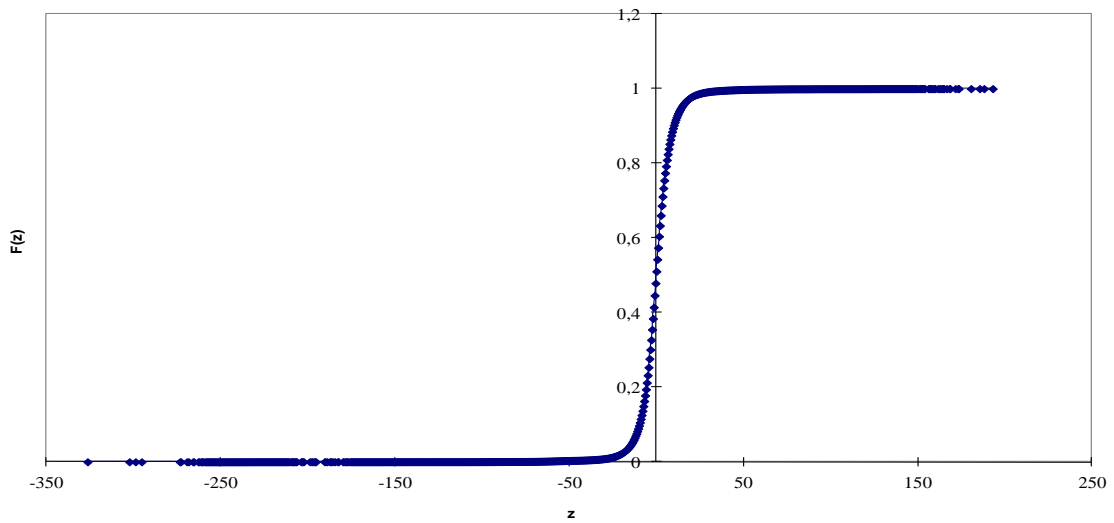
Donde, se efectúa el procedimiento de cálculo a modo de ejemplo para mostrar cómo se realiza el procedimiento de convolución:

$$\Pr[S = -326,5] = \Pr[X_{AIG} = -243,06] * \Pr[X_{NWLI} = -92,61] = 0,00014 * 0,00019 = 2,64351 * 10^{-8}$$

Y, donde S representa el retorno anualizado de la variable que surge de la convolución entre los retornos individuales de cada una de las empresas, es decir, X_{AIG} y X_{NWLI} .

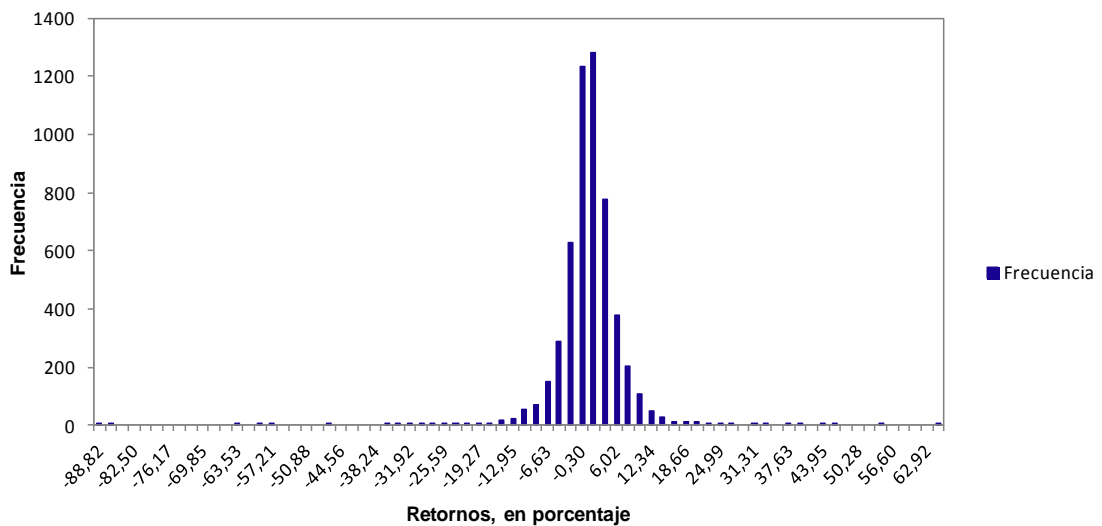
Entonces, tomando en cuenta una organización fundada sobre dos grandes departamentos, y donde cada uno de ellos ve representada la evolución de sus actividades de manera aproximada por las empresas mencionadas, se expondrán algunas características básicas de la distribución de los rendimientos conjuntos que se han obtenido, buscando analizar cuál fue su desarrollo pasado, para así estimar su desempeño futuro.

Función de distribución según convolución de los retornos conjuntos



Fuente: Producción propia

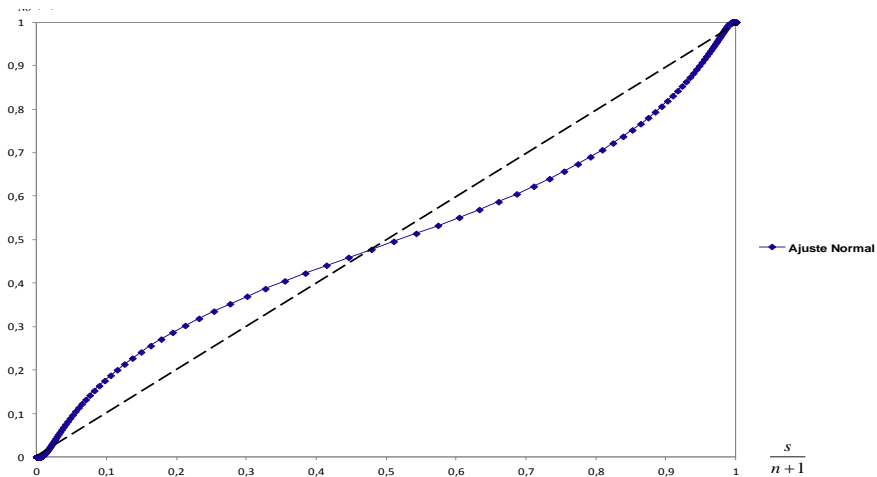
Histograma según convolución de retornos de las empresas



Fuente: Producción propia

En estos gráficos, se encuentra la distribución de los retornos según la unión de ambos departamentos, la que surge por la fórmula de convolución (1.2). En este caso, será importante destacar que existe cierta información, como lo es la evolución de precios y retornos a lo largo del tiempo, que no estará disponible, puesto que por lo general sólo es accesible para altos directivos de las organizaciones y, además, escapa a las necesidades de este análisis que emplea una mejor representación de los movimientos posibles de los retornos mediante el esquema de convolución.

Gráfico Cuantil-Cuantil, bajo supuesto de normalidad



Fuente: Producción propia

Asimismo, como se puede observar en este último gráfico arriba expuesto, se podrá rechazar el supuesto de normalidad de los retornos involucrados, basados en la conclusión obtenida del gráfico cuantil-cuantil.

3 Determinación del umbral y la submuestra a utilizar

Siguiendo los desarrollos del modelo individual de Teoría de Valores Extremos clásica, se puede llevar a cabo el planteo del umbral u a ser utilizado en esta metodología conjunta. Para ello, se utilizará una muestra para la evaluación de la cola distribucional, donde una cantidad de datos observados de los retornos anualizados deberá ser suficiente para lo que con ella se propone realizar, para lo que habrá que tener en cuenta la cantidad de valores que se obtienen de la distribución convolucionada². Por ello, se han tomado veinte mil datos - como muestra de la cola de la distribución total que cuenta con más de treinta y siete millones de valores diferentes - que es el valor a partir del cual se puede observar claramente la estabilización a lo largo del gráfico en la curva de Hill (habiendo repetido este procedimiento para diferentes tamaños muestrales en sucesivas ocasiones, y garantizando la inestabilidad de para muestras de mayor tamaño). A partir de éstos, se expone el cuadro de cálculo y el gráfico correspondientemente, obtenido mediante el estimador de Hill.

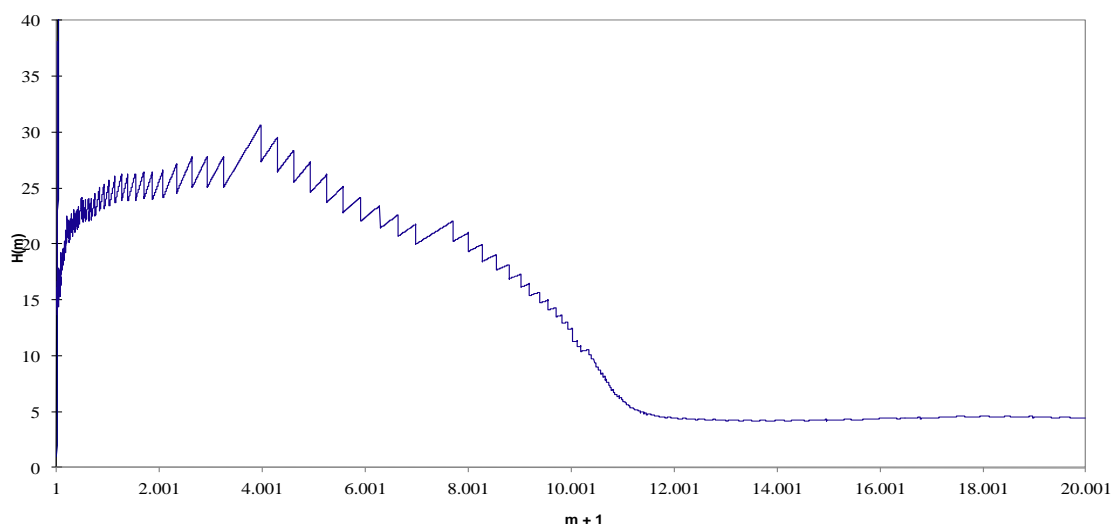
²Suponiendo que los valores de retornos anualizados de las compañías fueran en su totalidad disímiles, se obtendrá una distribución de probabilidad completa con tantos valores posibles como el producto entre las cantidades individuales de los valores de cada una de las compañías.

Valores del estimador de Hill sobre la Empresa completa

| Retorno Anualizado | Hill(m) | Retorno Anualizado | Hill(m) | Retorno Anualizado | Hill(m) | Retorno Anualizado | Hill(m) |
|--------------------|---------|--------------------|---------|--------------------|---------|--------------------|---------|
| 193 | | 157 | 16,7967 | 150,5 | 16,6595 | 147 | 17,0031 |
| 188 | 38,0978 | 157 | 17,4685 | 149,5 | 15,2636 | 147 | 17,2298 |
| 185,5 | 37,7199 | 156,5 | 17,1481 | 149,5 | 15,5629 | 147 | 17,4566 |
| 180,5 | 22,2231 | 156,5 | 17,7833 | 149,5 | 15,8622 | 147 | 17,6833 |
| 173,5 | 13,6422 | 156 | 17,3932 | 149 | 15,3314 | 147 | 17,91 |
| 173 | 16,2529 | 154 | 14,6027 | 149 | 15,6153 | 147 | 18,1367 |
| 171,5 | 16,6719 | 153,5 | 14,3836 | 149 | 15,8992 | 146,5 | 17,2821 |
| 168,5 | 14,4802 | 153,5 | 14,8476 | 149 | 16,1831 | 146,5 | 17,4955 |
| 168 | 15,7731 | 153,5 | 15,3116 | 149 | 16,467 | 146,5 | 17,7088 |
| 166,5 | 15,3084 | 153 | 15,0034 | 148,5 | 15,858 | 146,5 | 17,9222 |
| 165 | 14,7403 | 153 | 15,4446 | 148,5 | 16,1268 | 146,5 | 18,1355 |
| 164,5 | 15,4539 | 153 | 15,8859 | 148,5 | 16,3956 | 146,5 | 18,3489 |
| 164 | 16,0358 | 152,5 | 15,4989 | 148,5 | 16,6644 | 146,5 | 18,5623 |
| 163 | 15,7036 | 152,5 | 15,9177 | 148,5 | 16,9332 | 146,5 | 18,7756 |
| 162,5 | 16,0763 | 152,5 | 16,3366 | 148,5 | 17,2019 | 146,5 | 18,989 |
| 161,5 | 15,5692 | 152,5 | 16,7555 | 148 | 16,4986 | 146,5 | 19,2023 |
| 160 | 14,3789 | 152,5 | 17,1744 | 148 | 16,7524 | 146 | 18,2071 |
| 159,5 | 14,5804 | 152 | 16,6323 | 147,5 | 16,0808 | 146 | 18,4072 |
| 159 | 14,7244 | 152 | 17,0283 | 147,5 | 16,3208 | 146 | 18,6073 |
| 158 | 14,1544 | 152 | 17,4243 | 147,5 | 16,5608 | 146 | 18,8074 |
| 158 | 14,8994 | 152 | 17,8203 | 147,5 | 16,8008 | 145,5 | 17,8439 |
| 157,5 | 14,9053 | 151,5 | 17,1849 | 147,5 | 17,0408 | 145,5 | 18,0317 |
| 157,5 | 15,615 | 151,5 | 17,5585 | 147 | 16,323 | 145,5 | 18,2196 |
| 157,5 | 16,3248 | 151 | 16,9285 | 147 | 16,5497 | 145,5 | 18,4074 |
| 157,5 | 17,0346 | 151 | 17,2812 | 147 | 16,7764 | 145,5 | 18,5952 |

Fuente: Producción propia

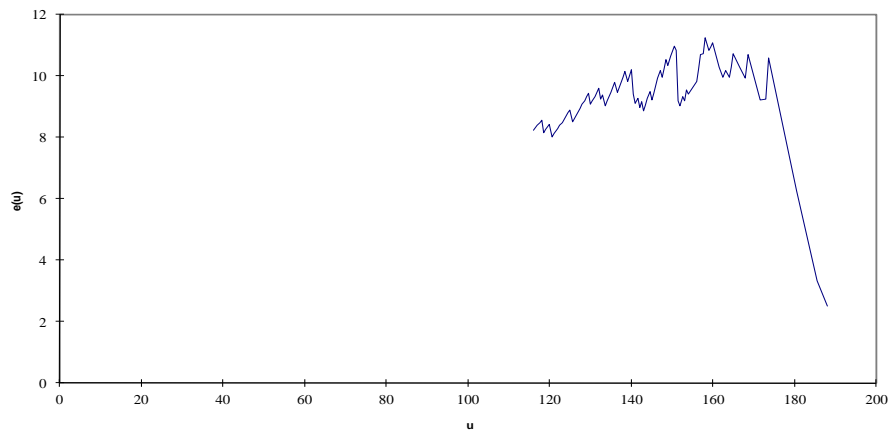
Gráfico del estimador de Hill sobre la Empresa Completa



Fuente: Producción propia

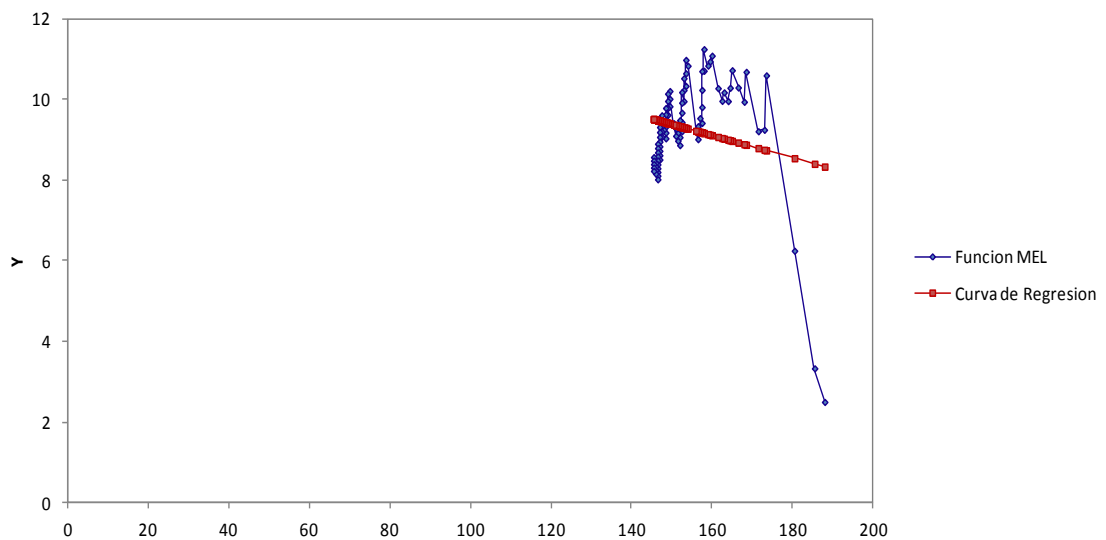
De manera similar, y para complementar este resultado, también se realizó el gráfico del *Mean Excess Loss*, que se exhibe conjuntamente con la curva de regresión lineal de la tendencia sobre la función de MEL, para los valores superiores de la distribución -convolucionada- de retornos obtenidos para la empresa completa, según los gráficos siguientes:

Gráfico de Mean Excess Loss para la Empresa Completa



Fuente: Producción propia

Gráfico de Regresión ajustada sobre Mean Excess Loss para la Empresa Completa



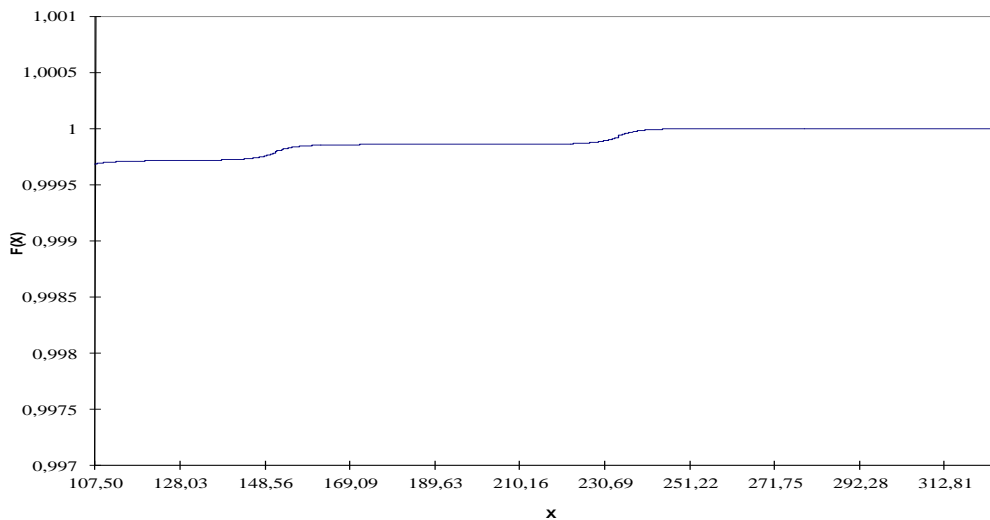
Fuente: Producción propia

A pesar de trabajar con dos metodologías independientes, los valores obtenidos solo muestran, de una forma clara, una estabilización mediante el gráfico de Hill, por lo que el ajuste a la función de Pareto puede no resultar exacto. Una vez aclarado esto, se señala un valor subjetivo de umbral en $N_{Empresa} = 12000$, que es aquel que se utilizará en los próximos pasos para lograr el ajuste mediante la función General de Pareto.

4 Modelo general de Pareto

De manera similar a lo que ya fue explicado en este trabajo, el ajustamiento de la función de Pareto a los valores muestrales comienza con el gráfico de la cola de la distribución empírica que se intentará describir; en este caso, la que se obtuvo mediante la convolución de los departamentos que han sido usados como modelo.

Gráfico de función de distribución empírica, sobre la cola derecha, para la Empresa Completa



Fuente: Producción propia

Una vez determinados los valores de cola que deberán ser ajustados mediante la aplicación del Teorema de *Picklands-Balkema-de Haan* (1974-1975) para retornos negativos y con ello la medición del riesgo que surge verdaderamente de la empresa completa, se utilizará $N_{Empresa} = 12000$ que fue aquel valor de umbral que surge del gráfico de Hill, obteniendo en dicha posición el valor mínimo que será utilizado de la muestra, y a partir de allí se llegará al máximo a través de treinta y dos mil pasos (*steps*) de interpolación lineal. Este número de interpolaciones fue utilizado puesto que estos valores altos de pasos son lo suficientemente representativos de los movimientos de la distribución. Siguiendo con el ajuste a llevar a cabo, a continuación se deberá determinar el valor muestral más cercano y superior para cada valor de dominio que ha sido determinado, y conjuntamente el valor de la función de distribución de Pareto.

A partir de estas series de valores, se utiliza el Microsoft Excel (*Solver*)³ para la determinación de aquellos parámetros que minimicen los cuadrados de las diferencias

³ Para el cálculo se siguieron las notas de clase y la planilla de Excel desarrollada por el profesor Webber en su curso *Computational Methods in Finance*. Universidad de Warwick, 2001.

entre ambas series expresados en la fórmula, y logrando así el mejor ajuste para los valores de parámetros $\mu = 1,0370$; $\beta = 7,7072$; $\xi = 0,1138$, obteniendo como resultado un error del orden de los milésimos.

A continuación, se realiza el gráfico de las series muestrales y según el ajuste mediante la distribución General de Pareto, para los valores que exceden el umbral utilizado.

Tablas de las series muestrales de ajuste entre valores muestrales y DGP

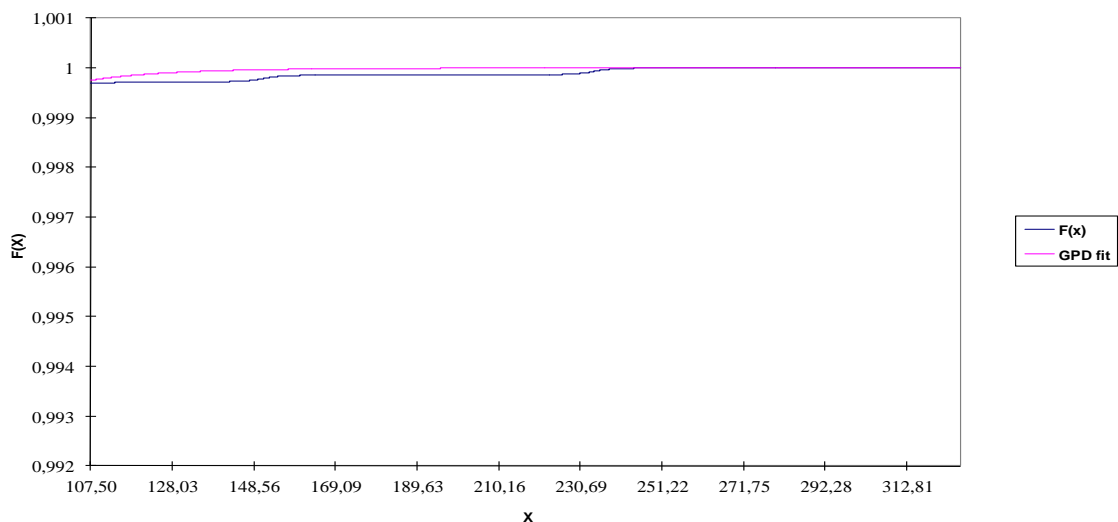
| | |
|------------|--------|
| M = | 12.000 |
| Steps = | 32.000 |
| x mínimo = | 107,5 |

| Pasos de interpolación | x | F(x) | Ajuste GPD |
|------------------------|----------|--------|------------|
| 0 | 107,5000 | 0,9997 | 0,9998 |
| 1 | 107,5068 | 0,9997 | 0,9998 |
| 2 | 107,5137 | 0,9997 | 0,9998 |
| 3 | 107,5205 | 0,9997 | 0,9998 |
| 4 | 107,5274 | 0,9997 | 0,9998 |
| 5 | 107,5342 | 0,9997 | 0,9998 |
| 6 | 107,5411 | 0,9997 | 0,9998 |
| 7 | 107,5479 | 0,9997 | 0,9998 |
| 8 | 107,5548 | 0,9997 | 0,9998 |
| 9 | 107,5616 | 0,9997 | 0,9998 |
| 10 | 107,5684 | 0,9997 | 0,9998 |
| 11 | 107,5753 | 0,9997 | 0,9998 |
| 12 | 107,5821 | 0,9997 | 0,9998 |
| 13 | 107,5890 | 0,9997 | 0,9998 |
| 14 | 107,5958 | 0,9997 | 0,9998 |
| 15 | 107,6027 | 0,9997 | 0,9998 |
| 16 | 107,6095 | 0,9997 | 0,9998 |
| 17 | 107,6163 | 0,9997 | 0,9998 |
| 18 | 107,6232 | 0,9997 | 0,9998 |
| 19 | 107,6300 | 0,9997 | 0,9998 |
| 20 | 107,6369 | 0,9997 | 0,9998 |

| Pasos de interpolación | x | F(x) | Ajuste GPD |
|------------------------|----------|--------|------------|
| ... | ... | ... | ... |
| 31981 | 326,3700 | 1,0000 | 1,0000 |
| 31982 | 326,3768 | 1,0000 | 1,0000 |
| 31983 | 326,3837 | 1,0000 | 1,0000 |
| 31984 | 326,3905 | 1,0000 | 1,0000 |
| 31985 | 326,3973 | 1,0000 | 1,0000 |
| 31986 | 326,4042 | 1,0000 | 1,0000 |
| 31987 | 326,4110 | 1,0000 | 1,0000 |
| 31988 | 326,4179 | 1,0000 | 1,0000 |
| 31989 | 326,4247 | 1,0000 | 1,0000 |
| 31990 | 326,4316 | 1,0000 | 1,0000 |
| 31991 | 326,4384 | 1,0000 | 1,0000 |
| 31992 | 326,4453 | 1,0000 | 1,0000 |
| 31993 | 326,4521 | 1,0000 | 1,0000 |
| 31994 | 326,4589 | 1,0000 | 1,0000 |
| 31995 | 326,4658 | 1,0000 | 1,0000 |
| 31996 | 326,4726 | 1,0000 | 1,0000 |
| 31997 | 326,4795 | 1,0000 | 1,0000 |
| 31998 | 326,4863 | 1,0000 | 1,0000 |
| 31999 | 326,4932 | 1,0000 | 1,0000 |
| 32000 | 326,5000 | 1,0000 | 1,0000 |

Fuente: Producción propia

Gráfico de ajuste de DGP y valores muestrales para la Empresa Completa (N=12.000 y pasos de interpolación 32.000)



Fuente: Producción propia

La conclusión que surge de lo detallado es que el ajuste que ha sido llevado a cabo es correcto y puede ser utilizado como una aproximación de los valores muestrales para la medición del capital a riesgo.

5 Valor a Riesgo y Valor a Riesgo Extremo

Siguiendo las metodologías de la sección primera se calculan los valores para el caso de una compañía bidepartamental, utilizando los cálculos previos.

Por otro lado, antes de mostrar los resultados obtenidos en los mismos, será prioritaria la determinación del nivel de significación que se utilizará en ellos. Con este fin, la primera versión que viene a la mente del lector será la utilización de los niveles clásicos que han sido utilizados en la mayor parte de la bibliografía del VaR, como lo es un nivel de significación del 1% y 5%; sin embargo, aquí se caería en una contradicción. Tal como ha sido mencionado previamente, la cantidad de valores muestrales que fueron incorporados a la cola de la distribución mediante el estimador de Hill para la empresa completa fueron doce mil; sin embargo estos doce mil valores observados surgen de una distribución de probabilidades convolucionada de más de treinta y siete millones de valores. Por ello, en términos relativos, el porcentaje de valores que fueron asignados a la cola de la distribución, siendo por ello los únicos representados mediante la metodología de EVT, es aproximadamente del 0,5‰, y este será entonces, el nivel de significación a aplicar en el cálculo de VaR. Se deberá recordar que este estudio no está enfocado en la correcta descripción de valores más allá de los eventos extremos o colas distribucionales, motivo por el cual el cálculo de cuestiones como el valor total de la compañía, el cálculo de valor a riesgo con respecto a la media o el ajuste al comportamiento de la distribución de retornos en su totalidad y no específicamente en los extremos, no forman parte de los objetivos que aquí se plantean.

Una vez aclarado el punto anterior, se presentan los resultados para la metodología del VaR tanto mediante un ajuste de normalidad en la convolución de los retornos, como el obtenido mediante los métodos de EVT:

$$VaR - Normal_{\alpha=0,5\text{‰}} = 35,8013 \quad VaR - Extremo_{\alpha=0,5\text{‰}} = 107,5$$

Una vez más, queda visiblemente expuesta la diferencia entre los peores retornos de los que debe ser protegido el capital a riesgo, a partir del resultado obtenido entre el nivel calculado mediante el supuesto de normalidad del valor a riesgo tradicional y el que se obtiene mediante la aplicación de la teoría de Valores Extremos. Evidentemente, la incorporación de nuevos sectores a la empresa en estudio traerá como consecuencia un incremento con respecto a la suma de las diferencias individuales de cada departamento – para lo que se recomienda la aplicación de esta misma metodología con respecto a cada empresa individualmente con el objetivo de comparar los resultados obtenidos-, o dicho de otra manera, la posibilidad de interacción entre los mismos ha potenciado los impactos de valores cada vez más importantes bajo la premisa de mantener una frecuencia baja.

Conclusión

En este trabajo han sido presentados procedimientos que llevan como objetivo la medición del riesgo de empresas, bajo la premisa de garantizar la solvencia de la compañía mediante el cuidado de su capital a riesgo. Para ello, se ha intentado mostrar que algunas de las herramientas tradicionalmente utilizadas, como el VaR bajo supuestos de normalidad, tienen ciertas deficiencias a la hora de evaluar situaciones extremas de exposición para la empresa. Mediante un caso práctico, se ha demostrado la diferencia entre la evaluación del riesgo con dichas herramientas y con las que se consideraban adecuadas para estas situaciones, basadas en la teoría de valores extremos, confirmando que el VaR Extremo provee mejor información respecto de los eventos catastróficos, y por ende, lleva a decisiones más prudentes y conservadoras.

Además, se ha explicado una metodología válida para el análisis del riesgo sobre el capital de empresas multidepartamentales, mediante la misma metodología y bajo el uso de la convolución de las distribuciones de retornos como método de unificación de los sectores, y mediante la aplicación de supuestos mucho menos rígidos que aquellos regularmente usados bajo la teoría tradicional de gestión de riesgos.

Es importante destacar que VaR Extremo encontrará algunas limitaciones en su aplicación, como lo es el modelo multivariado - que no es tratado en este trabajo, pero sirve como punto de partida para una próxima investigación -, la correcta elección de los datos que conformen la materia prima que servirá para realizar el estudio (que en un mercado poco desarrollado como lo es el local se torna dificultosa y suele remitirse a aproximaciones de los valores reales mediante empresas extranjeras de similares características) y la subjetividad de algunas decisiones que deberá llevar a cabo quien sea el analista o gestor de riesgos, donde un pequeño cambio en las reflexiones se verá reflejado en grandes diferencias en los resultados finales.

Siguiendo el objetivo de detectar potenciales pérdidas y problemas institucionales catastróficos, con la mayor anticipación posible y simultáneamente el menor costo, este trabajo se ha centrado en el manejo de una herramienta creada hace más de medio siglo, pero aplicada al cálculo del riesgo integral sobre el capital económico de compañías complejas; y esperando que los resultados hallados sirvan como cimientos para nuevas exploraciones del tópico.

Referencias

Bowers, Newton; Gerber, Hans; Hickman, James; Jones, Donald y Nesbitt, Cecil. Actuarial Mathematics. Society of Actuaries. Illinois, 1997.

Embrechts, Paul; Klüppelberg, Claudia y Mikosch, Thomas. Modelling Extremal Events for Insurance and Finance. Stochastic Modelling and Applied Probability Series. Springer. 1997.

Embrechts, Paul; Resnick, Sidney y Samorodnitsky, Gennady. Extreme Value Theory as a risk Management Tool. North American Actuarial Journal, Vol. 3, No. 2, pp. 30-41. Estados Unidos de América, 1999.

Jorion, Philippe. Value at Risk: the new benchmark for managing financial risk. McGraw-Hill, 2da edición. New York, 2001.

Páginas de Internet de donde se obtuvieron los datos históricos

Yahoo! Inc y ABC News Network. American International Group, Inc Historical Prices. 24 de Julio de 2012. Página de acceso desde Internet: <http://finance.yahoo.com/q/hp?s=AIG+Historical+Prices>.

Yahoo! Inc; ABC News Network. National Western Life Insurance Company Historical Prices. 24 de Julio de 2012. Página de acceso desde Internet: <http://finance.yahoo.com/q/hp?s=NWLI+Historical+Prices>.