

Параллельные вычисления в идентификации динамических моделей экономики*

Н.Н. Оленёв

Динамические модели экономики содержат большое число параметров. Такого рода модели редко удается идентифицировать настолько точно, чтобы результаты расчета оказались близки к историческим данным. Параллельные вычисления облегчают решение задачи идентификации, благодаря существенному ускорению расчета параметров. При поиске оптимального решения используется та или иная свертка критериев близости статистических и расчетных макропоказателей. Для изучения свойств получающейся нелинейной задачи оптимизации и обнаружения скрытой зависимости параметров удобно использовать методы множеств достижимости и их визуализацию. Определение параметров взаимодействующих региональных экономик можно осуществлять параллельно по каждому из регионов.

1. Введение

В работах [1-2] рассмотрена простейшая динамическая модель экономики страны, идентифицированная по данным экономики России 2000-2006 гг. В настоящей работе эта модель расширена для описания экономики каждого из взаимодействующих регионов и экономики страны в целом. Использование простейшей динамической модели экономики позволяет сосредоточиться на проблемах, связанных с согласованием взаимных поставок, представить полное описание модели и компактно изложить постановку задач, связанных с параллельной идентификацией параметров взаимодействующих региональных экономик.

Современная экономика любого региона страны – это чрезвычайно открытая система из-за специализации региональных производственных и кредитно-денежных систем, зависящих от природных, климатических и общественных условий. Открытость связана не только с исторически сложившимся разделением труда, но и с новыми процессами глобализации, в которых каждому региону постоянно приходится приспосабливаться к новым внешним условиям, находить свою нишу в быстро меняющемся окружении и в усиливающейся конкуренции.

Модель взаимодействующих региональных экономик будет полезна при изучении проблем, связанных с переходными процессами в экономике России и ее регионах при движении от командно-плановой системы хозяйствования к рыночной. При этом регионы России имеют разный объем и состав природных ресурсов, обладают различным уровнем развития производительных сил, разным уровнем открытости регионов. Рассмотрение модели позволит приблизиться к пониманию причин отставания в экономическом развитии части регионов и причин успешного экономического развития другой части регионов.

Простейший характер модели не позволяет учесть многих существенных черт региональных экономик, которые рассмотрены, например, в [3-4]. Однако, начав с простейшей модели, можно найти те эффекты, которые в дальнейшем будут наследоваться более сложными моделями. Простейший характер модели позволит отследить эти эффекты полностью.

В силу специфики выбранной модели мы здесь учитываем только взаимные поставки регионами товаров и услуг и не сможем отследить согласование потоков труда и капитала, связанных с мобильностью трудовых и финансовых ресурсов. В рассматриваемой экономике каждый регион производит единственный региональный продукт, который в модели имеет разную цену в разных регионах. Изменение цен в простейшей модели задается эконометрическими

* Работа выполнена по гранту Президента РФ по государственной поддержке ведущих научных школ (код проекта НШ-5379.2006.1), при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов 07-01-00563, 07-01-12032-офи) при поддержке Российского гуманитарного научного фонда (коды проектов 06-02-91821 а/Г, 07-02-61202 а/Г), при поддержке программы фундаментальных исследований Президиума РАН №15, при поддержке программы фундаментальных исследований РАН № 14, при поддержке программы фундаментальных исследований ОМН РАН № 3.

функциями, параметры которых отличаются в разных регионах. При более точной идентификации и вид этих функций может существенно отличаться.

Техническая проблема распараллеливания расчета по модели и трудоемких задач поиска параметров модели взаимодействующих региональных экономик решается естественным образом – расчет может происходить параллельно по регионам, например, с помощью технологии MPI [5].

2. Описание модели экономики взаимодействующих регионов

Рассмотрим модель экономики страны, состоящей из регионов, взаимодействующих друг с другом и с внешним миром. Для описания переменных моделей будем использовать индексы: i – индекс региона, N – число регионов, 0 – индекс внешнего мира, Σ – индекс для страны в целом, как объединения регионов.

2.1 Простейшая модель экономики региона

Описание простейшей модели экономики региона основано на описании простейшей модели экономики страны [1-2]. Объем валового регионального продукта (ВРП) $Y_i(t)$ i -го региона в момент времени t определяется удельным выпуском $y_i(t)$ и начальным значением $\varphi_i = Y_i(0)$.

$$Y_i(t) = \varphi_i y_i(t). \quad (1)$$

Удельный выпуск $y_i(t)$ i -го региона определяется удельными производственными факторами – удельным трудом $l_i(t)$ и удельным эффективным капиталом $k_i(t)$ – в силу однородной степени γ_i производственной функции с постоянной эластичностью замещения (CES).

$$y_i(t) = [\alpha_i (l_i(t))^{-\beta_i} + (1 - \alpha_i)(k_i(t))^{-\beta_i}]^{-\gamma_i/\beta_i}. \quad (2)$$

Параметры в соотношении (2) удовлетворяют ограничениям: $\alpha_i \in (0,1)$, $\beta_i > -1$, $\gamma_i \geq 1$.

Удельный труд в i -м регионе меняется экспоненциально с темпом λ_i

$$l_i(t) = \exp(\lambda_i t) \quad (3)$$

и определяет численность занятых в экономике для i -го региона (труд) $L_i(t)$.

$$L_i(t) = \psi_i l_i(t), \quad (4)$$

где $\psi_i = L_i(0)$ – начальное значение числа занятых в i -м регионе.

Динамика удельного эффективного капитала $k_i(t)$ в i -м регионе определяется задачей Коши

$$\frac{dk_i}{dt} = -\mu_i k_i(t) + \eta_i \theta_i \frac{y_i(t)}{p_i(t)}, \quad k_i(0) = 1, \quad (5)$$

где $-\mu_i$ - темп изменения существующего капитала, $\theta_i > 0$ - коэффициент пропорциональности объема региональных инвестиций объему ВРП,

$$\eta_i = Y_i(0)/K_i(0) = \varphi_i/K_i(0) > 0. \quad (6)$$

Индекс цен на инвестиции определяется эконометрической функцией

$$p_i(t) = \xi_i + (1 - \xi_i)(1 + t)\exp(-\omega_i t) \quad (7)$$

с двумя параметрами $\xi_i \in (0,1)$ и $\omega_i > 0$.

Объем инвестиций в i -м регионе определяется соотношением

$$J_i(t) = \theta_i \varphi_i y_i(t) / p_i(t). \quad (8)$$

Объемы вывоза из i -го региона в j -й определяются соотношениями

$$E_{ij}(t) = \varphi_i y_i(t) \delta_{ij} / r_{ij}(t), \quad (9)$$

где δ_{ij} - норма вывоза выпуска из i -го региона в j -й при $j = 1, \dots, N$ или доля экспорта в выпуске при $j = 0$, $r_{ij}(t)$ - индекс относительной цены на вывозимую продукцию из i -го региона в j -й при $j = 1, \dots, N$ или индекс относительной цены на экспорт при $j = 0$,

$$r_{ij}(t) = \kappa_{ij} + (1 - \kappa_{ij})\exp(-\pi_{ij} t), \quad (10)$$

каждый из которых определяется двумя параметрами: $\kappa_{ij} \in (0,1)$ и π_{ij} .

Объемы ввоза из j -го региона в i -й определяются соотношениями

$$I_{ji}(t) = \varphi_i y_i(t) \left(1 - \sum_{m=0}^N \delta_{im} \right) \rho_{ji} / s_{ji}(t), \quad (11)$$

где ρ_{ji} - норма отношения объема ввозимой из j -го региона в i -й регион к продукции i -го региона, реализуемой на внутреннем рынке (при $j = 0$ норма отношения импорта к объему собственной продукции, реализуемой у себя), $s_{ji}(t)$ - индекс относительной цены на ввозимую продукцию из j -го региона в i -й при $j = 1, \dots, N$ или индекс относительной цены на импорт при $j = 0$,

$$s_{ji}(t) = 1 - \zeta_{ji} t^2 \exp(-\nu_{ji} t), \quad (12)$$

каждый из которых определяется двумя параметрами: $\zeta_{ji} > 0$ и $\nu_{ji} > 0$.

Объемы потребления домашних хозяйств, государственных и общественных организаций, выраженные в единицах валового регионального продукта в постоянных ценах 2000 года ($t = 0$), определяются из основного макроэкономического баланса i -го региона

$$Q_i(t) = Y_i(t) - p_i(t)J_i(t) + \sum_{j=0}^N s_{ji}(t)I_{ji}(t) - \sum_{j=0}^N r_{ij}(t)E_{ij}(t). \quad (13)$$

Уравнения (1)-(13) полностью описывают модель экономики региона.

2.2. Замыкание модели взаимодействующих регионов

Кроме указанных выше параметров каждый регион характеризуется дефлятором ВРП $x_i(t)$, который связан с дефлятором валового внутреннего продукта (ВВП) $x_\Sigma(t)$ следующим соотношением.

$$x_\Sigma(t)Y_\Sigma(t) = \sum_{i=1}^N x_i(t)Y_i(t). \quad (14)$$

Объединение объемов инвестиций в регионах дает суммарный объем инвестиций страны.

$$x_\Sigma(t)p_\Sigma(t)J_\Sigma(t) = \sum_{i=1}^N x_i(t)p_i(t)J_i(t). \quad (15)$$

Внутренние поставки из региона в регион согласованы, в пути ничего не теряется: в i -й регион из j -го ввозится ровно столько сколько из j -го региона в i -й вывозится.

$$x_i(t)s_{ji}(t)I_{ji}(t) = x_j(t)r_{ji}(t)E_{ji}(t), \quad i, j \in \{1, \dots, N\}. \quad (16)$$

Таким образом, суммарное сальдо внутренних поставок по всем регионам $SI(t)$ равно нулю

$$SI(t) = \sum_{i=1}^N x_i(t) \left(\sum_{j=1}^N (r_{ij}(t)E_{ij}(t) - s_{ji}(t)I_{ji}(t)) \right) = 0, \quad (17)$$

а внутренний товарооборот $TI(t)$ равен удвоенному объему суммарных поставок

$$\begin{aligned} TI(t) &= \sum_{i=1}^N x_i(t) \sum_{j=1}^N (r_{ij}(t)E_{ij}(t) + s_{ji}(t)I_{ji}(t)) = \\ &= 2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i(t)r_{ij}(t)E_{ij}(t) = 2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i(t)s_{ji}(t)I_{ji}(t). \end{aligned} \quad (18)$$

Сальдо внешней торговли страны и регионов в рублях текущего года

$$SO_\Sigma(t) = \sum_{i=1}^N SO_i(t), \quad SO_i(t) = x_i(t)(r_{i0}(t)E_{i0}(t) - s_{0i}(t)I_{0i}(t)). \quad (19)$$

Внешнеторговый оборот страны и регионов в рублях текущего года

$$TO_\Sigma(t) = \sum_{i=1}^N TO_i(t), \quad TO_i(t) = x_i(t)(r_{i0}(t)E_{i0}(t) + s_{0i}(t)I_{0i}(t)). \quad (20)$$

Уровень открытости экономики страны $O_{\Sigma}(t)$ можно определить как отношение суммы внутреннего межрегионального и внешнего товарооборота к ВВП

$$O_{\Sigma}(t) = \frac{TI(t) + TO_{\Sigma}(t)}{x_{\Sigma}(t)Y_{\Sigma}(t)}. \quad (21)$$

Уровень экономической безопасности страны можно определить как долю внутреннего межрегионального товарооборота к суммарному товарообороту

$$B_{\Sigma}(t) = \frac{TI(t)}{TI(t) + TO_{\Sigma}(t)}. \quad (22)$$

Уровень этих показателей зависят от того, как много регионов рассматривать.

3. Параллельные вычисления для идентификации модели взаимодействующих регионов

Для страны в целом действуют уравнения (1)-(13) с индексом Σ вместо i и отсутствием межрегиональных потоков.

Заметим, что все параметры и начальные значения (и варьируемые и фиксированные) обозначены малыми греческими буквами, а интенсивные и относительные переменные – малыми латинскими. Время t таково, что $t = 0$ соответствует 2000 г..

Параметры $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i, \mu_i, \eta_i$ ($i = 1, \dots, N, \Sigma$) варьируются, а остальные параметры определяются независимо из статистики.

Статистические данные для страны в целом представлены в таблице 1 (см. [1-2]).

Таблица 1.

год t	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
$L_{\Sigma}(t)$	65.273	65.124	66.358	67.247	67.244	68.719	69.600
$r_{\Sigma}(t)$	1	0.84442	0.76610	0.72863	0.68475	0.69651	0.67010
$s_{\Sigma}(t)$	1	0.89204	0.82339	0.73075	0.59196	0.52193	0.45556
$p_{\Sigma}(t)$	1	1.02043	1.00752	0.97393	0.93350	0.88821	0.85997
$Y_{\Sigma}(t)$	7305.6	7676.9	8039.3	8625.8	9268.8	9817.6	10478.0
$I_{\Sigma}(t)$	1755.8	2084.1	2388.4	2811.2	3466.2	4055.4	4878.7
$J_{\Sigma}(t)$	1165.2	1265.7	1300.0	1462.2	1633.6	1807.2	2051.7
$E_{\Sigma}(t)$	3218.9	3354.1	3699.6	4162.0	4653.1	4950.9	5297.5
$Q_{\Sigma}(t)$	4677.3	5412.2	5861.9	6223.4	6609.5	6880.7	7386.3

Задача идентификации модели состоит в определении эффективного капитала $K(t)$ такого, что рассчитанные по модели макропоказатели экономики России близки к соответствующим статистическим аналогам. В частности, для экономики России в целом справедливы такие оценки [1]: показатели индекса цен на инвестиции в рассматриваемый период $\xi_{\Sigma} = 0.811$, $\omega_{\Sigma} = 0.5276$; темп роста труда $\lambda_{\Sigma} = 0.01124$ отношение начального выпуска к начальному капиталу находится из интервала $\eta_{\Sigma} \in [0.05, 2]$; темп падения капитала в силу естественных причин находим из интервала $\mu_{\Sigma} \in [-0.2, 0.20]$; искомые параметры производственной функции находим из условий $\alpha_{\Sigma} \in (0, 1)$, $\beta_{\Sigma} > -1$, $\gamma_{\Sigma} \geq 1$.

В базовом сценарии предполагается отсутствие научно-технического прогресса, что в модели представлено линейной однородной производственной функцией с $\gamma_{\Sigma} = 1$.

При каждом заданном наборе фиксированных и варьируемых параметров можно найти решение модели. В результате найдем относительный эффективный капитал $k_{\Sigma}(t)$ и относительный выпуск $y_{\Sigma}(t)$. Валовой внутренний продукт (ВВП) в ценах 2000 г. $Y(t)$ определяется начальным значением ВВП $\varphi_{\Sigma} = Y_{\Sigma}(0) = 7305.6$. Значение параметра η_{Σ} определяет начальный уровень эффективного капитала в 2000 г., $K_{\Sigma}(0) = \varphi_{\Sigma}/\eta_{\Sigma}$. Эффективный капитал определяется формулой

$$K_{\Sigma}(t) = k_{\Sigma}(t)\varphi_{\Sigma}/\eta_{\Sigma}. \quad (23)$$

Труд определяется фиксированными параметрами, определенными подгонкой экспоненциальной функции к статистическим данным: расчетным начальным значением $L_{\Sigma}(0) = \psi_{\Sigma} = 64.84$ и оценкой темпа роста λ_{Σ} .

$$L_{\Sigma}(t) = \psi_{\Sigma}e^{\lambda_{\Sigma}t}. \quad (24)$$

Инвестиции в основной капитал определяются относительным выпуском $y_{\Sigma}(t)$ и фиксированными параметрами, включая параметры, определяющие относительный индекс цен на инвестиции $p_{\Sigma}(t)$.

$$J_{\Sigma}(t) = \theta_{\Sigma}\varphi_{\Sigma}y_{\Sigma}(t)/p_{\Sigma}(t). \quad (25)$$

Относительный индекс цен на экспорт $r_{\Sigma}(t)$ определяется фиксированными параметрами – асимптотой $\kappa_{\Sigma} = 0.6684$ и темпом падения $\pi_{\Sigma} = 0.6142$:

$$r_{\Sigma}(t) = \kappa_{\Sigma} + (1 - \kappa_{\Sigma})e^{-\pi_{\Sigma}t},$$

и вместе с фиксированными параметрами и относительным выпуском $y_{\Sigma}(t)$ определяет объем экспорта

$$E_{\Sigma}(t) = \delta_{\Sigma}\varphi_{\Sigma}y_{\Sigma}(t)/r_{\Sigma}(t). \quad (26)$$

Относительный индекс цен на импорт $s_{\Sigma}(t)$ определяется фиксированными параметрами – $\zeta_{\Sigma} = 0.0712$ и $\nu_{\Sigma} = 0.2602$ -

$$s_{\Sigma}(t) = 1 - \zeta_{\Sigma}t^2e^{-\omega\nu_{\Sigma}t},$$

и вместе с фиксированными параметрами и относительным выпуском $y_{\Sigma}(t)$ определяет объем импорта

$$I_{\Sigma}(t) = \rho_{\Sigma}(1 - \delta_{\Sigma})\varphi_{\Sigma}y_{\Sigma}(t)/s_{\Sigma}(t). \quad (27)$$

Объем конечного потребления домашних хозяйств, правительственных и общественных организаций страны определяется соотношением

$$Q_{\Sigma}(t) = Y_{\Sigma}(t) + s_{\Sigma}(t)I_{\Sigma}(t) - p_{\Sigma}(t)J_{\Sigma}(t) - r_{\Sigma}(t)E_{\Sigma}(t). \quad (28)$$

3. Проблема определения параметров модели

Большое количество неопределяемых напрямую из статистики параметров модели определяем косвенным образом, сравнивая выходные временные ряды переменных модели с доступными статистическими временными рядами 2000 – 2006 гг. Временные ряды считаются похожими, если они близки как функции времени (другими словами, между значениями временных рядов существует сильная, возможно нелинейная, связь). Мера близости временных рядов рассчитывается на основе спектральных характеристик временного ряда. В качестве критериев близости расчетного и статистического временных рядов используем коэффициент корреляции и индекс несовпадения Тейла $E(X, Y) \in [0, 1]$ [6].

Коэффициент корреляции является мерой линейной связи между сравниваемыми временными рядами и, чем он ближе к единице, тем более схоже поведение этих рядов.

Индекс Тейла $E(X, Y)$ измеряет несовпадение временных рядов X_t и Y_t и чем ближе он к нулю, тем ближе сравниваемые ряды. Для удобства проведения расчетов, вместо индекса Тейла будем использовать коэффициент близости $U(X, Y) = 1 - E(X, Y)$. Чем выше он (чем ближе он к единице), тем более близки ряды.

$$U(X, Y) = 1 - \sqrt{\frac{\sum_{t=t_0}^T (X_t - Y_t)^2}{\sum_{t=t_0}^T X_t^2 + \sum_{t=t_0}^T Y_t^2}}. \quad (29)$$

Декомпозиция модели по регионам дает возможность за разумное время определить независимые параметры благодаря параллельным вычислениям для перебора параметров модели на заданных интервалах их изменения с последовательно уменьшающимся интервалом изменения параметров. Для однозначности выбора оптимального варианта можно использовать ту или иную свертку коэффициентов близости и корреляции, например, если подгонка расчетных и статистических данных для всех макропоказателей имеет примерно равную важность, можно максимизировать среднегеометрическую величину всех коэффициентов.

В формальной записи

$$K(\vec{a}) \rightarrow \max_{\vec{a} \in A}, \quad (30)$$

где

$$A = \{ \vec{a} \in R^N : a_i^- \leq a_i \leq a_i^+, 1 \leq i \leq N \}, \quad (31)$$

$$K = \sqrt[2m]{\prod_{j=1}^m D_j(\vec{a}) U_j(\vec{a})}. \quad (32)$$

Здесь m – число макропоказателей; j – номер макропоказателя, $j = 1, \dots, m$.

При этом следует перебирать только те варианты значений параметров, при которых коэффициенты близости и корреляции выше некоторых заданных положительных величин, например, $D_j > 0.7$, $U_j > 0.85$ ($j = 1, \dots, m$) [1].

Получен работоспособный вариант параметров модели, в котором параметры модели идентифицированы по порядку величины. Для этого параметры были разбиты на группы параметров, имеющих одинаковый экономический смысл. Расчеты производились на суперкомпьютерах МСЦ РАН, ВЦ РАН и в среде ГРИД.

4. Сценарные численные эксперименты с моделью

Численные эксперименты с моделью проводились, чтобы найти работоспособный вариант, качественно верно отражающий процессы, происходящие в экономике России. По оценке [1-2] для базового сценария в конце 2008 г. в целом по стране исчерпается объем вовлекаемого старого капитала. Дальнейший рост без развития возможен только в некоторых регионах [7]. В целом по стране, по-видимому, будет происходить переход к новой экономической политике развития за счет научно-технического прогресса (имитации лучших достижений зарубежных стран и осуществления собственных инноваций). В ряде регионов этот переход уже идет.

Численные эксперименты показали работоспособность полной модели и отдельных ее частей. Это значит, что модель можно использовать в дальнейшей работе. Внешние параметры этого варианта можно взять за основу для более точной идентификации параметров модели в будущем, а сам вариант использовать как базовый при проведении качественных сценарных расчетов.

5. Заключение

В работе использована технология идентификации внешних параметров модели, базирующаяся на высокоскоростных параллельных вычислениях на многопроцессорных системах, параметры экономики каждого региона рассчитывались параллельно.

Численные эксперименты с идентифицированной моделью взаимодействия региональных экономических систем показали, что динамика макропоказателей экономики страны существенно зависит от политики, проводимой Правительствами страны и регионов. Дальнейшее развитие экономики России и российских регионов будет существенно зависеть от социально-экономической политики, которая будет проводиться в ближайшее время. Рост за счет вовлечения старых фондов заканчивается. Дальнейшее развитие возможно за счет использования достижений научно-технического прогресса.

Литература

1. Оленев Н.Н., Печенкин Р.В., Чернецов А.М. Параллельное программирование в MATLAB и его приложения. М.: ВЦ РАН. 2007. 120 с.
2. Оленев Н.Н. Параллельные вычисления в MATLAB при моделировании экономики. // II Всероссийская научная конференция с молодежной научной школой «Математическое моделирование развивающейся экономики», посвященная 90-летию со дня рождения академика Н.Н. Моисеева. // Сборник трудов. Киров: ВятГУ, 2007. 15 стр. (в печати).
3. Автухович Э.В., Гуриев С.М., Оленев Н.Н., Петров А.А., Поспелов И.Г., Шананин А.А., Чуканов С.В. Математическая модель экономики переходного периода // М.: ВЦ РАН. 1999. 143с.
4. Olenev N.N. A normative balance dynamic model of regional economy for study economic integrations // Economic integration, competition and cooperation. 6th International Conference. 2007. Opatija - Croatia: University of Rijeka. (CD-Book: Session 6) 15 pp.
5. Оленев Н.Н. Основы параллельного программирования в системе MPI. М.: ВЦ РАН. 2005. 80 с.
6. Тейл Г. Экономические прогнозы и принятие решений. М.: Статистика, 1971. 488 с.
7. Оленев Н.Н., Стародубцева В.С. Исследование влияния теневого оборота на социально-экономическое положение в Республике Алтай. // Сборник трудов научно-практического мероприятия – круглого стола «Влияние сокрытой заработной платы на качество жизни населения региона» 7 декабря 2007 г. Горно-Алтайск: ГАГУ, 2007. 8 стр. (в печати)