UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉTALONNAGE DES MACHINES-OUTILS À CINQ AXES : CONFIGURATION OPTIMISÉE DES ARTEFACTS ET DE LA SÉQUENCE DE MESURE DE LA MÉTHODE SAMBA EN VUE D'UNE ESTIMATION EFFICACE DES ERREURS GÉOMÉTRIQUES

NAJMA ALAMI MCHICHI DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

THÈSE PRÉSENTÉE EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLÔME DE PHILOSOPHIAE DOCTOR (GÉNIE MÉCANIQUE) AOÛT 2018

© Najma Alami Mchichi, 2018.

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Cette thèse intitulée :

ÉTALONNAGE DES MACHINES-OUTILS À CINQ AXES :

CONFIGURATION OPTIMISÉE DES ARTEFACTS ET DE LA SÉQUENCE DE MESURE DE LA MÉTHODE SAMBA EN VUE D'UNE ESTIMATION EFFICACE DES ERREURS GÉOMÉTRIQUES

présentée par : <u>ALAMI MCHICHI Najma</u>

en vue de l'obtention du diplôme de : <u>Philosophiae Doctor</u>

a été dûment acceptée par le jury d'examen constitué de :

M. BALAZINSKI Marek, Docteur ès sciences, président

M. MAYER René, Ph. D., membre et directeur de recherche

M. KHAMENEIFAR Farbod, Ph. D., membre

M. ARCHENTI Andreas, Ph. D., membre externe

DÉDICACE

À la mémoire des êtres chers,

Vous êtes gravés dans mes souvenirs à jamais

À mes parents, ma sœur et mes frères,

Pour leur bienveillance et leurs sacrifices inconditionnels

À mes beaux-parents,

Pour leur support et leurs précieux conseils

À mon époux,

Pour son amour et son soutien permanent

REMERCIEMENTS

Mes plus vifs remerciements et ma profonde gratitude vont dans un premier temps à mon directeur de recherche, Monsieur René Mayer. Un éminent professeur et un excellent superviseur, qui a toujours démontré une disponibilité et une flexibilité exceptionnelles ainsi qu'un grand esprit de collaboration et d'encadrement aussi bien à l'égard de mes travaux qu'envers ma personne.

J'aimerai aussi adresser mes sincères remerciements à Messieurs Marek Balazinski et Farbod Khameneifar, professeurs à Polytechnique Montréal et Monsieur Andreas Archenti, professeur à KTH Royal Institute of Technology de Stockholm, pour avoir accepté de faire partie du jury ainsi que pour le temps alloué à évaluer cette thèse.

D'autre part, je tiens à remercier les organismes ci-dessous, pour leur financement tout au long de mes années de recherche :

- Le Conseil de Recherche en Sciences Naturelles et en Génie du Canada (CRSNG);
- Le Consortium de Recherche et d'Innovation en Aérospatiale au Québec (CRIAQ), dans le cadre du projet CRIAQ-408, en collaboration avec Pratt & Whitney Canada, Groupe Meloche et SONACA;
- Ainsi que le programme AeroCREATE (Collaborative Research and Training Experience) ou FONCER.

Il m'a aussi fait un grand plaisir de collaborer avec les techniciens du laboratoire de recherche en fabrication virtuelle (LRFV) à Polytechnique, Guy Gironne et Vincent Mayer. Pour cela, je tiens à leur adresser ma gratitude, pour avoir mené la partie expérimentale de cette étude et ma reconnaissance pour leurs conseils judicieux et leurs propositions pertinentes.

Enfin, il m'importe de profiter cette occasion pour témoigner mon respect à toute ma famille et mes amitiés à des personnes qui m'ont marqué tout au long de ce parcours et qui ont contribué des plus belles manières à ce que cette expérience soit très enrichissantes. Je tiens à citer Imane Chaoui, Ouafae Ben Ghazal, Karina Mateo-Rodriguez, Anna los, Sareh Esmaeili Marzdashti et Elie Bitar-Nehme pour leur soutien et leurs encouragements, sans omettre Michal Rak et Xavier Rimpault pour leur sens de l'humour assez particulier.

RÉSUMÉ

Les machines-outils à commande numérique (MOCN) sont assujetties à plusieurs sources d'erreurs, entre autres géométriques, thermiques et dynamiques qui peuvent contribuer à la dégradation de leurs performances. Une attention particulière est prêtée à l'usinage multi axes où le mouvement simultané des axes prismatiques et rotatifs engendre une erreur de positionnement et d'orientation de l'outil par rapport au point à usiner sur la pièce. Des moyens d'évaluations de ces erreurs et de leurs causes, à des fins de maintenance et de compensation, sont alors à développer en tenant compte des aspects économiques, techniques et humains. Il s'agit en particulier de minimiser les temps de mesures qui résultent en des arrêts de production et par conséquent des coûts indirects à éviter à l'entreprise.

Le but de la présente thèse est d'améliorer la précision d'une machine-outil à cinq axes à travers l'optimisation d'une technique d'étalonnage existante. En vue de prédire au mieux le comportement de la machine, l'élaboration d'une routine d'inspection adéquate est nécessaire. Ceci comprend un positionnement optimal des éléments du dispositif de mesure, sous forme de billes de référence, ainsi qu'une planification judicieuse des poses de palpage dans l'espace de travail. Une approche analytique basée sur un algorithme d'échange pour la conception d'un plan D-optimal est adoptée pour générer des scénarios d'étalonnage en fonction des écarts géométriques à estimer, modélisés sous forme de polynôme, et du nombre d'inconnues définissant le modèle de la machine. L'évaluation de la pertinence des tests est effectuée à partir d'une étude comparative de critères appelés communément en robotique, indices d'observabilité, issus de l'analyse de la matrice jacobienne d'identification. La qualité prédictive des séquences de mesures générées par simulation est validée en deux étapes : la première consiste en des expériences de répétabilité des tests optimisés imbriqués, la deuxième est une analyse de l'incertitude sur les tests et les paramètres d'erreurs identifiés. Une validation par mesure directe d'une cale calibrée, montée sur la table de la machine, permet de confirmer les résultats qualitatifs fournis par l'indice d'observabilité et ceux quantitatifs déduits de l'estimation de l'incertitude.

Les résultats montrent que les routines de vérification proposées sont capables de donner une description complète de la géométrie imparfaite de la machine en incluant les écarts de membrures et les écarts cinématiques. Une amélioration de 55.7% de la valeur de l'indice d'observabilité est constatée par rapport à celle de la stratégie de mesure utilisée présentement dans le laboratoire. La

durée d'étalonnage optimale varie entre 30 minutes pour une identification des écarts de membrures qui se limite au palpage d'une seule bille, et 2 heures et 18 minutes pour l'estimation de l'ensemble des écarts de membrures et écarts cinématiques pour un artefact constitué de trois billes. La norme de l'erreur volumétrique moyenne restante estimée varie entre 3.49 μ m et 1.43 μ m, respectivement, pour les stratégies précédentes pour une norme de l'erreur volumétrique moyenne du modèle nominal estimée à 82.9 μ m et 100.9 μ m, respectivement. Une contribution à la définition du nombre de mesures minimale et de la localisation des points de palpage dans le volume de travail est également effectuée pour une évaluation efficace de la performance de la machine.

ABSTRACT

Numerically controlled machine tools are prone to potential geometric, thermal and dynamic errors that can have a negative impact on their performance. A careful attention is paid to multi-axis machining where the simultaneous movement of prismatic and rotary axes lead to a positioning and orientation deviation of the tool relative to the workpiece. Tools for assessing these errors and their causes, for maintenance and compensation purposes, are to be developed while taking into consideration economic, technical and human aspects. In particular, this involves minimizing the measurement duration which results in production downtimes and consequently indirect costs to be avoided by the company.

This thesis aims to improve the accuracy of a five-axis machine tool through the optimization of an existing calibration technique. For a better prediction of the machine tool erroneous behavior, an adequate inspection routine is sought. This includes optimal positioning of the measuring device components, i.e. master balls, as well as a wise planning of the probing poses in the working volume. An analytical approach based on an exchange algorithm for a D-optimal design is carried out to generate calibration scenarios based on the estimated geometric errors, described as ordinary polynomials, and the number of unknowns predefined in the machine model. The evaluation of the optimized tests suitability relies on a comparison of criteria, commonly known in the robotics field as observability indices and are the outcome of the identification Jacobian matrix analysis. Simulation results are validated in two steps: the first one consists of a repeatability testing of nested optimized probing sequences while the second one is an analysis of the estimated uncertainty on the overall tests and the identified error parameters. Validation via a direct measuring of a calibrated gauge block, mounted on the machine workpiece, confirms the qualitative results provided by the observability index and the quantitative ones concluded from the uncertainty estimation.

The outcome suggests that the proposed geometric model updating routines enable a comprehensive description of the machine tool behavior by including location errors and error motions. An improvement of 55.7% of the observability index value is depicted with respect to the currently used measurement strategy. The optimal calibration test duration varies between 30 minutes while probing one master ball for axes location errors identification and 2 hours and 18 minutes for the estimation of both axes location errors and error motions while measuring an artefact of three master balls. The norm of the mean unexplained volumetric error is set to $3.49 \ \mu m$ and $1.43 \ \mu m$ respectively regarding the previous tests for an initial norm of the mean unexplained volumetric error of the nominal model of $82.9 \ \mu m$ and $100.9 \ \mu m$ respectively. A contribution to the definition of the minimum number of measurements as well as the location of the probing points in the machine working volume is also performed for an effective evaluation of the machine tool performance.

TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACEIII
REMERCIEMENTSIV
RÉSUMÉV
ABSTRACT
TABLE DES MATIÈRESIX
LISTE DES TABLEAUX
LISTE DES FIGURESXV
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONSXIX
LISTE DES ANNEXESXX
CHAPITRE 1 INTRODUCTION
Description du problème1
Objectifs
Hypothèses4
CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE
2.1 Sources des erreurs dans les machines-outils
2.1.1 Erreurs quasi-statiques7
2.1.2 Erreurs dynamiques11
2.2 Procédures d'identification des erreurs
2.2.1 Méthodes de mesures directes
2.2.2 Méthodes de mesures indirectes14
2.3 Méthodes de modélisation des erreurs20
2.4 Critères de choix des méthodes d'étalonnage
CHAPITRE 3 ORGANISATION GÉNÉRALE

CHAPITRE 4	ARTICLE 1 :	AXIS LOCAT	ION ERRORS	AND EF	RROR MO	OTIONS
CALIBRATION F	OR A FIVE-AXIS	S MACHINE TO	OOL USING TH	IE SAMB.	A METHO	D 29

4.	.1	Abstract	29
4.	.2	Introduction	30
4.	.3	Error modeling and identification	31
	4.3.	1 Polynomial representation	31
	4.3.2	2 Kinematic modeling	32
	4.3.	3 Mathematical modeling	33
	4.3.4	4 Validation criteria	34
	4.3.	5 Principles of the applied strategy	34
	4.3.0	6 Decoupling of confounded errors	38
4.	.4	Experimental aspect	39
	4.4.	1 Measurement method	39
	4.4.2	2 Measurements results	40
4.	.5	Conclusion	41
4.	.6	Acknowledgements	42
4.	.7	References	42
CHA	APIT	RE 5 ARTICLE 2 : OPTIMAL CALIBRATION STRATEGY FOR A FIVE-AX	IS
MA	CHIN	NE TOOL ACCURACY IMPROVEMENT USING THE D-OPTIMAL APPROACH	44
5.	.1	Abstract	44
5.	.2	Introduction	44
5.	.3	Geometric errors assessment	47
	5.3.	1 The measurement artefact	47
	5.3.2	2 The kinematic modelling	48
	5.3.3	3 The mathematical error modelling	50

	5.3.4	The mathematical machine modelling	50
5	5.4	Observability indices	52
5	5.5	DETMAX algorithm	53
5	.6	Simulation tests	53
	5.6.1	l Step 1	54
	5.6.2	2 Step 2	60
5	.7	Experimental results and discussion	62
	5.7.1	Condition number and mean unexplained error	63
	5.7.2	2 Validation by uncertainty estimation	65
5	.8	Conclusion	72
5	.9	Acknowledgements	73
5	5.10	References	73
СН	APITI	RE 6 ARTICLE 3: GAUGE BLOCK BASED ASSESSMENT OF A FIVE-A	XIS
MA	CHIN	NE TOOL FOR MEASUREMENT CAPABILITY AFTER AN OPTIMIZED SAM	1BA 77
CA		A hotroot	. / /
6	5.1 5.2	Introduction	
6	5.Z	SAMDA as a calibration method	70
C		SAMBA as a calibration method	/9
	6.3.1	Mathematical modelling	80
	6.3.2	2 Error parameters estimation methodology	82
6	0.4	D-Optimality for an optimized calibration strategy	83
	6.4.1	DETMAX algorithm	83
	6.4.2	2 Observability indices	84
	6.4.3	3 Calibration strategy selection	85
6	.5	Application example	88

	6.5.1	SAMBA measurements	38
	6.5.2	UPF analysis	39
	6.5.3	Validation using a Gauge Block	91
6	.6	Conclusion	98
6	.7	Acknowledgement) 9
6	.8	References) 9
CH	APITF	RE 7 DISCUSSION GÉNÉRALE 10)3
CH	APITF	RE 8 CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS 10)7
8	.1	Contributions10)7
8	.2	Conclusions générales10)7
8	.3	Travaux futurs)9
BIB	LIOG	RAPHIE11	. 1
AN	NEXE		21

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2.1 : Nombre minimal d'erreurs géométriques pour une caractérisation complète d'une
machine-outil à cinq axes [ISO 230-1 :2012]20
Table 4.1: Set of indexations using the previous strategy (24 balls /7 BC indexations)35
Table 4.2: Results of a number of strategies
Table 4.3: Estimated error motions coefficients using the 4 balls/13 BC indexations strategy (not bold) and proposed decoupling strategy of 17 indexations (in bold). Backlashes of B- and C-axis are also estimated with the proposed strategy but are not listed in the table37
Table 4.4: Causes of the confounded errors
Table 4.5: Data analysis of the proposed strategy41
Table 5.1: Machine axis location errors, spindle location errors and positioning errors in a HU40-T five-axis machine tool
Table 5.2: OI results, as the condition number of the identification Jacobian matrix of the retained calibration elements for DETMAX algorithm applied to SAMBA
Table 5.3: Condition number versus number of unknowns for the case of axis location errors and error motions estimation
Table 5.4: Uncertainty results at p=0.95 for location errors estimated by the 4B.5n optimized test and the current strategy
Table 5.5: Comparison of selected optimized and current strategies for 13 and 84 error parameters coefficients
Table 6.1: Minimum number of position and orientation error parameters for a HU-40T five-axis machine tool [20, 21]
Table 6.2: Maximum estimated volumetric error norm using SAMBA and maximum error using SAMBA estimated error models to measure the gauge length for a nominal and a calibrated model-13 error parameters model

Table 6.3: Maximum estimated volumetric error norm using SAMBA and maximum error using
SAMBA estimated error models to measure the gauge length for a nominal and a calibrated
model-84 error parameters model97
Tableau 8.1: Ensemble des contributions pour des conférences et journaux scientifiques107
Table A.1: Results of DETMAX algorithm applied to SAMBA 128

LISTE DES FIGURES

Figure 1.1 : Répétabilité versus exactitude. ((a) répétabilité et exactitude élevées, (b) répétabilité
[Mooring et al., 1991]
Figure 21: Exemple d'une configuration d'un centre d'usinage vertical à cinq aves
[ISO 230-1 :2012]
Figure 2.2 : Effets des sources d'erreurs dans les machines à commandes numériques [Dornfeld et lee, 2008]
Figure 2.3 : Erreurs de position et d'orientation de l'axe C [ISO/TR 16907]7
Figure 2.4 : Écarts de mouvement angulaires et linéaires pour un déplacement le long d'une trajectoire nominale parallèle à l'axe X [ISO 230-1 :2012]
Figure 2.5 : Écarts cinématiques articulaires pour un axe de rotation C [ISO 230-7 :2006]9
Figure 2.6 : Montage pour la mesure de l'écart de rectitude avec une règle [ISO 230-1 :2012]12
Figure 2.7 : Exemple de mesure de cales étalons selon la norme [ISO 10360-2 :2009]12
Figure 2.8 : Mesure de l'erreur de position d'un axe linéaire avec un interféromètre laser [ASME B5.54-2005]
Figure 2.9 : Plateau à billes tridimensionnel [Bringmann et al., 2005]15
Figure 2.10 : Schéma d'un test de barre à bille [Ibaraki et Knapp, 2012]15
Figure 2.11 : Exemple d'un montage du R-test [Ibaraki et Knapp, 2012]16
Figure 2.12 : Exemple d'un montage CapBall [Zargarbashi et Mayer, 2009]17
Figure 2.13 : Exemple de montage d'un test SAMBA pour une machine de topologie wCBXbZY(C1)t
Figure 2.14 : Interprétation géométrique de l'observabilité des paramètres (adaptation de [Maurine et Quinet, 2013])
Figure 4.1: Nominal kinematic model of a five-axis machine tool with WCBXFZYST topology [13]

Figure 4.2: Simulation strategy of geometric error coefficients estimation
Figure 4.3: Relationship between B and C axes indexations
Figure 4.4: Scale and master balls being probed with a MP700 Renishaw probe on a Mitsui Seiki HU40-T machine tool
Figure 4.5: Cartesian volumetric errors unexplained by the estimated machine model for 76 (on the left) and 84 (on the right) parameters coefficients respectively in mm (errors 10 000×)
Figure 5.1: Scale and master balls being measured by a MP700 Renishaw probe on a Mitsui Seiki HU40-T machine tool of a wCBXbZY(C1)t topology
Figure 5.2: Nominal kinematic model of the wCBXbZY(C1)t five-axis machine tool48
Figure 5.3: Optimization process of SAMBA using the DETMAX algorithm
Figure 5.4: DETMAX algorithm for balls positions and artefact stems lengths optimization56
Figure 5.5: Initial versus final sets of balls using DETMAX algorithm for axis location errors (a) and axis location and error motions (b) estimation
Figure 5.6: Initial (a) versus final (b) B- and C-axis indexations combination using 3 balls for axis location errors estimation
Figure 5.7: Mean unexplained volumetric error and condition number for repeatability tests of optimized strategies for axis location errors (a) and location errors and error motions (b) estimation
Figure 5.8: Uncertainty estimation of <i>EXOC</i> and <i>EYY</i> 1 for axis location errors (a) and axis location errors and error motions (b) estimation for a coverage probability $p = 0.95$
Figure 5.9: The UPF mean variation of the optimized tests for location errors (a) and location errors and error motions (b) estimation
Figure 5.10: The non-normalised numerical Jacobian condition number variation with respect to the optimized tests: axis location errors (a), axis location errors and error motions (b)70
Figure 5.11: Initial versus final sets of linear axes indexations for axis location errors (a) and axis location and error motions (b) estimation using DETMAX

Figure 6.1 : A scale bar and master balls being measured with an MP700 Renishaw probe on a Mitsui Seiki HU40-T machine tool of wCBXbZY(C1)t topology80
Figure 6.2: The nominal kinematic model of the tested wCBXbZY(C1)t five-axis machine tool 80
Figure 6.3 : The DETMAX exchange algorithm. Modified from [12]83
Figure 6.4: Condition number variation using DETMAX method applied to the 84 error parameters model
Figure 6.5: The effect of the DETMAX method on indexations optimization applied to a 13 error parameters model and a 3B.10n calibration strategy
Figure 6.6: The condition number of the normalised Jacobian of the optimized tests for a 13 error parameters model (a) and an 84 error parameters model (b) estimation
Figure 6.7: The UPF mean variation of the optimized tests for a 13 error parameters model (a) and an 84 error parameters model (b) estimation
Figure 6.8: The condition number of the non-normalised Jacobian of the optimized tests for a 13 error parameters model (a) and an 84 error parameters model (b) estimation90
Figure 6.9: Gauge block measured with an MP700 Renishaw probe on a Mitsui Seiki HU40-T machine tool of a wCBXbZY(C1)t topology
Figure 6.10: Procedure of SAMBA calibration strategies validation using a Gauge Block
Figure 6.11: Errors variation on the gauge block for a 13 error parameters model
Figure 6.12: Errors variation on the gauge block for an 84 error parameters model estimation94
Figure 6.13: Standard deviation of the measured gauge length using optimized SAMBA calibration models
Figure 6.14: The maximum unexplained volumetric error versus the maximum error of the gauge block measured length for a 13 error parameters model (a) and an 84 error parameters model (b) estimation
Figure A.1: Scale and master balls being probed with an MP700 Renishaw probe on a Mitsui Seiki HU40-T machine tool of topology wCBXfZY(C1)t123
Figure A.2: Nominal kinematic model of a wCBXbZY(C1)t five-axis machine tool124

Figure A.3: DETMAX algorithm for ball position and lengths optimization	7
Figure A.4: Initial set versus final sets for axis location errors estimation	9

LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

CMM	Coordinate Measuring Machine (Machine à Mesurer Tridimensionnelle)
DETMAX	Determinant maximization
HTM	Homogeneous Transformation Matrix (Matrice de transformation homogène)
J	Matrice Jacobienne
OI	Observability indices (Indices d'observabilité)
RUMBA	Reconfigurable Uncalibrated Master Balls Artefact
SAMBA	Scale And Master Balls Artefact
SVD	Single Value Decomposition (Décomposition en valeurs singulières)

LISTE DES ANNEXES

Annexe A - Optimized SAMBA artefact configuration for a five-axis machine tool calibration

12	
	101
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	

CHAPITRE 1 INTRODUCTION

Afin d'assurer la fabrication de pièces de précision, d'améliorer la productivité et de minimiser l'intervention humaine, l'invention des machines-outils remonte à quelques siècles déjà. À ces objectifs s'ajoutent des critères de qualité, coût et délai de production, considérés comme facteurs clés pour s'imposer sur un marché assez concurrentiel.

Étant largement utilisées en fabrication mécanique, les machines-outils à commande numérique (MOCN) représentent une vraie révolution dans l'industrie manufacturière. Elles sont indispensables aux domaines de l'automobile et de l'aéronautique grâce à leurs flexibilités à fabriquer des pièces multiples dans un système de production moderne. Les machines-outils à cinq axes, prises comme exemple dans cette étude, sont constituées de trois axes prismatiques et deux autres rotatifs. Ceci occasionne le déplacement relatif de l'outil ou de la pièce dans les trois dimensions de l'espace ainsi que des mouvements de rotation simultanés, favorisant certes une augmentation de la productivité mais pouvant nuire en même temps à la précision de la surface usinée, en particulier pour les pièces à géométrie complexe avec des tolérances dimensionnelles étroites. Il revient à l'industriel de mettre en œuvre le personnel et les outils d'inspection périodiques nécessaires pour investiguer le comportement des machines et évaluer leurs performances dans l'objectif d'une amélioration continue du processus d'usinage.

Description du problème

La performance d'une machine-outil est définie principalement par son exactitude, sa résolution et sa répétabilité (Figure 1.1) [Mooring et al., 1991]. Elle est notamment affectée par plusieurs sources d'erreurs d'origine dynamiques et quasi-statiques.

Les erreurs géométriques, classées en tant que quasi-statiques, sont conséquentes de la géométrie imparfaite de la structure ainsi que des défauts des composants mécaniques. En l'occurrence, ce type d'erreurs a un impact majeur sur la qualité des pièces usinées en induisant des erreurs volumétriques qui se manifestent par une non-correspondance entre le point d'usinage commandé et celui réellement atteint et par conséquent des déviations lors du processus d'usinage. Il devient alors primordial de céduler des contrôles réguliers, dans le cadre de cycles de maintenance, pour étalonner ces erreurs et procéder à des opérations subséquentes de compensation numérique sur le contrôleur de la machine ou à des réglages mécaniques.



Figure 1.1 : Répétabilité versus exactitude. ((a) répétabilité et exactitude élevées, (b) répétabilité élevée avec faible exactitude, (c) faible répétabilité avec exactitude élevée) [Mooring et al., 1991]

Dans l'objectif de minimiser la différence entre la pose actuelle et nominale (position et orientation) de l'outil par rapport à la pièce, plusieurs approches ont été adoptées. Une démarche de mesure directe est considérée non seulement laborieuse, puisqu'elle nécessite souvent plusieurs montages des instruments de mesures afin de déterminer les erreurs liées à chaque axe de la machine, mais également coûteuse en termes de main d'œuvre spécialisée et de la durée d'arrêt de production. Une approche indirecte consiste, quant à elle, à une évaluation rapide de l'erreur volumétrique, en tant que superposition de toutes les erreurs géométriques, à l'aide d'un artefact d'étalonnage. Néanmoins, une analyse du modèle cinématique, et une modélisation mathématique pour une meilleure prédiction du comportement de chaque axe de la machine sont requises. Une des problématiques qui se pose à ce niveau, est de produire un modèle numérique susceptible d'offrir une description complète de l'état de la machine. Ce dernier doit inclure toutes les erreurs géométriques sur une machine-outil à cinq axes, sans toutefois présenter des singularités ou des couplages entre ces erreurs. Dans le cas échéant, ceci est caractéristique d'un modèle de mesure non adéquat et mal-conditionné. Un autre problème qui survient est lié à la validation, parmi les

critères proposés dans la littérature, d'un indice d'observabilité qui donne la meilleure visibilité des paramètres d'erreurs estimés. Dans cette même optique, une des difficultés qui s'impose est de définir une stratégie d'étalonnage idoine, puisqu'elle constitue une partie intégrante du processus d'identification des erreurs. Ainsi, il est important de prendre connaissance des points de mesures essentielles dans le volume de travail qui préviendront des redondances dans les résultats des tests sur machine. Dans le milieu industriel, les exigences associées aux opérations d'étalonnage indirectes vont au-delà de ce qui a été présenté pour revendiquer une durée d'inspection et une manipulation optimales de l'artefact dans la perspective de minimiser les arrêts de production et les coûts d'achats et de maintenance.

Objectifs

Cette thèse vise à élaborer des stratégies d'étalonnage optimisées pour l'inspection de l'état volumétrique d'une machine-outil à cinq axes, en vue d'améliorer sa précision. Les objectifs spécifiques de cette étude portent sur les points suivants :

• Exploiter la capacité de la machine-outil en tant que machine à mesurer tridimensionnelle

Ceci se traduit par l'utilisation d'un palpeur fixé sur la broche pour évaluer le comportement volumétrique de la machine à travers le palpage d'un artefact in situ constitué de sphères de référence, reconfigurables et non étalonnées.

• Utiliser un modèle d'erreur existant pour identifier les erreurs géométriques sur la machine

En d'autres termes, les modélisations cinématique, de la machine, et mathématique, des paramètres d'erreur, sont à exploiter pour définir une description complète et enrichie du modèle d'erreur de la machine.

• Proposer une approche analytique pour la construction d'une stratégie de mesure optimale

Afin de réduire la durée du cycle de maintenance et les coûts qui lui sont liés, d'un point de vue industriel, il est impératif de procéder à une planification minutieuse des poses de

mesures et des éléments clés qui sont impliqués dans le processus d'étalonnage pour assurer une estimation efficace des paramètres d'erreurs.

• Explorer des démarches de validation de la pertinence d'une stratégie de mesure

L'effet de la stratégie d'étalonnage sur une bonne identification des erreurs géométriques de la machine est à analyser par des critères qualitatifs et quantitatifs, bien définis dans la littérature.

• Procéder à des validations des résultats issus de la simulation par des tests expérimentaux et des mesures directes des erreurs sur la machine

Des tests de répétabilité des stratégies de mesure ainsi qu'une approche paramétrique sont à mettre en œuvre pour confirmer la corrélation entre simulation et expérimentation.

Hypothèses

La présente étude est réalisée sous principalement deux hypothèses :

- Corps rigides : Les modèles mathématiques utilisés dans notre analyse sont fondés sur l'hypothèse des corps rigides. Toutes les forces externes susceptibles de déformer les axes de la machine ou sa structure sont négligées. Il est considéré qu'il n'y a pas de couplage entre les paramètres d'erreurs des axes de la machine.
- Stabilité thermique de l'artefact et de la machine : dus au matériau constituant l'artefact de mesure (fibre de carbone) et à la durée du cycle d'étalonnage, les effets thermiques sur la machine et sur l'expansion thermique du système de mesure sont supposés être stables.

CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE

Il sera présenté dans ce chapitre une revue bibliographique liée à l'étalonnage des machines-outils à commande numérique et tout particulièrement aux principales erreurs influençant leur performance. Il dresse les différentes sources d'erreurs susceptibles de générer des non-conformités sur les pièces après usinage, les méthodes utilisées pour les quantifier ainsi que les procédures de modélisation requises pour une meilleure prédiction de leur comportement. Des approches d'optimisation des stratégies de mesure pour une vérification de l'état volumétrique des machines y sont présentés ainsi que les critères de validation adoptés pour une meilleure estimation des paramètres d'erreurs.

2.1 Sources des erreurs dans les machines-outils

Le secteur de l'industrie mécanique, notamment celui de l'aéronautique et de l'automobile, connaît une compétitivité accrue due à des critères de performance, de précision et de qualité de plus en plus exigeants. Dans ce sens, le recours à l'amélioration des conditions de fonctionnement des machines-outils, en vue de produire des pièces conformes aux tolérances spécifiées sur le cahier des charges, est un objectif primordial pouvant contribuer à l'augmentation significative des taux de gains et de productivité.



Légende

Table rotative (axe C)
 Plateau coulissant (axe X)
 Socle
 Support coulissant de colonne (axe Y)
 Colonne
 Support de timon (axe Z)
 Timon
 Tête de broche pivotante (axe A)
 Broche (axe C)

Figure 2.1 : Exemple d'une configuration d'un centre d'usinage vertical à cinq axes [ISO 230-1 :2012]

Les erreurs volumétriques sont considérées être le facteur qui reflète le plus fidèlement la précision de ces machines. Elles sont définies par la valeur moyenne quadratique des déviations entre la

valeur actuelle et celle idéale des positions en X, Y, Z et des orientations A, B, C dans le volume de travail. Ces déviations se manifestent par des écarts relatifs (de position et d'orientation) entre un repère rigidement lié au porte-outil et un autre rigidement lié à la pièce [Schwenke et al., 2008 ; Mekid, 2009 et Mayer, 2005].

Ainsi, l'exactitude globale d'une machine à commande numérique repose sur trois facteurs essentiels : l'exactitude du contour de la pièce, la rugosité du fini de surface et l'exactitude dimensionnelle. La Figure 2.2 trace les différentes sources d'erreurs pour chacun de ces facteurs en prenant en compte le type d'erreurs issu des éléments de la machine et susceptible d'en être la cause [Dornfeld et lee, 2008].



Figure 2.2 : Effets des sources d'erreurs dans les machines à commandes numériques [Dornfeld et lee, 2008]

D'autres scientifiques [Schwenke et al., 2008 ; Kurfess, 2001] réfèrent à ces sources d'erreurs en tant qu'erreurs d'origines géométriques, dynamiques, thermiques, erreurs des effets de la charge et erreurs dues au contrôle du logiciel de commande.

2.1.1 Erreurs quasi-statiques

Les erreurs quasi-statiques sont définies par Hocken [Hocken, 1980] comme étant une déviation de la position relative de l'outil par rapport à la pièce qui varie lentement dans le temps et qui est reliée à la structure de la machine-outil. Ces erreurs peuvent être les conséquences d'une géométrie imparfaite, de sources de chaleur internes et externes ou encore des effets de la variation statique des forces causées par les charges et qui se manifestent dans le poids de la pièce et des composants de la machine.

2.1.1.1 Erreurs géométriques

Une machine-outil à cinq axes est constituée de trois axes prismatiques et deux rotatifs. Ceci induit le déplacement relatif de l'outil par rapport à la pièce dans les trois dimensions de l'espace (X, Y et Z) et des mouvements rotatifs suivant les deux axes de rotation (B et C). Sous l'hypothèse des corps rigide, le mouvement de chaque axe est décrit par six degrés de liberté : trois translations et trois rotations. Les erreurs géométriques sont inhérentes à la structure de la machine et à ses composants. Elles représentent l'une des principales sources d'inexactitude et correspondent aux mesures directes résultantes partiellement des autres sources d'erreurs comme celles thermiques [Barakat et al., 2000 ; Ramesh et al., 2000].

Écarts géométriques de membrures : appelés aussi écarts inter-axes, sont les erreurs de position et d'orientation entre deux axes successifs, dans le système de coordonnées de la machine [ISO/TR 16907]. Sous l'hypothèse des corps rigides, ces écarts sont invariants avec les coordonnées articulaires. La Figure 2.3 illustre un exemple des écarts de membrures de l'axe C.



Légende

$$\begin{split} E_{X0C} &: \text{erreur de position de C dans la direction de l'axe X} \\ E_{Y0C} &: \text{erreur de position de C dans la direction de l'axe Y} \\ E_{A(0Y)C} &: \text{erreur d'orientation de C dans la direction de l'axe A} \\ \text{; erreur de perpendicularité de C par rapport à Y} \\ E_{B(0X)C} &: \text{erreur d'orientation de C dans la direction de l'axe B} \\ \text{; erreur de perpendicularité par rapport à X} \\ E_{C0C} &: \text{erreur de position de l'axe C à zéro} \\ \text{a : axe de référence} \end{split}$$

Figure 2.3 : Erreurs de position et d'orientation de l'axe C [ISO/TR 16907]

Écarts cinématiques articulaires : ou écarts intra-axes, décrivent les erreurs de position et d'orientation du mouvement des axes dus aux mouvements des composants de la machine [Leibrich et al., 2009]. Ils sont dépendants de la coordonnée articulaire de l'axe auquel ils sont associés. Pour un axe prismatique, les écarts cinématiques articulaires sont divisés en écart de position, écarts de rectitude et écarts angulaire, (Figure 2.4).



Légende

1 : direction du mouvement de l'axe X

- E_{AX} : écart de mouvement angulaire autour de X (roulis)
- E_{BX} : écart de mouvement angulaire autour de Y (lacet)
- E_{CX} : écart de mouvement angulaire autour de Z (tangage)

 E_{XX} : écart de position de l'axe X (erreur d'échelle)

 E_{YX} : écart de rectitude dans la direction de Y

 E_{ZX} : écart de rectitude dans la direction de Z

Figure 2.4 : Écarts de mouvement angulaires et linéaires pour un déplacement le long d'une trajectoire nominale parallèle à l'axe X [ISO 230-1 :2012]

Selon la norme [ISO 230-1 :2012],

- L'écart de position : correspond à un mouvement non souhaité dans la direction de l'axe du mouvement, ce qui résulte en une position actuelle différente de celle commandée. L'écart de position est associé aux imperfections du composant en mouvement ainsi qu'au système de guidage.
- *L'écart de rectitude* : représente le mouvement non souhaité dans l'une des deux directions orthogonales à l'axe du mouvement commandé.
- *L'écart angulaire* : est un mouvement de rotation non souhaité lors du déplacement du composant le long de la direction de l'axe commandé. La rotation autour de ce dernier est appelée roulis, les deux autres, autour des axes perpendiculaires à l'axe en mouvement, sont

nommées tangage (inclinaison autour d'un axe horizontal) et lacet (inclinaison autour d'un axe vertical).

Pour un axe de rotation, le mouvement d'erreur correspond aux variations de position et d'orientation de cet axe par rapport à ses axes de coordonnées de référence en fonction de l'angle de rotation de la broche [ISO 230-7 :2006]. La Figure 2.5 définit les différents écarts cinématiques articulaires pour l'axe de rotation C.



Figure 2.5 : Écarts cinématiques articulaires pour un axe de rotation C [ISO 230-7 :2006]

Selon la norme [ISO 230-7 :2006],

- L'écart de mouvement axial : est coaxial à la ligne moyenne de l'axe en mouvement.
- *L'écart de mouvement radial* : est dans une direction perpendiculaire à la ligne moyenne de l'axe.
- L'écart de mouvement d'inclinaison survient dans une direction angulaire par rapport à la ligne moyenne de l'axe.
- L'écart de position angulaire est un mouvement non désiré le long de la direction du mouvement de rotation, ce qui résulte en une position angulaire actuelle du composant en rotation, différente de celle commandée.

2.1.1.2 Effets de la charge

La masse de la pièce peut causer une déformation au niveau de la structure de la machine et affecter, par conséquent, ses caractéristiques dynamiques. Cette déformation induit ainsi des erreurs géométriques [Slocum, 1992].

Kurfess a classé l'impact des pièces à usiner sur les machines-outils en deux catégories [Kurfess, 2001] : la première concerne la déflection de l'outil de coupe à son contact avec la pièce (sa rigidité étant très petite par rapport à celle de la structure de la machine), la deuxième se rapporte aux effets d'inertie dus au mouvement (ils s'accentuent lors de l'usinage à grande vitesse associée à un grand taux de production). Ces deux effets sont considérablement réduits une fois pris en compte lors de la phase de conception.

2.1.1.3 Erreurs thermiques

Les conditions opérationnelles des machines-outils sont considérablement influencées par des sources thermiques dont les effets peuvent constituer jusqu'à 40% des erreurs géométriques responsables des non-conformités dimensionnelles des pièces fabriquées [Dornfeld et al., 2008 ; Srivastava et al., 1995]. Weck et al. [Weck et al., 1995] scindent les sources d'erreurs thermiques en deux catégories : externes et internes, en tenant compte des répercussions des sources de chaleur sur les déformations de l'outil, de la machine et aussi de la pièce.

- Les sources de chaleur externes : sont liées aux changements environnementaux tels que les rayons solaires, la lumière, etc, dont l'impact varie lentement dans le temps et altère le fonctionnement de la machine d'une manière uniforme.
- Les sources de chaleur internes : affectent d'une manière directe la structure de la machine et sont souvent liées à la broche, aux roulements, aux moteurs des axes linéaires et rotatifs, aux vis-à-billes, aux copeaux, etc. Ces éléments sont estimés être une source majeure de la variation du gradient de température.

Slocum [Slocum, 1992] stipule que le contrôle thermique de la machine doit être accompagné d'un préchauffage afin d'atteindre l'équilibre thermique. D'autres méthodes consistent à faire des analyses par éléments finis lors de la phase de la conception pour prévenir les déformations élastiques de la structure. Il est également convenu de refroidir les roulements de la broche, d'isoler le moteur de la structure et d'inonder la zone de travail avec des lubrifiants. Les compensations

directes et indirectes sont des méthodes aussi puissantes pour améliorer le comportement de la machine afin de réduire les déviations thermiques.

2.1.2 Erreurs dynamiques

Ces erreurs sont dues essentiellement au mouvement rotatif de la broche et aux vibrations de la machine-outil et tout particulièrement aux résonances qui se produisent une fois que l'outil de coupe rentre en contact avec la pièce. En effet, les variations des forces, des accélérations et décélérations lors des opérations d'usinage ont un effet direct sur toutes les composantes mécaniques de la machine et par conséquent sur la position et l'orientation de l'outil par rapport à la pièce. Il est possible de prévenir ce type d'erreur en adoptant des analyses par éléments finis lors de la phase de conception de la machine. Une programmation du contrôleur est alors effectuée afin de spécifier les plages de vitesses à éviter et pouvant éventuellement exciter certaines fréquences de résonance de la machine [Schwenke et al., 2008 ; Slocum, 1992]. Toutefois, l'usinage de précision est souvent réalisé avec de petites vitesses d'avance, la compensation des erreurs peut être faite sans prendre en compte l'effet des forces dynamiques.

2.2 Procédures d'identification des erreurs

2.2.1 Méthodes de mesures directes

Les méthodes de mesures directes des erreurs géométriques, appelées aussi méthodes paramétriques, présentent un moyen simple et largement exploité par les industriels pour des évaluations directes des erreurs individuelles associées à chaque axe de la machine, sans l'implication des autres axes. Ces méthodes sont classées principalement en trois groupes selon la nature de la méthode de mesure [Schwenke et al., 2008]. Ainsi, il y a des méthodes basées sur la mesure d'artefacts comme le palpage d'une règle avec la méthode de retournement pour la détermination de l'écart de rectitude (Figure 2.6). Dans ce cas, les mesures sont enregistrées pour un montage normal avant de procéder à une deuxième série de palpage, effectuée après une rotation de 180° de la règle. Des tests de répétabilité sont réalisés pour un déplacement linéaire de la machine. Une analyse mathématique des données permet de calculer les écarts de rectitude entre les axes de la machine ainsi que l'écart de rectitude de la règle.



Figure 2.6 : Montage pour la mesure de l'écart de rectitude avec une règle [ISO 230-1 :2012]

Sur une MMT, la norme ISO [ISO 10360-2 :2009] spécifie les essais à effectuer pour la vérification périodique de la performance de ce type de machine à travers la mesure de cinq cales étalons de longueurs différentes au moyen d'un système de palpage (Figure 2.7) pour différentes positions et orientations dans le volume de travail. Les résultats obtenus sont comparés aux valeurs indiquées sur les étalons et permettent ainsi de connaître le fonctionnement de la MMT lors de mesures futures similaires.



Figure 2.7 : Exemple de mesure de cales étalons selon la norme [ISO 10360-2 :2009]

D'autres méthodes directes sont fondées sur des applications laser et principalement sur des techniques interférométriques. Deux optiques sont alors utilisées : un rétro-réflecteur et un interféromètre, l'une est montée sur le porte-outil et l'autre sur le côté pièce de la machine. La prise de mesure sert à caractériser essentiellement les écarts de positions et doit subir des corrections à la suite de contaminations de sources d'origine environnementales (température, humidité, densité et pression), ce qui peut engendrer des déviations du faisceau laser, des erreurs dans la longueur d'onde ainsi que des incertitudes au niveau de la longueur du trajet optique du faisceau laser [Schwenke et al., 2008; ISO 230-1 :2012; Sartori et al., 1995].

Cette méthode représente certes des inconvénients vus le travail laborieux et l'expertise qu'elle nécessite, toutefois un système de mesure par auto-alignement d'un interféromètre laser a été développé par Chen et al. [Chen et al., 1999] dans le but d'identifier 21 erreurs géométriques d'une machine-outil à trois axes. Le temps de mesure a été nettement réduit (de quelques jours à une heure seulement). Il a également été constaté que les mesures des erreurs de rectitude et de roulis sont affectées par le bruit introduit lors des tests et par la répétabilité de la machine.

La Figure 2.8 illustre une application de l'interférométrie laser pour la mesure de l'erreur d'échelle d'un axe linéaire (à gauche) selon la norme ASME [ASME B5.54-2205] et un montage des optiques pour la mesure de l'erreur d'échelle de l'axe Y sur une machine-outil HU40-T à cinq axes (à droite).



Figure 2.8 : Mesure de l'erreur de position d'un axe linéaire avec un interféromètre laser [ASME B5.54-2005]

Le troisième groupe de techniques de mesures directes est classé sous la catégorie de méthodes de gravité puisque la direction du vecteur de gravité est prise comme référence métrologique. Ainsi, des outils comme l'inclinomètre ou le niveau à bulle donnent la possibilité d'identifier les erreurs des axes de la machine [ISO 230-1 :2012].

2.2.2 Méthodes de mesures indirectes

Les méthodes de mesures indirectes requièrent le mouvement simultané de deux ou plusieurs axes de la machine dans le volume de mesures. En se basant sur le schéma cinématique de la machine et la géométrie de ces axes, des modélisations mathématiques et des algorithmes de calcul des erreurs sont développés afin d'identifier au mieux les erreurs géométriques.

L'utilisation d'une plaque à billes tridimensionnelle (Figure 2.9), par exemple, permet de mesurer simultanément les écarts en X, Y et Z dans le volume de travail d'une machine-outil à trois axes grâce au mouvement de la table de la machine dans les trois directions. Le système de mesure est composé d'une plaque bidimensionnelle séparée d'une plaque de base à l'aide d'une entretoise, le tout couplé cinématiquement. Le vecteur des erreurs de positions est déterminé à travers la mesure des positions de billes pré-étalonnées. Les résultats sont ensuite exploités pour compenser les erreurs géométriques sur le contrôleur de la machine [Bringmann et al., 2005]. Sur une MMT, une méthode de retournement avec une rotation du dispositif de mesure en quatre positions autour de son axe vertical permet d'éliminer l'influence de certains écarts de membrures de la MMT sur les erreurs de géométrie de l'artefact. L'incertitude sur les mesures est estimée à moins de 2.1 μ m [Liebrich et al., 2009].

L'identification des écarts de membrures des axes rotatifs peut se faire analytiquement à l'aide d'un test de barre à billes (Figure 2.10) pour une évaluation rapide de la performance des machines-outils à cinq axes [Mir et al., 2002; Zargarbashi et Mayer, 2006]. Le dispositif de mesure, utilisé également pour étalonner des MMT [Curran et Phelan, 2004], a été initialement développé par Bryan [Bryan, 1982] pour faire état de l'exactitude de machines à trois axes. La barre est ainsi montée entre deux supports magnétiques; le premier est placé sur le porte-outil et le deuxième est lié à la table de la machine. Des mouvements circulaires programmés dans les sens horaire et antihoraire sont effectués. Des tracés polaires sont produits par la suite et servent à interpréter la distance entre les centres des deux billes lors du déplacement de la première autour de la deuxième, dans le plan de mesure. La forme du diagramme obtenu est caractéristique d'une erreur machine bien spécifique.



Figure 2.9 : Plateau à billes tridimensionnel [Bringmann et al., 2005]



Figure 2.10 : Schéma d'un test de barre à bille [Ibaraki et Knapp, 2012]

Plusieurs des tests effectués par la barre à billes, présentée ci-dessus, sont équivalents à ce qui est appelé le R-test (Figure 2.11). Ce dernier est un instrument de mesure développé par Weikert [Weikert, 2004] pour l'amélioration de la performance des machines-outils à cinq axes. Le dispositif est constitué de trois palpeurs analogues et orthogonaux entre eux, se distinguant par des touches sphériques. Les palpeurs sont ainsi montés sur le côté pièce de la machine et sont mis au contact d'une sphère de référence en céramique. Cette dernière est montée sur le porte-outil et est alignée avec son axe de rotation. Le déplacement relatif du centre de la sphère en x, y et z est transmis directement aux palpeurs. L'étendue de l'incertitude sur les erreurs de membrures est estimée à $1.7 \mu m$. Bringmann et Knapp [Bringmann et Knapp, 2006] ont utilisé le même test pour le calcul des déviations d'une sphère en contact avec quatre palpeurs. La présence d'un quatrième palpeur a pour but de détecter les éventuelles usures et poussières sur la sphère ou les palpeurs. Un concept de mesure, nommé « Chase-the Ball », permet d'identifier en un seul montage les écarts de membrures et les erreurs d'échelle des axes linéaires en réalisant des mesures à différentes poses impliquant le mouvement de tous les axes de la machine-outil. Une analyse d'incertitude est également effectuée sur la base de la méthode de Monte-Carlo pour un modèle donnant une description complète des erreurs géométriques la machine. Ibaraki et al. [Ibaraki et al., 2011] ont utilisé le même instrument de mesure pour inclure dans le processus d'identification, les écarts cinématiques des axes rotatifs lors de mesures tridimensionnelles d'une bille.



Figure 2.11 : Exemple d'un montage du R-test [Ibaraki et Knapp, 2012]

Zargarbashi et Mayer [Zargarbashi et Mayer, 2009] se sont basés sur l'approche R-test pour développer un nouvel instrument de mesure 3D, appelé le Capball (Figure 2.12). Ce dispositif se compose d'une tête de détection équipée de trois capteurs capacitifs, montés sur le porte-outil et une bille de référence, montée sur la table de la machine. La collecte des erreurs volumétriques, dues aux déviations de la position de la bille par rapport à l'outil, est effectuée en moins de deux minutes lors de mouvements synchronisés des cinq axes de la machine. Le test à une seule configuration favorise l'identification des erreurs de montage et des huit écarts de membrures. Ces
derniers sont ensuite exploités pour prédire les erreurs volumétriques pour des stratégies de mesures différentes de celles utilisées dans le processus d'identification La capacité de prédiction du modèle développé permet d'expliquer jusqu'à 84% des erreurs volumétriques mesurées.



Figure 2.12 : Exemple d'un montage CapBall [Zargarbashi et Mayer, 2009]

Erkan et Mayer [Erkan et Mayer, 2010; Erkan et Mayer, 2011] ont développé une méthode, dite RUMBA (Reconfigurable Uncalibrated Master Balls Artefact), qui consiste en un artefact 3D formé de billes de référence fixées sur des tiges de différentes longueurs, dans le but de fournir une évaluation rapide de l'état volumétrique d'une machine-outil à cinq axes. L'instrument de mesure surmonte les inconvénients des artefacts existants puisqu'il est reconfigurable et non-étalonné et se caractérise par une flexibilité en termes de positions et de nombre de billes. La démarche de mesure des positions des billes est réalisée avec un palpeur de contact et exploite ainsi la capacité de palpage de la machine pour identifier ses erreurs géométriques grâce à des séquences de mesures impliquant une combinaison des indexations des axes de la machine. Un modèle mathématique est mis en place afin d'identifier les erreurs de montage de l'artefact et du palpeur et d'éliminer leurs effets lors du calcul du centre des billes mesurés. Une validation de la géométrie estimée de l'artefact est effectuée sur une MMT, la norme maximale d'erreur est de 7.4 µm.

Le concept d'artefact présenté ci-dessus est assujetti à des améliorations dans le travail de recherche de Mayer [Mayer, 2012]. L'artefact est ainsi enrichi d'une barre à billes de longueur fixe en plus de 26 billes de référence, pour constituer un système de mesure nommé SAMBA (Scale and Master Balls Artefact) (Figure 2.13). Sous l'hypothèse des corps rigides, l'approche de la cinématique

directe est employée pour déterminer la pose de l'outil par rapport à chaque bille de référence, lors de la prise de mesure, pour différentes combinaisons des axes rotatifs. Un modèle mathématique formé de matrices de transformations homogènes prend en compte les paramètres d'erreurs définissant le comportement erroné de la machine.



Figure 2.13 : Exemple de montage d'un test SAMBA pour une machine de topologie wCBXbZY(C1)t

La multiplication de ces matrices conduit à la construction d'un système d'équations linéaires représenté par l'équation (2.1) :

$$\delta \tau = J \delta P \tag{2.1}$$

Où,

 $\delta\tau$ représente les erreurs volumétriques en coordonnées cartésiennes du palpeur pour chaque bille mesurées,

 δP est une matrice colonne contenant les erreurs de montage (déviations de la positions des billes et de l'outil) [Erkan et Mayer, 2011] ainsi que les paramètres géométriques de la machine

et *J* est la matrice Jacobienne décrivant la sensibilité des erreurs volumétriques aux erreurs de montage et aux erreurs de la machine.

L'identification des erreurs ci-dessus est effectuée par le calcul du pseudo-inverse de J selon l'équation suivante :

$$\delta P = J^+ \delta \tau$$

Le modèle permet ainsi d'identifier huit écarts de membrures, deux déviations dues à la localisation de la broche et trois erreurs d'échelles attribuées aux axes prismatiques d'une machine-outil horizontale à cinq axes. L'étude de l'effet thermique sur l'estimation des paramètres d'erreurs démontre l'avantage de l'utilisation d'une barre à bille thermiquement stable sur une identification efficace des erreurs d'échelles et une meilleure investigation de l'expansion thermique isotrope de la machine.

Le nombre total des erreurs géométriques à mesurer en vue de l'amélioration de l'exactitude d'une machine-outil dépend essentiellement du nombre d'axes la constituant. En effet, une description complète de la performance de la machine est liée à sa topologie néanmoins les scientifiques se sont intéressés à établir un nombre adéquat d'erreurs à définir indépendamment du schéma cinématique de la machine et ce dans le but d'éliminer toutes mesures d'erreurs redondantes. Dans ce contexte, Everett et Suryohadiprojo [Everett et Suryohadiprojo, 1988] ont développé l'équation (2.3) pour déterminer le nombre maximal de paramètres à identifier pour l'étalonnage d'un robot et ce quel que soit son modèle cinématique.

$$N = 4R + 2P + 6 (2.3)$$

Où N est le nombre de paramètres indépendants, R et P sont respectivement les nombres d'articulations rotatives et prismatiques. Kruth et al. [Kruth et al., 1994] ont proposé une méthode d'auto-étalonnage utilisant dix billes montées sur une plaque non étalonnée pour estimer 21 erreurs géométriques sur une MMT. Une série de mesures de la plaque à billes est réalisée dans différentes positions du volume de la machine. Le modèle des erreurs géométriques obtenu sert à faire des corrections directes sur le logiciel de la machine. Une cale étalon en gradins est ensuite utilisée pour vérifier l'efficacité des résultats de corrections et démontre une réduction de 31% des erreurs géométriques systématiques.

Mir et al. [Mir et al., 2002 ; Mir et al., 2003] ont utilisé une approche systématique pour l'évaluation de la performance des machines-outils à cinq axes à travers l'identification des erreurs géométriques, considérées comme les premières à affecter la qualité de la pièce usinée. La méthodologie proposée vise à déterminer le nombre nécessaire et suffisant d'écarts géométriques de membrures afin d'étalonner la machine par une barre à billes magnétiques. Les matrices de

(2.2)

transformations homogènes sont développées à partir du schéma cinématique d'une machine de topologie ZFYXAC et permettent de générer la matrice Jacobienne. Une stratégie mathématique et analytique se basant sur la taille, le rang, le conditionnement et la décomposition en valeurs singulières est proposée dans le but d'éliminer les paramètres redondants dont la présence entraîne un système mal-conditionné. Le nombre de paramètres géométriques à identifier sur la machine est réduit de 30 à 8 paramètres. Zargarbashi [Zargarbashi, 2008] a développé un instrument de mesure nommé le Cap-à-Bille pour identifier les écarts de membrure et cinématique sur une machine-outil horizontale à cinq axes. L'identification de ces écarts est faite par une analyse de la matrice Jacobienne puis comparée aux résultats obtenus par des mesures avec une barre à billes.

Le Tableau 2.1 présente le nombre minimal d'écarts de membrure pour une description complète d'une machine-outil à cinq axes, d'après la norme ISO 230-1 :2012.

C-axis	X-axis	Y-axis	Z-axis	A-axis	(C1)-spindle
0	(0)	_	_	_	$E_{X0(C1)}$
0	_	(0)	_	E_{Y0A}	$E_{Y0(C1)}$
_	_	_	(0)	0	_
E _{A0C}	_	0	E_{A0Z}	(0)	$E_{A0(C1)}$
E_{B0C}	0	_	E_{B0Z}	E_{B0A}	$E_{B0(C1)}$
(0)	0	E_{COY}	_	E_{COA}	_

Tableau 2.1 : Nombre minimal d'erreurs géométriques pour une caractérisation complète d'une machine-outil à cinq axes [ISO 230-1 :2012]

2.3 Méthodes de modélisation des erreurs

Plusieurs fonctions de modélisation des erreurs cinématiques sont proposées dans la littérature dans le but de prédire au mieux le comportement des axes de la machine. En effet, une représentation incomplète du comportement erroné de la machine engendre une fausse estimation des erreurs et peut causer par conséquent des corrélations [Schwenke et al., 2008]. La représentation polynomiale est préconisée tout spécialement pour la flexibilité qu'elle offre lors des calculs différentiels, particulièrement utiles lors de la construction de la matrice Jacobienne, ainsi que pour sa capacité à étendre le comportement décrit dans un intervalle bien défini à toute la zone de fonctionnement [Soons et al., 1992]. Kruth et al [Kruth et al., 1994] ont utilisé un polynôme de

Legendre de degré trois pour approximer le mouvement de 18 erreurs géométriques sur une MMT, mesurée avec une plaque à billes. Le choix du degré de représentation est basé sur l'analyse expérimentale des résidus et le calcul d'incertitude de la méthode de mesure. Un modèle volumétrique 3D est proposé par Pahk et al. [Pahk et al., 1997] pour identifier les écarts de membrure et cinématique sur une machine-outil à trois axes. Les erreurs géométriques sont modélisées sous forme de polynômes de premier et deuxième degré. L'effet du jeu d'inversion est représenté par une constante dépendante de la direction du mouvement. Le même principe de modélisation est utilisé par Choi et al. [Choi et al., 2004] sur une machine-outil à trois axes pour identifier les erreurs de palpage et de positionnement, mesurées avec un artefact formé de huit cubes. Mir et al. [Mir et al., 2003] ont développé un modèle d'étalonnage d'une machine-outil à cinq axes pour identifier les erreurs géométriques responsables de la déviation du repère de l'outil par rapport à celui de la pièce. L'acquisition des mesures est réalisée par une barre à billes magnétique télescopique. Les erreurs géométriques sont modélisées sous forme d'un polynôme de Chebyshev de degré trois pour ses capacités numériques à améliorer le conditionnement de la matrice Jacobienne. Les coefficients de degré zéro et certains termes linéaires représentent les huit écarts de membrures. Une stratégie et une formule de calcul du nombre minimal des coefficients des paramètres d'erreurs pour une description complète de l'état de la machine sont également proposées. Les données issues des tests laser et une approche statistique sont menées par Slamani et al. [Slamani et al., 2011] sur trois machines de différentes topologies, afin de déterminer analytiquement et expérimentalement le nombre de degré suffisant et optimal pour estimer les écarts cinématiques, y compris les erreurs d'hystérésis, modélisées sous forme de constantes. Il est conclu qu'une représentation du 3^{ième} ou 4^{ième} degré est adéquate dans la majorité des cas. Une autre méthode de modélisation des écarts cinématiques, mesurés par une plaque à billes, est suggérée par Bringmann et Knapp [Bringmann et Knapp, 2009]. Il est stipulé qu'une approximation réaliste de ces erreurs serait une superposition d'une représentation par série de Fourier et de paramètres d'erreurs typiques.

2.4 Critères de choix des méthodes d'étalonnage

À la suite des recherches citées précédemment, plusieurs méthodes de mesures indirectes ont été développées en vue d'estimer au mieux les erreurs géométriques des machines-outils, responsables des non-conformités sur les pièces usinées. Après l'opération d'acquisition des données, un modèle

mathématique est mis en place en vue d'identifier les paramètres d'erreurs. Ce processus se fait généralement à travers l'étude de la matrice Jacobienne d'identité caractérisant la sensibilité des changements de position et d'orientation de l'outil par rapport à la pièce aux variations des paramètres géométriques. Ainsi, pour chaque configuration de mesure, les erreurs de la machine engendrent une déviation de l'outil, d'où l'impact du choix de la stratégie de mesure, appelée communément en robotique stratégie d'observabilité, sur une bonne identification de l'état de la machine à étalonner. Afin de statuer sur la qualité du processus d'estimation, deux types d'approches sont proposées dans la littérature [Mooring et al., 1991] :

- La première se base sur une analyse classique du conditionnement de la matrice Jacobienne [Bringmann et Knapp, 2006]. Cette information traduit le degré de sensibilité de l'algorithme à modéliser les erreurs mesurées.
- La seconde adopte un critère d'observabilité pour indiquer la performance des mesures et est quelque part similaire à l'étude du conditionnement, citée précédemment.

En considérant que les paramètres identifiables sont prédéfinis et indépendants et que par conséquent la matrice Jacobienne J ne contient que des vecteurs non nuls, l'analyse des propriétés de cette matrice est effectuée à travers une décomposition en valeurs singulières selon l'équation (2.4).

$$I = U\Sigma V^T \tag{2.4}$$

La matrice Σ contient dans sa diagonale les valeurs singulières de la matrice J disposées par ordre décroissant, c.-à-d. que $\sigma_1 \ge \sigma_2 \ge \sigma_3 \ge \cdots \ge \sigma_n$; U et V sont des matrices orthogonales.

Le nombre *n* des valeurs singulières non nulles de la matrice Σ correspond au rang de la matrice *J* et donc au nombre de paramètres à identifier dans le système d'équations alors que le nombre de lignes représente le nombre de poses utilisées dans le processus d'étalonnage.

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \sigma_n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$
(2.5)

Plusieurs indices d'observabilité sont proposés sur la base d'équations comportant les valeurs singulières produites par le modèle d'analyse. En effet, les changements dans les séquences d'étalonnage influencent directement les valeurs singulières, un choix de mesures fondé sur la valeur de l'indice d'observabilité contribuera à l'amélioration de l'efficacité d'identification des paramètres d'erreurs et à l'optimisation de la localisation des poses d'étalonnage dans l'espace de travail.

D'un point de vue géométrique, si on admet l'hypothèse que les paramètres d'erreurs sont inclus dans une sphère de rayon unité alors les écarts volumétriques de l'outil relatifs à la pièce sont englobés par un hyper-ellipsoïde dont les axes ont pour dimensions les valeurs singulières de la matrice Jacobienne (Figure 2.14), [Nahvi et Hollerbach, 1996 ; Maurine et Quinet, 2013]. Cette dernière est le lien entre les erreurs volumétriques $\delta\tau$ et les paramètres d'erreurs δP sur la machine, comme présenté précédemment dans l'équation (2.1).



Figure 2.14 : Interprétation géométrique de l'observabilité des paramètres (adaptation de [Maurine et Quinet, 2013])

Les indices d'observabilité présentés dans la littérature sont les suivants :

 L'indice O₁ (équation (2.6)), proposé par Borm et Menq [Borm et Menq, 1989], où m est le nombre de mesures et n est le nombre de paramètres.

$$O_1 = \frac{(\sigma_1 \sigma_2 \dots \sigma_n)^{\frac{1}{n}}}{\sqrt{m}}$$
(2.6)

L'objectif de maximiser cet indice se traduit géométriquement par une augmentation du volume de l'hyper-ellipsoïde pour une meilleure estimation des paramètres, comme expliqué par Nahvi et Hollerbach [Nahvi et Hollerbach, 1996]. Toutefois, le fait que

l'hyper-ellipsoïde soit volumineux, ne garantit pas que l'identification de tous les paramètres soit efficace. En effet, il suffit qu'un seul des axes de l'hyper-ellipsoïde soit petit pour que le paramètre qui lui est lié soit difficilement observable.

• L'indice O_2 (équation (2.7)) proposé par Driels et Pathre [Driels et Pathre, 1990] est l'inverse du nombre de conditionnement de la matrice Jacobienne et consiste en une homogénéisation des valeurs singulières. La maximisation de cet indice est équivalente à une réduction du nombre de conditionnement. Géométriquement, ce ratio mesure l'excentricité de l'hyper-ellipsoïde et sa maximisation revient à approcher la forme de l'hyper-ellipsoïde de la forme d'une sphère.

$$O_2 = \frac{\sigma_n}{\sigma_1} \tag{2.7}$$

 L'indice O₃ (équation (2.8)) est présenté par Nahvi et Hollerbach [Nahvi et Hollerbach, 1996]. Il correspond au plus petit axe de l'hyper-ellipsoïde. Le fait de maximiser cette valeur revient à élargir le volume lié aux erreurs volumétriques, par conséquent les mesures d'étalonnage choisies sont plus sensibles aux paramètres d'erreurs [Joubair, 2012].

$$O_3 = \sigma_n \tag{2.8}$$

• L'indice O_4 (équation (2.9)) est également introduit par Nahvi et Hollerbach [Nahvi et Hollerbach, 1996] pour pallier certains cas où il est difficile de porter des conclusions sur la qualité d'observabilité d'une stratégie de mesure en utilisant les indices d'observabilité mentionnés ci-dessus. Ce critère est une combinaison des indices O_2 et O_3 , ceci implique une minimisation de l'excentricité et un élargissement du petit axe de l'hyperellipsoïde.

$$O_4 = \frac{\sigma_n^2}{\sigma_1} \tag{2.9}$$

L'indice O₅ est suggéré par Sun et Hollerbach [Sun et Hollerbach, 2008]. Sa maximisation est interprétée par une minimisation de la somme des inverses des valeurs singulières. Géométriquement, il vise également à élargir le volume de l'hyper-ellipsoïde et par conséquent à augmenter la sensibilité de la stratégie de mesure aux paramètres d'erreurs.

$$O_5 = \frac{1}{\frac{1}{\sigma_1} + \frac{1}{\sigma_2} + \dots + \frac{1}{\sigma_n}}$$
(2.10)

Plusieurs chercheurs se sont investis dans une étude comparative des indices d'observabilité afin de démontrer celui qui est le plus à même de donner de meilleurs résultats lors de la résolution de problèmes d'étalonnage, néanmoins les conclusions de ces études semblent contradictoires. En effet, Sun et Hollerbach par exemple [Sun et Hollerbach, 2008] estiment que l'indice O_3 est le meilleur choix à adopter alors que ce même indice n'est pas recommandé par Horne et Notash [Horne et Notash, 2009] lors d'une étude comparative des indices d'observabilité pour un manipulateur planaire à deux degrés de liberté. Zhou et al. [Zhou et al., 2010] ont réalisé une étude comparative des quatre premiers indices d'observabilité sur un robot sériel à deux degré de liberté. Il a été convenu que l'indice O_4 est le meilleur critère, néanmoins l'indice O_2 performe très bien notamment pour un grand nombre de mesure puisqu'il présente plus de sensibilité quant à l'identification de l'exactitude de positionnement de l'outil. Selon cette même étude, les indices O_1 et O_3 seraient beaucoup moins performants. Une étude sur plusieurs types de manipulateurs a été effectuée par Joubair et Bonev [Joubair et Bonev, 2013] qui ont conclu que tous les indices d'observabilité sont capables de produire de bons résultats, toutefois, l'indice O_1 est préconisé lors d'une présence significative de bruit sur les mesures.

L'objectif dans l'utilisation de ces indices d'observabilité est de garantir la qualité d'identification des paramètres d'erreurs. Ceci peut être particulièrement utile pour investiguer les configurations de mesures qui sensibilisent le mieux les erreurs volumétriques aux paramètres d'erreurs et pour procéder à une optimisation du nombre de mesures dans le volume de la machine.

CHAPITRE 3 ORGANISATION GÉNÉRALE

Ce chapitre couvre d'une manière succincte l'organisation de l'ensemble des travaux réalisés dans le cadre de cette étude. La suite de cette thèse est scindée en trois chapitres sous formes d'articles scientifiques auxquels s'ajoutent deux chapitres consacrés à une discussion générale et aux conclusions et recommandations avant de terminer avec un article de conférence, en annexe.

Ainsi, le quatrième chapitre est un article sous le titre « Axis location errors and error motions calibration for a five-axis machine tool using the SAMBA method ». Il a fait l'objet d'une publication dans *Procedia CIRP* (vol. 14, pp. 305-310, 2014) et d'une présentation orale à la conférence CIRP HPC2014, intitulée « 6th CIRP International Conference on High Performance Cutting » à l'Université de Californie à Berkley. Le travail présenté est une investigation de l'impact de la stratégie de mesure sur la qualité d'estimation des erreurs géométriques afin d'enrichir le modèle volumétrique caractérisant le comportement de la machine-outil et pouvant résulter en une déviation de l'outil par rapport au point désiré sur la pièce.

Dans un premier temps, la méthode SAMBA (Scale And Master Balls Artefact) est utilisée comme technique d'étalonnage indirecte pour évaluer l'état volumétrique d'une machine-outil à cinq axes. Les données volumétriques sont collectées à partir d'un palpage de centres de billes de références, fixées sur des tiges et installées sur la table de la machine. Un nouveau modèle mathématique utilisant une fonction polynomiale est développé pour décrire les écarts géométriques de membrures et cinématiques. Une démarche visant la réduction du nombre de billes versus un enrichissement de la séquence de mesure, impliquant un mouvement des axes de rotation de la machine, est ensuite effectuée. L'impact d'une relation non-linéaire entre les indexations des axes rotatifs pour un nombre aléatoires de points de mesure est mis en évidence à travers l'estimation des écarts de membrures et des coefficients polynomiaux des écarts cinématiques, incluant les erreurs d'hystérésis. La validation d'une telle stratégie d'étalonnage est basée sur le calcul du conditionnement du Jacobien de la matrice de sensibilité, générée par l'expression du modèle cinématique de la machine. L'effet de l'estimation des écarts de membrures et des écarts cinématiques, est ensuite est musices de la matrice de sensibilité, générée par l'expression du modèle cinématique de la machine. L'effet de l'estimation des écarts de membrures et des écarts cinématiques.

L'importance du choix de la séquence de mesure étant soulignée ci-dessus, une étude exhaustive est établie dans le cinquième chapitre afin d'optimiser les éléments clés de la méthode SAMBA, susceptibles de contribuer à l'amélioration de la performance de la machine. Les travaux réalisés dans cette section sont présentés sous forme d'un article de revue intitulé « Optimal calibration strategy for a five-axis machine tool accuracy improvement using the D-optimal approach », soumis au International Journal of Advanced Manufacturing Technology.

Une approche analytique fondée sur les algorithmes d'échanges pour la conception d'expériences optimales est adoptée. Une comparaison entre les indices d'observabilité, relevant du domaine de la robotique pour décider de la pertinence d'une stratégie de mesure, est effectuée dans une première étape. Cette dernière consiste en une optimisation d'un ensemble de positions de billes, constituant l'artefact SAMBA, pour différentes longueurs de tiges et pour une stratégie de mesure riches en indexations d'axes rotatifs, balayant tout le volume d'usinage. Il est constaté que l'agencement des billes ainsi que le nombre de tiges ont un effet décisif sur l'estimation des paramètres géométriques et notamment sur la maximisation de la valeur de l'indice d'observabilité. Une deuxième étape de la démarche d'optimisation consiste à sélectionner le nombre adéquat de points de mesures, à partir des séquences disponibles dans la stratégie de palpage utilisée précédemment, qui, en combinaison avec une disposition optimisée de l'artefact, conduira à une meilleure description qualitative de l'état volumétrique de la machine. Le résultat des simulations pour les deux cas de figures : estimation des écarts de membrures et des écarts de membres et écarts cinématiques, est validé par des tests de répétabilité sur une machine-outil HU-40T. Les différents scénarios d'étalonnage optimisés sont alors imbriqués dans un seul test pour garantir une comparaison fidèle dans les mêmes conditions d'essais. Le choix des stratégies de palpage à préconiser, est appuyé par un calcul d'incertitude suivant le Supplément 2 du « Guide pour l'expression de l'incertitude de mesure », offrant ainsi une description quantitative des tests et paramètres estimés.

Le sixième chapitre est un article soumis au journal Precision Engineering sous le titre « Gauge block based assessment of a five-axis machine tool for measurement capability after an optimized SAMBA calibration process ». Il vient en complément à l'article précédent pour fournir une étude comparative entre une validation des scénarios d'étalonnage basée sur un indice d'observabilité, une estimation de l'incertitude sur les tests et une mesure directe d'une cale calibrée sur une machine compensée à partir de l'estimation des erreurs des modèles optimisés. À ce niveau, l'enjeu est d'exploiter la capacité de la machine en tant que MMT (Machine à Mesurer Tridimensionnelle) pour retrouver la longueur de la cale, selon les recommandations de la norme ISO 10360-2 pour les mesures de dimensions linéaires. Le choix de la stratégie de mesure repose sur le nombre de

billes minimal à installer par l'opérateur sur la table de la machine pour estimer le type d'erreurs géométriques souhaité (écarts de membrures ou écarts de membrures et écarts cinématiques) pour une durée de test optimale ne contraignant pas les temps d'arrêt de production à des fins d'étalonnage, dans un contexte industriel.

Le septième et huitième chapitre présentent une discussion et des conclusions générales se rapportant à cette étude ainsi que des suggestions pour des travaux futurs.

Pour terminer, l'annexe A est un article de conférence intitulé « Optimized SAMBA artefact configuration for a five-axis machine tool calibration », pésenté sous forme d'affiche au « 6th International Conference on Virtual Machining Process Technology (VMPT) » à Montréal, où il a été sujet d'optimiser le nombre de billes et longueurs des tiges de l'artefact SAMBA en s'appuyant sur une étude comparative des indices d'observabilité.

CHAPITRE 4 ARTICLE 1 : AXIS LOCATION ERRORS AND ERROR MOTIONS CALIBRATION FOR A FIVE-AXIS MACHINE TOOL USING THE SAMBA METHOD

N. Alami Mchichi, J.R.R. Mayer

Département de génie mécanique, Polytechnique Montréal, C.P. 6079, Succ. Centre-ville, Montréal (QC), H3C 3A7, Canada

Published in Procedia CIRP, volume 14, 2014, pp. 305 -310

4.1 Abstract

Positioning accuracy is one of the most important factors influencing a machine tool's ability to manufacture parts meeting the required tolerances. Thus, regular check-ups followed by geometric compensation or mechanical adjustments are necessary to prevent accuracy degradation on such machines. This paper presents an enhanced measurement strategy to extend the capability of the Scale and Master Balls Artefact (SAMBA) method to the estimation of not only the axis location errors but also error motion parameters modeled as ordinary polynomials. This indirect measuring method uses on-machine probing of a scale enriched uncalibrated master balls artefact to gather observations of the machine volumetric behaviour. The analysis of the kinematic model and its associated Jacobian matrix which characterizes the sensitivity of the volumetric errors, as detected by the SAMBA method, to the axis location errors and error motions provide the mathematical basis for the probing strategy design. The simulation and experimental results presented demonstrate the contribution of the applied strategy in enriching substantially the machine tool error model.

Keywords:

Metrology; Machine tools; Measurements; Simulation; Calibration

4.2 Introduction

Five-axis machine tools are widely used in industry due to the manufactured part complexity and the need to meet tight tolerances while achieving high productivity. Such machines have three prismatic and two rotary axes, which allow the simultaneous and continuous control of the tool orientation and position with respect to the workpiece.

The machine tool performance is defined mainly by its volumetric accuracy and repeatability [1] which are affected by dynamic, thermal, load and geometric error sources. The geometric errors, classified as quasi-static errors, are inherent to the machine structure and its components and are considered as one of the main sources of inaccuracy.

They are classified into two groups [1, 2]:

- Axis location errors: describe the position and orientation of successive (prismatic and rotary) axes.
- Error motions: describe the axis motion deviation from nominal.

The presence of these errors on a machine tool has a major impact on the accuracy of manufactured parts by inducing volumetric errors. The latter are characterized by a deviation between the actual and desired tool position and orientation relative to the workpiece. Consequently, it is essential to conduct regular calibration tests and compensate those errors numerically or mechanically.

In the literature, the calibration methods are classified into direct (using for example laser interferometry or straightedges) and indirect ones. Direct methods are aimed at the determination of a particular error motion or axis location error. However, they require multiple setups to be measured. Although they offer the most reliable way to obtain error values, great care must be taken to avoid contamination of one error type by other errors that are also present on the machine. Indirect methods are less demanding experimentally, but sophisticated error separation models are required. Schwenke *et al.*[1] and more recently Ibaraki and Knapp [3] reviewed the main indirect measurement methods to measure the volumetric errors for five-axis machine tools and estimate the geometric error parameters. Some methods use pre-calibrated artefacts [4, 5] while others depend on large numbers of measurements of a single artefact at different indexations of the rotary axes and on mathematical models accounting for the effect of axis location errors on the measured volumetric errors within the machine work envelop [6, 7].

Indirect methods are generally required to model error motions so that the number of unknown variables used to build the model is kept as small as possible while allowing realistic representation of the actual errors. It has been shown that polynomials of degree three to four and harmonic functions are appropriate mathematical tools in describing the machine prismatic axes behaviour [8-10].

As for axis location errors, Mir *et al.* [11] concluded that eight axis location errors, excluding spindle location, is a minimal and complete set in defining a five-axis machine tool geometry and ran simulations using a telescoping magnetic ball-bar. Later, they established that some of the zero degree and first degree error terms of the polynomials used to model the motion errors could be retained in the model to represent the axes location errors [12].

This paper introduces a probing strategy for use with the SAMBA probing method and a polynomial modeling in order to identify not only the axis location errors but also a maximum number of motion errors on a five-axis machine tool.

Thus, the second section of this work introduces the nominal kinematic and polynomial modeling of the axis location errors and error motions of a five-axis machine tool followed by the actual probing strategy applied in order to estimate those parameters according to the validating criteria. The analysis behind the decoupling of confounded error is also presented. Based on the theoretical results, an improved probing strategy and artefact configuration are proposed which are considered as test time reducing and geometric error coefficients identification enhancing. The experimental aspect of this theory is introduced in the third section.

4.3 Error modeling and identification

In this section, a probing strategy is presented in order to estimate all potentially identifiable error parameters, for the third-degree polynomials, used to model the error motions, when using a single stylus length for the probing of a SAMBA, to gather observations on the machine volumetric behaviour.

4.3.1 Polynomial representation

The modeling of axis location errors and error motions of a five-axis machine tool is carried out using ordinary polynomials of third degree. A fourth term is added to the mathematical equation expressing the backlash error. This model will allow taking into consideration, while analyzing the machine behaviour, the slow variation of error motions throughout the axis motion range [9].

Equation (4.1) describes, for instance, the polynomial modeling of the positioning error in X-axis [2]:

$$E_{XX} = E_{XX0} + E_{XX1} \cdot x + E_{XX2} \cdot x^2 + E_{XX3} \cdot x^3 + E_{XXb} \cdot (\dot{x}/|\dot{x}|)$$
(4.1)

where,

 E_{XX} is the normalized representation of the linear positioning error motion of the X-axis;

 $E_{XX0}, E_{XX1}, E_{XX2}$ and E_{XX3} are the polynomial coefficients in an increasing degree order;

 E_{XXb} is the backlash coefficient and

 $\dot{x}/|\dot{x}|$ is the sense of the motion, used to reach that position.

4.3.2 Kinematic modeling

The kinematic model describes the relative position between a reference ball rigidly connected to the table and the stylus tip of the touch trigger probe, rigidly connected to the spindle.



Figure 4.1: Nominal kinematic model of a five-axis machine tool with WCBXFZYST topology

Figure 4.1 illustrates the studied serial machine tool whose topology is WCBXFZYST. W, F, S and T denote the workpiece, foundation, spindle and tool, respectively. C, B, X, Y and Z are the machine tool rotational and prismatic axes.

4.3.3 Mathematical modeling

The mathematical description of the machine tool forward kinematic model uses homogeneous transformation matrices as described in equation (4.2). It can predict the position of the stylus tip relative to each ball considering all axis location errors and error motions.

$$^{ball}T_{tip} = \left({}^{F}T_{ball}\right)^{-1} \cdot {}^{F}T_{tip} \tag{4.2}$$

Each axis is modeled as a nominal link (the nominal axis location), a nominal motion and an erroneous motion (the error motions) using the polynomial representations of each of the six error motions.

Hence, the pose of Z-axis relative to the foundation frame, for example, is as presented in equation (4.3).

$${}^{F}T_{X'} = {}^{F}T_{X_{0}} \cdot {}^{X_{0}}T_{X} \cdot {}^{X}T_{X'}$$
(4.3)

where,

 ${}^{j}T_{i}$ is a 4x4 homogeneous transformation matrix representing the pose of frame i relative to frame j;

 X_0 is the nominal X-axis frame before motion;

X is the X-axis frame after nominal motion by axis command x and

X' is the predicted X-axis frame after the action of the error motions, represented by an ordinary polynomial as in equation (4.1).

A Jacobian can be generated from such a model describing the sensitivity of the observed volumetric deviations to the machine error parameters and artefact and tool setup errors:

$$\tau = JP \tag{4.4}$$

 τ is a column matrix representing the volumetric errors at each m balls and the scale bar length reproduction error;

P is a column matrix including the error motions coefficients, balls and tool tip position errors and *J* is the Jacobian matrix.

Given a well-conditioned Jacobian, a solution for the unknowns is calculated using the pseudoinverse of J, J^+ in the following equation and an iterative procedure using Newton's method [11].

$$P = J^+ \tau \tag{4.5}$$

4.3.4 Validation criteria

The efficiency of parameter identification is primarily based on the analysis of the Jacobian matrix properties. One of the most important and powerful tools is its conditioning number [14] and rank. The rank must be equal to the number of unknowns to be estimated. In addition, while simulating the proposed probing strategy for the estimation of the simulated error motion coefficient values, the validity of the estimated coefficients is enhanced when the Jacobian has a low condition number.

4.3.5 Principles of the applied strategy

A calibration strategy consists of an artefact definition, a set of B and C indexation pairs, a list of balls to be probed at each indexation and a list of machine error parameters to be estimated. A Matlab code was specifically written to simulate a measurement strategy so that its effectiveness, at least numerically, can be validated.

The first strategy to be analyzed was one previously used in [15] where a 24 master balls uncalibrated artefact assembled on the machine pallet was measured for seven different indexation set of B and C axes with measuring ranges of -90° to $+90^{\circ}$ and -270° to $+270^{\circ}$ respectively, yielding the following BC sets in Table 4.1. The spindle indexations are used to estimate the x and y offsets of the spindle axis. The scale bar (known distance between balls 1 and 2) is measured once at $b=c=0^{\circ}$.

The strategy provides (6x24+1x26+4x1) sets of coordinates, for a total of 522 coordinate observations.

This probing sequence was originally used to estimate only the eight axis location errors, three linear gains and two spindle offsets, modeled using selected zero degree and first-degree coefficients of the error motions polynomials, for a total of 13 coefficients among the available total of 180 (6 axes x 6 error motions x 5 coefficients).

Axes indexations (°)	- Artafacts maasurad (i)			
Spindle indexation	b	c	Arteracis measureu (1)	
0	-90	-270	i = 3,,26	
0	-60	-180	i = 3,,26	
0	-30	-90	i = 3,,26	
0	0	0	i = 1,2,3,26	
0	0	0	i = 26	
90	0	0	i = 26	
180	0	0	i = 26	
270	0	0	i = 26	
0	30	90	i = 3,,26	
0	60	180	i = 3,,26	
0	90	270	i = 3,,26	

Table 4.1: Set of indexations using the previous strategy (24 balls /7 BC indexations)

In order to enhance the error model by identifying the maximum number of geometric errors, including error motions, different simulation situations are analyzed using the process illustrated in Figure 4.2. The results of these tests are presented in Table 4.2.

Test	Number of master balls	Number of B and C indexations	Cond J	Number of coefficients	Time (h)
1	24	7	2.29E+03	72	2.9
2	24	13	2.60E+03	76	5.3
3	4	7	6.06E+03	52	0.6
4	4	13	2.35E+03	76	1

Table 4.2: Results of a number of strategies



Figure 4.2: Simulation strategy of geometric error coefficients estimation

The best simulation situation, amongst the ones tested, enabling the identification of a maximum of 76 axis location errors and error motions coefficients (including the spindle offsets) appears to be the last one where the number of master balls is four and the number of B and C axes indexations is 13. Table 4.3 lists the estimated errors coefficients while using this strategy.

Table 4.3: Estimated error motions coefficients using the 4 balls/13 BC indexations strategy (not bold) and proposed decoupling strategy of 17 indexations (in bold). Backlashes of B- and C-axis are also estimated with the proposed strategy but are not listed in the table

	2	ĸ			Ŷ	7			Z		
-	E_{XX1}	E_{XX2}	E _{XX3}	E_{XY0}	-	E_{XY2}	E _{XY3}	-	E_{XZ1}	E_{XZ2}	E_{XZ3}
-	-	E_{YX2}	E_{YX3}	E_{YY0}	E_{YY1}	E_{YY2}	E_{YY3}	-	-	E_{YZ2}	E_{YZ3}
-	-	E_{ZX2}	E_{ZX3}	-	-	E_{ZY2}	E_{ZY3}	-	E_{ZZ1}	E_{ZZ2}	E_{ZZ3}
E_{AX0}	E_{AX1}	E_{AX2}	E_{AX3}	-	-	-	-	E_{AZ0}	E_{AZ1}	E _{AZ2}	E_{AZ3}
-	E_{BX1}	E_{BX2}	E_{BX3}	-	-	-	-	-	-	-	-
E_{CX0}	E_{CX1}	E_{CX2}	E _{CX3}	-	-	-	-	E_{CZ0}	E_{CZ1}	E_{CZ2}	E_{CZ3}

	1	8			(C	
E_{XB0}	E_{XB1}	E_{XB2}	E_{XB3}	-	E_{XC1}	E_{XC2}	E _{XC3}
-	E_{YB1}	E_{YB2}	E_{YB3}	-	E_{YC1}	E_{YC2}	E_{YC3}
-	E_{ZB1}	E_{ZB2}	E_{ZB3}	-	E _{ZC1}	E_{ZC2}	E _{ZC3}
E_{AB0}	E_{AB1}	E_{AB2}	E _{AB3}	-	E_{AC1}	E_{AC2}	E _{AC3}
E_{BB0}	E_{BB1}	E_{BB2}	E_{BB3}	-	E_{BC1}	E_{BC2}	E _{BC3}
-	E _{CB1}	E _{CB2}	E _{CB3}	-	E _{CC1}	E _{CC2}	E _{CC3}

4.3.6 Decoupling of confounded errors

The 4 balls/13 indexations strategy is insufficient to enable the identification of some parameters such as the axial error motion of C axis (E_{ZC}) and the radial error motion of B axis (E_{ZB}).

By analyzing the five-axis machine tool kinematic modeling, it is noticed that the inability to estimate some of the errors is the result of their being confounded with each other as shown in Table 4.4.

The first two confounded situations are due to the linear relation between the indexations of B and C axes during the probing operation. As shown in Figure 4.3, the B and C pairs are on a straight line so that one is a linear function of the other. Therefore, a set of 17 indexations of B and C axes is simulated by giving a careful consideration to breaking the relationship between the B and C axes set of indexations.

Location errors	Definition	Causes
E _{ZC}	Axial error motion of C-axis	Coupled with the radial error motion of B-axis in Z-direction (E_{ZB})
E _{CB}	Tilt error motion of B-axis around C-axis	Coupled with the angular positioning error motion of C (E_{CC})
E _{BZ}	Angular error motion of Z-axis around B-axis (yaw)	Coupled with the straightness error motion in X-axis direction (E_{XZ})
E_{AY}	Angular error motion of Y-axis around A-axis (yaw)	Coupled with the positioning deviation of Y-axis (E_{YY})
E _{BY}	Angular error motion of Y-axis around B-axis (roll)	Coupled with the straightness error motion in X-axis direction (E_{XY})
E _{CY}	Angular error motion of Y-axis around C-axis (pitch)	Stylus tip alignment with the tool frame Z-axis

Table 4.4:	Causes	of the	confounded	errors
------------	--------	--------	------------	--------

The generated results allow the identification of E_{ZC} and E_{CB} error motions in addition to the backlash error related to the two rotary axes.

Regarding E_{BZ} , E_{AY} and E_{BY} location errors, it is found that the angular errors are confounded with the linear ones due to the use of a single probe stylus length. Using two different tool lengths, could eliminate these interdependencies.



Figure 4.3: Relationship between B and C axes indexations

Compared with the 4 balls/13 indexations strategy, the proposed strategy (4 balls/17 indexations) based on non-linear sets of rotations of B and C axes during the probing sequence has decreased significantly the condition number of the Jacobian matrix (from 2.35E+03 to 720.26) versus increasing the number of estimated errors coefficients from 76 (including the spindle offsets) to 84 (including the two spindle offsets and the two backlashes of B and C axes).

The additional coefficients are shown in bold in Table 4.3, which does not list the backlashes of B and C axes that are estimable with the proposed strategy too.

4.4 Experimental aspect

4.4.1 Measurement method

A reconfigurable uncalibrated master balls artefact (RUMBA) [13] enriched with a double ball scale bar, to form a scale and master balls artefact (SAMBA) is used to gather observations of the machine volumetric behaviour [15].



Figure 4.4: Scale and master balls being probed with a MP700 Renishaw probe on a Mitsui Seiki HU40-T machine tool

The machine's own touch trigger probe sequentially measures all accessible balls of the artefact at a number of rotary axes indexations. The RUMBA artefact uses individual stem mounted balls screwed directly into the machine table.

The SAMBA method has been proven numerically to estimate the eight axis location errors, the translational offsets of the spindle axis and the three positioning linear error gains of a five-axis machine tool [13, 15].

4.4.2 Measurements results

The SAMBA test is carried out on a HU40-T horizontal five-axis machine tool using an MP700 Renishaw probe while performing the indexation set of the proposed strategy (4 balls and 17 indexations of B and C axes). The test lasts 1.7 h and yields 51 ball centre measurements. The data analysis of the estimated parameters while predicting the machine behaviour for 76 and 84 parameters coefficients is presented in Table 4.5.

Table 4.5: Data analysis of the proposed strategy

	76 parameters	84 parameters
Max. unexplained (by the model) volumetric error norm (μm)	10.1	5.22
Mean. unexplained (by the model) volumetric error norm (μm)	3.61	2.62

A simulation test of 3 balls/17 indexations is also giving suitable results since the Jacobian is 1.32E+03, and 84 parameters coefficients are estimated for 1.4 h measuring time.



Figure 4.5: Cartesian volumetric errors unexplained by the estimated machine model for 76 (on the left) and 84 (on the right) parameters coefficients respectively in mm (errors 10 000×)

Figure 4.5 shows the residual volumetric errors in the machine table frame. The mean volumetric error norm unexplained by the estimated machine model decreases from 3.61 μ m to 2.62 μ m and the maximum volumetric unexplained error from 10.1 μ m to 5.22 μ m when identifying 76 and 84 parameters coefficients respectively (spindle offsets included).

4.5 Conclusion

In this paper, the SAMBA method is used for data gathering and the rotary axes indexation strategies are studied by performing tests on a Matlab simulator, analyzing the resulting estimation Jacobian condition number and by conducting experiments on a laboratory machine. This approach has proven to be advantageous while assessing geometric errors and avoiding interdependency which affects the condition number of the Jacobian.

A new rotary axes indexations set is proposed in order to enrich the geometric error model of the five-axis machine tool by identifying a maximum of axis location errors and error motions parameters based on a third-degree ordinary polynomial modeling with backlash. It was established that the presence of confounded error coefficients was the result of a linear relationship between the previously used B and C axes indexations set as opposed to being an intrinsic limitation of the SAMBA method.

The proposed probing strategy enables the identification of 84 axis location errors and error motion coefficients compared to the previous one where only 13 coefficients were initially identified. The previously used strategy was found in this study to be suitable for a maximum of only 76 parameters which does not fully exploit the potential of the SAMBA method.

One of the purposes of the suggested strategy is also to reduce the number of master balls required to measure the errors in the machine volume versus increasing the indexation set of the B and C axes. This can reduce the measuring time and consequently the lost production time.

Future work is focusing on generating, by numerical simulation, an optimized probing strategy taking into account the number of master balls, their location on the machine pallet, the sequence of B and C axes and the necessary time for the calibration process in order to meet industrial requirements.

4.6 Acknowledgements

The authors would like to thank the technicians Guy Gironne and Vincent Mayer for conducting the experimental part of this work. Authors also acknowledge the financial support of the Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada and of the Consortium de Recherche et d'Innovation en Aérospatiale au Québec (CRIAQ).

4.7 References

- H. Schwenke et al., "Geometric error measurement and compensation of machines—An update," vol. 57, nº. 2, p. 660-675, 2008.
- [2] I. 230-1:2012, "Test code for machine tools—Part 1 : Geometric accuracy of machines operating under no-load or quasi-static conditions," éd: ISO Geneva.

- [3] S. Ibaraki et W. Knapp, "Indirect Measurement of Volumetric Accuracy for Three-Axis and Five-Axis Machine Tools," 2013.
- [4] T. Liebrich et al., "Calibration of a 3D-ball plate," vol. 33, n^o. 1, p. 1-6, 2009.
- [5] B. Bringmann et al., "A measuring artefact for true 3D machine testing and calibration," vol. 54, nº. 1, p. 471-474, 2005.
- [6] B. Bringmann et W. Knapp, "Model-based 'Chase-the-Ball' Calibration of a 5-Axes Machining Center," vol. 55, nº. 1, p. 531-534, 2006.
- S. Weikert, "R-test, a new device for accuracy measurements on five axis machine tools," vol. 53, n°. 1, p. 429-432, 2004.
- [8] B. Bringmann et W. Knapp, "Machine tool calibration: Geometric test uncertainty depends on machine tool performance," vol. 33, nº. 4, p. 524-529, 2009.
- [9] M. Slamani et al., "Modeling and experimental validation of machine tool motion errors using degree optimized polynomial including motion hysteresis," vol. 35, nº. 1, p. 37-44, 2011.
- [10] J. A. Soons et al., "Modeling the errors of multi-axis machines: a general methodology," vol. 14, nº. 1, p. 5-19, 1992.
- [11] Y. Abbaszadeh-Mir et al., "Theory and simulation for the identification of the link geometric errors for a five-axis machine tool using a telescoping magnetic ball-bar," vol. 40, nº. 18, p. 4781-4797, 2002/01/01 2002.
- Y. Mir et al., "Tool path error prediction of a five-axis machine tool with geometric errors,"
 vol. 216, n°. 5, p. 697-712, 2002.
- [13] T. Erkan et al., "Volumetric distortion assessment of a five-axis machine by probing a 3D reconfigurable uncalibrated master ball artefact," vol. 35, nº. 1, p. 116-125, 2011.
- [14] B. Mooring et al., *Fundamentals of Manipulator Calibration*: John Wiley & Sons, Inc., 1991.
- [15] J. R. R. Mayer, "Five-axis machine tool calibration by probing a scale enriched reconfigurable uncalibrated master balls artefact," vol. 61, nº. 1, p. 515-518, 2012.

CHAPITRE 5 ARTICLE 2 : OPTIMAL CALIBRATION STRATEGY FOR A FIVE-AXIS MACHINE TOOL ACCURACY IMPROVEMENT USING THE D-OPTIMAL APPROACH

N. Alami Mchichi, J.R.R. Mayer

Département de génie mécanique, Polytechnique Montréal, C.P. 6079, Succ. Centre-ville, Montréal (QC), H3C 3A7, Canada

Submitted to International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 24 July, 2018

5.1 Abstract

An optimization process is proposed to design a measurement strategy for the indirect calibration of a five-axis machine tool using the SAMBA method (Scale and Master Balls Artefact). The DETMAX algorithm is applied to select optimized artefacts positions and lengths, and rotational machine axes angular positions, based on a comparison of maximized observability indices values. Simulation outcome produces probing sequences that offer a better estimation of axis location errors and error motions within a limited processing time. Different optimized calibration scenarios are then conducted simultaneously in a nested experimental test to ensure a fair selection of the probing strategy within the same operational conditions. Observability index results supported by uncertainty analysis suggest that a one ball, for axis location errors, and four balls, for axis location errors and error motions, probing sequences estimation are the most efficient strategies for a number of measurement depending on the number of machine error model unknown parameters.

Keywords

Metrology, Machine tool, Calibration, Geometric errors, D-optimal designs

5.2 Introduction

Machine tools are ubiquitous on the production lines of most industrial sectors especially in the automotive and aerospace manufacturing. High precision machining is sought to meet tight tolerances on complexed mechanical parts. On a five-axis machine tool, obtaining high accuracy

is rendered more challenging due to the simultaneous movement of three prismatic and two rotational axes. One of the main elements defined as being critical, from a precision manufacturing point of view, is achieving a higher machine performance through an efficient quality control process and a decrease of unnecessary down times caused by scrap and rework [1]. Thence, one should give a careful consideration to the machine inspection aspect and to the identification of error sources affecting the precision of the final product. Schwenke et al. [2] classified these errors into: kinematic errors, thermos-mechanical errors, loads, dynamic forces and motion control and control software. Kinematic errors are accounted for the most relevant since they are generating a deviation of the actual tool pose from its nominal one with respect to the workpiece.

The geometric error mapping is achieved either by direct or indirect measurements. The first one uses devices such as artefacts, laser interferometers or gravity-based methods [2-4] to evaluate axis errors individually without the involvement of other axes. One of the drawbacks of this type of measurements is them being a cumbersome task since different set-ups might be required to assess machine errors, which accounts for a major obstacle in an industrial context.

Indirect methods, on the other hand, are not experimentally complicated to perform; however, sophisticated models have to be developed for errors identification. Different tests have been suggested for this purpose, involving artefacts or direct methods [2, 5]. Assessing volumetric errors usually implies processing a large number of measurements for different indexations of machine rotary axes as well as mathematical modelling for errors separation. The latter comprise axis location errors (position independent geometric error parameters) and error motions (position dependent geometric error parameters). Mir et al. [6] identified eight axis location errors as a sufficient set to describe a five-axis machine tool geometry and proposed using a telescoping magnetic ball-bar for data gathering. Kruth et al. [7] and Slamani et al. [8] have highlighted the advantage of using a polynomial approach to model axes motion errors and proved that degrees three to four are the most convenient. Some of the zero and first degree of the polynomials error motion terms were added to the model of the eight axis location errors set, leading to a total of 13 error parameters using the SAMBA artefact [9, 10]. A thorough study has been conducted, to emphasize the impact of measurement sequence planning in substantially enriching the machine geometric error model and yielded to the identification of 84 error parameters coefficients, enclosing axis location errors and error motions [11]. Hence, an accurate error identification means a wise designing of the observability strategy (measurement sequence of machine axes) using

a convenient number of axes configurations not to make the calibration procedure a time-consuming one.

Researchers, in the robotics field, have defined several observability indices [12-15] to select adequate measurement configurations, based on the singular value decomposition of the identification Jacobian matrix. Bringmann and Knapp [16, 17] used the condition number to evaluate the mathematical stability of error identification and underlined the importance of the number and location of measurements in decreasing the uncertainty on identified parameters using the Monte Carlo method. Joubair et al. [18] used the DETMAX algorithm as a D-optimal approach to achieve a comparison between the observability indices and to generate an optimal set of configurations for the calibration of four serial and planar parallel robots. Daney et al. [19], on the other hand, suggest the local convergence method and Tabu search to improve the efficiency of the set of measurements for a parallel robot. However, specifying a threshold number of configurations that yields a significant enhancement of robot or machine tool performance is yet an unanswered issue.

In this paper, the improvement of the kinematic error model of a machine tool is performed through an optimized calibration procedure. This is achieved by designing an observability strategy for which the measuring points are carefully planned, under a maximization of the observability indices values. For this purpose, we shall start by defining the kinematic and mathematical models describing the geometric errors of a five-axis machine tool, in the first section. It is followed by an overview of the D-optimal approach along with the conventional observability indices, commonly used in robotics for performance evaluation. A comprehensive study is then conducted through Matlab simulations and experimental testing to select the observability index that contributes to a better understanding of the error prone machine behaviour. A comparative analysis is then performed using uncertainty estimation on identified parameters based on the GUF (Generalized Uncertainty Framework) approach [20] and UPF (Uncertainty Propagation Factor) [21] to validate the efficiency of the selected optimized calibration scenarios before the conclusion section.

5.3 Geometric errors assessment

5.3.1 The measurement artefact

The SAMBA method [9, 10] is an on-machine probing technique, consisting of a Reconfigurable Uncalibrated Master Ball Artefact (RUMBA), enriched with a scale bar, to estimate axis location errors and error motions on a five-axis machine tool. The artefact is uncalibrated and consists of an adjustable and independent number of precision steel balls of \emptyset 19.05 mm diameter, fixed to the tips of carbon fibre stems of different lengths and screwed into the machine pallet.



Figure 5.1: Scale and master balls being measured by a MP700 Renishaw probe on a Mitsui Seiki HU40-T machine tool of a wCBXbZY(C1)t topology

The scale bar is made of a carbon fibre tube of a fixed length of 305.5690 mm, as a reference length, and two \emptyset 19.05 mm steel balls. A quick volumetric errors assessment requires the movement of the machine's rotary axes for a pre-defined measuring sequence of B- and C-axis indexations. An MP700 Renishaw touch trigger probe of 150 mm nominal length is mounted on the machine's spindle to measure the accessible master balls. A typical ball probing sequence consists in probing its equator and pole using five target points, to calculate its centre point coordinates.

5.3.2 The kinematic modelling

This study is carried out on a HU40-T Mitsui Seiki five-axis horizontal machining centre, of a wCBXbZY(C1)t topology and a kinematic model illustrated in Figure 5.2. C, B, X, Z and Y refer to the machine rotary and prismatic axes, while w, b, C1 and t are the workpiece, the machine bed the spindle and the tool, respectively. Under the assumption of rigid body behaviour, each machine axis is characterized by six micro-degrees of freedom: three translations and three rotations. Hence, error motions of the X-axis, for instance, defined in [4] as «unwanted linear and angular motions induced by the movement of the axis along a straight-line trajectory» are identified as below:

 E_{XX} : scale error motion of the X-axis

 E_{YX} : straightness error motion of the X-axis in the Y-axis direction

 E_{ZX} : straightness error motion of the X-axis in the Z-axis direction

 E_{AX} : angular error motion of the X-axis around the A-axis

 E_{BX} : angular error motion of the X-axis around the B-axis

 E_{CX} : angular error motion of the X-axis around the C-axis



Figure 5.2: Nominal kinematic model of the wCBXbZY(C1)t five-axis machine tool

Axis location errors, also called link errors or inter-axis errors, express the relative location of successive rotary and prismatic axes in the machine kinematic chains. They are restricted to only eight parameters [6], as presented in Table 5.1. Two spindle location errors and three scale gain errors of the prismatic joints are added to this model, building a set of 13 error parameters, to be analysed further, in this study.

Table 5.1: Machine axis location errors, spindle location errors and positioning errors in a HU40-T five-axis machine tool

Symbol	Description					
Location e	Location errors related to rotary axes					
$E_{A(0Z)B}$	Out-of-squareness angle of B-axis relative to Z-axis					
$E_{C(0X)B}$	Out-of-squareness angle of B-axis relative to X-axis					
E_{X0C}	Distance between B- and C-axis					
$E_{A(0B)C}$	Out-of-squareness angle of C-axis relative to B-axis					
$E_{B(0X)C}$	Out-of-squareness angle of C-axis relative to X-axis					
$E_{X0(C1)}$	X offset of the spindle relative to B-axis					
$E_{Y0(C1)}$	Y offset of the spindle relative to C-axis					
Location e	errors related to linear axes					
$E_{B(0X)Z}$	Out-of-squareness angle of Z-axis relative to X-axis					
$E_{A(0Z)Y}$	Out-of-squareness angle of Y-axis relative to Z-axis					
$E_{C(0X)Y}$	Out-of-squareness angle of Y-axis relative to X-axis					
Scale errors of X-, Y- and Z-axis						
E_{XX1}	Positioning linear error term of X-axis					
E_{YY1}	Positioning linear error term of Y-axis					
E_{ZZ1}	Positioning linear error term of Z-axis					

5.3.3 The mathematical error modelling

Ordinary polynomials of degree three are used for their mathematical properties, to describe the axis error motions responsible for the erroneous machine behaviour. Each axis error is modelled as function of the axis position, nevertheless, a fourth term is added, as depicted in equation (5.1) to express the motion hysteresis (referred to as a backlash for scale errors).

$$E_{ZZ} = E_{ZZ_0} + E_{ZZ_1} \cdot z + E_{ZZ_2} \cdot z^2 + E_{ZZ_3} \cdot z^3 + E_{ZZ_b} \cdot sign(\dot{z})$$
(5.1)

where,

 E_{ZZ} is the normalized representation of the scale error motion of Z-axis;

 $E_{ZZ_0}, E_{ZZ_1}, E_{ZZ_2}$ and E_{ZZ_3} are the polynomial coefficients in an increasing degree order;

 $E_{ZZ_{h}}$ is the backlash coefficient and $sign(\dot{z})$ is the sense of the motion.

5.3.4 The mathematical machine modelling

The artefact calculated master balls position during a probing sequence are used to describe the location of the tool tip relative to the workpiece. Therefrom, a forward kinematic model is using homogeneous transformation matrices (HTMs) (equation(5.2)) to identify axis location errors, error motions as well as artefact and tool set-up errors, contributing to this deviation.

$${}^{ball}T_{tip} = ({}^{b}T_{ball})^{-1} \cdot {}^{b}T_{tip}$$
(5.2)

where the workpiece and the tool branches, for a nominal machine, are modelled in equations (5.3) and (5.4):

$${}^{b}T_{tip} = {}^{b}T_{Z} {}^{Z}T_{Y} {}^{Y}T_{C1} {}^{C1}T_{tip}$$
(5.3)

$${}^{b}T_{ball} = {}^{b}T_{X}{}^{X}T_{B}{}^{B}T_{C}{}^{C}T_{ball}$$

$$(5.4)$$

 ${}^{j}T_{i}$ denotes a 4 × 4 HTM describing the pose of frame *j* with respect to frame *i*, as in equation (5.5):

$${}^{j}T_{i} = \begin{bmatrix} {}^{j}R_{i} & {}^{j}P_{i} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(5.5)

 ${}^{j}R_{i}$ is the orientation matrix and ${}^{j}P_{i}$ is the translation vector of the *i* frame origin relative the *j* frame.

Moreover, expressing the actual, with errors, Z-axis relative to the bed frame, for example, is as follows:

$${}^{b}T_{Z_{0}}{}^{Z_{0}}T_{Z_{0}}{}^{\prime}{}^{Z_{0}}T_{Z}{}^{Z_{0}}T_{Z}{}^{Z}T_{Z'}$$
(5.6)

where Z_0 and Z_0' are the nominal and predicted Z-axis frame before motion, accounting for axis location errors and Z and Z' are respectively the Z-axis frame nominal motion and the predicted one after the action of error motions.

Homogeneous transformation matrices, for an erroneous machine behavior, are then used to form the identification Jacobian matrix in equation (5.7).

$$\delta \tau = J \, \delta P \tag{5.7}$$

where $\delta \tau$ is a column matrix expressing the tool tip versus workpiece location at each master ball which coincides during the measurements;

J is the identification Jacobian matrix representing the sensitivity of the tool tip location versus the workpiece to error parameters and

 δP is a column matrix of error parameters including master balls and tool tip position errors.

Given a well-conditioned Jacobian matrix, the Newton-Gauss approach is performed to ensure the convergence of error parameters [22] which are calculated using equation (5.8).

$$\delta P = J^+ \delta \tau \tag{5.8}$$

 J^+ is the pseudo-inverse of the identification Jacobian matrix.

The error parameter vector δP is first set to null and $\delta \tau$ to the measured data. Once the Jacobian matrix is generated, the estimated parameters are used to predict the volumetric errors, via the forward kinematic model of the erroneous machine. The residuals between the new predicted volumetric errors and the measured data are calculated to update the estimated error parameters values. This process is then iterated, until $\| \delta P_i - \delta P_{i-1} \|$ is smaller than a threshold value.

5.4 Observability indices

Improving the efficiency of a calibration method implies a judicious choice of the machine axes configurations, i.e. here the five-axes position sets used to collect probing data, along with a good knowledge of disturbances on error parameters estimation [15]. One approach that aims at enhancing machine accuracy is to associate to the identification Jacobian matrix an observability index to quantify the goodness of a measurement sequence. This is carried out through a Singular Value Decomposition (SVD) analysis, since any changes in the set of measurements is likely to cause a variation of the identification Jacobian matrix singular values.

Considering that l is the number of unknowns to be determined and m is the number of measurements, a number of indices have been proposed in the literature. Borm and Menq [12, 23] established the observability index O_1 , given by equation (5.9), to distinguish between an ill-observed error parameters vector and a well-estimated one, through the maximization of non-zero singular values root product.

$$O_1 = \frac{\left(\sigma_1 \ \sigma_2 \ \dots \ \sigma_l\right)^{\frac{1}{l}}}{\sqrt{m}} \tag{5.9}$$

Driels and Pathre [15], suggested index O_2 , in equation (5.10), which is referred to as the inverse of the condition number, to give a homogenized description of error parameters when the observability index is maximized [24].

$$O_2 = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} \tag{5.10}$$

Nahvi and Hollerbach introduced indices O_3 and O_4 (equations (5.11) and (5.12)) in [13]. The first correspond to the minimum singular value whereas the latter is a combination of O_2 and O_3 and is named the noise amplification index. A value increase of index O_4 means a better parameters observability and calibration accuracy.

$$O_3 = \sigma_{min} \tag{5.11}$$

$$O_4 = \frac{\sigma_{min}^2}{\sigma_{max}} \tag{5.12}$$
Sun and Hollerbach [14] suggested the O_5 index to improve the sensitivity of the measured data to error parameters.

$$O_5 = \frac{1}{\frac{1}{\sigma_1} + \frac{1}{\sigma_2} + \dots + \frac{1}{\sigma_l}}$$
(5.13)

5.5 DETMAX algorithm

The DETMAX method is a rank-1 algorithm, published by Mitchell [25], to construct a D-Optimal design, by a sequential adding and deleting of points [26]. This comes in response to the need to reduce or augment the number of runs (points) of the starting design while maximizing the determinant of the information matrix [27]. In an adaptation of the standard version of this form of exchange algorithms, one shall improve the observability index of an initial set of $\{n\}$ runs by exchanging one element of the current experiment at each step [24] according to the following algorithm:

Choosing a random $\{n\}$ runs design as a start set from an initial $\{N\}$ set of all possible candidates.

Constructing $\{n+1\}$ runs design by adding one element, among the ones available in the set of candidates, that leads to a maximum increase of the OI $(O_1, O_2, O_3, O_4, O_5)$

Subtracting one element from the $\{n+1\}$ design, that decreases the least the OI.

Steps 2 and 3 are iterated until the experiment to be added is the one to be subtracted and so the $\{n\}$ runs desired design is reached.

5.6 Simulation tests

In previous work [11], the importance of rotational axes probing sequence is highlighted for a maximum number of estimated geometric errors using the SAMBA method on a five-axis machine tool. Although different measurement scenarios can be suggested, the accuracy of kinematic errors identification is usually evaluated by a maximization of the observability indices values of the Jacobian dentification matrix. In fact, such criteria enable an objective evaluation of the calibration process efficiency through the analysis of the Jacobian matrix singular values. It has been noticed that the quality of error parameters identification is impacted by the type of measurement strategies (machine axes indexations sets), the number of measurements and the axis motion measurement range [11, 28]. For these reasons, it is appropriate to conduct a comprehensive study, applied to the SAMBA method, to analyse and optimize the current probing scenario. The desired outcome of this investigation is different optimized sets, depending on the initial number of unknown parameters in the inputs (master balls positions and lengths in the work volume, measurement axes configurations and estimated geometric error parameters).

In this work, the optimization of the SAMBA method key elements is achieved using the DETMAX algorithm for a D-optimal approach. In this case, the D-Optimal design is the best combination of the elements mentioned above, that ensures a significant improvement of the observability index value when compared to the one issued from the initial set of candidates.

To reach such a design, the improvement process is split into two steps, as presented in Figure 5.3:

Step 1: is a study and a comparison of the five observability indices maximization impact on the effectiveness of the calibration model. The set of candidates to be evaluated is all available master balls positions and lengths for a predefined enriched probing sequence encompassing a large number of rotary axes indexation pairs, as detailed in the following section.

Step 2: uses the set of balls generated from the first step to create an optimized set of axes configurations with respect to the number of unknowns to be identified.



Figure 5.3: Optimization process of SAMBA using the DETMAX algorithm

5.6.1 Step 1

To reach the goal of SAMBA calibration process optimization, we shall start by a model enhancement of the master balls positions and stems lengths, to be located on the machine pallet for a fixed but large number of rotary axes indexations set before undergoing the enriched axes configurations the same optimization procedure.

The current artefact configuration uses 4 to 24 master balls on the pallet [10, 11], to calibrate and assess the volumetric errors impacting the machine tool behaviour. The number and lengths of balls

has been chosen randomly so far, however, it is mainly led by the number of available holes fixtures, the balls accessibility during the probing sequence and the measurement time.

To comply, not only with the SAMBA flexibility aspect but also with the downtime reduction, in an industrial environment, optimal tests designs for one, two, three and four balls have been analysed in the case of axis location errors (a model of 13 error parameters) and the minimum required three to four balls for error motions (a model of 84 parameters coefficients) estimation [11]. Figure 5.4 explains this procedure, which relies on a two-steps method [25]. It starts by generating an initial set of {N} balls candidates. The latter is distributed onto a 2D grid (5 × 4) on a pallet surface of $320 \times 320 \text{ mm}^2$ (x × y), for a pitch of 80 mm. Nominal stems lengths are of 75, 100, 125, 150 and 175 in the z-direction. This accounts for a total of 100 master balls candidates, pre-set depending on the existing fixation holes on the machine pallet and the available manufactured stems in the laboratory.

An initial subset of $\{n\}$ candidates is chosen randomly afterward where n is the size of the desired final set (e.g. one, two, three or four balls). To ensure an enriched probing strategy, and thus an over constrained model, with a good coverage of the machine work volume, a set of 450 B-/C-axis configurations is used. The total number of measurements for different set and number of balls is then a function of the pre-defined configurations, the number of balls to be probed in addition to a scale bar and tool location measurements, as expressed in equation (5.14).



Figure 5.4: DETMAX algorithm for balls positions and artefact stems lengths optimization

$$M_T = (M * n) + 2 * Scale_bar_{0^\circ} + 2 * Scale_bar_{90^\circ} + m_{0^\circ} * n + 3 * tool_i$$
(5.14)

where,

 M_T is the total number of measurements varying based on the number of balls to be measured and optimized;

M is the number of configurations accounting for a combination of B- and C- rotary axis indexation pairs (here, in the first step, M = 450). The joints ranges are of $[-90^{\circ},90^{\circ}]$ for the B-axis and $[0^{\circ},360^{\circ}]$ for the C-axis;

n is the number of master balls to be optimized;

*Scale_bar*_{0°} and *Scale_bar*_{90°} corresponds to two measurements of the scale bar at $b = c = 0^{\circ}$ and $b = 0^{\circ}/c = 90^{\circ}$. Note that the SAMBA method provides satisfactory results with a single scale bar measurement [10];

 $m_{0^{\circ}}$ is a master balls measurement at $b = c = 0^{\circ}$ and

*tool*_i is the number of tools mounted on the spindle (one tool in this case study). The tool location is separated from the spindle location by probing one ball previously measured at $b = c = 0^{\circ}$ at three additional spindle rotations $c1 = 90^{\circ}$, 180° and 270°.

The DETMAX algorithm is then improving the current balls positions and stems lengths by testing candidates from the remaining {N-n} set as follows:

A series of iterations is performed by building a set of $\{n+1\}$ candidates. For each subset, a calibration simulation is run. The SVD of the reduced normalized Jacobian matrix provides the basic quantities (i.e. singular values) for the computation of the observability indices. The candidate to be added to the initial subset is the one with the highest observability index value.

The $\{n+1\}$ subset is then analysed by removing the candidate that contributes to the lowest variance of prediction to return to the original desired size of the master balls set (i.e. An exchange of the ball's position that degrades the validation criterion the least [26]).

Steps 1 and 2 are repeated until the termination condition is met (the candidate to be added is the one to be removed [29]).

The optimization algorithm is similarly performed for all five observability indices, for comparison purposes, considering the same initial sets. Simulations results are summarized in Table 5.2 by number of balls and estimated error parameters. The values are converted into a condition number value, expressing the ratio of the largest to the smallest singular values of the resulting Jacobian matrix, to draw fair conclusions.

	Number of balls	0 1	02	03	04	0 ₅
	1	57	45	45	45	51
13 parameters	2	78	60	60	60	65
coefficients	3	96	73	73	73	78
	4	110	84	84	84	88
84 parameters	3	678	565	648	565	653
coefficients	4	625	482	482	482	492

Table 5.2: OI results, as the condition number of the identification Jacobian matrix of the retained calibration elements for DETMAX algorithm applied to SAMBA

The algorithm robustness has also been tested through the repetition of the simulations for three different random initial subsets of candidates. Although final desired sets of balls are not similar, the observability indices values remain the same or change insignificantly.

While estimating 13 error parameters, the minimum values are given for indices O_2 , O_3 and O_4 . However, while estimating 84 error parameters coefficients, using three balls, these values are at their lowest for indices O_2 and O_4 . Since the latter is providing equivalent results and choosing O_2 or O_4 as the best validation criterion does not influence the general purpose of this study, one will settle for index O_2 , which is the inverse of the condition number and has been proved to be efficient, regarding the balls pose optimization issue.

Figure 5.5 shows the initial versus final sets attained for one and two balls when only axis location errors are estimated (13 error parameters). Whereas, the case of three and four balls is for axis location and error motions identification (84 error parameters).



Figure 5.5: Initial versus final sets of balls using DETMAX algorithm for axis location errors (a) and axis location and error motions (b) estimation

In the case of 13 error parameters estimation, the optimized final master balls positions are located near the pallet centre, whereas for 84 error parameters, the algorithm optimization tends to expand the balls positions in the work volume.

Also, when estimating 13 error parameters, the optimized balls positions for two balls is symmetrical, which means that one ball is a sufficient set and that using two balls might give redundant results.

5.6.2 Step 2

Once an optimized subset of balls is achieved, using the DETMAX algorithm, an optimized rotary axes angular position pair set is sought, undergoing the same process. The new measuring sequence is directly linked to the balls configuration obtained previously, in the first step. Thus, among 450 combinations of B- and C-axis indexations, as an initial set of indexation pairs $\{N\}$, a subset of $\{n\}$ indexation pairs, is randomly selected depending this time on the number of unknowns in the predefined calibration model. In fact, improving the number of indexations pairs corresponds to finding a good probing strategy for which the number of observations is sufficient to provide a good estimation of axis location errors and error motions. This is reflected by a small condition number of the final result.

To achieve a rich but not time-consuming calibration strategy, different models are tested. The design of a probing sequence consists in defining the M pairs mentioned previously in equation (5.14). Since one will need at least as many independent equations as the number of unknowns [29] and considering that each measurement is providing three independent equations for X-, Y- and Z-axis; the minimum number of measurements is equal to the number of unknowns divided by three. This number is then multiplied by 2, 3, 4, 5 and 10, as an attempt to explore not only the acceptable number of measurements to be selected but also the relationship between the number of measurements and the variation of the condition number. In this paper, the number of unknown parameters is encompassing the number of balls and tool coordinates as well as the number of estimated parameters coefficients, defined at each erroneous machine model.

For notation purposes, a codification of "xB.kn" is adopted to refer to the type of calibration scenarios; "x" indicates in this context the number of balls whereas k is associated to the integer by which the number of unknown parameters in the model is multiplied.

Table 5.3 presents the data collected from such simulated calibration scenarios, where three to four master balls are mounted on the machine workpiece to identify axis location errors and error motions on a five-axis machine tool, for an improvement of up to 55.7%. $Cond_N$ is the condition number value of the initial set of configurations {N}, whereas $Cond_{n \, start}$ and $Cond_{n \, end}$ are respectively the condition number values of the starting subset, randomly chosen from the initial set {N}, and the ending one with the desired set of machine axes configurations.

	j	$Cond_N$	Cond _{n start}	Cond _{n end}	Test duration (h)
	2	588	934	505	1.6
	3	588	682	395	2.3
3 balls	4	588	615	373	3.1
	5	588	643	386	3.8
	10	588	593	377	7.4
	2	482	1058	469	1.6
	3	482	819	393	2.4
4 balls	4	482	743	382	3.1
	5	482	686	369	3.9
	10	482	564	371	7.6

Table 5.3: Condition number versus number of unknowns for the case of axis location errors and error motions estimation

Figure 5.6 is an example of the indexations trimming process. It illustrates the initial set of B-/C-axis indexations candidates (450 configurations) versus the final one (for a number of measurements equal to four times the number of unknowns), using a calibration model of three balls while estimating location errors.

According to Figure 5.6 and results from other optimized calibration strategies, the desired B-/C-axis set of indexations is giving good results at the edges of the B-axis range which is in accordance with Nategh et al. conclusions [30] but also around the B-axis zero. A uniform data collection on the C-axis is needed, however.



Figure 5.6: Initial (a) versus final (b) B- and C-axis indexations combination using 3 balls for axis location errors estimation

5.7 Experimental results and discussion

To compare the different optimized calibration scenarios enabling a better estimation of the geometric error parameters, experimental tests have been conducted on a HU40-T five-axis machine tool. As reported in Table 5.3, the condition number of the resulting probing indexations varies slightly for some strategies, for the same set of balls with respect to the desired number of measurements, pre-set in the algorithm. However, there is a considerable difference in the calibration time duration. Repeatability tests have been performed in both cases: location errors, and location errors and error motions estimation. In both situations, only optimized tests with the lowest condition number and calibration time duration are chosen for experimental testing and are repeated three times for a total duration of 7 hours in the case of axis location errors selected scenarios and 30 hours for axis location errors and error motions estimation.

To ensure a fair evaluation, in the same operating conditions of all experiments, a nested test of the optimized one and three balls strategies is carried out to identify axis location errors for a number of measurements equal to two, three and five times the number of unknown parameters. Another nested test is also conducted for a set of three and four balls to estimate axis location errors and

error motions for a number of measurements equal to two, three, four and five times the number of unknowns.

5.7.1 Condition number and mean unexplained error

Figure 5.7 illustrates the variation of the mean unexplained volumetric error versus the Jacobian matrix condition number, after a data dispatching and analysis of the nested tests, to allocate each B-/C-axis probing combination to the desired type of experiment. The figure also depicts data from the current test used to calibrate the machine for location errors identification, where nine sequences of B- and C-axis are performed to probe four master balls. Results of the «current test» in axis location errors and error motions estimation graph refer to a 12 indexations probing strategy of four master balls enriched with a scale bar.

The optimized probing strategies have better condition numbers than the current tests used in the laboratory, except in the case of 1B.2n and 3B.2n for location errors estimation, for which there is a small deviation of the condition number in comparison to the current test. Indeed, these optimized tests suggest less number of balls than the test currently used in the laboratory for which four master balls are probed. The condition number analysis results suggest that one master ball and a number of measurement equal to three times the number of unknowns is sufficient to estimate location errors. On the other hand, satisfactory results for location errors and error motions estimation are provided with enriched tests of four balls and five times the number of unknowns in the pre-defined machine error model.

One can also observe that the optimized tests with the best condition number (the smallest value) have the highest mean unexplained volumetric error. This is attributed to the fact that these tests are rich in measurements with respect to the others and consequently the model is less capable to adjust to data, which contains disturbances and non-modelled effects. The optimized strategies are providing a better explanation of the error model; however, they are more sensitive to machine errors.



Figure 5.7: Mean unexplained volumetric error and condition number for repeatability tests of optimized strategies for axis location errors (a) and location errors and error motions (b) estimation

In this section, the advantage of location errors and error motions estimation is also emphasized through a decrease of the mean unexplained volumetric error. Indeed, the mean value on the repeatability tests of the current strategy designed to estimate 13 error coefficients is calculated to $5.82 \mu m$, on the other hand, an optimized full description of the error model using the 4B.5n strategy to identify the 84 error coefficients enables a reduction of this value to $1.80 \mu m$.

5.7.2 Validation by uncertainty estimation

An uncertainty estimation of the identified geometric errors using the SAMBA method is also investigated. The uncertainty in data is evaluated using the GUF (Generalized Uncertainty Framework) approach, as described in the GUM S2 (Guide to the expression of uncertainty in measurement-Supplement 2) [20] since our model has a multivariate output.

The relationship between an output quantity *Y* that has an estimate $y = (y_1, ..., y_m)^T$ and an input quantity *X* for which the estimate is $x = (x_1, ..., x_N)^T$ is described in equation (5.15).

In this paper, the variable *X* refers to the volumetric errors, whereas the machine geometric errors are the result of the *Y* quantity.

$$U_y = C_x U_x C_x^T \tag{5.15}$$

where,

 U_y is the covariance matrix of dimension $m \times m$ related to y; m is the number of unknown predefined in the model;

 C_x is the sensitivity matrix of dimension $m \times N$ given by equation (5.16), where N refers to the number of measurements. In this case, $C_x = J^+$, as evaluated from equation (5.7) [31] and

$$C_{x} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_{1}}{\partial x_{1}} & \cdots & \frac{\partial f_{1}}{\partial x_{N}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_{m}}{\partial x_{1}} & \cdots & \frac{\partial f_{m}}{\partial x_{N}} \end{bmatrix}$$
(5.16)

 U_x , in equation (5.17), is the covariance matrix of dimension $N \times N$ associated with estimate x from the measurement repeatability tests.

$$U_{x} = \begin{bmatrix} (u(x_{1}, x_{1})) & \cdots & (u(x_{1}, x_{N})) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ (u(x_{N}, x_{1})) & \cdots & (u(x_{N}, x_{N})) \end{bmatrix}$$
(5.17)

The length error variance associated to the scale bar and tool is set to $u_{Scale_bar} = 0.001 mm$ and $u_{tool} = 1 mm$ respectively.

The uncertainties are then calculated for the coverage probability p = 0.95 as mentioned in equation (5.18).

$$U_{0.95} = k_q u(y_j), \text{ for } j = 1, ..., m$$
 (5.18)

 k_q is the coverage factor determined depending on *m*, the number of the estimated parameters in the output, according to the GUM S2 specifications. For axis location errors estimation, this factor varies from $k_q = 3.12$ to 3.15. In the case of axis location errors and error motions identification, $k_q = 3.49$.

Table 5.4 is a comparison of location errors estimation results of a 4B.5n optimized strategy and the four balls test currently used in the laboratory to calibrate a HU-40T five axis machine tool. Uncertainty on measurements is evaluated for a coverage probability of p = 0.95 according to equations (5.15) and (5.18).

The results addressed in this table show the impact of the probing strategy optimization on uncertainty parameters reduction. Indeed, uncertainty estimation on the identified parameters of the optimized probing strategy is dropping significantly compared to the uncertainty estimation of the current test of most location errors. The decrease in uncertainty accounts for up to 70%. Discrepancy in some error values such as E_{COY} and E_{XOC1} can be explained by a contamination with other machine geometric errors [17]. In fact, the coupling of error coefficients of degree zero with degree two and degree one with degree three arises at this point, due to the polynomial error modeling.

Figure 5.8 depicts the uncertainty on the identified positioning error of the C-axis in the X-axis direction (E_{X0C}) and the positioning error motion of Y-axis (E_{YY_1}) in both cases of estimation. The confidence level is set to p = 0.95. One could observe based on the uncertainty estimation results of estimated error sets that for some parameters coefficients, e.g. E_{X0C} presented above, the smallest uncertainty range value is obtained for three to four master balls. Nevertheless, the uncertainty evaluation for other parameters, like E_{YY_1} and E_{XX_1} does not allow drawing clear conclusions about the best probing strategy among the ones available. This is mainly hindered by the nature of measurement yielding the identification of a specific parameter, the similar uncertainty range for some optimized tests as well as the drawbacks of error polynomial modeling. In the case of scale errors of X- and Y-axis, for example, the number of master balls has no impact on the scale error identification since the error parameter is estimated from the probing of a scale bar fixed length.

Geometric errors	Uncertainty estimation (<i>u_{Current}</i> (<i>y_i</i>))	Uncertainty estimation $(u_{4B.5n}(y_i))$
E_{A0B} (µrad)	540	271
E_{C0B} (µrad)	84	50
E_{X0C} (µm)	44	41
E_{A0C} (µrad)	273	83
E_{B0C} (µrad)	17	10
E_{B0Z} (µrad)	217	77
E_{A0Y} (µrad)	287	250
E_{C0Y} (µrad)	70	235
E_{X0C1} (µm)	58	58
E_{Y0C1} (µm)	32	21
E_{XX} (µm/m)	0.04	0.03
E_{YY} (µm/m)	16	13
E_{ZZ} (µm/m)	138	47

Table 5.4: Uncertainty results at p=0.95 for location errors estimated by the 4B.5n optimized test and the current strategy

For these reasons and to avoid any confusions on the conclusions, a calculation of the Uncertainty Propagation Factor (UPF) is carried out based on the work of Olarra et al. [21]. The suitability of a calibration strategy is thus analyzed according to equation (5.19). This provides a quantitative information about the error parameters identification rather than a qualitative one generated by the observability index computation.

$$UPF_{test} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} \sqrt{diag(J^T \cdot J)^{-1}}$$
(5.19)

where UPF_{test} is the mean Uncertainty Propagation Factor of an optimized test of m unknown parameters.





Figure 5.8: Uncertainty estimation of E_{X0C} and E_{YY_1} for axis location errors (a) and axis location errors and error motions (b) estimation for a coverage probability p = 0.95

As presented in Figure 5.9, where the mean of UPF on estimated parameters is calculated, the minimum uncertainty value estimated on the overall calibration test is given by a probing test of one ball and a measurement configuration of B- and C-axis equal to three times the number of unknowns, to estimate axis location errors, while one will need four master balls, and a number of measurements equal to five times the number of error model unknowns, in the case of axis location errors and error motions estimation. This is an accordance with the condition number results presented previously. It is also worthy to mention that tests using three master balls and a measurement sequence equal to two times the number of unknown parameters and four balls with three times the number of unknowns seem to be less efficient than the others.



Figure 5.9: The UPF mean variation of the optimized tests for location errors (a) and location errors and error motions (b) estimation

Figure 5.10 shows the variation of the non-normalized numerical Jacobian condition number with respect to the optimized tests in both cases of estimation. One could notice the same peak for test 4B.3n for location errors and error motions estimation in Figure 5.9 and Figure 5.10. The latter also present a good correlation regarding optimized tests with the least non-normalized condition number value and mean UPF (1B.3n for location errors and 4B.5n for location errors and error motions).



Figure 5.10: The non-normalised numerical Jacobian condition number variation with respect to the optimized tests: axis location errors (a), axis location errors and error motions (b)

Figure 5.11 is the result of a comparison between the measurement positions of X-, Y- and Z-axis in two examples: one ball and a probing B-/C-axis sequence equal to three times the number of unknowns, to identify axis location errors, and four balls using a probing B-/C-axis sequence equal to five times the number of unknowns for axis location and error motions identifications. The final probing sequence resulting from the DETMAX optimization tend to select measuring points at the volume edges [30] to assess volumetric errors in the case of a limited number of artefacts and axis configurations, versus an enriched volume coverage when more master balls are available combined to a larger number of measurements.



Figure 5.11: Initial versus final sets of linear axes indexations for axis location errors (a) and axis location and error motions (b) estimation using DETMAX

Table 5.5 addresses a comparison between the current and the selected optimized strategies based on the number of balls, the total number of measurements, the condition number as well as the test duration. Regarding a calibration that aims the estimation of axis location errors, optimization tests results suggest that one master ball is a sufficient number of balls to measure using a suitable probing strategy for around 0.7 h. However, a set of four master balls is advised to ensure sufficient data for a better estimation of location errors and error motions, although a set of three balls is providing fairly good results, as well. Albeit the new probing design has a higher calibration duration compared to the current one when estimating position dependent and independent geometric errors, the large number of measurements and artefacts, to a defined threshold, contributes to a significant enhancement of the errors estimation quality.

The industrial user has now the latitude to select the convenient probing strategy depending on the type of error parameters to be estimated and the calibration duration to be allocated for a subsequent compensation on the machine controller.

	Probing strategy	Number of balls	Number of measurements	Condition number	Test duration (h)
13 parameters	Current	4	41	29	0.9
coefficients	Optimized	1	29	26.8	0.7
84 parameters coefficients	Current	4	53	5022	1.2
	Optimized	4	163	3530	3.7

Table 5.5: Comparison of selected optimized and current strategies for 13 and 84 error parameters coefficients

5.8 Conclusion

Optimized probing strategies are generated to improve the estimation accuracy on a HU-40T five-axis machine tool. The volumetric error assessment is completed using a scale bar and master balls artefact, mounted on the machine workpiece table. The kinematic and mathematical modelling enable the identification of location errors and error motions. The coefficients of the latter are the components of an ordinary third-degree polynomial with added positioning backlash term for the two rotary axes. A comprehensive investigation is conducted to attain a good quality observation strategy, considering the master balls positions and lengths, the rotary axes configurations and the validation criteria. The optimization process is completed using the DETMAX algorithm for a D-optimal approach. In a first step, a comparison of the five observability indices for optimal master balls positions and lengths, and an enriched measurement strategy is achieved. Results suggest that observability index O_2 , which is inversely proportional to the condition number of the error model Jacobian matrix, is a reliable indicator of error parameters observability; moreover, it contributes to a machine calibration improvement of up to 55.7% with respect to the initial selected design of artefacts. The second step aims a trimming of rotary axes indexation pairs previously used in artefacts optimization, for a suitable calibration sequence, encompassing an optimal number of axes configurations. The different selected calibration scenarios are then nested for experimental testing, to guarantee a fair comparison at similar operational conditions. The analysis outcome suggests that a one master ball and a number of measurements equal to three times the number of unknowns (21 B-/C-axis configurations), is an adequate calibration design for a better estimation of axis location errors (13 error parameters), while a 38 B-/C-axis configurations with a four master balls artefact are the optimal set for axis location and error motions estimation (84 parameters). The uncertainty evaluation of parameters and optimized strategies, using the GUF (Generalized Uncertainty Framework) approach in GUM S2 and the uncertainty propagation factor, are completed for validation purposes and demonstrate a good agreement with the O_2 index conclusions.

Advantages of such study imply the definition of an adequate number of configurations leading to a good measurement strategy, a better geometric error identification for a subsequent compensation process, an elimination of non-value added master balls depending on the type of errors to be estimated in addition to a reduction of downtimes production for an accurate machine calibration in an industrial context.

5.9 Acknowledgements

The authors would like to thank the technicians Guy Gironne and Vincent Mayer for conducting experimental tests. Authors also acknowledge the financial support of the Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada (NSERC) and its partners, the Consortium de Recherche et d'Innovation en Aérospatiale au Québec (CRIAQ) and the AeroCREATE program.

5.10 References

- [1] D. A. Dornfeld and D.-E. Lee, *Precision manufacturing* Springer US, 2008.
- H. Schwenke, W. Knapp, H. Haitjema, A. Weckenmann, R. Schmitt, and F. Delbressine, "Geometric error measurement and compensation of machines—An update," *CIRP Annals* - *Manufacturing Technology*, vol. 57, no. 2, pp. 660-675, 2008.
- [3] ASME, "ASME B5.54-2005 Methods for Performance Evaluation of Computer Numerically Controlled Machining Centers," ed. The American Society of Mechanical Engineers, New York, NY, 2005.
- [4] ISO 230-1:2012. Test code for machine tools—Part 1 : Geometric accuracy of machines operating under no-load or quasi-static conditions.

- [5] S. Ibaraki, "Indirect Measurement of Volumetric Accuracy for Three-axis and Five-axis Machine Tools : A Review," *International Journal of Automation Technology*, vol. 6, no. 2, pp. 110-124, 2012 2012.
- [6] Y. Abbaszadeh-Mir, J. R. R. Mayer, G. Cloutier, and C. Fortin, "Theory and simulation for the identification of the link geometric errors for a five-axis machine tool using a telescoping magnetic ball-bar," *International Journal of Production Research*, vol. 40, no. 18, pp. 4781-4797, 2002/01/01 2002.
- [7] J.-P. Kruth, P. Vanherck, and L. De Jonge, "Self-calibration method and software error correction for three-dimensional coordinate measuring machines using artefact measurements," *Measurement*, vol. 14, no. 2, pp. 157-167, 1994.
- [8] M. Slamani, J. Mayer, and G. Cloutier, "Modeling and experimental validation of machine tool motion errors using degree optimized polynomial including motion hysteresis," *Experimental Techniques*, vol. 35, no. 1, pp. 37-44, 2011.
- [9] T. Erkan, J. R. R. Mayer, and Y. Dupont, "Volumetric distortion assessment of a five-axis machine by probing a 3D reconfigurable uncalibrated master ball artefact," *Precision Engineering*, vol. 35, no. 1, pp. 116-125, 2011.
- [10] J. R. R. Mayer, "Five-axis machine tool calibration by probing a scale enriched reconfigurable uncalibrated master balls artefact," *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, vol. 61, no. 1, pp. 515-518, 2012.
- [11] N. A. Mchichi and J. Mayer, "Axis Location Errors and Error Motions Calibration for a Five-axis Machine Tool Using the SAMBA Method," *Proceedia CIRP*, vol. 14, pp. 305-310, 2014.
- [12] C.-H. Menq, J.-H. Borm, and J. Z. Lai, "Identification and Observability Measure of a Basis Set of Error Parameters in Robot Calibration," *Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, vol. 111, no. 4, pp. 513-518, 1989.
- [13] A. Nahvi and J. M. Hollerbach, "The noise amplification index for optimal pose selection in robot calibration," in *Robotics and Automation*, 1996. Proceedings., 1996 IEEE International Conference on, 1996, vol. 1, pp. 647-654: IEEE.

- [14] Y. Sun and J. M. Hollerbach, "Observability index selection for robot calibration," in *Robotics and Automation, 2008. ICRA 2008. IEEE International Conference on*, 2008, pp. 831-836: IEEE.
- [15] M. R. Driels and U. S. Pathre, "Significance of observation strategy on the design of robot calibration experiments," *Journal of Field Robotics*, vol. 7, no. 2, pp. 197-223, 1990.
- B. Bringmann and W. Knapp, "Model-based 'Chase-the-Ball' Calibration of a 5-Axes Machining Center," *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, vol. 55, no. 1, pp. 531-534, 2006.
- B. Bringmann and W. Knapp, "Machine tool calibration: Geometric test uncertainty depends on machine tool performance," *Precision Engineering*, vol. 33, no. 4, pp. 524-529, 2009.
- [18] A. Joubair, A. S. Tahan, and I. A. Bonev, "Performances of observability indices for industrial robot calibration," in 2016 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), 2016, pp. 2477-2484.
- [19] D. Daney, Y. Papegay, and B. Madeline, "Choosing measurement poses for robot calibration with the local convergence method and Tabu search," *The International Journal of Robotics Research*, vol. 24, no. 6, pp. 501-518, 2005.
- [20] JCGM 102:2011. Evaluation of measurement data Supplement 2 to the "Guide to the expression of uncertainty in measurement" Extension to any number of output quantities, 2011.
- [21] A. Olarra, D. Axinte, and G. Kortaberria, "Geometrical calibration and uncertainty estimation methodology for a novel self-propelled miniature robotic machine tool," *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, vol. 49, pp. 204-214, 2018/02/01/2018.
- [22] Y. Mir, J. Mayer, and C. Fortin, "Tool path error prediction of a five-axis machine tool with geometric errors," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal* of Engineering Manufacture, vol. 216, no. 5, pp. 697-712, 2002.
- [23] J.-H. Borm and C.-H. Menq, "Experimental study of observability of parameter errors in robot calibration," in *Robotics and Automation*, 1989. Proceedings., 1989 IEEE International Conference on, 1989, pp. 587-592: IEEE.

- [24] D. Daney, "Optimal measurement configurations for Gough platform calibration," in Robotics and Automation, 2002. Proceedings. ICRA'02. IEEE International Conference on, 2002, vol. 1, pp. 147-152: IEEE.
- [25] T. J. Mitchell, "An algorithm for the construction of "D-optimal" experimental designs," *Technometrics*, vol. 16, no. 2, pp. 203-210, 1974.
- [26] F. Triefenbach, "Design of experiments: the D-optimal approach and its implementation as a computer algorithm," *Bachelor's Thesis in Information and Communication Technology*, 2008.
- [27] E. Walter, L. Pronzato, and J. Norton, *Identification of parametric models from experimental data*. Springer Berlin, 1997.
- [28] B. Mooring, M. Driels, and Z. Roth, *Fundamentals of Manipulator Calibration*. John Wiley & Sons, Inc., 1991, p. 329.
- [29] A. Joubair, A. Nubiola, and I. Bonev, "Calibration efficiency analysis based on five observability indices and two calibration models for a six-axis industrial robot," SAE Technical Paper2013.
- [30] M. J. Nategh and M. M. Agheli, "A total solution to kinematic calibration of hexapod machine tools with a minimum number of measurement configurations and superior accuracies," *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, vol. 49, no. 15, pp. 1155-1164, 2009/12/01/ 2009.
- [31] A. Los and J. R. R. Mayer, "Application of GUM Spplement 2 to uncertainty estimation of five-axis CNC machines geometric error parameters identification using the SAMBA method," presented at the Laser Metrology and Machine Performance X, 2013.

CHAPITRE 6 ARTICLE 3: GAUGE BLOCK BASED ASSESSMENT OF A FIVE-AXIS MACHINE TOOL FOR MEASUREMENT CAPABILITY AFTER AN OPTIMIZED SAMBA CALIBRATION PROCESS

N. Alami Mchichi, J.R.R. Mayer

Département de génie mécanique, Polytechnique Montréal, C.P. 6079, Succ. Centre-ville, Montréal (QC), H3C 3A7, Canada

Submitted to Precision Engineering, 30 July, 2018

6.1 Abstract

In this paper, the enhancement of a five-axis machine tool performance is carried out through an optimized planning of the calibration strategy. The SAMBA (Scale and Master Balls artefact) measurement method is performed for machine tool volumetric behavior prediction and axis location errors and error motions identification. The goodness of several suggested optimized probing sequences, obtained via the DETMAX algorithm, is investigated based on a maximization of the observability indices and the GUF (Generalized Uncertainty Framework) method for uncertainty analysis. The measurement of a calibrated Gauge Block is conducted for validation purposes on a compensated machine tool using the SAMBA estimated error model. The best result is credited to the probing strategy with an optimal set of measurements and master balls layout that contributes to a maximum minimization of the condition number, the overall test estimated uncertainty and the error on the gauge block measured length. The suggested result yields a well-conditioned model and a time-saving calibration process for an efficient identification of machine tool geometric errors.

Keywords

Machine tool, Calibration, Indirect measurement, Geometric errors, D-Optimal design

6.2 Introduction

In an industrial context, ensuring parts tolerance compliance with customer requirements is facilitated by a monitoring of the machine tool precision. This task is rendered arduous for complex parts with tight tolerances, involving the motion of machine tools rotary axes during the manufacturing process. Major error sources causing the deviation of the actual tool position and orientation relative to the workpiece from nominal are classified into thermo-mechanical errors, loads, dynamic forces, motion control, CNC software and kinematic errors [1]. The latter are separated into two subgroups: axis location errors also known as position independent geometric error parameters and error motions or position dependent geometric error parameters [2]. The identification of these errors is carried out using either direct calibration methods where calibrated artefacts (gauge blocks, line scales,...) or laser interferometer are the most common techniques or by assessing volumetric errors using indirect measurement methods like the Ball-Bar, the R-test and artefacts (partially or totally uncalibrated) [1, 3]. The indirect technique often requires the use of functions such as Fourier harmonics [4] or polynomials of degree three to four in the analytical error modelling [5, 6] for approximating the machine tool errors.

On the other hand, factors influencing the calibration procedure are still undergoing research issues. A thorough planning of the measurement strategy should above all improve the error parameters identification and reduce machine time testing. The suitability of a measurement strategy is validated using criteria known in the robotics field as observability indices [7-10]. The latter are function of the singular values obtained from the singular value decomposition (SVD) of the model Jacobian identification matrix. The efficiency of error parameters identification for machine accuracy enhancement is reached when a maximization of the observability index is achieved. In fact, the larger the value of the observability index, the more observable are the error parameters [11]. The adequate number of measurements has also been subject to investigation. Bringmann and Knapp [4] have highlighted the importance of the number of measuring points in decreasing the uncertainty on identified location errors using the Monte Carlo method. Other researchers have rather been inquiring numerical algorithms for a D-optimal approach to construct a design of experiments, i.e. an optimal set of configurations. Daney et al. [12] used a local convergence method and Tabu search to compare different OIs and to select an optimized calibration strategy. Verl et al. [13] proposed a recursive-sequential algorithm and a condition number analysis while

Joubair et al. [14] evaluated the efficiency of calibration configurations based on the most common optimization algorithm, called DETMAX that was firstly introduced by Mitchell [15] and aims to maximize the determinant of the so-called information matrix.

As an adaptation of the DETMAX approach to the machine tool field, this paper will proceed to a comprehensive investigation of the data provided by the Jacobian identification matrix to achieve a better description of the machine error model. For this purpose, a novel calibration strategy with a well-conditioned measurement model is investigated for a machine tool performance improvement and a less time-consuming calibration process. An evaluation of different calibration scenarios and master balls layout, based on a comparison of observability indices (OIs), leads to the selection of one OI.

The remainder of this paper is organized as follows. In the next section, the SAMBA (Scale and Master Balls artefact) indirect calibration method is introduced as well as the analytical modelling of geometric errors. Next, the DETMAX algorithm for selecting optimal artefacts configurations is presented along with simulation results. An experimental validation is then conducted on a five-axis machine tool using several optimized strategies as a one nested test for optimal calibration scenario selection. The outcome consistency against uncertainty analysis [4, 16] and direct measuring of a calibrated Gauge Block for a compensated machine tool error model [17] is investigated before the conclusion section.

6.3 SAMBA as a calibration method

The Scale And Master Balls Artefact (SAMBA) [18] consists of a 3D Reconfigurable Uncalibrated Master Balls Artefact (RUMBA) [19] enriched with a scale bar for volumetric errors assessment on five-axis machine tools. The artefacts are made of carbon fiber stems of different lengths varying from 75 to 175 mm fixed to steel balls of a \emptyset 19.05 mm diameter. The scale bar is also made of carbon fiber and has a fixed length of 305.5690 mm (Figure 6.1). A series of measurements implies a combination of B- and C- machine rotary axis indexations and X-, Y- and Z-axis motions for a subsequent geometric errors estimation by probing and then calculating the balls centre points deviation.



Figure 6.1 : A scale bar and master balls being measured with an MP700 Renishaw probe on a Mitsui Seiki HU40-T machine tool of wCBXbZY(C1)t topology

6.3.1 Mathematical modelling

The kinematic chain of the tested machine tool has five axes and a wCBXbZY(C1)t serial topology (Figure 6.2) where w, b, C1 and t are respectively referring to the workpiece, bed, spindle and tool frames. C-, B-, X-, Z- and Y- are expressing the rotary and prismatic machine joints.



Figure 6.2: The nominal kinematic model of the tested wCBXbZY(C1)t five-axis machine tool

Under the rigid body assumption, the stylus tip pose relative to each artefact's master ball is calculated, based on the machine kinematic model, as the superposition of location errors and error motions of each axis.

As presented in Table 6.1, it has been concluded that eight axis location errors are a minimum set to fully characterize the geometry of a five-axis machine tool [2]. An additional set of two translation error parameters, for spindle position, and three linear positioning errors of prismatic joints, considered as dominant error sources results on a total of 13 error parameters [18] to be analysed further in this study.

Table 6.1: Minimum number of position and orientation error parameters for a HU-40T five-axis machine tool [20, 21]

C-axis	B -axis	X-axis	Z-axis	Y-axis	(C1)-spindle
E_{XOC}	_	(0)	_	_	$E_{X0(C1)}$
—	_	_	_	(0)	$E_{Y0(C1)}$
—	—	_	(0)	—	_
$E_{A(0B)C}$	$E_{A(0Z)B}$	_	_	$E_{A(0Z)Y}$	_
$E_{B(0X)C}$	(0)	_	$E_{B(0X)Z}$	_	_
(0)	$E_{C(0X)B}$	_	_	$E_{C(0X)Y}$	_

Considering the modelling of error motions with a polynomial function yields a set of 84 error coefficients comprising axis location errors and error motions (component errors) and includes the previously mentioned set of 13 error parameters [22]. Hence, each axis error motion is expressed using a third-degree polynomial in addition to a fourth term to describe the axis motion hysteresis. Equation (5.1) is an example of the Z-axis positioning error polynomial modelling:

$$E_{ZZ} = E_{ZZ_0} + E_{ZZ_1} \cdot z + E_{ZZ_2} \cdot z^2 + E_{ZZ_3} \cdot z^3 + E_{ZZ_b} \cdot sign(\dot{z})$$
(6.1)
where,

 E_{ZZ} is the normalized representation of the scale error motion of the Z-axis;

 $E_{ZZ_0}, E_{ZZ_1}, E_{ZZ_2}$ and E_{ZZ_3} are the polynomial coefficients in an increasing degree order;

 E_{ZZ_h} is the backlash coefficient and sign (\dot{z}) is the sense of the motion.

The machine behaviour description is elaborated using forward kinematic modelling and homogeneous transformation matrices (HTMs). For a nominal machine, for instance, the tool versus workpiece location is expressed as follows:

$${}^{w}T_{t} = ({}^{b}T_{w})^{-1} \cdot {}^{b}T_{t}$$
(6.2)

From the bed frame, two serial kinematic open branches are present, the first one is holding the tool while the second one is ending with the workpiece. Thus,

$${}^{b}T_{t} = {}^{b}T_{Z} {}^{Z}T_{Y} {}^{Y}T_{C1} {}^{C1}T_{t}$$
(6.3)

$${}^{b}T_{w} = {}^{b}T_{X}{}^{X}T_{B}{}^{B}T_{C}{}^{C}T_{w}$$
(6.4)

As for an imperfect machine tool, the actual erroneous kinematic model takes into account the machine axis location errors, error motions and setup errors. The HTM transforming the coordinate system attached to the Z-axis into the coordinate system of the bed frame, for example, is given by:

$${}^{b}T_{Z_{0}}{}^{Z_{0}}T_{Z_{0}}{}^{'}T_{Z}{}^{Z_{0}}T_{Z}{}^{'}T_{Z}{}^{'}$$
(6.5)

where, Z_0 , Z_0' , are the nominal and predicted Z-axis frame before motion, accounting for axis location errors. Z and Z' are respectively the Z-axis frame after nominal motion by axis command z and the predicted one after the action of error motions.

6.3.2 Error parameters estimation methodology

Using small angle approximations [2] allows the construction of the Jacobian identification matrix describing the sensitivity of the relative location of the tool tip to the workpiece, to error parameters variation (equation (6.6)).

$$\delta \tau = J \, \delta P \tag{6.6}$$

 $\delta\tau$ is the deviation between the probing results and the calculated positions, at each measurement for each artefact's master ball and δP is the vector of error parameters, including axis location errors, error motions coefficients and setup errors. The unknowns' estimation issue can be solved according to equation (6.7), where J^+ is the pseudo-inverse of the Jacobian matrix.

$$\delta P = J^+ \delta \tau \tag{6.7}$$

The Newton-Gauss approach is carried out for error parameters convergence. The δP vector is initially set to null and $\delta \tau$ to the probing data. A parameters values updating is then performed to compute the residual volumetric error (difference between the measured data and the predicted volumetric error). An adjustment in machine parameters is therefore calculated iteratively until it reaches a pre-set threshold.

6.4 D-Optimality for an optimized calibration strategy

6.4.1 DETMAX algorithm

Enhancing the accuracy of parameters estimation in deterministic models can be reached using D-optimal designs [23]. The latter aims to minimize the estimation cost, which is characterized by an optimality criterion, to improve iteratively, until the termination condition is met. One of the classical algorithms from the literature for models optimization was introduced by Mitchell [15], for which the determinant of the information matrix is maximized by replacing one or more experiments of a random design, at each iteration, by a better one. The algorithm's flow is presented in Figure 6.3.



Figure 6.3 : The DETMAX exchange algorithm. Modified from [12]

where,

 ξ_N is the set of points candidates with a uniform distribution;

 ξ_n is an initial random design selected from ξ_N with the desired number of points *n*;

 ξ^+ is the experiment to be added to the design while

 ξ^{-} is the experiment to be removed.

The *Add* and *Remove* loops are repeated in sequence until the termination condition is reached $(\xi^+ = \xi^-)$.

In this work, the DETMAX algorithm is implemented to determine the effect of machine axes configurations and SAMBA artefact positions and lengths layout on the quality of parameters estimation.

6.4.2 Observability indices

One way for improving the efficiency of a calibration strategy is through the analysis of the Jacobian identification matrix singular values. Any change in the measurements poses is likely to be reflected in the resulting singular values obtained via the Singular Value Decomposition (SVD) of the Jacobian. The observation quality of error parameters for different calibration scenarios is predicted by indicators known in the literature as observability indices. Each index attempts to relate the singular values to the suitability of the calibration strategy.

$$O_1 = \frac{(\sigma_1 \sigma_2 \dots \sigma_n)^{\frac{1}{n}}}{\sqrt{m}} \quad [7]$$

$$O_2 = \frac{\sigma_n}{\sigma_1} \quad [10] \tag{6.9}$$

$$O_3 = \sigma_n \quad [8] \tag{6.10}$$

$$O_4 = \frac{\sigma_n^2}{\sigma_1} \quad [8] \tag{6.11}$$

$$O_5 = \frac{1}{\frac{1}{\sigma_1} + \frac{1}{\sigma_2} + \dots + \frac{1}{\sigma_n}} \quad [9]$$
(6.12)

where σ_1 is the maximum singular value and σ_n is the minimum one, m and n are respectively the number of axes poses and number of unknowns. An optimized value of the observability index means a better sensitivity of measurements to error parameters variation [12].

6.4.3 Calibration strategy selection

The selection of a suitable SAMBA calibration strategy permitting the identification of error parameters is performed using the DETMAX algorithm. For a five-axis machine tool, finding an optimal calibration solution is achieved in two steps:

Ist step: optimizes the master balls lengths and positions for a large and random number of rotational axes configurations (a total of 450 indexations), browsing the ranges of B-axis (from -90° to $+90^{\circ}$) and C-axis (from 0° to 360°). The total number of balls to be analyzed is fixed to 100 candidates for a 2D grid (5 × 4) for a surface of $320 \times 320 \text{ mm}^2$ (x × y) with a pitch of 80 mm, stems candidates have nominal lengths z of 75, 100, 125, 150 and 175 mm. A series of simulations is then conducted for two cases: the estimation of axis location errors (optimization of one, two, three and four balls) and error motions (optimization of only three and four balls since three is the minimum number of master balls required to estimate error motions [22]). Simulations are completed based on different observability indices, of the identification Jacobian matrix.

 2^{nd} step: the optimized sets of balls are used as an input for the optimization of the initial set of 450 configurations. The adequate number of measurements for an optimal calibration strategy is investigated by varying the size of the final set of optimal measurements with respect to the number of unknowns specified in the model (here two, three, four, five and ten times the number of unknowns has been investigated).

6.4.3.1 Condition number

Among the available observability indices introduced in the literature, simulations suggest that the best results are provided by the condition number of the Jacobian matrix $\kappa(J)$, which is inversely proportional to index O_2 .

$$\kappa(J) = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{min}} = \frac{1}{O_2} \tag{6.13}$$

Its lowest limit is ideally 1, however this value can increase tremendously due to several factors: the number of configurations, the selected measurements and the measurements axis range[11]. The planning of a calibration strategy is then of a special interest and can lead to noticeable minimization of the condition number by ensuring the homogeneity of the Jacobian identification matrix singular values [13, 14].

In Figure 6.4, the effect of using the DETMAX algorithm on substantially reducing the condition number is illustrated, for axis location errors and error motions estimation (a set of 84 parameters coefficients) with three and four master balls fixed on the machine pallet.

A codification of "xB.kn" refers to the type of calibration scenario simulated, where x is the number of balls and k is the number by which the number of unknown parameters in the model is multiplied.

It is observed that an accurate identification of the estimated errors is attained after a maximum of 30 iterations of the DETMAX algorithm for enriched strategies in terms of balls and number of measurements. An improvement of 55.7% of the condition number value can be seen in this case with respect to the one given by the initial random set of configurations. When the model reaches its best set of axes indexations combination and so the termination condition, the condition number value is maintained stable. The B-/C-axis configuration to be added to the set of indexations is the one to be removed, hence no contribution to the improvement of the validation criterion is noticed. Since the strategies to be compared are the outcome of an optimization process, they tend to converge around the same condition number except for tests 3B.2n and 4B.2n, which infers that these tests are less effective than the others.



Figure 6.4: Condition number variation using DETMAX method applied to the 84 error parameters model

In Figure 6.5, the impact of the DETMAX algorithm on machine axes configurations selection is featured for the case of a 13 error parameters model estimation using a 3B.10n calibration scenario. For a random and uniform initial selection of axes indexations, the desired measurement poses for

a better error parameters identification is achieved at the extremes of the predefined workspace axes ranges, as concluded by Nategh et al. in [24], as well as around the zero of B-axis.



Figure 6.5: The effect of the DETMAX method on indexations optimization applied to a 13 error parameters model and a 3B.10n calibration strategy

6.4.3.2 Uncertainty Propagation Factor (UPF)

A different approach for assessing calibration strategies goodness is introduced in the literature by Olarra et al. [16] where the analysis of the sensitivity matrix provides a quantitative information about the parameters identification, on the contrary of the observability index which delivers an indication of the quality of estimation. The covariance matrix of repeated measurements allows the estimation of the covariance matrix of the model identified parameters. The Jacobian matrix expressing the sensitivity of these parameters to the artefact measurements is then used to calculate the Uncertainty Propagation Factor (UPF) according to equation (6.14).

$$UPF_{param_{i}} = \sqrt{diag(J^{T} \cdot J)^{-1}}$$
(6.14)

where $UPF_{param i}$ is the Uncertainty Propagation Factor of an error parameter i.

An adaptation of this method is applied to our case study to select the most advantageous calibration strategy among the ones suggested by the DETMAX algorithm. Uncertainty on the identified parameters is evaluated using the GUF (Generalized Uncertainty Framework) approach, as described in the GUM S2 (Guide to the expression of uncertainty in measurement-

Supplement 2) [25]. The relationship between the measurements data and the estimated parameters is defined by equation (6.15).

$$U_y = C_x U_x C_x^T \tag{6.15}$$

where,

 U_y is the covariance matrix of identified parameters of dimension $n \times n$ (*n* is the number of unknowns in the model);

 U_x is the covariance matrix of measurements of dimension $m \times m$, from the measurement repeatability tests and

 C_x is the sensitivity matrix of dimension $n \times m$, $C_x = J^+$, as evaluated from equation (6.6), [26].

The UPF indicator is calculated using the C_x matrix from equation (6.15) before being implemented in equation (6.14) which yields equation (6.16).

$$UPF_{param_i} = \sqrt{diag((C_x^+)^T \cdot C_x^+)^{-1}}$$
(6.16)

6.5 Application example

6.5.1 SAMBA measurements

The efficiency of the methodology applied to the SAMBA calibration strategies optimization is tested by conducting experiments on the laboratory MITSUI SEIKI HU40-T five-axis horizontal machining center.

The selected probing sequences and optimized positions and lengths of master balls from simulation are now explored. Two cases are subject to investigation: the first one is intended to estimate axis location errors (a set of 13 error parameters) and require among the available optimized tests one to three balls; the second one involves three to four balls, to identify axis location errors and error motions (a set of 84 error parameters coefficients). In each case, different number of rotary axes indexations combination is performed depending on the number of unknowns in the model. The tests are repeated three times and conducted simultaneously by nesting the measurements for each case to ensure the same machine testing conditions and subsequently, a fair data analysis comparison.
The normalised Jacobian condition number variation of the experimental testing in both cases (13 and 84 parameters coefficients) is depicted in Figure 6.6. It suggests that experiments of 1B.3n and 3B.5n in the case of axis location errors versus 3B.4n and 4B.5n for axis location errors and error motions give a better qualitative information regarding the error parameters identification.



Figure 6.6: The condition number of the normalised Jacobian of the optimized tests for a 13 error parameters model (a) and an 84 error parameters model (b) estimation

6.5.2 UPF analysis

The Uncertainty Propagation Factor (UPF) is also used to predict the suitability of the calibration strategies and to validate the results consistency with the ones above, provided by the condition number. It is evaluated for each estimated parameter based on the covariance matrix U_x obtained from the measurements repeatability tests and the sensitivity matrix C_x , as mentioned in equation (6.16) [16]. A mean calculation on UPF_{param_i} , estimated for each error parameter to be identified, is completed afterwards on optimized tests for comparison purposes. Results are presented in Figure 6.7 where the quality of the calibration strategy is better using only one master ball in the case of 13 parameters and four master balls for the estimation of 84 errors coefficients, which is in accordance with conclusions drawn from Figure 6.6.



Figure 6.7: The UPF mean variation of the optimized tests for a 13 error parameters model (a) and an 84 error parameters model (b) estimation



Figure 6.8: The condition number of the non-normalised Jacobian of the optimized tests for a 13 error parameters model (a) and an 84 error parameters model (b) estimation

In Figure 6.8, a good correlation is also depicted between the uncertainty propagation factor output and the non-normalised Jacobian condition number of the optimised probing strategies. Indeed, the smallest condition number is given for the strategies 1B.3n and 3B5n while estimating axis location

errors. Also, a similar noticeable peak arises in both approaches for the 4B.3n test, although the goodness of a specific calibration test among the others available is difficult to tell due to the substantially close values of the non-normalised Jacobian matrix condition number.

6.5.3 Validation using a Gauge Block

A validation of the previous work, introduced to identify the best calibration strategy, is carried out using a calibrated gauge block of a nominal length of 500 mm ($u = 0.25 \mu m$), at 20°C. It is mounted on the machine table at an angle of 45° with a fixture, as shown in Figure 6.9. The block is made of hardened steel HRC62 and has a coefficient of thermal expansion around 10.8 $\mu m/(m °C)$, according to the gauge certificate of inspection. This test can be seen as a natural five-axis extension of the ISO 10360-2 linear dimensions measurement test for coordinate measuring machines [17].



Figure 6.9: Gauge block measured with an MP700 Renishaw probe on a Mitsui Seiki HU40-T machine tool of a wCBXbZY(C1)t topology

A series of measurement is achieved by probing the gauge block faces centre in different indexations of the machine rotary axes for a total of 148 random B- and C-axis indexations combination, covering the machine axes ranges. The measuring sequence is performed with an MP700 Renishaw probe of a nominal length of 150 mm and is repeated three times following the SAMBA repeatability tests.

Probing the gauge block is not designed for machine geometric errors identification but it is rather planned to provide independent data about the machine tool capacity in predicting the calibrated gauge length, after error compensation, using the estimated tool length and the error parameters identified by the SAMBA optimized models. The predicted stylus tip centre relative to the workpiece is calculated via the forward kinematics using homogeneous transformation matrices of the erroneous machine, according to the output of each optimized test, and the joint positions at the gauge measurements (Figure 6.10). The bar length is then estimated for each SAMBA optimized calibration strategy, after a stylus tip radius compensation. The latter is defined by probing the gauge block facets while it is aligned with the X-axis and subtracting the nominal length from the one calculated from the error model. Thus, the error on the estimated bar length for each measure is determined according to the following:

$$error_{Gauge} = length_{model} - length_{actual}$$
(6.17)

where,

 $length_{model}$ is the predicted bar length by the error model estimated from the SAMBA optimized calibration strategy and

length_{actual} is the gauge block true length value.



Figure 6.10: Procedure of SAMBA calibration strategies validation using a Gauge Block

The results of the data error range variation of the measured gauge are depicted in Figure 6.11 and Figure 6.12 for axis location errors and for axis location errors and error motions calibration scenarios, respectively. The calculations are carried out for the three SAMBA repeatability tests.



Figure 6.11: Errors variation on the gauge block for a 13 error parameters model

While performing the selected SAMBA optimized tests, the scale gains are calibrated using a carbon fiber scale bar, which is temperature invariant. Results from these tests are then used to compensate the machine model while processing the data for the steel gauge block measurements. The latter are performed at the same SAMBA tests machine conditions but are impacted by the ambient temperature. Hence, the error variation detected on the measured length might be partially due to a thermal expansion of the gauge material.

Indeed, in the case of axis location errors estimation, the outcome suggests that strategies using 1B.2n, 1B.3n and 3B.3n are performing well, compared to other tests, in reproducing a uniform measure of the gauge length. On the other hand, strategies of 3B.3n, 4B.2n and 4B.5n are giving good results while estimating both location errors and error motions. In both previous cases, the error variation on the selected tests is around the same value of 35 μ m.

Figure 6.11 is also depicting the same peak error on the 3B.2n strategy as the one illustrated in Figure 6.7. In Figure 6.12, most of the probing scenarios deliver comparable results. However, the 3B.2n model is less able to correctly measure the gauge block length (in both cases of estimation)

and should be eliminated from the suggested optimized strategies. The latter result might be caused by the pre-travel of the stylus for some specific measurement indexations, confounded with a less qualitative estimation of some machine error parameters, especially the ones related to a probing access limitation and involving a C-axis rotation combined with X- and Y-axis motion. At this point, the two gauge faces are probed for these axes configurations at the same workspace point.

A good agreement between the previous validation criteria (condition number and uncertainty propagation factor) and the gauge block validation can be noticed. The three types of validation concur that a 3B.2n calibration scenario is to avoid in both cases of estimation. Strategies using 1B.2n (22 measurements/test duration of 0.5h) to 1B.3n (29 measurements/test duration of 0.7h) are recommended for axis location errors identification while an enriched test of 4B.5n (163 measurements/test duration of 3.7h) is undoubtedly an efficient one with respect to axis location errors and error motions estimation. On the other hand, the UPF analysis and the gauge block validation results consent that a 3B.3n test (101 measurements/test duration of 2.3h) is a good calibration settlement regarding the number of artefacts to be used and the test duration.



Figure 6.12: Errors variation on the gauge block for an 84 error parameters model estimation

The standard deviation of the measured gauge length using the optimized SAMBA error models is presented in Figure 6.13. Similar trends can be observed with respect to the error range variation illustrated in Figure 6.11 and Figure 6.12. Results suggest that tests of 1B.2n and 1B.3n are suitable

to estimate 13 error parameters model. Test of 3B.3n for 84 error parameters model estimation show the minimum dispersion of the measurements data, hence it represents an adequate probing sequence.



Figure 6.13: Standard deviation of the measured gauge length using optimized SAMBA calibration models



Figure 6.14: The maximum unexplained volumetric error versus the maximum error of the gauge block measured length for a 13 error parameters model (a) and an 84 error parameters model (b)

estimation

In Figure 6.14, the norm of the maximum unexplained volumetric error by the SAMBA optimized strategies is compared to the maximum error norm of the measured bar length. The 3B.2n test is depicted in both cases of estimation (13 and 84 error parameters model) as the one generating a maximum error value on the measured length.

Numerical results of Figure 6.14 are summarized in Table 6.2 and Table 6.3. Regarding a test of 13 error parameters model, the maximum unexplained volumetric error norm of SAMBA optimized tests of 1B.2n and 1B.3n is reduced to 11.2 μ m and 10.6 μ m respectively from initial values of 137.7 μ m and 142 μ m of maximum estimated volumetric error norm. Both the standard deviation results on the measured length using SAMBA calibrated models (Figure 6.13) and the maximum unexplained volumetric error norm by SAMBA (Table 6.2) data are correlated with respect to the most suitable strategies to perform among the ones available. Also, the maximum error norm on the measured gauge length is minimum for a 1B.2n calibration strategy which is in accordance with previous conclusions.

Table 6.2: Maximum estimated volumetric error norm using SAMBA and maximum error using SAMBA estimated error models to measure the gauge length for a nominal and a calibrated model-13 error parameters model

-	13 error parameters						
	1B.2n	1B.3n	3B.2n	3B.3n	3B.5n		
Maximum estimated volumetric error norm by SAMBA for a non-calibrated model (μ m)	137.7	142.0	150.3	141.0	141.0		
Maximum unexplained volumetric error norm by SAMBA (μ m)	11.2	10.6	12.2	12.8	12.3		
Maximum error norm on Gauge block length for a non-calibrated model (μ m)	107.6	113.0	116.1	110.0	108.9		
Maximum error norm on Gauge block length for a SAMBA calibrated machine (μ m)	21.9	25.0	31.3	22.7	26.8		

The SAMBA maximum estimated volumetric error norm tends to stabilize for models enriched with measurements and number of artefacts which implies that no further error model improvement is required. The efficiency of the SAMBA optimized strategies in explaining the machine error model in the case of an 84 error parameters estimation is depicted in Table 6.3 for which the SAMBA method is able to reduce the maximum unexplained volumetric error norm to 2.8 μ m from an initial maximum estimated volumetric error norm of 171.7 μ m using a 4B.2n strategy on a non-calibrated machine. No clear trends of correlation are however depicted between the unexplained volumetric error norm by SAMBA optimized error models and the maximum error on the measured length.

Table 6.3: Maximum estimated volumetric error norm using SAMBA and maximum error using SAMBA estimated error models to measure the gauge length for a nominal and a calibrated model-84 error parameters model

	84 error parameters						
	3B.2n	3B.3n	3B.4n	4B.2n	4B.3n	4B.4n	4B.5n
Maximum estimated volumetric error norm by SAMBA for a non-calibrated model (μ m)	187.3	179.3	199.3	171.7	161.3	189.3	189.3
Maximum unexplained volumetric error norm by SAMBA (μ m)	2.9	3.6	4.4	2.8	5.7	4.7	4.5
Maximum error norm on Gauge block length for a non-calibrated model (μ m)	127.4	135.5	128.0	120.4	105.9	138.9	127.5
Maximum error norm on Gauge block length for a SAMBA calibrated machine (μ m)	56.8	20.5	29.5	19.4	25.4	29.0	19.7

Moreover, the optimized SAMBA tests are able to decrease the mean unexplained volumetric error norm to 3.49 μ m from an initial mean estimated volumetric error norm of the nominal model of 82.9 μ m using a 1B.2n strategy (13 error parameters estimated) and down to 1.43 μ m using a 3B.3n design for a full description of the machine error model (84 error parameters estimated) for a mean estimated volumetric error norm of the nominal model of 100.9 μ m.

6.6 Conclusion

The suitability of several calibration strategies is evaluated for a five-axis machine tool accuracy enhancement. The calibration scenarios are the result of a DETMAX algorithm optimization of the SAMBA master balls positions and lengths, and rotary axes configurations. Comparison between different measurement strategies is performed by simulation, based on the condition number of the Jacobian identification matrix, expressing the sensitivity of the volumetric errors to the setup and geometric errors. An experimental validation is carried out by conducting nested repeatability tests of the selected optimized strategies, to guarantee the same operational conditions. Data analysis included a validation using the condition number values and the uncertainty propagation factor. The estimated machine geometry model from each test is also used to measure a calibrated gauge block length and to validate the data consistency of the selected strategies in reproducing the bar length.

The data provided by the gauge length is processed using the error range variation and the standard deviation on the measured length error, in addition to a comparison of the SAMBA maximum unexplained volumetric error norm with the maximum error norm of the gauge length for each of the suggested probing sequences.

Based on these criteria, the outcome suggests that strategies using three master balls and two times the minimum number of required configurations are less efficient. Strategies using three master balls and three times the number of unknows seem to be a good compromise, for a full description of the machine error model (84 error parameters). The calibration routine duration is estimated, in this case, to 2 hours and 18 minutes. The mean unexplained volumetric error norm is of 1.43 μ m from an initial mean estimated volumetric error norm of 100.9 μ m.

A limitation to one master ball and two times the number of unknowns is a suitable calibration strategy choice for a rapid volumetric check-up of the machine tool (13 error parameters). The measurement duration is substantially reduced to 30 minutes using the optimized sequence. The mean unexplained volumetric error norm is reduced to $3.49 \,\mu\text{m}$ with respect to a mean estimated volumetric error norm of a non-calibrated model of 82.9 μm . A good correlation is also depicted in this case between the SAMBA maximum unexplained volumetric error norm and the maximum error norm of the measured length using SAMBA optimized error models which refers

to similarities between the SAMBA method and the gauge block test in describing the machine accuracy to position the tool relatively to the workpiece.

The analysis of the gauge length error range variation and standard deviation provide similar conclusions. Variations of the measured length with respect to the calibrated one for the selected strategies is assigned to the workshop floor temperature effects on the gauge block material expansion and the probe re-travel.

A good strategy indicator for a better quality of identification is a combination of the minimum number of master balls required for errors estimation and an optimized number of measurements to be determined with respect to the calibration downtime to be allocated, in an industrial environment.

6.7 Acknowledgement

The authors would like to thank the technicians Guy Gironne and Vincent Mayer for conducting the experimental tests. Authors also acknowledge the financial support of the Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada (NSERC) and its partners, the Consortium de Recherche et d'Innovation en Aérospatiale au Québec (CRIAQ-408) and the AeroCREATE program.

6.8 References

- H. Schwenke, W. Knapp, H. Haitjema, A. Weckenmann, R. Schmitt, and F. Delbressine, "Geometric error measurement and compensation of machines—An update," *CIRP Annals* - *Manufacturing Technology*, vol. 57, pp. 660-675, 2008.
- [2] Y. Abbaszadeh-Mir, J. R. R. Mayer, G. Cloutier, and C. Fortin, "Theory and simulation for the identification of the link geometric errors for a five-axis machine tool using a telescoping magnetic ball-bar," *International Journal of Production Research*, vol. 40, pp. 4781-97, 2002.
- [3] S. Ibaraki and W. Knapp, "Indirect Measurement of Volumetric Accuracy for Three-Axis and Five-Axis Machine Tools," 2013.
- [4] B. Bringmann and W. Knapp, "Machine tool calibration: geometric test uncertainty depends on machine tool performance," *Precision Engineering*, vol. 33, pp. 524-9, 2009.

- [5] J.-P. Kruth, P. Vanherck, and L. De Jonge, "Self-calibration method and software error correction for three-dimensional coordinate measuring machines using artefact measurements," *Measurement*, vol. 14, pp. 157-167, 1994.
- [6] M. Slamani, J. Mayer, and G. Cloutier, "Modeling and experimental validation of machine tool motion errors using degree optimized polynomial including motion hysteresis," *Experimental Techniques*, vol. 35, pp. 37-44, 2011.
- [7] C.-H. Menq, J.-H. Borm, and J. Z. Lai, "Identification and Observability Measure of a Basis Set of Error Parameters in Robot Calibration," *Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, vol. 111, pp. 513-518, 1989.
- [8] A. Nahvi and J. M. Hollerbach, "The noise amplification index for optimal pose selection in robot calibration," in *Robotics and Automation*, 1996. Proceedings., 1996 IEEE International Conference on, 1996, pp. 647-654.
- Y. Sun and J. M. Hollerbach, "Observability index selection for robot calibration," in *Robotics and Automation, 2008. ICRA 2008. IEEE International Conference on*, 2008, pp. 831-836.
- [10] M. R. Driels and U. S. Pathre, "Significance of observation strategy on the design of robot calibration experiments," *Journal of Field Robotics*, vol. 7, pp. 197-223, 1990.
- [11] B. Mooring, M. Driels, and Z. Roth, *Fundamentals of Manipulator Calibration*: John Wiley & Sons, Inc., 1991.
- [12] D. Daney, Y. Papegay, and B. Madeline, "Choosing measurement poses for robot calibration with the local convergence method and Tabu search," *The International Journal of Robotics Research*, vol. 24, pp. 501-518, 2005.
- [13] A. Verl, T. Boye, and A. Pott, "Measurement pose selection and calibration forecast for manipulators with complex kinematic structures," *CIRP Annals*, vol. 57, pp. 425-428, 2008/01/01/ 2008.
- [14] A. Joubair and I. A. Bonev, "Comparison of the efficiency of five observability indices for robot calibration," *Mechanism and Machine Theory*, vol. 70, pp. 254-265, 2013/12/01/2013.

- [15] T. J. Mitchell, "An algorithm for the construction of "D-optimal" experimental designs," *Technometrics*, vol. 16, pp. 203-210, 1974.
- [16] A. Olarra, D. Axinte, and G. Kortaberria, "Geometrical calibration and uncertainty estimation methodology for a novel self-propelled miniature robotic machine tool," *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, vol. 49, pp. 204-214, 2018/02/01/2018.
- [17] I. 10360-2:2009, "ISO 10360-2:2009. Geometrical product specifications (GPS) —
 Acceptance and reverification tests for coordinate measuring machines (CMM) Part 2:
 CMMs used for measuring linear dimensions," ed, 2009.
- [18] J. R. R. Mayer, "Five-axis machine tool calibration by probing a scale enriched reconfigurable uncalibrated master balls artefact," *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, vol. 61, pp. 515-518, 2012.
- [19] T. Erkan, J. R. R. Mayer, and Y. Dupont, "Volumetric distortion assessment of a five-axis machine by probing a 3D reconfigurable uncalibrated master ball artefact," *Precision Engineering*, vol. 35, pp. 116-125, 2011.
- [20] I. T. 16907, "ISO/TR 16907. Machine tools—Numerical compensation of geometric errors," ed.
- [21] I. 230-1:2012, "ISO 230-1:2012. Test code for machine tools—Part 1 : Geometric accuracy of machines operating under no-load or quasi-static conditions," ed: ISO Geneva.
- [22] N. A. Mchichi and J. Mayer, "Axis Location Errors and Error Motions Calibration for a Five-axis Machine Tool Using the SAMBA Method," *Procedia CIRP*, vol. 14, pp. 305-310, 2014.
- [23] E. Walter, L. Pronzato, and J. Norton, *Identification of parametric models from experimental data* vol. 1: Springer Berlin, 1997.
- [24] M. J. Nategh and M. M. Agheli, "A total solution to kinematic calibration of hexapod machine tools with a minimum number of measurement configurations and superior accuracies," *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, vol. 49, pp. 1155-1164, 2009/12/01/ 2009.

- [25] J. 102:2011, "JCGM 102:2011. Evaluation of measurement data Supplement 2 to the "Guide to the expression of uncertainty in measurement" – Extension to any number of output quantities," in JCGM vol. 102:2011 ed, 2011.
- [26] A. Los and J. R. R. Mayer, "Application of GUM Spplement 2 to uncertainty estimation of five-axis CNC machines geometric error parameters identification using the SAMBA method," presented at the Laser Metrology and Machine Performance X, 2013.

CHAPITRE 7 DISCUSSION GÉNÉRALE

Le besoin principal de fabriquer des pièces de qualité, conformes aux exigences définies par le cahier des charges à mener à une révolution industrielle dans la conception des machines-outils. La mise à disposition sur le marché de machines multiaxes a notamment contribué à la diminution du cycle de fabrication en réduisant le nombre de montages de la pièce, grâce à un mouvement simultané des axes prismatiques et rotatifs. Ceci a occasionné, toutefois, des déviations de la trajectoire actuelle de l'outil par rapport à celle commandée, au contact de la pièce, remettant ainsi en cause la performance de la machine et les éventuelles sources d'erreurs pouvant affecter son comportement. Dans ce cadre, plusieurs processus de contrôle et d'inspection périodiques ont été proposés dans la perspective de réduire le nombre de non-conformités, en investiguant les types d'erreurs sur la machine pour des fins d'étalonnage et de compensation. Il a été convenu que les erreurs provenant de défauts des composants mécaniques et de la géométrie imparfaite du bâti sont prépondérantes et nécessitent de ce fait, une attention particulière. Dans la littérature, certains chercheurs ont suggéré des méthodes directes qui consistent en des mesures individuelles des erreurs liées à chaque axe, en utilisant des moyens coûteux aussi bien en termes de prix que de temps de mesure et du nombre de posages inévitables des instruments pour leurs quantifications. La plus connue de ces techniques est l'interférométrie laser. D'autres scientifiques ont proposé une approche indirecte fondée sur l'analyse de la déviation de l'outil par rapport au point désiré sur la pièce. Cette déviation est considérée comme la superposition de toutes les erreurs géométriques et fait de cette étude une évaluation de l'état volumétrique de la machine. Parmi les moyens déployés à cet effet, la méthode SAMBA, qui a prouvé son efficacité et sa flexibilité quant à la vérification de la précision des machines-outils à cinq axes à travers le palpage d'un artefact reconfigurable et non-étalonné. Le système de mesure est composé de billes de références fixées sur des tiges, lesquelles sont placées sur la table de travail. La capacité de mesure de la machineoutil en tant que machine à mesurer tridimensionnelle est alors exploitée.

L'objectif de cette étude est de proposer des stratégies d'étalonnage optimisées en vue d'une meilleure connaissance de l'état de la machine et d'une amélioration de sa performance. Dans cette optique, une identification efficace des erreurs géométriques comprend une estimation des écarts de membrures et des écarts cinématiques pour une description exhaustive de l'état imparfait de la machine. Ceci est effectué, dans un premier temps, à partir d'une définition du modèle cinématique,

lié à la topologie de la machine et d'une modélisation du comportement des écarts cinématiques sous forme d'un polynôme de troisième degré auquel il est ajouté le jeu d'inversion des erreurs angulaires de positionnement des axes rotatifs. La pose de l'outil par rapport à la pièce est définie en utilisant la méthode de la cinématique directe et les matrices de transformation homogène en incluant les écarts de membrures, les écarts cinématiques ainsi que les erreurs de montage de l'artefact et du palpeur. Un enrichissement en mesures de la stratégie d'étalonnage actuelle versus une rupture de la relation linéaire entre les configurations des axes rotatifs, impliqués dans la procédure de vérification, donne une visibilité de l'importance du choix des points de palpage pour un découplage et une identification complète et adéquate des erreurs géométriques. Ceci induit une remise en cause de la position actuelle des billes de référence, de la longueur des tiges, du nombre de configurations minimal des axes ainsi que de la localisation des points de mesures dans l'espace de travail.

Une approche fondée sur la conception d'un plan D-optimal à travers l'utilisation de l'algorithme DETMAX est appliquée en deux étapes :

- La première consiste en une optimisation des longueurs des billes et leurs positions pour un nombre assez large de mesures, couvrant l'intervalle de déplacement des axes. À ce niveau, cinq indices d'observabilité, communément utilisés dans le domaine de la robotique, sont sujets d'une étude comparative pour déterminer leur capacité, en tant que critères de validation, à déterminer l'efficacité du scénario de mesure. Les résultats conviennent que l'indice O₂, qui est inversement proportionnel au conditionnement, est un bon indice de l'homogénéité de la matrice Jacobienne d'identification.
- Les positions et longueurs de billes produites par la première étape, sont exploitées dans la deuxième pour procéder à un élagage de l'ensemble des indexations de mesures, utilisé précédemment. L'enjeu alors est de pouvoir déterminer le nombre minimal d'indexations et de billes qui maximisent la précision de la machine. Ce nombre est une multiplication du nombre d'inconnues dans le modèle par des facteurs de deux, trois, quatre, cinq et dix.

Les résultats de cette analyse sont complétés par une estimation de l'incertitude sur les paramètres et un calcul d'un facteur de propagation d'incertitude. Il est constaté une concordance entre les conclusions retrouvées via l'étude du conditionnement et celles de l'estimation d'incertitude. Ainsi 1 bille/29 mesures et 4billes/163 mesures sont des combinaisons optimisées et adéquates

pour assurer une meilleure estimation des écarts de membrures et de l'ensemble des écarts de membrures et des écarts cinématiques respectivement. À la fin de cette analyse, la valeur du conditionnement est réduite de 55.7% et celle de l'incertitude sur les paramètres d'erreurs d'une valeur allant jusqu'à 70%. Grâce à cette approche, il a été possible de déterminer les poses de mesures essentielles à prendre dans le volume de travail pour assurer un étalonnage efficace. Ces dernières sont situées aux extrémités du volume et autour du zéro de l'axe rotatif B. Néanmoins, il est recommandé d'assurer une distribution homogène des configurations du deuxième axe rotatif C. Certaines disparités dans les résultats de l'estimation de l'incertitude se sont manifestées et sont principalement dus à un couplage des coefficients des erreurs de degré zéro, du polynôme de modélisation, avec ceux du deuxième degré, et ceux du premier degré avec ceux du troisième.

Afin de confirmer l'efficacité des stratégies de mesures de l'erreur volumétrique par méthode indirecte, une démarche s'appuyant sur une mesure directe de la longueur d'une cale calibrée est réalisée. Les modèles d'étalonnage retrouvés, ci-dessus, par la méthode SAMBA, sont utilisés pour compenser la machine et tester sa capacité à reproduire la longueur prédéfinie. Une corrélation est observée entre les résultats obtenus dans les travaux précédents et l'analyse de la variation de l'erreur sur la longueur calculée. Une déviation entre les mesures directes et indirectes est toutefois observée et est considérée comme une conséquence de l'effet d'une expansion thermique de la cale ou d'estimations non satisfaisantes de certains paramètres d'erreurs pour des tests bien spécifiques.

Ainsi, les routines de vérification susceptibles de donner une bonne identification des erreurs pour un temps de mesure optimale sont attribuées à des tests de 1bille/22 mesures pour une durée de 30 minutes ou encore 1bille/29 mesures pour une durée de 42 minutes. Cependant un test comprenant 3billes/101 mesures, pour une durée de 2 heures et 18 minutes, semble un bon compromis pour assurer une estimation efficace des écarts de membrures et écarts cinématiques. L'erreur volumétrique moyenne restante pour les tests optimisés sélectionnés varie entre 3.49 μ m et 1.43 μ m

En guise de conclusion, les stratégies d'étalonnage proposées contribuent à une réduction de la durée de mesure et par conséquent du temps d'arrêt de production pour des opérations de compensation subséquentes, à l'élimination de la présence de billes de référence sans valeur ajoutée et à la définition du nombre de mesures et de leurs localisations dans le volume de la machine. À noter que les résultats fournis par l'analyse du conditionnement, pour le choix de la stratégie de

mesure, se rapportaient à des tests optimisées dont l'efficacité est sensiblement similaire et ont dû par conséquent être complétés par une analyse d'incertitude suivie d'une comparaison par mesure directe pour des fins de validation.

CHAPITRE 8 CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS

Dans ce chapitre, nous présentons les contributions apportées dans le cadre de cette recherche doctorale. Ceci sera suivi de conclusions générales et de recommandations pour des travaux futurs.

8.1 Contributions

Les articles cités ci-dessous ont font l'objet de publications et soumissions dans des revues et conférences scientifiques internationales. L'ensemble des écrits est synthétisé dans le Tableau 8.1.

Tableau 8.1: Ensemble des contributions pour des conférences et journaux scientifiques

Туре	Référence	Date
Conférence	N. A. Mchichi and J. Mayer, "Axis Location Errors and Error Motions Calibration for a Five-axis Machine Tool Using the SAMBA Method", <i>Procedia CIRP</i> , vol. 14, pp. 305-310, 2014.	2014
Conférence	N. A. Mchichi and J. Mayer, "Optimized SAMBA artefact configuration for a five-axis machine tool calibration", 6th International Conference on Virtual Machining Process Technology (VMPT).	2017
Journal	N. A. Mchichi and J. Mayer, "Optimal calibration strategy for five- axis machine tool accuracy improvement using the D-optimal approach".	2018
Journal	N. A. Mchichi and J. Mayer, "Five-axis machine tool measuring performance using the SAMBA method and a calibrated Gauge Block".	2018

La réalisation et la présentation d'une affiche pour la conférence VMPT 2017 a reçu le prix de « First place in the Poster Competition ».

8.2 Conclusions générales

La présente thèse vise à améliorer la précision des centres d'usinage, en l'occurrence des machinesoutils à cinq axes, en proposant des stratégies de mesures optimales pour des fins d'étalonnage géométrique. Les scénarios de palpage suggérés offrent une possibilité de vérification rapide de l'état volumétrique de la machine, en comparaison à ceux utilisés présentement ou encore au travail fastidieux que peuvent occasionner des mesures par méthodes directes. Dans un environnement industriel, le type d'erreurs géométriques à estimer a un impact direct sur la durée du test d'étalonnage, le nombre et la position des artefacts à fixer sur la table de la machine ainsi que le nombre de mesures dans la séquence de palpage. En effet, une estimation efficace de ces erreurs requière une conception réfléchie de la stratégie de mesure pour favoriser le découplage de certaines erreurs qui, due à une relation linéaire entre les indexations des axes impliqués dans le processus de palpage, peuvent être confondues. La durée des scénarios proposés varie entre 30 minutes pour une séquence de 22 mesures qui se limite au palpage d'une seule bille en vue d'une identification des écarts de membrures, et 2 heures et 18 minutes pour une description complète du modèle d'erreurs de la machine qui nécessite un artefact composé de trois billes pour un total de 101 mesures.

De façon général, les contributions au domaine de la métrologie des machines-outils à travers cette recherche portent sur les axes suivants :

- Une exploitation de la capacité de mesure de la machine pour effectuer des opérations d'auto-étalonnage sans interventions humaines;
- Une aptitude à fournir une description complète du modèle d'erreurs géométriques de la machine, en intégrant les écarts de membrures et les écarts cinématiques. Cette description repose sur une analyse du modèle cinématique, lié à la topologie de la machine-outil et à une rupture de toute corrélation entre les indexations des axes engagés dans le processus de mesure;
- Un modèle mathématique décrivant le comportement des écarts cinématiques des axes de la machine sous forme de coefficients d'un polynôme de 3^{ième} degré auxquels s'ajoutent les erreurs d'hystérésis;
- Une optimisation des éléments clés de la méthode d'évaluation des erreurs volumétriques, dans le cadre d'une approche analytique basée sur les algorithmes d'échanges. Les scénarios d'étalonnage obtenus contribuent à l'amélioration de la performance de la machine;
- Une comparaison et une validation de critères mathématiques utilisés pour l'évaluation de l'observabilité des erreurs géométriques et la performance du système de mesure;

- Une vérification analytique de la pertinence des tests d'étalonnage optimisés par une démonstration de la concordance entre une approche qualitative se traduisant par une minimisation du conditionnement de la matrice jacobienne et une autre quantitative fondée sur l'estimation de l'incertitude sur les paramètres d'erreurs identifiés ainsi que sur l'ensemble des tests;
- Une définition du nombre minimal d'artefacts et de points de mesures pour une meilleure qualité d'estimation des paramètres géométriques ainsi que leur localisation dans le volume de travail de la machine. Ceci engendre aussi une contribution à la diminution du temps d'arrêt de production pour des fins d'étalonnage, dans un contexte industriel;
- Une validation des résultats des tests découlant de la démarche d'optimisation par une approche directe consistant en une analyse de la variation des erreurs des mesures dimensionnels d'une cale calibrée;
- Une élaboration d'une feuille de route comprenant les informations nécessaires à l'opérateur afin d'adapter les temps d'arrêts de production au type d'étalonnage à effectuer (partiel impliquant les écarts de membrures ou complet incluant aussi les écarts cinématiques).

8.3 Travaux futurs

D'autres aspects pouvant contribuer, d'une manière significative, à l'amélioration de la performance de la machine-outil et de la stratégie d'étalonnage peuvent encore être explorés, à citer notamment :

L'utilisation d'autres algorithmes d'optimisation, par exemple l'algorithme génétique, pour enrichir le processus de sélection d'un ensemble optimale de variables conduisant à une meilleure stratégie d'étalonnage, c.-à-d. assurer par cela une gestion simultanée du temps de mesure; du nombre, positions et longueurs d'artefacts ainsi que des paramètres estimés. En effet, le choix de l'utilisation d'un algorithme d'échange s'avère laborieux et coûteux en termes de temps d'exécution, dû à une gestion séquentielle des variables. Cette analyse peut éventuellement inclure un nombre assez large de longueurs de tiges puisque l'actuelle s'est limitée aux tiges disponibles au laboratoire de fabrication virtuelle;

- Le développement d'un modèle mathématique à la base de fonctions harmoniques pour simuler le comportement des écarts cinématiques. L'effet de couplage des termes du polynôme (le degré zéro avec le degré deux et le degré un avec le degré trois), employé présentement, n'est pas sans avoir un impact négatif quant à l'estimation des coefficients de certaines erreurs;
- L'analyse de la variation de la valeur du conditionnement versus celle de la valeur moyenne des résidus sur l'erreur volumétrique. Il est constaté qu'une diminution du conditionnement est généralement accompagné par une augmentation de cette valeur qui, fixée à un certain seuil peut plausiblement être considérée comme un critère de sélection;
- Une étude d'optimisation basée sur la valeur du conditionnement non normalisé de la matrice jacobienne et son impact sur le choix des positions des billes et des séquences de mesures.

BIBLIOGRAPHIE

- 101:2008, J. (2008). JCGM 101:2008 Evaluation of measurement data Supplement 1 to the "Guide to the expression of uncertainty in measurement" Propagation of distributions using a Monte Carlo method.
- 102:2011, J. (2011). JCGM 102:2011. Evaluation of measurement data Supplement 2 to the "Guide to the expression of uncertainty in measurement" Extension to any number of output quantities.
- 230-1:2012, I. ISO 230-1:2012. Test code for machine tools—Part 1 : Geometric accuracy of machines operating under no-load or quasi-static conditions. ISO Geneva.
- 230-2:2006, I. (2006). ISO 230-2:2006. Test code for machine tools -- Part 2: Determination of accuracy and repeatability of positioning of numerically controlled axes. International Standardisation Organisation, Geneva, Switzerland.
- 230-7:2006, I. Code d'essai des machines-outils— Partie 7 : Exatitude géométrique des axes de rotation. ISO GENEVE.
- 230-10:2011, I. ISO 230-10:2011. Test code for machine tools—Part 10: Determination of the measuring performance of probing systems of numerically controlled machine tools. GENEVA: ISO.
- 10360-2:2009, I. (2009). ISO 10360-2:2009. Geometrical product specifications (GPS) Acceptance and reverification tests for coordinate measuring machines (CMM) — Part 2: CMMs used for measuring linear dimensions.
- 16907, I. T. ISO/TR 16907. Machine tools—Numerical compensation of geometric errors.
- Abbaszadeh-Mir, Y. (2001). *Etalonnage géométrique des machines-outils par barre à billes en vue de prédire leur performance*. (École polytechnique de Montréal, Montréal).
- Abbaszadeh-Mir, Y., Mayer, J., & Fortin, C. (2003). Methodology and Simulation of the Calibration of a Five-Axis Machine Tool Link Geometry and Motion Errors Using Polynomial Modelling and a Telescoping Magnetic Ball-Bar. Communication présentée à Laser Metrology and Machine Performance VI-LAMDAMAP, 6th International Conference on Laser Metrology, Machine Tool, CMM and Robot Performance

(p. 527-543).

- Abbaszadeh-Mir, Y., Mayer, J. R. R., Cloutier, G., & Fortin, C. (2002). Theory and simulation for the identification of the link geometric errors for a five-axis machine tool using a telescoping magnetic ball-bar. *International Journal of Production Research*, 40(18), 4781-4797. doi:10.1080/00207540210164459
- Adika, K. (2011). Motion errors estimation using the Chebychev and Legendre polynomials.
- Aguado, S., Samper, D., Santolaria, J., & Aguilar, J. J. (2012). Identification strategy of error parameter in volumetric error compensation of machine tool based on laser tracker measurements. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, *53*(1), 160-169.
- Andolfatto, L., Lavernhe, S., & Mayer, J. R. R. (2011). Evaluation of servo, geometric and dynamic error sources on five-axis high-speed machine tool. *International Journal of Machine Tools and Manufacture,* 51(10–11), 787-796. doi:http://dx.doi.org/10.1016/j.ijmachtools.2011.07.002
- ASME. (2005). ASME B5.54-2005 Methods for Performance Evaluation of Computer Numerically Controlled Machining Centers. The American Society of Mechanical Engineers, New York, NY.
- ASME. ((Revision of ASME B5.54-1992)). Methods for Performance Evaluation of Computer Numerically Controlled Machining Centers, ASME B5.54-2005 Global Engineering Documents.
- Bandy, H., Donmez, M., Gilsinn, D., Han, C., Kennedy, M., Ling, A., Yee, K. (2001).
 A methodology for compensating errors detected by process-intermittent inspection.
 National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, NISTIR, 6811.
- Barakat, N. A., Elbestawi, M. A., & Spence, A. D. (2000). Kinematic and geometric error compensation of a coordinate measuring machine. *International Journal of Machine Tools* and Manufacture, 40(6), 833-850. doi:http://dx.doi.org/10.1016/S0890-6955(99)00098-X
- Borm, J.-H., & Menq, C.-H. (1989). Experimental study of observability of parameter errors in robot calibration. Communication présentée à Robotics and Automation, 1989.
 Proceedings., 1989 IEEE International Conference on (p. 587-592).

- Bringmann, B., & Knapp, W. (2006). Model-based 'Chase-the-Ball' Calibration of a 5-Axes Machining Center. CIRP Annals - Manufacturing Technology, 55(1), 531-534. doi:http://dx.doi.org/10.1016/S0007-8506(07)60475-2
- Bringmann, B., & Knapp, W. (2009). Machine tool calibration: Geometric test uncertainty depends on machine tool performance. *Precision Engineering*, 33(4), 524-529. doi:http://dx.doi.org/10.1016/j.precisioneng.2009.02.002
- Bringmann, B., Küng, A., & Knapp, W. (2005). A measuring artefact for true 3D machine testing and calibration. *CIRP Annals-Manufacturing Technology*, *54*(1), 471-474.
- Bryan, J. B. (1982). A simple method for testing measuring machines and machine tools Part 1:
 Principles and applications. *Precision Engineering*, 4(2), 61-69. doi:https://doi.org/10.1016/0141-6359(82)90018-6
- Chen, A. H. (2006). Integrated Inspection for Precision Part Production. (Citeseer).
- Chen, J. S., Kou, T. W., & Chiou, S. H. (1999). Geometric error calibration of multi-axis machines using an auto-alignment laser interferometer. *Precision Engineering*, *23*(4), 243-252.
- Cho, M.-W., Seo, T.-i., & Kwon, H.-D. (2003). Integrated error compensation method using OMM system for profile milling operation. *Journal of Materials Processing Technology*, 136 (1–3), 88-99. doi:http://dx.doi.org/10.1016/S0924-0136(02)00943-3
- Choi, J. P., Min, B. K., & Lee, S. J. (2004). Reduction of machining errors of a three-axis machine tool by on-machine measurement and error compensation system. *Journal of Materials Processing Technology*, *155–156*(0), 2056-2064. doi:http://dx.doi.org/10.1016/j.jmatprotec.2004.04.402
- Curran, E., & Phelan, P. (2004). Quick check error verification of coordinate measuring machines. Journal of Materials Processing Technology, 155-156, 1207-1213. doi:https://doi.org/10.1016/j.jmatprotec.2004.04.337
- Daney, D. (2002). Optimal measurement configurations for Gough platform calibration. Communication présentée à Robotics and Automation, 2002. Proceedings. ICRA'02. IEEE International Conference on (vol. 1, p. 147-152).
- Daney, D., Papegay, Y., & Madeline, B. (2005). Choosing measurement poses for robot calibration

with the local convergence method and Tabu search. *The International Journal of Robotics Research*, *24*(6), 501-518.

- de Aguiar, P. F., Bourguignon, B., Khots, M. S., Massart, D. L., & Phan-Than-Luu, R. (1995).
 D-optimal designs. *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*, 30(2), 199-210.
 doi:https://doi.org/10.1016/0169-7439(94)00076-X
- Del Guerra, M., & Coelho, R. T. (2006). Development of a low cost Touch Trigger Probe for CNC Lathes. Journal of Materials Processing Technology, 179(1–3), 117-123. doi:http://dx.doi.org/10.1016/j.jmatprotec.2006.03.093
- Dobosz, M., & Woźniak, A. (2005). CMM touch trigger probes testing using a reference axis.PrecisionEngineering,29(3),281-289.doi:http://dx.doi.org/10.1016/j.precisioneng.2004.11.008
- Dornfeld, D. A., & Lee, D.-E. (2008). Precision manufacturing Springer US.
- Driels, M. R., & Pathre, U. S. (1990). Significance of observation strategy on the design of robot calibration experiments. *Journal of Field Robotics*, 7(2), 197-223.
- Ekinci, T., & Mayer, J. (2007). Relationships between straightness and angular kinematic errors in machines. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 47(12), 1997-2004.
- Erkan, T. (2010). *Méthodes de suivi de l'état des machines-outils par palpage d'artefacts*. (École polytechnique de Montréal. Département de génie mécanique, Montréal).
- Erkan, T., & Mayer, J. (2010). A cluster analysis applied to volumetric errors of five-axis machine tools obtained by probing an uncalibrated artefact. *CIRP Annals-Manufacturing Technology*, 59(1), 539-542.
- Erkan, T., Mayer, J. R. R., & Dupont, Y. (2011). Volumetric distortion assessment of a five-axis machine by probing a 3D reconfigurable uncalibrated master ball artefact. *Precision Engineering*, 35(1), 116-125. doi:http://dx.doi.org/10.1016/j.precisioneng.2010.08.003
- Everett, L. J., & Suryohadiprojo, A. H. (1988, 24-29 Apr 1988). A study of kinematic models for forward calibration of manipulators. Communication présentée à Robotics and Automation, 1988. Proceedings., 1988 IEEE International Conference on (p. 798-800 vol.792). doi:10.1109/robot.1988.12156

- Hajzargarbashi, S. (2008). Métrologie des machines-outils cinq axes par barre-à-billes et par fermeture de chaîne cinématique. (École polytechnique de Montréal).
- Hocken, R. J. (1980). Technology of machine tools. Volume 5. Machine tool accuracy (Rapport n° UCRL-52960-5 United StatesTue Feb 12 15:11:16 EST 2008NTIS, PC A14/MF A01.LLNL; ERA-06-004014; EDB-81-001927English).
- Horne, A., & Notash, L. (2009). Comparison of Pose Selection Criteria for Kinematic Calibration through Simulation, Berlin, Heidelberg (p. 291-298).
- http://egret.psychol.cam.ac.uk/statistics/local_copies_of_sources_Cardinal_and_Aitken_ANOVA /STANOVAR.pdf.
- Ibaraki, S., & Knapp, W. (2012). Indirect Measurement of Volumetric Accuracy for Three-Axis and Five-Axis Machine Tools.
- Ibaraki, S., Oyama, C., & Otsubo, H. (2011). Construction of an error map of rotary axes on a five-axis machining center by static R-test. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 51(3), 190-200. doi:https://doi.org/10.1016/j.ijmachtools.2010.11.011
- Jae Pahk, H., Sam Kim, Y., & Hee Moon, J. (1997). A new technique for volumetric error assessment of CNC machine tools incorporating ball bar measurement and 3D volumetric error model. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 37(11), 1583-1596. doi:https://doi.org/10.1016/S0890-6955(97)00029-1
- Jin-Hwan, B., & Chia-Hsiang, M. (1991). Determination of Optimal Measurement Configurations for Robot Calibration Based on Observability Measure. *The International Journal of Robotics Research*, 10(1), 51-63. doi:10.1177/027836499101000106
- Johnson, J. A., Widener, S., Gitlow, H., & Popovich, E. (2006). A "Six Sigma"© Black Belt Case Study: G.E.P. Box's Paper Helicopter Experiment Part A. *Quality Engineering*, 18(4), 413-430. doi:10.1080/08982110600875894
- Joubair, A., & Bonev, I. A. (2013). Comparison of the efficiency of five observability indices for robot calibration. *Mechanism and Machine Theory*, 70, 254-265. doi:https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2013.07.015
- Joubair, A., Nubiola, A., & Bonev, I. (2013). Calibration efficiency analysis based on five

observability indices and two calibration models for a six-axis industrial robot. SAE Technical Paper.

- Joubair, A., Tahan, A. S., & Bonev, I. A. (2016, 9-14 Oct. 2016). Performances of observability indices for industrial robot calibration. Communication présentée à 2016 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS) (p. 2477-2484). doi:10.1109/IROS.2016.7759386
- Kevin, H. (2010). Metrology and Quality Control. Dans *Intelligent Energy Field Manufacturing* (p. 613-643): CRC Press.
- Kim, K.-D., & Chung, S.-C. (2001). Synthesis of the measurement system on the machine tool. *International Journal of Production Research*, *39*(11), 2475-2497.
- Klimchik, A., Caro, S., & Pashkevich, A. (2014). Optimal pose selection for calibration of planar anthropomorphic manipulators. *Precision Engineering*.
- Kruth, J.-P., Vanherck, P., & De Jonge, L. (1994). Self-calibration method and software error correction for three-dimensional coordinate measuring machines using artefact measurements. *Measurement*, 14(2), 157-167.
- Kurfess, T. R. *The Mechanical Systems Design Handbook Modeling, Measurement, and Control:* CRC Press 2001.
- Kwon, Y., Tseng, T.-L., & Ertekin, Y. (2006). Characterization of closed-loop measurement accuracy in precision CNC milling. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 22(4), 288-296. doi:http://dx.doi.org/10.1016/j.rcim.2005.06.002
- Liebrich, T., Bringmann, B., & Knapp, W. (2009). Calibration of a 3D-ball plate. *Precision Engineering*, 33(1), 1-6. doi:http://dx.doi.org/10.1016/j.precisioneng.2008.02.003
- Lo, C.-C., & Hsiao, C.-Y. (1998). A method of tool path compensation for repeated machining process. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 38(3), 205-213. doi:http://dx.doi.org/10.1016/S0890-6955(97)00049-7
- Los, A., & Mayer, J. R. R. (2013). Application of GUM Spplement 2 to uncertainty estimation of five-axis CNC machines geometric error parameters identification using the SAMBA method. Communication présentée à Laser Metrology and Machine Performance X.

- Los, A., & Mayer, J. R. R. (2015). Application of GUF for a multi-output iterative measurement model estimation according to GUM S2 in indirect five-axis CNC machine tool calibration Communication présentée à Laser Metrology and Machine Performance XI.
- Maurine, P., & Quinet, J. (2013). L'étalonnage des robots manipulateurs industriels. Hermès.
- Mayer, J. R. R. (2005). Modélisation des machines en fabrication mécanique MEC6513. Dans *Génie mécanique*.
- Mayer, J. R. R. (2012). Five-axis machine tool calibration by probing a scale enriched reconfigurable uncalibrated master balls artefact. CIRP Annals - Manufacturing Technology, 61(1), 515-518. doi:http://dx.doi.org/10.1016/j.cirp.2012.03.022
- Mayer, S. H. H. Z. a. J. R. R. (2008). Joint kinematic and link geometric error versus volumetric errors-A jacobian model. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*.
- Mchichi, N. A., & Mayer, J. (2014). Axis Location Errors and Error Motions Calibration for a Five-axis Machine Tool Using the SAMBA Method. *Procedia CIRP*, *14*, 305-310.
- Mekid, S. Introduction to precision machine design and error assessment: CRC Press.
- Menq, C.-H., Borm, J.-H., & Lai, J. Z. (1989). Identification and Observability Measure of a Basis Set of Error Parameters in Robot Calibration. *Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, 111*(4), 513-518. doi:10.1115/1.3259031
- Mir, Y., Mayer, J., & Fortin, C. (2002). Tool path error prediction of a five-axis machine tool with geometric errors. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture, 216(5), 697-712.
- Mitchell, T. J. (1974). An algorithm for the construction of "D-optimal" experimental designs. *Technometrics*, 16(2), 203-210.
- Mooring, B., Driels, M., & Roth, Z. (1991). *Fundamentals of Manipulator Calibration*: John Wiley & Sons, Inc.
- Nahvi, A., & Hollerbach, J. M. (1996). The noise amplification index for optimal pose selection in robot calibration. Communication présentée à Robotics and Automation, 1996.
 Proceedings., 1996 IEEE International Conference on (vol. 1, p. 647-654).

Nategh, M. J., & Agheli, M. M. (2009). A total solution to kinematic calibration of hexapod

machine tools with a minimum number of measurement configurations and superior accuracies. *International Journal of Machine Tools and Manufacture, 49*(15), 1155-1164. doi:https://doi.org/10.1016/j.ijmachtools.2009.08.009

- Olarra, A., Axinte, D., & Kortaberria, G. (2018). Geometrical calibration and uncertainty estimation methodology for a novel self-propelled miniature robotic machine tool. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 49*, 204-214. doi:https://doi.org/10.1016/j.rcim.2017.06.011
- Pancerella, C. M., Hazelton, A. J., & Frost, H. R. (1995). Autonomous agent for on-machine acceptance of machined components. 146-159. doi:10.1117/12.227212
- Qian, X., Zhao, P., & Lou, P. (2013). An On-Machine Measurement Method for Touch-Trigger Probe Based on RBFNN. *Research Journal of Applied Sciences*, 5.
- Ramesh, R., Mannan, M. A., & Poo, A. N. (2000). Error compensation in machine tools a review: Part I: geometric, cutting-force induced and fixture-dependent errors. *International Journal of Machine Tools and Manufacture, 40*(9), 1235-1256. doi:http://dx.doi.org/10.1016/S0890-6955(00)00009-2
- René Mayer, J. R., Ghazzar, A., & Rossy, O. (1996). 3D characterisation, modelling and compensation of the pre-travel of a kinematic touch trigger probe. *Measurement*, 19(2), 83-94. doi:http://dx.doi.org/10.1016/S0263-2241(96)00068-1
- Robert, J. H. (2011). Measurement Integration. Dans Coordinate Measuring Machines and Systems, Second Edition (p. 515-522): CRC Press.
- Sartori, S., & Zhang, G. (1995). Geometric error measurement and compensation of machines. *CIRP Annals-Manufacturing Technology*, 44(2), 599-609.
- Schellekens, P., Soons, J., Spaan, H., Loock, V., Trapet, E., Dooms, J., Maisch, M. (1993). Development of Methods for the Numerical Error Correction of Machine Tools: Commission of the European Communities.
- Schwenke, H., Knapp, W., Haitjema, H., Weckenmann, A., Schmitt, R., & Delbressine, F. (2008).
 Geometric error measurement and compensation of machines—An update. *CIRP Annals -Manufacturing Technology*, *57*(2), 660-675. doi:http://dx.doi.org/10.1016/j.cirp.2008.09.008

- Slamani, M., Mayer, J., & Cloutier, G. (2011). Modeling and experimental validation of machine tool motion errors using degree optimized polynomial including motion hysteresis. *Experimental Techniques*, 35(1), 37-44.
- Slamani, M., Mayer, R., & Balazinski, M. (2013). Concept for the integration of geometric and servo dynamic errors for predicting volumetric errors in five-axis high-speed machine tools: an application on a XYC three-axis motion trajectory using programmed end point constraint measurements. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 65(9-12), 1669-1679. doi:10.1007/s00170-012-4289-7
- Slocum, A. H. *Precision machine design*: Dearborn, Mich. : Society of Manufacturing Engineers, c1992.
- Soons, J. A., Theuws, F. C., & Schellekens, P. H. (1992). Modeling the errors of multi-axis machines: a general methodology. *Precision Engineering*, 14(1), 5-19. doi:http://dx.doi.org/10.1016/0141-6359(92)90137-L
- Srivastava, A. K., Veldhuis, S. C., & Elbestawit, M. A. (1995). Modelling geometric and thermal errors in a five-axis cnc machine tool. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 35(9), 1321-1337. doi:http://dx.doi.org/10.1016/0890-6955(94)00048-O
- Sun, Y., & Hollerbach, J. M. (2008). Observability index selection for robot calibration. Communication présentée à Robotics and Automation, 2008. ICRA 2008. IEEE International Conference on (p. 831-836).
- Tournier, C. (2010). Usinage à grande vitesse: Technologies, modélisations et trajectoires: Dunod.
- Triefenbach, F. (2008). Design of experiments: the D-optimal approach and its implementation as a computer algorithm. *Bachelor's Thesis in Information and Communication Technology*.
- Tsutsumi, M., & Saito, A. (2003). Identification and compensation of systematic deviations particular to 5-axis machining centers. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 43(8), 771-780.
- Verl, A., Boye, T., & Pott, A. (2008). Measurement pose selection and calibration forecast for manipulators with complex kinematic structures. *CIRP Annals*, 57(1), 425-428. doi:https://doi.org/10.1016/j.cirp.2008.03.044

- Walter, E., Pronzato, L., & Norton, J. (1997). *Identification of parametric models from experimental data* (vol. 1): Springer Berlin.
- Weck, M., McKeown, P., Bonse, R., & Herbst, U. (1995). Reduction and Compensation of Thermal Errors in Machine Tools. *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, 44(2), 589-598. doi:http://dx.doi.org/10.1016/S0007-8506(07)60506-X
- Weikert, S. (2004). R-test, a new device for accuracy measurements on five axis machine tools. *CIRP Annals-Manufacturing Technology*, 53(1), 429-432.
- Zargarbashi, S., & Mayer, J. (2006). Assessment of machine tool trunnion axis motion error, using magnetic double ball bar. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 46(14), 1823-1834.
- Zargarbashi, S., & Mayer, J. (2009). Single setup estimation of a five-axis machine tool eight link errors by programmed end point constraint and on the fly measurement with Capball sensor. *International Journal of Machine Tools and Manufacture, 49*(10), 759-766.
- Zhou, E. P., Harrison, D. K., & Link, D. (1996). Effecting in-cycle measurement with preteritic CNC machine tools. *Computers in Industry*, 28(2), 95-102. doi:http://dx.doi.org/10.1016/0166-3615(95)00062-3
- Zhou, J., Kang, H.-J., & Ro, Y.-S. (2010). Comparison of the Observability Indices for Robot Calibration considering Joint Stiffness Parameters, Berlin, Heidelberg (p. 372-380).

ANNEXE A – OPTIMIZED SAMBA ARTEFACT CONFIGURATION FOR A FIVE-AXIS MACHINE TOOL CALIBRATION

N. Alami Mchichi, J.R.R. Mayer

Département de génie mécanique, Polytechnique Montréal, C.P. 6079, Succ. Centre-ville, Montréal (QC), H3C 3A7, Canada

Published in the 6th International Conference on Virtual Machining Process Technology (VMPT), Montréal, May 29th – June 2nd, 2017

A.1 Abstract

Improving part quality is directly related to ensuring a precise production system through the identification of all error sources. In this perspective, achieving calibration effectiveness of machine tool geometric errors is crucial, especially in a competitive sector such as the aerospace one. The downtime production and deployment of human and material resources could be then reduced along with the operation costs. The present paper suggests optimized artefact number, position and length for the SAMBA (Scale And Master Balls Artefact) method for an enriched probing sequence of the machine rotary axis. Using the DETMAX algorithm for the construction of D-optimal experimental design, series of simulation tests are conducted. The axis location errors are estimated for a five-axis machine tool. Criteria of validation are based on a comparison of observability indices traditionally used in robotics. The outcome is a new artefact configuration that contributes to a substantially better machine tool calibrated model compared to the initial one.

Keywords

Metrology, machine tool, calibration, machine errors, D-optimal design

A.2 Introduction

Machine tools have an important role to play in reaching customer satisfaction regarding features geometry. Indeed, evaluating error sources and being able to predict machine accuracy will lead to less waste and best control of the manufacturing process. These errors can be classified into four

categories: geometric errors, dynamic errors, workpiece effects and thermal errors [1]. In this work, we will be focusing on the geometric errors since they are inducing a significant positioning deviation of the tool tip relative to the workpiece. Under the assumption of machine's rigid body, the errors inherent to the machine mechanical components are divided into two groups [2]:

- Axis location errors: describe the axis position and orientation of successive prismatic and rotary axes.
- Error motions: define the axis motion deviation from the nominal movement and comprising positioning, straightness, and angular errors.

Geometric errors estimation on machine tools consists on using either direct or indirect measuring methods depending on the purpose of the study. Direct methods rely on instruments such as laser interferometer and straightedges to evaluate one single error at a time, unlike indirect methods where the assessing step involve a volumetric measurement in the machine work envelope followed by a separation of causal geometric errors. One of these indirect estimation methods which has demonstrated its efficiency in predicting volumetric errors is named SAMBA [3], which is a RUMBA method (a reconfigurable uncalibrated master ball artefact) [4], enriched with a scale bar. An on-machine probing strategy is designed with respect to the machine kinematic model to identify eight axis location errors [5] and a maximum of error motions [2].

The first part of this paper introduces the concept of the SAMBA simulator, the error modeling and the volumetric errors measuring approach. Then, the contribution of the DETMAX algorithm [6] in improving the position and lengths of SAMBA artefacts, based on numerous observability indices usually used in robotics, is discussed. Simulations are conducted for different number of artefacts for axis location errors depending on the number of errors to be estimated.

The second part presents simulation results. Satisfactory conclusions concerning the choice of the observability index are providing a better estimation of the machine geometric errors and thus a better machine performance.

A.3 Simulation

A.3.1 SAMBA method

This procedure consists in mounting a flexible number of uncalibrated artefacts on the machine workpiece. A sequence of rotary axes is then designed to assess the machine tool volumetric behaviour. This is achieved by performing a probing of targeted contact points on the master balls.



Figure A.1: Scale and master balls being probed with an MP700 Renishaw probe on a Mitsui Seiki HU40-T machine tool of topology wCBXfZY(C1)t

The kinematic and mathematical modeling conducts the estimation of the geometric errors which can lead to future geometric compensation on the machine controller and eventually mechanical adjustments. Reaching this step is preceded by a series of simulation tests on Matlab to insure, based on a mathematical validation criterion, that the experiments will reliably yield the desired machine errors.

A.3.2 Measurement strategy

Calibration probing strategies scenarios are run on a simulator specially designed for a HU-40-T five-axis machine tool. The data collected is then used to estimate the unknown location errors. The number, position and length of the master balls to be mounted on the pallet are pre-defined.

In addition, the parameters to be estimated are selected, followed by a probing sequence of the rotary axes. The latter consists on a series of B and C indexations for which each artefact is measured. Moreover, the scale bar is probed once at $b=c=0^{\circ}$.

A.3.2.1 Kinematic modeling

As shown in Figure A.2, the case of a five-axis machine tool with a wCBXbZY(C1)t topology is addressed, where w, f, C1 and t represent the workpiece, the machine foundation, the spindle and the tool respectively. B, C, X, Z and Y are the rotational and prismatic axes.



Figure A.2: Nominal kinematic model of a wCBXbZY(C1)t five-axis machine tool

A.3.2.2 Error modeling

Geometric errors are inherent to the machine structure as they are describing the machine axes behaviour. While location errors are easy to model mathematically, error motions representation can be more complexed due to many reasons such as the inter-dependence of some errors and their ambiguous course through the axis travel. Bringmann *et al.* [7] recommended the use of a Fourier or Taylor series for this purpose while others suggested that a polynomial models of degree three
to four are sufficient to observe the machine behaviour [8, 9]. For instance, Equation (8.1) is the modeling of Y-axis scale error:

$$E_{YY} = E_{YY0} + E_{YY1} \cdot y + E_{YY2} \cdot y^2 + E_{YY3} \cdot y^3 + E_{YYb} \cdot (\dot{y}/|\dot{y}|)$$
(8.1)

where,

 E_{YY} is the normalized representation of the scale motion error of the Y-axis;

 $E_{YY0}, E_{YY1}, E_{YY2}$, and E_{YY3} are the polynomial coefficients in an increasing degree order;

 E_{YYb} is the backlash coefficient and

 $\dot{y}/|\dot{y}|$ is the sense of the motion, used to reach that position.

A.3.2.3 Mathematical modeling

The measured or simulated gathered data include machine, artefact and tool set-up errors. To identify each of these errors a mathematical model has been developed. Homogeneous transformation matrices, as in equation (8.2), are used to express the position of the tool tip relative to the nominal balls centers in the machine kinematic model.

$$^{ball}T_{tip} = ({}^{F}T_{ball})^{-1} \cdot {}^{F}T_{tip}$$

$$(8.2)$$

A Jacobian matrix is then generated from this model to express the sensitivity of the volumetric errors to the ones to be predicted.

$$\tau = JP \tag{8.3}$$

where,

 τ is a column matrix representing the volumetric errors at each ball mounted on the workpiece;

J is the Jacobian matrix and

P is a column matrix including the error motions coefficients, artefacts and tool tip position errors.

A.3.2.4 Validation criteria

Identifying error parameters relies on an important tool which is the singular value decomposition (SVD) of the identification Jacobian matrix.

. . . .

Attaining accurate estimations depends on a proper set of axes indexations [10]. In this work, selecting an enriched observation strategy will not only enable the estimation of axis location errors but also will allow an optimized position selection of predefined set of artefacts. The identification quality is quantified by the following validation criteria, as suggested in the literature:

$$O_1 = \frac{\left(\sigma_1 \ \sigma_1 \dots \sigma_l\right)^{\frac{1}{l}}}{\sqrt{m}} \tag{8.4}$$

$$O_2 = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} \tag{8.5}$$

$$O_3 = \sigma_{min} \tag{8.6}$$

$$O_4 = \frac{\sigma_{min}^2}{\sigma_{max}} \tag{8.7}$$

$$O_5 = \frac{1}{\frac{1}{\sigma_1} + \frac{1}{\sigma_2} + \dots + \frac{1}{\sigma_m}}$$
(8.8)

where, σ is the singular value, l is the number of unknowns to be determined and m is the number of measurements. The larger the values of the observability indices are, the better is the choice of the probed points in the workspace. Consequently, the numerical sensitivity of the solution to disturbances in the measured data is reduced.

Indeed, the objective behind the maximization of these indices can be interpreted geometrically by an increase of the volume of a hyperellipsoid, which is representing the volumetric errors. The semiaxes of the latter are the singular values of the Jacobian matrix gradient. This analysis is made under the assumption that the error parameters matrix is a hypersphere of a unit radius [11].

Thus, the maximization of the hyperellipsoid volume implies that the volumetric measurements are more sensitive to error parameters.

A.3.3 DETMAX method

To select optimal artefacts positions, the DETMAX algorithm [6] is used for constructing an experimental design for which the determinant |X'X| is maximum, where X is an n×k matrix of independent variables [12].

This method, as indicated in Figure A.3, consists in:

- 1. Starting with a randomly chosen n-run design.
- 2. Adding an (n+1) run to achieve the maximum possible increase of |X'X|.
- 3. Removing the run which results in the minimum possible decrease in |X'X|.



Figure A.3: DETMAX algorithm for ball position and lengths optimization

A.4 Results

Simulations were run for 13 (axis location errors only) error parameters coefficients and for different initial sets of one, two, three and four balls. Several simulations of different random sets have been completed. The value of the observability indices of the final sets of balls remains unchanged or insignificantly different although the optimized set is not similar.

The sequence of probing is set to 450 indexations. The total number of measurements depends on the number of artefacts to be tested.

Table A.1 introduces the final values of the validation criteria regarding the optimized final sets. Converting each observability index (OI) into a condition number shows the power of O_2 (the inverse of the condition number), O_3 and O_4 in selecting a better set of balls compared to the initial predefined set. The condition number is one of the criteria recommended in the literature for use in these situations. The condition number decreases from 95.5 to 59.5 in the case of a two balls position optimisation, for example, using the DETMAX algorithm. This means that the new set of balls contribute to a significant uncertainty reduction on the final results. Thus, a better parameters' estimation and understanding of the machine behavior.

Number of balls	0 ₁	0 ₂	0 ₃	04	0 ₅
1	57.0	44.6	44.6	44.6	50.8
2	78.1	59.5	59.5	59.5	64.6
3	95.5	73.0	73.0	73.0	77.5
4	109.8	84.3	84.3	84.3	87.6

Table A.1: Results of DETMAX algorithm applied to SAMBA

Figure A.4 shows the new optimized sets versus the initial ones for one, two, three and four balls respectively while estimating the axis location errors.



Figure A.4: Initial set versus final sets for axis location errors estimation

A.5 Conclusion

In this paper, the DETMAX algorithm is used along with the SAMBA self-calibration method and an enriched probing strategy to optimize the position and lengths of artefacts. Simulations are run for 13 parameters coefficients and random initial sets of artefacts (one, two, three and four balls). Five observability indices are also tested as validation criteria. The purpose is finding an optimized set of balls combined with an OI that will contribute to a more robust parameters estimation in the presence of noise on the input data.

The results suggest that index O_2 (inverse of the condition number) is the best criterion compared to the other OI. The outcome of the algorithm accounts for an improvement of more than 38% in regard to the initial set.

A.6 Acknowledgement

The authors would like to thank the technicians Guy Gironne and Vincent Mayer for conducting experimental tests. Authors also acknowledge the financial support of the Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada (NSERC) and its partners, the Consortium de Recherche et d'Innovation en Aérospatiale au Québec (CRIAQ), Pratt and Whitney Canada and the AeroCREATE program.

A.7 Reference

- [1] D. A. Dornfeld et D.-E. Lee, *Precision manufacturing* Springer US, 2008.
- [2] N. A. Mchichi et J. Mayer, "Axis Location Errors and Error Motions Calibration for a Fiveaxis Machine Tool Using the SAMBA Method," vol. 14, p. 305-310, 2014.
- [3] J. R. R. Mayer, "Five-axis machine tool calibration by probing a scale enriched reconfigurable uncalibrated master balls artefact," vol. 61, n°. 1, p. 515-518, 2012.
- [4] T. Erkan et al., "Volumetric distortion assessment of a five-axis machine by probing a 3D reconfigurable uncalibrated master ball artefact," vol. 35, nº. 1, p. 116-125, 2011.
- [5] Y. Abbaszadeh-Mir et al., "Theory and simulation for the identification of the link geometric errors for a five-axis machine tool using a telescoping magnetic ball-bar," vol. 40, nº. 18, p. 4781-4797, 2002/01/01 2002.
- [6] T. J. Mitchell, "An algorithm for the construction of "D-optimal" experimental designs," vol. 16, n°. 2, p. 203-210, 1974.
- B. Bringmann et W. Knapp, "Machine tool calibration: Geometric test uncertainty depends on machine tool performance," vol. 33, nº. 4, p. 524-529, 2009.
- [8] M. Slamani et al., "Modeling and experimental validation of machine tool motion errors using degree optimized polynomial including motion hysteresis," vol. 35, n°. 1, p. 37-44, 2011.
- [9] J.-P. Kruth et al., "Self-calibration method and software error correction for threedimensional coordinate measuring machines using artefact measurements," vol. 14, nº. 2, p. 157-167, 1994.
- [10] B. Mooring et al., *Fundamentals of Manipulator Calibration*: John Wiley & Sons, Inc., 1991.
- [11] A. Nahvi et J. M. Hollerbach. The noise amplification index for optimal pose selection in robot calibration, [En ligne].
- [12] E. Walter et al., *Identification of parametric models from experimental data* vol. 1: Springer Berlin, 1997.