

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉTUDE DU DÉCOLLEMENT LAGRANGIEN DANS LES ÉCOULEMENTS  
BIDIMENSIONNELS INSTATIONNAIRES

SEÁN CROUZAT  
DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES  
(GÉNIE MÉCANIQUE)  
DÉCEMBRE 2017

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

ÉTUDE DU DÉCOLLEMENT LAGRANGIEN DANS LES ÉCOULEMENTS  
BIDIMENSIONNELS INSTATIONNAIRES

présenté par : CROUZAT Seán

en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. VO Huu Duc, Ph. D., président

M. VÉTEL Jérôme, Doctorat, membre et directeur de recherche

M. WEISS Julien, Ph. D., membre

## REMERCIEMENTS

Mes premiers et plus importants remerciements vont à Jérôme Vétel, pour m'avoir dirigé au cours de cette maîtrise, m'avoir accepté au moment où un changement de directeur et de projet étaient inévitables, et pour son soutien financier. Le projet qu'il m'a proposé aura été des plus enrichissants, aussi bien sur le plan académique que sur le plan personnel. Il m'a donné l'opportunité de présenter seul les résultats de travaux devant la communauté scientifique, et par la même occasion, de découvrir une région du monde qui m'était inconnue, ce qui me tient particulièrement à cœur.

J'aimerais aussi remercier les membres du jury d'avoir accepté de recevoir et lire ce mémoire dans un temps très limité, et d'avoir ainsi partagé l'emploi du temps serré de fin de maîtrise.

Je tiens également à remercier mes amis d'ici et de là-bas, à commencer par Thibaud, qui malgré la distance qui nous sépare, reste mon meilleur ami et a toujours gardé le contact, et qui après m'avoir donné la motivation de me lancer dans le domaine de la recherche, m'a toujours soutenu aux moments où j'en avais besoin. Je me dois aussi de nommer Stanislas, Pierre-François, Jérémy, Julien, Damien qui m'accueillent toujours à bras ouverts et avec enthousiasme lors de mes rares et brefs retours en Europe. Ici au Québec, Norbert et Anne m'ont accueilli presque comme un membre de leur famille, pour me faire découvrir la ville et me conseiller dans mes choix d'orientation.

Je remercie Anne, pour l'amour que nous partageons et le soutien qu'elle m'apporte quand le moral vient à manquer. C'est un bonheur incomparable et malgré tout grandissant chaque jour que j'éprouve en me réveillant à ses côtés, et un gain de motivation immense quand je sais que je la retrouverai en fin de journée. Je remercie également sa famille, qui m'a aussi encouragé en cette fin de maîtrise.

Ma reconnaissance va aussi à l'équipe du Medley Simple Malt, ceux qui restent, comme ceux qui sont partis. On m'y a donné la chance de travailler dans le milieu passionnant des micro-brasseries québécoises alors que je n'avais aucune expérience préalable. On m'y a de plus permis d'obtenir un emploi en marge de la maîtrise et ainsi d'avoir un revenu supplémentaire qui n'est jamais mal venu. Je remercie toutes les personnes qui avant d'avoir été des collègues, sont mes amis : Francis, Camille, Martin, Gabe, Ale, Gabriel, Jordan, Charles, Alex. Aussi, à celle que j'ai rencontrée par l'intermédiaire de cette expérience, et qui est devenue une personne indispensable à ma vie, dont l'hypocondrie mais surtout la joie de vivre n'ont aucune limite, au sourire, aux rires, et aux débordements d'énergie contagieux, merci à toi, Noémie!

Je remercie aussi les institutions académiques auxquelles je suis lié, et leur personnel : l'École Supérieure d'Électricité, ou Supélec, devenue depuis mon entrée CentraleSupélec, puisqu'elle m'a permis de partir à l'étranger pour étudier sans avoir à assumer de frais de scolarité supplémentaires à travers le programme de double diplôme, et l'École Polytechnique de Montréal pour m'avoir accueilli et dont l'organisation est exemplaire.

Enfin, je remercie mes parents, pour l'éducation qu'ils m'ont donnée depuis la naissance, pour ne pas avoir interféré dans mes choix d'orientation, tout en assumant jusqu'à ce que le besoin ne se fasse plus sentir, les dépenses liées à mes études, même jusqu'au début de ma maîtrise, ici à Montréal. Ils ne m'ont jamais retenu quand je leur annonçait que je quittais mon continent natal, même en réalisant que ce départ serait sûrement sans retour.

## RÉSUMÉ

On s'intéresse dans cette étude à la prédiction du décollement dans les écoulements. De nombreux travaux sur la détection du décollement ont été effectués depuis les travaux pionniers de Prandtl en 1904, mais jamais une définition universelle du point de décollement ou du profil de décollement, qui puisse s'appliquer à des écoulements de toute sorte, à dépendance temporelle quelconque, ou encore en régime turbulent, n'a été donnée.

Ce mémoire présente les limites des critères de détection du décollement connus jusqu'ici par leur application à un écoulement obtenu par simulation numérique directe. Pour palier à ces limites, on applique un récent critère de détection du décollement basé sur le champ de courbure de lignes matérielles initialement placées parallèlement à la paroi où le décollement a lieu et proche de celle-ci puis advectées sur un temps généralement petit. Ce critère est objectif, c'est-à-dire indépendant du référentiel d'observation.

Les validations de ce récent critère de détection d'une empreinte du décollement, centre du pic formé par les lignes de particules au contact de la paroi, ont été réalisées sur des écoulements variés obtenus par simulation numérique directe. La simulation numérique directe a pour avantage de donner des résultats exacts sur le comportement de fluides, sans utiliser de modèles pour caractériser la turbulence.

Une limite instantanée exacte du récent critère étudié lui permet de détrôner l'ensemble des définitions du décollement données jusqu'ici, permettant de détecter la formation d'un pic de particules à la paroi dans des écoulements à dépendance temporelle quelconque, avec de plus une possible détection de phénomènes de décollement hors paroi. On confirme donc que ce critère est universel.

## ABSTRACT

In this work will be studied the phenomenon of separation along solid boundaries in fluid flows. Since Prandtl's study on flow separation along a no-slip boundary in 1904, many authors have given various definitions of the separation point and a separation profile. All those theories often give different results and most of them are limited to a few kinds of flows. Thus, a universal definition of separation has never been given.

Using numerical results obtained from an open source Direct Numerical Simulation code, we show the limits of some of these known criteria concerning separation. One of the main goal of this study is to validate a recent criterion on detection of material spike formation along a no-slip boundary where a separation takes place, based on the curvature field of material lines, by applying it to those same flows.

Using Direct Numerical Simulation allows us to obtain complex flows with arbitrary time dependence, without experimental complication. The recent theory on detection of material spike in flow separation is shown to be applicable to all kinds of flows, from steady cases to more complex time dependence. The results given are different from all known criteria, but universal.

The validations made show the efficiency of material spike detection for steady, unsteady, fixed or moving separation, and even give a perception of off-wall separation, for very short integration times, with an exact instantaneous limit.

## TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS . . . . .	iii
RÉSUMÉ . . . . .	v
ABSTRACT . . . . .	vi
TABLE DES MATIÈRES . . . . .	vii
LISTE DES TABLEAUX . . . . .	ix
LISTE DES FIGURES . . . . .	x
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS . . . . .	xiii
CHAPITRE 1 INTRODUCTION . . . . .	1
1.1 Mise en contexte . . . . .	1
1.2 Objectifs de recherche . . . . .	2
1.3 Plan du mémoire . . . . .	3
CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE . . . . .	4
2.1 Critères de détection du décollement . . . . .	4
2.2 Définition du profil de décollement selon Haller . . . . .	4
2.3 Autres lignes matérielles notables . . . . .	9
2.3.1 Structures lagrangiennes cohérentes . . . . .	9
2.3.2 Structures cohérentes eulériennes objectives . . . . .	10
2.4 Formation du pic de décollement . . . . .	12
CHAPITRE 3 MÉTHODOLOGIE . . . . .	13
3.1 Méthode de résolution par <i>Incompact3d</i> . . . . .	13
3.1.1 Schéma Temporel . . . . .	13
3.1.2 Domaine et conditions limites . . . . .	14
3.1.3 Résolution spatiale . . . . .	14
3.1.4 Méthode d'établissement de la turbulence . . . . .	17
3.2 Exemples d'écoulements obtenus par DNS . . . . .	18
3.2.1 Allées de Von Kármán . . . . .	18
3.2.2 Passage d'une marche montante en régime laminaire . . . . .	20

CHAPITRE 4	BULLE DE DÉCOLLEMENT . . . . .	21
4.1	Revue de littérature . . . . .	21
4.1.1	Bulle de décollement laminaire . . . . .	21
4.1.2	Décollement turbulent de couche limite . . . . .	24
4.2	Résultats de simulations et détection du décollement . . . . .	26
4.2.1	Conditions de simulation . . . . .	26
4.2.2	Application de critères connus . . . . .	28
4.3	Détection de l’empreinte du pic de décollement . . . . .	36
4.3.1	Méthode de détection . . . . .	36
4.3.2	Bulle de décollement laminaire . . . . .	38
4.3.3	Bulle de décollement turbulente . . . . .	41
CHAPITRE 5	APPLICATION DU CRITÈRE DE DÉTECTION DU PIC DE DÉCOL- LEMENT À D’AUTRES EXEMPLES . . . . .	45
5.1	Introduction . . . . .	45
5.2	Écoulement tourbillonnaire complexe . . . . .	45
5.2.1	Définition de l’écoulement . . . . .	45
5.2.2	Application du critère de détection de l’empreinte du décollement . . . . .	47
5.3	Jet impactant . . . . .	49
5.3.1	Définition de l’écoulement et premières observations . . . . .	49
5.3.2	Décollement fixe . . . . .	51
5.3.3	Décollements induits par tourbillons . . . . .	53
CHAPITRE 6	CONCLUSION . . . . .	58
6.1	Synthèse des travaux . . . . .	58
6.2	Limitations de la solution proposée . . . . .	58
6.3	Améliorations futures . . . . .	59
RÉFÉRENCES	. . . . .	60



## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 3.1	Paramètres de simulation pour les allées de Von Kármán . . . . .	18
Tableau 3.2	Paramètres de simulation pour la marche montante . . . . .	20
Tableau 4.1	Caractéristiques de la simulation de Na et Moin (1998) . . . . .	24
Tableau 4.2	Position ( $x/\delta^*$ ) des points de décollement et recollement turbulents (Alam et Sandham, 2000) . . . . .	25
Tableau 4.3	Paramètres de simulation pour la bulle de décollement laminaire . . .	26
Tableau 4.4	Paramètres de simulation pour la bulle de décollement turbulente . .	34
Tableau 4.5	Position du point d'attachement de l'empreinte lagrangienne à la paroi	39

## LISTE DES FIGURES

Figure 2.1	Formation d'un pic de particules au niveau du décollement formé sous l'action d'un cylindre en rotation proche d'une paroi . . . . .	5
Figure 2.2	Exemple de CEO hyperboliques sur un champ de vitesse instationnaire océanique . . . . .	11
Figure 3.1	Établissement des allées tourbillonnaire de Von Kármán . . . . .	19
Figure 3.2	Établissement du régime stationnaire au passage d'une marche montante	20
Figure 4.1	Allure du coefficient de frottement des cas bidimensionnels tirée de Alam et Sandham (2000, figure 27) . . . . .	23
Figure 4.2	Coefficients de pression et de frottement tiré de Na et Moin (1998, figure 17) . . . . .	25
Figure 4.3	Profil de vitesse verticale à la paroi supérieure et profil de vitesse en entrée pour la bulle de décollement laminaire . . . . .	27
Figure 4.4	Champs de vorticité de la bulle de décollement laminaire . . . . .	27
Figure 4.5	Allure du frottement à la paroi sans glissement dans le cas de la bulle de décollement laminaire . . . . .	28
Figure 4.6	Champ moyen de vitesse longitudinale et points d'annulation du frottement à la paroi dans le cas de la bulle de décollement laminaire . .	29
Figure 4.7	Comparaison des définitions du décollement . . . . .	29
Figure 4.8	Formation de pics de décollement dans le cas de la bulle de décollement laminaire . . . . .	30
Figure 4.9	Champ de $s_2$ et évolution des particules au contact des lignes $\mathbf{e}_2$ . . . . .	31
Figure 4.10	Lignes $\mathbf{e}_2$ superposées au champ de FTLE calculé sur un seul pas de temps . . . . .	31
Figure 4.11	Zone d'intérêt du champ de FTLE pour la bulle de décollement laminaire	32
Figure 4.12	Comportement des particules autour d'une crête de FTLE . . . . .	32
Figure 4.13	Comportement des particules autour de la seconde crête de FTLE . .	33
Figure 4.14	Champ moyen de vitesse longitudinale et points d'annulation du frottement à la paroi dans le cas de la bulle de décollement turbulente . .	34
Figure 4.15	Allure du frottement à la paroi sans glissement dans le cas de la bulle de décollement turbulente . . . . .	35
Figure 4.16	Formation de pics de décollement dans le cas de la bulle de décollement turbulente . . . . .	36

Figure 4.17	Champs de variation de courbure et positions initiales des empreintes lagrangiennes pour différents temps d'intégration dans le cas de la bulle de décollement laminaire . . . . .	39
Figure 4.18	Champ de courbure avec position initiale de l'empreinte lagrangienne du décollement pour $T = 3.36$ et empreinte eulérienne de décollement dans le cas de la bulle de décollement laminaire . . . . .	40
Figure 4.19	Empreinte du décollement principal de la bulle de décollement laminaire	41
Figure 4.20	Empreintes du décollement principal de la bulle de décollement turbulente	42
Figure 4.21	Champs de courbure avec position initiale des empreintes lagrangiennes des décollements induits par tourbillons pour $T = 5$ . . . . .	42
Figure 4.22	Empreintes des décollements induits par tourbillons de la bulle de décollement turbulente . . . . .	43
Figure 4.23	Champs de taux de courbure et empreintes eulériennes des décollements induits par tourbillons dans le cas de la bulle de décollement turbulente	43
Figure 5.1	Schéma représentatif du domaine de simulation de l'écoulement tourbillonnaire entre deux marches . . . . .	45
Figure 5.2	Champ de vorticité et mouvements des particules proches des parois dans le cas de l'écoulement tourbillonnaire entre deux marches . . . . .	46
Figure 5.3	Champs de vitesse longitudinale moyenne dans le cas de l'écoulement tourbillonnaire entre deux marches . . . . .	47
Figure 5.4	Allure du champ FTLE dans la région d'étude du champ tourbillonnaire	47
Figure 5.5	Champ de variation de courbure dans le cas du champ tourbillonnaire	48
Figure 5.6	Pics de particules et empreintes des décollements dans l'écoulement tourbillonnaire entre deux marches . . . . .	48
Figure 5.7	Champ de vorticité du jet impactant . . . . .	50
Figure 5.8	Champ moyen de vitesse longitudinale dans le cas du jet impactant .	50
Figure 5.9	Champs de courbure pour deux temps d'intégration différents pour le décollement fixe du jet impactant . . . . .	51
Figure 5.10	Pics et empreinte du décollement fixe dans le cas du jet impactant . .	52
Figure 5.11	Convergence du pic de décollement vers la ligne de courant particulière émanant du point de Prandtl dans le cas du jet impactant . . . . .	52
Figure 5.12	Allure du champ FTLE pour le premier décollement induit par tourbillon	54
Figure 5.13	Empreintes eulériennes, $\dot{\mathcal{B}}(0)$ et lagrangiennes $\mathcal{B}(0)$ initiales du premier décollement induit par tourbillon . . . . .	54
Figure 5.14	Pics et empreintes du premier décollement induit par tourbillon dans le cas du jet impactant . . . . .	55

Figure 5.15	Allure du champ FTLE pour le second décollement induit par tourbillon	55
Figure 5.16	Empreintes eulérienne $\dot{\mathcal{B}}(0)$ et lagrangienne $\mathcal{B}(0)$ initiales du second décollement induit par tourbillon . . . . .	56
Figure 5.17	Pics et empreinte du second décollement induit par tourbillon dans le cas du jet impactant . . . . .	56

## LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

### Abréviations

DNS	Simulation Numérique Directe
FFT	Transformée de Fourier Rapide
FTLE	<i>Finite-time Lyapunov Exponent</i>
IBM	Méthode de Frontières Immergées
LCS	Structure Cohérente Lagrangienne
LES	Simulation aux Grandes Échelles
MRS	Moore–Rott–Sears
SCEO	Structure Cohérente Eulérienne Objective

### Variables usuelles

$c_f$	Coefficient de frottement
$\Delta t$	Pas de temps de simulation
$\mathbf{f}$	Champ de forçage dans <i>Incompact3d</i>
$l_r$	Longueur de la bulle de décollement
$L_{x_i}$	Dimension du domaine selon la direction $x_i$
$\mu$	Viscosité dynamique
$n_{x_i}$	Nombre de mailles selon la direction $x_i$
$\nu$	Viscosité cinématique
$\boldsymbol{\omega}$	Vorticité
$p$	Champ de pression
$Re$	Nombre de Reynolds
$\rho$	Masse volumique
$t$	Variable temporelle
$T$	Temps d'intégration
$\tau_w$	Frottement à la paroi
$\mathbf{u}$	Vecteur vitesse
$u, v, w$	Composantes du champ de vitesse
$\mathbf{x}$	Vecteur position
$x, y, z$	Composantes de la position

**Opérateurs**

$\nabla$	Opérateur gradient
$\langle \cdot, \cdot \rangle$	Produit scalaire
$\cdot \otimes \cdot$	Produit tensoriel
$\ \cdot\ $	Norme Euclidienne
$\frac{\partial \cdot}{\partial x_i}, \cdot_{x_i}$	Dérivée partielle selon $x_i$
$\hat{\cdot}$	Transformée de Fourier
$\cdot^T$	Transposée

## CHAPITRE 1 INTRODUCTION

### 1.1 Mise en contexte

Dans un écoulement, le décollement des couches limites est l'une des principales causes de perte de performances des systèmes mécaniques. On pense notamment à la perte de portance provoquée par une trop forte augmentation de l'angle d'attaque d'une aile d'avion (le décrochage). Le décollement peut aussi être responsable de pertes de performance dans un compresseur, ou encore quand il survient sur les pales d'une turbine. La performance de ces systèmes peut être optimale proche de ce phénomène critique, c'est pourquoi sa prédiction et son contrôle sont capitaux pour augmenter leur rendement.

L'étude pionnière du comportement des fluides au contact d'une paroi est attribuée à Prandtl (1904) qui a distingué deux régions distinctes dans un écoulement. La première est la couche limite, au contact direct de la paroi, où sont considérés de forts effets visqueux responsables du frottement, et la seconde est l'écoulement externe où la viscosité a peu d'effet. Il a montré dans ses travaux que, dans un écoulement stationnaire en deux dimensions, les lignes de courant se décollent de la paroi en un point où le cisaillement est nul et admet un gradient longitudinal négatif.

En trois dimensions, la méthode des points critiques (Perry et Fairlie, 1975) est souvent utilisée. Elle vise à capturer les lignes de frottement moyennes à la surface d'objets sur lesquels des décollements se produisent. Bien qu'elle soit une référence dans le domaine, elle reste inefficace en instationnaire.

Il s'agit cependant de critères eulériens, autrement dit, basés sur la donnée du champ de vitesse global de l'écoulement, pour décrire un phénomène lagrangien, basé sur des visualisations de particules éjectées de la paroi (trajectoires). Sears et Telionis (1975) ont montré que cette annulation du cisaillement à la paroi n'a aucun lien avec le décollement dans les écoulements instationnaires et ont établi le critère Moore–Rott–Sears (MRS), statuant que le point de décollement est situé là où la contrainte de frottement s'annule dans l'écoulement, non nécessairement à la paroi.

D'autres théories sur des singularités dans les équations de couche limite (Sears et Telionis, 1971, 1975) existent. Le rapprochement entre ces singularités et le décollement a également été étudié dans un repère lagrangien par Van Dommelen et Shen (1982). Des analyses ont toutefois montré que les singularités dans les équations de couche limite sont sans lien direct avec le décollement (Liu et Wan, 1985).

Les travaux récents de Haller (2004) prolongeant ceux de Shariff *et al.* (1991) et Yuster et Hackborn (1997) définissent le profil de décollement comme une ligne matérielle émanant d'un point fixe à la paroi. Haller (2004) définit deux types de décollement : le décollement fixe et le décollement mobile. Le décollement fixe a lieu lorsque l'écoulement présente une moyenne temporelle asymptotique bien définie. C'est le cas notamment pour les écoulements périodiques ou apériodiques comprenant une composante moyenne. La détection du décollement mobile, point de décollement dont la position varie, ou disparaît et réapparaît au cours du temps, est basée sur l'étude de lignes matérielles qui ne sont pas uniques.

C'est plus récemment que Miron et Vétel (2015) ont proposé une autre approche du décollement mobile. Celle-ci, basée sur les Structure Lagrangienne Cohérente (LCS), définit le point de décollement comme un point selle lagrangien hors paroi. Le profil de décollement est une LCS attractive, c'est-à-dire qui attire les particules fluides loin de la paroi. L'existence réelle d'un point de décollement hors paroi reste cependant une question ouverte.

Les dernières avancées en termes de détection du décollement sont attribuées à Serra *et al.* (2017). L'auteur a ici émis une théorie décrivant la formation d'un pic de particules au niveau d'un décollement, basée sur le calcul du champ de courbure de lignes matérielles initialement placées parallèlement à la paroi. Cependant, les validations de cette théorie ont été effectuées sur des écoulements analytiques, et un seul écoulement expérimental.

## 1.2 Objectifs de recherche

Les théories et critères évoqués ci-dessus ne permettent pas d'établir de définition claire du point et du profil de décollement. Du point d'annulation du frottement à la paroi jusqu'au rattachement d'une LCS à la paroi, en passant par tous les autres points et profils explorés, tous donnent des résultats différents et des limitations qui ne permettent pas d'en déduire un critère universel. Certains de ces outils et de plus récentes théories demandent encore une validation. L'objectif de ce travail va donc être de valider des techniques de détection du décollement basées sur ces avancées récentes, particulièrement sur la méthode de détection du pic de particules, en les appliquant à des écoulements de complexité croissante, allant jusqu'à la turbulence, qui est présente dans la plupart des écoulements industriels, obtenus à partir de simulations numériques en deux ou trois dimensions. C'est à l'aide de simulations numériques que de telles validations pourront être effectuées.



### 1.3 Plan du mémoire

Ce mémoire sera divisé en quatre grandes parties. Après avoir exploré les travaux effectués sur le décollement jusqu'à maintenant, on expliquera la méthodologie d'obtention des données de simulation dans un premier grand thème, axé sur le fonctionnement du code de simulation numérique utilisé. Le second thème sera axé sur l'application de critères connus ainsi que d'une récente méthode de détection du pic de décollement au décollement de couche limite dans les régimes laminaire et turbulent. Enfin, cette dernière méthode de détection du décollement sera appliquée à des écoulements plus complexes dans le troisième thème.

## CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE

### 2.1 Critères de détection du décollement

Comme indiqué en introduction, les travaux pionniers en matière de décollement des lignes de courant d'un écoulement stationnaire en deux dimensions ont été menés par Prandtl (1904) indiquant que le décollement a lieu au point de la paroi où le frottement défini en (2.1), où  $\mu$  désigne la viscosité dynamique, s'annule et admet un gradient négatif :

$$\begin{cases} \tau_w = \mu \frac{\partial u}{\partial y} = 0, \\ \frac{\partial \tau_w}{\partial x} < 0. \end{cases} \quad (2.1)$$

Cependant, ce critère n'est plus valide pour des écoulements instationnaires ou même pour des écoulements en trois dimensions.

Ce sont notamment les études de Rott (1956); Moore (1958); Sears et Telionis (1971) qui ont invalidé la méthode de Prandtl (1904) dans le cas des écoulements instationnaires. En conséquence, Sears et Telionis (1975) ont proposé le critère MRS. Pour des nombres de Reynolds tendant vers l'infini, le décollement instationnaire a lieu au point où  $\partial u / \partial y$  s'annule et où la vitesse longitudinale égale la vitesse de la structure de décollement. Mais cette dernière vitesse est inconnue *a priori* et la limite infinie du nombre de Reynolds rendent ce critère difficilement applicable en pratique. Enfin, le critère est non objectif, c'est-à-dire qu'il dépend du référentiel d'observation.

Les théories basées sur les singularités dans les équations de couche limite étant limitées à des hauts nombres de Reynolds, on se focalisera ici sur la théorie lagrangienne de Haller. Elle représente actuellement un critère parmi les plus prometteurs dans la prédiction du décollement.

### 2.2 Définition du profil de décollement selon Haller

Une théorie concernant le décollement instationnaire a été développée par Haller (2004). Cette théorie permet la prédiction du point de décollement, ainsi que l'angle de séparation à partir de mesures du champ de pression et de la contrainte de frottement le long de la paroi solide. Ce critère utilise ainsi seulement les dérivées du champ de vitesse le long de la paroi où un décollement est observé. Selon la description de Prandtl (1904), et comme

il a été observé sur la bulle de décollement, le décollement sur une paroi a lieu lorsque la contrainte de cisaillement s'annule et admet un gradient longitudinal négatif. La remarque faite par Haller (2004) sur cette description du décollement est qu'il s'agit d'une description eulérienne d'un phénomène lagrangien.

Le décollement est ici défini par une ligne matérielle particulière vers laquelle les particules sont attirées parallèlement à la paroi avant d'être rejetées loin de la paroi, en suivant la ligne matérielle en question.

Dans un système de coordonnées lagrangien, le décollement tel qu'évoqué ci-dessus correspond à la compression d'un élément de fluide parallèlement à la paroi puis à un étirement dans la direction normale à la paroi. Cela dit, selon Haller (2004), il est nécessaire de définir un critère de décollement qui soit indépendant de la capacité à résoudre l'écoulement de couche limite, indépendant du système de coordonnées choisi, et basé seulement sur des grandeurs mesurables à la paroi où le décollement est observé. Les travaux antérieurs de Shariff *et al.* (1991) ont établi que pour des écoulements incompressibles périodiques en temps et proche de la stationnarité, le point de décollement était situé au point d'annulation du frottement de paroi moyen. Ce résultat, bien qu'important, a un champ d'application très limité.

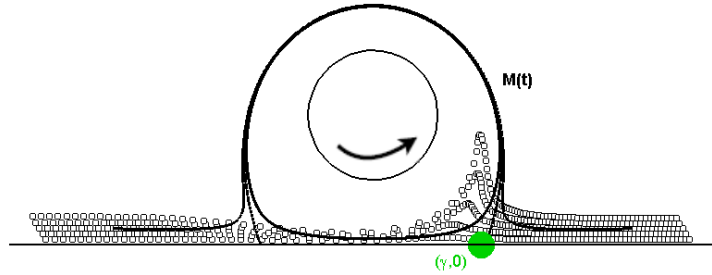


Figure 2.1 Formation d'un pic de particules au niveau du décollement formé sous l'action d'un cylindre en rotation proche d'une paroi

La ligne matérielle attirant les particules au voisinage de la paroi pour ensuite les éjecter dans sa direction est appelée profil de décollement. Dans le cas d'un décollement fixe, ce profil de décollement est attaché à un point de la paroi  $(x, y) = (\gamma, 0)$  et est caractérisé par une ligne matérielle, variant dans le temps, notée  $\mathcal{M}(t)$ . Comme montré en figure 2.1, les particules de fluide sont rejetées sous la forme d'un pic, qui ira s'aligner avec le profil de décollement  $\mathcal{M}(t)$  défini par Haller, qui correspond ici à la ligne de courant issue du point de cisaillement nul prédit par Prandtl. On note déjà une ambiguïté de la définition du décollement. En effet,  $\mathcal{M}(t)$  est une ligne matérielle séparant deux dynamiques différentes dans l'écoulement, mais

il serait probablement plus adéquat de capturer le pic de particules lui-même pour définir le décollement. Cet aspect sera approfondi en détail dans la suite. L'une des propriétés de  $\mathcal{M}(t)$  est que toute autre ligne matérielle émanant d'un point de la paroi ( $y = 0$ ) tendra à se coller à la paroi lorsque  $t \rightarrow -\infty$ .

Si le profil de décollement  $\mathcal{M}(t)$  est attaché au point  $(\gamma, 0)$ , alors on peut le représenter par la fonction  $F$  définie par :

$$x = \gamma + yF(y, t). \quad (2.2)$$

Puisqu'on considère une condition de non glissement en  $y = 0$ , les vitesses  $u = \dot{x}$  et  $v = \dot{y}$  s'annulent à la paroi, et on peut alors écrire qu'au voisinage de cette paroi :

$$\begin{cases} \dot{x} = yA(x, y, t), \text{ où } A(x, y, t) = \int_0^1 \frac{\partial u}{\partial y}(x, sy, t) ds \\ \dot{y} = yB(x, y, t), \text{ où } B(x, y, t) = \int_0^1 \frac{\partial v}{\partial y}(x, sy, t) ds. \end{cases} \quad (2.3)$$

L'introduction de (2.2) dans (2.3) donne la formulation suivante :

$$\begin{cases} \dot{x} = \frac{d}{dt}(yF(y, t)) \\ \quad = \dot{y}F(y, t) + y \frac{d}{dt}(F(y, t)) \\ \quad = \dot{y}F(y, t) + y \left( \dot{y} \frac{\partial F}{\partial y}(y, t) + \frac{\partial F}{\partial t}(y, t) \right) \\ \quad = yA(\gamma + yF(y, t), y, t) \\ \dot{y} = yB(\gamma + yF(y, t), y, t). \end{cases} \quad (2.4)$$

En introduisant la forme de  $\dot{y}$  dans l'expression obtenue pour  $\dot{x}$ , on obtient :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= yB(\gamma + yF(y, t), y, t)F(y, t) + y \left( yB(\gamma + yF(y, t), y, t) \frac{\partial F}{\partial y}(y, t) + \frac{\partial F}{\partial t}(y, t) \right) \\ &= yA(\gamma + yF(y, t), y, t). \end{aligned} \quad (2.5)$$

Finalement, on obtient la forme générale :

$$y \left[ FB(\gamma + yF, y, t) + y \frac{\partial F}{\partial y} B(\gamma + yF) + \frac{\partial F}{\partial t} - A(\gamma + yF, y, t) \right] = 0. \quad (2.6)$$

En simplifiant les notations, et en considérant le cas  $y > 0$ , et par continuité pour  $y = 0$ , on obtient pour toute valeur de  $y$  :

$$\frac{\partial F}{\partial t} = A - FB - y \frac{\partial F}{\partial y} B . \quad (2.7)$$

L'approximation du profil de décollement est alors réalisée par le développement en série de Taylor :

$$F(y, t) = \sum_{i=0}^n \frac{y^i}{i!} f_i(t) , \text{ où } \forall i \in \llbracket 0, n \rrbracket, f_i(t) = \frac{\partial^i F}{\partial y^i}(0, t) . \quad (2.8)$$

D'autre part, l'intégration de l'équation de continuité à la paroi ( $y = 0$ ) mène à la formulation qui suit pour la masse volumique du fluide :

$$\rho(x, 0, t) = \rho(x, 0, t_0) \exp \left( - \int_{t_0}^t \frac{\partial v}{\partial y}(x, 0, s) ds \right) . \quad (2.9)$$

Le gradient de masse volumique dans la direction parallèle à la paroi est alors donné par l'expression :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial x}(x, 0, t) &= \frac{\partial \rho}{\partial x}(x, 0, t_0) \exp \left( - \int_{t_0}^t \frac{\partial v}{\partial y}(x, 0, s) ds \right) \\ &\quad - \rho(x, 0, t_0) \exp \left( - \int_{t_0}^t \frac{\partial v}{\partial y}(x, 0, s) ds \right) \int_{t_0}^t \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y}(x, 0, s) ds . \end{aligned} \quad (2.10)$$

La masse volumique et son gradient selon  $x$  donnés en (2.9) et (2.10) doivent rester bornés, conditions automatiquement vérifiées pour un écoulement incompressible. De la même manière, la pente du profil du décollement, qui correspond en fait à  $f_0(t)$  (voir (2.2) et (2.8)), doit elle aussi être bornée. En reprenant alors les notations de Haller (2004), on écrit :

$$a(t) = A(\gamma, 0, t) \quad ; \quad b(t) = B(\gamma, 0, t) \quad ; \quad \rho(t) = \rho(\gamma, 0, t) . \quad (2.11)$$

L'équation (2.7) se simplifie alors à l'écriture qui suit :

$$\dot{f}_0(t) = a(t) - b(t)f_0(t) . \quad (2.12)$$

L'équation (2.12) a pour solution l'expression suivante, utilisant également (2.9),

$$f_0(t) = f_0(t_0) \frac{\rho(t)}{\rho(t_0)} + \rho(t) \int_{t_0}^t \frac{a(s)}{\rho(s)} ds . \quad (2.13)$$

Pour que l'expression obtenue en équation (2.13) soit bornée, puisque le premier terme du membre du droite est déjà borné, l'intégrale du deuxième terme doit l'être également. Le résultat à obtenir pour trouver le point de décollement est alors donné par :

$$\lim_{t \rightarrow -\infty} \left| \int_{t_0}^t \frac{\frac{\partial u}{\partial y}(\gamma, 0, s)}{\rho(\gamma, 0, s)} ds \right| < \infty . \quad (2.14)$$

Il a déjà été énoncé que le profil de décollement est la seule ligne matérielle émanant d'un point de la paroi qui ne converge pas vers la paroi quand  $t \rightarrow -\infty$ . De cette manière, pour  $x \neq \gamma$ , on aura :

$$\int_{t_0}^{-\infty} \frac{\frac{\partial u}{\partial y}(x, 0, s)}{\rho(x, 0, s)} ds = \begin{cases} -\infty & \text{si } x < \gamma , \\ +\infty & \text{si } x > \gamma . \end{cases} \quad (2.15)$$

En notant  $i_t(x) = \int_{t_0}^t \frac{\frac{\partial u}{\partial y}(x, 0, s)}{\rho(x, 0, s)} ds$ , on montre qu'il existe une fonction  $\gamma_{\text{eff}}(t)$  qui vérifie  $i_t(\gamma_{\text{eff}}(t)) = 0$ . Cette variable est appelée décollement effectif, et le décollement réel est simplement obtenu en prenant la limite :

$$\gamma = \lim_{t \rightarrow -\infty} \gamma_{\text{eff}}(t) . \quad (2.16)$$

Le point de décollement réel aura ainsi été obtenu, mais il est également à noter que le point de décollement effectif  $(\gamma_{\text{eff}}, 0)$  reste une bonne approximation du point de décollement.

L'angle de décollement à l'instant  $t_0$  est  $\alpha(t_0) = \arctan\left(\frac{1}{f_0(t_0)}\right)$ . Cependant, la valeur de  $f_0(t_0)$  apparaissant en (2.13) reste inconnue sans plus de détails. L'*Annexe A* de Haller (2004) démontre le résultat qu'il obtient pour cette valeur, qui est finalement donnée par :

$$f_0(t_0) = \lim_{t \rightarrow -\infty} \frac{\rho(t_0) \int_{t_0}^t \left[ \frac{b_y(\tau) - a_x(\tau)}{\rho(\tau)} \int_{t_0}^{\tau} \frac{a(s)}{\rho(s)} ds + b_x(\tau) \left( \int_{t_0}^{\tau} \frac{a(s)}{\rho(s)} ds \right)^2 - \frac{a_y(\tau)}{\rho^2(\tau)} \right] d\tau}{\int_{t_0}^t \left[ \frac{a_x(\tau) - b_y(\tau)}{\rho(\tau)} - 2b_x(\tau) \int_{t_0}^{\tau} \frac{a(s)}{\rho(s)} ds \right] d\tau} . \quad (2.17)$$

Les fonctions  $f_i$  sont obtenues en dérivant  $i$  fois l'équation (2.6) par rapport à  $y$  puis en fixant  $y = 0$ . Ces équations différentielles permettent ainsi de compléter le développement de Taylor (2.8) jusqu'à l'ordre visé. Les démonstrations présentées par Haller (2004) s'arrêtent à l'ordre

2, qui est suffisant pour de bonnes visualisations proches de la paroi, mais il est évidemment possible d'aller plus loin en se confrontant à des expressions de plus en plus complexes.

On observe qu'en pratique, le point de décollement obtenu par cette méthode, origine du profil de décollement, n'est généralement pas confondu avec le point prédit par Prandtl (1904).

### 2.3 Autres lignes matérielles notables

L'une des caractéristiques essentielles d'un outil de détection des structures cohérentes est son objectivité, c'est à dire l'indépendance entre l'observation de la structure et l'observateur, autrement dit le référentiel choisi pour l'observation.

#### 2.3.1 Structures lagrangiennes cohérentes

Une récente comparaison entre les différentes méthodes de détection des structures lagrangiennes cohérentes a été menée par Hadjighasem *et al.* (2017). Cette étude compare douze méthodes de détection en les séparant entre les méthodes de diagnostique et les méthodes analytiques. Ces méthodes sont testées sur trois écoulements instationnaires.

On s'intéresse par exemple à la divergence matérielle dans un écoulement dont le champ de vitesse est connu. Considérons, à un temps  $t_0$ , deux points  $\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(t_0)$  et  $\mathbf{y}_0 = \mathbf{y}(t_0)$  sont écartés de  $\delta_0 = \delta(t_0)$  de la manière suivante :

$$\mathbf{y}_0 = \mathbf{x}_0 + \delta_0 . \quad (2.18)$$

L'application qui à la position d'un point  $\mathbf{x}_0$  du domaine à un temps initial  $t_0$  associe sa position  $\mathbf{x}(t; t_0, \mathbf{x}_0)$  au temps  $t$  est notée  $\mathbf{F}_{t_0}^t$ . Cette quantité permet d'écrire les positions des points initiaux après un temps  $T$ , qui sont données par les expressions :

$$\mathbf{x}(t_0 + T) = \mathbf{F}_{t_0}^{t_0+T}(\mathbf{x}_0) ; \mathbf{y}(t_0 + T) = \mathbf{F}_{t_0}^{t_0+T}(\mathbf{y}_0) . \quad (2.19)$$

On calcule alors l'écart  $\delta(t_0 + T)$  entre les deux points :

$$\begin{aligned} \delta(t_0 + T) &= \mathbf{y}(t_0 + T) - \mathbf{x}(t_0 + T) \\ &= \mathbf{F}_{t_0}^{t_0+T}(\mathbf{y}_0) - \mathbf{F}_{t_0}^{t_0+T}(\mathbf{x}_0) \\ &= \mathbf{F}_{t_0}^{t_0+T}(\mathbf{x}_0 + \delta(t_0)) - \mathbf{F}_{t_0}^{t_0+T}(\mathbf{x}_0) \\ &\simeq \nabla \mathbf{F}_{t_0}^{t_0+T}(\mathbf{x}_0) \cdot \delta(t_0) . \end{aligned} \quad (2.20)$$

La déformation au temps  $t_0 + T$  est alors quantifiée par la grandeur :

$$\begin{aligned} \|\delta(t_0 + T)\|^2 &= \langle \delta(t_0 + T), \delta(t_0 + T) \rangle \\ &= \left\langle \nabla \mathbf{F}_{t_0}^{t_0+t}(\mathbf{x}_0) \cdot \delta(t_0), \nabla \mathbf{F}_{t_0}^{t_0+t}(\mathbf{x}_0) \cdot \delta(t_0) \right\rangle \\ &= \left\langle \delta(t_0), \left[ \nabla \mathbf{F}_{t_0}^{t_0+t}(\mathbf{x}_0) \right]^T \nabla \mathbf{F}_{t_0}^{t_0+t}(\mathbf{x}_0) \cdot \delta(t_0) \right\rangle . \end{aligned} \quad (2.21)$$

On définit le tenseur de Cauchy-Green par :

$$C_{t_0}^t = \left[ \nabla \mathbf{F}_{t_0}^t \right]^T \nabla \mathbf{F}_{t_0}^t , \quad (2.22)$$

ce qui permet finalement d'exprimer la déformation :

$$\|\delta(t_0 + T)\|^2 = \left\langle \delta(t_0), C_{t_0}^{t_0+T} \cdot \delta(t_0) \right\rangle . \quad (2.23)$$

La déformation obtenue sera donc maximale si la déformation initiale (entre les deux points initiaux) est alignée avec le vecteur propre associé à la valeur propre maximale du tenseur de Cauchy-Green (2.26),  $\lambda_{max}(C)$ . On définit alors le *Finite-time Lyapunov Exponent* (FTLE) de la manière qui suit :

$$\sigma_{t_0}^{t_0+T} = \frac{1}{|T|} \log \left( \sqrt{\lambda_{max}(C_{t_0}^{t_0+T})} \right) . \quad (2.24)$$

Le FTLE définit ainsi les lignes de déformation maximale dans un écoulement, nécessitant un temps d'intégration  $T$ .

La théorie de Haller (2004) montrait l'existence d'un profil de décollement dans les écoulements instationnaires, et a été utilisée par exemple par Shadden *et al.* (2005), note que ce profil correspond à une crête dans le champ du FTLE. Il a notamment appliqué ce résultat au décollement de couche limite sur un profil aérodynamique, en traçant la ligne matérielle qui définit le profil de décollement attachée à l'extrados du profil et qui attire, puis rejette les particules loin de la paroi.

### 2.3.2 Structures cohérentes eulériennes objectives

Les Structure Cohérente Eulérienne Objective (SCEO) introduites par Serra et Haller (2016) sont basées sur l'utilisation du tenseur taux de déformation dont on rappelle la définition en équation (2.25) :

$$S = \frac{1}{2} \left( \nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T \right) . \quad (2.25)$$



Le tenseur taux de déformation est une quantité objective, ce qui justifie son utilisation pour la détection de structures cohérentes.

On cherche à déterminer les lignes de déformations maximales dans l'écoulement. Pour ce faire, on utilise les valeurs propres  $s_i(x, t)$  et vecteurs propres associés  $\mathbf{e}_i$  de  $S$  pour  $i \in \llbracket 1, 2 \rrbracket$ , et avec  $s_1 < s_2$ . Il est à noter que, pour un écoulement incompressible,  $s_1 + s_2 = 0$ . Le tenseur taux de déformation apparaît dans le développement de Taylor du tenseur de déformation de Cauchy-Green (2.26),

$$\begin{aligned} C_{t_0}^t &= [\nabla \mathbf{F}_{t_0}^t]^\mathcal{T} \nabla \mathbf{F}_{t_0}^t \\ &= I + 2S(x_0, t_0)(t - t_0) + \mathcal{O}|t - t_0|^2, \end{aligned} \quad (2.26)$$

ce qui montre notamment que pour des temps suffisamment faibles, le tenseur taux de déformation eulérien est maître des déformations lagrangiennes.

Les lignes de déformation maximale sont déterminées pas les tangentes aux vecteurs propres  $\mathbf{e}_i$ , et ces trajectoires sont nommées respectivement des lignes  $\mathbf{e}_1$  et lignes  $\mathbf{e}_2$ . Une SCEO répulsive est une ligne  $\mathbf{e}_1$  contenant un maximum local de  $s_2(\cdot, t)$  et une SCEO attractive est une ligne  $\mathbf{e}_2$  contenant un minimum local de  $s_1(\cdot, t)$ . Ces points de maximum ou minimum local des fonctions  $s_i(\cdot, t)$  sont les centres des SCEO.

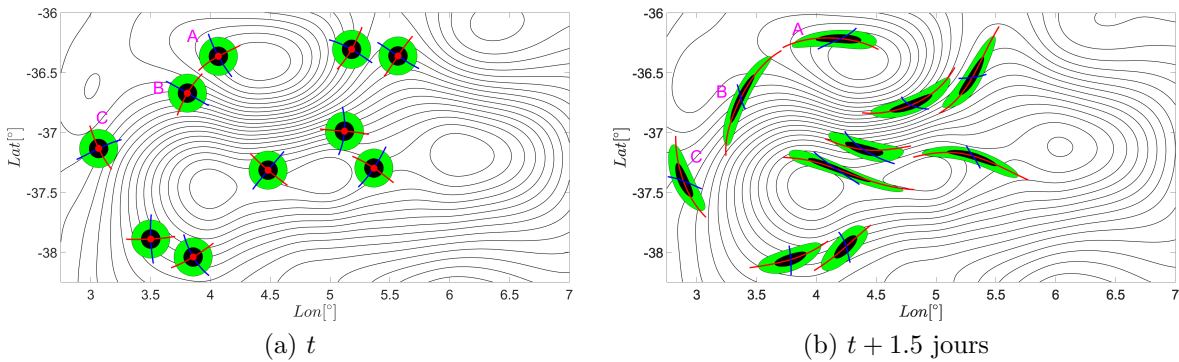


Figure 2.2 Exemple de SCEO hyperboliques sur un champ de vitesse instationnaire océanique. (a) SCEO hyperboliques attractives (rouge) et répulsives (bleu). Les points rouges sont les centres des SCEO correspondant aux maxima de  $s_2$ , ainsi qu'aux minima de  $s_1$  dans ce champ incompressible. (b) Advection des particules au voisinage des centres des SCEO après 1.5 jours. Figure tirée de Serra et Haller (2016)

À titre d'illustration, la figure 2.2 montre le comportement de particules situées le long de ces SCEO. Il est montré ici que les SCEO jouent un rôle de lignes attractives et répulsives pour les particules situées à leur voisinage avec pour la structure **A** un étirement le long des

lignes de courant, et pour les structures **B** et **C**, des étirements perpendiculaires aux lignes de courant.

## 2.4 Formation du pic de décollement

Comme montré en figure 2.1, le décollement proche d'une paroi entraîne la formation d'un pic dans des lignes matérielles placées initialement parallèlement à la paroi, après leur advection. Une théorie sur la détection de la formation de ce pic dans les écoulements en deux dimensions a récemment été soumise par Serra *et al.* (2017). Cette théorie permet la détection du décollement avec des temps d'intégration très faibles, et même une détection exacte avec une limite instantanée. La localisation du point de rattachement de la ligne parcourant le pic de décollement avec la paroi définit un nouveau point lié au décollement jusqu'alors jamais analysé. Une explication plus détaillée de cette théorie sera donnée dans la section 5 consacrée exclusivement à son application à des écoulements obtenus numériquement.

## CHAPITRE 3 MÉTHODOLOGIE

La présente étude s'appuie sur des simulations réalisées à l'aide du code *Incompact3d* développé par Sylvain Laizet et Eric Lamballais. On aura choisi la voie des simulations numériques car l'étude du décollement nécessite la connaissance de données sur l'écoulement à la paroi, qui peuvent s'avérer difficile à mesurer expérimentalement. Les simulations numériques permettent de plus l'obtention de champs complexes sans entrainer les complications liées à un montage expérimental. Pour d'avantage de précisions sur la méthode de résolution numérique, on se référera à Lamballais *et al.* (2011) et Laizet et Lamballais (2009). Il s'agit d'un outil puissant de résolution des équations de Navier-Stokes pour les écoulements incompressibles.

### 3.1 Méthode de résolution par *Incompact3d*

*Incompact3d* est un code de Simulation Numérique Directe (DNS) qui résout les équations de Navier-Stokes en incompressible (3.1) et (3.2) :

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 , \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = -\nabla p - \frac{1}{2} [\nabla (\mathbf{u} \otimes \mathbf{u}) + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}] + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{f} , \quad (3.2)$$

à l'aide d'un schéma compact d'ordre élevé sur un maillage cartésien. L'utilisation d'un tel maillage permet une grande simplicité d'implémentation qui, combinée aux schémas d'ordre important, apporte une haute efficacité.

Dans ces équations,  $\mathbf{f}$  désigne le champ de forçage, lié à la méthode des frontières immergées, ou *Immersed Boundary Method* (IBM) (Gautier *et al.*, 2014), servant à définir les zones solides qui sera abordée plus loin. De plus,  $p(\mathbf{x}, t)$  désigne le champ de pression dans le fluide,  $Re$  le nombre de Reynolds, et  $\mathbf{u}$  le champ de vitesse du fluide.

#### 3.1.1 Schéma Temporel

Connaissant les caractéristiques de l'écoulement à un pas de temps  $k$ , on obtient celles du pas de temps suivant à l'aide des trois équations qui suivent :

$$\frac{\mathbf{u}^* - \mathbf{u}^k}{\Delta t} = a_k \mathbf{F}^k + b_k \mathbf{F}^{k-1} - c_k \tilde{\mathbf{f}}^{k+1} , \quad (3.3)$$

$$\frac{\mathbf{u}^{**} - \mathbf{u}^*}{\Delta t} = c_k \nabla \tilde{p}^k , \quad (3.4)$$

$$\frac{\mathbf{u}^{k+1} - \mathbf{u}^{**}}{\Delta t} = -c_k \nabla \tilde{p}^{k+1} . \quad (3.5)$$

Dans ces équations, le champ  $\mathbf{F}$  désigne la somme des termes convectifs et visqueux dans l'équation (3.2). Les variables  $\tilde{\mathbf{f}}$  et  $\tilde{p}$  sont définies par des moyennes temporelles sur un pas de temps  $\Delta t$ ,  $\tilde{\mathbf{f}}^{k+1} = \frac{1}{c_k \Delta t} \int_{t_k}^{t_{k+1}} \mathbf{f} dt$  et  $\tilde{p}^{k+1} = \frac{1}{c_k \Delta t} \int_{t_k}^{t_{k+1}} p dt$ . Les valeurs des coefficients  $a_k$ ,  $b_k$  et  $c_k$  sont explicitées dans Laizet et Lamballais (2009), selon l'utilisation d'un schéma temporel de Runge–Kutta (voir également Williamson, 1980) ou d'Adams–Bashforth.

### 3.1.2 Domaine et conditions limites

Le domaine d'étude est un parallélépipède rectangle de dimensions  $L_x \times L_y \times L_z$  divisé en un maillage cartésien  $n_x \times n_y \times n_z$  pour un total de  $N$  mailles. Différentes conditions aux limites peuvent être implémentées dans chacune des trois directions de l'espace : glissement, non glissement, périodique, entrée/sortie.

Les valeurs de pression sont localisées sur un maillage décalé d'une demie maille dans chaque direction par rapport aux valeurs des composantes de la vitesse. L'avantage de ce décalage sera discuté dans la section concernant la résolution du champ de pression.

Dans le cas de conditions classiques en entrée et en sortie, pour une vitesse de référence  $U$ , on pourra par exemple introduire une vitesse constante en entrée, telle que :

$$\mathbf{u}(0, y, t) = U \mathbf{e}_x , \quad (3.6)$$

et la vitesse forcée en sortie sera alors définie par la solution de l'équation :

$$\left. \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \right|_{x=L_x} + U \left. \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x} \right|_{x=L_x} = \mathbf{0} . \quad (3.7)$$

### 3.1.3 Résolution spatiale

#### Terme de forçage

*Incompact3d* étant un code DNS puissant, il utilise des schémas d'ordre élevé qui ne peuvent être performants qu'avec des maillages cartésiens dans un domaine parallélépipédique. Pour prendre en compte des géométries plus complexes, les zones solides sont implémentées par IBM. Cette méthode utilisée dans les simulation numérique des interactions fluide-structure a été introduite par Peskin (1972) pour l'étude des écoulements autour des valves cardiaques. Elle est notamment expliquée en détail dans Peskin (2002) et permet d'éviter l'utilisation de maillages complexes puisqu'une cellule du maillage est donnée comme étant dans la zone

solide ou non selon la valeur d'un paramètre  $\epsilon$ . Sa valeur est fixée à 1 dans la zone solide, 0 dans la zone de déplacement du fluide.

Le terme de forçage  $\tilde{\mathbf{f}}$  apparaissant en (3.3) est donné par l'équation qui suit :

$$c_k \tilde{\mathbf{f}}^{k+1} = \epsilon \left( -a_k \mathbf{F}^k - b_k \mathbf{F}^{k-1} + c_k \nabla \tilde{p}^k + \frac{\mathbf{u}_0^{k+1} - \mathbf{u}^k}{\Delta t} \right), \quad (3.8)$$

où le vecteur vitesse  $\mathbf{u}_0$  est une vitesse cible à l'intérieur des zones solides. En effet, la définition des solides par IBM impose une condition de non-glissement à leur frontière mais résout un champ de vitesse à l'intérieur du solide en introduisant cette source assurant une solution stable. Cette méthode évite les pertes de précision qui seraient liées à un maillage adapté aux zones solides, non cartésien, et évite également l'augmentation du coût en ressources numériques.

### Schéma spatial

Le schéma spatial, utilisé pour les termes convectifs et visqueux, est basé sur les différences finies. Le pas spatial  $\Delta x$  (dans la direction  $x$ ), est égal à la longueur d'une cellule. À des fins de simplifications, on ne notera que les expressions pour cette direction, le schéma restant évidemment inchangé dans les deux autres.

Les première et seconde dérivées d'une grandeur  $f$  à la cellule  $i$  dépendent de ses voisins directs ( $i - 1$  et  $i + 1$ ), mais aussi des cellules plus éloignées. Les expressions de ces dérivées sont données ci-dessous.

$$\alpha f'_{i-1} + f'_i + \alpha f'_{i+1} = a \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2\Delta x} + b \frac{f_{i+2} - f_{i-2}}{4\Delta x}, \quad (3.9)$$

$$\alpha f''_{i-1} + f''_i + \alpha f''_{i+1} = a \frac{f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}}{\Delta x^2} + b \frac{f_{i+2} - 2f_i + f_{i-2}}{4\Delta x^2} + c \frac{f_{i+3} - 2f_i + f_{i-3}}{9\Delta x^2}. \quad (3.10)$$

En une cellule indiquée  $i$ , on note la valeur de la grandeur  $f$ ,  $f_i$ , si bien que  $f_i = f(x_i)$  où  $x_i = (i - 1)\Delta x$ ,  $i \in \llbracket 1, n_x \rrbracket$ . Les paramètres  $\alpha$ ,  $a$ ,  $b$ , et  $c$  le cas échéant, varient d'une expression à l'autre et leurs valeurs permettant une précision à l'ordre 6 sont explicitées dans Laizet et Lamballais (2009).

Aux frontières sont utilisées des cellules fantômes dans les cas de conditions aux limites de types périodique ou glissement. Les valeurs des dérivées première et seconde dans ces cellules fantômes dépendent de la condition limite appliquée à la frontière en question et sont fixées aux valeurs de cellules à l'intérieur du domaine. Ces valeurs sont directement utilisées dans les équations (3.9) et (3.10) pour déterminer les valeurs des dérivées première et seconde dans

les cellules proches des frontières.

Dans le cas de conditions de non glissement ou « ouverte » (i.e. entrée/sortie), les cellules fantômes ne sont pas utilisées mais les schémas (3.9) et (3.10) sont modifiés pour obtenir des expressions unidirectionnelles. La précision aux frontières diminue dans ce cas pour atteindre le 3<sup>ème</sup> ordre aux cellules adjacentes à la frontière, et le 4<sup>ème</sup> ordre pour leurs voisins directs.

### Résolution du champ de pression

La résolution du champ de pression correspond à la résolution d'une équation de Poisson modifiée prenant en compte la phase solide. Cette équation est la suivante :

$$\nabla \cdot \nabla \tilde{p}^{k+1} = \frac{\nabla \cdot [(1 - \epsilon) \mathbf{u}^{**}]}{c_k \Delta t}. \quad (3.11)$$

Dans la phase solide ( $\epsilon = 1$ ), on résout l'équation de Laplace. Dans le cas général, on obtient alors la grandeur  $\tilde{p}^{k+1}$ , qu'on peut introduire dans l'expression de correction (3.5).

La résolution du champ de pression dans l'espace physique à l'aide d'un schéma compact demande des ressources numériques importantes. Celle-ci est alors réalisée dans l'espace de Fourier. Le code *Incompact3d* utilise des bibliothèques de transformée de Fourier rapide, ou *Fast Fourier Transform* (FFT), existantes, le processus étant décrit dans Laizet et Lamballais (2009).

Différentes transformées de Fourier sont appliquées selon les conditions limites. Dans tous les cas, il existe une équivalence entre la dérivée temporelle d'une grandeur  $f$  et une multiplication dans l'espace de Fourier. Si la transformée de Fourier de  $f$  est définie par  $\hat{f}_l = \frac{1}{n_x} \sum_{i=1}^{n_x} \exp(-\iota k_x x_i)$ ,  $l \in \llbracket -\frac{n_x}{2}, \frac{n_x}{2} - 1 \rrbracket$ , où  $k_x$  détermine le nombre d'onde, alors l'équivalence ci-dessous est vérifiée :

$$\hat{f}'_l = \iota k'_x \hat{f}_l. \quad (3.12)$$

Dans l'équation (3.12),  $k'_x$  est le nombre d'onde modifié. Celui-ci est fonction de  $k_x$  et permet l'équivalence pour la dérivation dans l'espace de Fourier, selon la définition de la dérivée donnée en (3.9).

En reprenant l'équation (3.11), on note  $D = \nabla \cdot [(1 - \epsilon) \mathbf{u}^{**}]$ . La résolution de (3.11) revient à une simple division, dans l'espace de Fourier en trois dimensions :

$$\hat{p}^{k+1}_{lmn} = \frac{\hat{D}_{lmn}}{F_{lmn}}. \quad (3.13)$$

Dans l'expression (3.13), la division par  $F_{lmn}$  détermine l'action d'intégration (double) liée au laplacien de la pression  $\tilde{p}^{k+1}$  dans l'équation de Poisson de l'espace physique. Il est alors défini, relativement à l'expression (3.12), de la manière suivante :  $F_{lmn} = -\left(k_x'^2 + k_y'^2 + k_z'^2\right) c_k \Delta t$ . Cette résolution dans l'espace de Fourier fait naître des irrégularités lorsque  $F_{lmn} = 0$ . D'après Laizet et Lamballais (2009), dans le cas évoqué ici, concernant des variables colocalisées (valeurs de pression et vitesses stockées aux mêmes points), les irrégularités de ce type sont au nombre de 7. Se présente alors la nécessité de décaler le maillage pour stocker les valeurs de pression. Le décalage d'une demie maille dans chaque direction, et l'adaptation des schémas qui y correspond, permet de tomber à 5 irrégularités, avec l'avantage que les oscillations sont significativement plus faibles au voisinage des modes singuliers.

L'obtention de la pression dans l'espace physique ne nécessite ensuite qu'une transformée de Fourier inverse et la correction (3.5) est alors réalisable.

### Cas du maillage resserré

*Incompact3d* permet également de définir un maillage plus fin selon la direction  $y$  au centre du domaine, sur la frontière inférieure, ou sur les deux frontières. On notera dans ce cas que la résolution de l'équation de Poisson (3.11) présente une nouvelle difficulté. L'irrégularité du maillage est contournée par l'utilisation d'une abscisse curviligne  $s \in [0, 1]$  et d'une fonction  $h$  telle que  $y = h(s)$ . La dérivation selon  $y$  d'une grandeur  $f$  est alors donnée par l'expression :

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial f}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial y} = \frac{1}{h'} \frac{\partial f}{\partial s} . \quad (3.14)$$

Cette multiplication par  $\frac{1}{h'}$  dans l'espace physique est équivalente à un produit de convolution dans l'espace de Fourier, permettant ainsi par modification adéquate du code de résoudre le champ de pression de la même manière. Plus de détails sur la méthode de calcul sont donnés dans Laizet et Lamballais (2009).

#### 3.1.4 Méthode d'établissement de la turbulence

À un nombre de Reynolds plus important que le nombre de Reynolds critique, la turbulence apparaîtra. Cependant, la présente étude portant notamment sur le décollement turbulent, celle-ci doit être établie avant que le décollement ait lieu. Lamballais (2014) énonce les méthodes d'obtention d'une turbulence complètement développée avant une zone d'intérêt.

La première méthode est de réaliser la simulation voulue avec une partie du domaine en aval de la zone d'intérêt suffisamment longue pour développer la turbulence à partir d'une

entrée classique. Très consommatrice de ressources, cette méthode ne semble pas adéquate, puisqu'elle enregistre d'avantage de résultats à une simulation produisant déjà des quantités importantes de données.

La seconde méthode évoquée consiste à effectuer une simulation préliminaire dans une conduite classique avec une condition périodique dans la direction de l'écoulement. Les données qui en résultent peuvent être utilisées comme écoulement d'entrée dans la simulation d'intérêt, mais ceci implique la sauvegarde d'une quantité considérable de données sur l'écoulement.

La méthode donnée et utilisée par Lamballais (2014) consiste à un recyclage des caractéristiques de l'écoulement dans un plan donné. Ainsi, à chaque pas de temps, le champ de vitesse du plan  $x = x_r$  est réintroduit en entrée :

$$\mathbf{u}^{n+1}(0, y, z) = \mathbf{u}^n(x_r, y, z) . \quad (3.15)$$

Les valeurs de pression en entrée ne sont pas prises directement comme celles du plan  $x = x_r$ , ce qui différencie cette condition d'entrée d'une condition périodique à laquelle elle pourrait s'apparenter.

## 3.2 Exemples d'écoulements obtenus par DNS

On présentera dans cette section deux écoulements simples simulés à l'aide du code de calcul *Incompact3d*.

### 3.2.1 Allées de Von Kármán

Cet écoulement, l'un des plus classiques étudié en mécanique des fluides, montre le passage d'un fluide au travers d'un obstacle cylindrique. La simulation est effectuée en deux dimensions et les caractéristiques de simulation sont données dans le Tableau 3.1. Les grandeurs utilisées sont adimensionnées par le diamètre du cylindre et la vitesse (constante) de l'écoulement en entrée.

Tableau 3.1 Paramètres de simulation pour les allées de Von Kármán

$L_x \times L_y$	$n_x \times n_y$	$\Delta t$	$Re$
$20 \times 12$	$513 \times 257$	0.004	300

Ici comme dans la suite du problème, les variables  $L_x$  et  $L_y$  dénotent les dimensions du domaines respectivement selon les directions  $x$  et  $y$  (longueur et hauteur du domaine pour les écoulements en deux dimensions),  $n_x$  et  $n_y$ , le nombre de cellules dans les directions



correspondantes,  $\Delta t$  le pas de temps de simulation et  $Re$  le nombre de Reynolds basé sur le diamètre du cylindre et la vitesse en entrée. Des conditions de non glissements sont placées aux parois hautes et basses, mais l'obstacle est placé à une distance telle que l'écoulement proche des parois du domaine n'a pas d'influence. La condition en entrée est un écoulement à vitesse constante.

On trace le champ de vorticité pour  $x \in [0, 16]$  et  $y \in [2, 10]$  en figure 3.1, et ce pour différents temps  $t$ . Les tourbillons se forment progressivement en aval du cylindre représenté en blanc jusqu'à atteindre un régime de lâcher tourbillonnaire périodique. Deux points de décollement sont observés à la surface du cylindre.

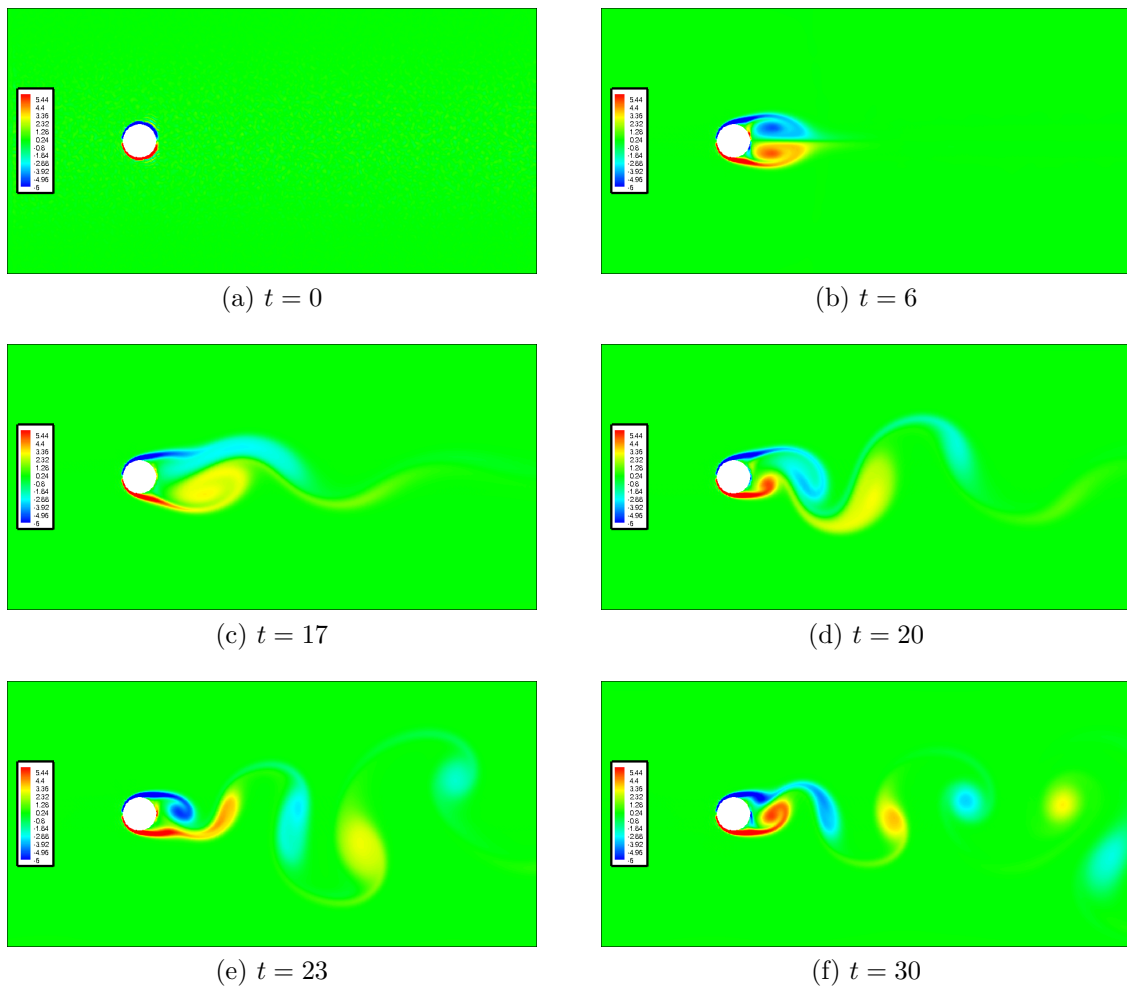


Figure 3.1 Établissement des allées tourbillonnaire de Von Kármán : champ de vorticité de l'écoulement fluide autour d'un cylindre

### 3.2.2 Passage d'une marche montante en régime laminaire

On observera ici l'établissement du régime stationnaire lors d'une simulation de l'écoulement passant une marche montante. Les caractéristiques de simulations sont données dans le Tableau 3.2. Les grandeurs sont adimensionnées par la hauteur de marche et la vitesse moyenne en entrée.

Tableau 3.2 Paramètres de simulation pour la marche montante

$L_x \times L_y$	$n_x \times n_y$	$\Delta t$	$Re$
$18 \times 2$	$513 \times 65$	0.002	300

Deux zones solides sont placées à l'intérieur du domaine. La première, à l'entrée du domaine, d'une longueur  $L_m = 3$  occupant la moitié supérieure du domaine, et la seconde, en sortie du domaine, correspondant à la marche à franchir, de longueur  $L_m$  occupant la moitié inférieure du domaine.

On introduit à l'entrée un champ de vitesse longitudinale parabolique s'annulant à la paroi inférieure et au niveau de la marche.

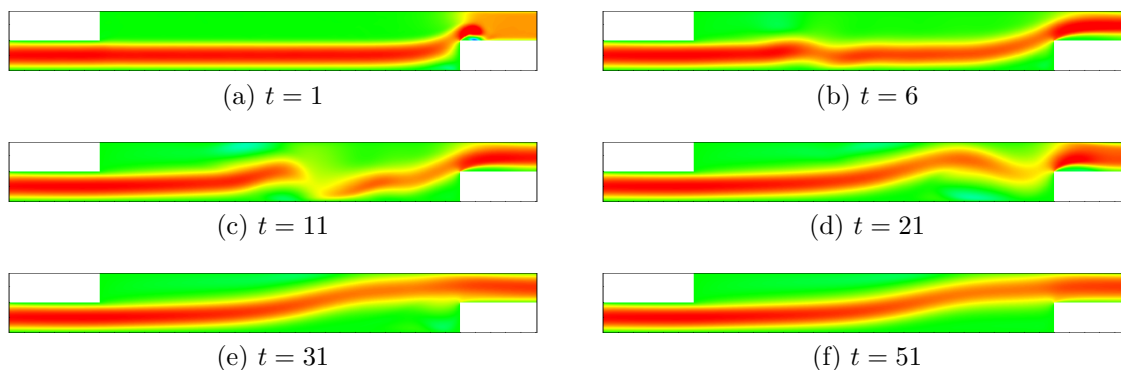


Figure 3.2 Établissement du régime stationnaire au passage d'une marche montante : champ de vitesse longitudinale

Une simulation sur environ 30000 pas de temps  $\Delta t$  est nécessaire à l'obtention du régime établi, avec la propagation progressive du point de décollement de sa position visible en figure 3.2a vers sa position finale en figure 3.2f.

## CHAPITRE 4 BULLE DE DÉCOLLEMENT

### 4.1 Revue de littérature

L'étude de la bulle de décollement aussi bien en régime laminaire qu'en régime turbulent est cruciale, par exemple, pour la caractérisation du décrochage sur une aile d'avion. Le décollement de couche limite a été étudié par des simulations numériques, beaucoup en simulation des grandes échelles, ou *Large Eddy Simulation* (LES), mais aussi à quelques reprises en DNS. La LES implique l'utilisation de modèles de turbulence qui rendent les résultats de simulation, bien que parfois proches de la réalité, nécessairement inexacts. Ces différents travaux effectués en grande partie depuis les années 1990 sont très dépendants de l'avancée technologique en terme de capacités de calculs. Dans la description des différents problèmes évoqués, on choisira de parler de la direction  $x$  comme celle de l'écoulement,  $y$  étant la normale à la paroi inférieure où est observé le décollement, et  $z$  la direction transversale. On pourra donc décrire les domaines par leur longueur  $L$ , hauteur  $H$  et profondeur  $W$ .

#### 4.1.1 Bulle de décollement laminaire

Une bulle de décollement laminaire est définie par la séparation d'une couche limite laminaire causée par un gradient de pression contraire, qui effectue une transition vers une couche de cisaillement turbulente entraînant un recollement turbulent.

La première étude numérique référencée ici est celle de Wilson et Pauley (1998) cherchant à reproduire numériquement la bulle de décollement obtenue expérimentalement par Gaster (1969). Deux types de bulles de décollement sont définis. Une bulle courte aura un effet seulement local alors qu'une bulle longue aura une influence majeure sur le champ de pression, par exemple autour d'un profil aérodynamique. L'écoulement d'entrée est une couche limite de Blasius, avec une vitesse d'écoulement établi  $U_\infty = 20.8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Le domaine est un parallélépipède rectangle de dimensions  $35.56 \times 2.54 \times 0.74 \text{ cm}$ , pour un maillage de  $513 \times 115 \times 32$  points. Dans la direction  $y$ , les 115 points sont resserrés proche de la paroi inférieure. Le nombre de Reynolds basé sur un écoulement d'air à la vitesse  $U_\infty$  et sur la hauteur du domaine est  $Re = 34771$ . Le nombre de Reynolds basé sur la distance du point de décollement  $x_s = 26.16 \text{ cm}$  est alors  $Re_{x_s} = 358000$ . Le gradient de pression contraire est provoqué dans les simulations numériques par une extraction de fluide à la frontière supérieure du domaine (opposée à la paroi solide où une condition de non glissement est appliquée). Pour l'étude de Wilson et Pauley (1998) un profil de vitesse verticale sous forme de segments linéaires est

appliqué en  $y = 2H$  où  $H$  détermine la hauteur du domaine d'étude. Le champ résultant en  $y = H$  est alors forcé pour la simulation de la bulle de décollement en tant que telle, et les conditions expérimentales de Gaster (1969) sont ainsi respectées. La condition en sortie, réutilisée par d'autres auteurs, est déterminée par l'équation qui suit :

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + c \frac{\partial u_i}{\partial x} = 0 . \quad (4.1)$$

Cette formulation de la condition de sortie, où  $c$  détermine la vitesse moyenne selon  $y$  en sortie, permet aux tourbillons formés de quitter le domaine d'étude sans perturber l'écoulement en amont.

Les grandeurs d'intérêt dans l'étude de la bulle de décollement sont  $x_s$  et  $x_r$ , abscisses des points de séparation et de recollement, la longueur  $l_r$  séparant ces deux points, et la distance  $l_t$ , de transition, entre  $x_s$  et le point où la bulle est la plus large. Des résultats en deux dimensions ont été obtenus mais seuls ceux en trois dimensions sont réalistes puisqu'ils permettent l'observation de turbulence. Les résultats 2D sont donc utilisés seulement comme condition initiale. Quatre cas différents ont été simulés. L'un deux, en LES, sans modèle de turbulence aux petites échelles ne peut absolument pas être réaliste. En effet, les tourbillons grossissent et recollent quasiment instantanément l'écoulement. Il est observé que l'ajout de turbulence dans l'écoulement d'entrée augmente l'intensité des tourbillons produits au décollement et réduit ainsi la longueur de la bulle.

D'autres simulations numériques ont été effectuées en DNS par Alam et Sandham (2000). Leurs travaux sont assez semblables à ceux évoqués précédemment. L'anatomie de la bulle de décollement est décrite plus en détail, en définissant notamment la "*dead-air region*", directement en aval du point de décollement, dans la bulle, ainsi que du "*reverse flow vortex*", structure tourbillonnaire située en amont du point de recollement. Pour les simulations, l'extraction de fluide à la paroi supérieure du domaine prend la forme d'une gaussienne. Une « bande de perturbation » est implémentée en amont du décollement, et une perturbation sur la vitesse normale dépendant du temps et de la position transversale est appliquée. Les longueurs sont adimensionnées par  $\delta^*$ , épaisseur de déplacement de l'écoulement d'entrée ou encore par l'épaisseur de quantité de mouvement  $\theta$ .

On observera que les nombres de Reynolds basés sur  $\delta^*$ ,  $\theta$  et  $l_t$  sont donnés. La longueur de transition  $l_t$  est définie comme la distance entre le décollement, où le coefficient de frottement  $c_f$  est nul et le point de transition, correspondant à un pic négatif de  $c_f$ . Le coefficient de frottement  $c_f$  est défini par :

$$c_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2}\rho U^2} , \quad (4.2)$$

avec  $\tau_w$  le cisaillement à la paroi.

Les points de décollement et recollement sont définis par  $c_f = 0$  mais aussi par les points où la probabilité que l'écoulement aille dans le sens des  $x$  croissants (ou décroissants) est égale à 50%. L'observation du comportement global de la bulle montre que des tourbillons pompent le fluide loin du mur après le décollement, et que ceux-ci se décomposent en trois tourbillons de plus petite échelle en aval de la bulle. Ces comportements peuvent être observés sur les figures de Alam et Sandham (2000).

Les travaux de Spalart et Strelets (2000), en LES, montrent que la bande de perturbation introduite par Alam et Sandham (2000) n'est pas nécessaire à la bonne représentation de la bulle de décollement laminaire. Les auteurs discutent également du paramètre de décélération nominale  $S = \frac{1}{HU} \int V(x)dx$  où  $V$  est la vitesse imposée à la frontière supérieure du domaine. Si la bande d'application de l'extraction de fluide est assez étroite, alors les caractéristiques du décollement à la paroi inférieure ne dépendent que du paramètre  $S$ . Dans ces travaux, il a été observé que l'aspect 3D de l'écoulement est très renforcé au niveau du décollement.

D'une manière générale, selon tous ces auteurs, auxquels on peut ajouter la contribution de Cadieux et Domaradzki (2015), traitant surtout des performances de modèles de turbulence aux petites échelles dont il ne sera pas question ici, les grandeurs d'importance à observer dans l'étude du décollement de couche limite sont les coefficients de pression  $c_p$  et de frottement  $c_f$ .

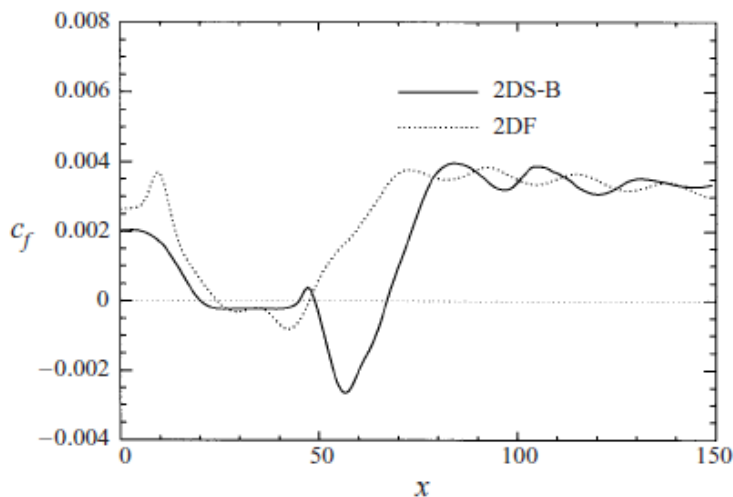


Figure 4.1 Allure du coefficient de frottement des cas bidimensionnels tirée de Alam et Sandham (2000, figure 27)

L'allure du coefficient de pression proche de la paroi inférieure débute par une croissance, donc un gradient selon  $x$  positif (provoqué dans l'ensemble des travaux évoqués par l'extraction de

fluide), donc contraire à l'écoulement. Celui-ci provoque le décollement, dans lequel on observe en premier lieu la zone de « vide » (ou "*dead-air region*" évoquée par Alam et Sandham, 2000) par l'apparition d'un plateau de pression. Ce plateau est suivi par une augmentation très importante de la pression sur une courte distance. Ce fort gradient de pression contraire est à l'origine du tourbillon nommé "*Reverse Flow Vortex*" par Alam et Sandham (2000). Finalement, le recollement est suivi par un plateau de pression jusqu'à la fin du domaine d'étude.

Le coefficient de frottement  $c_f$ , quant à lui, décroît jusqu'à s'annuler. Ce point d'annulation définit le point de décollement. La zone de « vide » se traduit par un plateau (à valeur négative) du coefficient de frottement. Une chute brutale suit ce plateau jusqu'à un pic négatif définissant le point de transition. Une remontée après ce pic, passant une nouvelle fois par zéro, correspondant au point de recollement, est suivie par un plateau à valeur positive une fois la bulle de décollement passée. Ces résultats sont représentés en figure 4.1 pour les cas bidimensionnels.

#### 4.1.2 Décollement turbulent de couche limite

Le phénomène de décollement turbulent de couche limite concerne une couche limite elle-même turbulente. Elle a notamment été étudiée par Na et Moin (1998) en DNS. Le décollement est ici encore provoqué par une éjection de fluide hors du domaine, suivie d'une injection. La forme du profil de vitesse verticale à la frontière supérieure du domaine n'est indiquée que par une figure, et non une expression analytique. L'injection de fluide, selon les auteurs, est à l'origine du recollement. Les caractéristiques du problème étudié sont référencées dans le Tableau 4.1.

Tableau 4.1 Caractéristiques de la simulation de Na et Moin (1998)

$Re_\theta$	$L (\delta^*)$	$H (\delta^*)$	$W (\delta^*)$	Maillage
300	350	64	50	$513 \times 193 \times 129$

La bulle formée par un décollement turbulent a des caractéristiques plus symétriques que pour le décollement laminaire. Les positions instantanées des points de décollement et recollement fluctuent en permanence. Cela dit, il est observé que le point de recollement se déplace moins violemment que le point de décollement. Le recul du point de décollement est dirigé par la formation de tourbillons à l'intérieur de la bulle, et lorsque ceux-ci s'écrasent contre la paroi, le point de recollement revient. Il est intéressant alors de noter que l'étude de la fluctuation de la position du point de recollement peut mener à une approximation de la fréquence de

lâcher tourbillonnaire.

La symétrie de la bulle peut notamment être observée par les grandeurs  $c_p$  et  $c_f$  comme pour la bulle laminaire. La figure 4.2 montre que le coefficient de pression est un plateau à l'intérieur de la bulle, et que le coefficient de frottement à la paroi passe par 0 (au point de décollement), suit un plateau dans la bulle et repasse par 0 au recollement. Le pic qui correspondait au point de transition dans le décollement laminaire n'existe plus ici.

Il est recommandé par Na et Moin, pour obtenir le champs moyen, de considérer 7 à 9 passages de structures tourbillonnaires. Il est alors possible, par trois méthodes de déterminer les points de décollement et recollement. La première consiste à considérer l'intersection d'une ligne de courant avec la paroi (où  $\psi = 0$ ), la seconde représente le point où la fraction du temps pendant laquelle l'écoulement va dans la direction des  $x$  croissant,  $\bar{\gamma}_u$ , est égale à 50%, et enfin, les points pour lesquels  $\bar{\tau}_w = 0$ . Les résultats sont référencés dans le Tableau 4.2.

Tableau 4.2 Position ( $x/\delta^*$ ) des points de décollement et recollement turbulents (Alam et Sandham, 2000)

Méthode	Décollement	Recollement
$\psi = 0$	158	257
$\bar{\gamma}_u = 50\%$	157	256
$\bar{\tau}_w = 0 = 0$	158	256

On observe grâce à ce relevé que les trois méthodes sont équivalentes pour trouver les points de décollement et de recollement.

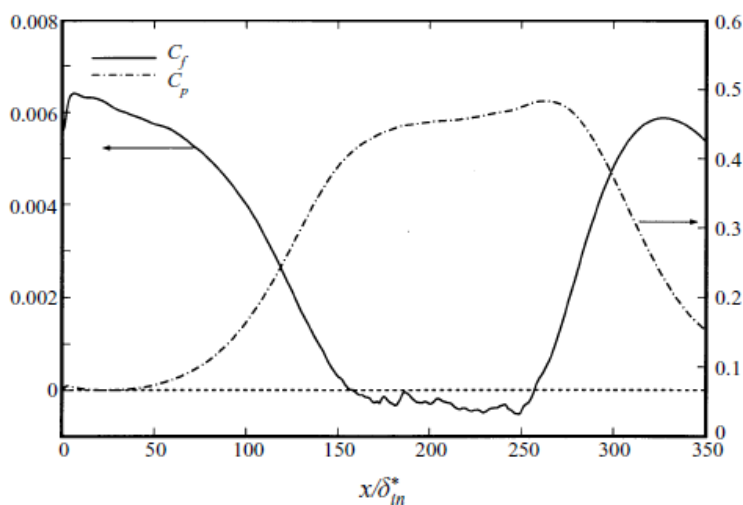


Figure 4.2 Coefficients de pression et de frottement tiré de Na et Moin (1998, figure 17)

Les travaux de Manhart et Friedrich (2002) qui ont suivi ont permis d'augmenter le nombre de Reynolds par rapport aux travaux de Na et Moin. En effet, le nombre de Reynolds basé sur l'épaisseur de quantité de mouvement  $\theta$  est  $Re_\theta = 870$  contre 300 pour Na et Moin. Dans ces deux articles, les définitions de plusieurs étapes de décollement sont données. Le « *décollement naissant* » correspond à  $\bar{\gamma}_u = 99\%$ , le « *décollement transitoire intermittent* » à  $\bar{\gamma}_u = 20\%$ , et le « *décollement transitoire* » à  $\bar{\gamma}_u = 50\%$ , correspondant comme le montre Na et Moin au décollement, défini par  $\bar{\tau}_w = 0$ .

## 4.2 Résultats de simulations et détection du décollement

Dans la suite de ce mémoire, certains détails sur les simulations numériques ont été volontairement omis. C'est le cas par exemple de la convergence en maillage, ou bien l'influence de la taille du domaine de calcul. En effet, les théories qui sont utilisées pour détecter le décollement sont basées sur la cinématique de l'écoulement, et non la dynamique. Par conséquent, n'importe quel champ de vitesse à divergence nulle peut être utilisé, qu'il soit juste ou non, sans influencer la pertinence des résultats obtenus sur le décollement. Autrement dit, l'étape de validation du code de calcul est inutile ici, et ne sera pas présentée.

### 4.2.1 Conditions de simulation

On s'intéresse ici aux résultats de simulation d'une bulle de décollement en régime laminaire, puis en régime turbulent, effectuée à l'aide du code de calcul *Incompact3d*. Les caractéristiques de simulation et données sur l'écoulement pour le cas laminaire sont inscrites dans le tableau 4.3. Les grandeurs exprimées sont adimensionnées par la demie-hauteur du domaine et la vitesse maximale en entrée.

Tableau 4.3 Paramètres de simulation pour la bulle de décollement laminaire

$L_x \times L_y$	$n_x \times n_y$	$\Delta t$	$Re$
$8 \times 2$	$513 \times 257$	0.04	3200

Les dimensions du domaine sont choisies pour observer le phénomène de lâcher tourbillonnaire et l'observation de toutes régions observées dans la littérature concernant la bulle de décollement.

Dans les deux régimes, le décollement est provoqué à la paroi sans glissement à  $y = 0$  par une extraction du fluide à la paroi supérieure ( $y = 2$ ), par application d'un profil de vitesse verticale de forme gaussienne  $v_w(x) = U \exp[-\alpha(x - x_s)^2]$ , choisi ainsi car il s'est montré efficace dans les travaux numériques antérieurs, et dont l'allure est représentée en figure 4.3.



Dans le cas de la bulle de décollement laminaire, le profil de vitesse en entrée, également représenté en figure 4.3, est parabolique proche de la paroi, et constant ensuite, suivant l'équation :

$$\begin{aligned} u(y) &= -U \times y(y - a) , \text{ si } y < 0.2 , \\ u(y) &= 1 , \text{ si } y > 0.2 . \end{aligned} \quad (4.3)$$

Ce choix de profil de vitesse en entrée est principalement basé sur la simplicité d'implémentation dans le code de calcul utilisé.

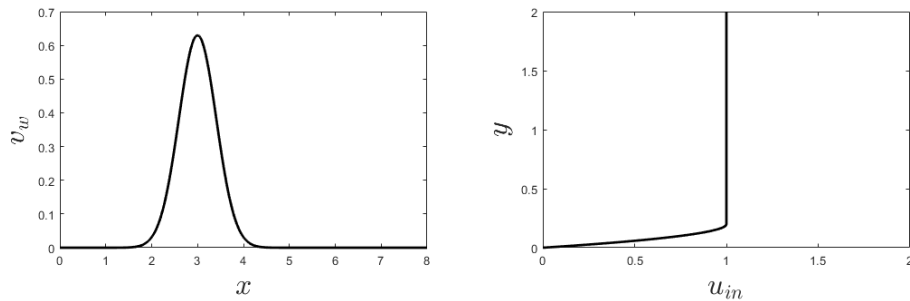


Figure 4.3 Profils de vitesse verticale à la paroi supérieure (gauche) et profil de vitesse en entrée pour la bulle de décollement laminaire (droite)

Le nombre de Reynolds est basé sur la demie hauteur et la vitesse maximale en entrée. L'écoulement établi est périodique et le champ de vorticité correspondant apparait en figure 4.4.

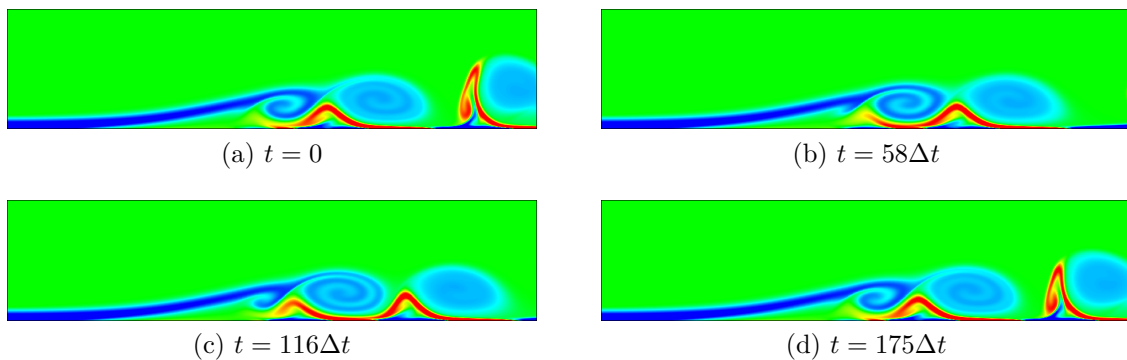


Figure 4.4 Champs de vorticité de la bulle de décollement laminaire

L'objectif ici sera, après avoir observé l'efficacité des critères de détection du décollement connus dans le cas laminaire en deux dimensions, de vérifier leur efficacité en régime turbulent, notamment en ce qui concerne la théorie de Haller (2004).

## 4.2.2 Application de critères connus

Dans cette section, on appliquera les critères de détection du décollement et de structures cohérentes connus jusqu'ici aux écoulements obtenus par simulation présentés ci-dessus.

### Bulle de décollement laminaire

Le champ obtenu est périodique de période  $T_b = 182\Delta t$ . On peut dans un premier lieu observer le champ de vitesse moyenné sur une période et tracer les lignes de courant correspondantes. Ce tracé permet de détecter le point de décollement principal. Le champ moyen de vitesse longitudinale est représenté en figure 4.6. On observe que les lignes de courant se séparent de la paroi en une position située approximativement entre  $x = 1.9$  et  $x = 2.2$ .

Le critère de Prandtl, donné par l'équation (2.1) et calculé numériquement pour chaque pas de temps, donne une position du point de décollement, basée sur l'annulation du frottement à la paroi, variant entre  $x = 1.847$  et  $x = 1.858$ . Si on s'intéresse au champ moyen, on peut déterminer la position moyenne du point d'annulation du frottement à la paroi. On trace en figure 4.5 l'allure du frottement moyen à la paroi. L'équation (2.1) indique que le décollement a lieu quand  $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} < 0$ . De manière analogue, un point de recollement sera déterminé par l'annulation du frottement avec  $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} > 0$ .

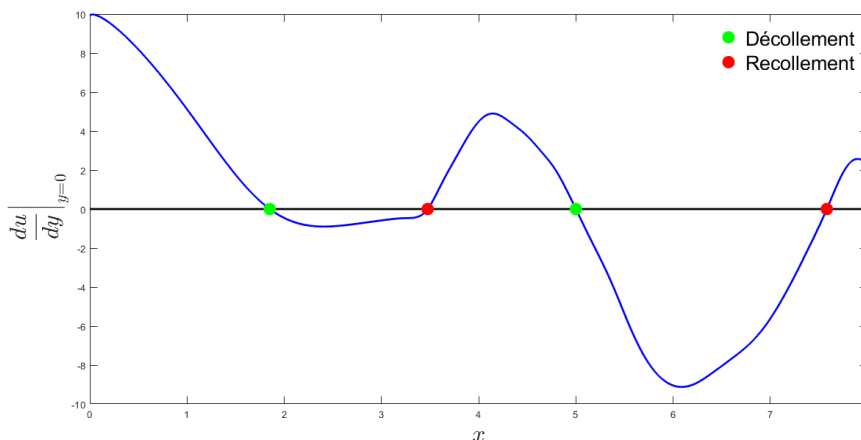


Figure 4.5 Allure du frottement à la paroi sans glissement dans le cas de la bulle de décollement laminaire en bleu, ligne d'annulation du frottement pariétal tracée en noir. Les points d'annulation du frottement sont représentés en vert si  $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} < 0$ , en rouge si  $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} > 0$

Les points d'annulation du frottement à la paroi sont superposés au champ moyen de la vitesse  $u$  en figure 4.6, et les lignes de courant qui émanent des points de décollement sont tracées en vert, parmi une autre série de lignes de courant.

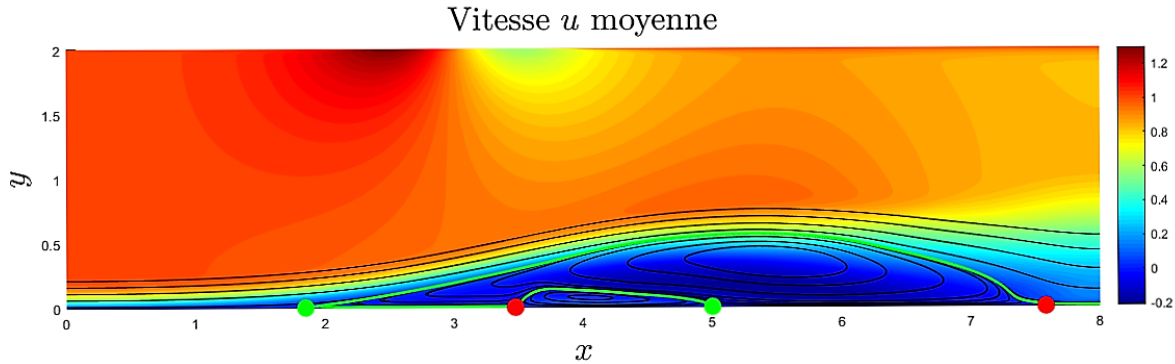


Figure 4.6 Champ moyen de vitesse longitudinale et points d'annulation du frottement à la paroi dans le cas de la bulle de décollement laminaire. Les points d'annulation du frottement sont représentés en vert si  $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} < 0$ , en rouge si  $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} > 0$ . Les lignes de courant proches de la paroi sont représentées en noir, les lignes de courant particulières émanant des points de décollement, en vert

À l'intérieur de la bulle se produit un second décollement, avec un point de recollement correspondant situé en amont. Le point de décollement est situé en  $x = 1.85$ , pour un recollement en  $x = 7.58$  pour la bulle principale ; le second décollement observable à travers l'étude du champ moyen prend naissance en  $x = 5$ , et la ligne de courant correspondante recolle à la paroi en  $x = 3.48$ . La longueur de la bulle obtenue dans le cas laminaire est donc  $l_r = 5.73$ . On notera que l'allure de  $\left. \frac{du}{dy} \right|_{y=0}$  représentée en figure 4.5 est très proche de l'allure du coefficient de frottement  $c_f$  obtenue par Alam et Sandham, représenté en figure 4.1 dans le cas de simulations en deux dimensions, avec l'apparition du "reverse flow vortex".

On peut observer l'efficacité de la théorie de Haller (2004) sur le premier décollement. Le profil de vitesse correspondant, ainsi que des particules initialement placées en lignes parallèles à la paroi sont représentées en figure 4.7.

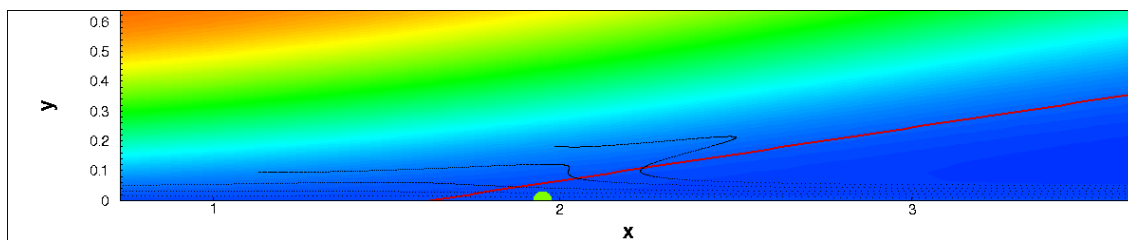


Figure 4.7 Comparaison des définitions du décollement : le profil de décollement prévu par Haller (2004) apparaît en rouge, le point d'annulation du cisaillement à la paroi en vert, et le pic formé par les lignes matérielles en noir, sur fond du champ de vitesse longitudinale instantané

Malgré les résultats sur les décollements stationnaires, prédisant que le point d'origine du profil de décollement doit être confondu avec le point de Prandtl, on observe ici un léger écart. Ceci est dû à la légère oscillation du point de Prandtl dans les résultats de la simulation relevée plus haut. Le profil de décollement tracé en rouge sépare les lignes de particules en deux régions dynamiquement différentes : la première, en amont du profil, où les lignes de particules sont éjectées de la paroi en formant un pic qui tend à se coller au profil de décollement, et la seconde, où les particules restent quasiment immobiles, et ne sont pas éjectées. Cependant, l'origine du pic de particules est située en amont du point d'origine de ce profil.

L'application du critère de Haller se révèle sans résultat au second décollement noté à l'aide du champ moyen. En effet, le profil de décollement se retrouve quasiment confondu avec la ligne  $y = 0$  que représente la frontière inférieure du domaine, et une séparation des particules par ce profil est impossible à observer.

Ces méthodes ne permettent pas d'observer la position de tous les décollements prenant place dans l'écoulement. On observe en figure 4.8 l'évolution des lignes de particules initialement placées parallèlement à la paroi, puis advectées sous l'influence du champ de vitesse. On remarque l'apparition d'autres pics de particules formés en aval du premier point de décollement. En effet, le décollement de couche limite entraîne la formation de tourbillons. Ces tourbillons agissent sur les particules proches de la paroi en les arrachant, avec une échelle de temps beaucoup plus courte que le décollement principal : on voit par exemple en figure 4.8b que les pics de particules entre  $x = 4$  et  $x = 6$  sont déjà formés à  $t = 2$ , alors que le pic de décollement principal ne l'est pas.

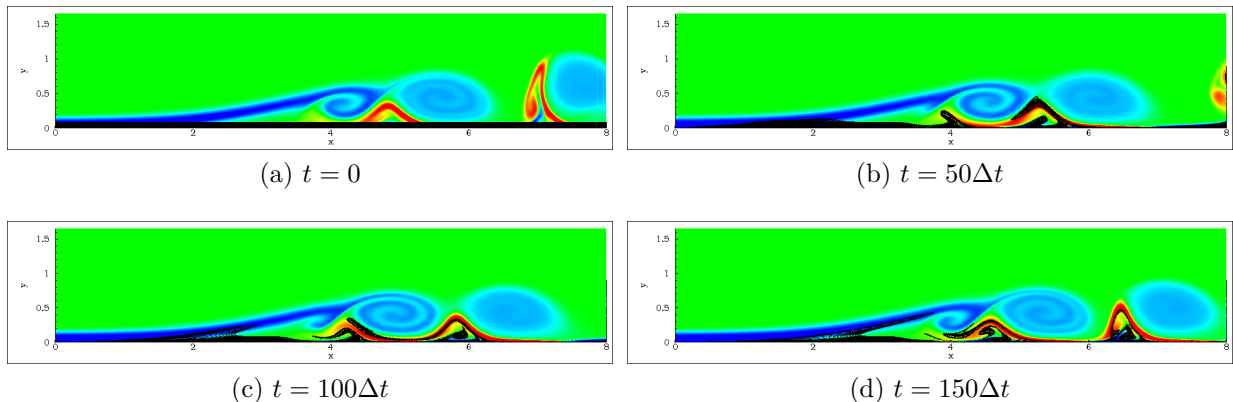


Figure 4.8 Formation de pics de décollement dans le cas de la bulle de décollement laminaire : les lignes matérielles initialement parallèles à la paroi sont tracées en noir et superposées au champ de vortacité

Ce dernier point lève la nécessité de mettre en lien la détection des structures cohérentes avec le décollement. On s'intéresse alors à la détection des SCEO dans l'écoulement de la bulle de décollement laminaire. On représente en figure 4.9a le champ de  $s_2$ , valeur propre positive de  $S$ , défini en équation (2.25).

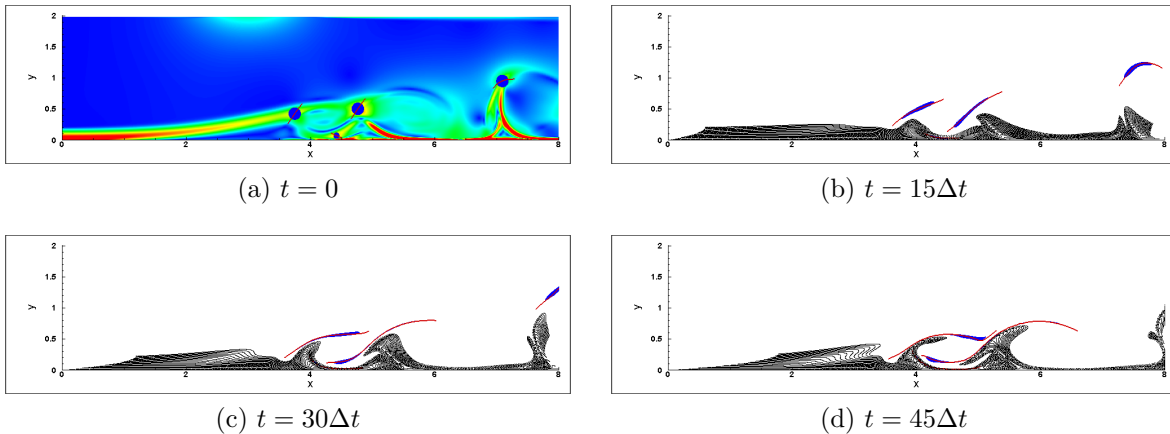


Figure 4.9 (a) Champ de  $s_2$  à  $t = 0$ . On relève la position de maxima locaux de  $s_2$  hors de la paroi. Des particules sont placées en bleu autour des points relevés et les lignes attractives ( $\mathbf{e}_2$ ) correspondantes sont tracées en rouge. (b-d) Advection des particules, des lignes  $\mathbf{e}_1$  et des lignes matérielles initialement placées parallèlement à la paroi (en noir) sous l'influence du champ de vitesse

En incompressible, l'observation de  $s_2$  ou de  $s_1$  revient à la même étude, puisque  $s_1 + s_2 = 0$ . Ainsi, un minimum de  $s_1$  correspond à un maximum de  $s_2$ . On note ici que les maxima de  $s_2$  se trouvent au contact de la paroi. On trace en figure 4.9 la position initiale de centres de lignes  $\mathbf{e}_2$ , les lignes  $\mathbf{e}_2$  correspondantes et des disques de particules autour de ces centres. L'advection de ces particules et des lignes tracées montre que ces dernières jouent leur rôle de ligne attractives, en lien avec les forts étirements dans les groupes de particules. Il est à noter qu'une structure cohérente proche de la paroi inférieure du domaine pourrait s'apparenter au second décollement observé à l'aide du champ moyen. De plus, on remarque l'influence

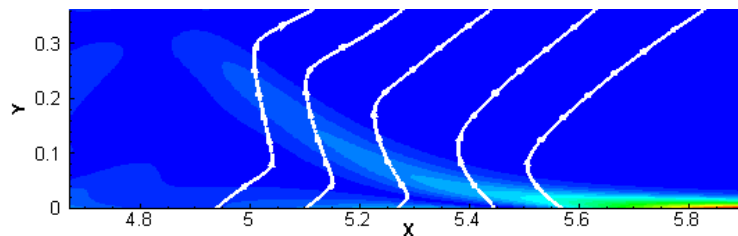


Figure 4.10 Lignes  $\mathbf{e}_2$  superposées au champ de FTLE calculé sur un seul pas de temps

des SCEO sur les particules initialement proches de la paroi. Les pics de particules formés vont suivre la forme des lignes attractives, et ce phénomène caractérise donc les décollements induits par tourbillons.

Cependant, en ce qui concerne le décollement, une application d'un critère sur les SCEO est impossible, puisqu'à la paroi, les vecteurs propres associés à  $s_2$  sont colinéaires au vecteur  $(1, 1)$  et font donc un angle de  $45^\circ$  avec celle-ci. Ce dernier détail rend impossible la prédiction du bon angle du profil de décollement. On trace par exemple les lignes  $\mathbf{e}_2$  émanant de la paroi correspondant à la figure 4.9a en figure 4.10.

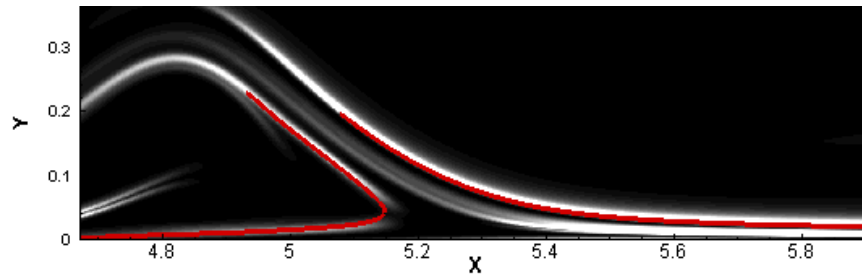


Figure 4.11 Zone d'intérêt du champ de FTLE pour la bulle de décollement laminaire

Cet outil est donc inadapté à la prédiction du décollement. Il s'agit cependant d'une limite instantanée du FTLE. On calcule donc le champ FTLE sur 100 pas de temps, soit environ une demie période de l'écoulement. Ce temps d'intégration important permet d'observer deux lignes attractives dans une zone proche de la paroi. Celles-ci apparaissent explicitement en figure 4.11.

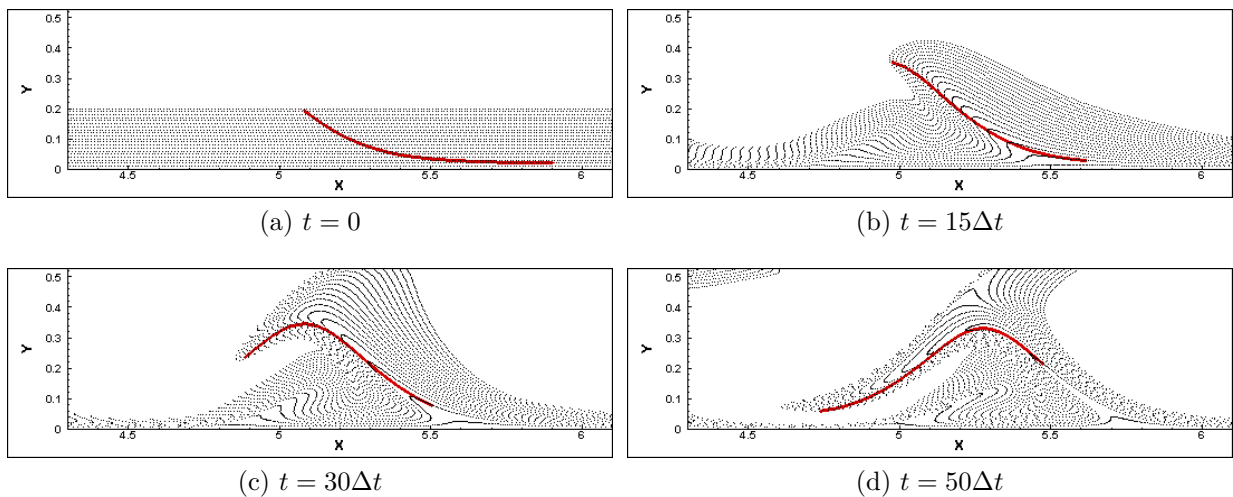


Figure 4.12 Comportement des particules autour d'une crête de FTLE : la crête de FTLE est représentée en rouge et les lignes de particules initialement parallèles à la paroi, en noir

On observe en figure 4.12 le comportement des particules advectées autour de la première ligne considérée. Celle-ci semble capturer le pic de décollement formé par les particules, ce qui, on le verra, peut être une définition adéquate de ce qu'est réellement le décollement.

Si on observe ensuite la seconde crête du champ de FTLE capturée ici, et le comportement des particules qui l'entourent, on obtient l'évolution en figure 4.13. Les particules sont ici séparées et colorées différemment selon le côté duquel elles sont placées par rapport à la crête en question. On remarque ici que les particules situées d'un côté de la ligne  $y$  restent après advection.

La crête du FTLE étudiée ici sépare deux zones dynamiquement différentes. Rattachée à la paroi en un point fixe, on peut définir cette ligne comme un profil de décollement.

Cependant, il est à noter que le calcul du FTLE nécessite la donnée de multiples pas de temps antérieurs. Les structures étudiées ci-dessus sont obtenues à partir d'une intégration sur 100 pas de temps. Les méthodes utilisant la détection de structures cohérentes évoquées ici ont ainsi le désavantage de nécessiter trop de données en temps, ou alors de ne pas être applicable à la paroi. Il s'agit alors de pouvoir trouver un critère de détection du décollement instantané et applicable à la paroi.

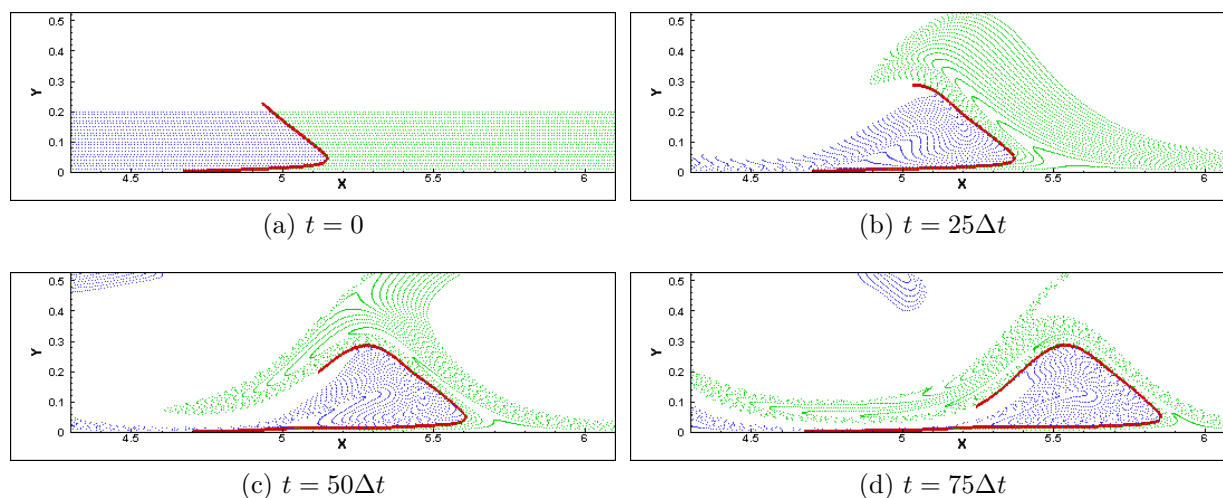


Figure 4.13 Comportement des particules autour de la seconde crête de FTLE : la crête de FTLE est représentée en rouge et les lignes de particules initialement parallèles à la paroi, en bleu si elles sont initialement situées en amont de la crête, en vert sinon

## Bulle de décollement turbulente

Les conditions de simulation de l'écoulement correspondant à la bulle de décollement « turbulente » sont regroupées dans le Tableau 4.4. Les variables utilisées sont adimensionnées en utilisant les grandeurs de référence qui sont la demie-hauteur du domaine et la vitesse maximale de l'écoulement en entrée. L'écoulement en entrée de cette simulation en deux dimensions provient d'un plan d'une base de donnée turbulente réalisée par une simulation antérieure en trois dimensions. Le nombre de Reynolds basé sur la vitesse maximale en entrée et la demie hauteur est augmenté par rapport au cas laminaire, et le pas de temps de simulation réduit à  $5 \cdot 10^{-3}$ .

Tableau 4.4 Paramètres de simulation pour la bulle de décollement turbulente

$L_x \times L_y$	$n_x \times n_y$	$dt$	$Re$
$8 \times 2$	$513 \times 257$	0.005	5000

En s'intéressant à l'écoulement moyenné sur 50 périodes de lâcher tourbillonnaire, dont une représentation est donnée en figure 4.14, on retrouve la forme plus symétrique des bulles de décollement turbulentes étudiées dans la littérature (Na et Moin, 1998; Manhart et Friedrich, 2002).

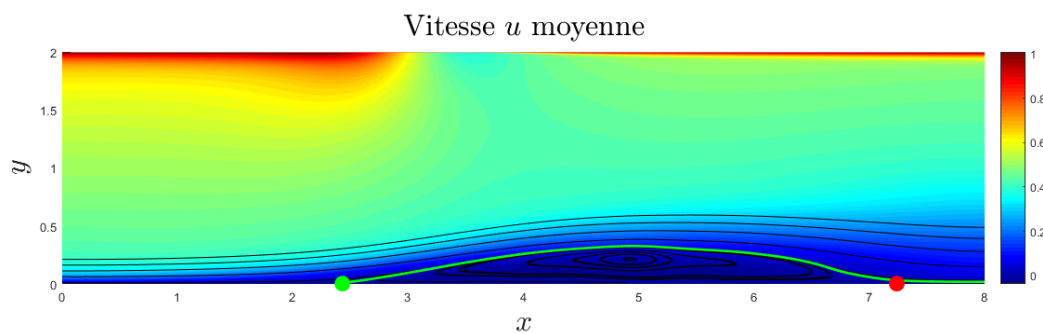


Figure 4.14 Champ moyen de vitesse longitudinale et points d'annulation du frottement à la paroi dans le cas de la bulle de décollement turbulente : les points d'annulation du frottement sont représentés en vert si  $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} < 0$ , en rouge si  $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} > 0$ . Les lignes de courant proches de la paroi sont représentées en noir, la ligne de courant particulière émanant du point de décollement, en vert

Comme dans le cas de la bulle de décollement laminaire, on peut observer l'allure du frottement à la paroi inférieure du domaine, représentée en figure 4.15. L'écoulement turbulent, et par conséquent instationnaire et complexe, est moyenné sur un temps total équivalent à



50 périodes de lâcher tourbillonnaire. Cette quantité de données à prendre en compte pour établir le champ moyen s'inscrit déjà comme un désavantage dans l'utilisation des grandeurs moyennes pour la détection du décollement.

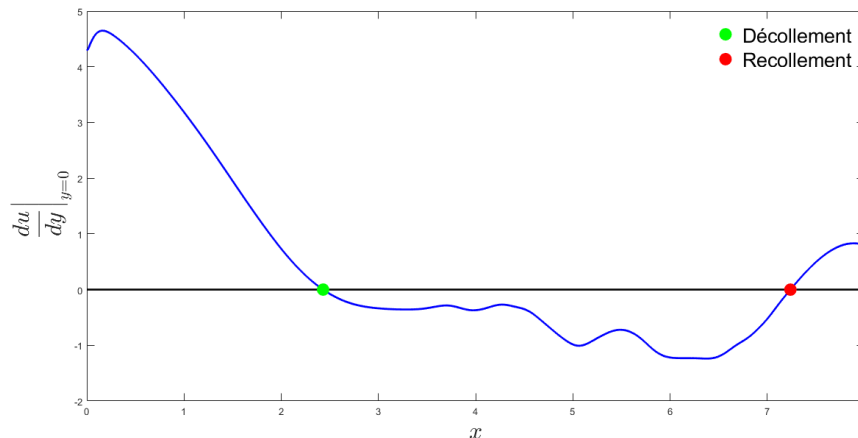


Figure 4.15 Allure du frottement à la paroi sans glissement dans le cas de la bulle de décollement turbulente en bleu, ligne d'annulation du frottement pariétal tracée en noir. Les points d'annulation du frottement sont représentés en vert si  $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} < 0$ , en rouge si  $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} > 0$

On observe néanmoins sur le champ moyen l'apparition d'un point de décollement, selon la définition de Prandtl, à une position  $x = 2.43$ . L'écoulement se recolle à la paroi en  $x = 7.24$ , donnant une longueur de bulle  $l_r = 4.81$ .

La méthode de déclenchement du décollement par extraction de fluide à la paroi supérieure reste la même que dans le cas laminaire. Cependant, en régime turbulent, la bulle de décollement est raccourcie, et déclenchée plus loin dans l'écoulement, toujours selon la définition de Prandtl.

On aura tracé en figure 4.16 le champ de vorticité sur lequel sont superposées des lignes matérielles initialement placées parallèlement à la paroi pour le cas de la bulle de décollement en régime turbulent. Le champ de vorticité est plus complexe que dans le cas laminaire puisque des tourbillons sont formés dans l'écoulement d'entrée et se propagent à l'intérieur du domaine.

On remarque au comportement des lignes matérielles, que deux pics de particules se forment au niveau du décollement principal observé dans le cas laminaire. Les tourbillons ici générés dès l'entrée, et non seulement en aval de la bulle, arrachent les particules proches de la paroi, qui ne sont plus détachées sous la seule influence du champ de vitesse appliqué à la paroi supérieure. Les pics de particules formés semblent prendre leurs origines très en amont de

la position déterminée par l'application du critère de Prandtl appliqué plus tôt au champ moyen.

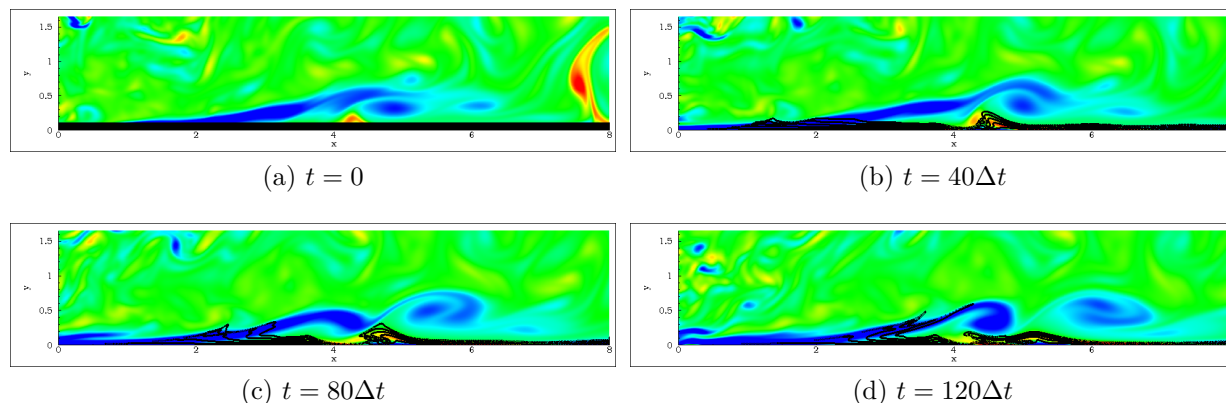


Figure 4.16 Formation de pics de décollement dans le cas de la bulle de décollement turbulente. Les lignes matérielles initialement parallèles à la paroi sont représentées en noir superposées aux champs de vorticité

L'application du critère de Haller au cas turbulent ne donne aucun résultat, et ce même pour le décollement principal de la bulle. En effet, les petites structures introduites dans l'écoulement obtenu à partir d'une simulation en trois dimensions provoquent des fluctuations trop importantes à la paroi, provoquant de fortes oscillations du profil de décollement prévu par Haller. Ces absences de résultats dans le cas turbulent avec les outils connus jusqu'à présent démontrent la nécessité d'analyser les écoulements avec un outil diff rent.

### 4.3 Détection de l'empreinte du pic de décollement

#### 4.3.1 Méthode de détection

C'est durant cette maîtrise qu'une nouvelle théorie de détection a été développée par Mattia Serra, alors étudiant au doctorat sous la direction du professeur Geroges Haller, en collaboration avec mon directeur de recherche, le professeur Jérôme V tel. Cette méthode étant directement en lien avec la présente étude, elle sera exploitée à partir de maintenant pour la détection de décollements dans les écoulements simulés. Les outils d'analyse utilisés dans la suite ont été généreusement fournis par Mattia Serra, dans l'optique de réaliser des validations supplémentaires.

La théorie sur la formation du pic dans les lignes matérielles proches de la paroi de Serra *et al.* (2017) concerne le décollement des écoulements en deux dimensions à dépendance temporelle quelconque sur une paroi solide sans glissement. La détection d'un pic de décollement est basée

sur l'étude du champ de courbure de lignes matérielles initialement placées parallèlement à la paroi et proches de celle-ci, puis advectées par la suite. L'utilisation du champ de courbure permet une détection du décollement indépendante du référentiel d'observation. Cette théorie permet l'utilisation de faibles temps d'intégration, ce qui était jusqu'alors impossible avec les théories connues, présentant même une limite instantanée exacte. Cette méthode exploite le décollement directement à travers les observations faites sur l'évolution des lignes matérielles formant des pics au niveau des décollements, comme on l'a vu dans les figures 2.1, 4.8, ou encore 4.16.

Cette théorie a d'ores et déjà été appliquée à quelques exemples de décollement dans des écoulements en deux dimensions analytiques et expérimentaux, à savoir le décollement induit par un cylindre en rotation et translation proche d'une paroi solide, décrit analytiquement en premier lieu, puis obtenu expérimentalement par vélocimétrie, ainsi qu'à l'un des décollement à la surface d'un cylindre pour les allées de Von Kármán.

C'est par l'utilisation de deux algorithmes principaux implémentés dans MATLAB que les écoulements en deux dimensions sont analysés.

### Empreinte lagrangienne du décollement

Le premier de ces algorithmes consiste à calculer l'empreinte lagrangienne du pic de décollement noté  $\mathcal{B}(t)$ . Par définition, «  $\mathcal{B}(t)$  est le centre théorique du pic de particules formé sur un intervalle de temps  $[t_0, t_0 + T]$ . L'empreinte  $\mathcal{B}(t)$  est une ligne matérielle dont la position initiale  $\mathcal{B}(t_0)$  est une crête positive transverse du champ de variation de courbure  $\overline{\kappa}_{t_0}^{t_0+T}$  » (Serra *et al.*, 2017, Définition 1).

Ce premier algorithme prend en entrée un champ de vitesse en deux dimensions au contact d'une paroi solide sans glissement dont la géométrie est paramétrée par  $r(s)$ ,  $s \in [s_1, s_2] \subset \mathbb{R}$ , défini sur un intervalle de temps  $[t_0, t_0 + T]$ . Dans le cas d'une paroi plane, on conserve le système de coordonnées cartésiennes pour la paramétrisation de la paroi. Il est à noter que la détection du pic de décollement est indépendante de cette paramétrisation. Le champ de vitesse dont on connaît des valeurs réparties en des positions et des temps discrets, résultat d'une simulation numérique ou d'un procédé expérimental est interpolé à l'aide de la fonction interne à MATLAB *griddedInterpolant.m*.

Dans un premier temps est initialisée une série de lignes matérielles parallèles à la paroi, paramétrées par  $r_\eta(s)$ ,  $s \in [s_1, s_2]$ ,  $\eta \in [0, \eta_1]$ ,  $\eta_1 > 0$ . Le champ de vecteurs normaux pointant vers la paroi est défini par  $Rr'_\eta(s)$ , avec  $r'_\eta(s) = \frac{dr}{ds}$ , et on calcul le champ de

courbure initial par l'équation (4.4) :

$$\kappa_{0\eta}(s) = \frac{\langle r''_{\eta}(s), Rr'_{\eta}(s) \rangle}{\sqrt{\langle r'_{\eta}(s), r'_{\eta}(s) \rangle}^3} \quad ; \quad R = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

Dans le cas d'une paroi plane, le champ initial de vecteurs normaux aux lignes matérielles est uniforme et  $\forall s \in [s_1, s_2], \forall \eta \in [0, \eta_1], r_{\eta}(s) = (0, -1)$ .

Serra *et al.* (2017) donne une formule de l'évolution de la courbure le long d'une ligne matérielle sous l'influence de  $\mathbf{F}_{t_0}^t$  en fonction de sa paramétrisation initiale à  $t_0$ . Le champ de variation de courbure des lignes matérielles  $\bar{\kappa}_{t_0}^{t_0+T}$  est calculé à partir de cette formule. Cette étape utilise notamment la fonction interne à MATLAB de résolution d'équations différentielles ordinaires *ODE45.m*, la fonction de calcul du gradient *gradient.m* pour le gradient du tenseur de déformation, ainsi que la fonction d'interpolation *interp2.m*.

Est ensuite extraite la crête positive du champ de changement de courbure  $\bar{\kappa}_{t_0}^{t_0+T}$  à l'aide des fonctions *gradient.m* et *contour.m* (extraction des niveaux nuls du gradient du champ de courbure), donnant la position initiale de l'empreinte lagrangienne du décollement,  $\mathcal{B}(t_0)$ . Les positions de l'empreinte lagrangienne du décollement pour tout  $t \in [t_0, t_0 + T]$ ,  $\mathcal{B}(t)$ , sont obtenues en advectant la ligne matérielle formée par  $\mathcal{B}(t_0)$  sous l'influence de  $\mathbf{F}_{t_0}^t$ , à l'aide de la fonction *ODE45.m*.

### Empreinte eulérienne du décollement

Le second algorithme de calcul permet de déterminer  $\dot{\mathcal{B}}(t)$ , empreinte eulérienne du décollement. Prenant en argument le champ de vitesse en deux dimensions dans lequel sont placées des lignes matérielles proches de la paroi, comme pour l'empreinte lagrangienne, on calcule le champ de courbure  $\kappa_{0\eta}(s)$  selon l'équation (4.4).

C'est à ce point qu'est calculé le taux de courbure  $\dot{\kappa}_t(s, \eta) = \dot{\kappa}_t(r_{\eta}(s))$ , à l'aide des fonctions de calcul de gradient *gradient.m* et d'interpolation *interp2.m*. L'empreinte eulérienne du décollement  $\dot{\mathcal{B}}(0)$  est alors déterminée comme étant la crête positive du champ de taux de courbure  $\dot{\kappa}$ .

#### 4.3.2 Bulle de décollement laminaire

On s'intéresse en premier lieu au cas laminaire. Dans cette section, seul le point de décollement principal, premier à apparaître dans la géométrie du domaine, est étudié.

Pour un temps initial  $t_0 = 0$ , on décide de s'intéresser à trois plages de temps, en pre-

nant  $T \in \{1.6; 3.36; 5.04\}$ . Les étapes de l'algorithme de Serra *et al.* (2017) détaillé en Section 4.3.1 mènent en premier lieu aux positions initiales de l'empreinte lagrangienne, tracées pour chaque valeur de  $T$  en figure 4.17.

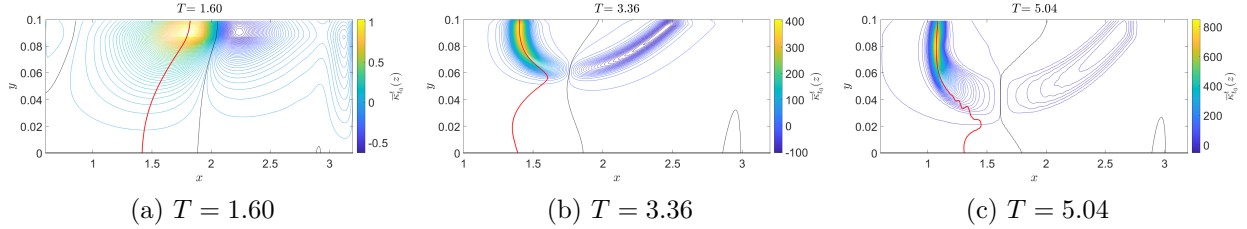


Figure 4.17 Contours des champs de courbure et positions initiales des empreintes lagrangiennes, tracées en rouge, pour différents temps d'intégration dans le cas de la bulle de décollement laminaire. Les lignes d'annulation initiales du champ de courbure apparaissent en noir

On remarque tout d'abord que, comme prédit par Serra *et al.* (2017), la forme initiale de l'empreinte du décollement dépend du temps  $T$ . On observe également une forme initiale moins régulière en augmentant cette plage de temps de calcul. Ce phénomène pourrait ici être dû au fait que, pour diminuer les temps de calcul, un même nombre de pas de temps a été conservé, peu importe le temps  $T$  considéré. Ceci aurait donc pu mener à des imprécisions, notamment lors de l'utilisation des outils de résolution d'équations différentielles de MATLAB, s'exécutant avec des pas de temps  $\Delta t$  plus importants.

Les positions des points  $s_p$ , points d'intersections des empreintes de décollements avec la paroi sont relevées et inscrites dans le Tableau 4.5.

Tableau 4.5 Position du point d'attachement de l'empreinte lagrangienne à la paroi

$T$	1.60	3.36	5.04
$s_p$	1.4116	1.389	1.308

On remarque ici que, contrairement aux prédictions théoriques pour les écoulements stationnaires, le point de rattachement à la paroi dépend de la valeur de  $T$ . Les variations étant relativement faibles, il est possible ici encore que ce résultat soit la conséquence des méthodes numériques.

On décide de s'intéresser plus en détail au cas  $T = 3.36$ . Dans ce cas, 85 pas de temps de la simulation initiale à  $\Delta t = 0.04$  sont considérés, puis réduits à 22 pas de temps pour obtenir un vecteur de temps  $t$  considérés allant de  $t_0 = 0$  à  $T = 3.36$  avec un pas  $\Delta t = 0.16$ . Pour augmenter la vitesse du calcul, une réduction d'un facteur 2 sur le maillage est également

effectué dans les deux directions, pour passer d'un maillage initial de simulation  $n_x \times n_y = 513 \times 257$ , à un maillage pour les calculs  $n_x \times n_y = 257 \times 129$ .

Un calcul mené sur les 22 pas de temps montre une différence maximale sur la vitesse  $u$  entre le champ discret initial et le champ interpolé, pour  $y < 0.5$  (les valeurs proches de la paroi), de 0.0057, pour des vitesses  $u$  atteignant une valeur maximale  $U_{max} = 1.3$ . Cette erreur absolue correspond à une erreur relative de 0.4%, ce qui montre l'efficacité de la méthode d'interpolation et rend la réduction du maillage acceptable.

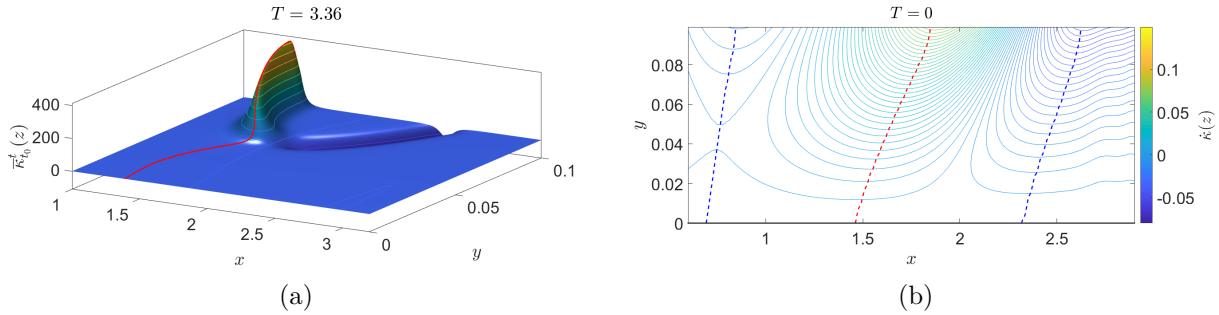


Figure 4.18 (a) Champ de courbure avec position initiale de l'empreinte lagrangienne du décollement, en rouge, pour  $T = 3.36$  (b) Empreinte eulérienne de décollement en pointillés rouges et minima de  $\kappa$  en pointillés bleus dans le cas de la bulle de décollement laminaire

On insère en figure 4.18 la représentation surfacique de la figure 4.17b, ainsi que l'empreinte eulérienne du décollement  $\dot{\mathcal{B}}(0)$ . Le tracé pointillé en rouge représente  $\dot{\mathcal{B}}(0)$  et les lignes pointillées bleues sont les minima du champ de taux de courbure au voisinage de  $\dot{\mathcal{B}}(0)$ .

On remarque ici que l'empreinte eulérienne du décollement se rattache à la paroi pour  $x = 1.46$ , valeur encore différente du point  $s_p$ , ce qui va une fois de plus à l'encontre des prédictions théoriques dans le cas d'un décollement stationnaire. Il est à noter cependant qu'un changement de la résolution entre les points de lignes matérielles initiales a également une influence dans les résultats. Cette résolution a été fixée à  $10^{-3}$  pour l'ensemble des calculs de cette étude, et ce dans les deux directions.

On a jusqu'ici obtenu la position initiale de l'empreinte du décollement. En advectant l'empreinte sous l'influence de  $\mathbf{F}_{t_0}^t$ , on obtient la position de l'empreinte du décollement pour chaque  $t \in [t_0, t_0 + T]$ . On représente en figure 4.19 le résultat correspondant.

Une série de lignes matérielles initialement placées parallèlement à la paroi sont représentées, ici en noir, dans un domaine avoisinant le décollement principal à la paroi inférieure. En rouge sont représentés le point de décollement correspondant à la condition de Prandtl (2.1) ainsi que la ligne de courant particulière qui en émane. Pour chaque pas de temps est représentée

en blanc l’empreinte du décollement, le tout superposé aux champs de vorticité.

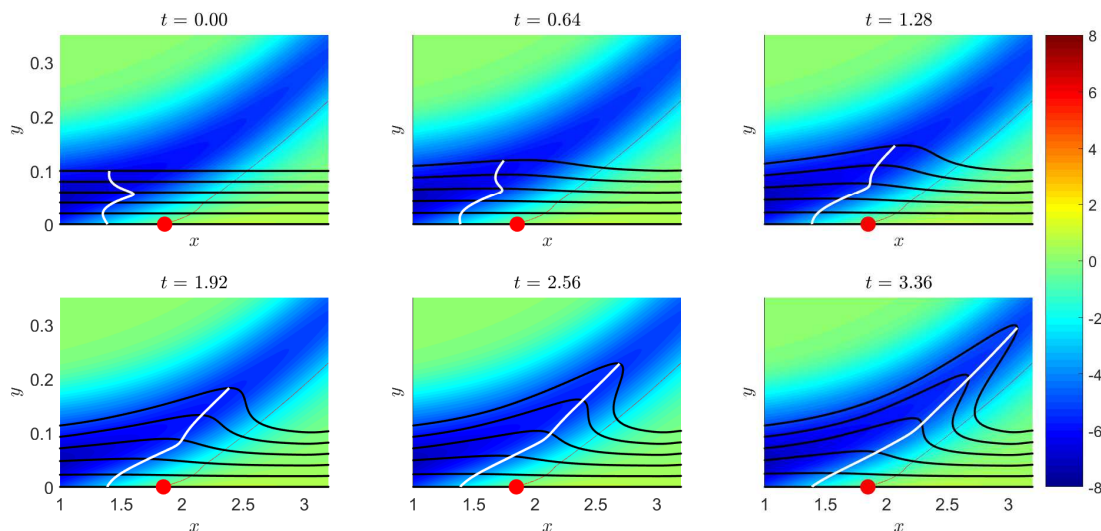


Figure 4.19 Empreinte du décollement principal en blanc, lignes matérielles initialement parallèles à la paroi en noir et point d’annulation du frottement pariétal en rouge, superposés aux champs de vorticité de la bulle de décollement laminaire

Le premier résultat remarquable est que l’origine de l’empreinte du décollement reste attachée à un point fixe de la paroi, qui même pour un décollement stationnaire est diff rent du point de Prandtl. De plus, la limite instantanée exacte du critère de Serra *et al.* (2017) permet de tracer l’empreinte du décollement à  $t = 0$  malgré le fait qu’initialement toutes les lignes matérielles tracées sont parallèles à la paroi. Enfin, au temps final représenté sur la figure 4.19,  $\mathcal{B}(t)$  capture parfaitement le pic des lignes de particules qui aura complètement développé sa forme lagrangienne convergeant vers la ligne de courant émanant du point de Prandtl.

### 4.3.3 Bulle de décollement turbulente

#### Décollement principal

La même étude a été effectuée sur la bulle de décollement turbulente, en y ajoutant l’effet des décollements induits par tourbillons. Comme on le remarque sur la figure 4.16, le décollement principal dans le cas turbulent est plus complexe. On observe pour ce même cas en figure 4.20 la formation de multiples pics dans les lignes matérielles. Ces pics sont caractérisés par des maxima de courbure des lignes matérielles et sont donc efficacement captés par la méthode utilisée ici.

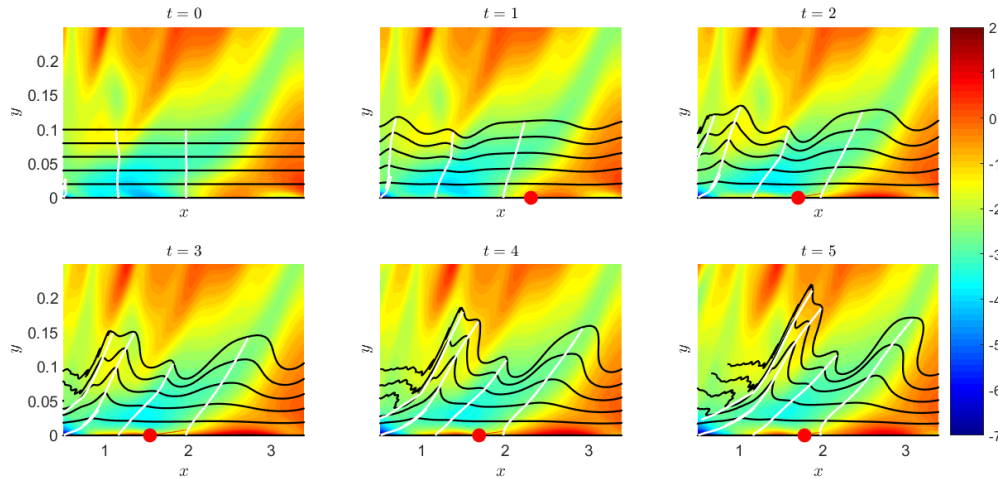


Figure 4.20 Empreintes du décollement principal en blanc, lignes matérielles initialement parallèles à la paroi en noir et point d'annulation du frottement pariétal en rouge, superposés aux champs de vorticité de la bulle de décollement turbulente

Le cas d'étude est désormais instationnaire, ce qui a notamment pour conséquence le fait que le point de Prandtl, représenté en rouge, n'est plus fixe. Encore une fois, on observe qu'il n'y a aucun lien entre ce dernier point et les origines des empreintes de décollement.

### Décollements induits par les tourbillons

Aussi bien dans le cas laminaire que dans le cas turbulent, on observe sur les figures 4.8 et 4.16 que des pics de particules se forment à la suite du décollement principal sous l'effet des

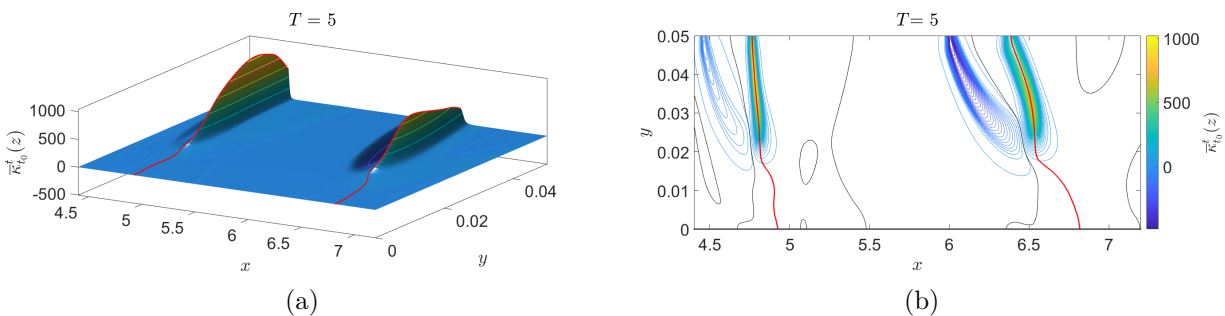


Figure 4.21 Champs de courbure avec position initiale des l'empreintes lagrangienne des décollements induits par tourbillons pour  $T = 5$ . (a) Surface du champ de variation de courbure avec positions initiales des empreintes lagrangiennes des décollements en rouge. (b) Contours du même champ avec positions initiales des empreintes lagrangiennes des décollements en rouge et lignes d'annulation de  $\bar{\kappa}_{t_0}^{t_0+T}$  en noir



tourbillons qui éjectent les particules proches de la paroi. On s'intéresse dans cette section à ces décollements dans le cas turbulent. On choisit, pour l'étude de deux décollements induits par tourbillons, un temps de calcul global  $T = 5$  à partir de  $t_0 = 0$ .

Comme premier aperçu, on trace en figure 4.21 le champ de courbure  $\overline{\kappa}_{t_0}^{t_0+T}$  ainsi que les positions initiales des empreintes des deux décollements capturés.

Pour le même temps total d'intégration, on représente également l'évolution dans le temps des deux empreintes de décollement capturées en figure 4.22.

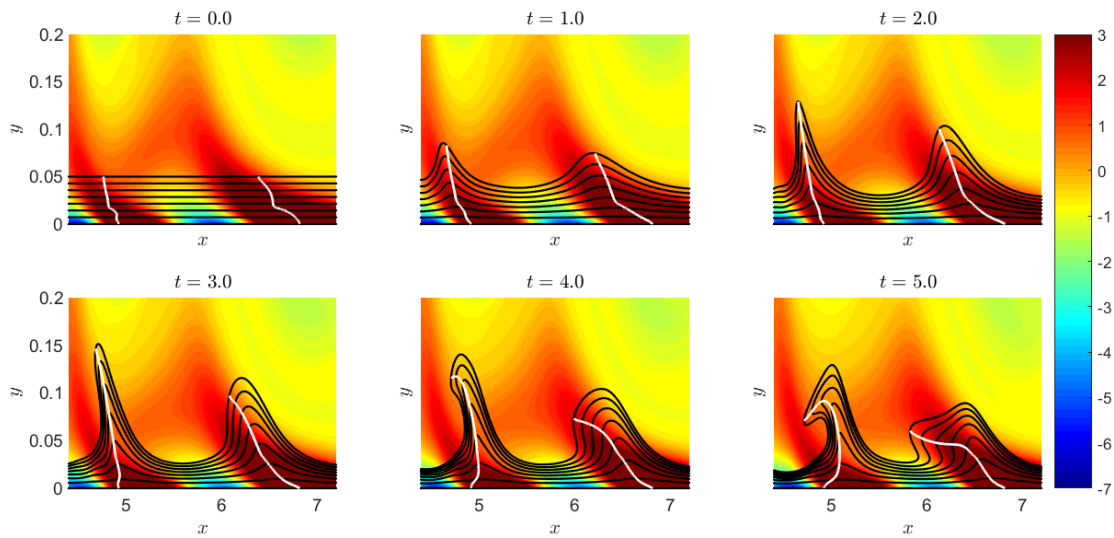


Figure 4.22 Empreintes des décollement en blanc, lignes matérielles initialement parallèles à la paroi en noir, superposées aux champs de vorticité de la bulle de décollement turbulente

Le point de Prandtl n'est plus représenté puisqu'il s'agit d'un cas instationnaire et qu'il n'a

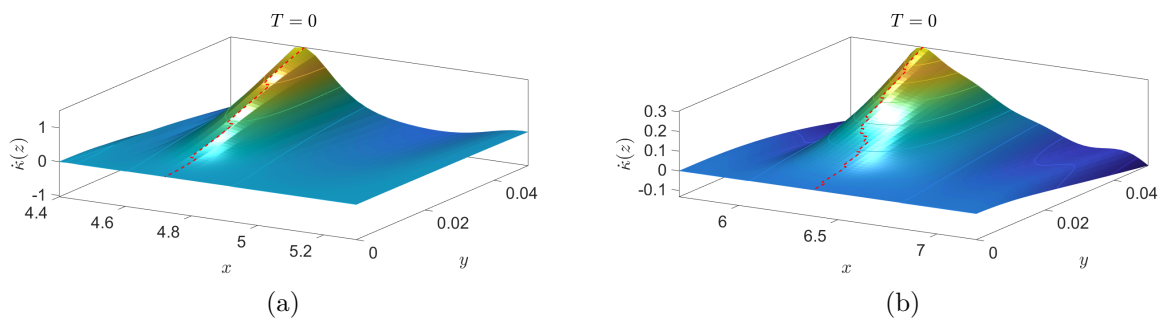


Figure 4.23 Champs de taux de courbure et empreintes eulériennes des décollements induits par tourbillons (pointillés rouges) dans le cas de la bulle de décollement turbulente

aucun lien avec le décollement dans un tel cas, comme il a été montré avec la figure 4.20. Les positions des empreintes du décollement restent attachées à un point de la paroi qui reste fixe dans le temps, mais qui dépend des choix de  $t_0$  et  $T$ . Pour illustrer cette dépendance, on peut notamment s'intéresser à l'empreinte eulérienne du décollement. Pour les deux décollements, on trace l'allure du champ  $\kappa$  ainsi que la crête positive du champ correspondant,  $\dot{\mathcal{B}}(0)$ .

Pour le premier décollement capturé, le point de rattachement de l'empreinte de décollement à la paroi est situé à  $s_p = 4.93$ , alors que l'empreinte eulérienne rejoint la paroi à  $x = 4.72$ , comme représenté en figure 4.23. De la même manière, pour le second décollement, on relève  $s_p = 6.82$  pour un point de raccordement de  $\dot{\mathcal{B}}(0)$  situé à  $x = 6.37$ .

On remarque cependant que malgré la dépendance en  $t_0$  et  $T$  des formes initiales et des points de rattachement à la paroi des empreintes de décollement lagrangiennes,  $\mathcal{B}(t)$  capture toujours efficacement le pic formé par les lignes de particules proches de la paroi.

## CHAPITRE 5 APPLICATION DU CRITÈRE DE DÉTECTION DU PIC DE DÉCOLLEMENT À D'AUTRES EXEMPLES

### 5.1 Introduction

Dans la présente section, les décollements induits par des tourbillons sont analysés dans le cas d'un écoulement tourbillonnaire entre deux marches dans une géométrie analogue à celle montrée en Section 3.2.2. On étudie ensuite les décollements de diverses natures dans un écoulement de jet impactant.

### 5.2 Écoulement tourbillonnaire complexe

#### 5.2.1 Définition de l'écoulement

Cet écoulement a été simulé sur une géométrie dont un aperçu est donné en figure 5.1. Le domaine est rectangulaire de dimensions  $L_x \times L_y = 18 \times 2$ , sur un maillage  $n_x \times n_y = 1025 \times 129$ . Deux marches de longueur  $L_m = 3$  sont placées, l'une à l'entrée du domaine dans la moitié supérieure, l'autre à la sortie, montante, occupant la moitié inférieure de la hauteur du domaine. Les grandeurs utilisées sont adimensionnées par la hauteur de marche et la vitesse moyenne en entrée. On ajoute à la géométrie du cas stationnaire un obstacle fin sous la première marche dont le but est de créer des tourbillons entre les deux marches, pour  $x \in [3, 15]$ .



Figure 5.1 Schéma représentatif du domaine de simulation de l'écoulement tourbillonnaire entre deux marches

Le choix de ces dimensions permet l'observation de multiples tourbillons entre les deux marches, provoquant l'arrachement de particules aux parois supérieure et inférieure.

L'écoulement très complexe demande un pas de temps de simulation très petit, qu'on aura fixé à  $\Delta t = 5 \cdot 10^{-4}$ . Le nombre de Reynolds basé sur la hauteur de marche et la vitesse moyenne en entrée est ici fixé à  $Re = 1500$ . On représente en figure 5.2 les champs de vorticité de cet

écoulement en fonction du temps. On place, proche des parois supérieure et inférieure, des lignes matérielles initialement parallèles aux parois.

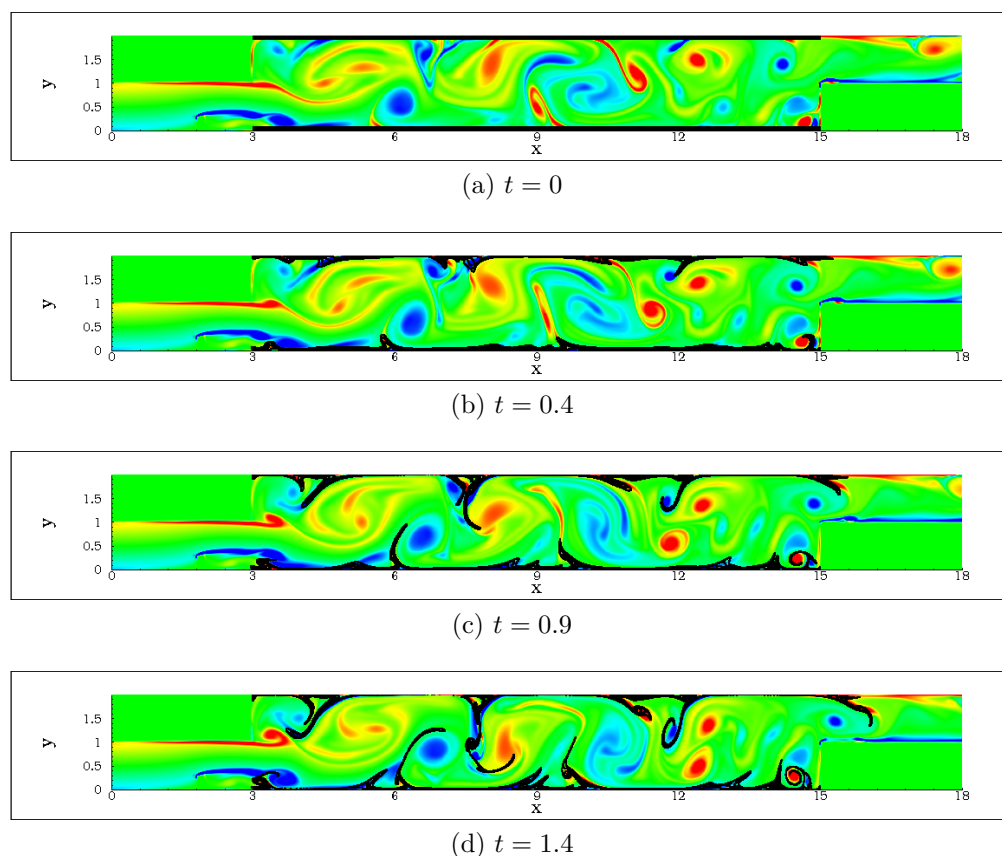


Figure 5.2 Champ de vorticité et mouvements des particules proches des parois dans le cas de l'écoulement tourbillonnaire entre deux marches

On observe que l'écoulement simulé présente une grande complexité, incluant la formation de multiples structures tourbillonnaires. Ces structures tendent à arracher les particules proches des deux parois et entraînent la formation de pics de décollement tout le long de ces deux parois.

L'établissement d'un champ moyen pour tenter de repérer un point de décollement à l'aide des méthodes précédemment évoquées se révèle inefficace. En effet, on observe en figure 5.3 qu'après une moyenne effectuée sur  $10^6$  pas de temps, le champ moyen diffère de celui moyenné sur deux fois plus de pas de temps, ce dernier n'étant pas encore réellement établi. L'application d'une méthode de détection du décollement basée sur l'annulation du cisaillement à la paroi par exemple, est rendue caduque ici. On choisit donc d'étudier la formation des décollements à l'aide de la méthode de détection du pic de décollement de Serra *et al.* (2017).

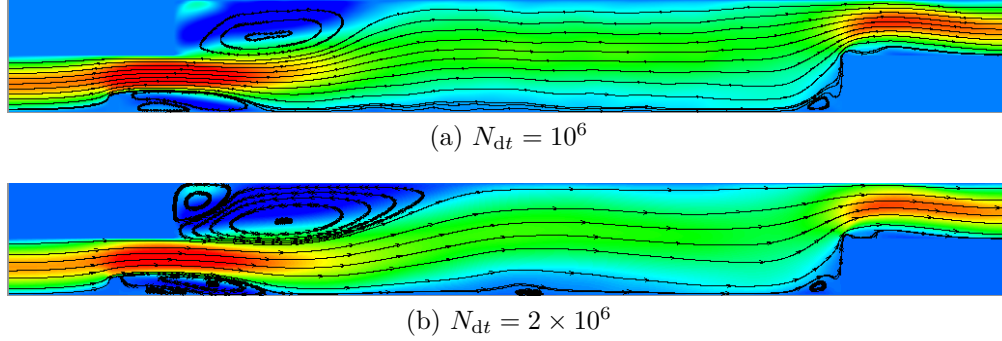


Figure 5.3 Champs de vitesse longitudinale moyenne dans le cas de l'écoulement tourbillonnaire entre deux marches : les lignes de courant sont tracées en noir. (a) Moyenne effectuée sur  $10^6$  pas de temps de simulation. (b) Moyenne effectuée sur  $2 \times 10^6$  pas de temps de simulation

### 5.2.2 Application du critère de détection de l'empreinte du décollement

La figure 5.2 laisse paraître la formation de deux pics regroupés aux environs de la position  $x = 8$  à la paroi inférieure du domaine. On décide dans cette partie de s'intéresser spécifiquement à cette région.

On peut tracer en premier lieu l'allure du champ FTLE, représenté en figure 5.4. Le FTLE aura été calculé avec un temps d'intégration  $T = 1.5$ , temps utilisé également pour les tracé des pics de particules et de l'empreinte du décollement dans cette même région.

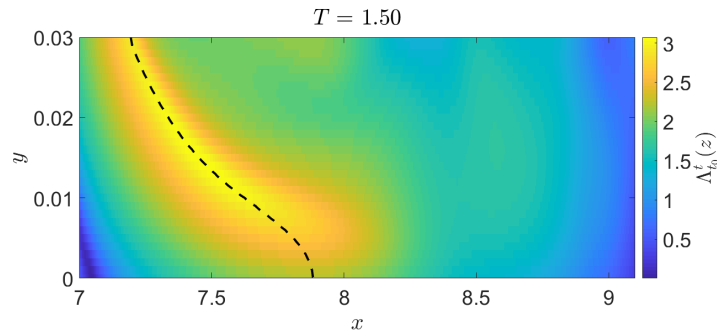


Figure 5.4 Allure du champ FTLE dans la région d'étude du champ tourbillonnaire. La crête de FTLE dans cette région est représentée en pointillés noirs

Le champ de FTLE présente une crête se rattachant à la paroi pour  $x = 7.88$ . On cherche alors à déterminer les origines à la paroi des pics de particules formés à la paroi inférieure dans la région  $x \in [7.5, 9.5]$ . On trace le champ de variation de courbure Langrangienne  $\bar{\kappa}_{t_0}^{t_0+T}$  où  $t_0 = 0$  et  $T = 1.5$ , représenté en figure 5.5.

En figure 5.5a est représentée la surface du champ de  $\bar{\kappa}_{t_0}^{t_0+T}$  ainsi que les allures initiales des

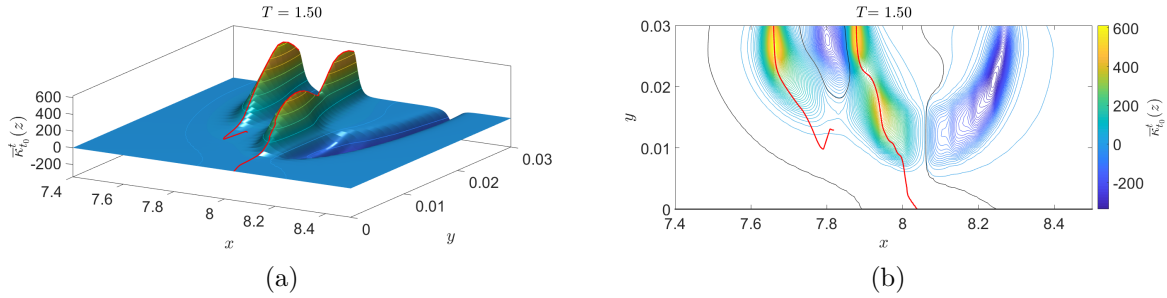


Figure 5.5 (a) Champ de variation de courbure dans le cas du champ tourbillonnaire et positions initiales de  $\mathcal{B}(0)$  en rouge. (b) Contours du même champ avec positions initiales de  $\mathcal{B}(0)$  en rouge et annulations de la variation de courbure en noir

empreintes de décollement, et la figure 5.5b représente le contour de ce même champ. On relève ici la présence de deux empreintes initiales de décollement. L'une se rattache à la paroi à la position  $x = 8.04$ , position encore sans lien avec le point de rattachement à la paroi de la crête de FTLE observée en figure 5.4, alors que la seconde ne se rattache pas à la paroi. Serra *et al.* (2017) observait, pour des temps d'intégration longs sur des écoulements instationnaires, des décollements hors paroi dont l'empreinte était composée d'une partie attachée à la paroi et une autre reliée au maximum de variation de courbure, les deux composantes étant séparées. Dans le cas présent, seule la seconde composante reliée au maximum de  $\bar{\kappa}_{t_0}^{t_0+T}$  apparaît.

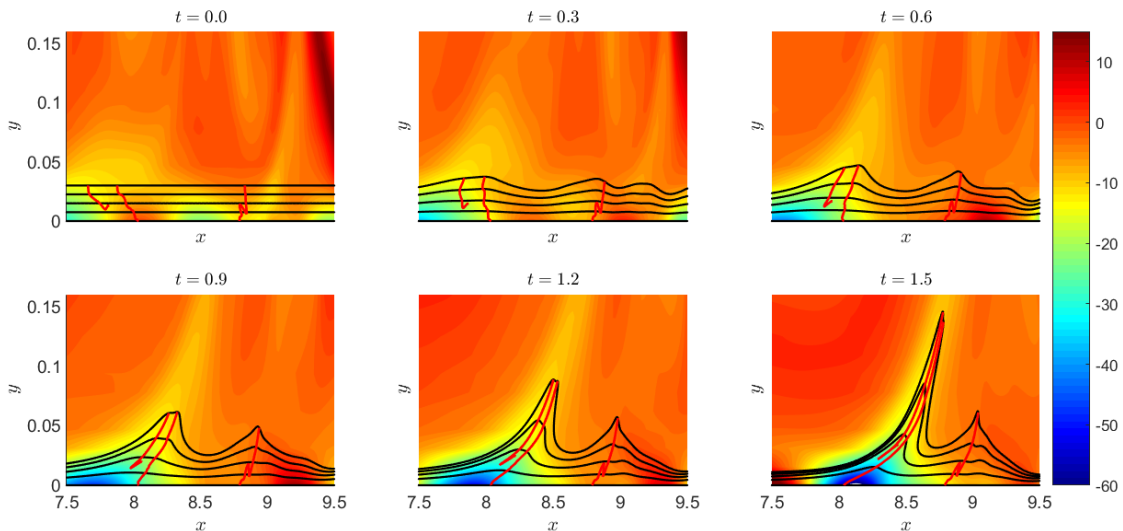


Figure 5.6 Pics dans les lignes de particules tracées en noir et évolution des empreintes des décollements en rouge, superposés au champ de vorticité de l'écoulement tourbillonnaire entre deux marches

On observe en figure 5.6 la formation des pics de particules et l'évolution des empreintes de décollement. Un premier pic principal correspond aux deux décollements observés en figure 5.5. Il est clair ici que le pic principal est formé par le tourbillon caractérisé par les plus hautes valeurs de vorticité, placé directement sur sa gauche. La forme du pic épouse celle de ce tourbillon en se développant jusqu'à sa forme finale à  $t = 1.5$ . Est à noter encore une fois l'efficacité de captation des pics de particules par la méthode basée sur les maxima du champ de courbure.

Un second pic qui n'avait pas été tracé précédemment, mais observé sur les premières représentation du champ de vorticité en figure 5.2, est lui aussi capturé. Il est attaché à la paroi en  $x = 8.79$ . L'écoulement étant instationnaire et très complexe, les formes des empreintes de décollement, ainsi que les positions de leurs points d'attachement lorsqu'ils existent, ont une forte dépendance avec les choix de  $t_0$  et  $T$ . La méthode étudiée ici s'avère être un outil puissant de détection de la naissance du décollement à un instant donné sur une paroi sans glissement.

### 5.3 Jet impactant

#### 5.3.1 Définition de l'écoulement et premières observations

On étudie dans cette section l'écoulement d'un demi-jet impactant bidimensionnel axisymétrique. Les grandeurs évoquées par la suite sont adimensionnées par le diamètre du jet et la vitesse moyenne du jet. Les valeurs sont relevées dans un domaine de dimensions  $L_x = 8$  et  $L_y = 4$  à intervalles de temps  $\Delta t = 0.05$ , sur un maillage  $n_x \times n_y = 301 \times 141$ . Le champ de vorticité de cet écoulement est représenté en figure 5.7.

Le jet est appliqué à la frontière supérieure du domaine et les tourbillons formés vont impacter sur la paroi sans glissement correspondant à  $y = 0$ . Le champ obtenu est périodique, de période  $T_{\text{jet}} = 2.5$ . On peut d'ores et déjà noter que les tourbillons impactant sur la paroi inférieure du domaine sont transportés dans la direction des  $x$  croissants et perdent de leur intensité durant leur déplacement. Deux structures principales sont en tout temps en contact avec la paroi, laissant présager l'apparition de deux décollements induits par tourbillons.

On s'intéresse en figure 5.8 au champ moyen. On trace les lignes de courant prenant leurs origines au niveau du jet ainsi que des lignes de courant en arrière du point d'annulation du frottement moyen pour observer leur aspect dans le domaine complet. Le champ est moyenné sur une période de l'écoulement  $T_{\text{jet}}$  correspondant à 50 pas de temps  $\Delta t = 0.05$ .

Aucun décollement induit par tourbillons ne peut être relevé par l'observation du champ moyen, mais on observe l'apparition d'un point de décollement fixe, qu'on caractérise par le

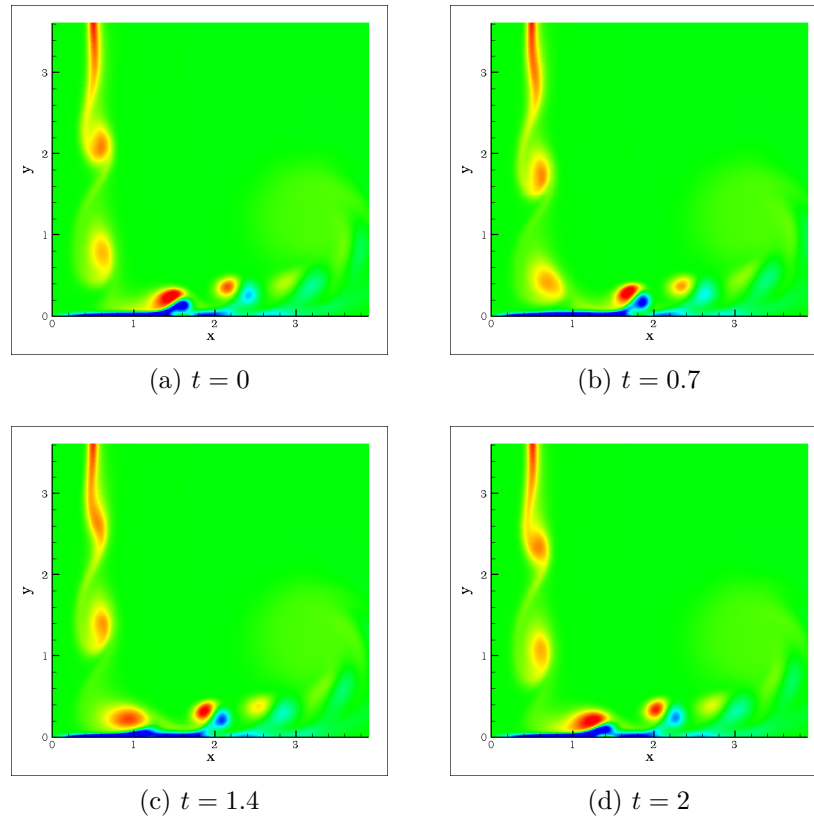


Figure 5.7 Champ de vorticité du jet impactant

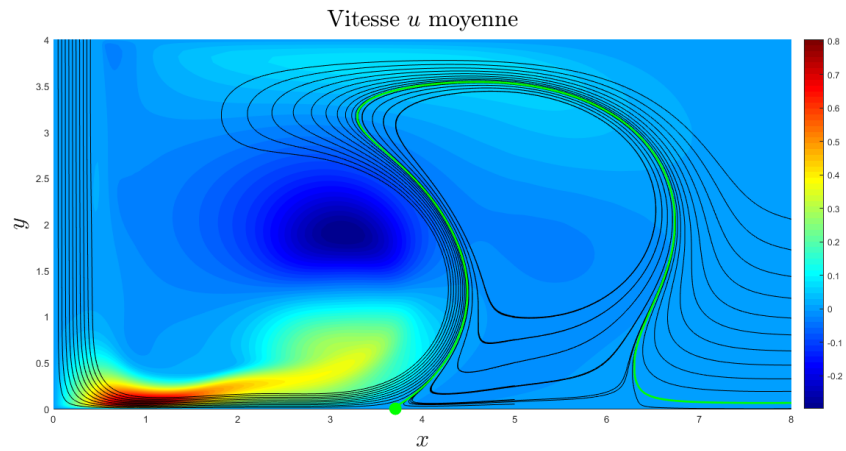


Figure 5.8 Champ moyen de vitesse longitudinale dans le cas du jet impactant. Les lignes de courant sont tracées en noir. Le point d'annulation du frottement moyen à la paroi et la ligne de courant particulière qui en émane sont tracés en vert



point de Prandtl, tracé en vert avec la ligne de courant qui en émane. Ce point est situé à la position  $x = 3.71$ . Les lignes de courant qui prennent leur origine au jet se décolle de la paroi en amont de ce point.

### 5.3.2 Décollement fixe

On s'intéresse en premier lieu au décollement fixe apparaissant en figure 5.8. On représente en figure 5.9 les champs de courbure et les allures initiales des empreintes de décollement obtenus avec un temps d'intégration  $T \approx 5 T_{\text{jet}}$  et  $T \approx 7 T_{\text{jet}}$ . En effet, les valeurs des vitesses au lieu de ce décollement étant très faibles, la formation d'un pic de particules nécessite de considérer plusieurs périodes.

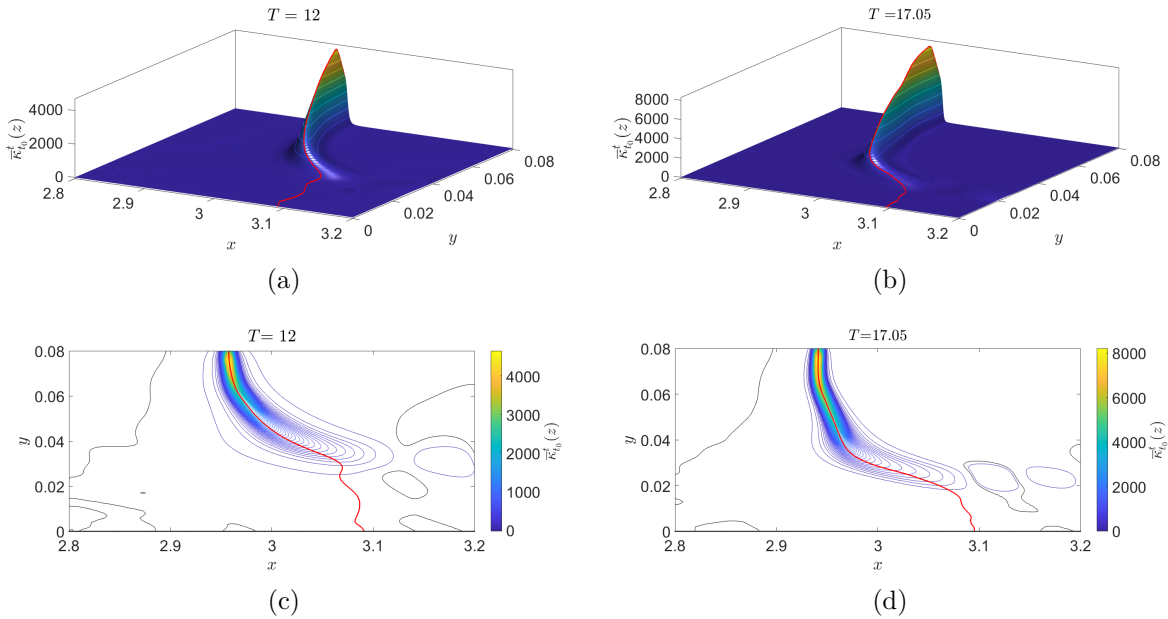


Figure 5.9 Champs de courbure pour deux temps d'intégration différents pour le décollement fixe du jet impactant. (a) et (c) représentent respectivement la surface et les contours du champ de variation de courbure pour  $T = 12$  avec l'empreinte initiale du décollement. (b) et (d) représentent les mêmes variables pour  $T = 17.05$

On remarque ici que, pour le décollement fixe, le temps d'intégration total  $T$  n'a pas d'influence sur le point d'attachement de l'empreinte de décollement, mais seulement sur sa forme, ce qui est en accord avec la théorie de Serra *et al.* (2017). En réalité, un léger écart est observé, mais celui-ci est de l'ordre de  $10^{-3}$ , soit la résolution spatiale choisie pour le calcul du champ de courbure des lignes matérielles. De plus, dans un soucis d'économie de temps de calcul, un nombre constant de pas de temps a été considéré, peu importe le choix de  $T$ . Ainsi, des pas de temps d'intégration atteignant  $\Delta t = 0.55$  ont dû être considérés pour le

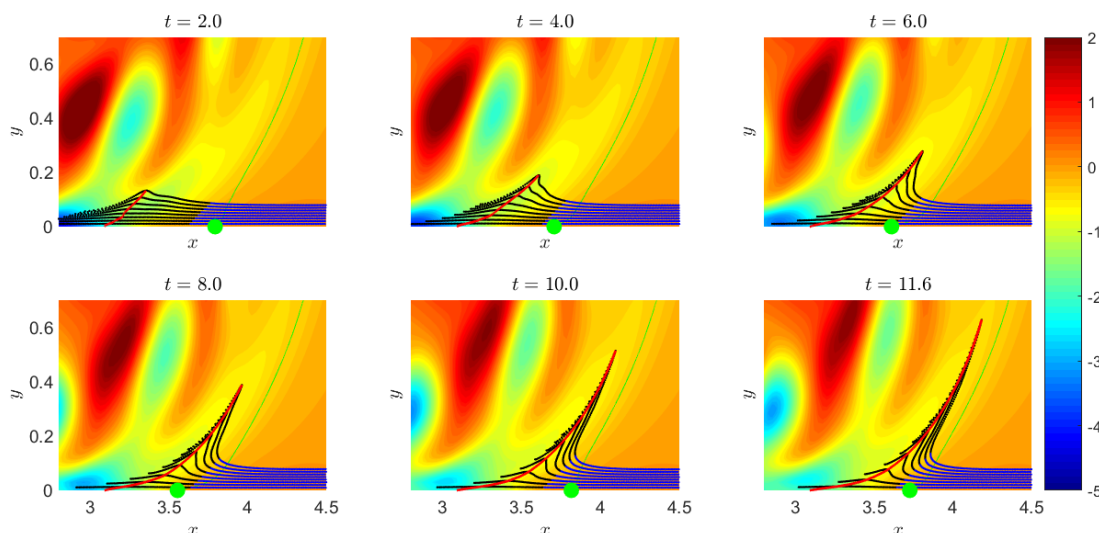


Figure 5.10 Pics et empreinte du décollement fixe dans le cas du jet impactant. Les particules initialement situées en amont du profil de décollement de Haller (2004) sont tracées en noir, les autres en bleu. L'empreinte du décollement est tracées en rouge et le point d'annulation du frottement pariétal et la ligne de courant particulière qui en émane sont tracées en vert

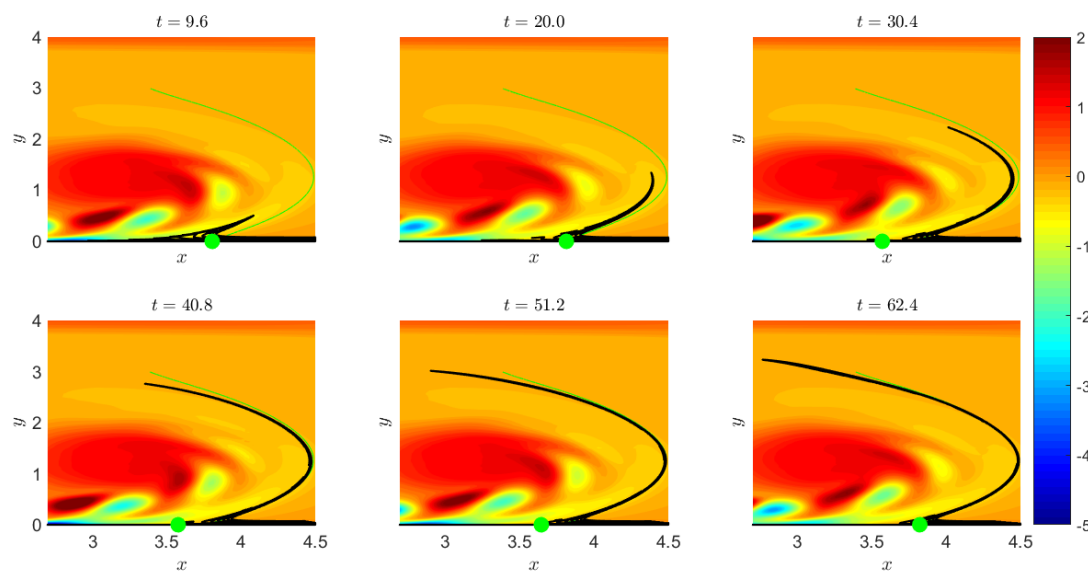


Figure 5.11 Convergence du pic de décollement formé par les lignes matérielles tracées en noir vers la ligne de courant particulière émanant du point de Prandtl dans le cas du jet impactant représentés en vert

plus grand temps d'intégration  $T \approx 7 T_{\text{jet}}$ , ce qui peut également être à l'origine de cette erreur minime.

La figure 5.10 montre l'évolution dans le temps des pics de décollement dans le cas  $T \approx 5 T_{\text{jet}}$ . On trace le point de décollement prédit par Prandtl, en vert, ainsi que la ligne de courant qui en émane. Ce point prend des valeurs dans l'intervalle  $x \in [3.56, 3.82]$  sur les pas de temps représentés, oscillant ainsi autour de la position moyenne relevée plus tôt. On aura également coloré les particules situées d'un côté et de l'autre du profil de décollement prédit par Haller (2004), divisant deux zones dynamiquement différentes : l'une pour laquelle les particules sont éjectées de la paroi et l'autre où elles restent dans son voisinage. Le critère de Haller est adapté au décollement fixe, mais le profil qu'il prédit n'est pas confondu avec le centre du pic de décollement  $\mathcal{B}(t)$ .

Le pic de particules est capturé parfaitement par l'empreinte du décollement. Il s'attache à la paroi à la position  $x = 3.09$ , en amont du point prédit par la théorie de Prandtl. On remarque en plus que la forme du pic de particules tend à épouser la forme de la ligne de courant émanant de ce dernier point quand  $t \rightarrow \infty$ . Ce résultat est illustré sur la figure 5.11.

### 5.3.3 Décollements induits par tourbillons

Toujours dans le cas du jet impactant, on s'intéresse dans cette section aux décollements induits par les tourbillons arrachant des particules à la paroi inférieure du domaine. Sur une période, on observe deux principaux pics de décollement en amont du décollement fixe étudié plus tôt.

#### Premier décollement

Le premier décollement apparaissant dans le domaine naît lorsque le tourbillon formé par le jet prend contact avec la paroi. L'intensité du tourbillon lui permet d'arracher très rapidement les particules à la paroi. On observe dans un premier temps en figure 5.12 le champ FTLE, calculé pour un temps d'intégration négatif  $T = 1$ .

Une crête du champ FTLE est observée et se raccorde à la paroi en  $x = 1.34$ . En s'intéressant alors aux courbes produites par le code de calcul de l'empreinte du décollement, représentées en figure 5.13, on observe que ce dernier point n'est pas lié aux points d'origine des crêtes du champ de courbure des lignes matérielles.

Ces crêtes sont au nombre de deux pour le premier pic principal de décollement. Les origines à la paroi des empreintes eulériennes de décollement sont situées en  $x = 1.33$  et  $x = 1.55$  tandis que les origines des empreintes lagrangiennes sont situées en  $x = 1.39$  et  $x = 1.60$ . Ces

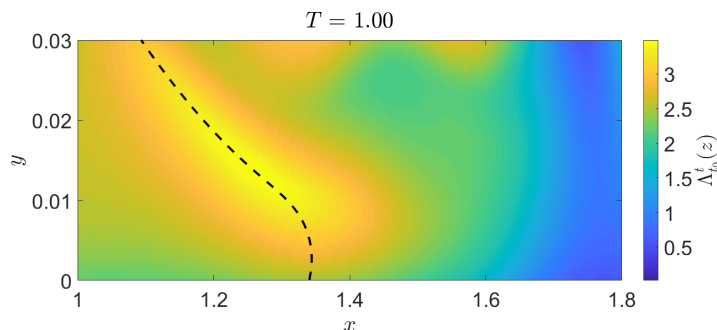


Figure 5.12 Allure du champ FTLE pour le premier décollement induit par tourbillon : la crête de FTLE dans cette région est représentée en pointillés noirs

valeurs de points d'ancrages différentes sont caractéristiques des décollements instationnaires que sont ceux induits par des tourbillons.

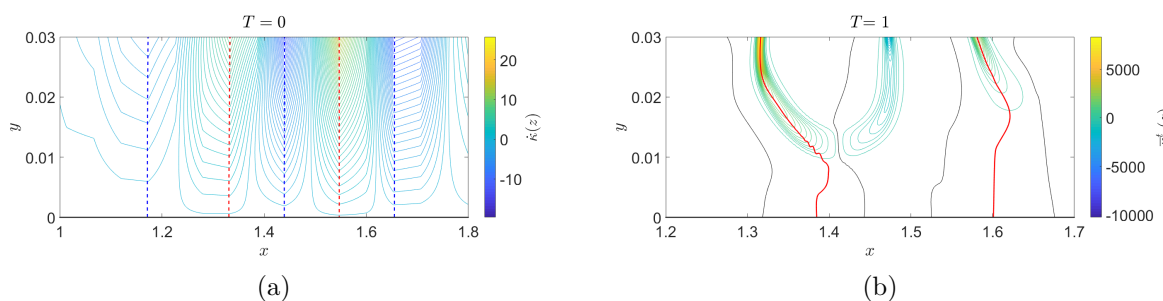


Figure 5.13 (a) Empreintes eulériennes,  $\dot{\mathcal{B}}(0)$  du décollement. Les lignes pointillées rouges dénotent des maxima locaux du champ  $\kappa$  dont les contours sont représentés, et les lignes pointillées bleues les minima les plus proches. (b) Empreintes lagrangiennes  $\mathcal{B}(0)$  initiales du premier décollement induit par tourbillon, en rouge, superposées au champ de variation de courbure pour  $T = 1$

On peut observer l'évolution en temps de l'empreinte lagrangienne du décollement en figure 5.14. On place également le point de Prandtl instantané pour chaque pas de temps représenté. Celui-ci se déplace progressivement vers les  $x$  croissants, jusqu'à sortir du domaine d'étude, et ne peut donc pas caractériser le décollement auquel on s'intéresse ici.

Les deux crêtes de courbures observables dans les lignes matérielles initialement parallèles à la paroi sont parfaitement capturées par les empreintes représentées en rouge. Les points d'ancrage à la paroi de ces empreintes de décollement restent fixes dans le temps, et sans aucun lien avec le point de Prandtl.

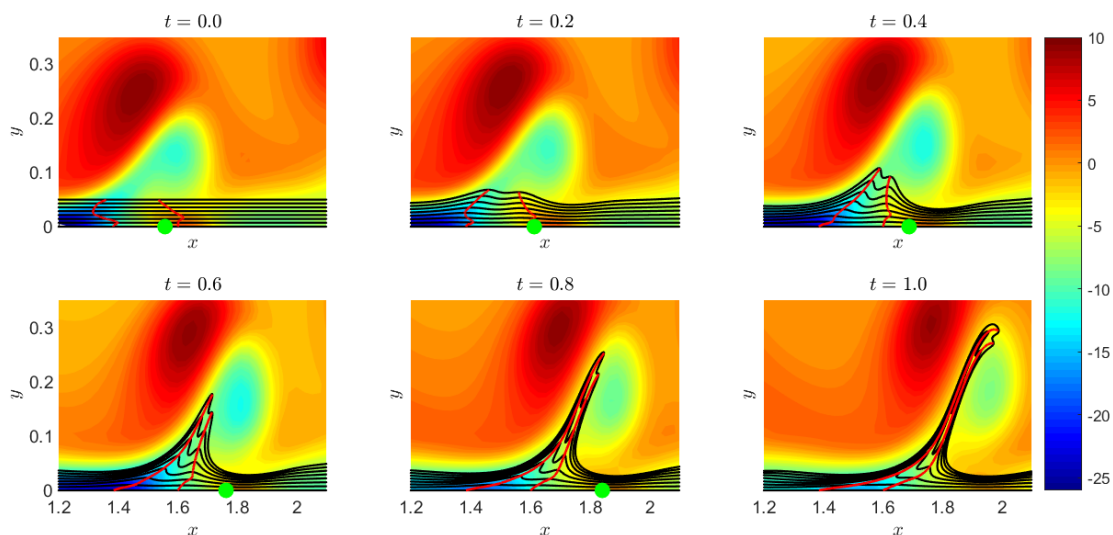


Figure 5.14 Pics et empreintes du premier décollement induit par tourbillon superposés au champ de vorticité dans le cas du jet impactant. Les lignes de particules initialement placées parallèlement à la paroi sont tracées en noir. Les empreintes de décollement sont tracées en rouge. Le point d'annulation du frottement à la paroi, lorsqu'il existe à l'intérieur du domaine, est tracé en vert

## Second Décollement

En se déplaçant dans le domaine d'étude, la seconde structure tourbillonnaire en contact avec la paroi sans glissement apparaît et arrache des particules à la paroi pour former un second pic de décollement. Ici encore, on peut observer une crête du FTLE, raccordée à la paroi à la position  $x = 2.32$ , comme représenté en figure 5.15.

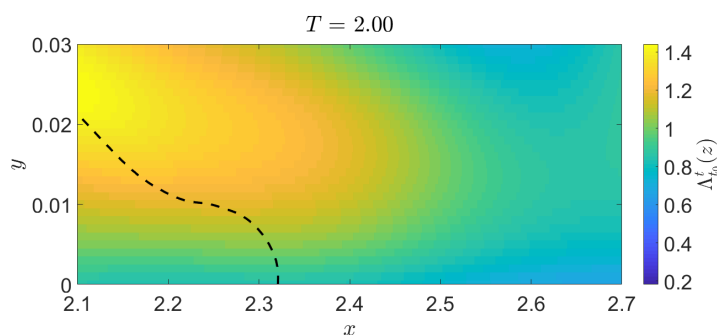


Figure 5.15 Allure du champ FTLE pour le second décollement induit par tourbillon : la crête de FTLE dans cette région est représentée en pointillés noirs

Le tourbillon prenant source au jet perd en intensité à mesure qu'il se déplace dans le domaine.

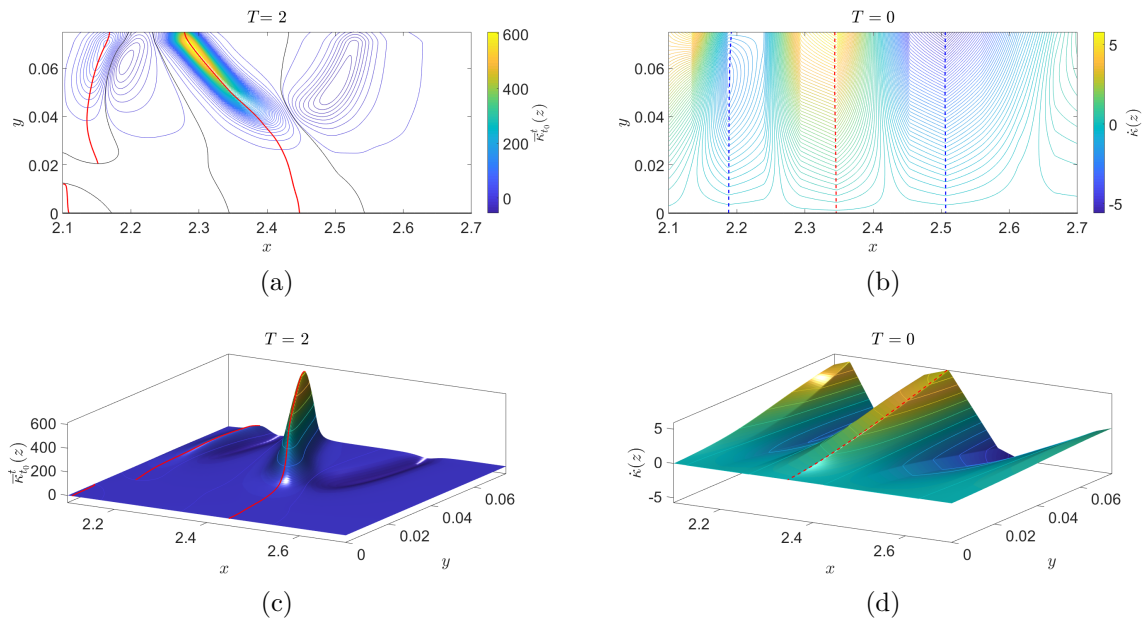


Figure 5.16 (a) et (c) Empreintes lagrangiennes,  $\mathcal{B}(0)$  initiales du premier décollement induit par tourbillon, en rouge, superposées au champ de variation de courbure pour  $T = 2$ . (b) et (d) Empreintes eulériennes  $\dot{\mathcal{B}}(0)$  des décollements. Les lignes pointillées rouges dénotent des maxima locaux du champ  $\kappa$ , et les lignes pointillées bleues les minima les plus proches

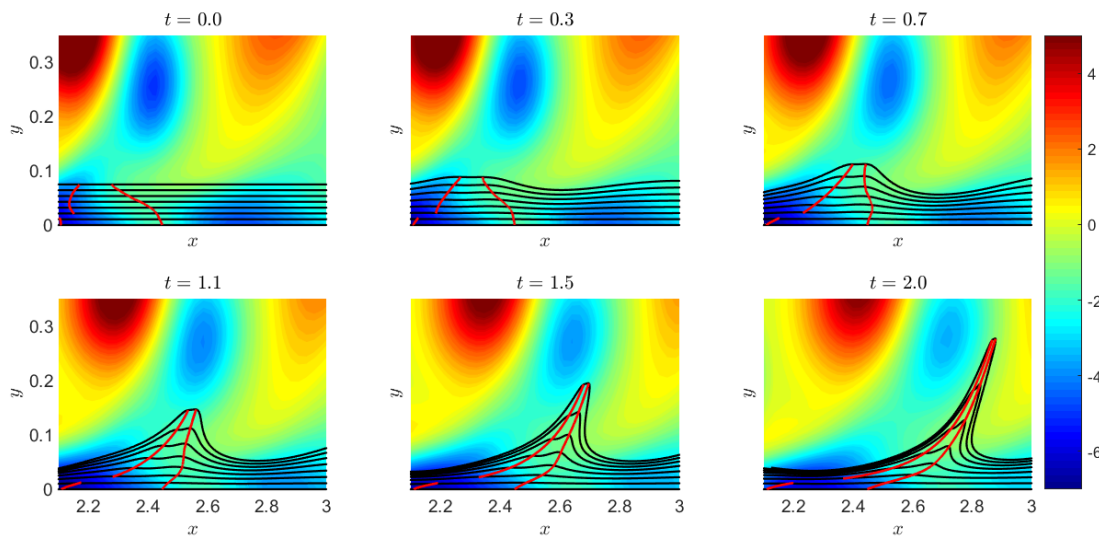


Figure 5.17 Pics des lignes matérielles tracées en noir et empreinte, en rouge, du second décollement induit par tourbillon superposés au champ de vorticité du jet impactant

C'est pourquoi le temps d'intégration nécessaire à l'observation des pics de particules est plus élevé dans ce cas. On aura choisi  $T = 2$ .

On trace en figure 5.16 l'allure des champs de variation de courbure  $\overline{\kappa}_{t_0}^{t_0+T}$  et de taux de courbure  $\dot{\kappa}$ , ainsi que leurs crêtes positives, correspondant respectivement aux empreintes  $\mathcal{B}(0)$  et  $\dot{\mathcal{B}}(0)$ .

Encore ici, aucun lien n'existe entre l'origine de la LCS observée en figure 5.15 et celles des empreintes de décollement lagrangiennes. Deux crêtes sont observées encore une fois, et il est à noter que l'une d'elle comporte deux composantes : une composante reliée à la paroi, et l'autre à un maximum du champ de variation de courbure. Cette séparation est caractéristique d'un décollement hors paroi, comme l'a montré Serra *et al.* (2017). On peut tracer l'évolution temporelle de l'empreinte lagrangienne du décollement, en figure 5.17.

Avec l'advection des deux empreintes caractérisant les maxima de courbures dans les lignes matérielles proches de la paroi, on note avec de plus en plus de certitude que la crête de courbure prenant son origine en  $x = 2.11$ , attachée à la paroi, est bien une composante de l'empreinte séparée en deux. On a donc effectivement capturé ici un décollement hors paroi.

## CHAPITRE 6 CONCLUSION

### 6.1 Synthèse des travaux

On a confirmé durant cette étude que les critères de détection du décollement et les définitions de profils de décollement mènent à des résultats généralement différents. Ces critères nécessitant une quantité de données antérieures trop importante, ou encore n'étant simplement pas applicables ont été dépassés par la récente théorie sur la détection de la formation du pic de décollement (Serra *et al.*, 2017).

Cette théorie étant applicable à des écoulements à dépendance temporelle quelconque, a été validée sur plusieurs écoulements, passant de la bulle de décollement en régime laminaire jusqu'à un écoulement tourbillonnaire instationnaire sans aucune composante moyenne. Elle permet de déterminer, à un temps donné, et sans besoin de données antérieures à ce moment, une composante principale du décollement qu'est le pic formé par les particules situées proches de la paroi au niveau du décollement.

Cette méthode permet de déterminer avec la même certitude la présence d'un point de décollement fixe que celle d'un décollement induit par des tourbillons arrachant les particules au contact d'une paroi sans glissement. On a également noté la capacité de cette méthode à expliciter la présence de décollements hors paroi dans les écoulements instationnaires. Le pic de décollement ayant été démontré comme apparaissant dans tous les types de décollement, ce critère est universel et sa validation présente une avancée majeure dans ce qui pourra être la prédiction et le contrôle du décollement.

### 6.2 Limitations de la solution proposée

On a remarqué que, contrairement aux prédictions faites à l'établissement de la théorie, le point d'attachement de l'empreinte de décollement à la paroi sans glissement a tendance à varier pour des temps d'intégration différents, même parfois dans le cas d'un décollement fixe. Reste à déterminer si ce phénomène est dû à des seules erreurs numériques liées à des pas d'intégration temporelle trop importants, ou encore à une résolution spatiale du champ de courbure trop grossière.

De plus, on a essentiellement basé notre étude sur des écoulements en deux dimensions, limitant la pertinence du critère à ces seuls écoulements, relativement éloignés d'écoulements physiques réels.



### 6.3 Améliorations futures

Il est évident qu'une application du critère de détection du pic de décollement présenté ici à des écoulements en trois dimensions est la prochaine étape dans ce travail, pour obtenir un critère universel de détection du décollement dans les écoulements physiques.

Une validation supplémentaire sera également apportée prochainement aux décollements ayant lieu sur des parois courbées, comme par exemple, une application directe à un profil aérodynamique. Le pic de décollement sur une paroi non plane a été exploré, pour le moment, seulement pour l'écoulement d'un fluide autour d'un cylindre, et pour des données analytiques.

## RÉFÉRENCES

- Alam, M. et Sandham, N. (2000). Direct numerical simulation of ‘short’ laminar separation bubbles with turbulent reattachment. *Journal of Fluid Mechanics*, 403, 223–250.
- Cadieux, F. et Domaradzki, J. (2015). Performance of subgrid-scale models in coarse large eddy simulations of a laminar separation bubble. *Physics of Fluids*, 27(4), 045112.
- Gaster, M. (1969). *The structure and behaviour of laminar separation bubbles*. Citeseer.
- Gautier, R., Laizet, S. et Lamballais, E. (2014). A dns study of jet control with micro-jets using an immersed boundary method. *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, 28(6-10), 393–410.
- Hadjighasem, A., Farazmand, M., Blazeovski, D., Froyland, G. et Haller, G. (2017). A critical comparison of lagrangian methods for coherent structure detection. *Chaos : An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 27(5), 053104.
- Haller, G. (2004). Exact theory of unsteady separation for two-dimensional flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 512, 257–311.
- Laizet, S. et Lamballais, E. (2009). High-order compact schemes for incompressible flows : A simple and efficient method with quasi-spectral accuracy. *Journal of Computational Physics*, 228(16), 5989–6015.
- Lamballais, E. (2014). Direct numerical simulation of a turbulent flow in a rotating channel with a sudden expansion. *Journal of Fluid Mechanics*, 745, 92–131.
- Lamballais, E., Fortuné, V. et Laizet, S. (2011). Straightforward high-order numerical dissipation via the viscous term for direct and large eddy simulation. *Journal of Computational Physics*, 230(9), 3270–3275.
- Liu, C. et Wan, Y. (1985). A simple exact solution of the prandtl boundary layer equations containing a point of separation. *Archive for rational mechanics and analysis*, 89(2), 177–185.
- Manhart, M. et Friedrich, R. (2002). Dns of a turbulent boundary layer with separation. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 23(5), 572–581.
- Miron, P. et Vétel, J. (2015). Towards the detection of moving separation in unsteady flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 779, 819–841.
- Moore, F. (1958). On the separation of the unsteady laminar boundary layer. *Grenzschichtforschung/Boundary Layer Research*, Springer. 296–311.

- Na, Y. et Moin, P. (1998). Direct numerical simulation of a separated turbulent boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 374, 379–405.
- Perry, A. et Fairlie, B. (1975). Critical points in flow patterns. *Advances in geophysics*, 18, 299–315.
- Peskin, C. (1972). Flow patterns around heart valves : a numerical method. *Journal of computational physics*, 10(2), 252–271.
- Peskin, C. (2002). The immersed boundary method. *Acta numerica*, 11, 479–517.
- Prandtl, L. (1904). Über flüssigkeitsbewegung bei sehr kleiner reibung. *Int. Math. Kongr Heidelberg. Leipzig*.
- Rott, N. (1956). Unsteady viscous flow in the vicinity of a stagnation point. *Quarterly of Applied Mathematics*, 13(4), 444–451.
- Sears, W. et Telionis, D. (1971). Unsteady boundary-layer separation. *Recent research on unsteady boundary layers*, 1, 40A.
- Sears, W. et Telionis, D. (1975). Boundary-layer separation in unsteady flow. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 28(1), 215–235.
- Serra, M. et Haller, G. (2016). Objective eulerian coherent structures. *Chaos : An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 26(5), 053110.
- Serra, M., Vétel, J. et Haller, G. (2017). Exact theory of material spike formation in flow separation. *Soumis*.
- Shadden, S., Lekien, F. et Marsden, J. (2005). Definition and properties of lagrangian coherent structures from finite-time lyapunov exponents in two-dimensional aperiodic flows. *Physica D : Nonlinear Phenomena*, 212(3), 271–304.
- Shariff, K., Pulliam, T. et Ottino, J. (1991). A dynamical systems analysis of kinematics in the time-periodic wake of a circular cylinder. *Lectures in Applied Mathematics*, 28, 613–646.
- Spalart, P. et Strelets, M. (2000). Mechanisms of transition and heat transfer in a separation bubble. *Journal of Fluid Mechanics*, 403, 329–349.
- Van Dommelen, L. et Shen, S. (1982). The genesis of separation. *Numerical and physical aspects of aerodynamic flows*, Springer. 293–311.
- Williamson, J. (1980). Low-storage runge-kutta schemes. *Journal of Computational Physics*, 35(1), 48–56.
- Wilson, P. et Pauley, L. (1998). Two-and three-dimensional large-eddy simulations of a transitional separation bubble. *Physics of fluids*, 10(11), 2932–2940.

Yuster, T. et Hackborn, W. (1997). On invariant manifolds attached to oscillating boundaries in stokes flows. *Chaos : An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 7(4), 769–776.