

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ALGORITHME TABOU POUR LE PROBLÈME DE POSITIONNEMENT DES TROUS DE  
FORAGE EN TENANT COMPTE D'UN INDICE D'INCERTITUDE DES BLOCS

GILLES ÉRIC PALOBDÉ ZAGRÉ

DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES ET DE GÉNIE INDUSTRIEL  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES  
(MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES)

DÉCEMBRE 2016

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

ALGORITHME TABOU POUR LE PROBLÈME DE POSITIONNEMENT DES TROUS DE  
FORAGE EN TENANT COMPTE D'UN INDICE D'INCERTITUDE DES BLOCS

présenté par : ZAGRÉ Gilles Éric Palobdé

en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. AUDET Charles, Ph. D., président

M. GUIBAULT François, Ph. D., membre et directeur de recherche

M. GAMACHE Michel, Ph. D., membre et codirecteur de recherche

M. MARCOTTE Denis, Ph. D., membre et codirecteur de recherche

M. DASYS Andrew, B. Eng., membre

## DÉDICACE

*À mes parents...*

## REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier tout d'abord mon directeur de recherche François Guibault pour la confiance qu'il m'a accordée en acceptant de diriger mon travail de recherche. Merci de m'avoir proposé un sujet passionnant, des conseils judicieux, un support infailible et merci pour la flexibilité qu'il m'a autorisé à avoir dans la conduite de ce projet de recherche.

Mes remerciements vont également à mes codirecteurs de recherche Michel Gamache et Denis Marcotte pour leur disponibilité et leur précieuse supervision. J'ai eu la chance de bénéficier d'un encadrement de première qualité pour chaque partie de ce projet de recherche et j'en suis extrêmement reconnaissant.

Un remerciement spécial à Marie-Gabrielle Vallet qui a beaucoup contribué au succès de chaque étape de ce travail de recherche. Merci pour sa grande disponibilité, sa supervision et pour avoir rendu ce travail plus stimulant en partageant avec moi son expérience de recherche.

Enfin j'adresse un dernier remerciement aux membres de ma famille pour leur support moral et leur patience au quotidien. Leur présence et leurs encouragements continus m'ont été précieux.

## RÉSUMÉ

Dans le cadre de la recherche exploratoire, le problème du positionnement des trous de forage (PTF) émerge du besoin de planifier avec précision les forages de définitions dont le but est d'améliorer la connaissance du gisement souterrain. Pour résoudre ce problème deux approches sont souvent utilisées : l'approche géostatistique et l'approche d'optimisation.

L'approche géostatistique actuelle consiste principalement à subdiviser le champ exploré en blocs classifiés en fonction de la précision de l'estimation de leur teneur en minerais, et à positionner plus ou moins subjectivement les forages vers les blocs d'intérêt. L'approche d'optimisation propose de sélectionner le meilleur sous-ensemble de forages pour maximiser la couverture des blocs par les forages, mais ne discrimine pas les blocs en fonction de l'information déjà disponible sur ceux-ci. La nouvelle approche proposée dans ce travail intègre ces deux approches : une métaheuristique est développée pour résoudre le problème du PTF en prenant en compte un nouvel indice d'incertitude sur la présence du gisement dans un bloc : la variance de faciès.

La méthode géostatistique proposée pour le calcul de la variance de faciès s'applique directement à la reconstitution de l'enveloppe surfacique du gisement. Elle est basée sur l'interprétation d'un variogramme expérimental construit à partir des forages existants et utilise la simulation par bandes tournantes. Le problème du PTF est reformulé pour tenir compte de ce nouvel indice d'incertitude des blocs et un algorithme tabou est développé pour permettre de résoudre le PTF ainsi reformulé. Les résultats de cet algorithme se montrent satisfaisants, permettant d'obtenir des solutions de qualité avoisinant 95% de l'optimum pour des instances moyennes du problème d'optimisation.

L'intuition qui a donné lieu à ce travail est qu'il est possible d'intégrer un critère de discrimination des blocs, basé sur les forages existants dans la formulation actuelle et courante du PTF. Les travaux de cette recherche montrent que la prise en compte de la variance de faciès comme indice d'incertitude est une valeur ajoutée dans la solution du problème de PTF. La méthode proposée est applicable aussi bien en 2D qu'en 3D.

## ABSTRACT

As part of mining exploration, the drill holes positioning problem (DPP) emerges from the need to accurately plan definition drill holes whose aim is to improve current knowledge of the underground deposit. Two approaches are often used to solve this problem: the geostatistical approach and the optimization approach.

The current geostatistical approach consists mainly in subdividing the exploration field into blocks that are classified according to the perceived accuracy of their mineral content estimation. The drill holes are then planned with more or less subjectivity, roughly placing new drill holes next to the blocks of interest.

The optimization approach aims to select the best subset of drill holes that maximizes coverage of the blocks (proximity between drill holes and blocks). However the blocks are not differentiated and the current available information (existing samplings) is unused.

This research proposed a new approach that incorporates both approaches: a meta-heuristic is developed to solve the DPP while taking into account a new uncertainty index that quantifies reliability of the current interpretation of the blocks. This new index is defined as the blocks facies variance index.

A geostatistical process is proposed for calculating the blocks facies variance and this process is shown to be enhancing the reconstitution of the deposit surface or external envelope. The proposed method relies on the experimental variogramme calculated from existing samples and involves geostatistical simulations using the turning bands algorithm.

The DPP is reformulated to include the new uncertainty index and a tabou search algorithm is developed to solve that new formulation of the DPP. The proposed tabou search algorithm is shown to provide good quality solutions approaching 95% of the optimal solution calculated for medium size problems.

The intuition that led to this work was that it is possible to enhance the DPP with the use of the current information from existing drill holes. This research shows that defining and taking into account the blocks facies variance adds value and provides better solutions to the DPP. Furthermore, the proposed method is applicable to both 2D and 3D deposits.

## TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE.....	III
REMERCIEMENTS .....	IV
RÉSUMÉ.....	V
ABSTRACT .....	VI
TABLE DES MATIÈRES .....	VII
LISTE DES TABLEAUX.....	X
LISTE DES FIGURES.....	XI
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS .....	XIII
CHAPITRE 1 INTRODUCTION.....	1
CHAPITRE 2 REVUE DE L'ÉTAT DE L'ART .....	4
2.1 Définitions et concepts géostatistiques utiles.....	4
2.2 Positionnement des trous de forage.....	8
2.2.1 Approche géostatistique .....	8
2.2.2 Approche d'optimisation.....	10
2.3 Convergence de l'échantillonnage de Gibbs.....	12
2.4 Limitations des méthodes existantes .....	15
CHAPITRE 3 CALCUL D'UN INDICE D'INCERTITUDE DE FACIÈS.....	17
3.1 Objectif spécifique .....	17
3.2 Définition de la problématique.....	17
3.3 Description du processus de calcul de l'incertitude de faciès.....	18
3.4 Choix d'un modèle théorique de variogramme.....	20
3.4.1 Influence du choix du modèle théorique de variogramme .....	22
3.4.2 Impact de la portée du variogramme.....	24

3.5	Conditionnement des faciès observés .....	27
3.5.1	Convergence de l'échantillonneur de Gibbs .....	29
3.5.2	Impact de la corrélation des chaînes de valeurs gaussiennes .....	30
3.6	Simulation de faciès par bandes tournantes .....	32
3.7	Calcul et interprétation de l'indice d'incertitude de faciès .....	33
3.7.1	Calcul de la probabilité de faciès et de l'incertitude de faciès .....	33
3.7.2	Impact du nombre de réalisations.....	34
3.7.3	Comparaison à la variance de krigeage.....	36
3.8	Influence d'un nouveau forage sur l'indice d'incertitude .....	37
3.9	Application sur un exemple 3D.....	40
CHAPITRE 4 MÉTAHEURISTIQUE POUR LE PTF EN TENANT COMPTE DE L'INCERTITUDE DE FACIÈS DES BLOCS .....		43
4.1	Objectif spécifique .....	43
4.2	Définition de la problématique et approche proposée.....	43
4.3	Formulation mathématique du problème d'optimisation .....	44
4.3.1	Données d'entrée et de sortie .....	44
4.3.2	Variables.....	45
4.3.3	Fonction objectif .....	45
4.3.4	Contraintes .....	46
4.3.5	Formulation complète de différentes variantes du problème .....	47
4.4	Solution optimale .....	48
4.4.1	Cas test 1 .....	49
4.4.2	Cas test 2 .....	53
4.4.3	Cas test 3 .....	54
4.5	Algorithme tabou pour la résolution du PTF avec incertitudes de faciès .....	55



4.5.1	Description de l'algorithme tabou.....	56
4.5.2	Fonctionnement de l'algorithme .....	58
4.6	Applications de la métaheuristique sur des cas tests.....	60
4.6.1	Cas test 1 .....	60
4.6.2	Cas test 2 .....	63
4.6.3	Cas test 3 .....	65
4.7	Application sur un cas 3D .....	67
4.7.1	Solution optimale .....	68
4.7.2	Solution obtenue par l'algorithme tabou.....	70
CHAPITRE 5 CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS .....		73
BIBLIOGRAPHIE .....		74

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2.1 – Brève comparaison de quelques méthodes de simulation géostatistique .....	7
Tableau 3.1 - Processus de calcul de l'indice d'incertitude de faciès .....	18
Tableau 3.2 – Résultats du nouveau forage.....	37
Tableau 4.1 – Résultats de la métaheuristique tabou pour le cas test 1 .....	62
Tableau 4.2 – Résultats de la métaheuristique tabou pour le cas test 2 .....	64
Tableau 4.3 – Résultats de la métaheuristique tabou pour le cas test 3 .....	66
Tableau 4.4 – Résultats de la métaheuristique tabou pour le cas .....	72

## LISTE DES FIGURES

Figure 2-1 – Illustration de l’effet trompeur de la convergence par Gelman et Rubin [1992] .....	14
Figure 3-1 – Exemple de gisement et forages préexistants .....	21
Figure 3-2 – Variogramme d’indicateur expérimental et modèle théorique associé .....	22
Figure 3-3 – Variogramme sphérique et variogramme cubique .....	23
Figure 3-4 – Faciès obtenus en utilisant des modèles de variogrammes différents .....	23
Figure 3-5 – Ajustement au variogramme expérimental observé avec trois portées différentes ....	24
Figure 3-6 – Gisement moyen (100 réalisations) obtenu avec différentes portées .....	26
Figure 3-7 – Description du processus de Gibbs .....	28
Figure 3-8 – Évolution du variogramme lors des itérations de l’échantillonnage de Gibbs .....	29
Figure 3-9 – Résultats obtenus avec des chaînes Gibbs fortement et peu corrélées .....	31
Figure 3-10 – Exemple de réalisations indépendantes obtenues par différents .....	32
Figure 3-11 – Probabilité de faciès et indices d’incertitude de faciès obtenus .....	33
Figure 3-12 – Indices d’incertitude de faciès obtenus pour deux exemples de gisements .....	34
Figure 3-13 – Indices d’incertitude de faciès obtenu avec différents nombre de réalisations .....	35
Figure 3-14 – Variance de krigeage .....	36
Figure 3-15 – Influence de nouveaux forages A et B .....	38
Figure 3-16 – Influence de nouveaux forages C et D .....	39
Figure 3-17 – Gisement et forages initiaux en 3D .....	40
Figure 3-18 – Variogramme expérimental et modèle théorique pour le cas 3D .....	41
Figure 3-19 – Gisement obtenu par simulations (moyenne de 100 réalisations) .....	41
Figure 3-20 – Incertitude de faciès obtenus pour le cas 3D .....	42
Figure 4-1 – Exemple et bloc et champ d’incertitude pour le cas test 1 .....	49
Figure 4-2 – Ensemble des forages potentiels considérés pour le cas test 1 .....	49

Figure 4-3 – Champ d’incertitude avec blocs originaux et blocs agrégés (cas test 1) .....	50
Figure 4-4 – Solution optimale de coût minimum à 100% de couverture pour le cas test 1 .....	51
Figure 4-5 – Solution optimale de meilleur compromis couverture-coût pour le cas test 1 .....	52
Figure 4-6 – Couverture maximale pour un coût total maximum de 1700 (cas test 1).....	52
Figure 4-7 – Données d’entrée pour le cas test 2 .....	53
Figure 4-8 –Couverture maximale pour un coût total maximum de 1000 (cas test 2).....	54
Figure 4-9 – Données d’entrée pour le cas test 3 .....	54
Figure 4-10 –Couverture maximale pour un coût total maximum de 1000 (cas test 3).....	55
Figure 4-11 – Exemples illustrant les différents types de voisinage considérés .....	57
Figure 4-12 – Diagramme du processus tabou proposé .....	58
Figure 4-13 – Comparaison de la solution obtenue par la métaheuristique pour le cas test 1 .....	61
Figure 4-14 – Comparaison de la solution obtenue par la métaheuristique pour le cas test 2 .....	63
Figure 4-15 – Comparaison de la solution obtenue par la métaheuristique pour le cas test 3 .....	65
Figure 4-16 – Données d’entrées du cas 3D .....	67
Figure 4-17 – Futurs forages considérés cas 3D .....	68
Figure 4-18 – Solution optimale pour le cas 3D .....	69
Figure 4-19 – Comparaison de la solution obtenue par l’algorithme tabou pour le cas 3D.....	70
Figure 4-20 – Solution de la métaheuristique et forages initiaux (cas 3D).....	71

**LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS**

DPP	Drill Holes Positioning Problem
MCMC	Monte-Carlo Markov Chain
PNE	Problème en Nombre Entier
PTF	Positionnement de Trous de Forage
SCP	Set Covering Problem

## CHAPITRE 1 INTRODUCTION

Avant de procéder à l'extraction d'une ressource minière sur un site donné, les ingénieurs et les géologues doivent d'abord explorer ce site pour avoir une idée de la quantité de minerais qui peut en être tirée et s'assurer de la rentabilité économique du projet minier. Dans le cadre de l'exploration minière, les géologues font une interprétation de la richesse d'un sous-sol ou des gisements présents à partir des échantillons prélevés lors de campagnes successives d'échantillonnage par forages. On distingue différentes étapes lors de l'exploration d'un site donné : l'inspection du terrain et la création de cartes géologiques, les forages d'exploration préliminaires et les forages de définition.

L'inspection du terrain se fait en utilisant des méthodes peu intrusives (observations, connaissance géologiques du terrain, relevés chimiques, etc.). Des cartes géologiques sont créées à partir de ces données, permettant ainsi d'identifier les sites de minéralisation potentiels et de planifier les premiers forages d'exploration. Les forages d'exploration préliminaires sont généralement des trous de forages largement espacés afin de couvrir le plus possible les zones d'intérêt et de construire un modèle 3D de blocs (le champ de recherche est subdivisé en plusieurs blocs). Cette première interprétation du gisement est toujours sujette à un certain niveau d'incertitude compte-tenu de l'insuffisance et de l'incomplétude de l'information disponible. Les valeurs et l'incertitude sur les teneurs de gisement des blocs sont calculées par krigeage. Les blocs sont classifiés selon leur incertitude (Bilal, Métaheuristiques hybrides pour les problèmes de recouvrement et recouvrement partiel d'ensembles appliquées au problème de positionnement des trous de forage dans les mines, 2014) :

- Blocs mesurés : blocs à incertitude faible, proches des trous de forage. Le niveau de confiance lié à l'interprétation de la qualité du bloc est élevé.
- Blocs indiqués : blocs à incertitude moyenne, avec un niveau de confiance moyen sur l'interprétation de la qualité du bloc.
- Blocs inférés : blocs à incertitude élevée, avec un faible niveau de confiance sur l'interprétation de la qualité du bloc.

Les forages de définitions permettent d'améliorer à chaque fois la connaissance du sous-sol et le niveau de certitude sur la qualité des blocs et le gisement souterrain. Dans certains cas,

notamment lorsque le minerai recherché est présent sous forme de lentilles de gisement, il peut être avantageux de connaître plus précisément la géométrie de ces lentilles (enveloppe minérale). Cette connaissance de l'enveloppe minérale permet d'améliorer le modèle de blocs et les futures opérations d'extractions. Si les résultats des premiers échantillonnages permettent de se faire une représentation préliminaire de l'enveloppe minérale d'un gisement, les campagnes de forages de définition subséquents permettront d'améliorer la connaissance de cette surface si les trous de forage sont adéquatement choisis et positionnés. Compte tenu des facteurs économiques (coûts de forage élevés), sociaux et environnementaux, il est important de choisir judicieusement l'emplacement des nouveaux trous de forage de définition de façon à maximiser l'information additionnelle de ces nouveaux forages. À l'opposé des forages préliminaires, les forages de définition doivent être précisément planifiés pour maximiser leur rendement. Le problème de positionnement des trous de forages (PTF) découle de ce besoin de rationaliser les futurs forages de définition : compte tenu de l'information disponible et des forages existants, quel est le meilleur positionnement des futurs forages d'exploration pour un coût de forage donné?

Cette sélection de nouveaux forages se fait souvent en prenant en compte le critère de classification d'incertitude des blocs (cibler grossièrement les zones avec des blocs à incertitude élevée), ou des critères de maximisation de la couverture des blocs (proximité des blocs par rapport aux forages). Pour le premier critère, les outils géostatistiques (simulation, krigeage) sont utilisés, tandis que le second critère requiert souvent l'usage de techniques d'optimisation ou de recherche opérationnelle. Toutefois les deux approches sont rarement intégrées.

L'objectif de ce mémoire est de proposer une méthode permettant d'améliorer le rendement des campagnes de forages de définition. Il s'agit de développer une technique permettant de résoudre le problème de positionnement des trous de forages de définition en tenant compte à la fois de l'incertitude et de la couverture de blocs. Cette nouvelle méthode doit permettre d'améliorer la représentation de l'enveloppe minérale du gisement, de quantifier l'incertitude des blocs du champ et de prendre en compte cette incertitude lors de la sélection des trous de forage. L'approche proposée doit être applicable pour un gisement en 3D et permettre de trouver des solutions de bonne qualité dans un temps de calcul pratique.

Ce mémoire est organisé comme suit :

- le chapitre 2 présente une revue sommaire de l'état de l'art lié au problème du PTF, de la quantification de l'incertitude des blocs et des sous-problèmes associés;
- le chapitre 3 présente le nouvel indice d'incertitude proposé, l'incertitude de faciès (présence ou non de gisement dans un bloc) et la méthode de calcul de cet indice d'incertitude;
- le chapitre 4 présente le modèle d'optimisation et la métaheuristique de recherche tabou proposée pour résoudre le problème de PTF en tenant compte de l'incertitude de faciès;
- le chapitre 5 présente les conclusions de ce travail et les pistes pour des développements ultérieurs.



## CHAPITRE 2 REVUE DE L'ÉTAT DE L'ART

Ce chapitre présente une revue de l'état de l'art lié à la problématique du positionnement des trous de forage et le développement d'un indice d'incertitude pour les blocs. Ce chapitre présente également une revue sommaire de la terminologie et des concepts clés utilisés dans cette recherche.

### 2.1 Définitions et concepts géostatistiques utiles

Dans le domaine de la géologie, les différents outils statistiques utilisés forment un ensemble communément appelé la géostatistique. Les méthodes géostatistiques proposent plusieurs outils d'interpolation et de simulation qui sont très utilisés dans le domaine minier, par exemple, pour avoir un estimé réaliste de plusieurs propriétés qualitatives et quantitatives des blocs d'un champ donné comme la teneur d'un minerais, la porosité, etc. Ces méthodes permettent en outre d'estimer la variabilité des propriétés étudiées sur le champ exploré.

**Faciès d'un bloc :** Dans le cadre des analyses géostatistiques de cette recherche, nous cherchons à déterminer la certitude de présence de gisement en chaque bloc d'un champ donné. Nous appellerons faciès le type de roche caractérisant un bloc donné. Pour les besoins de cette analyse, nous distinguons simplement deux types de faciès : *Gisement* ou *Non-gisement*. La taille des blocs du champ est supposée suffisamment petite (par rapport au champ) pour que ces blocs soient considérés uniformes en faciès. La variable d'intérêt est donc l'indicatrice du faciès d'un bloc. À défaut de pouvoir prédire avec certitude le faciès d'un bloc non échantillonné, nous voulons quantifier notre niveau de confiance sur le faciès que nous supposons pour ce bloc. Notons que les blocs de modélisation du champ tels que discutés dans ce travail ne sont pas nécessairement de même dimension que les blocs de minéralisation considérés lors de la phase d'extraction minière. Les blocs de modélisation utilisés dans ce travail sont suffisamment petits pour permettre une représentation acceptable de l'enveloppe minérale du gisement.

**Le variogramme :** Les méthodes géostatistiques sont souvent basées sur la connaissance du variogramme d'une variable aléatoire  $Z(x)$  caractérisant la propriété géologique étudiée (valeur de  $Z$  au point  $x$ ). Le variogramme noté  $\gamma(h)$  est la moitié de la variance de la différence de valeur entre deux points séparés d'une distance  $h$  (variables  $Z(x)$  et  $Z(x + h)$ ).

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} \text{Var}[Z(x) - Z(x+h)] = \frac{1}{2} E[(Z(x) - Z(x+h))^2]$$

De façon intuitive, il nous renseigne sur le degré d'influence entre les valeurs de la variable  $Z$  observables en deux points séparés d'une distance  $h$ . C'est une fonction non décroissante : deux points séparés d'une petite distance auront des valeurs plus proches que deux points éloignés.

Le variogramme peut présenter un palier ou non. La présence de palier, suggère qu'au-delà d'une certaine distance  $h$ , que l'on appelle **la portée**, la valeur  $Z$  observée en un point  $x$  n'a plus d'influence sur la valeur observée en  $x+h$ . La variabilité des valeurs observées aux points  $x+h$  n'est plus due qu'à la variance propre de la variable aléatoire  $\text{Var}[Z(x)]$ .

Le variogramme peut être isotrope, c'est-à-dire que la variabilité sous-jacente est la même dans toutes les directions, ou dans le cas contraire, anisotrope. La définition d'un variogramme anisotrope nécessite de définir le variogramme dans plusieurs directions de l'espace. Le variogramme d'une variable dans un champ peut être connu d'avance ou évalué à partir des échantillons prélevés pour des classes de distances inter-points prédéfinies (variogramme expérimental).

Des modèles théoriques de variogramme existent dans la littérature. Les principaux étant le variogramme sphérique, gaussien et exponentiel.

**Le krigeage :** Le krigeage est une méthode d'interpolation spatiale d'une variable  $Z(x)$  basée sur la minimisation de la variance de la variable au point d'estimation. C'est l'estimation la plus précise possible d'une variable aléatoire en un point de l'espace en tenant compte des valeurs observées et du variogramme. Le krigeage est dit simple lorsque la moyenne des valeurs observées est connue. Cette méthode est également applicable lorsque la moyenne des données observées n'est pas connue, il s'agit du krigeage ordinaire.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Soit } Z(x) \text{ la valeur réelle de la variable } Z \text{ au point } x \\ \text{Soit } Z^*(x), \text{ l'estimation par krigeage à partir des } n \text{ observations } Z_i, i = 1, 2, \dots \\ \textbf{Krigeage Ordinaire} : Z^*(x) = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z_i \\ \text{Ou les poids } \lambda_i \text{ sont les valeurs qui } \textbf{minimisent} \text{ la variance d'estimation } \sigma_e^2 : \\ \sigma_e^2 = \text{Var}[Z(x)] + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j \text{Cov}[Z_i, Z_j] - 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i \text{Cov}[Z(x), Z_i] \end{array} \right.$$

**Variable gaussienne :** Une variable est dite gaussienne, simplement si elle respecte une distribution gaussienne. On parle aussi de champ gaussien pour décrire l'espace où on observe la distribution de cette variable gaussienne. Plusieurs techniques de simulations géostatistiques ne s'appliquent que dans des champs gaussiens.

**Échantillonnage de Gibbs :** L'échantillonnage de Gibbs est un algorithme de type MCMC (Monte-Carlo Markov Chain) couramment utilisé en géostatistique pour obtenir par un processus itératif et stochastique, une chaîne markovienne de valeurs qui respectent certaines contraintes comme une distribution imposée ou un variogramme. La technique d'échantillonnage de Gibbs a été formellement présentée pour la première fois par Geman et Geman (Geman & Geman, 1984).

Dans le cas de la simulation d'une variable gaussienne, l'échantillonneur de Gibbs cherche à assigner à chacune des valeurs catégoriques observées  $Z_i^*$ , une valeur  $Y_i^*$  dont la distribution est gaussienne et qui respectent un variogramme imposé. L'ensemble des valeurs  $Y_i^*$  assignées forment la chaîne de Markov. L'algorithme de Gibbs peut être généralisé comme suit :

- Choisir des valeurs de départ (état 0 de la chaîne) :  $[Y(0)] = [Y_i(0), Y_{i+1}(0), \dots, Y_m(0)]$ 
  - ↳ ○ À chaque itération  $t$  :
    - ↳ ■ Pour chaque nœud  $i$  :
      - ↳ • Assigner une valeur  $Y_i(t)$ , tirée aléatoirement à partir de la distribution conditionnelle  $P(Y_i|Y_j(t-1) \text{ pour } \forall j \neq i)$

Ainsi, chaque itération de Gibbs change potentiellement la chaîne complète en changeant une à une les composantes de la chaîne. Dans la plupart des applications, les auteurs distinguent deux phases différentes du processus itératif de Gibbs :

- La phase de *burn-in* (phase transitoire) où la chaîne  $[Y]$  converge d'un état initial qui ne respecte pas nécessairement la distribution cible (ex: variogramme) vers un état proche de la distribution imposée.
- La phase stochastique où les résultats ne sont plus substantiellement améliorés en termes de convergence vers la distribution cible imposée, et la variabilité des résultats est alors entièrement due à l'aspect stochastique du processus.

Les deux phases peuvent parfois être distinguées en surveillant les résultats obtenus à chaque itération. Toutefois ces résultats peuvent suggérer que la phase transitoire est terminée alors que ce n'est pas le cas, et le processus stochastique cycle alors autour d'une solution qui n'est pas nécessairement optimale. De plus la convergence peut différer en fonction de la chaîne initiale.

**Simulations géostatistiques :** Les méthodes de simulations géostatistiques permettent d'avoir une estimation réaliste d'une variable aléatoire  $Z$  en chaque point d'un champ donné, en se basant sur la connaissance du variogramme et le krigeage des points échantillonnés. Le processus étant stochastique, chaque simulation donne une réalisation (un estimé plus des variables du champ) qui est différente des autres, car les valeurs assignées pour une réalisation sont aléatoires et ne sont liées entre elles que par certaines contraintes de distribution (qui peuvent être représentées par le variogramme). Le Tableau 2.1 présente quelques-unes des méthodes de simulations géostatistiques les plus courantes.

Tableau 2.1 – Brève comparaison de quelques méthodes de simulation géostatistique

Méthode	Complexité	Taille du champ d'application
Décomposition LU	$n^3$	Petit
Méthode SGS	$m^3n$	Grand à très grand
Méthode des transformées FFT-MA	$n \log n$	Grand
Bande tournantes	$n$	Très grand

La simulation est dite gaussienne lorsqu'elle s'effectue sur un champ gaussien. Lorsqu'il existe une contrainte de respect des valeurs mesurées ou observées à certains points échantillonnés du champ, la simulation est dite conditionnelle. Les valeurs observées aux points échantillons sont dites données conditionnantes. Les valeurs d'une simulation non conditionnelle peuvent être *conditionnées* pour respecter ces valeurs observées, c'est le **post-conditionnement**. Le post-conditionnement des valeurs simulées peut se faire par krigeage simple. Les valeurs simulées-conditionnelles en tout point  $x$  sont obtenues à l'aide de la relation suivante :

$$Z_x^{SC} = Z_x^S + (Z_x^* - Z_x^{S*})$$

Où  $Z_x^{SC}$  est la valeur simulée-conditionnelle en un point  $x$ ,

$Z_x^S$  est la valeur simulée non conditionnelle en  $x$ ,

$Z_x^*$  est la valeur krigée en  $x$  partir des valeurs observées,

$Z_x^{S^*}$  est la valeur krigée en  $x$  en utilisant les valeurs simulées aux blocs échantillonnés.

**Simulation par bandes tournantes :** La méthode de simulation choisie dans le cadre de ce travail est la simulation par bandes tournantes. La simulation par bandes tournantes est une méthode de simulation stochastique basée sur la décomposition d'un champ vectoriel 3D (ou 2D) associé à la variable  $Z(x)$ , en plusieurs projetées orthogonales sur  $n$  lignes concentriques  $L_i$ . La simulation de la variable se fait alors sur ces champs linéaires (projections de la variable sur les lignes  $L_i$ ), et ces différentes valeurs simulées sont ensuite recombinaées pour obtenir la valeur simulée de la variable en 3D.

On trace dans l'espace  $R^3$  une série de  $n$  droites  $L_i$ , sur chacune d'elle est simulée une réalisation de la projetée  $Y_i(x)$  de la variable  $Z(x)$  sur  $L_i$ . La valeur simulée en un point  $x$  quelconque du champ est une combinaison linéaire des composantes  $Y_i(x)$  sur les lignes, selon l'équation suivante :

$$Z(x) = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^n Y_i(x, L_i)$$

Une étape supplémentaire de post-conditionnement est ensuite nécessaire afin d'obtenir des valeurs simulées qui respectent les valeurs observées (données conditionnantes).

## 2.2 Positionnement des trous de forage

Le problème de positionnement des trous de forage est un problème relativement peu traité dans la littérature. Tel que mentionné précédemment, le problème est souvent abordé suivant deux approches : l'approche géostatistique et l'approche optimisation.

### 2.2.1 Approche géostatistique

L'approche géostatistique se concentre principalement sur la classification des blocs en fonction de l'incertitude sur l'estimation d'une propriété physique d'intérêt (exemple : la teneur en minerais).

L'approche proposé par Pan (Pan, 1995) est de distinguer 3 étapes dans le forage de définition ayant pour but de : vérifier la continuité de la minéralisation (étape 1), étendre le modèle de bloc

de façon à mieux délimiter le gisement (étape 2), et cibler les blocs de haute teneur potentielle en priorisant certaines catégories de blocs (étape 3). Les blocs sont subdivisés en 5 catégories:

- Réserves probables (*Probable reserves*) : blocs à haute teneur qui ont été couverts par des trous de forage.
- Réserves identifiées (*Indicated reserves*) : blocs possiblement riches en minerais.
- *Sources identifiées (Indicated resources)* : blocs possiblement riches en minerais, mais incertains.
- *Sources possibles (Possible resources)* : blocs à haute incertitude qui pourraient quand même contenir du minerai.
- *Barren* : blocs en dehors du gisement.

Les blocs prioritaires pour les forages sont les blocs de type *Indicated reserves*, viennent ensuite les blocs *Indicated resources* puis les blocs *Possible resources*. La position des futurs trous de forage est alors décidée de façon manuelle en supposant des trous de forages parallèles dans un champ bidimensionnel (2D). Bien qu'intéressante d'un point de vue géostatistique, cette approche est incomplète du point de vue du positionnement des trous de forages.

Une approche similaire est utilisée par Saikia et Sarkar dans un exemple appliqué à une mine de charbon (Saikia & Sarkar, 2006). Les futurs trous de forage sont considérés parallèles et également espacés. Le problème est modélisé seulement en 2D. L'algorithme proposé cherche à réduire la variance de krigeage en augmentant le nombre de trous de forage et en réduisant l'espacement entre les trous tout en tenant compte des contraintes de coût de forage. Bien que potentiellement intéressante pour une campagne de forage initiale, cette méthode n'est pas pratique pour l'étape des forages de définition et surtout ne tient jamais compte des résultats des forages préexistants.

Pour une approche géostatistique complète, il faudrait dans un premier temps quantifier l'incertitude sur la présence de gisement dans un bloc ou à tout le moins une incertitude associée à l'interprétation de la surface du gisement obtenue par interpolation des données observées. Il existe très peu de littérature spécifique au développement d'un indice d'incertitude sur la géométrie d'un gisement souterrain (présence ou non de gisement en un point du domaine exploré). Les géologues s'intéressent plus à la connaissance de propriétés continues telles que la teneur, la concentration, la porosité, etc. Srivastava propose un indice d'incertitude surfacique sur

l'erreur de position supposée de la surface reconstituée par rapport à la surface réelle qui est inconnue (Srivastava, 2005). Cet indice d'incertitude est nul au point d'intersection entre la surface du gisement et le forage et augmente au fur et à mesure que l'on s'éloigne du point d'intersection. Cette méthode ne permet pas de reconstruire l'enveloppe du gisement particulièrement quand on a plusieurs points échantillonnés dans une certaine zone ou si le gisement a une géométrie complexe (plusieurs lentilles, lentilles creuses, etc.). De plus l'information supplémentaire des forages existant n'est pas utilisée (seuls les points d'intersection sont utilisés).

### 2.2.2 Approche d'optimisation

Les méthodes d'optimisation utilisées sont empruntées au domaine plus général de la recherche opérationnelle (modélisations et optimisation mathématique). Les techniques de recherche opérationnelles sont utilisées dans de nombreuses applications comme outils d'aide à la décision. Il s'agit d'un ensemble de techniques et d'algorithmes éprouvées qui permettent de trouver des solutions optimales ou non à des problèmes ou classes de problèmes bien connus. Elles permettent d'améliorer l'efficacité des systèmes logistiques, de maximiser les gains ou de minimiser les coûts de production. Elles viennent parfois compléter ou améliorer les approches et techniques courantes dans certains domaines, ou mieux, les améliorer ou les compléter lorsqu'utilisées en synergie avec les techniques propres à un domaine.

**Méthodes exactes :** On dénomme par méthodes exactes l'ensemble des méthodes permettant de trouver une solution optimale un problème d'optimisation donné. Ces méthodes exactes garantissent ainsi une solution optimale pour une instance finie d'un problème donné. Parmi ces méthodes on retrouve par exemple : l'algorithme du simplexe, la technique de séparation et évaluation (*Branch and Bound*) particulièrement utile pour les problèmes en nombre entiers, et la méthode des coupes. Toutes ces méthodes sont bien définies pour des problèmes dotés d'une structure spécifique et il existe une littérature abondante sur le sujet. Il arrive souvent que certains problèmes bien que faciles à formuler mathématiquement, deviennent trop difficiles ou coûteuses à résoudre numériquement avec les méthodes exactes à cause de la multiplication des solutions possibles.

**Heuristique :** Une heuristique est un algorithme d'optimisation qui essaie de trouver les meilleures solutions d'un problème d'optimisation difficile voire impossible à résoudre en temps

raisonnable. Contrairement aux algorithmes dits d'approximation, une heuristique ne permet pas de garantir un seuil de proximité de l'optimum.

**Métaheuristique :** Une métaheuristique est un algorithme heuristique présenté sous forme générale qui peut s'appliquer à différents problèmes d'optimisation.

**Recherche tabou :** La recherche tabou est une métaheuristique itérative qui permet une recherche d'optimum locaux dans un espace de solutions donné. Elle consiste principalement à explorer les solutions par voisinage, en s'interdisant de retourner sur une solution déjà explorée pendant un certain nombre d'itérations.

**Problème de recouvrement partiel d'ensembles :** Soit un ensemble  $U$  contenant un nombre fini d'éléments et soit  $S$  une famille de sous-ensembles de  $U$  non forcément disjoints dont l'union forme l'ensemble  $U$ . Le problème de recouvrement d'ensembles ou *Set Covering Problem (SCP)* consiste à déterminer le plus petit ensemble de sous-ensembles de  $S$  permettant de couvrir tous les éléments de  $U$ . Le problème de recouvrement d'ensembles est un problème classique d'optimisation combinatoire largement traité dans la littérature. C'est un problème NP-difficile, et NP-Complet (classes de problèmes décisionnels pour lesquels il est facile de vérifier une solution, mais difficile d'en trouver une) dans sa forme décisionnelle (Bilal, Galinier, & Guibault, A New Formulation of the Set Covering Problem for Metaheuristic Approaches, 2013).

Le problème de recouvrement partiel minimal est une variante simplifiée du problème de recouvrement d'ensembles, pour lequel il n'est pas nécessaire que tous les éléments soient couverts. On cherche toutefois à maximiser la couverture possible (nombre d'éléments de  $U$  couverts) pour un certain nombre de sous-ensembles donné. Si cette simplification rend le problème moins difficile que la version originale il est en revanche toujours difficile de trouver une solution pour de grandes instances du problème. Pour une famille  $S$  contenant  $n$  sous-ensembles, le nombre de combinaisons de sous-ensembles possibles s'élève à  $2^n$ .

Dans la littérature actuelle, les techniques de recherche opérationnelle appliquées dans le cadre du problème de PTF se concentrent principalement sur la maximisation de la couverture des blocs par l'ensemble des forages et futurs forages, sans nécessairement discriminer les blocs en fonction de l'information disponible.

Ainsi, Soltani et al proposent une métaheuristique applicable en 3D pour permettre la sélection d'un nombre prédéterminé de forages (Soltani, Hezarkhani, Tercan, & Karimi, 2007). Il s'agit



d'un algorithme génétique qui cherche à optimiser la position et la longueur des trous de forage. Toutefois, les forages sont verticaux et parallèles et l'approche suppose que leur nombre est connu d'avance. La méthode proposée ne tient pas compte de l'incertitude existante sur les différents blocs du domaine.

Soltani et Hezarkhani complètent l'approche précédente en intégrant l'inclinaison des trous comme nouvelle variable dans un algorithme métaheuristique de recuit simulé (Hezarkhani & Soltani, 2013). Toutefois le nombre et la longueur des trous demeurent prédéterminés et ne sont donc pas optimisés. Ces deux méthodes sont des approches d'optimisation préliminaires mais restent incomplètes.

Bilal et al. proposent une métaheuristique tabou hybride permettant de résoudre le problème de positionnement des trous de forages en le formulant comme un problème de recouvrement partiel d'ensembles (Bilal, Galinier, & Guibault, A New Formulation of the Set Covering Problem for Metaheuristic Approaches, 2013). Bien que complète d'un point de vue optimisation (de la couverture des blocs), cette méthode ne tient pas compte des résultats d'échantillonnages préexistants et donc de l'incertitude de la présence de gisement des différents blocs.

### **2.3 Convergence de l'échantillonnage de Gibbs**

Dans le cadre de ce travail de recherche, l'échantillonnage de Gibbs (voir section 2.1) va servir à encoder une variable catégorique d'indicatrice de faciès d'un bloc, en valeurs gaussiennes qui respectent un modèle de variogramme imposé. Il s'agit de l'étape cruciale dans le calcul d'un indice d'incertitude de faciès des blocs. La convergence de ce processus d'échantillonnage vers une chaîne de valeurs respectant la distribution et le variogramme est donc un aspect important, mais tel que discuté à la section 2.1, difficile à prédire. Une revue de la littérature sur ce sujet s'impose afin de déterminer le meilleur critère d'arrêt à appliquer au processus de Gibbs.

Dans les études précédentes, la convergence de l'échantillonnage de Gibbs est souvent laissée au jugement critique de l'utilisateur. Plusieurs auteurs recommandent d'ailleurs d'éviter toute tentative d'automatisation du processus, vu le caractère stochastique de la simulation. Plusieurs se contentent de définir un objectif cible de distribution ou de variogramme, et de vérifier à quel moment les valeurs obtenues présentent une distribution proche du modèle cible.

Ainsi, Onibon et al (Onibon, Lebel, Afouda, & Guillot, 2004) mentionnent que le problème des différentes méthodes de mesure de la convergence de Gibbs prônées jusque-là est qu'elles sont difficiles ou coûteuses à implanter dans la plupart des cas et recommandent d'éviter l'utilisation d'un critère automatique ou absolu.

Cuba et al (Cuba, Leuangthong, & Ortiz, 2012) effectuent la simulation des erreurs d'échantillonnage sur un champ gaussien à partir de différentes séries d'observations qui sont recodées en valeurs gaussiennes à l'aide d'un conditionnement de Gibbs. Ils divisent l'échantillonnage de Gibbs en deux phases : une première partie où le processus de Gibbs sert à se rapprocher du modèle théorique associé au variogramme expérimental observé (*phase burn-in*), et une seconde phase (*phase stochastique*) où le but est de se rapprocher de la moyenne globale des observations. La fonction objectif proposée est alors la distance par rapport au variogramme théorique. Toutefois, la sélection du critère de distance cible (et donc du nombre d'itérations requis pour la phase stochastique) n'est pas expliquée, laissant supposer qu'il est laissé à l'appréciation de l'utilisateur selon le cas étudié.

Emery discute de l'utilisation de l'échantillonnage de Gibbs pour le conditionnement d'un champ aléatoire Gaussien (Emery, 2007), et conclut que les critères suggérés dans la littérature ne sont pas pratiques et se contente d'observer la courbe du variogramme produite après chaque itération pour déduire une convergence satisfaisante en fonction du nombre d'itérations.

Certains auteurs se méfient de l'usage d'une unique chaîne de départ pour déterminer le nombre d'itérations requis, car le processus peut rester coincé autour d'un état après un certain nombre d'itérations, faisant ainsi croire que la phase de burn-in est terminée. Gelman et Rubin (Gelman & Rubin, 1992) illustrent ce point à l'aide d'un exemple simple où l'échantillonnage de Gibbs semble avoir convergé après 500 itérations, mais ce qui est contredit par l'observation sur une échelle de 2000 itérations (voir Figure 2-1).

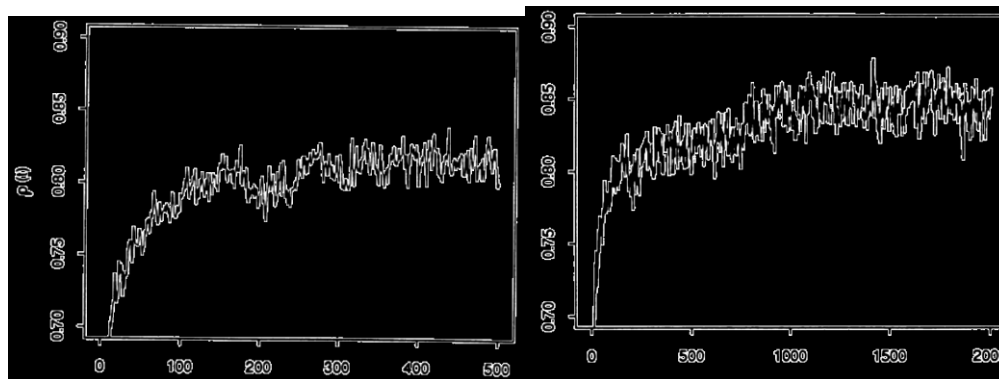


Figure 2-1 – Illustration de l'effet trompeur de la convergence par Gelman et Rubin [1992]

Différentes chaînes Markoviennes de départ n'auront pas nécessairement le même temps de convergence. Gelman et Rubin proposent donc d'utiliser une série de  $m$  chaînes de départ différentes (et suffisamment dispersés) qui vont chacune subir  $2n$  itérations du processus de Gibbs. La simulation est réputée avoir convergé lorsque la variabilité intra des chaînes sur  $n$  itérations est beaucoup plus faible que la variabilité inter des chaînes. Gelman généralise ensuite cette méthode pour les autres types de simulations MCMC (Gilks, Richardson, & Spiegelhalter, 1996).

Cette méthode de multi-chaînes de départ est ensuite largement utilisée dans la littérature. Ainsi, Chen et al. [2004] l'utilisent pour estimer un nombre d'itérations minimal de 400 (phase transitoire) lors de leur simulation Gibbs dans le cadre de caractérisation chimique (Chen, et al., 2004). De même, ce critère est utilisé par Najafi et Moradkhani pour mesurer la convergence de l'échantillonnage vers un variogramme préétabli, dans le cadre d'une analyse des niveaux d'inondation du bassin de la rivière Columbia (Reza Najafi & H., 2013).

Bien qu'apparemment plus objective sur le jugement de la convergence, cette méthode s'avère coûteuse et ne garantit pas que les  $n$  itérations des  $m$  chaînes de l'échantillonnage de Gibbs soient préférables à  $n \times m$  itérations d'une seule chaîne initiale. De plus une certaine part de subjectivité demeure quant au choix du ratio acceptable entre les variabilités inter et intra. Lyster et Deutsch dans une simulation multipoints utilisant un échantillonnage de Gibbs, explorent une piste différente liée au taux de changements d'état d'une chaîne (Lyster, S.; C.V., Deutsch, 2008). L'un des critères proposés dans cette étude est la corrélation entre le nombre d'itérations et la moyenne du nombre de points changés au cours des cinq dernières itérations. La convergence est atteinte quand le taux de changement n'est plus lié au nombre d'itérations. Toutefois cette

méthode peut s'avérer inefficace dans certains cas, car le taux de changement peut varier subitement d'un état de la chaîne à un autre, ou rester coincé autour d'une valeur qui suggère que la convergence est atteinte alors qu'elle ne l'est pas, comme dans l'exemple de Gelman et Rubin (Gelman & Rubin, 1992).

Plusieurs des méthodes revues proposent des critères d'arrêt automatiques parfois coûteux pour juger de la convergence de l'échantillonneur de Gibbs. Cependant aucune des méthodes n'est assurée de fonctionner dans tous les cas et elles nécessitent encore le jugement de l'utilisateur. Dans cette recherche nous nous contenterons de surveiller la convergence de la chaîne vers une distribution gaussienne des valeurs et vers le variogramme cible.

## 2.4 Limitations des méthodes existantes

L'approche géostatistique pour la planification des forages est principalement basée sur une classification des blocs et une estimation de l'incertitude de certaines propriétés d'intérêt comme la teneur de gisement des blocs. Le positionnement précis des trous de forages et la minimisation des coûts de forages ne sont pas abordés. Les modèles d'optimisations présentement appliqués au problème de sélection des trous de forages consistent principalement à maximiser la couverture des blocs du domaine exploré, mais ne prennent pas nécessairement en compte les résultats des échantillonnages déjà effectués, et donc l'incertitude existante sur les blocs.

Par ailleurs, le problème est souvent traité en considérant plusieurs hypothèses simplificatrices plus ou moins réalistes :

- le problème est souvent traité en 2D et l'approche proposée n'est pas facilement extensible en 3D;
- les trous de forage sont verticaux et parallèles, ou ont une longueur et un nombre prédéfinis;

Finalement, les méthodes géostatistiques proposées dans la littérature s'intéressent peu à la reconstitution de la surface du gisement (l'enveloppe minérale) et surtout à une estimation de l'incertitude de cette interprétation du gisement. Les indices d'incertitudes de surface définis dans la littérature ne sont pas directement applicables aux blocs et ne permettent pas de cibler les zones à prioriser pour l'amélioration de la représentation du gisement.

L'approche proposée dans ce mémoire conjugue les techniques d'optimisation pour la sélection des meilleurs forages et les techniques géostatistiques pour quantifier l'incertitude de présence de gisement dans un bloc. Ce travail de recherche comporte donc deux volets pour lesquels une méthode de résolution est proposée.

## CHAPITRE 3 CALCUL D'UN INDICE D'INCERTITUDE DE FACIÈS

### 3.1 Objectif spécifique

L'objectif spécifique de cette première partie est de développer une méthode permettant le calcul d'un indice d'incertitude représentatif de la fiabilité de l'information que les forages préexistants permettent d'obtenir sur l'interprétation du gisement souterrain. Cette méthode devrait en outre permettre de reconstituer l'enveloppe minérale du gisement à partir des données observées (échantillonnage des forages existants) et être applicable en 3D.

### 3.2 Définition de la problématique

Soit un champ exploratoire donné subdivisé en blocs de très petite taille dans lequel existe un certain gisement à identifier. La problématique est de déterminer l'emplacement et la forme du gisement souterrain et d'affecter une mesure d'incertitude à cette interprétation du gisement, le tout à l'aide de l'ensemble des échantillons disponibles. Ce problème revient à déterminer pour tout bloc la probabilité d'être du gisement ou non.

Soit  $x$  la variable identifiant un bloc donné dans le champ de blocs considéré. Soit  $F(x)$ , la fonction qui donne la variable indicatrice représentant le faciès du bloc  $x$  :

$$\begin{cases} F(x) = 1 \text{ si } x \text{ est du gisement} \\ F(x) = 0 \text{ sinon} \end{cases}$$

Soit la variable  $Z(x)$ , représentant la probabilité qu'un bloc  $x$  soit dans le gisement c'est à dire que le faciès du bloc  $x$  soit 1.  $Z(x) = P(F(x) = 1)$ ;  $Z(x) \in [0.0; 1.0]$ .

On ne peut connaître avec certitude  $F(x)$  pour un bloc  $x$  sans avoir échantillonné ce bloc, mais on peut se faire une bonne idée de  $Z(x)$  en présence d'échantillons de blocs voisins de  $x$ .

L'estimation de  $Z(x)$  en tout bloc du domaine permet ensuite d'interpréter l'emplacement et la géométrie probable des lentilles de gisement et aussi le niveau de certitude de cette interprétation. En définissant ainsi le problème, l'incertitude d'intérêt serait donc la variance :

$$Var(Z(x)) = Z(x) \times (1 - Z(x))$$

La difficulté d'estimer  $Z(x)$  et donc  $Var(Z(x))$  pour tout bloc réside dans le fait que  $F(x)$  n'est connu que pour un nombre limité de blocs échantillonnés  $x^*$ , pour lesquels on a :

$$Z(x^*) = 0.0 \text{ ou } 1.0 \text{ et } F(x^*) = 0 \text{ ou } 1.$$

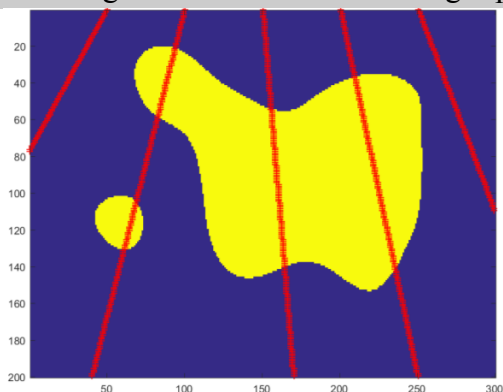
Pour estimer les valeurs de  $F(x)$  puis de  $Z(x)$  pour les autres blocs  $x$  non échantillonnés, il faudrait procéder par simulation et *interpolation* des valeurs observées. Cette *interpolation* doit toutefois respecter la structure du gisement inférée par l'observation des données échantillonnées, d'où le recours au variogramme et à la simulation géostatistique.

### 3.3 Description du processus de calcul de l'incertitude de faciès

L'indice identifié est l'incertitude de faciès des blocs  $Var(Z(x))$ , et la méthode proposée pour le calcul de cet indice est basée sur des simulations géostatistiques. Les différentes étapes de cette méthode sont décrites au Tableau 3.1 ci-dessous. Les étapes clés de ce processus sont explicitées dans les sections suivantes de ce chapitre.

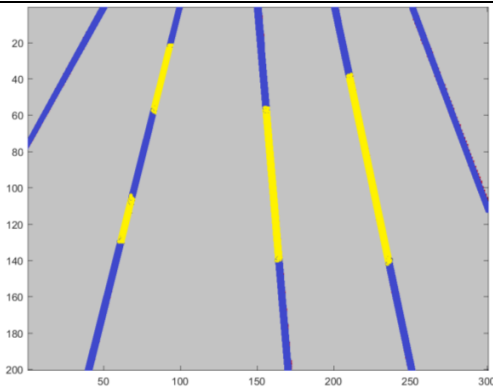
Tableau 3.1 - Processus de calcul de l'indice d'incertitude de faciès

Étape et illustration	Note
<b>0</b> Soit un gisement donné et des forages préexistants :	<p>Le champ proposé est de taille 300x200; on considère des blocs de taille unitaire (300x200 blocs).</p> <p>Notons que l'exemple de gisement 2D présenté est généré par simulation géostatistique non conditionnée.</p>
<b>1</b> Relever les valeurs observées aux blocs échantillonnés par les forages existants :	



**Étape et illustration**

**Note**

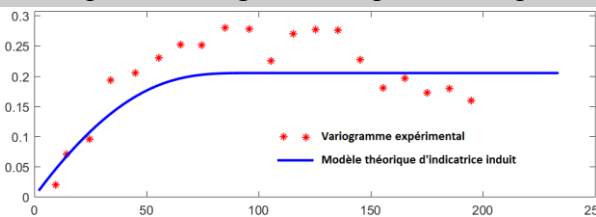


Les blocs jaunes indiquent la présence de gisement, en bleu l'absence, en gris l'état est inconnu

Pour chacun des  $m$  blocs  $x^*$  échantillonnés on assigne une variable faciès tel que :

$$\begin{cases} F(x^*) = 1 \text{ si } x^* \text{ est du gisement} \\ F(x^*) = 0 \text{ sinon} \end{cases}$$

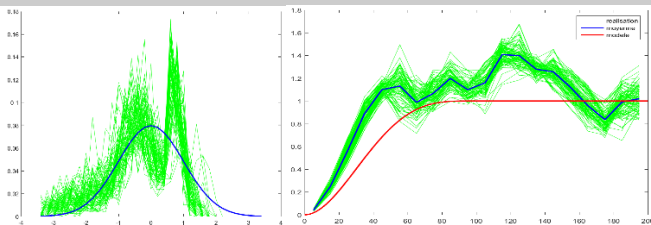
**2** Calculer le variogramme expérimental issu des faciès observés et proposer un modèle théorique de variogramme représentatif pour la variable gaussienne :



$$\gamma_{exp}(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [F(x_i^*) - F(x_i^* + h)]^2$$

$$\gamma_{th}(h) = \frac{1}{2} Var[F(x_i^*) - F(x_i^* + h)], \forall h$$

**3** Conditionner les valeurs binaires de faciès observées en valeurs gaussiennes respectant le variogramme théorique imposé par échantillonnage de Gibbs (obtenir  $n$  séries de  $m$  valeurs gaussiennes  $\{Y\}$  indépendantes) :



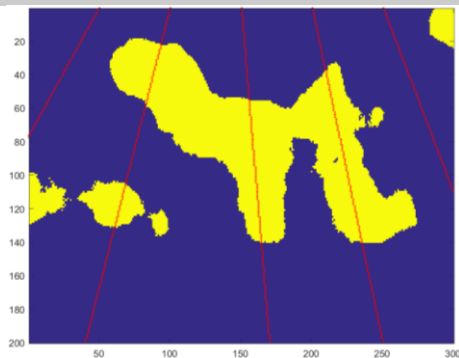
$$[F(x_i^*), i = 1 \dots m]$$



$$[Y^k(x_i^*), |Y^k \sim N(\mu, \rho^2) \text{ et } Y^k \sim \gamma_{th}(h)],$$

$$k = 1 \dots n \text{ et } i = 1 \dots m$$

**4** Pour chacune des  $n$  séries Gibbs, obtenir des valeurs gaussiennes simulées pour chaque bloc par simulation (bandes tournantes) et reconverter ces valeurs gaussiennes en faciès :



**Moyenne des n réalisations**

Chacune des  $n$  séries Gibbs donne une réalisation possible.

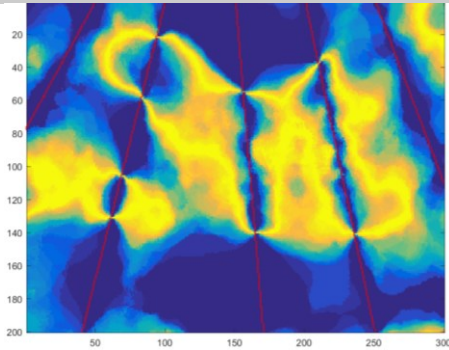
Bandes tournantes :  $\tilde{Y}(x) = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^n \tilde{Y}_i(x, L_i)$

Post conditionnement :  $Y(x) = \tilde{Y}(x) + (Y_x^{kr} - \tilde{Y}_x^{kr}) \forall x$



**Étape et illustration****Note**

**5** Évaluer la probabilité de faciès  $Z(x)$  et l'incertitude de faciès  $\text{Var}(Z(x))$  :



$$Z(x) = P(F(x) = 1) = \sum_r^n F_r(x)/n$$

$$\text{Var}(Z(x)) = Z(x) \times (1 - Z(x))$$

La variance de faciès varie de 0 à 0.25.

Les valeurs de variances élevées sont en jaune (0.25) et les plus faibles en bleu (0).

Les blocs échantillonnés sont en bleu.

### 3.4 Choix d'un modèle théorique de variogramme

Les données échantillonnées  $F(x^*)$  permettent de calculer le variogramme expérimental isotrope (omnidirectionnel) de la variable indicatrice de faciès, en fonction  $h$  -distance entre deux blocs- en intervalles distincts (classes de  $h$ ), et en répartissant chaque paire de blocs dans les différentes classes de  $h$  :

$$\gamma_{exp}(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [F(x_i) - F(x_i + h)]^2$$

Où  $h$  est la distance séparant deux observations et deux blocs identifiés par  $x^*$  et  $x^* + h$ .

Où  $N(h)$  est le nombre de paires de blocs séparés d'une distance dans la classe de  $h$ .

À ce variogramme expérimental il est possible d'ajuster un modèle théorique (modèle standard de variogramme et portée associée). L'équation du variogramme théorique dans le cas isotrope (omnidirectionnel) est la suivante :

$$\gamma_{th}(h) = \frac{1}{2} \text{Var}[F(x^*) - F(x^* + h)], \forall h,$$

En supposant que la variabilité des valeurs échantillonnées  $F(x^*)$  est représentative de la variabilité des faciès  $F(x)$  de l'ensemble des blocs du champ, on s'assurera que les valeurs simulées sont conformes au modèle théorique choisi.

La simulation géostatistique ne peut s'effectuer que sur un champ gaussien, c'est à dire sur une variable dont la distribution observée est gaussienne. Il faudrait donc « encoder » la variable  $F(x^*)$  en variable gaussienne  $Y(x^*)$  qui permettrait la simulation des valeurs  $Y(x)$  pour tout bloc  $x$  puis de retransformer cette valeur en faciès  $F(x)$ . Le modèle théorique de variogramme qui nous

intéresse est donc celui qui s'applique à la variable « transformée » gaussienne et non à la variable catégorique (ou indicatrice). Toutefois le choix d'un variogramme pour la variable gaussienne résulte en un variogramme pour la variable indicatrice car ces deux variables sont liées. De plus, le variogramme de l'indicatrice ainsi induit doit bien s'ajuster (être similaire) au variogramme expérimental calculé à partir des données observées. L'équation liant le variogramme de la variable gaussienne et celui de la variable indicatrice sous-jacente est :

$$C_I(h, c) = \sigma_I^2 - \gamma_I(h) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\rho(h)} \exp\left(-\frac{c^2}{1+u}\right) \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} du$$

Nous pouvons choisir un modèle standard pour la variable gaussienne, puis observer l'ajustement obtenu en comparant le variogramme d'indicatrice induit par ce modèle au variogramme expérimental observé. Tel que discuté à la section 2.1, il existe plusieurs modèles théoriques standards de variogramme (sphérique, cubique, gaussien, etc.). Le choix du type variogramme dépend essentiellement du problème (structure du gisement) et a un impact sur la qualité des résultats. Considérons l'exemple du gisement et de forage de la Figure 3-1 (gisement généré par simulation géostatistique non conditionnée) :

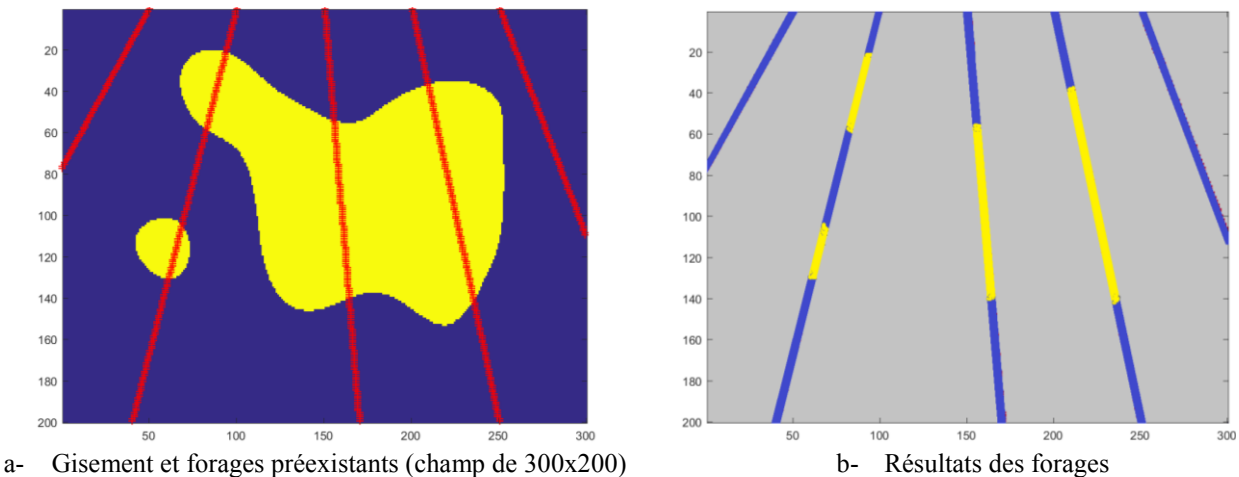
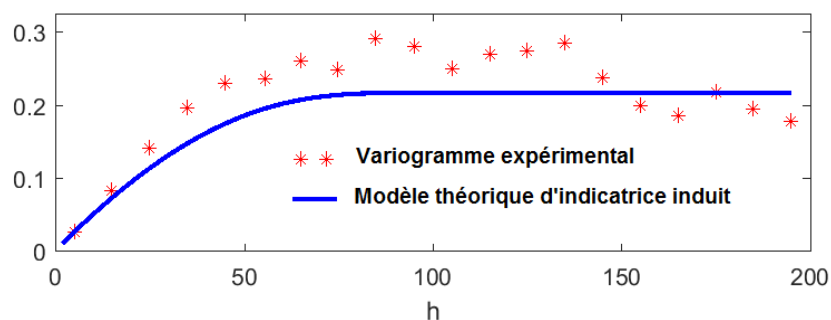


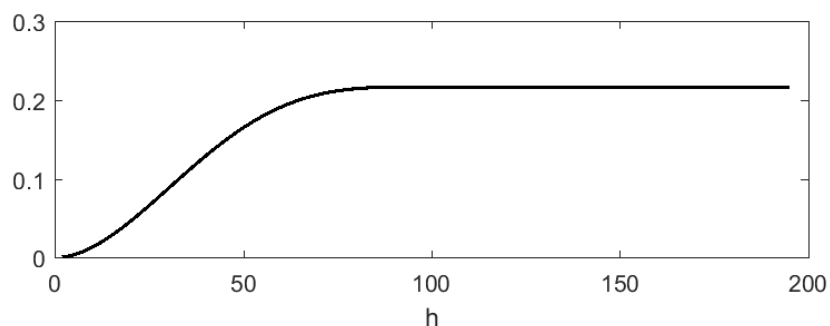
Figure 3-1 – Exemple de gisement et forages préexistants

À partir des faciès observés aux blocs échantillonnés par les forages représentés, on peut calculer le variogramme expérimental tel que présenté à la Figure 3-2a. On suppose un variogramme isotrope (identique dans toutes les directions). La Figure 3-2b illustre le choix du modèle théorique de variogramme pour la variable gaussienne sous-jacente  $Y(x)$ . Ce modèle est celui que devra respecter les valeurs gaussiennes obtenues par simulation. Pour ce problème, le choix recommandé pour le variogramme de la variable gaussienne est un variogramme de type cubique

(en raison de la structure lisse du gisement) avec une portée de 100. Le choix de ce modèle théorique de variogramme pour la variable gaussienne va induire un variogramme pour la variable catégorique  $F(x)$  (variogramme induit). Ce variogramme induit, qui n'est pas nécessairement du même type que le modèle choisi pour de la variable gaussienne (cubique), devrait être proche du variogramme expérimental obtenu à l'aide des données observées  $F(x^*)$ . La Figure 3-2a montre comment le modèle induit s'ajuste au variogramme expérimental. La portée du modèle de la variable gaussienne peut être ajustée afin d'améliorer cet ajustement. Notons qu'il est plus important de s'assurer d'un bon ajustement au niveau des petites valeurs de  $h$ .



a- Variogramme expérimental et variogramme théorique induit de la variable d'indicatrice



b- Modèle théorique choisi pour la variable gaussienne (cubique)

Figure 3-2 – Variogramme d'indicatrice expérimental et modèle théorique associé

### 3.4.1 Influence du choix du modèle théorique de variogramme

Afin d'étudier l'impact du type de modèle de variogramme choisi, nous allons comparer les résultats finaux (faciès simulés) obtenus en utilisant deux modèles de variogramme différent : un variogramme cubique et un variogramme sphérique de même portée (portée=100). Considérons le gisement et les forages d'échantillonnages existants de la Figure 3-1a. Les deux types de variogramme sont illustrés à la Figure 3-3.

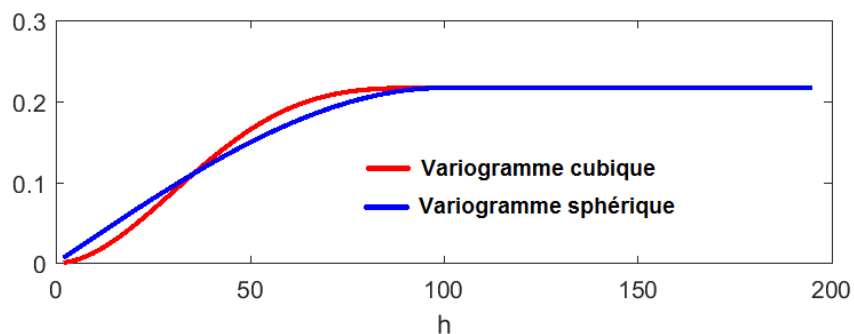
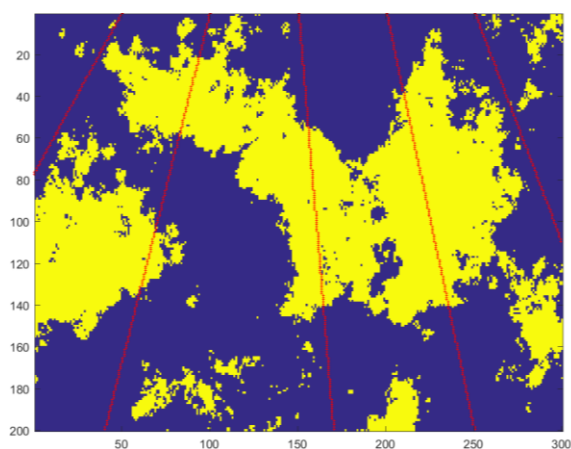
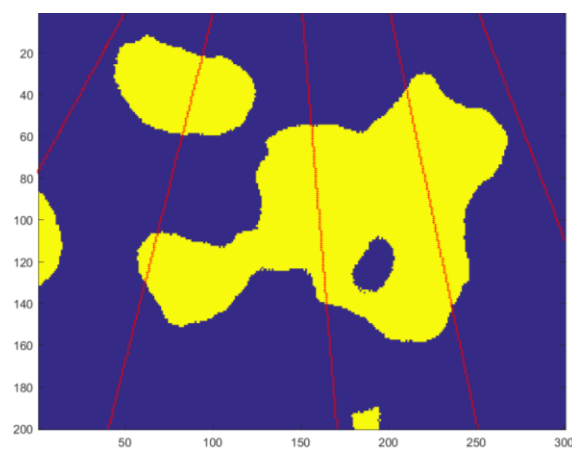


Figure 3-3 – Variogramme sphérique et variogramme cubique

Les deux variogrammes diffèrent pour les plus petites valeurs de  $h$ , mais sont confondus pour les valeurs supérieures à la portée. Le processus de simulation géostatistique proposé permet d'obtenir au final un ensemble de réalisations (simulations de gisement) à partir des données observées et du modèle de variogramme choisi. Deux exemples de réalisations simulées, obtenues avec un variogramme sphérique et un variogramme cubique, sont présentés la Figure 3-4. Notons que du fait que la simulation est conditionnée, les deux réalisations illustrées respectent bien les observations obtenues sur les lignes de forage échantillons. La structure granuleuse des faciès prédits avec le variogramme sphérique diffère de l'aspect du gisement original de la Figure 3-1a. En revanche, la structure plus lisse du gisement prédite avec le variogramme cubique est similaire au gisement original de la Figure 3-1a. Le variogramme cubique est donc plus adapté pour cet exemple de gisement.



a- Faciès simulés avec un variogramme sphérique



b- Faciès simulés avec un variogramme cubique

Figure 3-4 – Faciès obtenus en utilisant des modèles de variogrammes différents

### 3.4.2 Impact de la portée du variogramme

Afin de vérifier l'impact de la portée nous allons comparer les résultats de prédiction de faciès obtenus pour un même modèle de variogramme cubique avec une plus petite portée (portée=70) et une plus grande portée (portée=130). Considérons l'exemple du gisement et des forages de la Figure 3-1a. La Figure 3-5a, la Figure 3-5b et la Figure 3-5c montrent l'ajustement du variogramme d'indicateur (induit par le modèle théorique) au variogramme expérimental pour les 3 différentes portées de 70, 100 et 130. Rappelons qu'il faut accorder plus d'importance à l'ajustement au niveau des petites distances de  $h$  car cette portion a plus d'influence sur la structure du gisement simulé. Les portées de 100 et de 130 offrent donc un meilleur ajustement au variogramme expérimental.

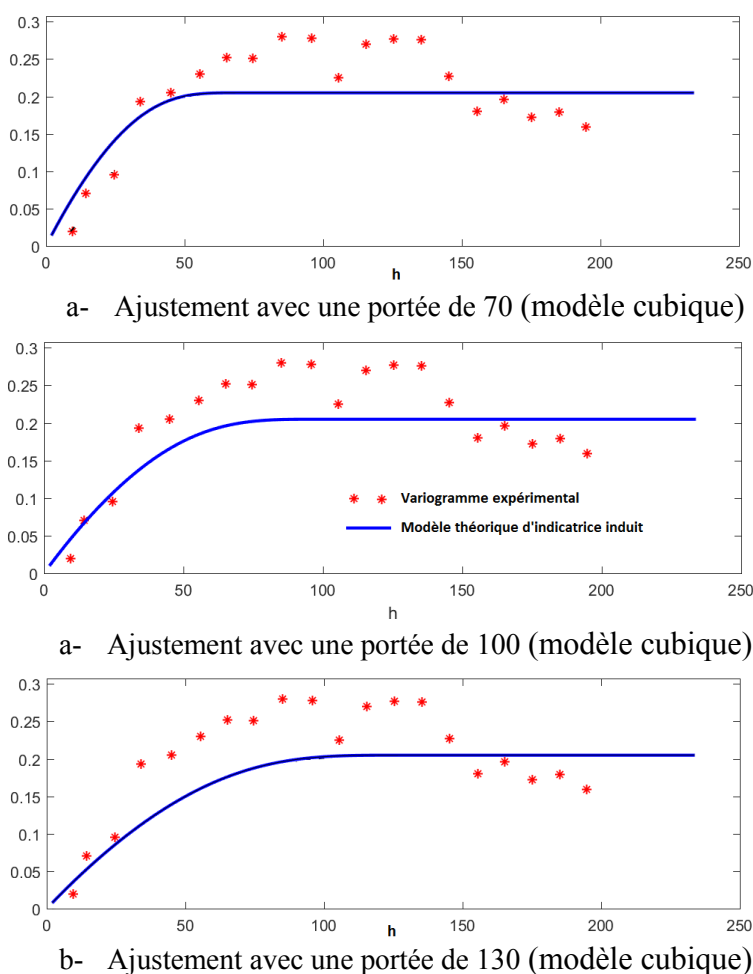
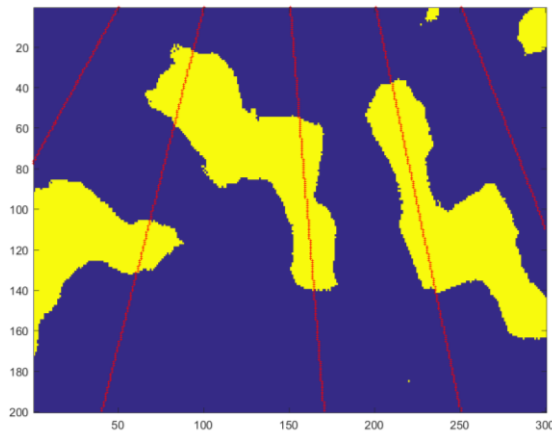


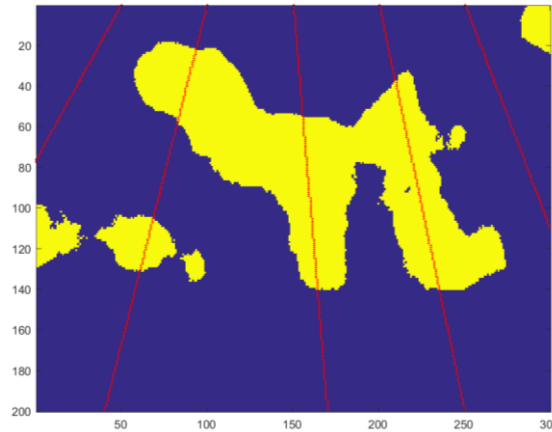
Figure 3-5 –Ajustement au variogramme expérimental observé avec trois portées différentes

La Figure 3-6 compare le gisement simulé (moyenne de 100 réalisations) et la variance de faciès obtenus avec ces 3 différentes portées de variogramme. Plus la portée est petite plus le gisement prédit a tendance à se séparer en lentilles indépendantes. À l'inverse, plus la portée est grande plus les lentilles se regroupent. De même, la variance prédite avec la plus petite portée semble plus concentrée sur la frontière du gisement prédit.

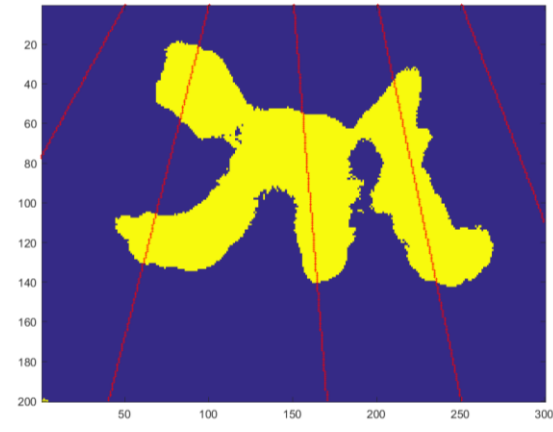
L'erreur totale de faciès, soit le nombre de blocs pour lesquels le faciès prédit ne correspond pas au gisement réel, est de 13 329 (sur un total de 60 000 blocs) pour le gisement prédit avec un variogramme de portée 70. Cette erreur totale est de 8 143 pour le modèle avec une portée de 100 et de 8 213 pour le modèle avec une portée de 130. Ceci confirme que le choix de la portée 100 est plus judicieux. Une attention particulière doit être accordée au choix de la portée et à l'ajustement du variogramme expérimental.



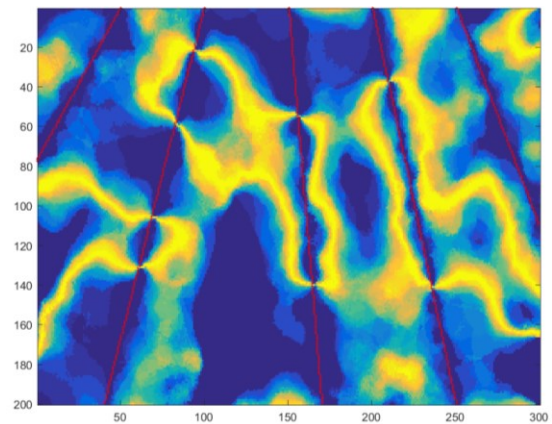
a- Gisement moyen avec une portée de 70



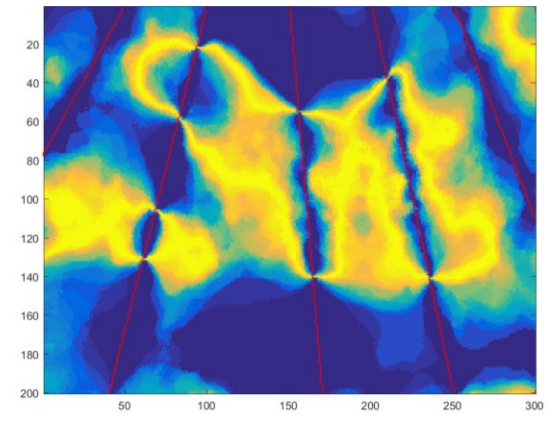
b- Gisement moyen avec une portée de 100



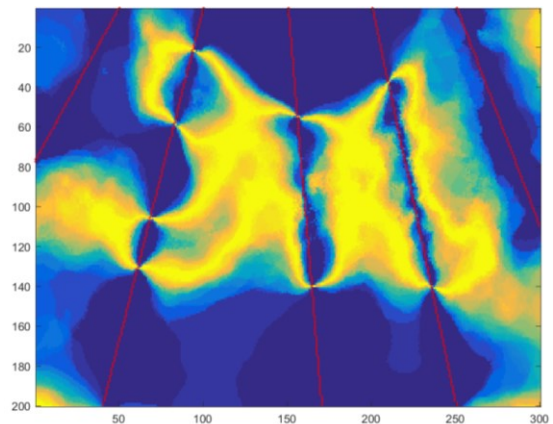
c- Gisement moyen avec une portée de 130



d- Variance de faciès avec une portée de 70



e- Variance de faciès avec portée de 100



f- Variance de faciès avec une portée de 130

Figure 3-6 – Gisement moyen (100 réalisations) obtenu avec différentes portées

### 3.5 Conditionnement des faciès observés

Une fois le modèle théorique de variogramme sélectionné, il faut procéder au traitement des valeurs échantillonnées. Comme mentionné précédemment, les simulations géostatistiques par bandes tournantes ne peuvent s'appliquer que sur un champ gaussien et non pour une variable catégorique comme l'indicatrice de faciès  $F(x)$ . Les valeurs de l'indicatrice de faciès des  $m$  blocs échantillonnés sont binaires ( $F(x^*) = 0$  ou  $1 \forall x^*$ ), on utilise donc une procédure itérative de Gibbs pour encoder ces  $m$  valeurs [ $F(x^*)$ ] en variables gaussiennes équivalentes [ $Y(x^*)$ ] qui respectent les proportions de faciès observés et le modèle de variogramme choisi et qui ont une distribution plus proche d'une gaussienne. Les différentes étapes du processus d'échantillonnage de Gibbs proposé sont présentées à la Figure 3-7.

On définit un seuil de codage de la variable gaussienne qui correspond à la valeur pour laquelle la fonction de densité normale cumulée est égale à la proportion de faciès 1 observés. Autrement dit, les valeurs de gaussiennes pour un faciès égal à 1 seront comprises entre  $-\infty$  et ce seuil, et les valeurs gaussiennes des faciès 0 sont comprises entre ce seuil et  $+\infty$ . À chaque itération du processus Gibbs les blocs sont visités dans un ordre aléatoire et la valeur du bloc  $i$  à l'itération  $t$  est déterminée par krigeage des valeurs des blocs voisins de l'itération  $t-1$ , puis addition d'une composante aléatoire (bruit basé sur la variance de krigeage). La valeur gaussienne obtenue est acceptée si elle respecte les contraintes d'intervalles de codage et rejetée si non. Le processus est réputé avoir convergé (phase de *burn-in* terminée) une fois que la distribution des valeurs de la chaîne est gaussienne et que ces valeurs respectent le modèle de variogramme imposé.

Pour obtenir  $n$  réalisations de gisement différentes (tel que présenté à la Figure 3-4-b), le processus Gibbs doit être répété  $n$  fois pour  $n$  chaînes Gibbs. On s'assure de l'indépendance des  $n$  réalisations finales en utilisant  $n$  chaînes Gibbs qui sont le moins corrélées possibles.



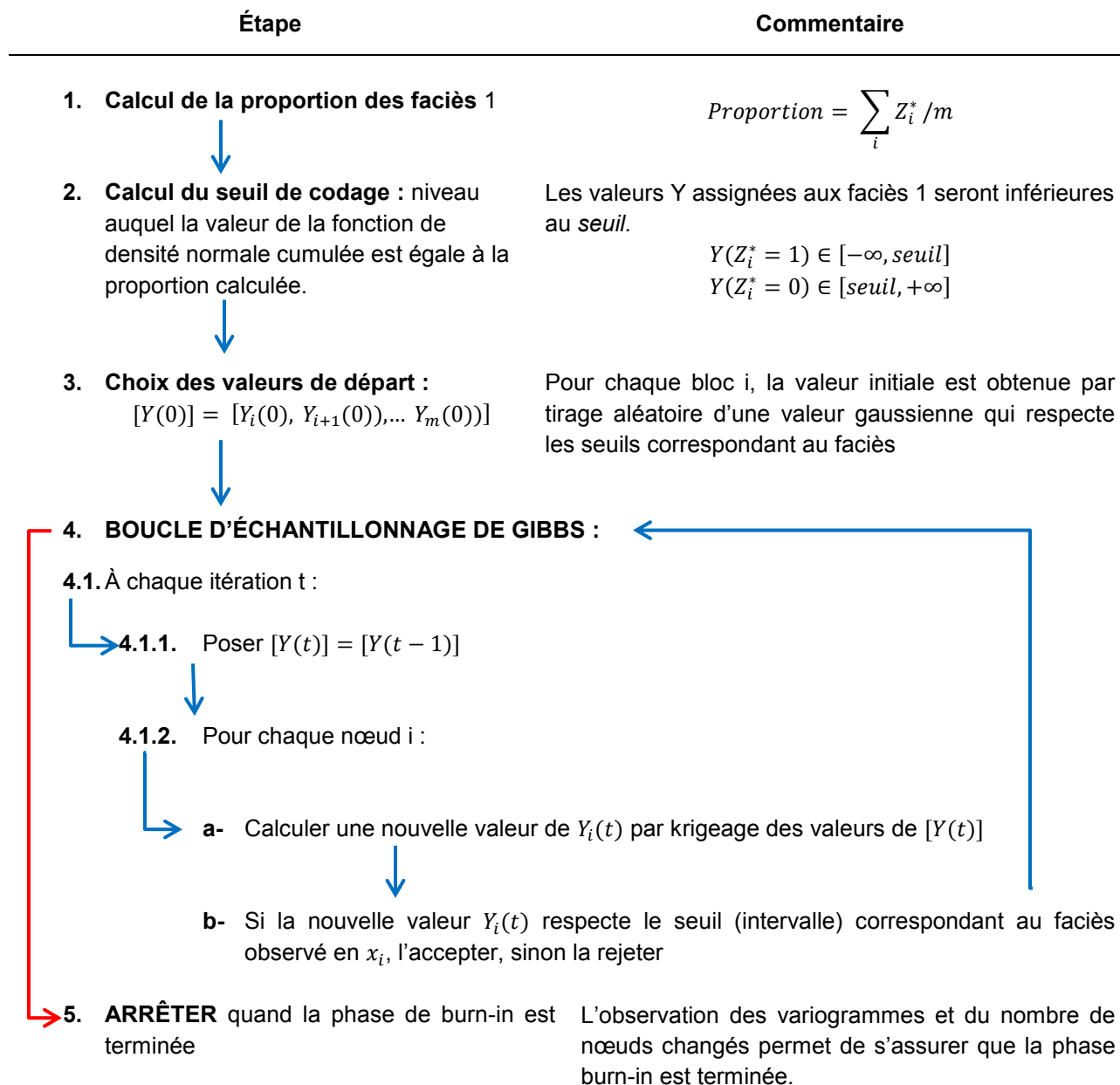


Figure 3-7 – Description du processus de Gibbs

### 3.5.1 Convergence de l'échantillonneur de Gibbs

Tel que discuté à la section 2.3, en raison du caractère stochastique du processus, il n'existe pas dans la littérature un critère d'arrêt formel et infaillible pour déterminer le nombre d'itérations nécessaires pour s'assurer que la phase de *burn-in* est terminée et le processus Gibbs est réputé avoir convergé. Dans le cadre de cette recherche, pour chaque cas particulier, nous utiliserons une simple surveillance du variogramme et de la distribution de la chaîne de valeurs à intervalles réguliers afin de nous assurer que le processus a convergé vers un état acceptable (phase *burn-in* terminée) duquel il ne peut s'améliorer (phase stochastique).

Dans l'exemple proposé à la Figure 3-1, 40 000 itérations ont été effectuées pour obtenir des résultats jugés acceptables en termes de variogramme et d'histogramme (voir Figure 3-8) et s'assurer d'être dans la phase stochastique. La Figure 3-8 montre la trace évolutive du variogramme (Figure 3-8a) et de la distribution (Figure 3-8b) obtenus au cours du processus Gibbs (en jaune); La courbe rouge représente le modèle théorique et la bleue montre le variogramme à la dernière itération (40 000), le processus a alors atteint un état jugé acceptable, et plus important, un état duquel il ne s'améliore plus (si la courbe finale peut sembler loin du modèle imposé, souvenons-nous que le modèle est une interprétation du variogramme expérimental des faciès observé qui n'est pas lui-même aligné sur le variogramme expérimental).

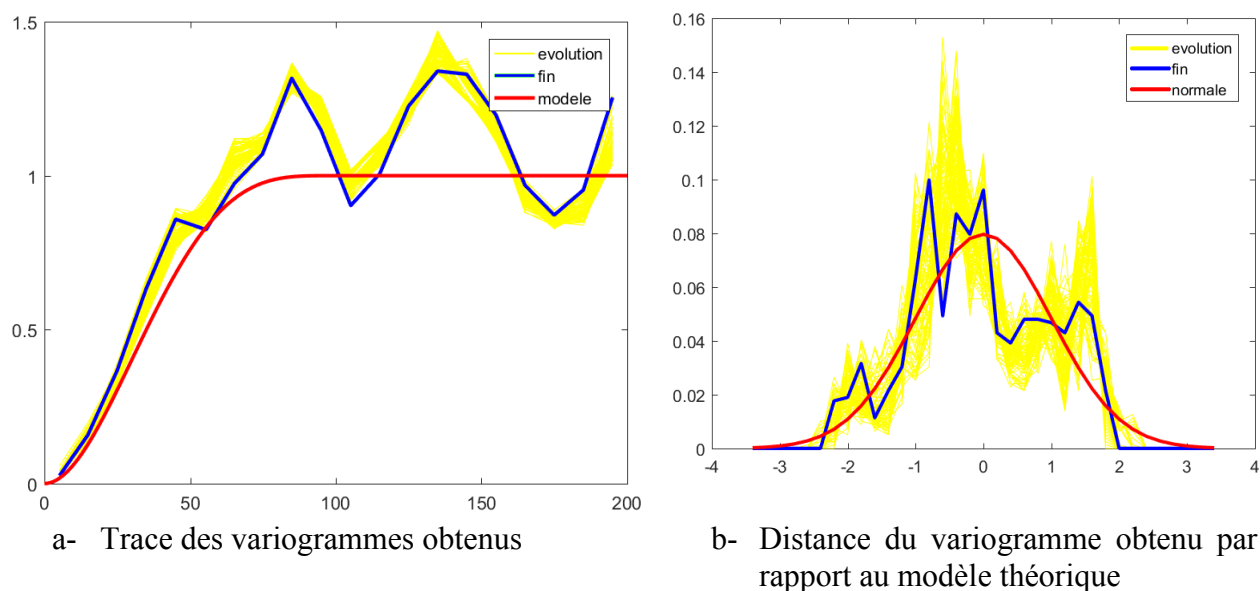


Figure 3-8 – Évolution du variogramme lors des itérations de l'échantillonnage de Gibbs

### 3.5.2 Impact de la corrélation des chaînes de valeurs gaussiennes

Tel que mentionné précédemment, afin d'obtenir plusieurs réalisations indépendantes il est nécessaire d'obtenir plusieurs chaînes de valeurs gaussiennes générées par échantillonnage de Gibbs qui ne soient pas trop corrélées, c'est-à-dire, dont les valeurs pour la même variable sont différentes. Notons que compte tenu du fait que chaque chaîne de valeurs Gibbs doit respecter le même variogramme Gibbs, il est pratiquement impossible que ces chaînes ne présentent pas un certain degré de corrélation, il faut toutefois s'assurer d'avoir le moins de corrélation possible entre ces différentes chaînes.

Une fois la phase *burn-in* terminée, le processus devient stochastique et les chaînes obtenues ne s'améliorent plus en termes de convergence, on peut alors enregistrer plusieurs chaînes Gibbs à intervalles réguliers d'itérations. On s'assure alors d'obtenir une corrélation minimale en observant entre deux enregistrements successifs, un nombre d'itérations suffisant pour que le nouvel état de la chaîne soit le moins corrélé possible de l'état enregistré précédent.

Considérons l'exemple de gisement de la Figure 3-1. Nous avons procédé à la simulation complète en utilisant un ensemble de  $n=100$  chaînes de valeurs gaussiennes obtenues par Gibbs qui sont fortement corrélées, et un autre ensemble de 100 chaînes de valeurs Gibbs moins corrélées.

La Figure 3-9 présente la matrice des coefficients de corrélations inter-chaîne de l'ensemble des chaînes Gibbs fortement corrélées (Figure 3-9a) et celle de l'ensemble des chaînes moins corrélées (Figure 3-9d). Les valeurs de coefficient de corrélation pour le premier groupe vont de 1.00 à 0.99, contre une échelle de 1.0 à 0.65 pour le second groupe (ce second groupe représente la corrélation minimale obtenue pour des intervalles d'enregistrement de 30 000 itérations). Les différentes paires de chaînes Gibbs du premier groupe sont donc beaucoup plus corrélées que celles du second groupe. Le gisement moyen et les incertitudes de faciès obtenus en effectuant la simulation par bandes tournantes pour chacun de ces groupes sont présentés à la Figure 3-9.

L'incertitude du groupe moindrement corrélé a tendance à se concentrer au niveau de la frontière du gisement, ceci est dû au fait que les réalisations de gisement obtenues pour ce groupe sont très similaires et donc moins indépendantes. L'erreur totale de faciès est de 9 523 (sur 60 000 blocs) pour le groupe fortement corrélé, contre 8 143 pour le groupe moindrement corrélé, ce qui suggère une meilleure interprétation du gisement par le second groupe.

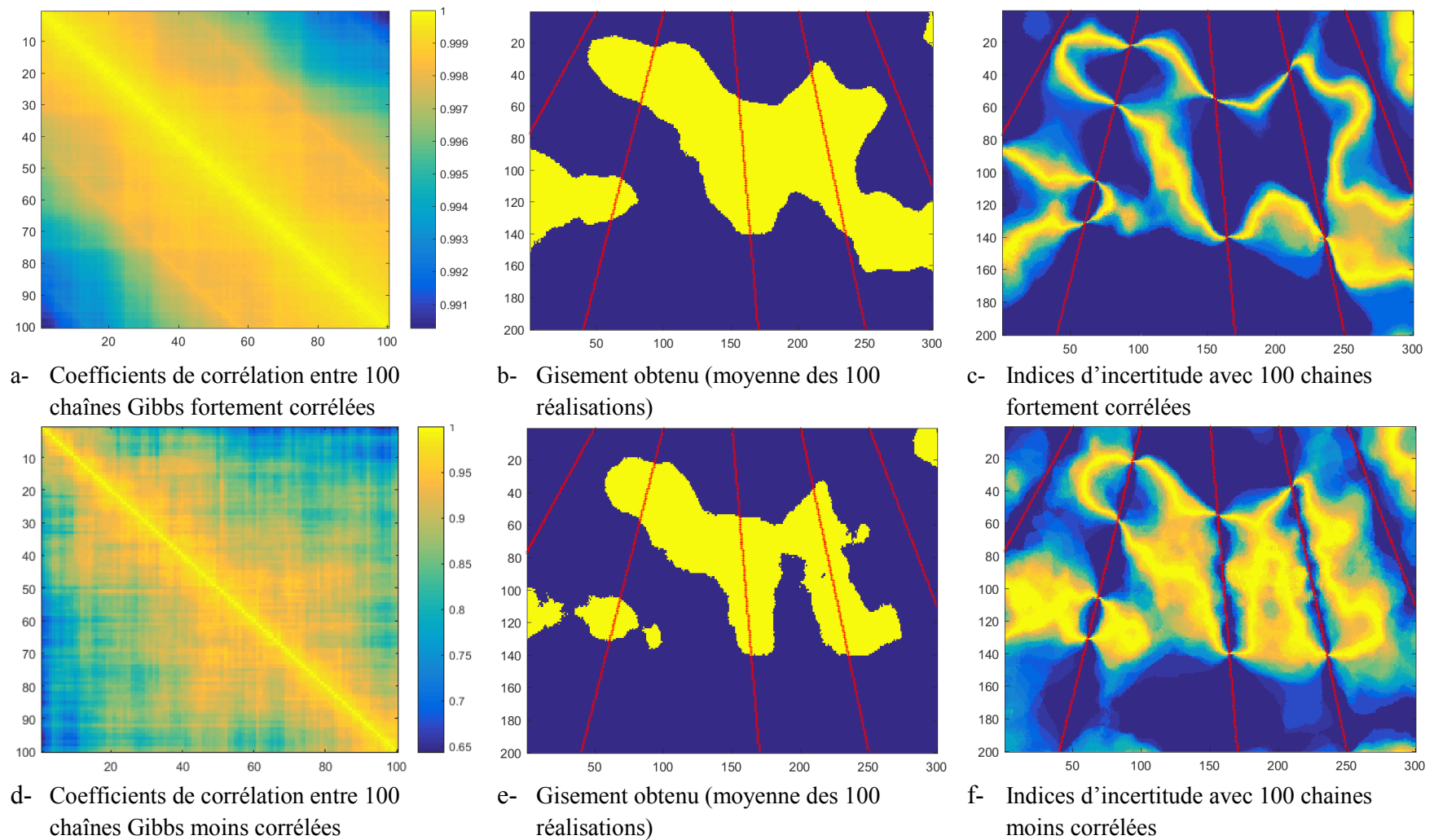


Figure 3-9 – Résultats obtenus avec des chaînes Gibbs fortement et peu corrélées

### 3.6 Simulation de faciès par bandes tournantes

Une fois que les valeurs gaussiennes  $[Y(x^*)]$  sont obtenues pour les faciès observés aux blocs échantillonnés  $x^*$ , on procède à la simulation des valeurs gaussiennes  $Y(x)$  pour tous les autres blocs  $x$  du champ. La méthode de simulation sélectionnée est la simulation par bandes tournantes car elle permet la simulation de très grands champs en un temps acceptable (voir Tableau 2.1).

Soit  $\tilde{Y}(x)$  la valeur de gaussienne obtenue par simulation par bandes tournantes pour le bloc  $x$ . Pour chaque chaîne de  $m$  valeurs gaussiennes Gibbs  $[Y(x^*)]$ , on obtient des valeurs gaussiennes  $\tilde{Y}(x)$  pour tout bloc  $x$ . Une fois la simulation complétée, on procède au conditionnement pour obtenir des valeurs  $Y(x)$  qui respectent les données observées selon la relation suivante :

$$Y(x) = \tilde{Y}(x) + (Y_x^{kr} - \tilde{Y}_x^{kr}) \forall x$$

Où :  $Y_x^{kr}$  est la valeur krigée en  $x$  (voir section 2.1) à partir des valeurs observées  $Y(x^*)$ , et  $\tilde{Y}_x^{kr}$  est la valeur krigée en  $x$  en utilisant les valeurs simulées aux blocs échantillonnés  $\tilde{Y}(x^*)$ .

Une fois les valeurs gaussiennes  $Y(x)$  connues pour tout bloc  $x$ , celles-ci peuvent être recodées en faciès  $F(x) = 1$  ou  $0$  en fonction du seuil de codage calculé à l'étape 2 du processus Gibbs (voir section 3.5). Chaque chaîne de valeurs gaussiennes  $[Y(x^*)]$  obtenues par le processus Gibbs permet ainsi d'aboutir à une réalisation de faciès simulés  $F(x)$ , qui est une interprétation possible du gisement, et qui respecte les faciès observés des blocs échantillonnés. La Figure 3-10 illustre trois exemples de réalisations indépendantes obtenues pour le gisement de la Figure 3-1.

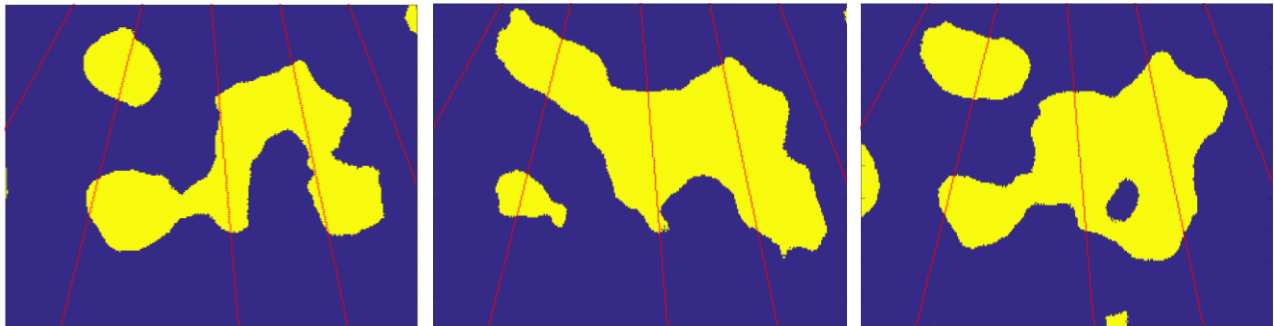


Figure 3-10 – Exemple de réalisations indépendantes obtenues par différents

Le processus est donc stochastique et la variabilité provient de la différence entre les séries de valeurs Gibbs utilisées et des résultats de la simulation conditionnelle.

## 3.7 Calcul et interprétation de l'indice d'incertitude de faciès

### 3.7.1 Calcul de la probabilité de faciès et de l'incertitude de faciès

En obtenant une série de  $n$  réalisations indépendantes les unes des autres on peut déduire la probabilité de faciès  $Z(x)$  de chaque bloc  $x$  car il s'agit d'un processus binomial :

$$Z(x) = P(F(x) = 1) = \sum_r^n F_r(x)/n, \text{ où } F_r(x) \text{ représente le faciès simulé au bloc } x \text{ à la réalisation } r.$$

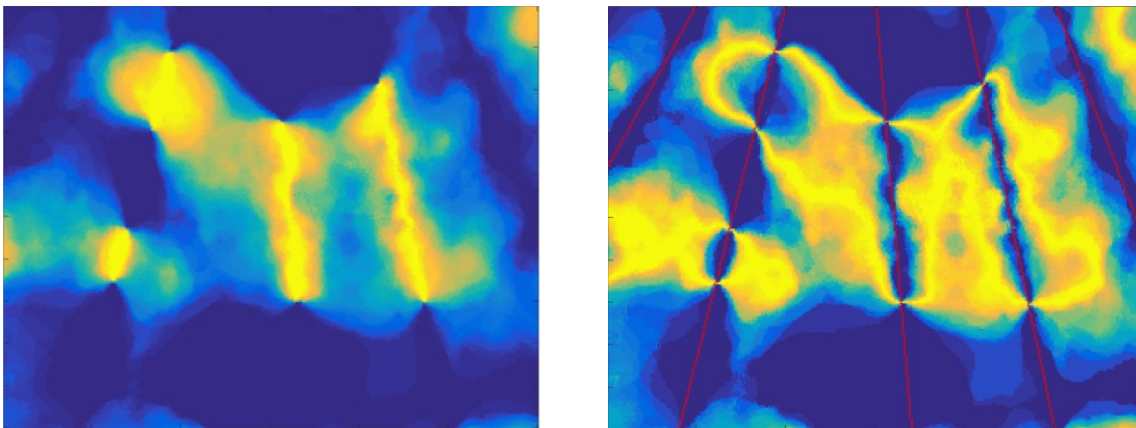
Il est possible d'obtenir l'interprétation du gisement probable (ou la moyenne des réalisations) : il suffit d'assigner un faciès  $F(x) = 1$  pour les blocs ayant  $Z(x) \geq 0.5$  et  $0$  pour les autres.

L'indice d'incertitude proposé est la variance de la probabilité de faciès, soit la variance de la loi binomiale pour chaque bloc du champ, calculé selon l'équation :

$$\text{Incertainde de Faciès}(x) = \text{Var}(Z(x)) = P(Z(x) = 1) \times [1 - P(Z(x) = 1)] = Z(x) \times (1 - Z(x))$$

L'indice d'incertitude varie donc entre 0 et 0,25. Cet indice nous renseigne sur le niveau de certitude que nous avons sur l'interprétation du faciès d'un bloc donné. Plus l'indice d'incertitude de faciès d'un bloc est grand plus l'interprétation que nous faisons du gisement au bloc donné est incertaine et le risque de se tromper est élevé (comme au niveau de la frontière du gisement).

La Figure 3-11 illustre les probabilités de faciès et incertitudes de faciès obtenus pour l'exemple de la Figure 3-1, avec 100 réalisations indépendantes. La couleur bleue correspond à une incertitude minimale de 0.0 et le jaune à une incertitude maximale de 0.25 (incertitude maximale). Pour chacun des blocs échantillonnés (sur les lignes rouges) l'incertitude est nulle.



a- Probabilités de faciès

b- Incertitude de faciès

Figure 3-11 – Probabilité de faciès et indices d'incertitude de faciès obtenus

La Figure 3-12 présente d'autres exemples de gisements et de forages, et les résultats de gisement simulés et d'incertitude de faciès obtenus pour ces exemples.

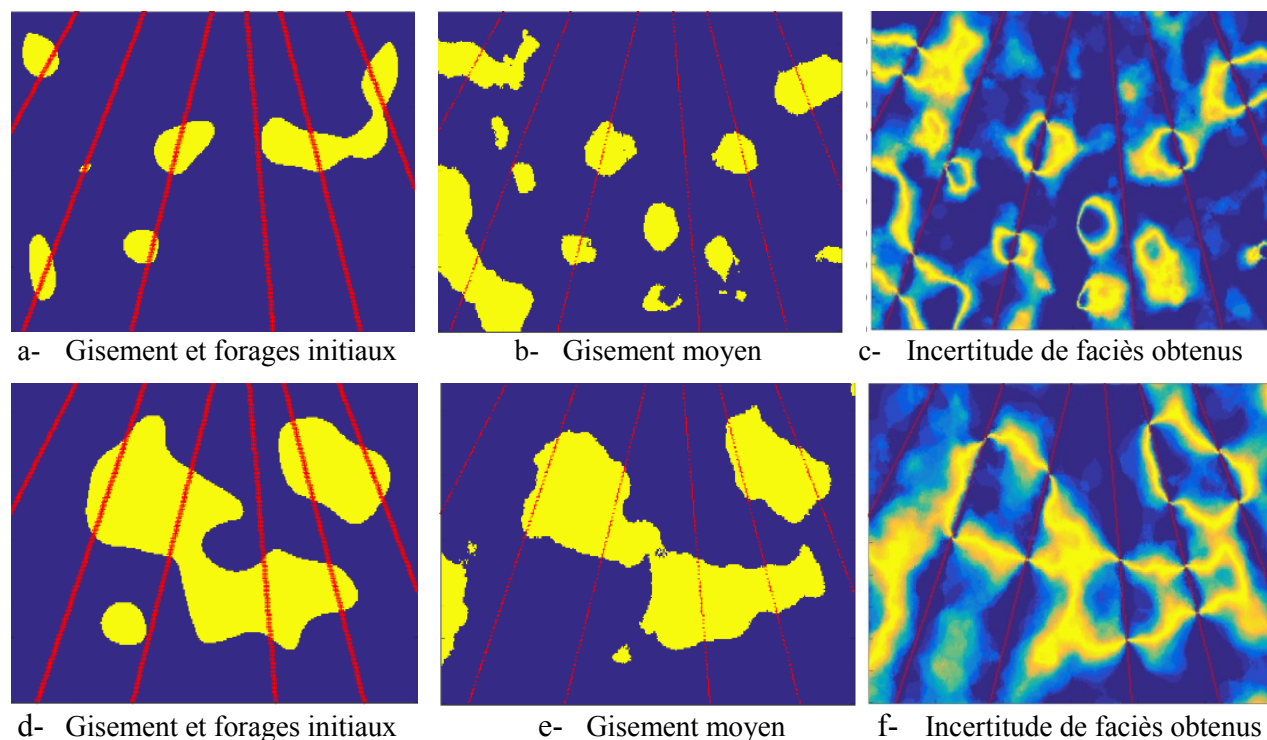
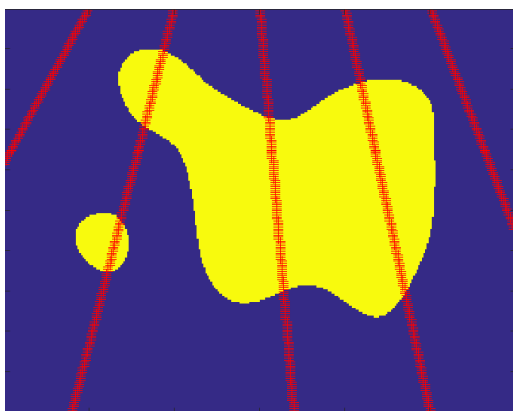


Figure 3-12 – Indices d'incertitude de faciès obtenus pour deux exemples de gisements

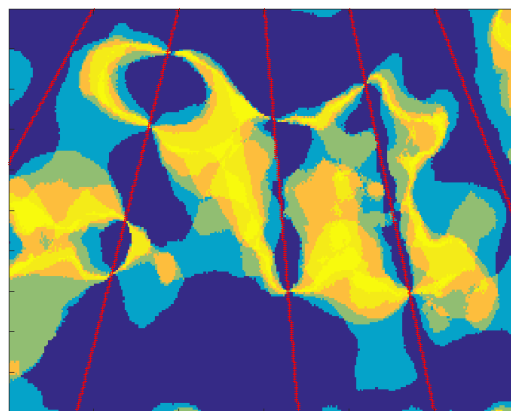
### 3.7.2 Impact du nombre de réalisations

Dans les exemples précédents, nous avons utilisé 100 réalisations. Il est judicieux de vérifier l'impact du nombre de réalisations utilisés sur le calcul de l'indice d'incertitude. Par exemple si on a seulement 2 réalisations issues de deux simulations par bandes tournantes, sachant que la variable aléatoire (faciès) est binaire, alors l'incertitude obtenue pour un bloc  $x$  ne peut être que soit 0 (les deux résultats ont la même prédiction) ou 0.25 (les deux résultats ont des prédictions contraires). La valeur d'incertitude ainsi calculée peut donc changer en fonction du nombre de réalisations effectuées. Pour 2 réalisations seulement, la mesure d'incertitude obtenue est sans intérêt car elle ne permet pas vraiment de distinguer l'incertitude des blocs. Il faudrait une mesure d'incertitude qui soit le plus continue entre 0 et 0.25. En d'autres termes on cherche le nombre minimum de répétitions du processus binomial acceptable pour avoir une certaine continuité dans nos résultats d'incertitude.

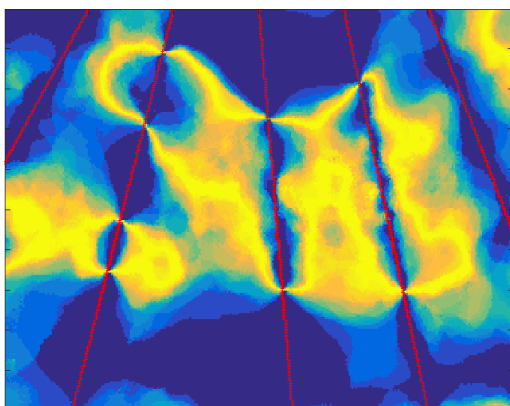
La Figure 3-11 présente les champs d'indices d'incertitude de faciès obtenus avec  $n=10, 50, 100, 200$  et  $500$  réalisations. On constate qu'au-delà de 50 réalisations les figures d'incertitude sont très similaires. La résolution de la carte d'incertitude de 10 réalisations est beaucoup plus faible que celle des autres cas. Le choix de 100 réalisations semble judicieux pour cet exemple.



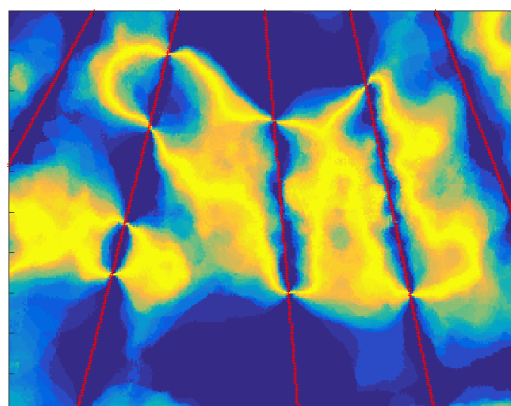
a- Gisement et forages initiaux



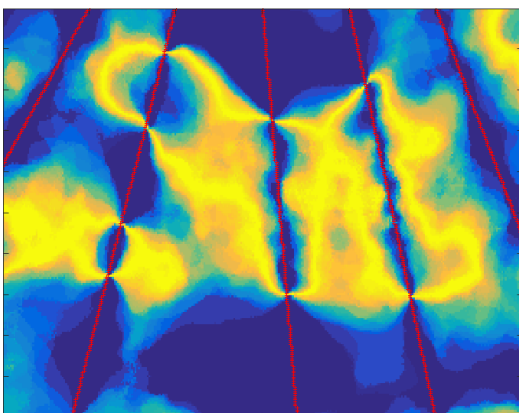
b- Incertitude de faciès avec 10 réalisations



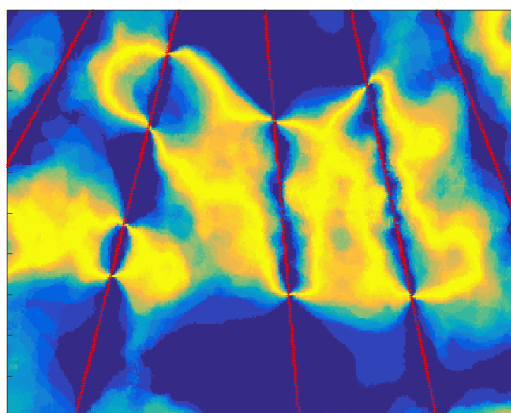
Incertitude de faciès avec 50 réalisations



Incertitude de faciès avec 100 réalisations



Incertitude de faciès avec 200 réalisations



Incertitude de faciès avec 500 réalisations

Figure 3-13 – Indices d'incertitude de faciès obtenu avec différents nombre de réalisations



### 3.7.3 Comparaison à la variance de krigeage

Par définition, le krigeage est la méthode d'interpolation qui minimise la variance d'estimation calculée à l'aide du variogramme. La variance de krigeage est donc une mesure d'incertitude d'estimation. Il pourrait donc sembler judicieux d'utiliser la variance de krigeage comme indice d'incertitude. Toutefois, la variance de krigeage en un point ne dépend que de la position du point par rapport aux points échantillonnés. Autrement dit, la variance d'estimation du faciès d'un bloc ne dépendrait que de la position de ce bloc par rapport aux forages existants et non des faciès observés en ce bloc. L'information fournie par la variance de krigeage est alors incomplète pour les besoins de discrimination des blocs de cette recherche.

En reprenant l'exemple de la Figure 3-1, il est possible de calculer la variance de krigeage en chaque point du domaine tel qu'illustré à la Figure 3-14b. L'échelle de couleur va du bleu (variance de krigeage = 0) au jaune (variance de krigeage maximale). On constate que plus un bloc est éloigné de forages plus sa variance de krigeage est élevée, au niveau des blocs échantillonnés la variance de krigeage est nulle. Cet exemple illustre que la variance de krigeage ne dépend donc pas des faciès observés aux blocs échantillonnés. En comparant la variance de krigeage à la variance de faciès présentée à la Figure 3-11, on en déduit que la variance de krigeage seule n'apporte pas de valeur ajoutée au problème courant qui consiste à utiliser toute l'information fournie par les forages préexistants. Au besoin, la variance de krigeage pourrait être combinée à la variance de faciès pour donner plus de poids au critère de couverture spatiale des blocs (proximité des blocs par rapport aux forages).

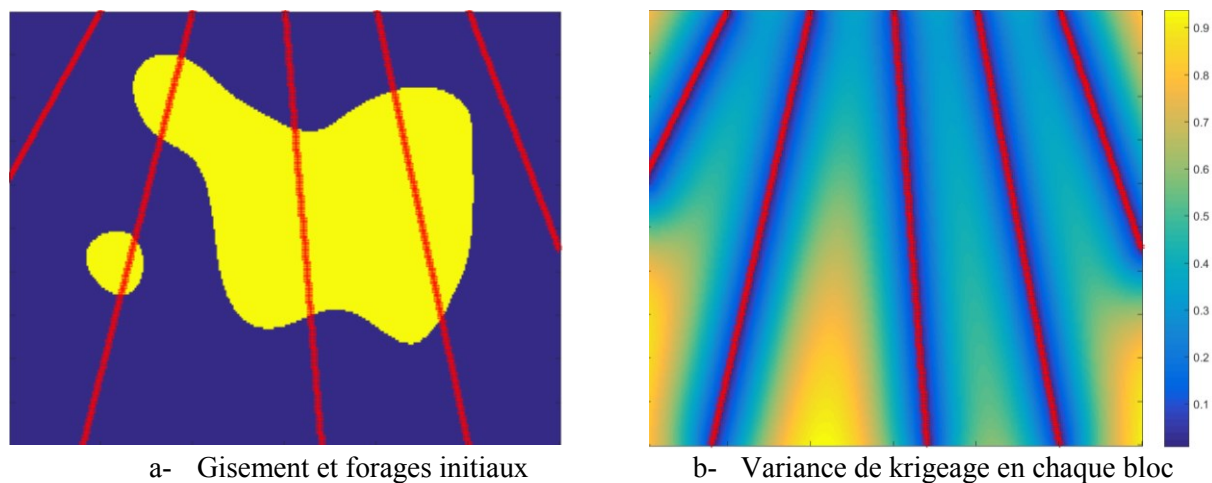


Figure 3-14 – Variance de krigeage

### 3.8 Influence d'un nouveau forage sur l'indice d'incertitude

Il est important de connaître l'influence d'un nouveau forage sur l'indice d'incertitude de faciès. Ceci permet par exemple de décider quelles sont les meilleurs nouveaux forages à effectuer (objectif de la seconde partie de ce travail) de recherche. Intuitivement, on s'attend à ce qu'un nouveau forage réduise l'incertitude de faciès des blocs avoisinants ce forage. On s'attend également à ce que plus un bloc sera près des blocs échantillonnés par le nouveau forage, plus grande sera la réduction de l'incertitude du forage à moins que le nouveau forage suggère une zone de changement de faciès.

La Figure 3-15 et la Figure 3-16 illustrent l'impact de l'addition d'un nouveau forage à différents endroits dans le champ du gisement de taille 300x200 de la Figure 3-1. La première colonne de la Figure 3-15 et de la Figure 3-16 montrent les nouveaux forages identifiés respectivement par A, B, C et D. La seconde colonne montre la nouvelle carte d'incertitude de faciès obtenue après l'analyse géostatistique complète en tenant compte des faciès observés du nouveau forage. La troisième colonne montre la nouvelle interprétation du gisement obtenu. On constate que les nouveaux forages ont une influence généralement de réduction des incertitudes de faciès des blocs qui sont proches du forage. Les nouveaux forages améliorent localement la représentation du gisement. Le Tableau 3.2 présente les résultats d'incertitude totale et d'erreur de faciès totale obtenus après analyse géostatistique en prenant en compte les résultats des forages additionnels.

Tableau 3.2 – Résultats du nouveau forage

<b>Forage</b>	<b>Incertainitude initiale des blocs couverts par le nouveau forage (ancienne carte d'incertainitude)</b>	<b>Incertainitude Totale calculée avec le nouveau forage</b>	<b>Erreur de faciès totale</b>
<i>Préexistant</i>	-	<b>5730</b>	<b>8143</b>
A	1507.1	4215.7	7134
B	1850.5	5250.9	7506
C	2029.2	5179.3	5877
D	1779.8	4709.4	6172

On en conclut qu'en général les futurs forages les plus bénéfiques sont ceux qui assurent une meilleure couverture des zones à incertitude élevée. Notons toutefois qu'il est possible qu'un forage apporte beaucoup d'informations (le gisement est mieux reconnu) sans que le total d'incertitude ne change beaucoup (exemple du forage C). Ceci peut être le cas quand les forages révèlent autre chose que ce qui est attendu selon l'interprétation actuelle du gisement.

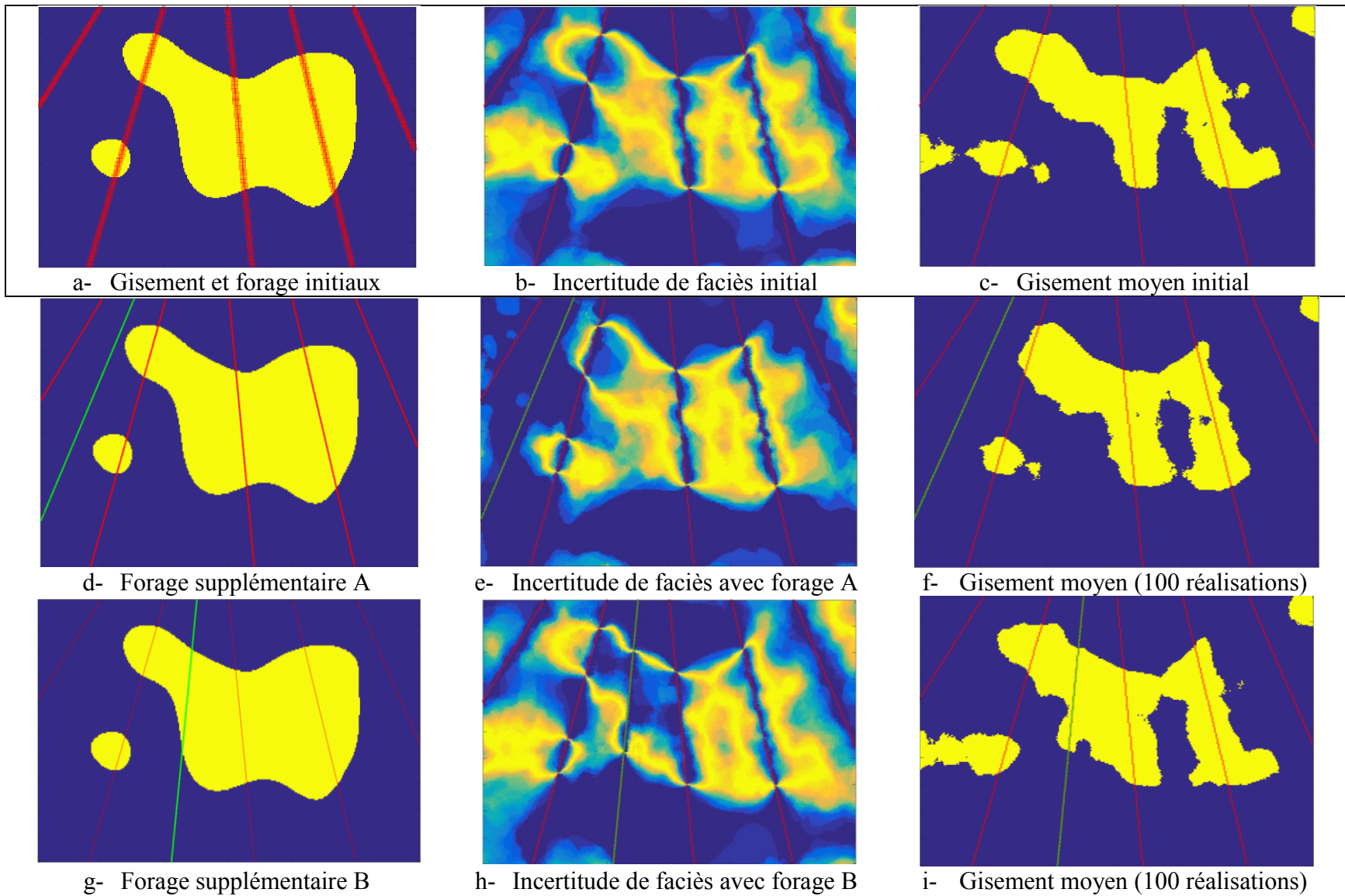


Figure 3-15 – Influence de nouveaux forages A et B

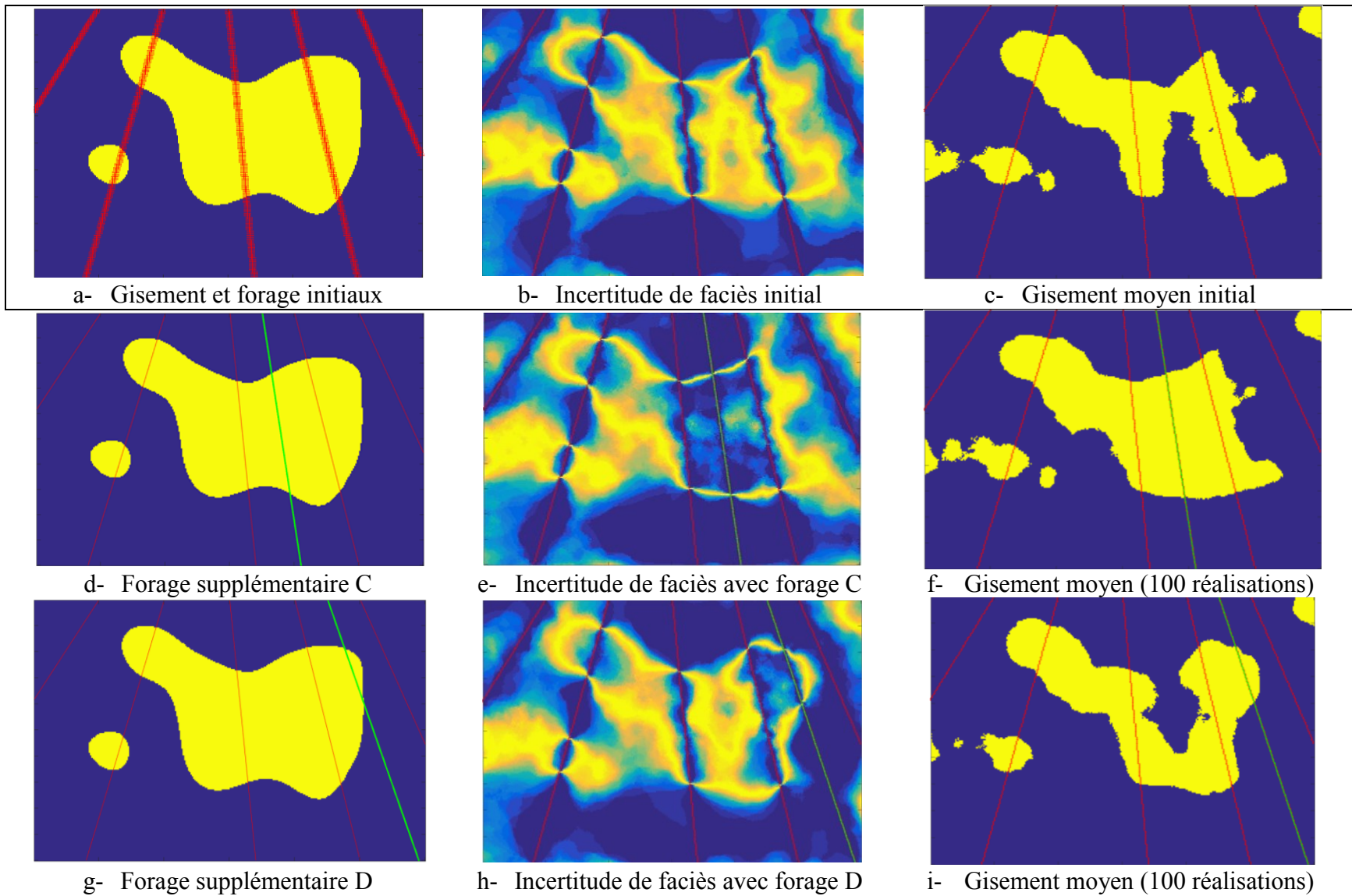


Figure 3-16 – Influence de nouveaux forages C et D

### 3.9 Application sur un exemple 3D

La méthode de calcul d'incertitude proposée dans cette recherche n'est pas limitée au 2D, et peut s'appliquer pour des gisements 3D. Cette section présente un exemple d'application sur un cas test tridimensionnel. La Figure 3-17 présente le gisement et les forages initiaux ainsi que les blocs échantillonnés dans un champ de 60x48x24. Des forages verticaux sont utilisés pour simplifier la visualisation.

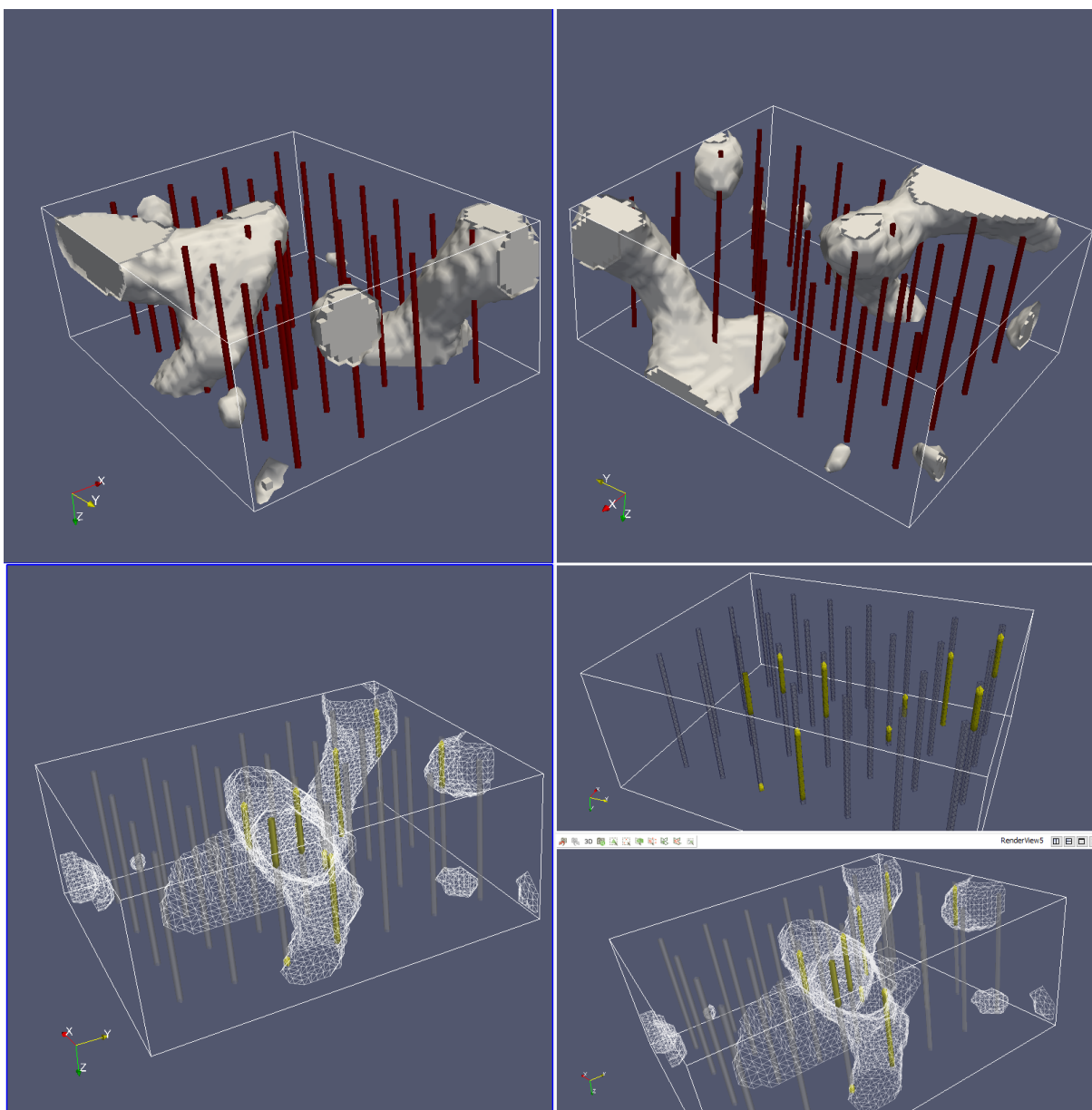


Figure 3-17 – Gisement et forages initiaux en 3D

La Figure 3-18 présente le variogramme expérimental (on suppose un variogramme isotrope) et le modèle théorique proposé pour la variable gaussienne (en pointillés). On peut observer l'ajustement du variogramme induit de la variable catégorique (ligne bleue).

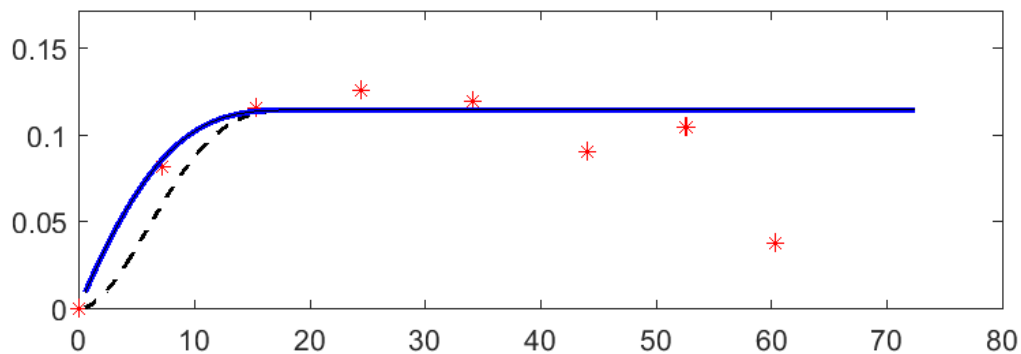


Figure 3-18 – Variogramme expérimental et modèle théorique pour le cas 3D

La Figure 3-19 présente le gisement simulé, obtenu après avoir procédé à l'échantillonnage de Gibbs et aux simulations par bandes tournantes pour 100 réalisations indépendantes. La vue A présente en filigrane le gisement réel (original) et le gisement simulé. On remarque que l'interprétation du gisement (gisement simulé) est similaire au gisement initial. L'erreur de faciès totale est de 5 987 (sur 69 120 blocs).

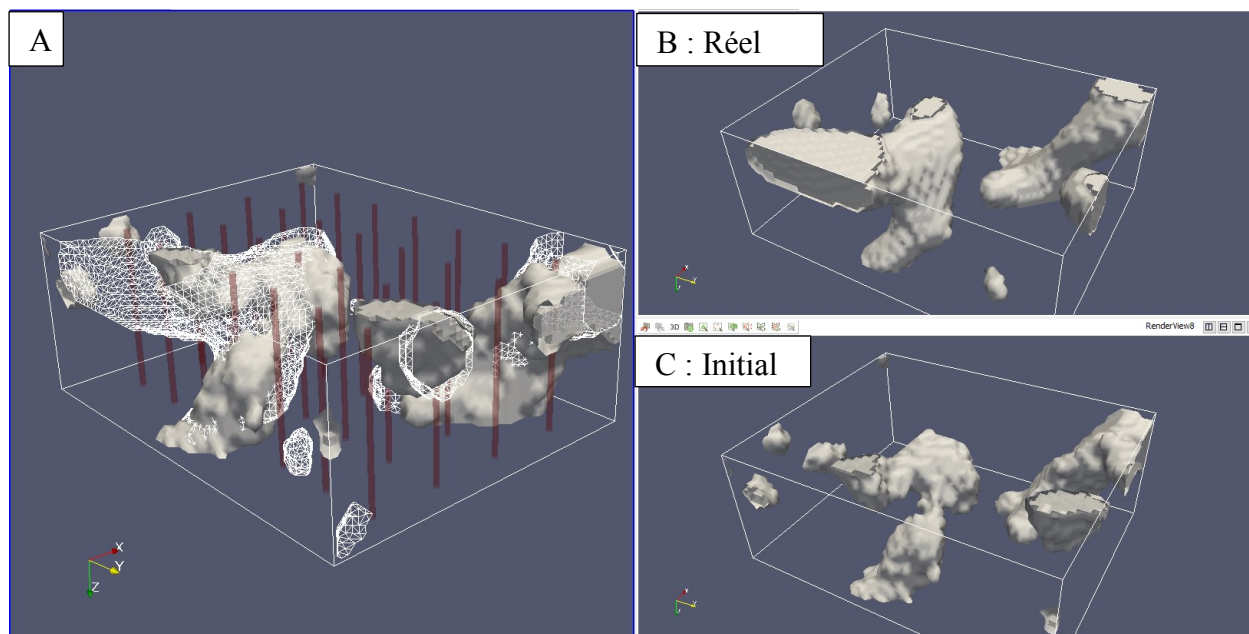


Figure 3-19 – Gisement obtenu par simulations (moyenne de 100 réalisations)

La Figure 3-20 présente l'indice d'incertitude (variance de faciès) des blocs. Les blocs pour lesquels l'incertitude est nulle ont été filtrés pour permettre la visualisation. L'échelle des valeurs d'incertitudes de faciès présentées va de 0.01 (bleu) à 0.25 (rouge).

La vue B présente en filigrane la surface du gisement simulé. Cette vue confirme que l'incertitude est élevée au niveau de la surface de gisement.

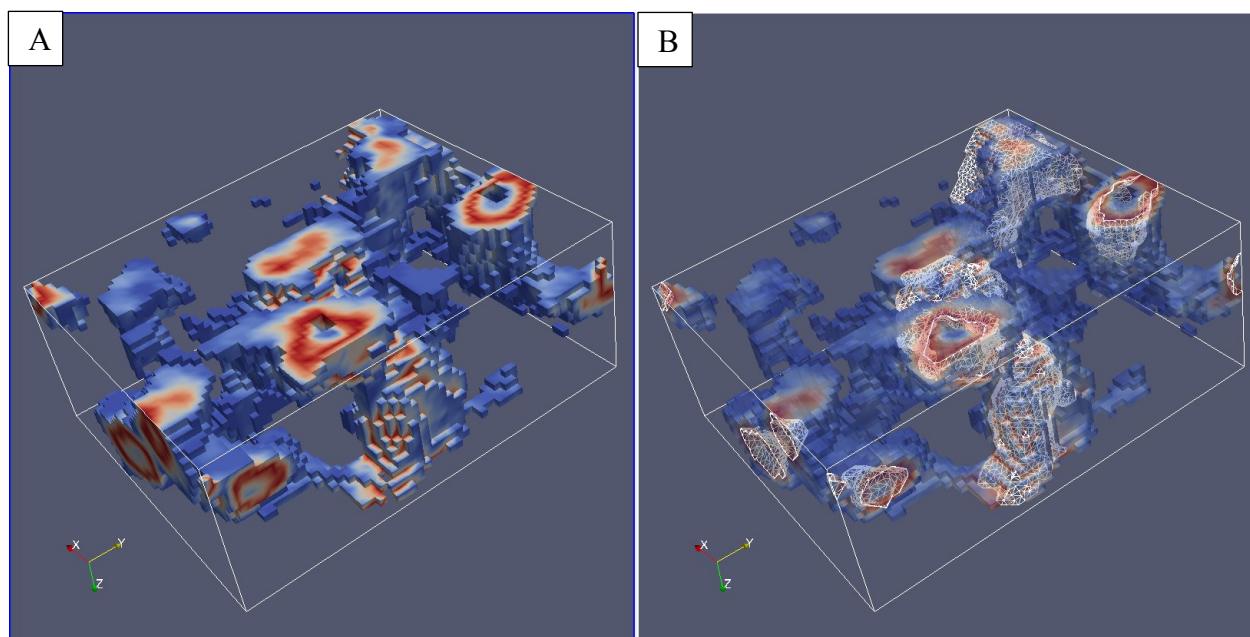


Figure 3-20 – Incertitude de faciès obtenus pour le cas 3D

## **CHAPITRE 4 MÉTAHEURISTIQUE POUR LE PTF EN TENANT COMPTE DE L'INCERTITUDE DE FACIÈS DES BLOCS**

Ce chapitre présente le modèle d'optimisation proposé pour résoudre le problème de PTF en discriminant les blocs selon leur niveau d'incertitude (nouvel indice d'incertitude de faciès). Un algorithme tabou capable de résoudre les grandes instances du problème du PTF est proposé.

### **4.1 Objectif spécifique**

Le problème du PTF a déjà été formulé comme un problème de recouvrement partiel d'ensembles par Bilal & al, en identifiant les blocs comme des éléments de l'ensemble à couvrir (Bilal, Galinier, & Guibault, A New Formulation of the Set Covering Problem for Metaheuristic Approaches, 2013). L'objectif de cette partie de la recherche est de reprendre cette formulation et d'y ajouter un gain permettant de discriminer la couverture des blocs, soit l'incertitude de faciès, et de proposer des outils permettant de résoudre le problème ainsi formulé. De façon spécifique, nous nous sommes donnés pour mandat de :

- Reformuler le problème pour tenir compte de l'incertitude associée à la présence du gisement en chaque bloc (incertitude de faciès);
- Proposer une métaheuristique qui permet de résoudre les grandes instances de ces problèmes qui ne peuvent être résolues de façon exacte en un temps acceptable.
- Démontrer l'efficacité de la métaheuristique proposée en comparant les solutions trouvées par cette métaheuristique à la solution optimale pour des instances de taille moyenne.

La métaheuristique proposée doit être suffisamment robuste et flexible pour permettre d'intégrer les contraintes comme le coût de forage, de tenir compte des coûts des forages et être applicable en 3D.

### **4.2 Définition de la problématique et approche proposée**

Pour rappel, le problème du PTF consiste à trouver le meilleur sous-ensemble de forages parmi un ensemble de futurs forages possibles. Ce sous-ensemble optimal offre la meilleure couverture de l'incertitude de faciès des blocs pour un coût de forage donné, ou inversement serait le sous-ensemble de forages le moins coûteux pour un niveau de couverture de l'incertitude totale désiré.



Le problème de PTF peut se ramener à un problème de recouvrement partiel d'ensembles (voir section 2.2.2). Les blocs sont alors les éléments à couvrir et les forages représentent les sous-ensembles de couverture, ayant chacun un coût donné. On veut trouver le sous-ensemble offrant la meilleure couverture possible pour un coût total maximum donné. La variation par rapport à l'approche proposée par Bilal et al. (Bilal, Galinier, & Guibault, A New Formulation of the Set Covering Problem for Metaheuristic Approaches, 2013) est que les blocs ont maintenant un gain qui les différencient : l'incertitude de faciès. Au regard des analyses géostatistiques de la première partie de cette recherche présentées au Chapitre 3, il y a plusieurs avantages à effectuer des forages couvrant l'incertitude de faciès des blocs : diminution de l'incertitude totale, meilleure interprétation du gisement.

Pour les grandes instances de ce problème de recouvrement, on ne peut obtenir une solution exacte à cause de l'explosion combinatoire du nombre de solutions possibles (pour une famille de  $n$  sous-ensembles il existe  $2^n$  solutions possibles incluant l'ensemble vide). Il faut recourir à une métaheuristique : un algorithme de recherche tabou est alors proposé.

### 4.3 Formulation mathématique du problème d'optimisation

#### 4.3.1 Données d'entrée et de sortie

Les principales données d'entrées pour ce problème d'optimisation sont :

- L'incertitude de faciès des blocs telle que calculée au Chapitre 3 : Soit  $VarF_i$  l'incertitude de faciès (variance de faciès) du bloc  $i$ .
- L'ensemble des forages potentiels.
- Les blocs couverts par chaque forage potentiel. Un bloc sera considéré couvert par un forage s'il est à une distance inférieure à la distance de couverture des forages. La distance de couverture est un paramètre décidé par l'analyste et dépend du niveau de proximité désiré, cependant elle doit toujours être inférieure à la portée du variogramme.

Notons aussi que la couverture est ici binaire, un bloc est soit entièrement couvert ou non.

$$Cov_j^i = \begin{cases} 1 & \text{si le bloc } i \text{ est couvert par le futur forage } j \text{ (distance}(i, j) \leq \text{portée)} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Soit  $M_j$  l'ensemble des blocs  $i$  couverts par le forage  $j$ , et soit  $N_i$  l'ensemble des forages  $j$  qui couvrent le bloc  $i$ .

- Le coût individuel  $\hat{c}_j$  de chaque forage potentiel  $j$ , et le coût total maximum  $\hat{C}_{max}$  dédié aux forages. Pour des raisons de simplification, le coût individuel d'un forage est supposé proportionnel à la longueur du forage. Les coûts de déplacement de la foreuse ne sont pas pris en compte dans cette recherche.

La sortie du problème (solutions) est un sous-ensemble de forages qui garantit une bonne, sinon la meilleure couverture (solution optimale) de l'incertitude de faciès des blocs du champ exploré.

### 4.3.2 Variables

Les différentes variables évaluées par le problème sont :

- L'état de couverture des blocs :

$$\text{Soit } X_i = \begin{cases} 1 & \text{si le bloc } i \text{ est couvert par au moins un des futur forages sélectionnés} \\ 0 & \text{si le bloc } i \text{ n'est couvert par aucun des futurs forages sélectionnés} \end{cases}$$

- La sélection du forage potentiel :

$$\text{Soit } Y_j = \begin{cases} 1 & \text{si le futur forage } j \text{ est sélectionné} \\ 0 & \text{si le futur forage } j \text{ n'est pas sélectionné} \end{cases}$$

Une solution consiste en un ensemble de valeurs binaires assignées à chacune des variables.

### 4.3.3 Fonction objectif

La fonction objectif consiste à maximiser la couverture de l'incertitude des blocs :

$$\text{Maximiser } \sum_i \text{Var}F_i \times X_i$$

Une autre variante du problème peut être de trouver le sous-ensemble de forages le moins coûteux pour un niveau de couverture d'incertitude minimum donné (par exemple : au moins 50% de l'incertitude totale doit être couverte). Dans ce cas, la fonction objectif à considérer est de minimiser la somme des coûts individuels des forages sélectionnés :

$$\text{Minimiser } \sum_j \hat{c}_j \times Y_j$$

### 4.3.4 Contraintes

Les contraintes du problème sont essentiellement les contraintes de coût maximum, d'intégrité des variables et les contraintes de couverture qui lient les variables de couverture des blocs ( $X_i$ ) aux variables de sélection des forages potentiels ( $Y_j$ ) :

- Contrainte de coût total maximum : la somme des coûts de forages individuels sélectionnés doit être inférieure au coût total maximum :

$$\sum_j \hat{c}_j \times Y_j \leq \hat{C}_{max}$$

- Contrainte de sélection d'un forage : Si un forage potentiel  $j$  est sélectionné alors tous les blocs qu'il couvre sont obligatoirement couverts. Cette contrainte est formulée comme suit :

$$\sum_{i \in M_j} X_i \geq |M_j| \times Y_j, \quad \forall j \in \{Forages\ potentiels\}$$

Où  $M_j = \{Blocs\ i\ couverts\ par\ le\ forage\ j\}$

- Contrainte de couverture des blocs : un bloc est couvert si et seulement si au moins un des forages qui le couvrent est sélectionné. Cette contrainte est formulée comme suit :

$$\sum_{j \in N_i} Y_j \geq X_i, \quad \forall i \in \{Blocs\}$$

Où  $N_i = \{Forages\ j\ qui\ couvrent\ le\ bloc\ i\}$

- Contraintes d'intégrité des variables :

$$X_i, Y_j \in \{0,1\}$$

- Contrainte de couverture minimale : dans le cas où l'on désire trouver l'ensemble de forages le moins coûteux pour un niveau de couverture minimal (soit  $\alpha$  compris entre 0.0 et 1.0), il faut rajouter la contrainte suivante :

$$\sum_i VarF_i \times X_i \geq \alpha \times \left( \sum_i VarF_i \right)$$

### 4.3.5 Formulation complète de différentes variantes du problème

En résumé, le problème d'optimisation du PTF peut s'écrire selon les variantes considérées :

- Pour trouver le meilleur sous-ensemble de forages qui maximise la couverture d'incertitude pour un coût total de forage maximal :

$$\text{Maximiser } \sum_i \text{Var}F_i \times X_i$$

$$\text{Sujet à: } \begin{cases} \sum_j \hat{c}_j \times Y_j \leq \hat{C}_{max} \\ \sum_{i \in M_j} X_i \geq |M_j| \times Y_j, \forall j \in \{\text{Forages potentiels}\} \\ \sum_{j \in N_i} Y_j \geq X_i, \forall i \in \{\text{Blocs}\} \\ X_i, Y_j \in \{0,1\} \end{cases} \quad \text{(Variante 1)}$$

- Pour trouver le meilleur sous-ensemble de forages de cout total minimum qui garantit un certain pourcentage  $\alpha$  de couverture de l'incertitude totale :

$$\text{Minimiser } \sum_j \hat{c}_j \times Y_j$$

$$\text{Sujet à: } \begin{cases} \sum_i \text{Var}F_i \times X_i \geq \alpha \times (\sum_i \text{Var}F_i) \\ \sum_{i \in M_j} X_i \geq |M_j| \times Y_j, \forall j \in \{\text{Forages potentiels}\} \\ \sum_{j \in N_i} Y_j \geq X_i, \forall i \in \{\text{Blocs}\} \\ X_i, Y_j \in \{0,1\} \end{cases} \quad \text{(Variante 2)}$$

Il est possible de combiner les deux fonctions objectifs précédentes pour chercher par exemple l'ensemble de forage qui garantit une meilleure pondération (combinaison linéaire) des objectifs de coûts et de couverture. Une avenue est de combiner un premier critère de score de couverture « normalisé » d'une solution à un second critère de score de coût « normalisé ». La fonction objectif est alors une pondération de ces deux critères. Par exemple, définissons comme score de couverture « normalisé » d'une solution : le ratio de la couverture d'incertitude de la solution sur la couverture maximale possible ( $\sum_i \text{Var}F_i$ ) et comme score de coût « normalisé » le ratio du coût de la solution sur le coût minimum garantissant une couverture complète de l'incertitude ( $\hat{C}_{100\%}$ ). Le modèle d'optimisation pour trouver la solution offrant le meilleur compromis 50/50 est :

$$\text{Maximiser } 0.5 \times \left[ \frac{1}{\sum_i \text{Var}F_i} \times \sum_i \text{Var}F_i \times X_i \right] + 0.5 \times \left[ \frac{1}{\hat{C}_{100\%}} \times \sum_j \hat{c}_j \times Y_j \right]$$

$$\text{Sujet à: } \begin{cases} \sum_{i \in M_j} X_i \geq |M_j| \times Y_j, \forall j \in \{\text{Forages potentiels}\} \\ \sum_{j \in N_i} Y_j \geq X_i, \forall i \in \{\text{Blocs}\} \\ X_i, Y_j \in \{0,1\} \end{cases} \quad \text{(Variante 3)}$$

## 4.4 Solution optimale

Le problème tel que défini à la section précédente peut être implanté et résolu de façon exacte pour de « petites » instances à l'aide d'un solveur mathématique comme CPLEX ou la fonction *intlinprog* de MATLAB. La solution obtenue est optimale et elle garantit la meilleure couverture possible de l'incertitude de faciès du champ pour un coût donné.

Les cas tests 2D présentés dans cette section, issus de la partie géostatistique, comportent environ 60 000 blocs et 1 800 forages potentiels, soit 61 800 variables. Bilal et al. (Bilal, Métaheuristiques hybrides pour les problèmes de recouvrement et recouvrement partiel d'ensembles appliquées au problème de positionnement des trous de forage dans les mines, 2014) ont déjà montré que pour certaines instances du problème avec environ 20 000 variables le solveur CPLEX ne trouve pas encore de solutions après plusieurs jours de calcul.

Afin de trouver des solutions optimales qui seront comparées aux résultats de la métaheuristique proposée, nous avons adopté quelques stratégies pour réduire la taille du problème :

- Agrégation des blocs issus de l'analyse géostatistique : le champ initial de 300x200 blocs (soit 60 000 variables  $X_i$ ) devient un champ de 75x50 (soit 3 750 variables); Les blocs initiaux ont donc été agrégés par groupe de 4x4.
- Non prise en compte des blocs à incertitude faible : on choisit d'ignorer les blocs ayant une valeur d'incertitude nulle ou très faible par exemple inférieure à 0.05 (sur un maximum de 0.25). Les variables liées à ces blocs sont donc retirées du modèle.

Cette deuxième approche peut également être adoptée (de façon plus exagérée) dans un cas où l'on ne s'intéresse spécifiquement qu'à la couverture des blocs les plus incertains.

Dans cette section nous présentons 3 cas tests pour lesquels nous trouverons les solutions optimales à l'aide d'un solveur exact. Pour le premier cas test, nous résolvons différentes variantes du problème de PTF telles que formulées à la section 4.3.5. Pour les deux autres cas tests nous nous contenons de trouver les solutions à la variante principale qui est la maximisation de la couverture de l'incertitude. Les solutions optimales trouvées pour cette variante du PTF seront comparées aux solutions fournies par la métaheuristique.

#### 4.4.1 Cas test 1

Soit le gisement et les forages initiaux ainsi que le champ d'incertitude de faciès obtenu après analyse géostatistique présentés à la Figure 4-1. Ce champ est composé de 60,000 blocs (200x300). L'incertitude de faciès de chaque bloc est comprise entre 0 et 0.25 (les incertitudes élevées sont en jaune et les incertitudes faibles en bleu).

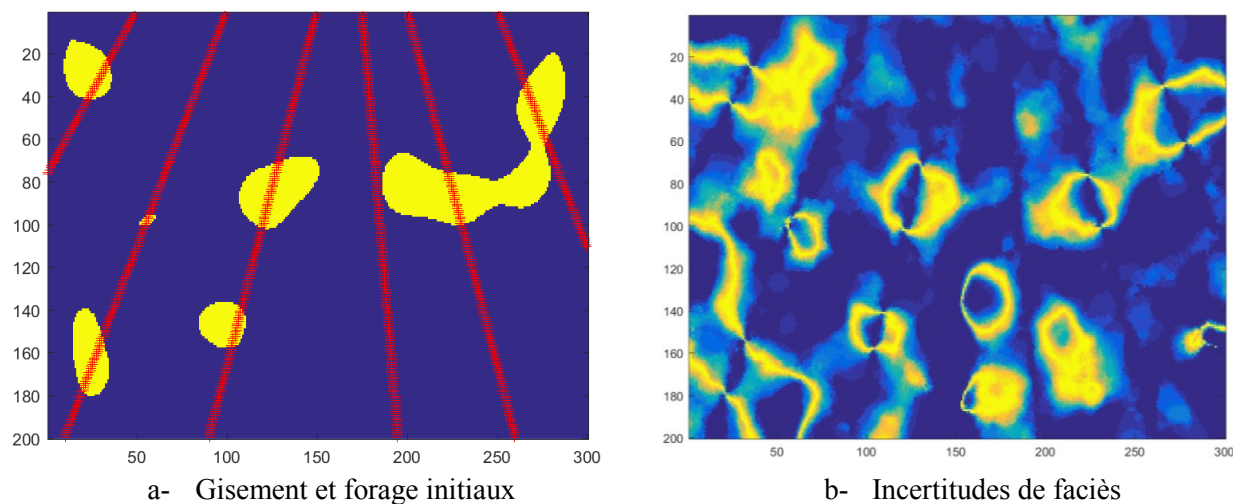


Figure 4-1 – Exemple et bloc et champ d'incertitude pour le cas test 1

L'ensemble des futurs forages considérés est présenté à la Figure 4-2. Trois points de collets différents sont utilisés (3 positions possible de la foreuse). L'ensemble ainsi défini comprend 1800 forages possibles représentés par les lignes rouges enchevêtrées.

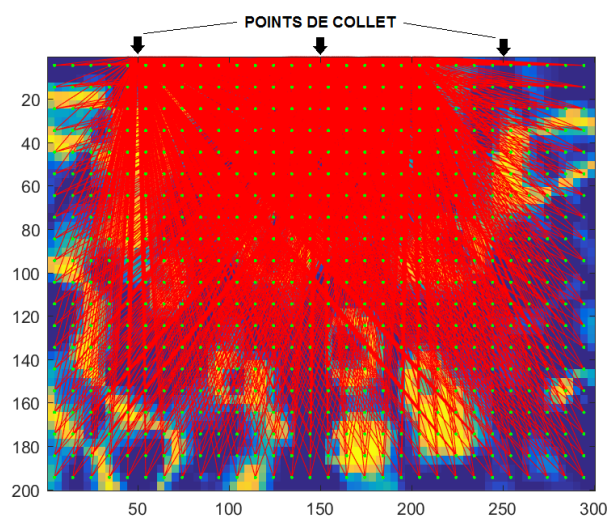


Figure 4-2 – Ensemble des forages potentiels considérés pour le cas test 1

Afin de réduire la taille du problème (nombre de blocs), ce champ a été réduit en agrégeant 4x4 blocs initiaux en un nouveau bloc. Le nouveau champ considéré (Figure 4-3) a donc 3750 blocs (50x75). On obtient une carte d'incertitude de moins bonne résolution, mais semblable à la carte initiale. Pour un même ensemble de forages, la couverture d'incertitude obtenue avec cette carte de blocs agrégés sera similaire à la couverture obtenue avec la carte initiale.

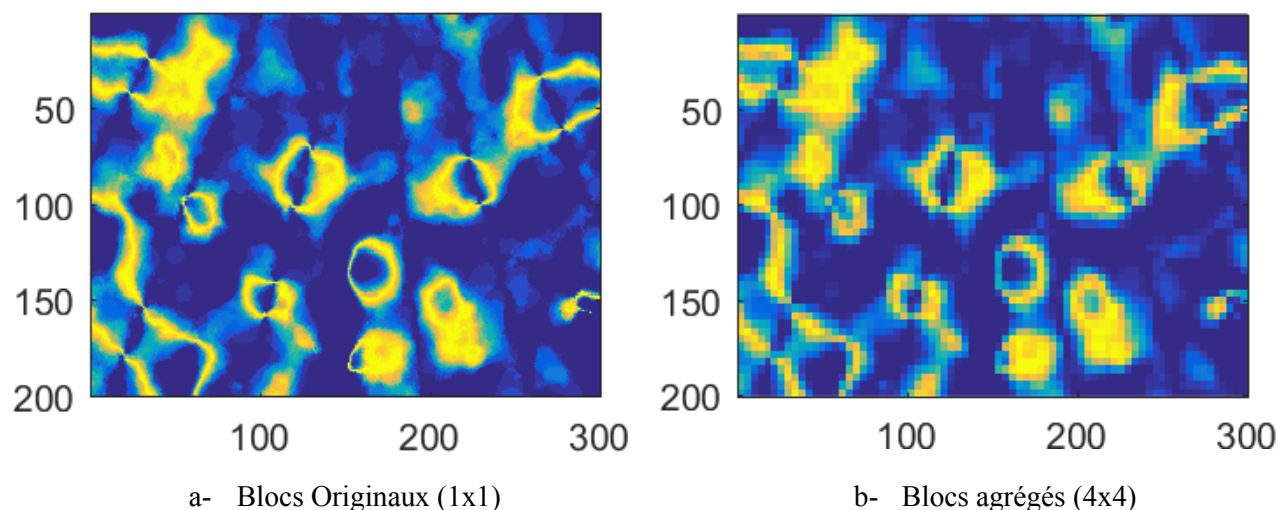


Figure 4-3 – Champ d'incertitude avec blocs originaux et blocs agrégés (cas test 1)

Supposons pour cet exemple une distance de couverture de 10 unités (un bloc est couvert par un forage s'il est à 10 unités du forage).

Une variante du problème de PTF formulée pour ce modèle réduit comprendrait au moins :

- 5550 variables binaires (3750 variables de blocs  $X_i$  et 1800 variables de forages  $Y_i$ ).
- $2^{1800}$  solutions possibles (différents sous-ensembles de forages possibles).
- 3750 contraintes de couverture des blocs.
- 1800 contraintes de sélection des forages.

### **Minimisation du coût total de forage pour un niveau de couverture donné**

Supposons que l'on veuille connaître le coût de forage minimum (longueur de forage minimum) pour couvrir l'incertitude totale du champ. On choisit d'ignorer les blocs de très faible incertitude, dont l'indice d'incertitude est inférieure à 0.05 (ou plus précisément  $4 \times 4 \times 0.05$  en considérant les blocs agrégés). On résout alors la *Variante 2* du modèle d'optimisation présenté à la section 4.3.5.

La résolution exacte de ce modèle à l'aide d'un solveur (fonction *intlinprog* de MATLAB) permet de trouver la solution optimale présentée à la Figure 4-4. Les forages sélectionnés sont en vert et les blocs couverts par ces forages sont identifiés par un marqueur rouge.

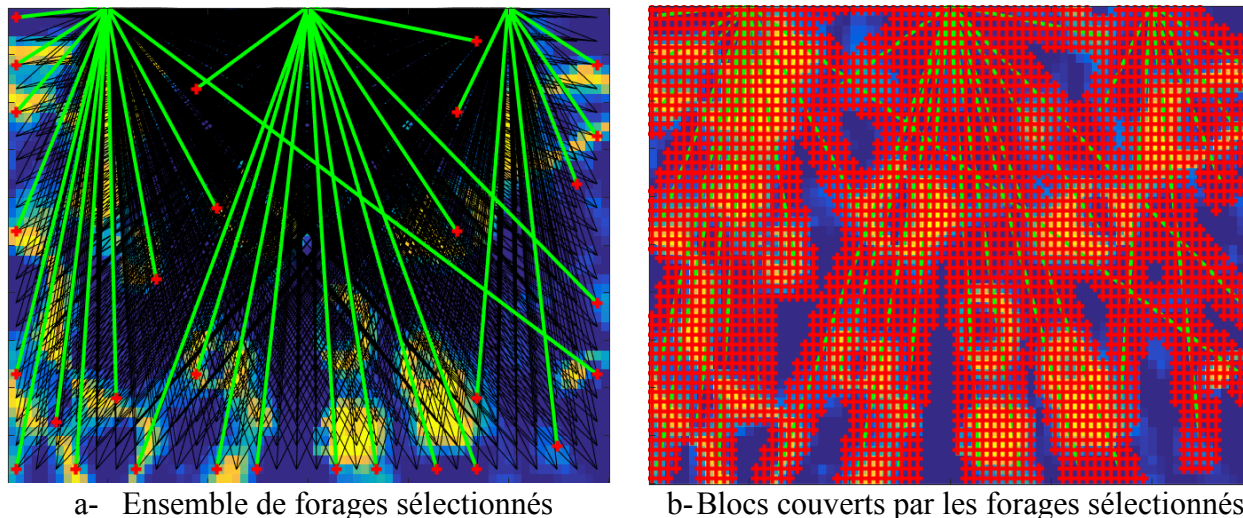


Figure 4-4 – Solution optimale de coût minimum à 100% de couverture pour le cas test 1

L'ensemble des forages ainsi illustré a un coût de 4319.8 et couvre une incertitude totale de 3539.5. Il s'agit du coût total minimum pour avoir une couverture maximale (en ignorant les blocs de très faible incertitude), c'est donc le coût total maximum utile puisqu'il garantit une couverture maximale : il n'y a donc pas de valeur ajoutée, en termes de couverture d'incertitude, d'investir un coût total de forage plus élevé que 4319.8 pour ce cas.

### Meilleur pondération couverture-coût (à 50%)

Supposons maintenant que nous voulons trouver la solution offrant la meilleure combinaison ou meilleur compromis couverture versus coût. Sachant la couverture maximale possible et le coût total maximum utile, on peut résoudre la *Variante 3* du modèle d'optimisation (voir section 4.3.5). La résolution de cette variante du problème à l'aide d'un solveur exact permet de trouver la solution optimale présentée à la Figure 4-5. L'ensemble des forages ainsi illustré a un coût de 1614.7 et couvre une incertitude totale de 2634.6. C'est la solution offrant le meilleur compromis couverture-coût, quand on considère la couverture maximale possible et le coût total de forage maximum utile.



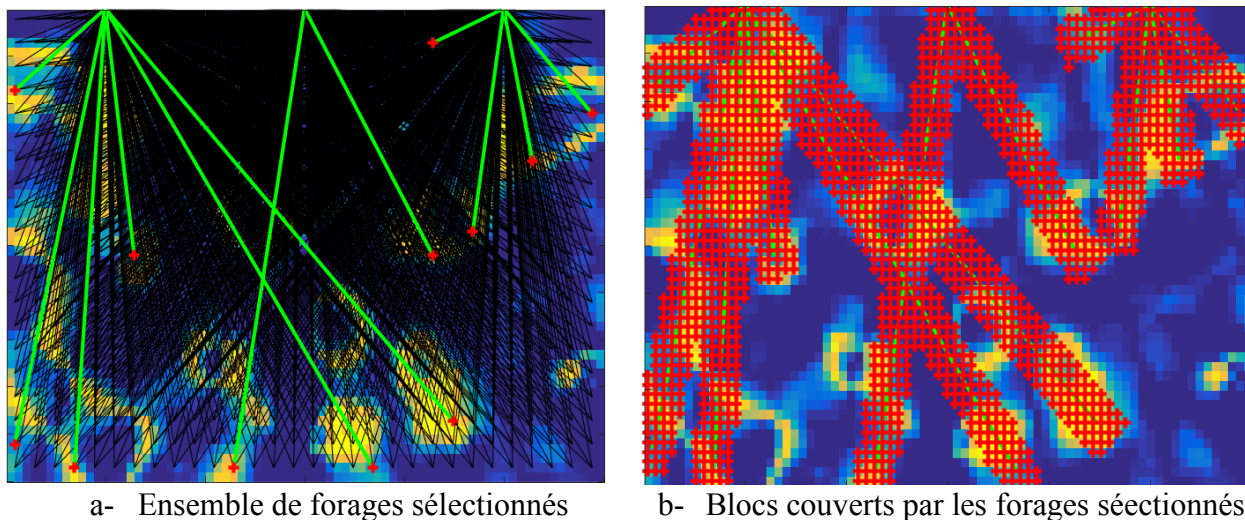


Figure 4-5 – Solution optimale de meilleur compromis couverture-coût pour le cas test 1

### Maximisation de la couverture d'incertitude pour un coût total fixé

Supposons enfin que l'on veuille maintenant connaître la solution offrant la meilleure couverture pour un coût total de forage maximum fixé d'avance de 1700. On s'attend à ce que la solution optimale pour ce cas soit proche (et légèrement meilleure en terme de couverture) que la solution du modèle précédent (couverture de 2634.6 pour un coût total de 1614.7). On résout la *Variante 1* du modèle d'optimisation (voir section 4.3.5). La solution optimale obtenue à l'aide du solveur exact est présentée à la Figure 4-6. L'ensemble des forages ainsi illustré a un coût total de 1695.3 et couvre une incertitude totale de 2698.6, ce qui confirme nos attentes.

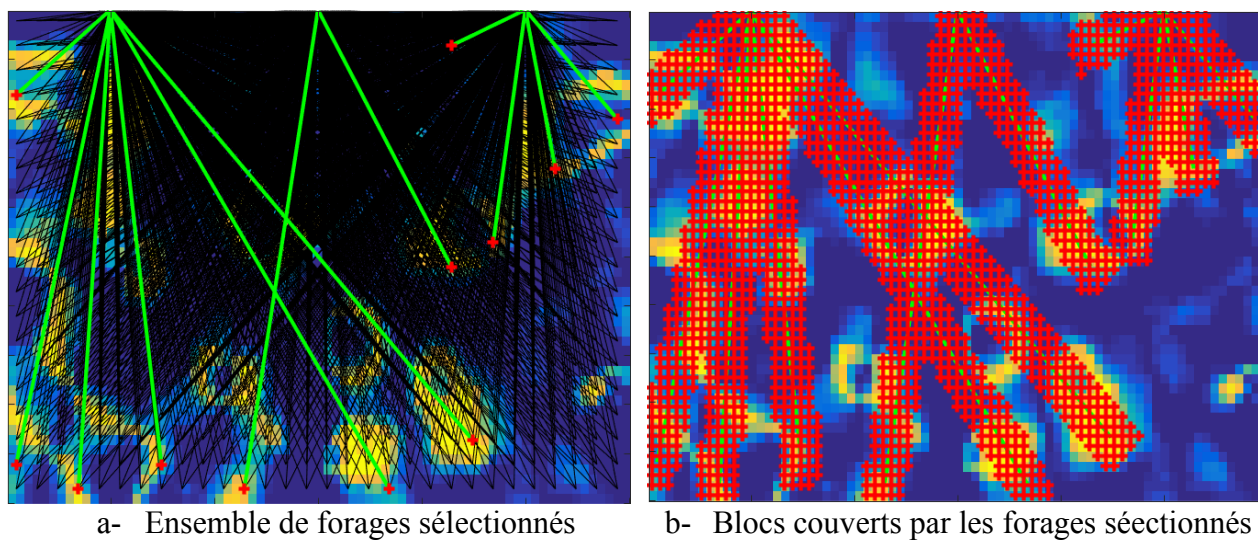


Figure 4-6 – Couverture maximale pour un coût total maximum de 1700 (cas test 1)

#### 4.4.2 Cas test 2

Soit le gisement et les forages initiaux, dans un champ de 300x200, présenté à la Figure 4-7a. La Figure 4-7b présente le champ d'incertitude de faciès obtenu après analyse géostatistique. Le champ d'incertitude agrégé à 75x50 blocs est présenté à la Figure 4-7d. L'ensemble des futurs forages possibles (1800 forages, 3 points de collets) est illustré à la Figure 4-7c.

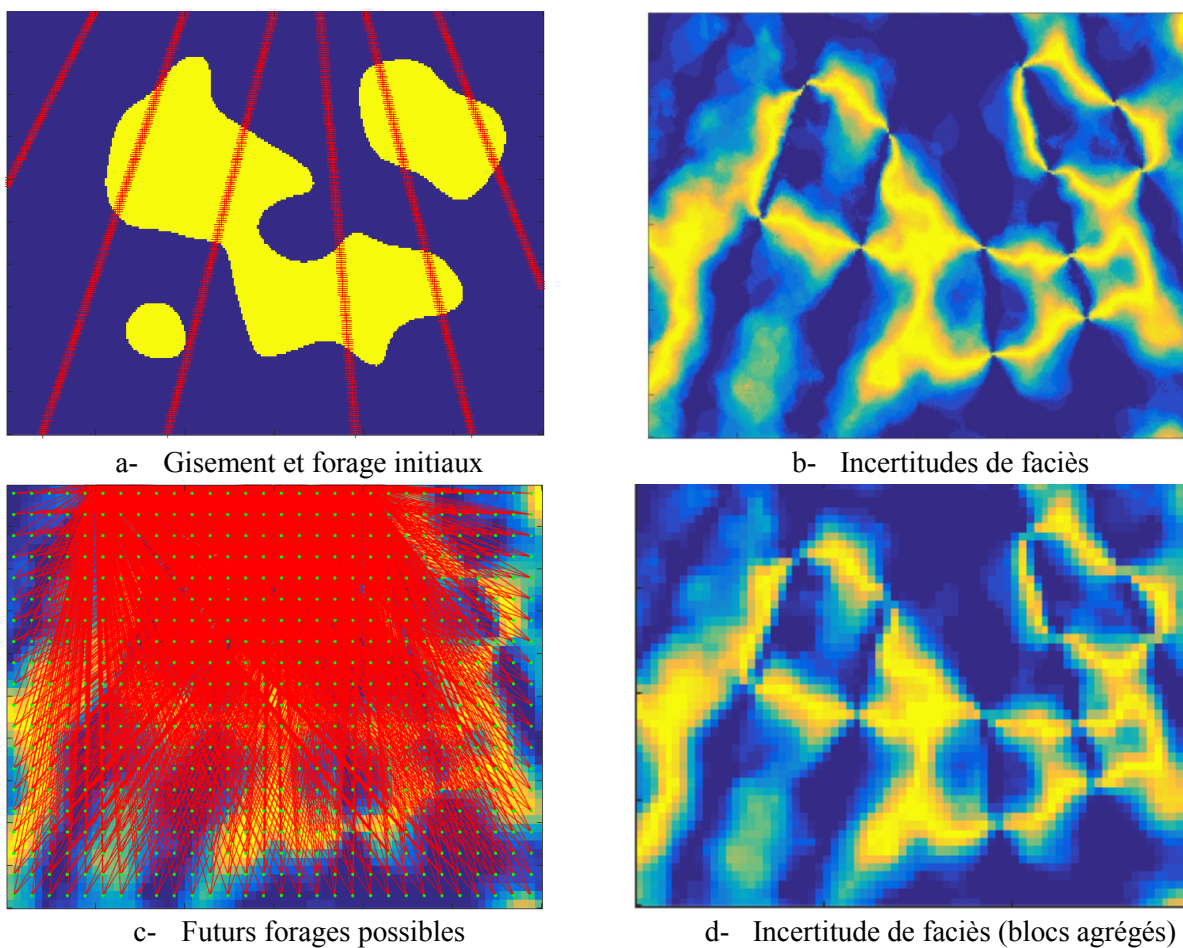
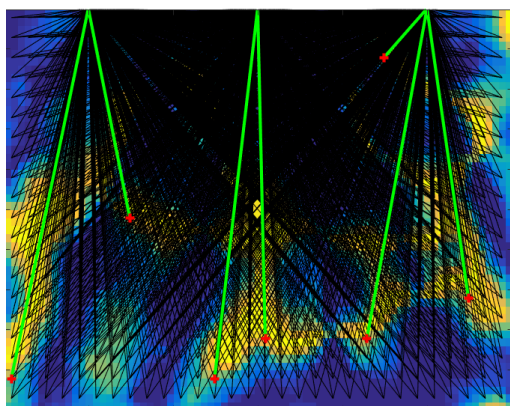
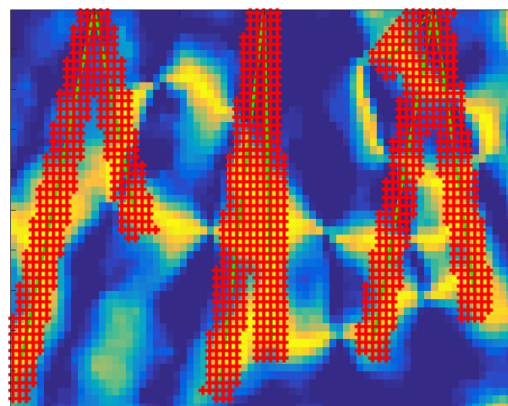


Figure 4-7 – Données d'entrée pour le cas test 2

Pour ce cas test nous supposons également une distance de couverture de 10. Trouvons la solution optimale (sous-ensemble de forages) offrant la meilleure couverture pour un coût total de forage de 1000. La solution optimale obtenue à l'aide du solveur exact est présentée à la Figure 4-8. L'ensemble des forages ainsi illustré a un coût total de 998.4 et couvre une incertitude totale de 2427.2.



a- Ensemble de forages sélectionnés

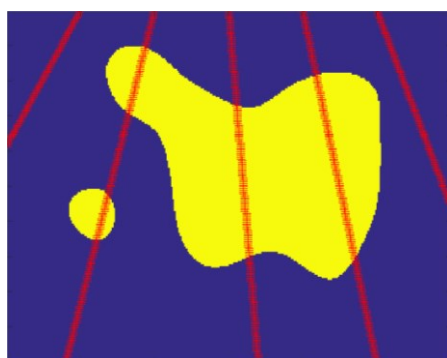


b- Blocs couverts par les forages sélectionnés

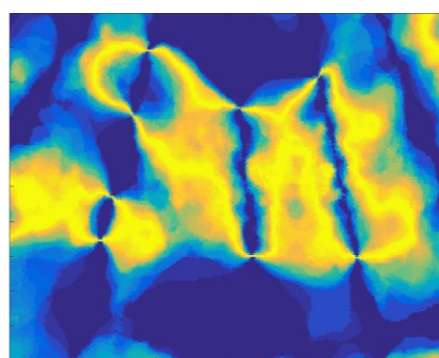
Figure 4-8 –Couverture maximale pour un coût total maximum de 1000 (cas test 2)

### 4.4.3 Cas test 3

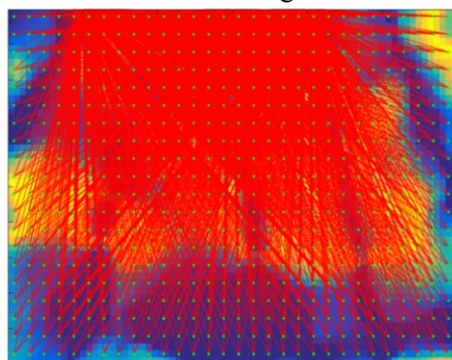
Soit le gisement et les forages initiaux, dans un champ de 300x200, présenté à la Figure 4-9a. La Figure 4-9b présente le champ d'incertitude de faciès obtenu après analyse géostatistique. Le champ d'incertitude agrégé à 75x50 blocs est présenté à la Figure 4-9d. L'ensemble des futurs forages possibles (1800 forages, 3 points de collets) est illustré à la Figure 4-9c.



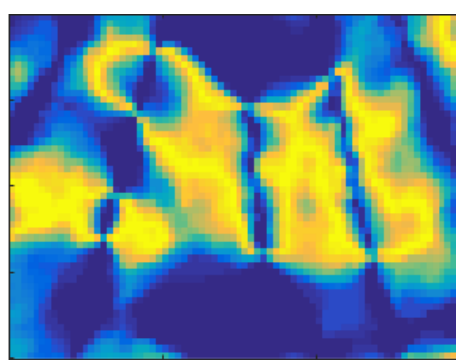
a- Gisement et forage initiaux



b- Incertitudes de faciès



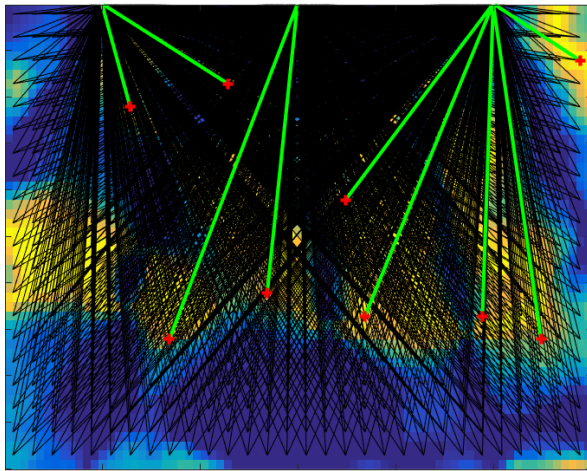
c- Futurs forages possibles



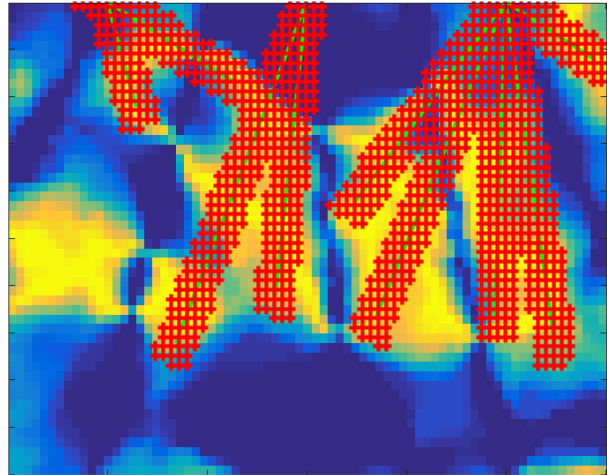
d- Incertitude de faciès (blocs agrégés)

Figure 4-9 – Données d'entrée pour le cas test 3

Pour ce cas test nous supposons également une distance de couverture de 10. Trouvons la solution optimale (sous-ensemble de forages) offrant la meilleure couverture pour un coût total de forage de 1000. La solution optimale obtenue à l'aide du solveur exact est présentée à la Figure 4-8. L'ensemble des forages ainsi illustré a un coût total de 998.9 et couvre une incertitude totale de 2898.5.



c- Ensemble de forages sélectionnés



d- Blocs couverts par les forages sélectionnés

Figure 4-10 –Couverture maximale pour un coût total maximum de 1000 (cas test 3)

## 4.5 Algorithme tabou pour la résolution du PTF avec incertitudes de faciès

La métaheuristique proposée pour résoudre ce problème est un algorithme tabou itératif qui procède par recherche d'optimum locaux. Le processus tabou explore les solutions par voisinage en interdisant la réutilisation de certaines caractéristiques des solutions déjà explorées (un forage enlevé) pendant un certain nombre d'itérations. Cet algorithme permet d'obtenir une solution de bonne qualité en un temps acceptable.

Pour chaque solution explorée (sous-ensemble de forages potentiels) un *score* (basé sur la fonction objectif) est calculé en considérant l'incertitude totale des blocs couverts par l'ensemble des forages de la solution.

### 4.5.1 Description de l'algorithme tabou

Les paramètres de l'algorithme tabou développé sont les suivants :

- Soit  $S$  l'ensemble de tous les forages possibles.
- **Définition d'une solution** : Une solution  $S_K$  est un sous-ensemble de l'ensemble des forages potentiels  $S$  :  $S_K \subset S$ . Notons  $|S_K|$  le cardinal de l'ensemble  $S_K$ .
- **Définition du voisinage** : Le voisinage d'une solution courante  $S_K$  est l'ensemble des solutions  $S_{K'}$  dites voisines (proches) de la solution courante. Afin de délimiter la recherche, nous distinguons et nous nous limitons à 3 types de voisinage différents illustrés à la Figure 4-11:

- Le **voisinage**<sup>+</sup> : Une solution  $S_{K'}$  est dite *voisine*<sup>+</sup> de  $S_K$  si  $S_{K'}$  est constituée de l'ensemble des forages formant  $S_K$  en plus d'un unique forage additionnel. Si le problème contient  $n$  blocs et  $m$  forages, une solution  $S_K$  a au plus  $m - |S_K|$  solutions *voisines*<sup>+</sup>.

$$\text{Voisinage}^+(S_K) = \{S_{K'} \subset S : S_K \subset S_{K'}; \text{ et } |S_{K'} \cap S_K| = |S_K| - 1\}$$

- Le **voisinage**<sup>-</sup> : Une solution  $S_{K'}$  est dite *voisine*<sup>-</sup> de  $S_K$  si  $S_{K'}$  est constitué de l'ensemble des forages formant  $S_K$  moins un des forages de  $S_K$ . Une solution  $S_K$  a donc autant de forages que de solutions voisines de ce type ( $|S_K|$  solutions *voisines*<sup>-</sup>).

$$\text{Voisinage}^-(S_K) = \{S_{K'} \subset S : S_{K'} \subset S_K \text{ et } |S_{K'} \cap S_K| = |S_K| - 1\}$$

De plus,  $S_{K'} \subset \text{Voisinage}^-(S_K) \Rightarrow S_K \subset \text{Voisinage}^+(S_{K'})$

- Le **voisinage**<sup>\*</sup> : Une solution  $S_{K'}$  est dite *voisine*<sup>\*</sup> de  $S_K$  si  $S_{K'}$  et  $S_K$  ont le même nombre de forages et  $|S_K - 1|$  forages en commun. Autrement dit, si la solution  $S_K$  est constitué de  $k$  forages, toute solution  $S_{K'}$  *voisine*<sup>\*</sup> de  $S_K$  est constitué de  $k-1$  forages existants également dans  $S_K$  et d'un forage additionnel qui n'est pas dans  $S_K$ . Si le problème contient en tout  $m$  forages, une solution  $S_K$  a donc :

$|S_K| * (m - |S_K|)$  solutions *voisines*<sup>\*</sup> possibles.

$$\text{Voisinage}^*(S_K) = \{S_{K'} \subset S : |S_{K'}| = |S_K| \text{ et } |S_{K'} \cap S_K| = |S_K| - 1\}$$

Afin de restreindre la recherche, nous limitons le *voisinage\** aux voisins  $S_{K'}$  qui sont tels que l'unique forage  $j'$  appartenant à  $S_{K'}$  mais pas à  $S_K$  est *proche* de l'unique forage  $j$  appartenant à  $S_K$  mais pas à  $S_{K'}$ . Nous considérons qu'un forage  $j'$  est proche de  $j$  si les deux forages ont le même point de collet (point de départ) et que le point terminal du forage  $j'$  est proche du point terminal de  $j$  (voir Figure 4-11).

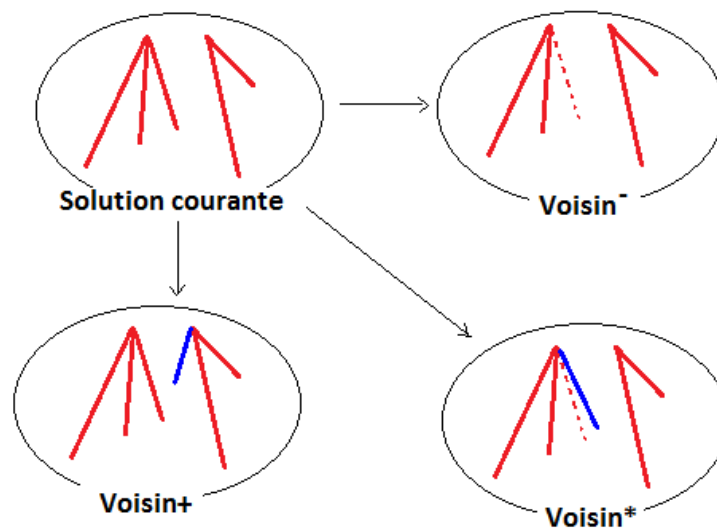


Figure 4-11 – Exemples illustrant les différents types de voisinage considérés

- **Liste tabou et critère tabou** : Un forage devient tabou pendant un certain nombre d'itérations  $t$  s'il vient d'être rajouté ou enlevé de la solution courante. Ce forage ne peut donc plus être rajouté (ou enlevé) pour constituer une prochaine solution courante pendant un certain nombre  $t$  d'itérations. Les solutions voisines contenant ce forage ne sont donc pas explorées.

## 4.5.2 Fonctionnement de l'algorithme

La Figure 4-12 présente le diagramme du processus tabou proposé.

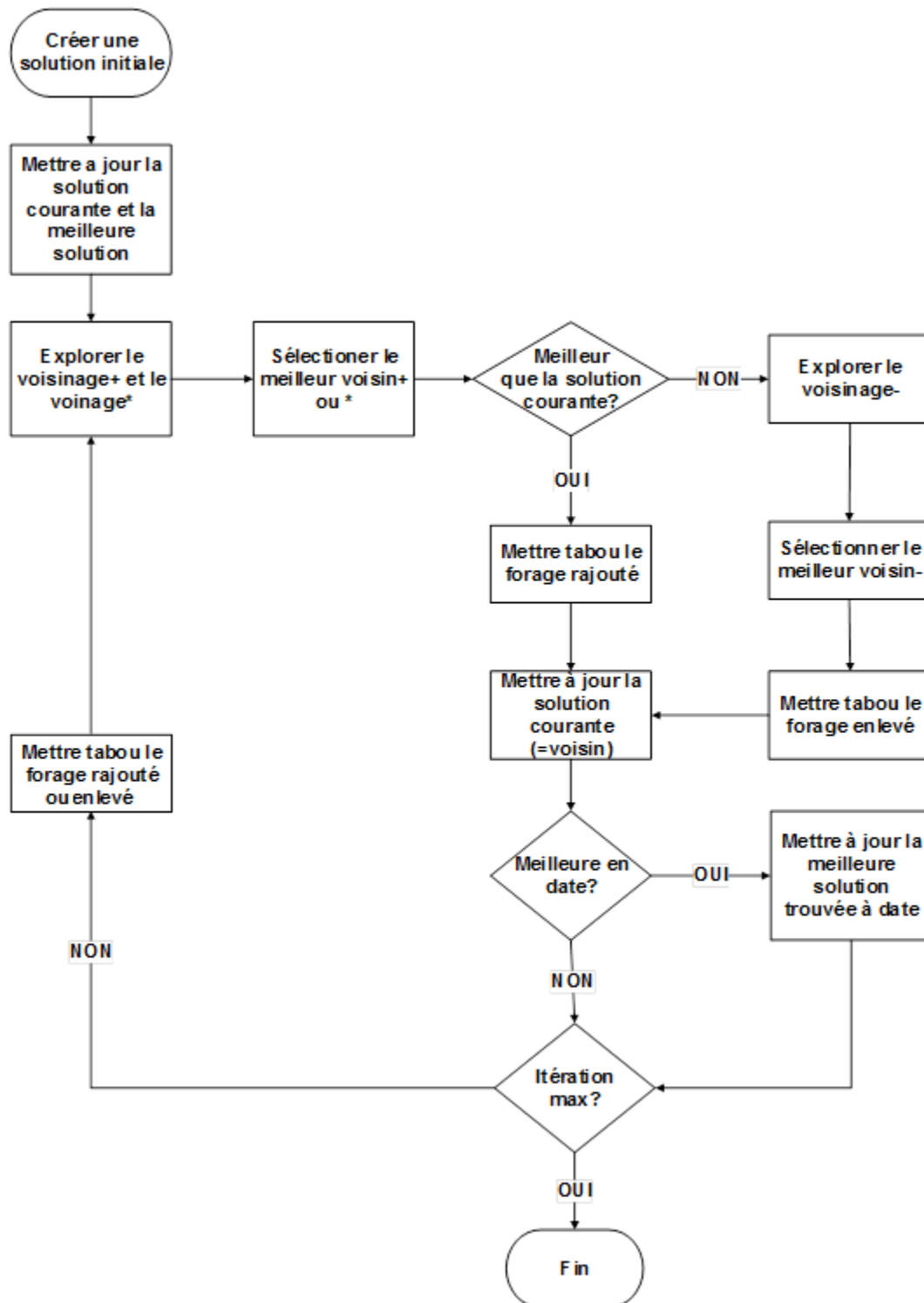


Figure 4-12 – Diagramme du processus tabou proposé

À partir d'une solution courante, le processus explore les solutions voisines possibles (dont les forages ne sont pas tabous et qui respectent la contrainte maximale) en les évaluant à chaque fois et en gardant la meilleure solution trouvée en date. La meilleure solution voisine devient la nouvelle solution courante.

Les paramètres de la recherche tabou doivent être ajustés en fonction du problème pour faciliter et accélérer la découverte de solution de qualité et également pour éviter que le processus ne finisse par cycloter et ne puisse plus être capable de trouver de meilleures solutions.

- **Génération d'une solution initiale** : La solution initiale est générée par un algorithme glouton. Les forages sont classés par ordre de couverture (forage individuel) décroissant. La solution initiale est constituée en rajoutant le meilleur forage individuel disponible en fonction du coût restant. Notons qu'il est presque certain que cet algorithme ne peut fournir une solution optimale (à cause de la grande redondance des couvertures des forages individuels), mais elle permet d'assurer que la solution initiale contiendra au moins un forage intéressant.
- **Exploration du voisinage<sup>+</sup>** : Lors de l'exploration du voisinage qui consiste à rajouter un forage unique à la solution courante, on sélectionne de façon aléatoire un forage parmi les meilleurs forages individuels possibles (forage ayant la meilleure couverture individuelle). Cela permet de garder de l'aléatoire dans le choix du forage à rajouter et éviter que ce soit toujours le même meilleur forage qui est rajouté.
- **Violation temporaire de la contrainte de coût maximal** : Quand le processus n'est plus capable de trouver de meilleure solution après un certain nombre d'itération, la violation de la contrainte de coût maximal est permise de façon graduelle (ex : +20% à chaque 100 itérations sans meilleure solution trouvée). La contrainte est également progressivement rétablie quand de nouvelles meilleures solutions sont trouvées. Pendant cette violation de la contrainte de coût maximal, le processus donne des solutions  $S_{K^*}$  non acceptables (dont le coût dépasse le coût maximal permis). La fonction objectif est légèrement ajustée afin de pénaliser le score de ces solutions non acceptables en fonction de leur éloignement du coût maximal permis.

$$Obj\ pénalisé(S_{K^*}) = Obj\ normal(S_{K^*}) + Obj(Meilleure\ solution\ acceptable) \times \frac{\hat{C}_{max}}{\hat{C}(S_{K^*})}$$



## 4.6 Applications de la métaheuristique sur des cas tests

Afin d'évaluer la performance de l'algorithme tabou, étudions les solutions qu'il trouve pour le problème de maximisation de couverture appliqué aux trois cas tests proposés à la section 4.4.

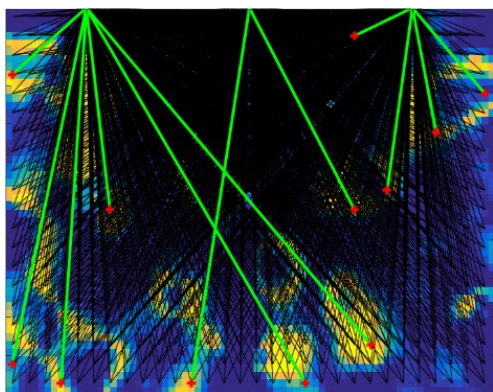
### 4.6.1 Cas test 1

La solution optimale trouvée par le solveur exact (CPLEX via la fonction *intlinprog* de MATLAB) au problème de maximisation de couverture (coût total maximum de 1700) est présentée à la Figure 4-6. Cette solution a un coût total de 1695.3 et couvre une incertitude totale de 2698.6.

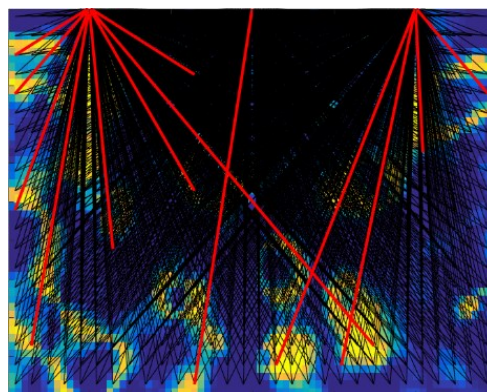
La métaheuristique tabou proposée a été appliquée à ce cas test pour 1000 itérations, sur un processeur Intel Core i5 à 1.70GHz. Les résultats obtenus par l'algorithme sont présentés au Tableau 4.1. La meilleure solution acceptable trouvée au bout de 687 itérations a une valeur de couverture totale de 2589.3 soit 95.9% de l'optimum, pour un coût total de 1695.7. L'algorithme tabou trouve une solution acceptable à 90% de l'optimum après seulement 101 itérations.

La Figure 4-13 compare les forages et la couverture de la solution trouvée par la métaheuristique à la solution optimale. On constate que l'algorithme tabou a permis de trouver une solution proche de la solution optimale en termes de configuration des forages et de couverture des blocs.

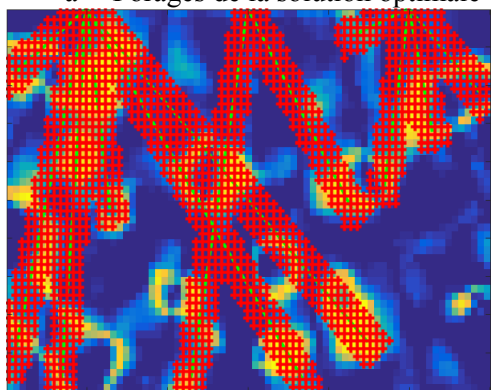
La solution exacte a été trouvée en moins de 300 secondes sur le même processeur. Toutefois, Bilal a démontré que CPLEX est incapable de trouver la solution exacte au bout de plusieurs jours pour de plus grandes instances de ce problème de couverture (Bilal, Métaheuristicques hybrides pour les problèmes de recouvrement et recouvrement partiel d'ensembles appliquées au problème de positionnement des trous de forage dans les mines, 2014). L'algorithme tabou est capable d'explorer l'espace des solutions même pour de grandes instances du problème et il est permis de penser, au vu de la comparaison courante, que la solution fournie par l'algorithme tabou sera de bonne qualité s'il ne peut plus l'améliorer au bout d'un certain temps.



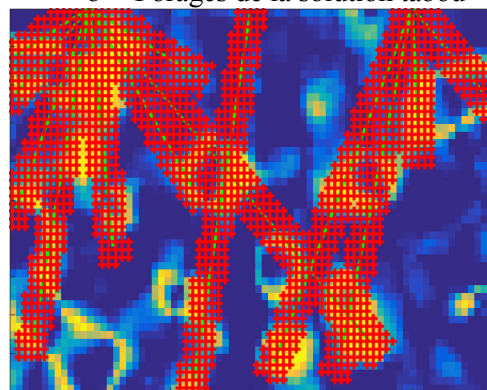
a- Forages de la solution optimale



b- Forages de la solution tabou



c- Couverture de la solution optimale



d- Couverture de la solution tabou

Figure 4-13 – Comparaison de la solution obtenue par la métaheuristique pour le cas test 1

Tableau 4.1 – Résultats de la métaheuristique tabou pour le cas test 1

Itération	Temps (secondes)	Couverture totale	% de l'opt.	Itération	Temps (secondes)	Couverture totale	% de l'opt.
Solution initiale	0.00	1276.30	47.29%	72	178.89	2375.30	88.02%
1	7.42	1410.40	52.26%	76	186.06	2383.40	88.32%
2	16.53	1515.50	56.16%	81	194.69	2400.90	88.97%
3	22.67	1536.30	56.93%	89	206.48	2405.30	89.13%
4	28.75	1621.90	60.10%	90	207.38	2419.30	89.65%
5	32.83	1635.60	60.61%	91	208.09	2423.60	89.81%
6	39.91	1689.10	62.59%	101	227.92	2427.00	89.94%
7	42.95	1721.40	63.79%	105	236.45	2433.30	90.17%
8	47.84	1756.70	65.10%	110	246.89	2438.70	90.37%
9	51.52	1771.30	65.64%	112	250.70	2458.00	91.08%
11	60.17	1811.00	67.11%	113	251.34	2464.60	91.33%
12	64.75	1936.40	71.76%	114	252.13	2475.70	91.74%
13	68.02	1990.60	73.76%	117	256.20	2493.20	92.39%
14	70.50	1997.90	74.03%	118	257.25	2505.20	92.83%
15	73.31	2018.30	74.79%	119	258.11	2511.40	93.06%
18	81.81	2043.30	75.72%	120	259.19	2520.70	93.41%
19	84.02	2054.10	76.12%	121	260.25	2535.00	93.94%
20	86.13	2067.80	76.62%	194	405.98	2537.30	94.02%
22	89.98	2071.80	76.77%	239	484.30	2538.70	94.07%
23	91.13	2074.60	76.88%	687	1250.80	2589.30	95.95%
26	95.70	2120.20	78.57%				
27	96.39	2127.60	78.84%				
30	98.97	2130.20	78.94%				
37	107.23	2142.90	79.41%				
45	119.41	2146.70	79.55%				
46	121.64	2157.40	79.95%				
49	129.09	2196.60	81.40%				
50	131.33	2200.50	81.54%				
51	132.91	2228.60	82.58%				
53	139.52	2306.40	85.47%				
54	141.66	2311.50	85.66%				
55	144.00	2340.60	86.73%				
56	147.20	2352.10	87.16%				
57	150.56	2357.00	87.34%				
58	152.56	2363.00	87.56%				
59	154.67	2364.50	87.62%				

## 4.6.2 Cas test 2

La solution optimale trouvée par le solveur exact au problème de maximisation de couverture (coût total maximum de 1000) est présentée à la Figure 4-8. Cette solution a un coût total de 998.4 et couvre une incertitude totale de 2427.2.

La métaheuristique tabou proposée a été appliquée à ce cas test pour 1000 itérations, sur un processeur Intel Core i5 à 1.70GHz. Les résultats obtenus par l'algorithme sont présentés au Tableau 4.2. La meilleure solution acceptable trouvée au bout de 591 itérations a une valeur de couverture totale de 2391.80 soit 98.6% de l'optimum, pour un coût total de 999.6. L'algorithme tabou trouve une solution acceptable à 90% de l'optimum après seulement 38 itérations.

La Figure 4-14 compare les forages et la couverture de la solution trouvée par la métaheuristique à la solution optimale. On voit que l'algorithme tabou a permis de trouver une solution très similaire à la solution optimale en termes de configuration des forages et de couverture des blocs.

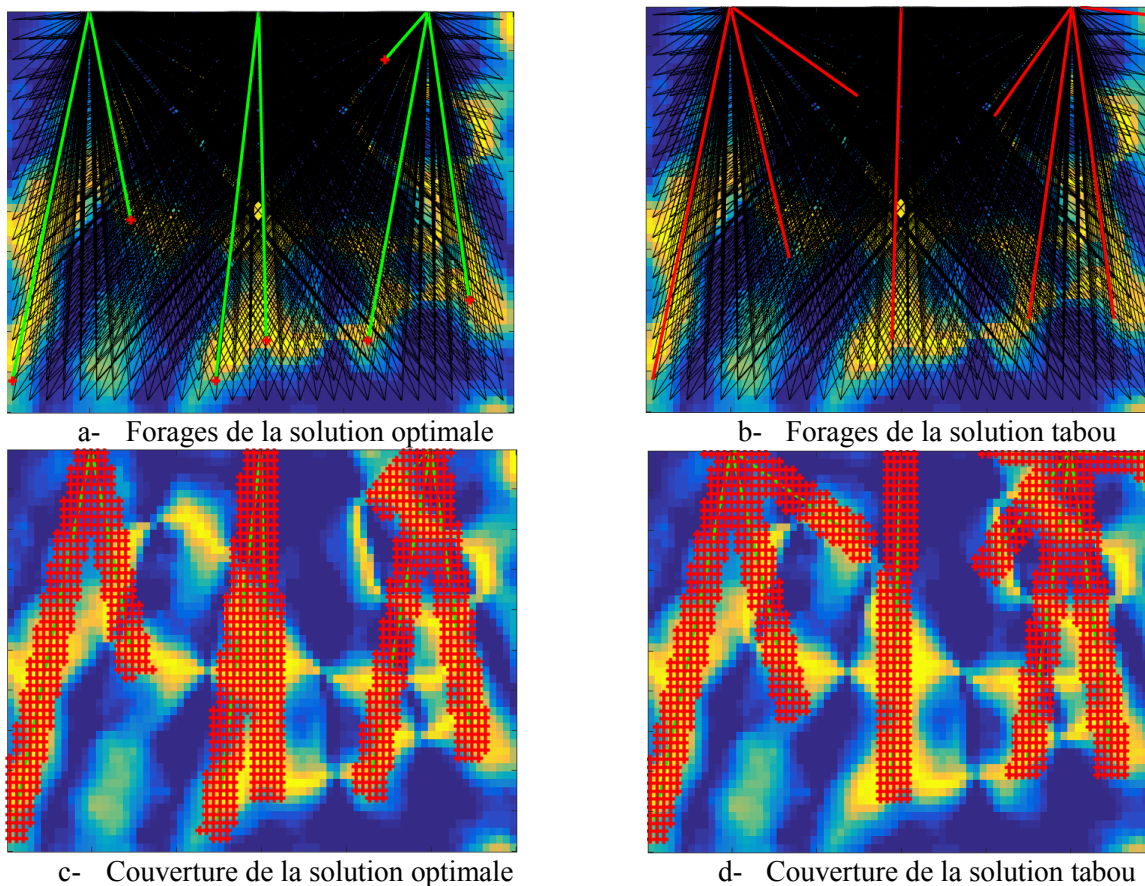


Figure 4-14 – Comparaison de la solution obtenue par la métaheuristique pour le cas test 2

Tableau 4.2 – Résultats de la métaheuristique tabou pour le cas test 2

<b>Itération</b>	<b>Temps (secondes)</b>	<b>Couverture totale</b>	<b>% de l'optimum</b>
Solution initiale	0.00	885.62	36.49%
1	4.58	1078.50	44.43%
2	9.19	1182.10	48.70%
3	14.25	1318.80	54.33%
4	17.67	1384.80	57.05%
5	20.50	1400.60	57.70%
7	26.91	1476.30	60.82%
8	30.39	1633.40	67.30%
9	33.33	1660.30	68.40%
12	43.45	1745.80	71.93%
13	46.58	1769.20	72.89%
15	51.97	1995.70	82.22%
20	60.73	2040.70	84.08%
23	66.69	2084.10	85.86%
24	68.05	2103.00	86.64%
33	81.81	2103.30	86.66%
36	85.97	2137.80	88.08%
38	89.00	2191.60	90.29%
39	90.28	2220.20	91.47%
76	153.81	2292.10	94.43%
491	849.56	2298.10	94.68%
492	851.06	2378.60	98.00%
493	852.23	2382.80	98.17%
494	853.25	2383.80	98.21%
568	967.58	2387.30	98.36%
591	999.56	2391.80	98.54%

### 4.6.3 Cas test 3

La solution optimale trouvée par le solveur exact au problème de maximisation de couverture (coût total maximum de 1000) est présentée à la Figure 4-10. Cette solution a un coût total de 998.9 et couvre une incertitude totale de 2898.5.

La métaheuristique tabou proposée a été appliquée à ce cas test pour 1000 itérations, sur un processeur Intel Core i5 à 1.70GHz. Les résultats obtenus par l'algorithme sont présentés au Tableau 4.3. La meilleure solution acceptable trouvée au bout de 534 itérations a une valeur de couverture totale de 2852.40 soit 98.4% de l'optimum, pour un coût total de 929.8. L'algorithme tabou trouve une solution acceptable à 90% de l'optimum après seulement 37 itérations.

La Figure 4-15 compare les forages et la couverture de la solution trouvée par la métaheuristique à la solution optimale. L'algorithme tabou a trouvé une solution différente de la solution optimale en termes de configuration des forages, mais très proche en termes de couverture d'incertitude.

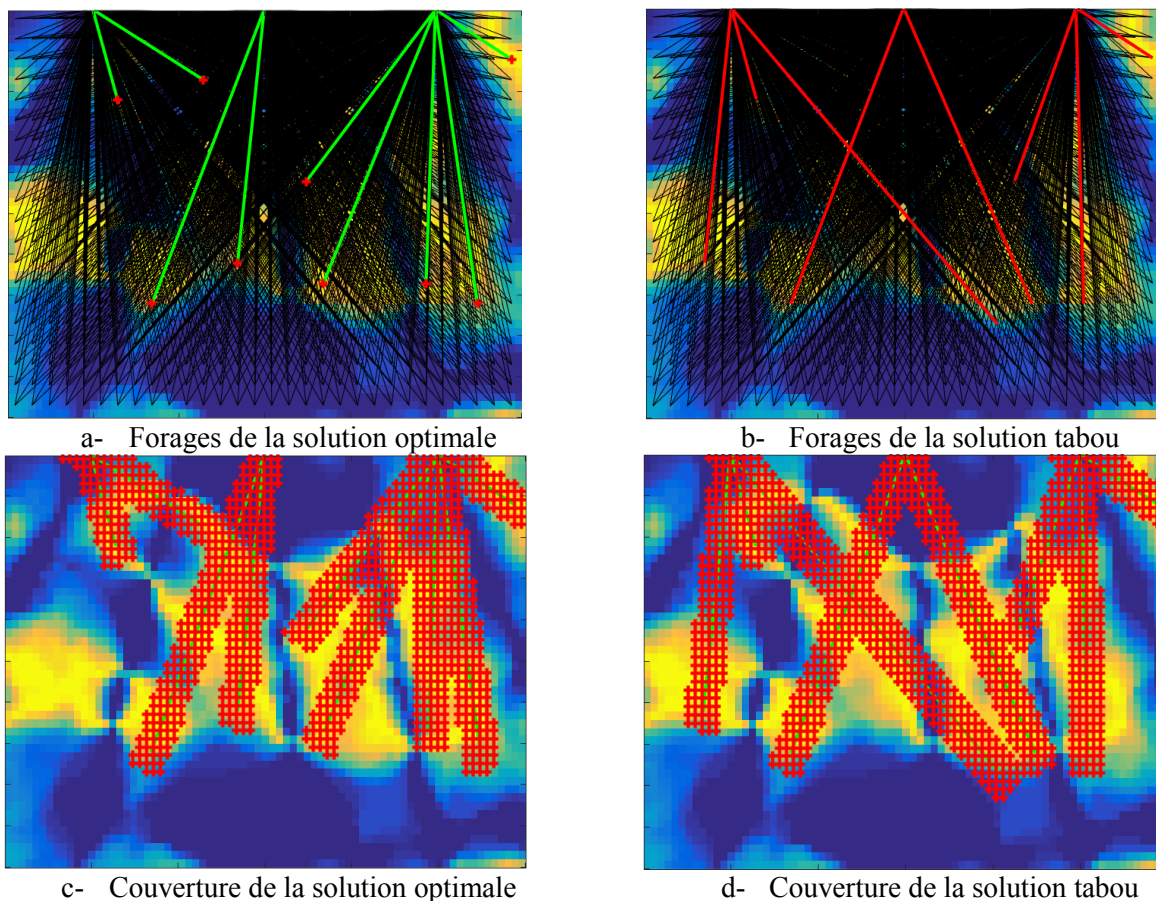


Figure 4-15 – Comparaison de la solution obtenue par la métaheuristique pour le cas test 3

Tableau 4.3 – Résultats de la métaheuristique tabou pour le cas test 3

<b>Itération</b>	<b>Temps (secondes)</b>	<b>Couverture totale</b>	<b>% de l'optimum</b>
Solution initiale	0.00	1863.40	64.29%
1	6.20	1981.40	68.36%
2	13.73	2134.80	73.65%
3	18.36	2161.80	74.58%
6	34.19	2304.10	79.49%
7	40.36	2404.10	82.94%
8	45.39	2446.50	84.41%
9	49.17	2476.50	85.44%
10	52.19	2503.60	86.38%
19	66.97	2503.70	86.38%
20	68.17	2529.10	87.26%
27	76.69	2532.30	87.37%
28	77.72	2552.30	88.06%
31	84.30	2583.50	89.13%
37	94.30	2602.00	89.77%
40	97.72	2683.00	92.57%
41	98.25	2724.80	94.01%
142	270.56	2793.30	96.37%
231	408.81	2822.10	97.36%
534	929.78	2852.40	98.41%

## 4.7 Application sur un cas 3D

Nous testons la métaheuristique proposée sur un cas 3D. Soit le gisement 3D et la carte d'incertitude de faciès obtenue par analyse géostatistique à la section 3.9, la Figure 4-16 présente, en rappel, le gisement, les forages préexistants et les incertitudes de faciès de blocs pour le cas 3D

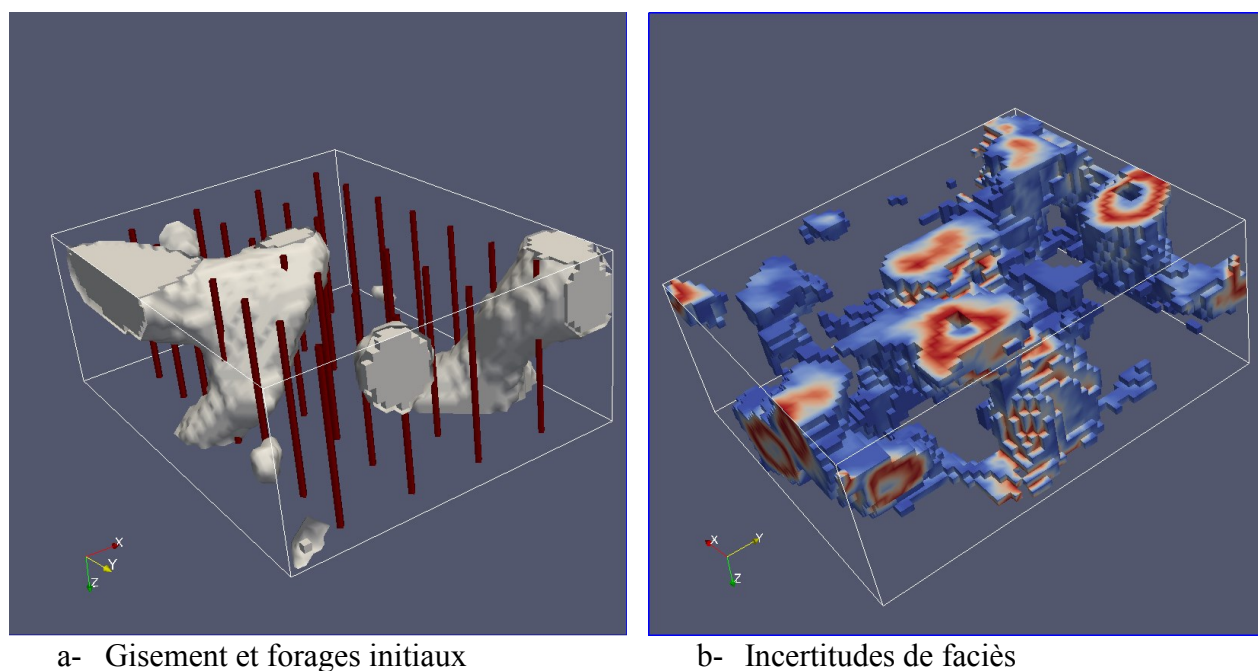


Figure 4-16 – Données d'entrées du cas 3D

Le champ est constitué de 69 120 blocs (48x60x24). Les futurs forages potentiels considérés sont présentés à la Figure 4-17. La Figure 4-17 présente deux vues de l'ensemble des futurs forages considérés; les forages existant sont en rouge foncé. Par souci de simplification et de visualisation, on a considéré des forages verticaux, ceci n'est toutefois pas une limitation de l'algorithme tabou. On discrétise 6 niveaux de profondeurs différentes à partir d'un même point de collet ( $z \in \{-4, -8, -12, -16, -20, -24\}$ ). Il y a donc 1710 forages possibles (15x19x6).

La portée du variogramme de ce cas étant seulement de 20 (voir Figure 3-18), nous supposons une distance de couverture de 5.



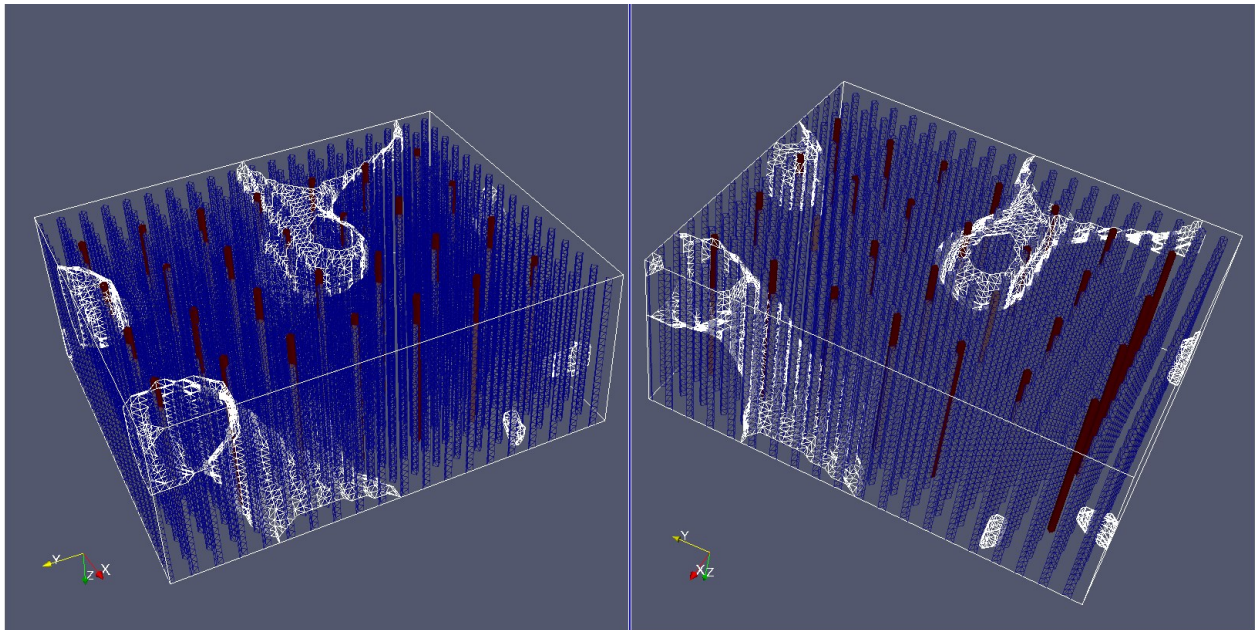


Figure 4-17 – Futurs forages considérés cas 3D

Supposons que l'on veuille trouver un sous-ensemble de forages offrant une très bonne, sinon la meilleure, couverture de l'incertitude des blocs pour un coût de forage total maximum de 200. Nous allons comparer la solution optimale obtenue pour ce problème à la solution obtenue à l'aide de la métaheuristique taboue proposée.

#### 4.7.1 Solution optimale

Pour ce problème, il n'a pas été nécessaire d'agréger les blocs car le simple fait d'ignorer les blocs à incertitude très faible soit inférieure à 0.01 (sur un maximum de 0.25) a permis de réduire le nombre de blocs de 69120 à 18340. Le problème ainsi défini comporte :

- 20050 variables binaires (18340 variables de blocs  $X_i$  et 1710 variables de forages  $Y_i$ ).
- $2^{1710}$  solutions possibles (différents sous-ensembles de forages possibles).
- 3750 contraintes de couverture des blocs.
- 18340 contraintes de sélection des forages.
- Une contrainte de coût maximal.

La résolution à l'aide d'un solveur exact (fonction `intlinprog` de MATLAB) a permis d'obtenir la solution optimale présentée à la Figure 4-18. Cette solution offre une couverture d'incertitude totale de 1379.1 pour un coût de 200.

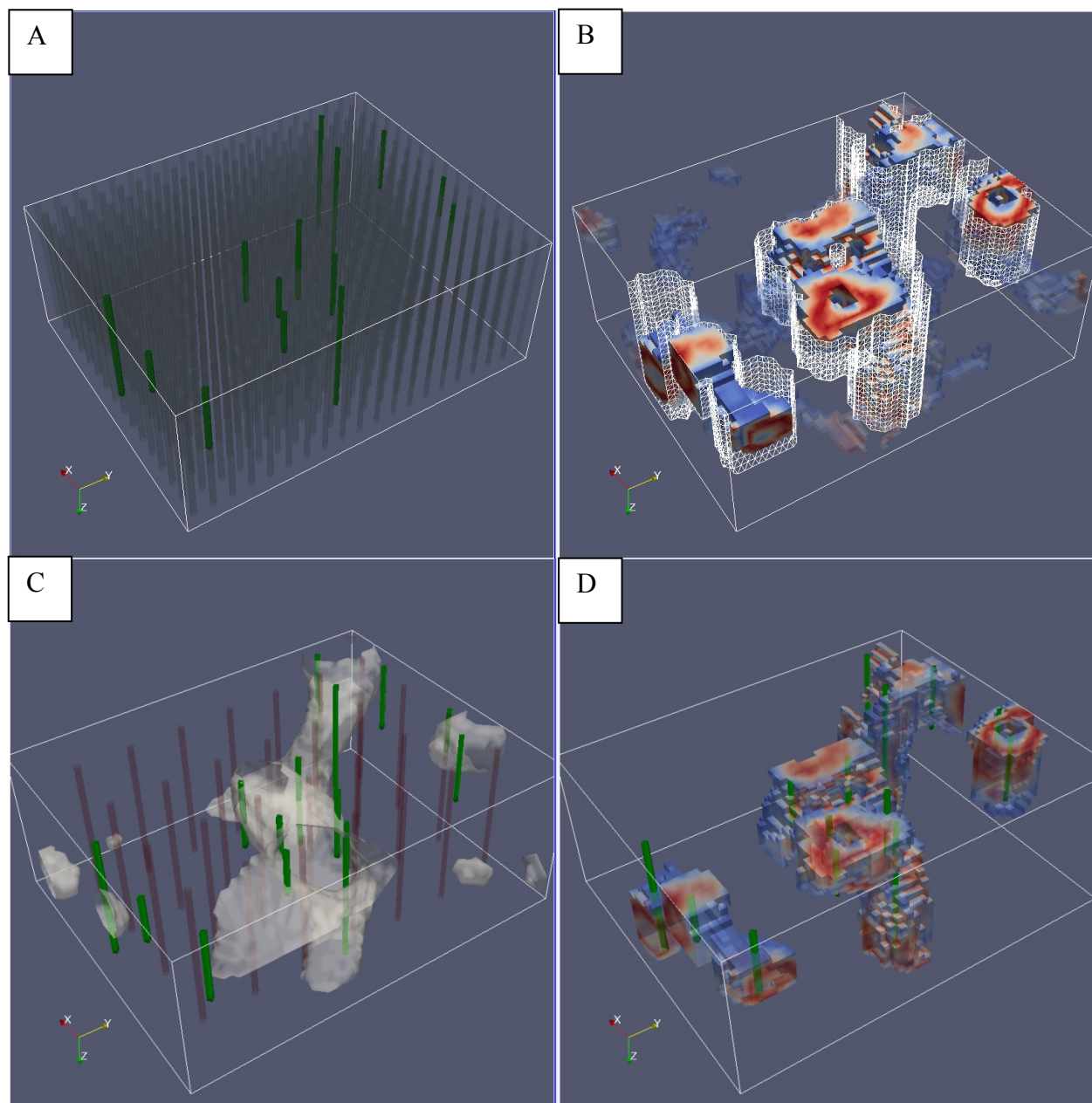


Figure 4-18 – Solution optimale pour le cas 3D

La vue A de la Figure 4-18 montre les forages de la solution optimale (en vert) par rapport aux forages considérés. La vue B montre la zone de couverture des forages de la solution optimale (en filigrane) et l'incertitude des blocs couverts par cette solution; l'incertitude non couverte est en transparent. La vue D montre les forages et les l'incertitude des blocs couverts. La vue C montre les forages de la solution optimale par rapport au gisement réel et aux forages initiaux. Les forages de la solution optimale permettront d'améliorer la définition du gisement.

### 4.7.2 Solution obtenue par l'algorithme tabou

La métaheuristique tabou proposée a été appliquée à ce cas test pour 400 itérations (sur un processeur Intel Core i5 à 1.70GHz). Les résultats obtenus par l'algorithme sont résumés au Tableau 4.4. La meilleure solution acceptable trouvée au bout de 288 itérations a une valeur de couverture totale de 1243.00 soit 90.13% de l'optimum, pour un coût total de 200.

La Figure 3-19 compare les forages et la couverture de la solution trouvée par la métaheuristique (vues A et B) à la solution optimale (vues C et D). On constate que l'algorithme tabou a permis de trouver une solution similaire à la solution optimale en termes de configuration des forages et de couverture des blocs.

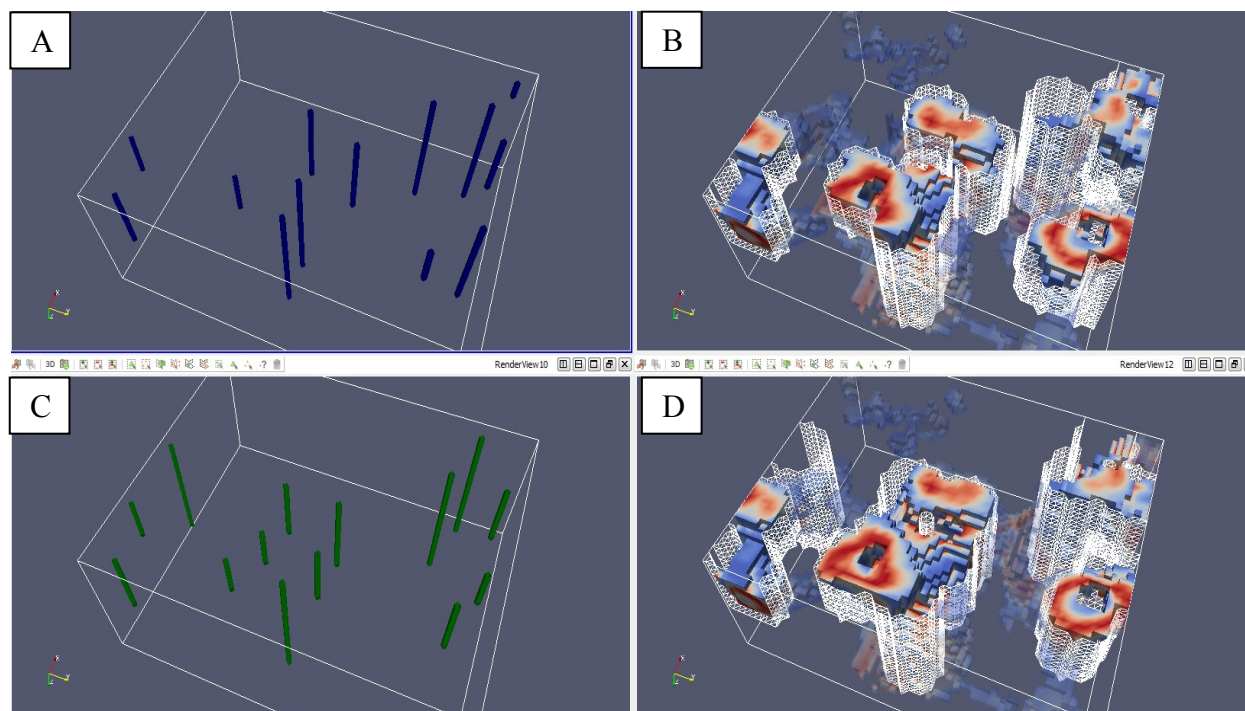


Figure 4-19 – Comparaison de la solution obtenue par l'algorithme tabou pour le cas 3D

La Figure 4-20 montre les forages de la solution de l'algorithme tabou par rapport au gisement réel et aux forages initiaux. Les forages de cette solution permettront d'améliorer la définition du gisement. Cet exemple démontre que l'algorithme tabou proposé est applicable au cas 3D.

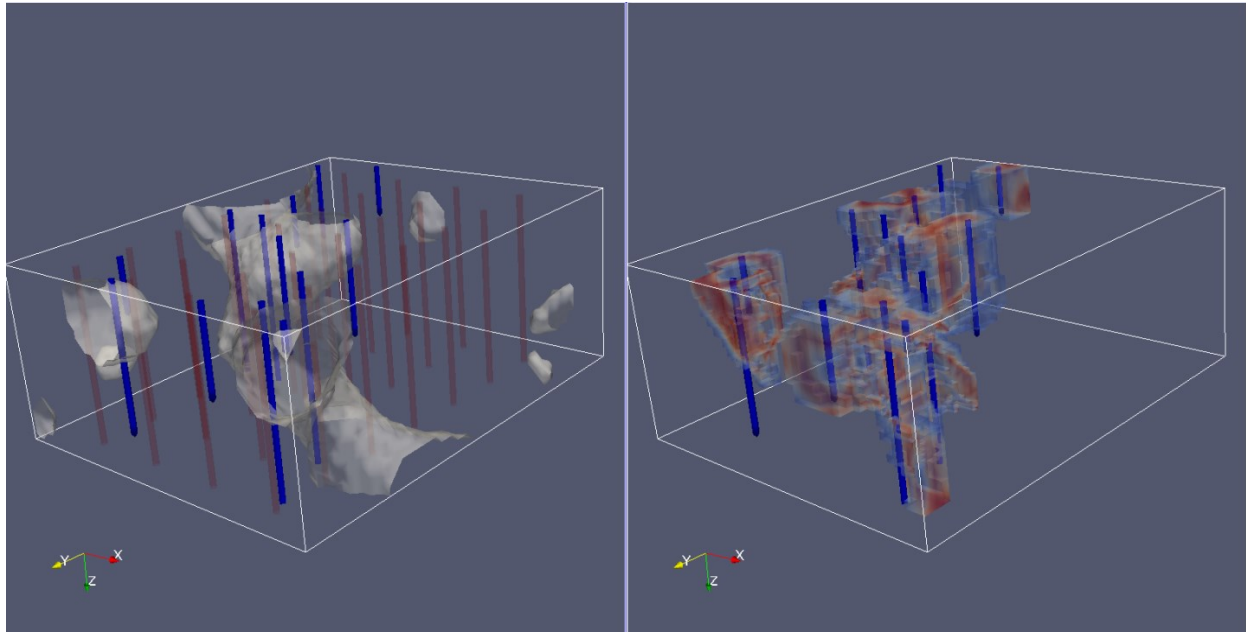


Figure 4-20 – Solution de la métaheuristique et forages initiaux (cas 3D)

Tableau 4.4 – Résultats de la métaheuristique tabou pour le cas

Itération	Temps (secondes)	Couverture totale	% de l'opt.	Itération	Temps (secondes)	Couverture totale	% de l'opt.
Solution initiale	0.00	478.67	34.71%	66	1430.80	1179.60	85.53%
1	59.52	520.39	37.73%	67	1447.60	1188.40	86.17%
2	115.02	567.55	41.15%	69	1484.50	1191.40	86.39%
3	158.67	576.22	41.78%	82	1765.50	1196.00	86.72%
4	191.69	593.84	43.06%	83	1784.50	1196.00	86.72%
5	214.50	611.89	44.37%	84	1802.00	1197.20	86.81%
6	229.25	656.89	47.63%	85	1818.00	1200.30	87.04%
8	254.81	707.89	51.33%	86	1838.20	1202.00	87.16%
9	264.22	731.81	53.06%	87	1854.10	1203.60	87.27%
10	278.03	735.93	53.36%	88	1871.20	1205.90	87.44%
11	307.47	781.38	56.66%	146	3150.50	1207.60	87.56%
12	332.80	788.44	57.17%	147	3167.90	1207.80	87.58%
13	362.63	800.06	58.01%	171	3671.10	1212.70	87.93%
14	390.02	803.04	58.23%	190	4072.40	1215.50	88.14%
15	412.09	806.42	58.47%	269	5617.00	1219.90	88.46%
16	424.95	807.02	58.52%	287	5931.70	1229.50	89.15%
19	470.09	844.21	61.21%	288	5947.10	1243.00	90.13%
20	482.66	868.47	62.97%				
21	501.34	903.36	65.50%				
22	521.27	909.83	65.97%				
23	547.17	918.68	66.61%				
24	569.20	933.42	67.68%				
25	589.66	937.49	67.98%				
27	626.45	984.36	71.38%				
28	635.09	1026.00	74.40%				
29	647.61	1050.60	76.18%				
31	692.95	1065.20	77.24%				
32	717.73	1070.70	77.64%				
33	745.02	1093.90	79.32%				
34	772.22	1097.20	79.56%				
36	835.77	1105.20	80.14%				
38	875.92	1131.40	82.04%				
39	887.45	1154.70	83.73%				
64	1387.40	1179.40	85.52%				
65	1409.80	1179.50	85.53%				
68	1467.50	1188.70	86.19%				

## CHAPITRE 5 CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS

Le but de ce travail de recherche était de proposer une nouvelle méthode de résolution du problème de PTF qui tient compte d'un indice d'incertitude des blocs. Ce travail s'est articulé autour de deux axes complémentaires : une partie géostatistique et une partie optimisation.

L'objectif de la partie géostatistique était de proposer un nouvel indice d'incertitude qui traduirait le niveau de fiabilité de l'interprétation actuelle de la géométrie, issu des forages existants. L'indice proposé pour cela est la variance de faciès ou incertitude de faciès des blocs. Nous avons développé une méthode de calcul de cette variance de faciès basée sur la connaissance du variogramme expérimental des échantillonnages existants et sur des simulations gaussiennes par bandes tournantes. Nous avons également revu et identifié les sources de variabilités dans le processus de calcul de la variance de faciès (choix du variogramme, processus Gibbs, etc.)

Les objectifs spécifiques de cette partie du travail ont été rencontrés car la variance de faciès proposée comme indice d'incertitude est représentative du niveau de fiabilité de l'interprétation des blocs du gisement, permet d'incorporer toute l'information contenue dans les échantillons existants et de reconstituer l'enveloppe minérale du gisement et est facilement applicable pour un gisement tridimensionnel.

L'objectif de la partie optimisation de cette recherche était de proposer une nouvelle formulation du problème de PTF qui tient compte de l'indice d'incertitude des blocs et de proposer une métaheuristique pour résoudre le problème ainsi formulé. Nous avons développé un algorithme tabou flexible qui permet de résoudre le PTF en maximisant la couverture des blocs. Les résultats de cet algorithme ont été comparés aux solutions optimales obtenues pour des instances moyennes du PTF avec incertitude de faciès de blocs.

L'objectif de cette seconde partie est donc atteinte car l'algorithme tabou proposé est flexible et robuste, donne des résultats de bonne qualité en un temps acceptable, en plus d'être applicable aux cas 3D.

Ce travail de recherche montre que le problème du PTF peut être bonifié en intégrant l'information contenue dans les forages existants, sous forme de variance de faciès de blocs. Une piste d'amélioration possible pour de futurs travaux serait d'intégrer les coûts de déplacement de la foreuse dans la métaheuristique.

## BIBLIOGRAPHIE

- Bilal, N. (2014). *Métaheuristiques hybrides pour les problèmes de recouvrement et recouvrement partiel d'ensembles appliquées au problème de positionnement des trous de forage dans les mines*. Montréal: Ecole Polytechnique de Montréal, Thèse de Doctort.
- Bilal, N., Galinier, P., & Guibault, F. (2013). A New Formulation of the Set Covering Problem for Metaheuristic Approaches. *ISRN Operations Research*, vol. 2013.
- Chen, J., Hubbard, S., Rubin, Y., Murray, C., Roden, E., & Majer, E. (2004). Geochemical characterization using geophysical data and Markov Chain Monte Carlo methods: A case study at the South Oyster bacterial transport site in Virginia. *Water Resources Research*, Volume 40.
- Cuba, M., Leuangthong, O., & Ortiz, J. (2012). Transferring sampling errors into geostatistical modelling. *The Journal of The Southern African Institute of Mining and Metallurgy*, vol.112, 971-983.
- Emery, X. (2007). Using the Gibbs sampler for conditional simulation of Gaussian-based random fields. *Computers & Geosciences*, Volume 33, 522–537.
- Gelman, A., & Rubin, D. (1992). A Single Series from the Gibbs Sampler Provides a False Sense of Security. *Fourth Valencia International Meeting on Bayesian Statistics*.
- Geman, S., & Geman, D. (1984). Stochastic Relaxation, Gibbs Distributions, and the Bayesian Restoration of Images. *Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Volume:PAMI-6 , Issue: 6.
- Gilks, W., Richardson, S., & Spiegelhalter, D. (1996). *Markov Chain Monte Carlo in Practice*. Chapman & Hall/CRC.
- Hezarkhani, A., & Soltani, S. (2013). Proposed algorithm for optimization of directional additional. *Arabian Journal of Geosciences*, vol. 6, 455-462.
- Lyster, S.; C.V., Deutsch. (2008). MPS Simulation with a Gibbs Sampler Algorithm. *Proceedings of the 8th International Geostatistics Congress*, (p. 107). Chile.
- Onibon, H., Lebel, T., Afouda, A., & Guillot, G. (2004). Gibbs sampling for conditional spatial disaggregation of rain fields. *Water Resources Research*, vol. 40, (8).

- Pan, G. (1995). Geostatistical design of infill drilling programs. *Society of Mining Engineers of AIME vol. 142*, 1943-1952.
- Reza Najafi, M., & H., M. (2013). Analysis of runoff extremes using spatial hierarchical Bayesian modeling. *Water Resources Research*, vol. 49, 6656-6670.
- Saikia, K., & Sarkar, B. (2006). Exploration drilling optimisation using geostatistics : a case in Jharia coal, India. *Applied Earth Science*, vol. 115, 13-22.
- Soltani, S., Hezarkhani, A., Tercan, E., & Karimi, B. (2007). Use of genetic algorithm in optimally locating additional drill holes. *Journal of Mining Science*, vol. 47, 62-72.
- Srivastava, R. (2005). Probabilistic Modeling of Ore Lens Geometry: An Alternative to Deterministic Wireframes. *Mathematical Geology*, Vol. 37,, 513-544.