

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

CONSIDÉRATION DE LA TORSION POUR L'ANALYSE SIMISQUE NON-LINÉAIRE DE  
NOYAUX EN BÉTON ARMÉ

KEVIN PELLETIER

DÉPARTEMENT DES GÉNIES CIVIL, GÉOLOGIQUE ET DES MINES  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES

(GÉNIE CIVIL)

AOÛT 2015

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

CONSIDÉRATION DE LA TORSION POUR L'ANALYSE SISMIQUE NON-LINÉAIRE DE  
NOYAUX EN BÉTON ARMÉ

présenté par: PELLETIER Kevin

en vue de l'obtention du diplôme de: Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de:

M. BOUAANANI Najib, Ph. D., président

M. LÉGER Pierre, Ph. D., membre et directeur de recherche

M. GALAL Khaled E., Ph. D., membre

## REMERCIEMENTS

Au fil de mes études aux cycles supérieurs, j'ai eu l'occasion de rencontrer des personnes exceptionnelles qui ont toutes contribué à différents niveaux à la réussite de ma maîtrise. D'emblée, j'aimerais remercier tous les professeurs du GRS pour avoir partagé avec moi autant leur passion que leur expertise du génie des structures. Merci pour les réponses claires et concises à mes nombreuses questions!

Je me dois aussi d'inclure une mention toute spéciale pour mon directeur de recherche, M. Pierre Léger. Ce fut un plaisir et un honneur de travailler avec un homme à la bonne humeur contagieuse qui démontre une implication exceptionnelle envers ses étudiants. J'aimerais aussi le remercier personnellement pour sa contribution à mes travaux de recherche par l'intermédiaire de ses nombreux commentaires toujours constructifs et de sa très grande disponibilité. Un sincère merci.

J'aimerais aussi souligner la contribution du *Conseil de recherches en sciences naturelles et en génie* (CRSNG) du Canada ainsi que du *Fonds de recherche du Québec - Nature et technologies* (FRQNT) à mes travaux de recherche pour leur support financier.

Nonobstant le travail et la détermination, une composante essentielle du succès est le support offert par les proches et amis. Sans celui-ci, il est très difficile de persévérer pour atteindre ses objectifs. C'est pourquoi j'aimerais remercier mes parents pour leur support inconditionnel et ma bien-aimée pour son amour, sa complicité et sa joie de vivre qui m'ont motivé à continuer malgré les difficultés rencontrées. Finalement, je veux profiter de l'occasion pour simplement dire un énorme merci à tous mes amis avec lesquels j'ai eu tant de plaisir pendant mes études à Poly. Je termine ma maîtrise avec un souvenir mémorable. Merci beaucoup!

## RÉSUMÉ

Les noyaux en béton armé sont utilisés dans de nombreux bâtiments multi-étagés résidentiels comme principal système de résistance aux forces sismiques (SRFS). Dues à des limitations architecturales, ces bâtiments sont souvent flexibles en torsion. Afin d'évaluer l'effet de la torsion sur la réponse non-linéaire de noyaux en béton armé, un modèle basé sur la méthode des cadres équivalents (WCMM) utilisant des éléments fibres est proposé. Les comportements non-linéaires en gauchissement et biaxial ( $P-M_x-M_y$ ) cyclique sont validés à l'aide de résultats expérimentaux et montrent une excellente convergence avec ces derniers. Selon les analyses modale et linéaire temporelle, le modèle proposé peut capturer adéquatement les caractéristiques dynamiques et sismiques des noyaux et ce, incluant la torsion. Le WCMM est ensuite utilisé en régime non-linéaire afin de réaliser des analyses tridimensionnelles (3D) temporelles d'un bâtiment typique en béton armé localisé dans l'est de l'Amérique du Nord et qui est sujet à des tremblements de terre à contenu fréquentiel élevé (environ 10 Hz). Trois configurations de bâtiment avec une flexibilité en torsion croissante ( $B=1.7$ ,  $B=2.1$  et  $B=2.5$ , selon l'actuel Code National du Bâtiment du Canada) sont étudiées afin d'évaluer l'effet de la torsion sur le comportement sismique. Les enveloppes non-linéaires de paramètres importants pour la conception sont similaires aux enveloppes de dimensionnement obtenues à partir d'une analyse spectrale linéaire d'un modèle à éléments coques ( $B=1.7$ ) incluant les facteurs appropriés de réduction des forces inélastiques. Hormis pour le torque à chaque étage, les demandes en cisaillement et en moment demeurent relativement constantes peu importe la valeur de  $B$ . La rigidité effective en cisaillement doit être sélectionnée avec soin pour le WCMM afin d'éviter de larges rotations questionnables. Un délai corrélé est observé entre les crêtes en translation et en rotation lors des analyses temporelles non-linéaires des bâtiments.

## ABSTRACT

Reinforced concrete (RC) cores are used in many residential multi-story buildings as the primary seismic force resisting system (SFRS). Due to architectural limitations, these buildings are often torsionally flexible. To assess the effect of torsion on the nonlinear seismic response of RC cores, a wide-column model with modules (WCMM) using fiber elements is proposed. The nonlinear warping and the nonlinear biaxial ( $P$ - $M_x$ - $M_y$ ) cyclic behaviors of the WCMM are validated against experimental results and exhibit excellent agreement. According to modal and linear time history analyses, the proposed model can adequately capture the dynamic characteristics and seismic response of core structures, including torsion. The proposed WCMM is then extended to the nonlinear range to perform three-dimensional (3D) time history analyses of a typical RC building structure located in Eastern North America (ENA) that is subjected to high-frequency ground motions (approximately 10 Hz). Three different building configurations with increasing torsional flexibility ( $B=1.7$ ,  $B=2.1$  and  $B=2.5$ , according to the current National Building Code of Canada) are studied to investigate the effect of torsion on the seismic behavior. The nonlinear envelopes of key response parameters are similar to the design envelopes obtained from the linear response spectrum analysis of a shell elements model ( $B=1.7$ ) with proper inelastic force modification factors. Aside from the story torque, the shear and moment demands remain relatively constant, regardless of the  $B$  value. The effective shear stiffness must be carefully selected in the WCMM to avoid large questionable rotations. A correlated delay can be observed between the translational and rotational peak displacements in the nonlinear time histories of the buildings analyzed.

## TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS .....	III
RÉSUMÉ.....	IV
ABSTRACT .....	V
TABLE DES MATIÈRES.....	VI
LISTE DES TABLEAUX.....	IX
LISTE DES FIGURES .....	X
LISTE DES SIGLES ET SYMBOLES.....	XII
LISTE DES ANNEXES .....	XVI
INTRODUCTION.....	1
CHAPITRE 1 REVUE CRITIQUE DE LA LITTÉRATURE .....	4
1.1 Notions théoriques liées à la torsion.....	4
1.1.1 Centre de cisaillement et de torsion.....	5
1.1.2 Torsion de Saint-Venant.....	6
1.1.3 Torsion gauche .....	7
1.2 Connaissances expérimentales et exigences normatives.....	11
1.2.1 Rotule plastique.....	11
1.2.2 Torsion.....	13
1.2.3 Outils de calculs.....	16
1.2.4 Dispositions normatives pour les noyaux.....	17
1.3 Méthodes numériques de modélisation .....	18
1.3.1 Hypothèses de modélisation.....	18
1.3.2 Modèles numériques.....	20
CHAPITRE 2 DÉMARCHE DE L'ENSEMBLE DU TRAVAIL DE RECHERCHE.....	26

2.1	Objectifs.....	26
2.2	Méthodologie.....	26
2.2.1	Description sommaire.....	26
2.2.2	Description détaillée.....	27
2.3	Pertinence de l'article.....	28
2.4	Contributions originales.....	29
CHAPITRE 3 ARTICLE 1: NONLINEAR SEISMIC MODEL OF REINFORCED CONCRETE CORES INCLUDING TORSION.....		30
3.1	Introduction.....	31
3.2	Consideration of torsion in the numerical analysis of reinforced concrete cores.....	32
3.2.1	NBCC 2010 and ASCE/SEI 7-10 provisions for torsion.....	32
3.2.2	Torsional behavior of reinforced concrete cores.....	34
3.2.3	Modeling strategies for reinforced concrete cores.....	34
3.3	Modified inelastic wide-column model.....	37
3.3.1	Description of the WCMM.....	37
3.3.2	Validation case 1: pure torsion.....	39
3.3.3	Validation case 2: biaxial flexural loading.....	43
3.4	Case study.....	45
3.4.1	Description of the selected building.....	46
3.4.2	OpenSees model.....	47
3.4.3	Modal analysis.....	48
3.4.4	Linear time history analysis.....	49
3.4.5	Nonlinear time history analyses.....	50
3.5	Conclusions.....	56
3.6	Acknowledgements.....	57

3.7	References .....	58
CHAPITRE 4	RÉSULTATS COMPLÉMENTAIRES .....	61
CHAPITRE 5	DISCUSSION GÉNÉRALE.....	64
5.1	Approche de modélisation.....	64
5.1.1	Avantages .....	64
5.1.2	Inconvénients.....	65
5.2	Lignes directrices pour le futur protocole de chargement .....	66
CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS	.....	68
LISTE DES RÉFÉRENCES.....		71
ANNEXES.....		74



**LISTE DES TABLEAUX**

Tableau 3.1. Material properties (MPa).....	41
Tableau 3.2. Periods and participating modal masses (%) (with A23.3-04 stiffness reduction factors).....	49
Tableau 3.3. Building configurations .....	50
Tableau 3.4. Periods and participating modal masses (%) for the three building configurations (NS direction) .....	51
Tableau 3.5. Correlated delay (s) between rotational and translational peaks .....	55
Tableau A.5.1. Coefficient d'aire en cisaillement.....	74

## LISTE DES FIGURES

Figure 1.1. Structure typique d'un bâtiment à noyaux.....	2
Figure 1.1. Porte-à-faux soumis à torque concentré.....	5
Figure 1.2. Calcul de J: (a) section réelle et (b) modèle filaire .....	7
Figure 1.3. Gauchissement d'un noyau: (a) structure déformée et (b) profil des contraintes axiales .....	8
Figure 1.4. Poteau prismatique chargé axialement à un coin (Taranath, 2010) .....	10
Figure 1.5. Profilé W chargé axialement à un coin (Taranath, 2010) .....	11
Figure 1.6. Définition des excentricités accidentelle et naturelle.....	14
Figure 1.7. Diagramme de torsion pure (Prosec).....	17
Figure 1.8. Fonction normalisée de gauchissement (Prosec) .....	17
Figure 1.9. Alternatives de modélisation d'un noyau: (a) colonne unique, (b) deux colonnes, (c) cadres équivalents et (d) MEF .....	20
Figure 3.1. Core wall in a reinforced concrete structure .....	31
Figure 3.2. Definition of $e_x$ and $D_{nx}$ .....	32
Figure 3.3. (a) Planar shear wall and (b) wide-column analogy.....	36
Figure 3.4. Shear behavior of a core structure: (a) shear stresses, (b) WCM representation and (c) additional shear deformations.....	36
Figure 3.5. Proposed WCMM model: (a) 3D view and (c) cross-sectional view (m=6) .....	38
Figure 3.6. T- $\theta$ relationship of the Krpan and Collins (1981) experiment.....	40
Figure 3.7. Deformed ABAQUS model at failure: (a) concrete cracking damage indicator (d=1 for complete cracking) and (b) reinforcement stresses in MPa (positive in tension).....	41
Figure 3.8. Sensitivity analyses of rigid links: (a) Saint-Venant stiffness for m=3 and (b) spacing for m=9 .....	42
Figure 3.9. Beyer et al. (2008) experiment: (a) test setup [14] and (b) loading history [13] (reproduced with the permission of Taylor and Francis Ltd).....	44

Figure 3.10. TUA hysteresees (Beyer et al. [13] results reproduced with the permission of Taylor and Francis Ltd).....	45
Figure 3.11. Plan view of the selected building .....	46
Figure 3.12. Linear time history response to GM1 in the NS direction (with A23.3-04 stiffness reduction factors).....	50
Figure 3.13. Nonlinear time history response to GM1 in the NS direction.....	52
Figure 3.14. Displacement and rotation envelopes in the NS direction .....	53
Figure 3.15. Force and moment envelopes in the NS direction (DSA and design curves correspond to the 2005 design values with and without dynamic shear amplification).....	54
Figure 4.1. WCMM modélisé dans ETABS 2015.....	61
Figure 4.2. Réponse sismique du bâtiment soumis à l'accélérogramme GM1 dans la direction NS (déplacements au sommet et efforts à la base) .....	62
Figure 5.1. Délai entre la translation et la rotation dans un protocole de chargement .....	67

## LISTE DES SIGLES ET SYMBOLES

### Sigles

3D	Tridimensionnel
CDP	<i>Concrete damaged plasticity (ABAQUS)</i>
CM	Centre de masse
CNBC	Code national du bâtiment du Canada
CR	Centre de rigidité
DDL	Degré de liberté
DOF	<i>Degree of freedom</i>
DSA	<i>Dynamic shear amplification</i>
ENA	<i>Eastern North America</i>
EPM	École Polytechnique de Montréal
EW	Est-Ouest
HME	<i>Higher modes effect</i>
MEF	Méthode des éléments finis
NBCC	<i>National Building Code of Canada</i>
NS	Nord-Sud
OS	OpenSees
RC	<i>Reinforced concrete</i>
SC	Centre de cisaillement ( <i>shear center</i> )
SFRS	<i>Seismic forces resisting system</i>
SRFS	Système de résistance aux forces sismiques
WCM	<i>Wide-column model</i>
WCMM	<i>Wide-column model with modules</i>

**Symboles**

$A_x$	Facteur d'amplification torsionnel au niveau $x$
$B$	Bimoment
$B$	Sensibilité à la torsion d'un bâtiment selon le CNBC
$B_x$	Sensibilité à la torsion au niveau $x$ pour la direction considérée pour l'analyse
$C_W$	Constante de gauchissement
$D_{nx}$	Dimension hors-tout du bâtiment perpendiculaire à la direction d'analyse
$d_i$	Plus petite distance perpendiculaire entre le CM et le bord du plancher
$E_c$	Module de Young pour le béton
$E_s$	Module de Young pour l'acier
$e_x$	Excentricité entre le CM et le CR
$F_{JL}$	Facteur adimensionnel pour $J_L$
$F_x$	Force statique équivalente au niveau $x$
$F_y$	Limite élastique de l'acier
$f_c$	Résistance du béton en compression
$f_t$	Résistance du béton en traction
$G_c$	Module de cisaillement du béton
$h_i$	Hauteur de l'étage
$h_m$	Hauteur du module
$h_w$	Hauteur du mur
$I_x$	Inertie autour de l'axe X
$I_y$	Inertie autour de l'axe Y
$I_\omega$	Inertie sectorielle
$J_L$	Rigidité de Saint-Venant des liens rigides

$M_f$	Moment pondéré
$M_p$	Moment probable à la plastification
$M_{ta}$	Moment accidentel en torsion
$M_r$	Moment résistant pondéré
$M_x$	Moment autour de l'axe X
$M_y$	Moment autour de l'axe Y
$m$	Modules
$l_p$	Longueur de la rotule plastique
$l_w$	Largeur du mur
P	Charge axiale
$p_x$	Ratio adimensionnel pondérant $M_{ta}$
$R_d$	Facteur sismique de modification des forces inélastiques
$R_o$	Facteur sismique de sur-résistance
$S_L$	Espacement des liens rigides
T	Torque
$T_{SV}$	Torsion de Saint-Venant
$T_T$	Torsion totale
$T_W$	Torsion gauche
$T_x$	Torque statique total à l'étage $x$
$T_z$	Torque autour de l'axe Z
$t_m$	Épaisseur du module
$t_w$	Épaisseur des segments de mur du noyau
$V_x$	Force en cisaillement selon l'axe X
$V_y$	Force en cisaillement selon l'axe Y

$\delta_{\text{avg}}$	Moyenne des déplacements aux extrémités de la structure
$\delta_{\text{max}}$	Déplacements maximaux aux extrémités de la structure
$\delta_{\Delta}$	Glissement inter-étage en translation
$\delta_{\theta}$	Glissement inter-étage en rotation
$\Delta_{PM}$	Composante de $\Delta_S$ causé par les moments parasites
$\Delta_S$	Déplacements en cisaillement du WCM
$\Delta_{SF}$	Composante de $\Delta_S$ causé par les forces en cisaillement
$\Delta_f$	Déplacement en flexion
$\Delta_s$	Déplacement en cisaillement
$\nu$	Coefficient de Poisson
$\phi_c$	Coefficient de tenue du béton
$\phi_s$	Coefficient de tenue de l'acier
$\omega(s)$	Fonction normalisée de gauchissement
$\omega_{\theta}$	Fréquence non-couplée en rotation
$\omega_t$	Fréquence non-couplée en translation
$\omega_v$	Facteur d'amplification dynamique du cisaillement
$\Omega_R$	Rapport entre $\omega_{\theta}$ et $\omega_t$
$\sigma(s)$	Contrainte axiale
$\tau$	Contrainte en cisaillement
$\theta$	Rotation
$\theta_z$	Rotation autour de l'axe Z
$\theta'$	Gauchissement

**LISTE DES ANNEXES**

Annexe A - Validation du logiciel Prosec (Prokon).....	74
Annexe B - Code OpenSees du WCMM.....	75



## INTRODUCTION

### Mise en contexte

Le Canada comprend plusieurs régions où d'importants séismes peuvent se produire. Plus particulièrement, l'Est du pays est une zone sismique à risque pour un contenu fréquentiel élevé (environ 10Hz) (Natural Resources Canada, 2013). Le Code National du Bâtiment du Canada 2010 (CNBC 2010) est la norme qui encadre la conception des bâtiments au Canada. Cette norme prescrit, entre autres, les règles de calcul à respecter pour la conception des systèmes de résistance aux forces sismiques (SRFS). Il existe plusieurs types de SRFS dont notamment les murs de refend en béton armé qui sont très utilisés dans la pratique pour les bâtiments multi-étagés. Plusieurs études numériques et une étude expérimentale (El-Sokkary, Galal, Ghorbanirenani, Léger, & Tremblay, 2013) effectuée à l'École Polytechnique de Montréal (EPM) ont démontré que les normes passées et actuelles de conception pour les murs de refend ne sont pas adéquates. Plus précisément, les murs de type «noyau» sont soumis à des efforts de torsion qui ne sont souvent pas considérés adéquatement lors de la conception, particulièrement lorsqu'un comportement non-linéaire est anticipé. En réponse à cette problématique, le présent projet vise à développer un modèle numérique à éléments fibres d'un noyau en béton armé soumis à des sollicitations sismiques à contenu fréquentiel élevé, et ce en incluant les effets inélastiques de la torsion. Grâce à ce modèle, la réponse sismique peut être étudiée afin de proposer des lignes directrices pour un protocole de chargement tridimensionnel qui sera éventuellement utilisé lors d'essais hybrides sur des noyaux testés dans le laboratoire de structures de l'École Polytechnique de Montréal.

### Problématique

Un type particulier de murs de refend en béton armé est sujet à des efforts de torsion significatifs: les noyaux. Pour le présent projet, un noyau est défini comme un agencement d'au moins trois segments de mur planaires. Souvent jumelés à des murs de refends planaires disposés en périphérie du bâtiment, les noyaux sont beaucoup utilisés dans la pratique puisqu'ils permettent de remplir leur rôle en tant que SRFS tout ayant un aspect fonctionnel pour l'architecture (Figure 1.1). Très souvent, ceux-ci font office de cages d'escalier ou d'ascenseur, ce qui diminue grandement leur impact sur les aménagements architecturaux. Ceci explique la grande popularité

des noyaux en béton armé dans la pratique pour les bâtiments multi-étagés résidentiels. Afin de conserver leur aspect fonctionnel, ces éléments structuraux doivent souvent comporter plusieurs ouvertures. Naturellement, cette géométrie amène un comportement mécanique plutôt complexe qui est différent de celui des murs de refend planaires. En effet, le centre de cisaillement ne coïncide pas avec le centre de gravité, ce qui induit des efforts de torsion additionnels (Stafford-Smith & Coull, 1991).

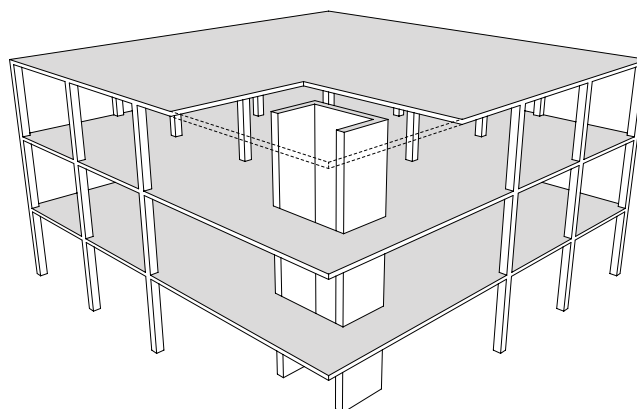


Figure 1.1. Structure typique d'un bâtiment à noyaux

Le phénomène de la torsion n'est souvent pas considéré dans la pratique, particulièrement concernant la composante non-uniforme de celle-ci. Par exemple, la majorité des logiciels commerciaux ne peuvent pas inclure directement les effets du gauchissement dans les éléments classiques de poutres de Bernoulli (ou de Timoshenko) lors d'une analyse structurale. En effet, les matrices de rigidité utilisées dans ces logiciels ne contiennent aucun terme pour considérer la torsion gauche. Des approches simplifiées (Hidalgo, Jordan, & Martinez, 2002) sont proposées dans la littérature pour modéliser les noyaux comme l'utilisation d'éléments fibres (Martinelli, Martinelli, & Mulas, 2013). Cependant, la torsion gauche n'est pas considérée dans ces approches. C'est pourquoi certains chercheurs ont développé très récemment un type d'éléments fibres permettant de représenter le gauchissement d'une section (Capdevielle, Grange, Dufour, & Desprez, 2014). De plus, la rigidité hors-plan des dalles est souvent négligée mais celle-ci influence le comportement en gauchissement des noyaux (Coull & Chee, 1986). Finalement, la littérature scientifique concernant le comportement tridimensionnel de noyaux en béton armé est limitée. Ceci est particulièrement vrai pour le comportement en régime non-linéaire de ces structures (Beyer, Dazio, & Priestley, 2008a).

La littérature limitée, l'aléa sismique élevé pour l'Est du Canada ainsi que le manque d'outils pour les ingénieurs praticiens jumelé à des normes actuelles inadéquates soulèvent une problématique importante. Effectivement, il y a lieu de se questionner sur la sécurité des noyaux existants ou futurs en béton armé dans l'éventualité d'un séisme important. C'est pourquoi il est nécessaire de mener des études expérimentales pour évaluer le comportement de noyaux en béton armé lors d'un tremblement de terre. Des études numériques sont nécessaires au préalable pour cerner les éléments importants à étudier lors de la phase expérimentale. C'est pourquoi un modèle à éléments fibres est développé pour ce projet afin de réaliser des simulations sismiques.

## **Contenu du mémoire**

Premièrement, une revue critique de la littérature portant sur le comportement sismique tridimensionnel de noyaux en béton armé est exposée. Deuxièmement, la démarche de recherche utilisée pour réaliser ce projet est expliquée. Troisièmement, l'article scientifique tel que soumis à la revue *Engineering Structure* est présenté. Cet article porte sur l'analyse sismique non-linéaire d'un bâtiment résidentiel typique de l'Est du Canada sensible à la torsion et contreventé par des noyaux en béton armé. Basé sur l'utilisation des éléments fibres, un modèle numérique est développé dans le logiciel OpenSees (OS) (Mazzoni, McKenna, Scott, & Fenves, 2006) et est calibré à partir d'essais expérimentaux afin de considérer le gauchissement inélastique. Quatrièmement, les résultats provenant d'un modèle à rotules fibrées développé dans le logiciel ETABS 2015 (CSI, 2015) sont comparés à ceux obtenus à partir du modèle OS. Finalement, une discussion générale suivie des principales conclusions et recommandations sont présentées.

## CHAPITRE 1 REVUE CRITIQUE DE LA LITTÉRATURE

Ce chapitre traite des connaissances actuelles liées au comportement sismique tridimensionnel de noyaux en béton armé, particulièrement concernant les effets de la torsion. La présente revue de littérature est complétée par celle du Chapitre 3 et est subdivisée en trois sections distinctes: (1) notions théoriques liées à la torsion, (2) connaissances expérimentales et exigences normatives ainsi que (3) méthodes numériques de modélisation. La première section vise à présenter de façon globale les principaux concepts théoriques nécessaires à la compréhension du comportement des noyaux (partiellement fermés) en béton armé. L'objectif de la deuxième section est de résumer les avancées expérimentales concernant ces noyaux tout en soulignant quelques éléments normatifs. La dernière section présente les diverses méthodes de modélisation actuellement proposées dans la littérature ou utilisées par les ingénieurs des bureaux d'étude.

### 1.1 Notions théoriques liées à la torsion

La présente section ne vise pas à démontrer ni à expliquer en détail les fondements des diverses théories actuellement adoptées pour l'analyse de sections complexes soumises à de la torsion. De nombreux ouvrages très pertinents sont disponibles à cet effet. L'objectif est plutôt de rappeler les concepts essentiels liés à la torsion. Les explications et équations de cette section sont basées principalement sur les livres de Stafford-Smith et Coull (1991) et de Taranath (2010).

La torsion est un phénomène comportant deux composantes: la torsion pure  $T_{SV}$  dite uniforme ou de Saint-Venant et la torsion gauche  $T_W$  dite non-uniforme ou bimoment. En tout point d'une structure, la somme de ces deux composantes correspond à la torsion totale  $T_T$  externe appliquée. Cette torsion totale  $T(z)$  sur la hauteur d'une section se traduit mathématiquement par l'équation différentielle suivante bien connue dans la littérature (Stafford-Smith & Coull, 1991):

$$T(z) = GJ \frac{d\theta}{dz}(z) - EC_w \frac{d^3\theta}{dz^3}(z) \quad (1.1)$$

où  $G$  est le module en cisaillement,  $J$  est la rigidité de Saint-Venant,  $\theta$  est la rotation,  $E$  est le module de Young et  $C_w$  est la constante de gauchissement (inertie sectorielle).

L'équation (1.1) peut s'exprimer aussi sous la forme suivante:

$$T_T = T_{SV} + T_W \quad (1.2)$$

L'importance relative de chaque composante est fonction des propriétés mécaniques de la section, du chargement appliqué et de la position où l'effort interne est étudié. Par exemple, un porte-à-faux à section constante soumis à un torque à son extrémité libre comporte respectivement de la torsion uniforme et non-uniforme qui varient en fonction de la longueur, tel qu'illustré qualitativement sur la Figure 1.1.

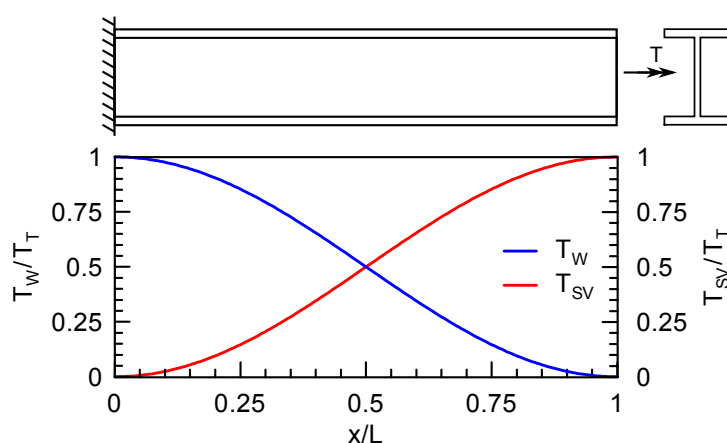


Figure 1.1. Porte-à-faux soumis à torque concentré

Les sections fermées et les sections ouvertes se comportent différemment lorsque celles-ci sont sollicitées par un torque. Pour les sections fermées, c'est leur grande rigidité en torsion de Saint-Venant qui offre principalement la résistance mécanique. À l'inverse, les sections ouvertes possèdent une faible valeur de  $J$  et sont sujettes à des contraintes significatives induites par la torsion non-uniforme lorsque des conditions frontières restreignant les déplacements normaux à l'axe de la section sont présentes (i.e. un encastrement) Sinon, l'élément structural peut se déformer librement et aucune contrainte liée à la torsion gauche n'est induite.

### 1.1.1 Centre de cisaillement et de torsion

Par analogie au centre de gravité pour l'effort axial et la flexion, la connaissance des centres de cisaillement et de torsion d'une section est très importante pour déterminer adéquatement les efforts de cisaillement et de torsion. Les définitions de ces points caractéristiques varient

légèrement dans la littérature. Selon Cook et Young (1999), ceux-ci sont confondus et c'est la définition qui est adoptée pour le présent document. «Le centre de cisaillement est le point où une force dans le plan d'une section doit agir, peu importe son orientation, pour n'induire que de la flexion. Localisé au même endroit, le centre de torsion est le point qui ne subit aucune translation lorsque la section est soumise à un moment de torsion». Il s'agit donc du même point et sa localisation est requise afin de déterminer la fonction normalisée de gauchissement et l'inertie sectorielle. Tout comme pour le centre de gravité, une propriété importante du centre de cisaillement est que celui-ci est nécessairement situé sur un axe de symétrie lorsqu'un tel axe est présent. Lorsqu'il s'agit d'une section bi-symétrique, la position de ce point est donc connue sans aucun calcul et est la même que le centre de gravité. Évidemment, ces principes ne sont applicables qu'aux calculs en régime élastique.

### 1.1.2 Torsion de Saint-Venant

Le premier terme du côté droit de l'équation (1.1) consiste en la torsion de Saint-Venant. Celle-ci est dérivée à partir des équations classiques de la résistance des matériaux. Le module de cisaillement  $G$  peut être estimé à l'aide de la relation suivante:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (1.3)$$

où  $E$  est le module de Young et  $\nu$  est le coefficient de Poisson du matériau.

Les sections ouvertes à parois minces sont couramment assimilées à un ensemble de segments filaires situés à la mi-épaisseur des segments réels (Figure 1.2). Il est alors possible d'obtenir une approximation suffisamment précise de la rigidité de Saint-Venant en faisant tout simplement la somme des contributions de chaque segment, ce qui se traduit mathématiquement par:

$$J = \sum_{i=1}^n \frac{1}{3} b_i t_i^3 \quad (1.4)$$

où  $b_i$  et  $t_i$  sont respectivement la longueur et l'épaisseur de chaque segment.

Les parois de la section analysées doivent être suffisamment minces pour que l'approximation soit valable. Cette hypothèse peut être posée pour les noyaux en béton armé. En effet, ceux-ci

comportent généralement des dimensions suffisamment grandes comparativement à l'épaisseur des segments de murs les composant. Pour les noyaux avec ouvertures, il est clair que les segments près des ouvertures ne possèdent pas des facteurs de formes très élevés et sont donc responsables d'une erreur plus grande lors de l'évaluation de la rigidité  $J$ . Toutefois, puisque leur contribution à la rigidité totale est relativement faible, il est raisonnable de supposer que l'équation (1.4) peut être utilisée sans commettre une erreur trop significative.

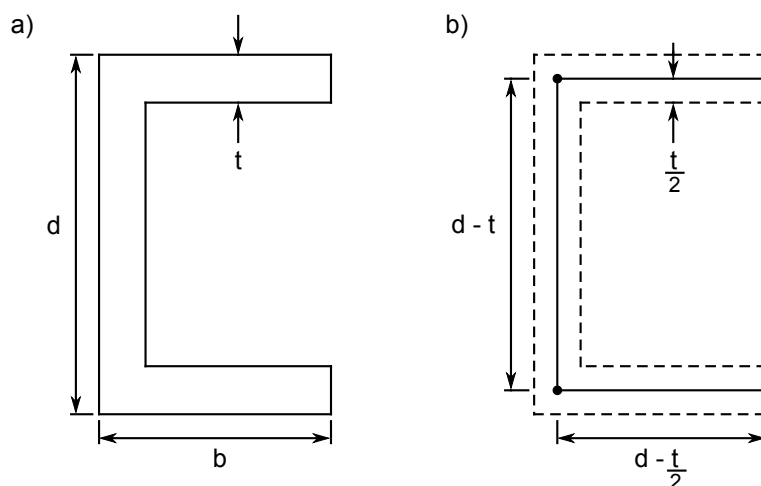


Figure 1.2. Calcul de  $J$ : (a) section réelle et (b) modèle filaire

### 1.1.3 Torsion gauche

En plus de la torsion de Saint-Venant, une autre forme de torsion se manifeste lorsque la section comporte des ouvertures. Il s'agit de la torsion gauche.

#### 1.1.3.1 Gauchissement

Un phénomène fondamental à la compréhension de la torsion non-uniforme est le gauchissement. Physiquement, celui-ci se traduit par des mouvements hors-plan de la section causés par un moment de torsion. Pour des sections comportant des axes de symétrie, ces mouvements hors-plan sont antisymétriques, c'est-à-dire que lorsqu'un point quelconque se déplace vers le haut (par rapport au plan de référence), le point correspondant de l'autre côté de l'axe de symétrie se déplace vers le bas. Il est aussi possible que certains points demeurent au niveau du plan de référence, précisément lorsque ceux-ci sont situés sur des axes de symétrie. La Figure 1.3a montre la déformation en gauchissement d'un noyau ainsi que son interaction avec la dalle et les

colonnes. La partie gauche de celui-ci se déplace vers le haut alors que sa contrepartie se déplace vers le bas, ce qui concorde clairement avec l'axe de symétrie. Ce phénomène physique se traduit mathématiquement par le concept de fonction normalisée de gauchissement  $\omega(s)$ . Pour plus de détails concernant la procédure de calcul pour  $\omega(s)$ , le lecteur est invité à consulter les livres de Stafford-Smith et Coull (1991) ou de Cook et Young (1999).

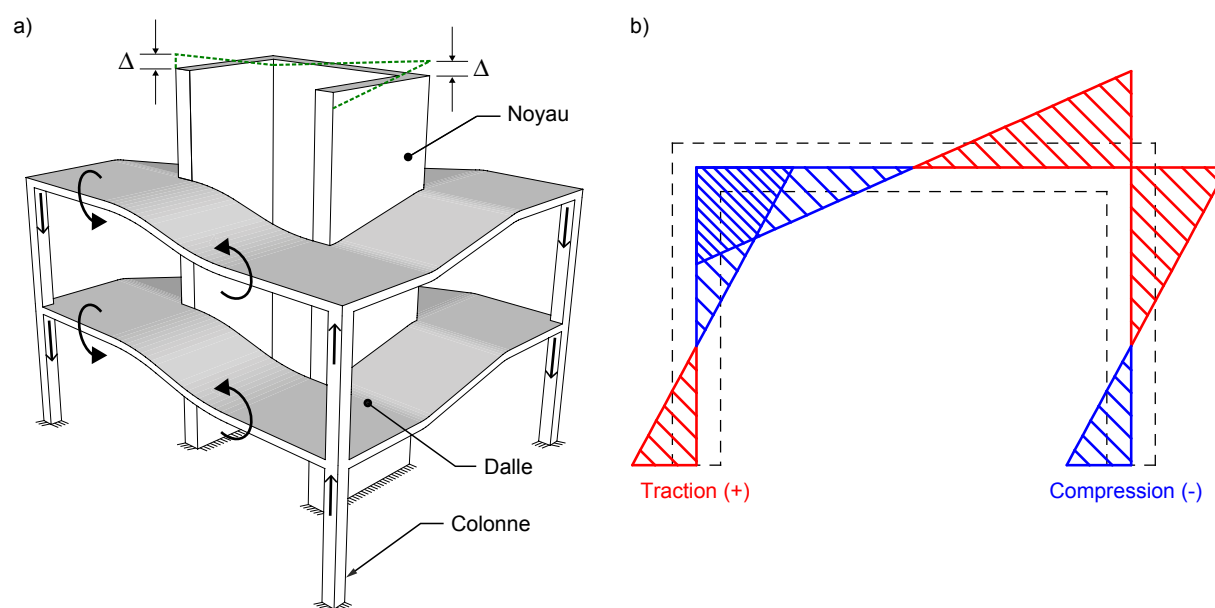


Figure 1.3. Gauchissement d'un noyau: (a) structure déformée et (b) profil des contraintes axiales

La fonction  $\omega(s)$  permet de calculer les réponses axiales (déplacements, déformations et contraintes) d'une section soumise à un moment de torsion. Moyennant une certaine constante multiplicative liée aux propriétés mécaniques,  $\omega(s)$  représente directement le profil de la réponse axiale d'une section lors du gauchissement, ce qui permet de visualiser très rapidement les zones de concentration de contraintes. Par exemple, la Figure 1.3b montre que ces zones sont typiquement situées aux extrémités et aux coins du noyau. Mathématiquement, la contrainte axiale associée au gauchissement est donnée par l'équation suivante:

$$\sigma(s) = \frac{B\omega(s)}{C_w} \quad (1.5)$$

où  $B$  et  $C_w$  sont respectivement le bimoment et la constante de gauchissement.



Le bimoment  $B$  est l'effort associé au gauchissement alors que  $C_w$  représente l'inertie de la section pour résister à la torsion non-uniforme. Ces termes sont définis plus en détails dans les sections suivantes. La fonction  $\omega(s)$  est analogue au bras de levier  $y$  qui apparaît dans la formule classique de la résistance des matériaux pour le calcul de la contrainte axiale due à un moment de flexion:

$$\sigma(y) = \frac{M_x y}{I_x} \quad (1.6)$$

où  $y$  est la position où la contrainte est évaluée alors que  $M_x$  et  $I_x$  sont respectivement le moment et le moment d'inertie autour de l'axe  $x$ .

En comparant les équations (1.5) et (1.6), la similitude est frappante. La différence se situe au niveau du référentiel. Le terme  $y$  varie selon la hauteur alors que  $\omega(s)$  varie le long du profil filaire de la section. En plus du profil des contraintes, la fonction normalisée de gauchissement permet aussi de calculer une autre propriété mécanique très importante d'une section, soit l'inertie sectorielle.

### 1.1.3.2 Inertie sectorielle

Communément appelée constante de gauchissement  $C_w$ , l'inertie sectorielle  $I_\omega$  est une donnée essentielle lors de la conception d'éléments soumis à des moments de torsion puisqu'elle caractérise la rigidité en gauchissement d'une section. Cette propriété mécanique est calculée au centre de cisaillement, ce qui est équivalent par analogie à la flexion au calcul des moments d'inertie principaux au centre de gravité. La torsion non-uniforme est généralement négligée pour les sections fermées comme les profilés tubulaires puisque celles-ci possèdent une rigidité en gauchissement très élevée. À l'inverse, les sections ouvertes possèdent une valeur finie de  $C_w$  et la torsion gauche ne peut être négligée. Évidemment, plus la section se rapproche d'une section fermée, plus cette rigidité augmente. Comme les noyaux en béton armé doivent comporter des ouvertures pour les accès, la composante non-uniforme de la torsion doit être considérée selon la valeur de  $C_w$  associée à la section.

### 1.1.3.3 Bimoment

L'effort associé au mouvement causé par le gauchissement se nomme le bimoment. Ce concept s'explique plus facilement par l'entremise d'un exemple tiré de Taranath (2010). Soit le poteau

prismatique soumis à une charge  $P$  appliquée à un coin tel qu'illustré à la Figure 1.4. En assumant l'hypothèse de Bernoulli (sections planes restent planes), la charge  $P$  induit trois efforts: un effort axial et des moments fléchissant autour des axes principaux. Par le principe de superposition, il est possible d'idéaliser chaque cas séparément en appliquant  $P/4$  aux quatre coins. En faisant la somme des forces à chaque coin pour les trois premiers cas, il n'est pas possible d'obtenir le cas de chargement initial. D'autres forces sont requises pour rétablir l'équilibre, tel qu'illustré par le dernier cas de chargement. Ces forces internes sont auto-équilibrées, c'est-à-dire qu'elles sont statiquement nulles. En effet, elles n'induisent aucune force axiale ni aucun moment fléchissant. Par contre, celles-ci tendent clairement à gauchir la section (les sections ne demeurent plus planes) et peuvent être remplacées par deux moments égaux et opposés, soit le bimoment. Ce dernier représente donc une paire de moments multipliée par la distance les séparant et il s'exprime en force par longueur au carré (i.e.  $\text{kN}\cdot\text{m}^2$ ). En invoquant le principe de Saint-Venant, qui stipule que des perturbations engendrées par des forces internes auto-équilibrées n'affectent que localement une structure, ces forces peuvent être négligées dans l'analyse globale du poteau (Taranath, 2010).

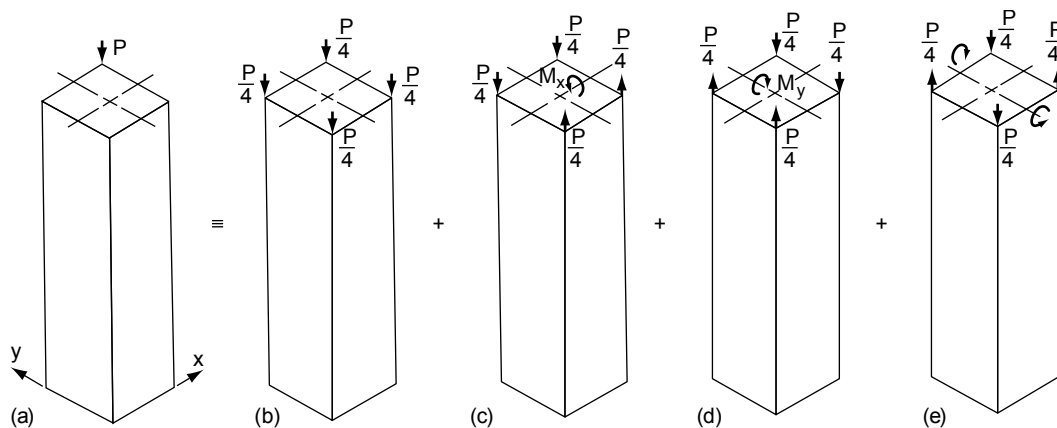


Figure 1.4. Poteau prismatique chargé axialement à un coin (Taranath, 2010)

Par contre, si un profilé W tel qu'illustré à la Figure 1.5 est soumis au même cas de chargement qu'à la Figure 1.4, il est plus difficile d'affirmer que l'effet des forces internes lié au bimoment demeure local. En effet, chaque semelle aura tendance à se fléchir indépendamment dans une direction égale et opposée autour de l'axe de rotation défini par l'âme du profilé. Les paires de forces des semelles doivent alors être considérées individuellement et affectent globalement la structure. Si la section est libre de se déplacer hors-plan, le mouvement de chaque semelle lié au

bimoment n'induit aucune contrainte. À l'inverse, une restriction des mouvements hors-plan assurée par un encastrement, par exemple, mènent à des contraintes axiales lorsqu'un bimoment est appliqué à la section. Les fondations des noyaux en béton armé sont généralement assimilables à des encastremets (ou semi-encastrement en fonction de la rigidité du sol). C'est pourquoi les noyaux sollicités par des moments de torsion peuvent être soumis à des contraintes significatives liées au gauchissement de la section.

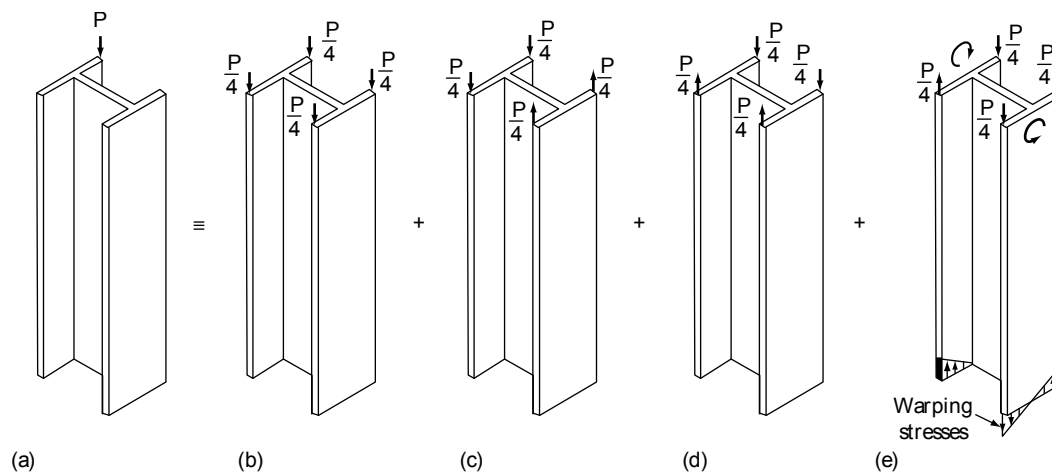


Figure 1.5. Profilé W chargé axialement à un coin (Taranath, 2010)

## 1.2 Connaissances expérimentales et exigences normatives

Même si le présent projet touche essentiellement à la modélisation numérique, celui-ci précède la phase expérimentale prévue au laboratoire de structures de l'École Polytechnique de Montréal. C'est pourquoi certains aspects expérimentaux très ciblées doivent être traités. Le normatif est joint à l'expérimental pour mettre en relief l'état d'avancement de la littérature scientifique comparativement aux normes actuellement utilisées dans la pratique.

### 1.2.1 Rotule plastique

Lorsqu'un mur de refend est conçu par capacité, de grandes déformations localisées dans une zone à la base du mur, connue sous le nom de rotule plastique, sont attendues. Le but premier de cette dernière est de dissiper l'énergie sismique sous forme de grandes rotations inélastiques afin de réduire les efforts induits dans la structure. Idéalement, la position de la rotule plastique doit être estimée avec suffisamment de précision pour s'assurer que le détaillage des aciers d'armature

dans cette zone soit adéquat. En effet, des dispositions additionnelles concernant les détails de construction sont requises pour permettre de larges déformations tout en assurant l'intégrité structurale du mur. Par exemple, la norme canadienne CSA A23.3-14 exige l'utilisation de crochets sismiques à 135° pour procurer un confinement adéquat au béton et assurer la stabilité des barres d'armature à l'égard du flambement. Encore aujourd'hui, la position de la rotule plastique demeure approximative à cause de nombreux facteurs tels que «l'allongement et le glissement des armatures dans les zones adjacentes [ainsi que] l'augmentation de la zone plastifiée résultant de la fissuration inclinée due aux contraintes de cisaillement» (Paultre, 2011). Actuellement, la norme A23.3-14 recommande l'équation suivante pour estimer la zone de rotule plastique:

$$l_p = 0.5l_w + 0.1h_w \quad (1.7)$$

où  $l_w$  et  $h_w$  sont respectivement la largeur et la hauteur du mur.

L'équation (1.7) recommandée par l'A23.3-14 n'est basée strictement que sur la géométrie des murs puisque le comportement de ceux-ci est fortement flexionnel, ce qui implique que la rotule plastique devrait se former principalement à leur base selon les principes de conception par capacité. Toutefois, des essais ont montré pour des colonnes en béton armé soumises à de la flexion jumelée à de la torsion que la rotule plastique ne se localise pas uniquement à la base (Tirasit & Kawashima, 2007). En effet, celle-ci se situait respectivement à la base ou à la mi-hauteur de la colonne pour des sollicitations strictement en flexion ou en torsion. Pour un niveau de flexion constant, une augmentation de la torsion amenait une migration de la rotule plastique vers la mi-hauteur de la colonne. Pour des noyaux soumis à des efforts de torsion importants, il est donc possible que la position de la rotule soit légèrement supérieure à celle déterminée à partir de l'équation (1.7).

Lorsque le noyau entre en régime inélastique, il est attendu que les déplacements en flexion  $\Delta_f$  (au sommet) causés par des rotations significatives dans la rotule plastique soient importants. Par contre, les déformations en cisaillement  $\Delta_s$  devraient demeurer relativement constantes puisqu'il est supposé que la rigidité en cisaillement des murs de refend reste constante (Beyer, Dazio, & Priestley, 2011). En d'autres mots, le ratio  $\Delta_s/\Delta_f$  devrait diminuer en régime inélastique puisqu'une fois la plastification en flexion atteinte, la force de cisaillement n'augmente que très

faiblement. Toutefois, l'étude de Beyer et al. (2011) montre que le ratio  $\Delta_s/\Delta_f$  demeure constant en régime inélastique et peut même augmenter si la détérioration du mécanisme de transfert des forces de cisaillement est importante (plastification des barres d'armature horizontales ou éclatement du béton). Aussi, les déformations en cisaillement se localisent principalement aux endroits soumis à de grandes déformations axiales, soit la zone de rotule plastique. Beyer, Dazio et Priestley (2008b) en identifient trois types qui contribuent à  $\Delta_s$ : les déformations axiales dues au moment, les déformations horizontales des armatures et les déformations diagonales dues à un effet de bielle dans le béton. Lorsque les deux dernières demeurent élastiques (même si le noyau est globalement en régime inélastique) comme c'est généralement le cas pour des murs conçus par capacité, seules les déformations axiales dues au moment contribuent aux déformations en cisaillement du mur. Il en résulte une variation proportionnelle de  $\Delta_s$  par rapport à  $\Delta_f$  et c'est pourquoi le ratio  $\Delta_s/\Delta_f$  tend à demeurer constant même en régime inélastique (Beyer et al., 2008b). Bref, la contribution des déformations en cisaillement, particulièrement dans la rotule plastique, ne peut être négligée et doit être considérée en caractérisant le plus précisément possible la rigidité en cisaillement des murs de refend en régime inélastique. Calibrés à partir d'analyses sismiques non-linéaires temporelles, des facteurs de rigidité effective en cisaillement sont proposés par Luu, Léger et Tremblay (2013) pour considérer ce phénomène et sont adoptés pour le présent projet.

## **1.2.2 Torsion**

### **1.2.2.1 Torsion d'équilibre et de compatibilité**

Deux types de torsion doivent être considérés lors de la conception d'éléments structuraux: la torsion d'équilibre et la torsion de compatibilité. La première est engendrée directement par une charge externe et ne peut être négligée, particulièrement pour des systèmes isostatiques. Les noyaux en béton armé dans les bâtiments sont généralement soumis à la torsion d'équilibre résultant de l'excentricité des charges sismiques. Comme son nom l'indique, la seconde est causée par la compatibilité des déformations et n'est présente que dans les systèmes hyperstatiques (Paultre, 2011). Il s'agit d'une sollicitation secondaire qui peut être très souvent négligée. Les poutres de rives supportant une dalle de béton sont l'exemple le plus commun de structures soumises à ce type de torsion.

### 1.2.2.2 Torsion naturelle et accidentelle

Lorsqu'un bâtiment est soumis à un séisme, des efforts de torsion sont induits dans le système structural. Tel qu'illustré sur la Figure 1.6, une excentricité  $e_x$  peut être présente entre le centre de masse (CM) et le centre de rigidité (CR) du système de résistance aux forces sismiques (SRFS). Cette excentricité est dite *naturelle* selon le CNBC 2010 et cause une certaine torsion lors d'un séisme puisque les forces d'inertie agissent au CM. En général, il est supposé que la position du centre de rigidité est constante, ce qui implique que la torsion naturelle l'est aussi. Il s'agit de l'approche adoptée par le CNBC 2010. Cette hypothèse est discutable pour des bâtiments conçus par capacité puisqu'il est fort improbable que la plastification de chaque élément du SRFS ait lieu simultanément lorsque la structure est en régime inélastique (Paulay, 1996). Lorsqu'un élément plastifie, sa rigidité diminue drastiquement et le CR se déplace en fonction de la rigidité relative entre les divers éléments du SRFS. En d'autres mots, la position du centre de rigidité varie tout au long du séisme lorsque la structure devient fortement inélastique, ce qui implique que la torsion naturelle ne peut être constante. La position réelle des centres de rigidité et de masse ne peut être évaluée avec précision. En effet, plusieurs incertitudes demeurent concernant notamment la distribution de la masse, les dimensions des éléments structuraux et la variation des propriétés des matériaux (Paultre, 2011), pour ne nommer que ceux-ci. De plus, le mouvement de rotation du sol lors d'un séisme induit de la torsion.

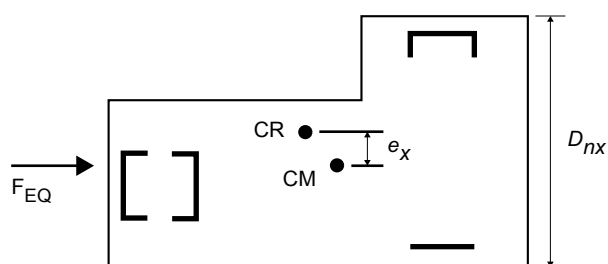


Figure 1.6. Définition des excentricités accidentelle et naturelle

Afin de considérer ces effets, le CNBC 2010 propose d'ajouter à l'excentricité naturelle une distance égale à  $\pm 0.1D_{nx}$ , ce qui induit la composante dite *accidentelle* de la torsion. Le torque statique total  $T_x$  incluant autant la composante naturelle que celle accidentelle est appliqué au CR de chaque étage du bâtiment et est calculé selon l'équation suivante:

$$T_x = F_x(e_x \pm 0.1D_{nx}) \quad (1.8)$$

où  $F_x$  est la force horizontale statique équivalente,  $e_x$  est l'excentricité naturelle et  $D_{nx}$  est la dimension hors-tout du bâtiment perpendiculaire à la direction d'analyse.

Il est à noter que l'équation (1.8) doit être appliquée pour chaque direction orthogonale d'analyse. Il en résulte ainsi en très grande majorité deux  $T_x$  différents. Lors de la conception, l'excentricité naturelle est souvent considérée implicitement en spécifiant une valeur nulle pour  $e_x$  et en appliquant  $T_x$  au CM. Pour des bâtiments n'étant pas sensibles à la torsion, il est possible de diminuer la torsion accidentelle en décalant de seulement  $\pm 0.05D_{nx}$  le centre de masse et ce uniquement lorsqu'une analyse dynamique est effectuée. Afin de caractériser cette sensibilité à la torsion, le CNBC 2010 introduit le facteur B qui est évalué à partir du paramètre  $B_x$  suivant:

$$B_x = \frac{\delta_{max}}{\delta_{ave}} \quad (1.9)$$

où  $\delta_{max}$  et  $\delta_{ave}$  sont respectivement le déplacement maximal et moyen mesurés aux extrémités de la structure.

Ce paramètre  $B_x$  doit être déterminé à chaque étage et pour chaque direction orthogonale d'analyse en appliquant le moment de torsion statique  $T_x$  évalué à partir de l'équation (1.8). Par définition, le facteur B est le maximum des paramètres  $B_x$ . Pour qu'une structure soit qualifiée de sensible à la torsion, ce facteur doit être supérieur ou égal à 1.70. Règle générale, les bâtiments à géométrie fortement rectangulaire sont sensibles à la torsion.

### 1.2.2.3 Interaction entre la flexion et la torsion

L'effet de la flexion sur la résistance en torsion est connu expérimentalement depuis longtemps. Par exemple, Zia (1970) a observé que le rapport entre la torsion ( $T$ ) et la flexion ( $M$ ) est l'un des facteurs influençant le comportement et la résistance à l'ultime de poutres rectangulaires en béton armé. De plus, ce ratio influence l'angle des diagonales de compression ainsi que le patron de fissuration (Joint ACI-ASCE Committee 445, 2013). Dans les équations d'interaction  $M-T$  proposées dans la littérature, le rapport entre les forces de plastification des armatures comprimées et tendues est considéré. Ce dernier influence particulièrement le comportement des poutres sous-armées, soit celles qui sont généralement utilisées en pratique étant donné leur

caractère ductile (Joint ACI-ASCE Committee 445, 2013). L'agencement des barres verticales dans les noyaux influence donc possiblement l'interaction entre la flexion et la torsion. Les résultats d'essais réalisés sur des poutres symétriquement armées montrent aussi que la ductilité en torsion diminue lorsque le ratio  $T/M$  diminue (McMullen & Warwaruk, 1970). Plus récemment, des essais effectués sur des colonnes en béton armé indiquent que la ductilité en flexion diminue et que la rotule plastique migre vers la mi-hauteur des spécimens lorsque le ratio  $T/M$  augmente (Tirasit & Kawashima, 2007). Considérant qu'un niveau relativement important de ductilité flexionnel est attendu pour les noyaux en béton armé de type ductile ou de ductilité moyenne, il est clair que la torsion devrait être considérée lors de leur conception.

### 1.2.3 Outils de calculs

Lorsque la géométrie devient complexe, il peut être plus avantageux d'utiliser les méthodes numériques implémentées dans les logiciels spécialisés pour évaluer les propriétés torsionnelles d'une section. Plusieurs d'entre eux sont disponibles tels que *ShapeBuilder 7.0*, *ShapeDesigner*, *S-Calc 2013* et *Prosec* (logiciel de calcul sectionnel de *Prokon*). En général, ceux-ci utilisent des analyses par éléments finis pour évaluer les propriétés torsionnelles. Pour le présent projet, une évaluation des capacités et de l'exactitude des résultats provenant de ces outils de calcul a été effectuée. La plupart des logiciels obtiennent des valeurs de  $J$  et de  $C_w$  très près les unes des autres en des temps de calcul acceptables. Toutefois, *Prosec* est le seul logiciel pouvant évaluer précisément l'aire effective en cisaillement  $A_v$  en incluant l'effet du coefficient de Poisson. Pour différents coefficients de Poisson, l'erreur commise sur  $A_v$  est toujours inférieure à 2% comparativement aux valeurs obtenues par Gruttmann et Wagner (2001) (voir Annexe A). *Prosec* calcule rapidement l'ensemble des propriétés sectionnelles nécessaires avec une précision acceptable et les présente sous forme graphique, tel qu'illustré aux Figure 1.7 et Figure 1.8.



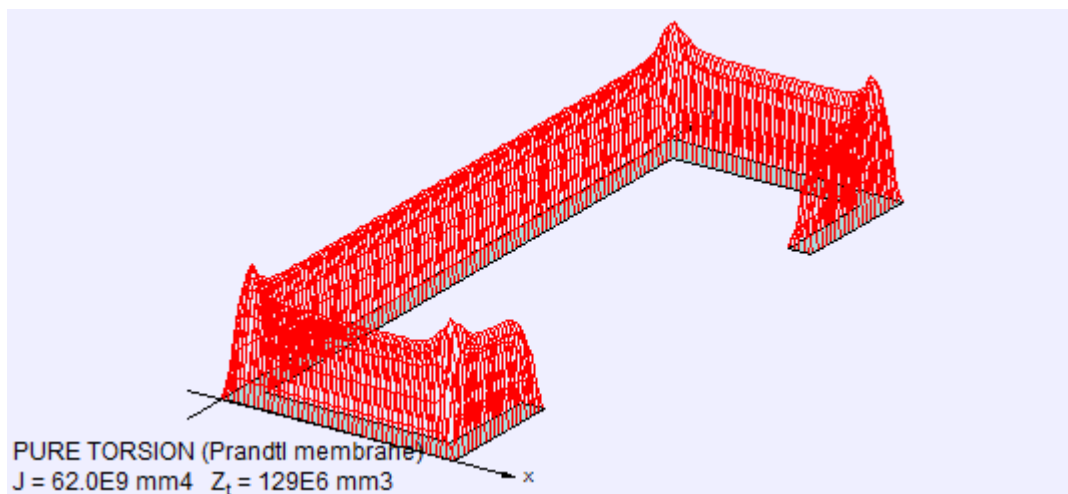


Figure 1.7. Diagramme de torsion pure (Prosec)

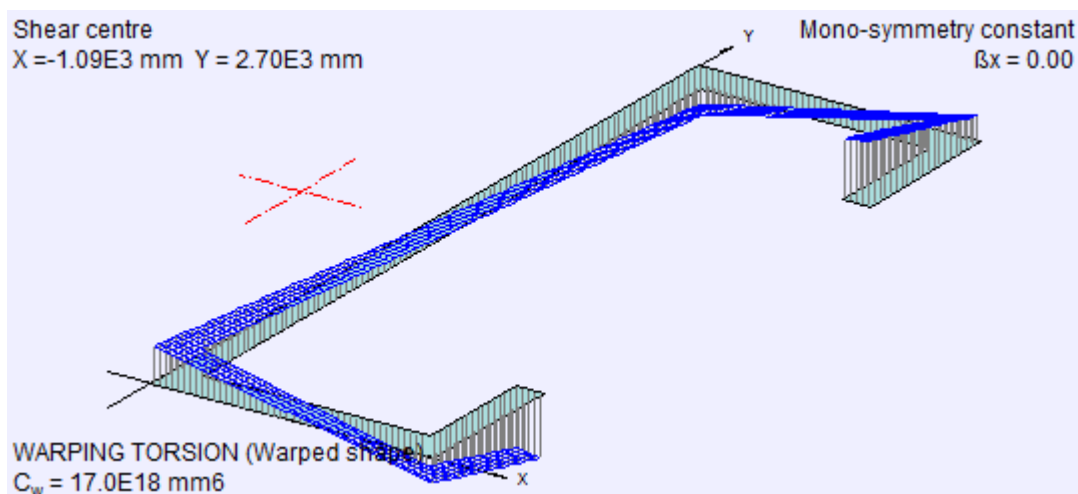


Figure 1.8. Fonction normalisée de gauchissement (Prosec)

## 1.2.4 Dispositions normatives pour les noyaux

Dans la norme A23.3-14, aucune distinction n'est clairement établie entre les murs de refend planaires et les noyaux. Généralement, les ingénieurs appliquent les clauses de l'A23.3-14 des murs de refends planaires aux noyaux en analysant chaque direction orthogonale indépendamment. Contrairement aux poteaux, aucune équation d'interaction n'est proposée pour des analyses tridimensionnelles.

## 1.3 Méthodes numériques de modélisation

Cette section traite de plusieurs notions essentielles au projet puisque ce dernier porte principalement sur la modélisation numérique. Celle-ci se divise en deux parties: les hypothèses de modélisation et les modèles numériques. La première partie traite de quelques hypothèses concernant principalement l'interaction des divers éléments structuraux d'un bâtiment. La deuxième partie présente des modèles adoptés dans la littérature pour modéliser les murs de refend comme les noyaux en béton armé.

### 1.3.1 Hypothèses de modélisation

#### 1.3.1.1 Diaphragme rigide

Pour les ouvrages en béton armé, les planchers sont presque toujours assimilés à des diaphragmes rigides. Il est possible de poser cette hypothèse puisque les dalles en béton comportent une très grande rigidité axiale en plan comparativement à la rigidité latérale des autres éléments structuraux verticaux (Paultre, 2011). Le mouvement des planchers est assimilable à un mouvement de corps rigide, ce qui simplifie énormément les calculs, particulièrement ceux de nature dynamique. En s'assurant que chaque nœud *maître* est situé au centre de masse de chaque plancher, le recours à des diaphragmes rigides permet d'utiliser des matrices de masse diagonales (Paultre, 2011). Le nœud *maître* est le point de référence du diaphragme rigide alors que les autres points qui dépendent de celui-ci sont des nœuds *esclaves*. Les déplacements des nœuds *esclaves* peuvent être déduits par des relations géométriques simples à partir de ceux du nœud *maître* qui consistent en deux translations et une rotation.

#### 1.3.1.2 Contribution des colonnes et du plancher à la rigidité torsionnelle

Il est généralement supposé que la rigidité hors-plan des planchers est très faible par rapport aux autres éléments structuraux verticaux et que celle-ci est donc négligeable pour l'analyse structurale (Paultre, 2011). Cette hypothèse est toutefois questionnable pour les bâtiments dont le système de résistance aux charges latérales comporte des noyaux. Par compatibilité des déformations, les mouvements longitudinaux occasionnés par le gauchissement des noyaux sont restreints par la présence de la dalle et des colonnes. La résistance offerte par celle-ci procure un effet semblable aux linteaux en béton armé souvent utilisés pour renforcer les noyaux avec

ouvertures, ce qui augmente significativement leur rigidité torsionnelle et réduit ainsi les contraintes axiales dues au gauchissement (Stafford-Smith & Taranath, 1972). Aussi, cette restriction des déplacements longitudinaux induit des efforts importants de flexion et de cisaillement dans la dalle, particulièrement au niveau des ouvertures du noyau. Ces efforts doivent être considérés lors de la conception. Coull et Chee (1986) définissent la rigidité en gauchissement de la dalle comme étant le bimoment requis pour produire un gauchissement unitaire dans le noyau. Celle-ci est déterminée par une analyse par éléments finis à l'aide des réactions résultant de déplacements unitaires en gauchissement appliqués au noyau. Ils proposent de remplacer la dalle par un linteau fictif de même épaisseur qui équivaut, par sa rigidité flexionnelle, à la rigidité en gauchissement de la dalle.

Lors de la modélisation de la dalle, une attention particulière doit être portée aux conditions frontières. La présence de poteaux pouvant être considérés axialement très rigides mais relativement flexibles en flexion influence significativement la rigidité en gauchissement de la dalle. Plusieurs dispositions de colonnes en périphérie de la dalle sont étudiées par Coull et Chee (1986) pour des noyaux carrés. Le cas de référence de cette étude est lorsqu'aucune colonne n'est présente (bords libres). Des accroissements de rigidité en gauchissement de la dalle de l'ordre de 160% sont rapportés pour certaines géométries lorsque celle-ci est simplement supportée à sa périphérie (mur plein). L'augmentation de la taille des ouvertures du noyau, un nombre plus élevé de colonnes ainsi qu'un rapprochement de celles-ci par rapport au noyau contribuent à cet accroissement. Coull et Chee concluent qu'au moins huit poteaux doivent être présents pour que l'augmentation de la rigidité en gauchissement de la dalle cesse d'être significative.

### **1.3.1.3 Conditions frontières**

Généralement, il est assumé que la fondation sur laquelle repose le noyau est extrêmement rigide et que celle-ci peut donc être assimilée à un encastrement parfait. Il est évident qu'il s'agit d'une hypothèse simplificatrice puisqu'il est impossible dans la réalité d'empêcher tout déplacement. Toutefois, il est raisonnable de supposer que la fondation soit suffisamment rigide pour restreindre le gauchissement du noyau, ce qui induit des contraintes longitudinales dans celui-ci.

### 1.3.2 Modèles numériques

Plusieurs alternatives sont disponibles dans la littérature pour modéliser des noyaux en béton armé. En ordre croissant de complexité, il s'agit des analogies de la colonne unique et des deux colonnes, la méthode des cadres équivalents (avec ou sans éléments fibres) et la méthode des éléments finis (MEF) basée sur l'utilisation de plaques (*plates*) et de coques (*shells*) (Figure 1.9).

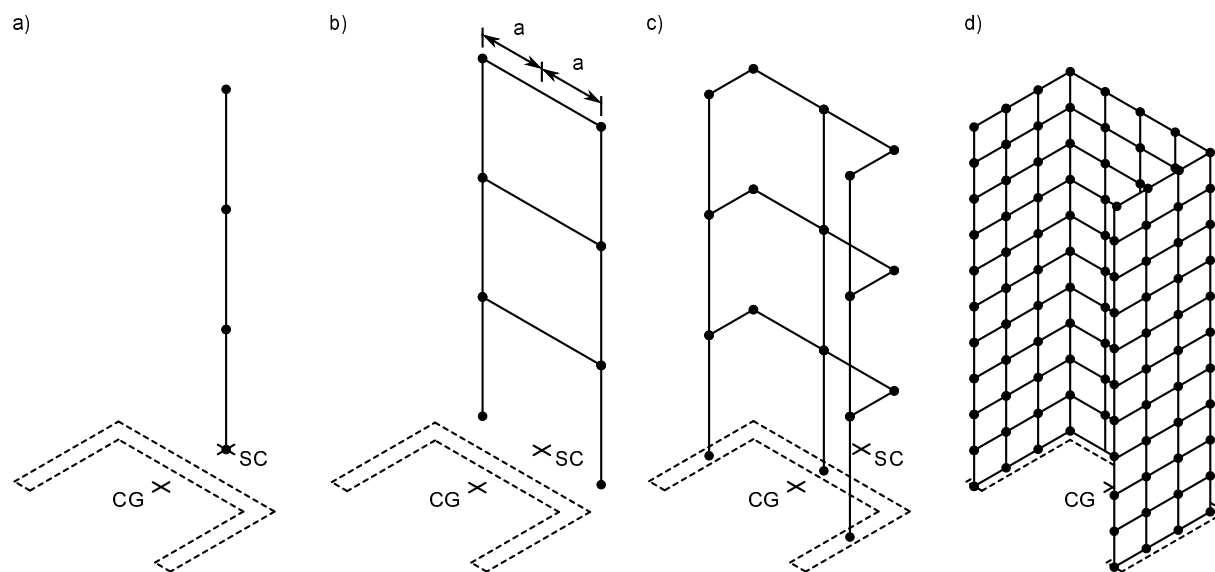


Figure 1.9. Alternatives de modélisation d'un noyau: (a) colonne unique, (b) deux colonnes, (c) cadres équivalents et (d) MEF

#### 1.3.2.1 Colonne unique

Si les noyaux en béton armé étaient complètement fermés, il serait possible d'utiliser des éléments de poutres de Bernoulli (ou de Timoshenko) à 6 degrés de libertés (DDL) pour modéliser correctement leur comportement structural dans un bâtiment (Stafford-Smith & Coull, 1991). De plus, ces éléments devraient être localisés au centre de cisaillement du noyau pour bien traduire son comportement torsionnel. La matrice de rigidité associée comporte des termes  $GJ/L$  pour tenir compte de la torsion de Saint-Venant, principale composante de la torsion présente dans les sections fermées. Or, des ouvertures sont nécessaires dans les noyaux puisque ceux-ci sont souvent utilisés comme cage d'ascenseur ou d'escaliers. Donc, la torsion gauche ne peut plus être négligée comme c'est le cas lorsque des éléments de poutres standards sont utilisés. Pour continuer à utiliser ces éléments, il faut introduire un 7<sup>e</sup> degré de liberté permettant de représenter

le gauchissement  $\theta'$  et son effort associé, le bimoment  $B$ . La matrice de rigidité associée est dérivée par Stafford-Smith et Taranath (1972) à partir des équations différentielles définissant la torsion. Il en résulte ainsi une matrice de rigidité 14x14 comportant des termes en sinus et en cosinus hyperboliques. Stafford-Smith et Coull (1991) proposent de l'utiliser pour modéliser un noyau en localisant les éléments à sept DDL à son centre de cisaillement (SC) (Figure 1.9a).

Hormis sa simplicité de modélisation, ce type de modèle comporte plusieurs inconvénients (Stafford-Smith & Coull, 1991). Tout d'abord, peu de logiciels offrent dans leur bibliothèque un élément à sept DDL. À la connaissance de l'auteur, seul le logiciel d'éléments finis ADINA comporte un *warping beam* (introduit en 2010) mais qui ne permet pas de considérer des matériaux composites comme le béton armé. Sinon, l'utilisateur doit programmer une routine informatique pour pouvoir utiliser la matrice 14x14. Ensuite, l'utilisation de ce modèle requiert des connaissances avancées en mécanique des solides pour interpréter les résultats. En effet, les efforts liés au bimoment doivent être distribués convenablement dans les semelles et l'âme du noyau pour une section donnée. Finalement, il est raisonnable d'assumer que ce genre de modèle est plutôt réservé à des analyses statiques puisqu'aucun élément concernant des analyses dynamiques n'est mentionné par Stafford-Smith et Coull.

### 1.3.2.2 Analogie des deux colonnes

Un autre type de modèle est proposée par Stafford-Smith et Coull (1991) pour représenter les noyaux mono-symétriques. Tel qu'illustré sur la Figure 1.9b, il s'agit de disposer de part et d'autre du centre de cisaillement à une certaine distance  $a$  deux colonnes comportant chacune la moitié des propriétés mécaniques du noyau ( $A$ ,  $I_x$ ,  $I_y$  et  $J$ ). Cette distance  $a$  permet de modéliser l'inertie sectorielle du noyau et est donnée par:

$$a = \sqrt{\frac{C_w}{I_a}} \quad (1.10)$$

où  $I_a$  est le moment d'inertie autour de l'axe perpendiculaire à l'axe de symétrie (i.e.  $I_a=I_x$  si l'axe de symétrie est Y).

Un des avantages de l'analogie des deux colonnes est qu'il est possible de modéliser rapidement un noyau pour lequel la géométrie varie en fonction de la hauteur. Il faut simplement évaluer une

excentricité  $a$  différente pour chaque partie du noyau. La seule difficulté consiste à modéliser adéquatement la transition entre les géométries à l'aide de diaphragmes rigides connectés entre eux par de petits poteaux très rigides. Pour plus de détails, se référer à Stafford-Smith et Coull (1991). Ce type de modèle se limite donc à des sections mono-symétriques, ce qui est la majorité des cas dans la pratique. Le fait de recourir à deux colonnes permet d'interpréter plus facilement les résultats, particulièrement concernant le comportement en gauchissement du noyau. L'erreur commise sur les déplacements et les contraintes est inférieure respectivement à 10% et à 20% comparativement à un modèle d'éléments finis raffinés (Stafford-Smith & Coull, 1991). Tout comme le modèle à colonne unique, l'analogie des deux colonnes ne semble pas adéquate pour des analyses dynamiques. En effet, des analyses préliminaires réalisées par l'auteur montrent que les parts modales effectives ne concordent pas pour les modes de vibration liés à la torsion.

### 1.3.2.3 Cadres équivalents constitués d'éléments fibres

La méthode des cadres équivalents (*equivalent frame method*), aussi connue dans la littérature sous le nom de *wide-column analogy*, est traditionnellement utilisée pour modéliser rapidement des murs de refend planaires. La méthode des cadres équivalents utilisée pour ce projet est présentée en détail au Chapitre 3. Celle-ci consiste à remplacer le mur par un poteau possédant les mêmes propriétés mécaniques et qui est localisé au centre de gravité de la section. À chaque étage, des poutres horizontales très rigides de même dimension que la largeur du mur sont aussi modélisées. Un problème majeur lié à l'utilisation de cette méthode est l'apparition d'un moment artificiel dit *parasite* lorsque le mur est soumis à des efforts de cisaillement (Stafford-Smith & Girgis, 1986). En effet, ces derniers sont appliqués de manière concentrée dans le modèle, ce qui induit une double courbure artificielle dans les colonnes causant des déplacements additionnels. Le modèle apparaît donc plus flexible en cisaillement qu'il l'est réellement.

Plusieurs alternatives sont proposées dans la littérature pour éliminer ce problème. Par exemple, Stafford Smith et Abate (1981) ainsi que Stafford Smith et Girgis (1984) suggèrent de subdiviser le noyau en modules. Ces modules sont un assemblage de poteaux, de poutres et de rotules qui permettent de représenter le comportement mécanique des murs. À l'instar des éléments finis, il est même possible de diminuer la taille de ces modules pour constituer un maillage raffiné. Un des désavantages majeur de ces modules est que pour des géométries particulières, les valeurs des propriétés mécaniques à spécifier pour certains éléments doivent être négatives, ce qui n'est pas

permis dans la majorité des logiciels d'analyse structurale. De plus, l'utilisation de ces modules peut rapidement devenir fastidieuse lors de la modélisation et nécessite plusieurs étapes de post-traitement pour l'interprétation des résultats.

Malgré la capacité des ordinateurs d'aujourd'hui, les analyses non-linéaires temporelles (*time history analyses*) demeurent exigeantes. La méthode des cadres équivalents est utilisée par Beyer et al. (2008a) pour développer des modèles de noyaux qualifiés de *wide column models (WCM)* et pour ensuite les utiliser dans des analyses en régime inélastique, moyennant quelques modifications. Ces modèles consistent en des colonnes ceinturées par des liens horizontaux rigides afin d'éviter qu'elles se déforment indépendamment les unes aux autres, ce qui permet de simuler le comportement d'un noyau (Figure 1.9c). Les colonnes équivalentes sont toujours situées au centroïde de chaque segment planaire. Afin de réaliser des analyses non-linéaires, celles-ci sont constituées d'éléments fibres pour considérer l'interaction entre l'effort axial et le moment fléchissant. Il est possible aussi de modéliser de façon discrète les barres d'armature et d'assigner des propriétés différentes pour les zones de béton confiné et non-confiné. Ces améliorations permettent d'utiliser les WCMs en régime inélastique.

#### 1.3.2.4 Méthode des éléments finis

Calibrés à partir d'essais expérimentaux, les modèles basés sur la méthode des éléments finis (MEF) permettent de servir de référence pour des modèles simplifiés tels que la méthode des cadres équivalents. Les coques (*shell elements*) sont généralement utilisées pour représenter des noyaux en béton armé puisque la rigidité hors-plan des segments de mur les composant est relativement faible (Figure 1.9d). Des éléments solides tridimensionnels peuvent être utilisés pour améliorer la précision, mais à un coût en temps de calcul plus important. L'avantage des éléments finis est que le comportement hystérétique de la structure est obtenu en spécifiant les modèles constitutifs cycliques des matériaux. Dans une moindre mesure, les éléments fibres offrent aussi le même avantage pour l'effort axial et la flexion seulement puisque la discrétisation des fibres se fait uniquement pour une section donnée, et non longitudinalement.

Plusieurs théories sont proposées pour modéliser le comportement du béton armé en cisaillement et en torsion dans les logiciels d'éléments finis. Deux d'entre elles sont souvent citées dans la littérature, soit la *Modified Compression Field Theory* de Vecchio et Collins (1986) adoptée par la norme canadienne A23.3-14 et le *Softened Truss Model* de Hsu et Mo (1985). Celles-ci

considèrent l'effet adoucissant des déformations en traction sur la résistance en compression du béton pour un élément soumis à des contraintes biaxiales. De plus, cette résistance est augmentée lorsque le béton est confiné (FIB, 2008). Afin de considérer cette augmentation, le modèle de Kent et Park modifié (Scott, Park, & Priestley, 1982) est utilisé pour le présent projet. Lors de la fissuration du béton, seuls les aciers d'armatures procurent la résistance à la traction au droit des fissures. À première vue, il serait donc logique d'idéaliser le comportement en traction du béton armé à l'aide de la courbe contrainte-déformation de l'acier. Toutefois, le béton armé est légèrement plus rigide en traction que les aciers d'armature seuls puisqu'entre deux plans de fissuration, le béton peut développer une certaine résistance à la traction. Ce phénomène est connu dans la littérature sous le nom de raidissement en traction et il existe deux méthodes pour le considérer: (1) modifier la rigidité des barres d'armatures pour épouser la courbe du béton armé ou (2) attribuer une certaine résistance en traction pour le béton au droit des fissures (FIB, 2008). La première méthode est simple mais n'est principalement applicable qu'à des problèmes unidimensionnels alors que la seconde est plus générale et se base sur le concept de fissuration diffuse. Il serait possible de modéliser les fissures et leur propagation de façon discrète en utilisant la théorie de la mécanique de la rupture (*fracture mechanics*). Cette méthode s'avère utile lorsque d'importantes fissures en traction sont attendues. Toutefois, cette approche est rarement retenue puisque la densité requise pour le maillage est élevée (FIB, 2008). La fissuration du béton peut aussi être considérée à l'aide de fissures diffuses (*smearred cracks*) dans les éléments du modèle pour lesquelles des lois constitutives moyennes sont associées. La fissuration diffuse est beaucoup utilisée dans les logiciels d'éléments finis puisqu'elle limite les problèmes de convergence tout en produisant des résultats satisfaisants.

Les aciers d'armature peuvent aussi être modélisés de façon discrète (*discrete*) à l'aide d'éléments treillis ou de façon distribuée (*smearred*) en utilisant plusieurs éléments plaques (ou coques) superposés. Dans l'approche distribuée, les armatures sont donc remplacées par un élément plaque dont l'aire est équivalente. Tout comme pour la fissuration, la densité de maillage est accrue lorsqu'une modélisation discrète est utilisée alors que des lois constitutives moyennes sont associées à une modélisation distribuée des armatures. Les éléments plaques représentant l'acier et le béton sont superposés. Il en résulte un élément fini multicouches modélisant relativement bien le comportement composite du béton armé. Si nécessaire, des coques peuvent remplacer les plaques.



Les éléments finis sont très performants pour modéliser fidèlement le comportement d'une structure. En effet, ils permettent de considérer de nombreux phénomènes physiques comme notamment la fissuration du béton armé. Ils permettent aussi d'épouser des géométries très complexes à l'aide d'un maillage raffiné. Malgré ces avantages, plusieurs désavantages peuvent restreindre leur utilisation. Un des désavantages majeur concerne le temps de calcul. Pour des analyses temporelles non-linéaires, la capacité actuelle des ordinateurs ne permet pas de les effectuer dans des délais raisonnables. C'est pourquoi plusieurs méthodes alternatives comme celle des cadres équivalents sont proposées dans la littérature afin d'allier la précision des résultats à l'efficacité informatique. Aussi, le développement et la calibration des modèles constitutifs n'est pas aisé, particulièrement pour le comportement cyclique des matériaux. Finalement, le prétraitement et le post-traitement des données est exigeant. De nombreux logiciels d'éléments finis misent sur des interfaces améliorées pour limiter ce problème. L'interprétation des résultats demeure tout de même complexe et nécessite d'excellentes connaissances théoriques et beaucoup d'expérience dans ce domaine. Par exemple, les concentrations de contraintes localisées aux coins d'une structure sont souvent amplifiées numériquement par la présence de points de singularité.

## CHAPITRE 2 DÉMARCHE DE L'ENSEMBLE DU TRAVAIL DE RECHERCHE

Ce chapitre vise à présenter la démarche scientifique à la base du projet de ce mémoire. Tout d'abord, les objectifs ainsi que la méthodologie employée pour les atteindre sont expliqués. Puis, l'article scientifique en découlant et les contributions originales de ce travail sont exposés.

### 2.1 Objectifs

Des essais tridimensionnels (3D) cycliques pseudo-statiques de nature hybride sur des noyaux en béton armé sont prévus au laboratoire de structure de l'École Polytechnique de Montréal. Ce projet comporte une phase de modélisation numérique suivie d'une phase expérimentale. Le présent mémoire porte sur le volet numérique de ce projet, plus particulièrement concernant la considération de la torsion lors d'analyses sismiques non-linéaires. Les objectifs poursuivis sont les suivants:

- ❖ Développer un modèle numérique 3D non-linéaire d'un noyau en béton armé pour considérer la torsion et le comportement biaxial ( $P$ - $M_x$ - $M_y$ );
- ❖ Étudier le comportement sismique inélastique d'un bâtiment de l'Est du Canada constitué de noyaux en béton armé;
- ❖ Élaborer une méthodologie permettant à l'aide d'analyses paramétriques de définir des lignes directrices pour un futur protocole de chargement tridimensionnel incluant la torsion et destiné à la phase expérimentale.

### 2.2 Méthodologie

La méthodologie adoptée pour ce projet s'articule autour de plusieurs étapes. Celles-ci sont décrites de manière plus détaillée à la suite de la description sommaire.

#### 2.2.1 Description sommaire

La méthodologie du présent projet se résume essentiellement aux étapes suivantes:

- 1) Faire une revue critique de la littérature;
- 2) Développer un modèle numérique d'un noyau en béton armé basé sur la méthode des cadres équivalents;

- 3) Calibrer le modèle numérique à partir d'essais expérimentaux;
- 4) Sélectionner un bâtiment de l'Est du Canada sensible à la torsion et contreventé par des noyaux en béton armé;
- 5) Valider le comportement linéaire dynamique du modèle numérique;
- 6) Utiliser le modèle numérique calibré et validé pour effectuer des analyses 3D non-linéaires temporelles du bâtiment sélectionné;
- 7) Élaborer une méthodologie pour définir des lignes directrices pour le futur protocole de chargement.

## **2.2.2 Description détaillée**

### **2.2.2.1 Revue de littérature**

Plusieurs articles, compte-rendu de conférences et livres sont consultés afin d'établir l'état de l'avancement scientifique sur les thèmes principaux suivants: (1) les notions théoriques liées à la torsion, (2) les connaissances expérimentales concernant le comportement sismique tridimensionnel des noyaux en béton armé, ainsi que (3) les divers modèles numériques utilisés en recherche pour modéliser les noyaux. Tout au long du projet, un suivi des nouvelles parutions scientifiques est effectué (veille technologique).

### **2.2.2.2 Développement d'un modèle numérique**

Basé sur les travaux de Beyer et al. (2008a), un modèle d'éléments fibres est développé dans OpenSees selon la méthode des cadres équivalents, soit le *Wide-Column Model with Modules* (WCMM). Ce modèle est expliqué en détails au Chapitre 3.

### **2.2.2.3 Calibration du modèle**

Afin de valider le comportement non-linéaire en gauchissement du WCMM, l'essai de Krpan et Collins (1981) sur une poutre en U en béton armé sollicitée en torsion est utilisé et un facteur de calibration pour assurer la convergence est déterminé à partir des résultats expérimentaux. Ensuite, le modèle calibré est utilisé pour simuler le chargement biaxial ( $P-M_x-M_y$ ) du noyau TUA testé par Beyer et al. (2008a) afin de vérifier que le comportement global du modèle est adéquat lorsque le facteur de calibration est inclus.

#### **2.2.2.4 Sélection d'un bâtiment**

Un bâtiment en béton armé typique de l'Est du Canada est sélectionné pour évaluer l'effet de la torsion sur la réponse sismique. Il s'agit d'une construction résidentielle à 12 étages située dans la région de Montréal et qui est sensible à la torsion ( $B=1.7$ ) selon le CNBC 2010. Les dimensions et le détaillage des armatures sont présentés dans le *Concrete Design Handbook* (CAC, 2010). Le SRFS est symétrique et est constitué d'une paire de noyaux couplés localisés au centre du bâtiment.

#### **2.2.2.5 Validation du comportement linéaire dynamique**

À des fins de comparaison, le bâtiment est aussi modélisé dans ETABS 2015 (CSI, 2015) à l'aide d'élément coques (*shell elements*). Des analyses modales et temporelles sont réalisées pour valider le comportement linéaire dynamique du WCMM.

#### **2.2.2.6 Analyses non-linéaire temporelles**

Le WCMM calibré et validé est soumis à un ensemble de 12 tremblements de terre synthétiques étalonnés à partir du spectre de réponse du CNBC 2010 pour les conditions de site du bâtiment à l'étude (Montréal, classe D). Afin d'étudier l'effet de la torsion sur la réponse sismique, la flexibilité torsionnelle du bâtiment est augmentée ( $B=1.7$ ,  $B=2.1$  et  $B=2.5$ ) en décalant le centre de masse (CM) des planchers. Les séismes synthétiques sont appliqués dans chaque direction orthogonale pour chaque configuration, ce qui résulte en un total de 72 analyses 3D non-linéaire temporelles.

#### **2.2.2.7 Méthodologie pour l'élaboration de lignes directrices du protocole de chargement**

La réponse sismique non-linéaire du bâtiment est analysée afin de dégager des tendances concernant la séquence de chargement des noyaux en béton armé lors de tremblements de terre de l'Est du Canada. Ces informations seront utiles pour établir des balises concernant le futur protocole de chargement pour des noyaux soumis à des essais cycliques pseudo-statiques au laboratoire de l'École Polytechnique de Montréal.

### **2.3 Pertinence de l'article**

Les noyaux en béton armé sont très utilisés dans les bâtiments multi-étagé de l'Est du Canada, qui est une zone sismique à risque élevé. De plus, la littérature scientifique est relativement limitée

concernant le comportement non-linéaire de ces structures lors de tremblements de terre, particulièrement lorsque la composante torsionnelle est significative. Ce mémoire présente un article qui vise à fournir davantage d'information et de répondre aux trois objectifs énumérés précédemment pour ce projet.

## 2.4 Contributions originales

Plusieurs contributions peuvent être identifiées concernant l'article présenté dans ce mémoire. Les contributions principales sont les suivantes:

- ❖ Le modèle basé sur la méthode des cadres équivalents (WCM) proposé par Beyer et al. (2008a) est bonifié par l'ajout de modules permettant d'améliorer la convergence des résultats, particulièrement pour des sollicitations en torsion. Il s'agit du *Wide-Column Model with Modules* (WCMM). Ainsi, un facteur de calibration est proposé pour considérer le gauchissement inélastique du WCMM.
- ❖ Le WCMM est un modèle numérique alliant efficacité et robustesse pour réaliser des analyses non-linéaires temporelles de bâtiments contreventés par des noyaux en béton armé. Les résultats dynamiques obtenus pourront servir de référence pour étudier d'autres variantes de modélisation.
- ❖ La sensibilité de la flexibilité en torsion d'un bâtiment de l'Est du Canada est évaluée à l'aide d'analyses non-linéaires temporelles. L'effet des modes supérieurs sur la réponse sismique est observable et confirme que la clause 21.5.2.2.7 est nécessaire pour déterminer adéquatement les efforts de cisaillement lors du dimensionnement parasismique.
- ❖ Pour le bâtiment à l'étude, les crêtes en rotation se produisent presque toujours à la suite de celles en translation lors d'un séisme. Il s'agit d'une information importante pour le développement du futur protocole de chargement tridimensionnel de noyaux en béton armé.

## CHAPITRE 3    ARTICLE 1: NONLINEAR SEISMIC MODEL OF REINFORCED CONCRETE CORES INCLUDING TORSION

Kevin PELLETIER et Pierre LÉGER

(Article soumis à la revue *Engineering Structures*, 10 juillet 2015)

### Abstract

Reinforced concrete (RC) cores are used in many residential multi-story buildings as the primary seismic force resisting system (SFRS). Due to architectural limitations, these buildings are often torsionally flexible. To assess the effect of torsion on the nonlinear seismic response of RC cores, a wide-column model with modules (WCMM) using fiber elements is proposed. The nonlinear warping and the nonlinear biaxial ( $P-M_x-M_x$ ) cyclic behaviors of the WCMM are validated against experimental results and exhibit excellent agreement. According to modal and linear time history analyses, the proposed model can adequately capture the dynamic characteristics and seismic response of core structures, including torsion. The proposed WCMM is then extended to the nonlinear range to perform three-dimensional (3D) time history analyses of a typical RC building structure located in Eastern North America (ENA) that is subjected to high-frequency ground motions. Three different building configurations with increasing torsional flexibility ( $B=1.7$ ,  $B=2.1$  and  $B=2.5$ , according to the current National Building Code of Canada) are studied to investigate the effect of torsion on the seismic behavior. The nonlinear envelopes of key response parameters are similar to the design envelopes obtained from the linear response spectrum analysis of a shell elements model ( $B=1.7$ ) with proper inelastic force modification factors. Aside from the story torque, the shear and moment demands remain relatively constant, regardless of the  $B$  value. The effective shear stiffness must be carefully selected in the WCMM to avoid large questionable rotations. A correlated delay can be observed between the translational and rotational peak displacements in the time histories.

**Keywords:** torsion, inelastic warping, reinforced concrete, shear walls, cores, fiber elements, nonlinear seismic behavior, wide-column analogy, numerical model.

### 3.1 Introduction

Reinforced concrete (RC) buildings are a very popular and cost-effective solution for residential multi-story constructions in Eastern North America (ENA). Planar and non-planar RC shear walls represent the typical seismic force resisting systems (SFRSs) associated with this type of structure. These walls should be located as close as possible to the perimeter of the building to reduce the torsional flexibility of the structure. To minimize the effect of the structural system on the architectural layout, shear walls often act as stairway and elevator shafts in many RC buildings. Commonly known as cores, non-planar shear walls can have many open tubular shapes and are commonly used in residential constructions (Figure 3.1).

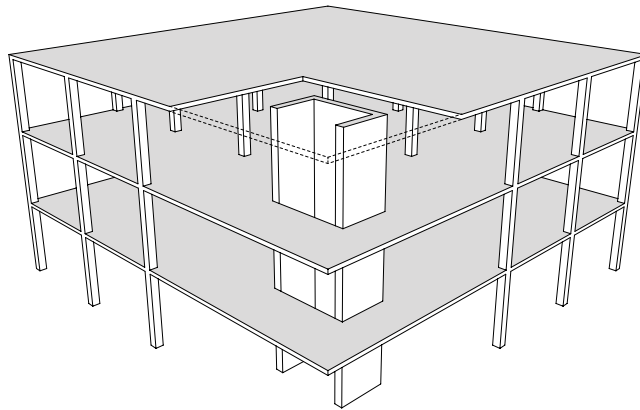


Figure 3.1. Core wall in a reinforced concrete structure

RC cores are usually designed in each orthogonal direction using a linear response spectrum analysis combined with a static torque applied at each story of the building to account for torsional effects (NBCC 2010 [1], ASCE/SEI 7-10 [2]). Therefore, the nonlinear interaction ( $P$ - $M_x$ - $M_y$  and  $V_x$ - $V_y$ - $T$ ) is not explicitly considered in design. The literature on the nonlinear three-dimensional (3D) behavior of reinforced concrete cores subjected to ground motions is very scarce, especially concerning the effect of torsion on the seismic response. To address this issue, 3D nonlinear time history analyses are performed using an efficient wide-column model with modules (WCMM) developed in OpenSees [3]. The proposed WCMM model can be applied in commercial software using fiber elements. Thus, the two main objectives of this study are the following: (1) to propose a comprehensive and computationally efficient nonlinear fiber elements model of reinforced concrete cores and (2) to provide additional information on the seismic

behavior of torsionally flexible buildings subjected to high-frequency ground motions. The content of this paper is organized as follows. First, a literature review on the consideration of torsion in the numerical analysis of RC cores is presented. Next, the proposed WCMM is described in detail and is validated against experimental data. Finally, a typical RC multi-story building located in ENA is subjected to spectrally matched ground motions. Observations from the nonlinear dynamic response of cores are presented, and the principal conclusions are discussed.

## 3.2 Consideration of torsion in the numerical analysis of reinforced concrete cores

### 3.2.1 NBCC 2010 and ASCE/SEI 7-10 provisions for torsion

When a building is subjected to earthquake loads, significant torsion can be induced based on the eccentricity  $e_x$  between the center of rigidity (CR) of the SFRS and the center of mass (CM) where the inertia forces are acting (Figure 3.2). In NBCC 2010 and ASCE/SEI 7-10, this concept is defined as inherent torsion. For design purposes, the position of the CR is assumed constant, although it most likely shifts when the structure reaches the inelastic regime because the SFRS components will not simultaneously yield during an earthquake [4]. Thus, the inherent torsion most likely varies throughout the seismic excitation, and this phenomenon can be considered in nonlinear dynamic time history analyses.

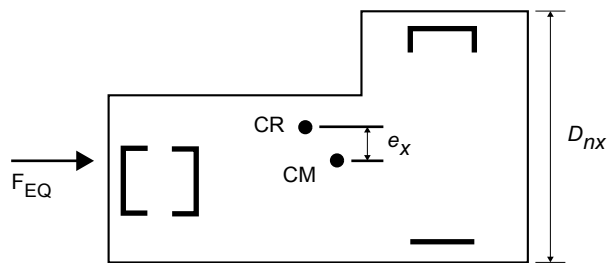


Figure 3.2. Definition of  $e_x$  and  $D_{nx}$

The rotational component of ground motions and the uncertainties related to the position of the CM and the CR caused by an uneven mass distribution and the stiffness variation in the structural system, respectively, induce an additional seismic moment known as accidental torsion. In both



Canadian and American design codes, this accidental torsional moment  $M_{ta}$  is considered based on an equivalent static force procedure and is computed as follows for each orthogonal direction at each level  $x$ :

$$M_{ta} = A_x F_x p_x D_{nx} \quad (3.1)$$

where  $A_x$  is a torsional amplification factor,  $F_x$  is the seismic force,  $p_x$  is a ratio, and  $D_{nx}$  is the dimension of the structure perpendicular to the direction of the applied forces. In NBCC 2010,  $p_x$  and  $A_x$  are equal to 0.1 and 1.0, respectively. In ASCE/SEI 7-10,  $p_x$  is equal to 0.05, and  $A_x$  is computed as follows if the structure is assigned to Seismic Design Category C, D, E or F with Type 1a or 1b torsional irregularity (flexible in torsion):

$$1.0 \leq A_x = \left( \frac{\delta_{max}}{1.2\delta_{avg}} \right)^2 \leq 3.0 \quad (3.2)$$

where  $\delta_{max}$  is the maximum displacement and  $\delta_{avg}$  is the average of the displacements at the extreme points of the structure for each orthogonal direction at each level  $x$ . These quantities are computed by applying  $F_x$  and  $M_{ta}$  to the structure, assuming  $A_x$  is equal to 1.0. In NBCC 2010, the same procedure is used to compute the parameter  $B_x$ :

$$B_x = \frac{\delta_{max}}{\delta_{avg}} \quad (3.3)$$

The parameter B defines the torsional sensitivity of a building and is computed as the maximum value of  $B_x$  for each level  $x$  in each orthogonal direction. This parameter, proposed by Humar et al. [5], is derived from the ratio between the uncoupled torsional and translational frequencies:

$$\Omega_R = \frac{\omega_\theta}{\omega_y} \quad (3.4)$$

Buildings can be considered torsionally flexible when this ratio is smaller than one [5]. According to the Canadian standard, a building is considered torsionally irregular when B is greater than 1.7, whereas this limit is equal to 1.2 in ASCE/SEI 7-10. In the American standard, there is an additional category for extreme torsional irregularities when  $B_x$  is greater than 1.4. In this paper, the NBCC 2010 limit is used to classify torsional irregularities because the building from the case study is designed in accordance with the Canadian standards.

### **3.2.2 Torsional behavior of reinforced concrete cores**

For planar shear walls, RC cores mainly carry shear forces and bending moments when the structure is subjected to lateral loads. However, the torsional resisting mechanism is significantly different between planar shear walls and cores. For the former, torsion is resisted by developing shear forces inversely proportional to the lever of arm between the CR and the position of each planar shear wall. For the latter, the amount of torsion resisted by the cores is related not to their lever arm but rather to their torsional stiffness relative to the total torsional stiffness of the structural system. Thus, RC cores in buildings without planar shear walls can be submitted to high torsional loads because they provide the principal torsional stiffness of the structure. For such cases, the warping component of torsion can induce significant normal stresses at the base of cores, which can be of similar magnitude as the bending stresses [6]. These normal stresses, caused by out-of-plane deformations, are proportional to the applied torque at the shear center of the cross-section. Therefore, warping can affect the yielding of vertical reinforcement bars in the plastic hinge region of capacity-designed cores. The warping stiffness of cores is related to the amount of axial restraint, which can be influenced by boundary conditions, coupling beams and slab-column interaction. Foundations are often assumed as rigid and can restrain almost completely warping deformations at the base of cores. For coupling beams, the out-of-plane bending stiffness of the slab can also offer axial restraint, resulting in additional bending and shear forces. These forces induced in the slab have to be considered in design, especially near the openings of cores [7]. This stiffening effect is enhanced by the presence of peripheral columns supporting the slab. Coull and Chee [8] studied various slab support conditions, from free edges (no columns) to simply supported, to assess the effects of these columns on the warping stiffness of cores. They found that the slab-column interaction can significantly increase the stiffness of the system compared to the free edge configuration. Thus, the axial restraint may have an effect on the behavior of RC cores and therefore, it must be properly accounted for in numerical models.

### **3.2.3 Modeling strategies for reinforced concrete cores**

If the cores were to be completely closed, it would be possible to model these structures with only beam elements located at the shear center of the cross-section because the warping behavior could be considered negligible [6]. In that case, the Saint-Venant stiffness would provide almost

all of the resistance to torsion. However, in addition to their principal structural role, RC cores are often used as stairways or elevator shafts; thus, openings are needed for proper accessibility. Such openings significantly lower the torsional stiffness of cores, which invalidates the negligible warping assumption. Thus, classical beam elements cannot be used because there is no degree of freedom (DOF) associated with warping displacements. To address this issue, Stafford-Smith and Taranath [7] derived the beam element stiffness matrix associated with a 7<sup>th</sup> DOF per node representing warping and its corresponding force, known as the bimoment. However, this closed-form solution is generally unavailable in structural analysis programs and cannot represent the spread of plasticity for composite sections such as reinforced concrete. Mainly intended for linear static analyses, Stafford-Smith and Coull [6] proposed an alternative to this closed-form solution known as the two-column analogy. Preliminary linear modal analyses by the authors of the current study led them to believe that this analogy is inadequate for dynamic analyses. According to the participating modal mass ratios, the torsional modes of vibration cannot be properly captured adequately. Furthermore, both alternatives require knowledge of warping theory to compute the sectorial properties of RC cores [6]. These drawbacks might explain the limited applicability of these alternatives by design offices and for research purposes.

Initially developed for planar shear walls, the wide-column analogy, also known as the equivalent frame method [9]-[10], was extended to the elastic analysis of cores by Stafford-Smith and Abate [11]. Such wide-column models (WCMs) can account for both bending and warping behaviors when the structure is submitted to eccentric forces. In the initial approach, beam elements with equivalent mechanical properties are located at the centroid of the wall, and rigid links are added to represent the wall width (Figure 3.3). Based on this concept, Stafford-Smith and Abate [11] subdivided the structure into planar subdivisions called frame modules. Multiple types of modules that could be used to avoid the interference between the shear and moment behavior were proposed [12]. However, negative properties are sometimes required for these modules depending on the geometry of the wall. Having negative values in the stiffness matrix can lead to convergence issues, especially for nonlinear analyses. Instead of employing these modules, Beyer et al. [13] developed an inelastic wide-column model with fiber beam elements to simulate the cyclic behavior of RC cores submitted to biaxial loading histories [14]. The spread of plasticity and the interaction between moments and axial forces can be considered with such elements.

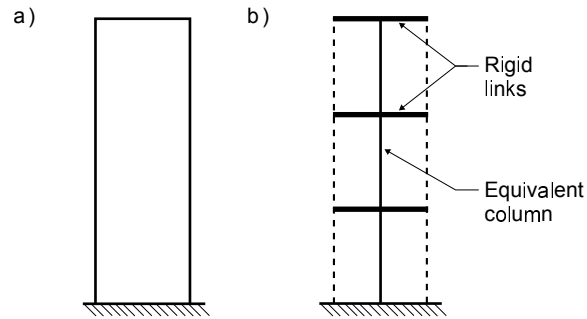


Figure 3.3. (a) Planar shear wall and (b) wide-column analogy

In this model, the fiber beams are located at the centroid of each planar segment of the cross-section and are attached together with rigid links to enforce a uniform motion of the structure. To allow warping, these links have a finite Saint-Venant torsional stiffness value. Stafford-Smith and Girgis [15] observed that WCMs suffer from additional displacements and stresses, especially when employed to model core structures. Instead of a continuous shear flow, shear forces are concentrated at the rigid links of the WCM, inducing purely artificial flexure known as “parasitic moments”. As illustrated in Figure 3.4, the shear displacement  $\Delta_S$  is the sum of  $\Delta_{SF}$  and  $\Delta_{PM}$  caused by shear forces and parasitic moments, respectively [16]. Therefore, the model appears to be more flexible than it really is due to  $\Delta_{PM}$ .

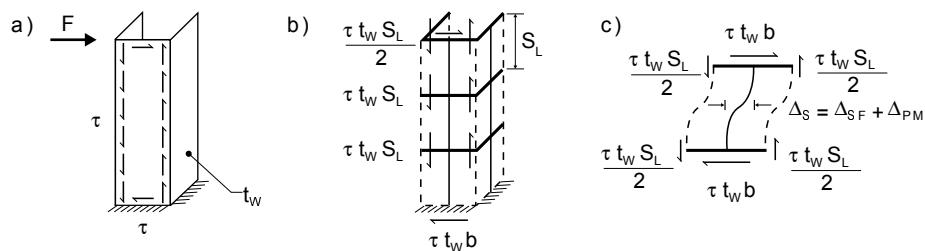


Figure 3.4. Shear behavior of a core structure: (a) shear stresses, (b) WCM representation and (c) additional shear deformations

For walls where the behavior is dominated by bending, the additional shear displacements induced by parasitic moments can be considered to be negligible [15]. However, this is not the case for structures with large shear forces as cores subjected to torsion. To reduce the effect of these moments, Stafford-Smith and Girgis [15] recommend restraining the rigid links spacing to

one-fifth of the wall's total height. According to Beyer et al. [13], the shear span should be used instead of the overall height of the structure, and the rigid links spacing should not exceed 50% of the smallest cross-section dimension of the wall. These limits are modeling guidelines rather than strict rules and are intended to ensure the adequate behavior of the WCM.

### 3.3 Modified inelastic wide-column model

Beyer et al. [13] showed that an inelastic wide-column model (WCM) with fiber beam-column elements can represent the behavior of RC cores subjected to cyclic biaxial flexural loadings with sufficient accuracy. During their experiment, the torsion induced by the eccentricity between the applied load and the shear center was mainly resisted by the actuators [14]. Therefore, the accuracy of the WCM for torsional loads could not be assessed, especially in terms of the nonlinear warping behavior. An inelastic wide-column model with modules (WCMM) based on the WCM proposed by Beyer et al. [13] and on the module concept adopted by Stafford-Smith and Abate [11] is developed herein to address torsional loading and is validated against experimental data.

#### 3.3.1 Description of the WCMM

When using the space truss analogy, it is assumed that the shear forces are carried by concrete struts and steel ties when an RC structure is loaded in torsion. The truss angle between struts and ties is approximately  $45^\circ$ , depending on the magnitude of the axial force applied to the structure. This truss action mechanism cannot be properly accounted for in the WCM because only one fiber beam-column per flange is used. It is therefore impossible to model the correct shear load path, resulting in a stiffer model in torsion. The proposed WCMM developed in OpenSees (OS) [3] addresses this issue by dividing the cross-section into  $m$  subdivisions called modules (i.e.,  $m=6$  in Figure 3.5). This enables a better representation of the behavior of RC structures loaded in torsion. According to the division scheme presented in Figure 3.5b, the number of modules  $m$  is a multiple of three for cores. To represent the axial-moment interaction of the section ( $P$ - $M_x$ - $M_y$ ), displacement-based fiber beam-columns are located at the centroid of each module. In the WCM, these beam-columns have no torsional stiffness [13]. In the WCMM, a small value corresponding to 10% of the elastic Saint-Venant stiffness is used. The nonlinear constitutive laws used for concrete fibers follow the modified Kent and Park model (*Concrete02* in OS) [17].

For reinforcement steel, the Giuffr -Menegetto-Pinto hysteretic model with default parameters (*Steel02* in OS) [3] or a bilinear hardening curve is used, depending on whether cyclic analyses are required.

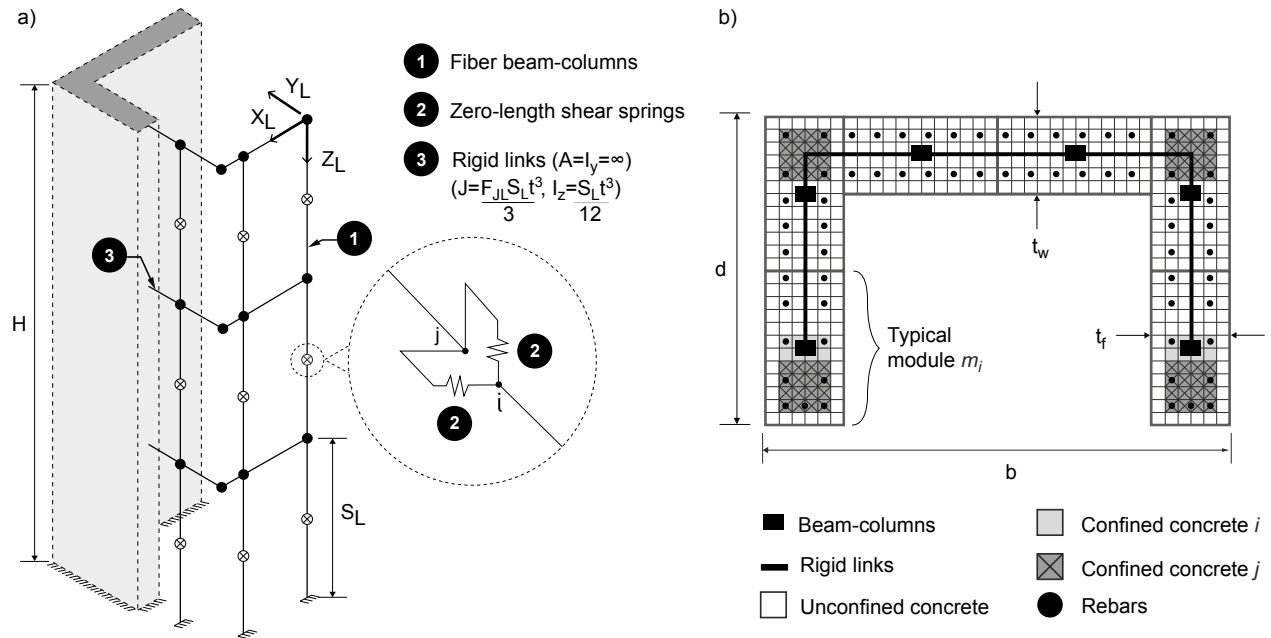


Figure 3.5. Proposed WCMM model: (a) 3D view and (c) cross-sectional view ( $m=6$ )

Rigid links are needed to bind the columns together to allow for the uniform motion of the structure. These links are rigid axially, in shear and for in-plane bending, whereas their Saint-Venant torsional stiffness has a finite value computed with gross section dimensions (Figure 3.5a). In parametric analyses, this value can be changed using the  $F_{JL}$  factor as indicated in section 3.3.2, where a specific  $F_{JL}$  factor is recommended. In Figure 3.5a, the local axes of the rigid links are indicated with the subscript  $L$ . The warping stiffness is inherently considered in the formulation of the wide-column analogy by allowing out-of-plane deformation. In contrast to the WCM, out-of-plane bending flexibility is added to allow local out-of-plane deformations, which can be important for torsionally sensitive structures such as RC cores. This out-of-plane stiffness is computed using gross section properties. To avoid excessive parasitic moments, it is recommended that the rigid links spacing should not exceed either  $1/5^{\text{th}}$  of the total height  $H$  of the structure [15] or 50% of the smallest cross-sectional dimension, whichever is smallest [13]. This limit should be decreased to 30% for the WCMM when multiple modules are used, as it will be shown later. RC shear walls can undergo large shear deformations in the plastic hinge region

during an earthquake because the ratio of shear to bending deformation remains constant in the inelastic regime if the shear transfer mechanism is not deteriorated [18]. This in-plane shear flexibility is accounted for using zero-length elements at half-distance of the rigid links spacing, and two fiber beam-column elements are modeled between each link as recommended by Beyer et al. [13]. The effective shear stiffness is computed using gross section elastic properties according to the following equation:

$$G_{in-plane} = G_c \frac{5 h_m t_m}{6 S_L} \quad (3.5)$$

where  $h_m$  and  $t_m$  are the module height and thickness,  $S_L$  is the rigid links spacing, and  $G_c$  is the concrete shear modulus. In theory, the 5/6 factor is valid only if one module per flange is used because it transforms the shear area with the exact parabolic shear stress distribution into one with a constant shear stress distribution. For the sake of simplicity, this reduction factor is used regardless the number of modules. The out-of-plane effective shear stiffness is assumed to be 25% of the in-plane value [13].

### 3.3.2 Validation case 1: pure torsion

To validate the WCMM hysteretic behavior, experimental data of RC cores subjected to cyclic biaxial flexural loading including torsion are needed. To the best of the author's knowledge, such data are currently unavailable. Therefore, the WCMM is first validated against the Krpan and Collins [19] test of a thin-walled RC channel beam loaded in pure torsion at midspan. The warping behavior of this beam can be considered similar to RC cores subjected to torsion because those are usually assumed to be thin walled. This test is appropriate for validating the accuracy of the WCMM in monotonically increasing pure torsion. The 6400-mm-long channel beam was torsionally restrained at both ends using rigid concrete blocks and was heavily reinforced with #2 stirrups at 76 mm c/c to avoid brittle shear failures. The 75-mm-thick cross-section had a width of 840 mm and a depth of 650 mm and was reinforced with #5 steel bars detailed to resist high axial forces due to warping. A 200-mm-thick rigid diaphragm was located at midspan where the torque was applied using a steel loading frame. This frame was loaded with two equal and opposite forces applied at each end using steel rods. During the test, the longitudinal reinforcements first yielded due to warping at a torque  $T$  of approximately 190 kN-m, whereas the stirrups yielded at approximately 240 kN-m (points 1 and 3, respectively, in Figure 3.6). The

first 203-mm-long strain gauges were installed at approximately 150 mm from the end blocks, meaning that the reinforcements had most likely yielded before the assumed experimental yield point. This yielding point is identified when at least one reinforcing bar reaches the yield strain. For comparison purposes, the same definition is applied to numerical simulations considering a representative yield reinforcement length of 100 mm (half of the strain gauge length) for this study.

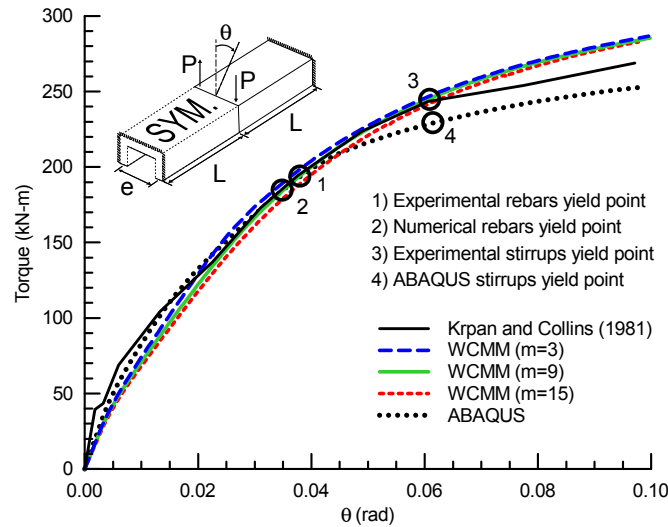


Figure 3.6. T- $\theta$  relationship of the Krpan and Collins (1981) experiment

The numerical simulations are performed using OpenSees (v2.4.4). For comparison purposes, a detailed ABAQUS (v6.11-2) [20] nonlinear model is also developed because shear behavior caused by torsion can be difficult to properly capture. For both models, only one-half of the structure (3200 mm) is modeled due to symmetry. Longitudinal displacements along the global Z-axis and rotations about the global X- and Y-axes are restrained at the free end (see Figure 3.7 for axis orientations). The same constitutive nonlinear material laws used for the WCCM are specified for the ABAQUS nonlinear model. Tableau 3.1 presents concrete values computed according to CSA/A23.3-14 [21] and the steel properties used for the numerical simulations. To enhance the numerical stability, a linear post-peak descending curve for concrete in tension is defined from the maximum tensile strength to a strain value of 0.002, which is approximately the yield strain of reinforcements. No tension stiffening prior to cracking is assumed for concrete.



Tableau 3.1. Material properties (MPa)

	Unconfined concrete			Confined concrete			#5 / D12 rebars			#2 / D6 rebars		
	$f_c$	$f_t$	$E_c$	$f_{cc}$	$f_{tc}$	$E_{cc}$	$F_y$	$F_u$	$E_s$	$F_y$	$F_u$	$E_s$
Validation case 1	53.0	4.33	32 450	58.0	4.57	34 275	348	475	194 000	362	490	203 000
*Validation case 2	77.9	5.30	39 717	86.7	5.59	41 898	488	595	200 000	518	681	200 000

\*Two similar confined concrete properties were computed according to the stirrup detailing. Only the highest values are shown.

The 3D ABAQUS model consists of eight-node solid elements for concrete with reduced integration and relax stiffness hourglass control. The concrete stress-strain relationship is input in ABAQUS using the concrete damaged plasticity (CDP) model with default parameters. The shape of the hyperbolic flow potential function of the CDP is defined by the dilation angle  $\psi$  and the eccentricity  $\varepsilon$ , which influences the curvature of the function at low confining pressures [20]. To avoid underestimation of the shear resistance of concrete, a dilation angle of  $13^\circ$  and an eccentricity of 90 is specified [22]. The longitudinal reinforcements and stirrups are modeled with three-node truss elements with steel hardening and are assigned an embedded constraint to ensure a monolithic behavior with concrete. To apply the torque, two steel blocks with contact constraints are located at opposite corners of the structure and are loaded with a uniform pressure. These blocks, shown in white in Figure 3.7a, represent the loading frame used in the experiment.

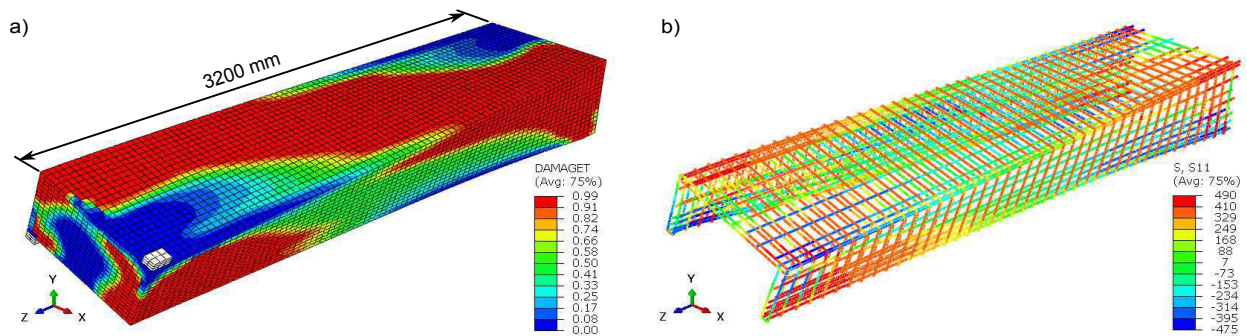


Figure 3.7. Deformed ABAQUS model at failure: (a) concrete cracking damage indicator ( $d=1$  for complete cracking) and (b) reinforcement stresses in MPa (positive in tension)

As depicted in Figure 3.6, the ABAQUS model shows very good agreement with the experimental response prior to longitudinal reinforcement yielding. The model appears to be more flexible than the experimental response after this point. To enable the visualization of concrete cracking, the *damageT* variable is defined as the ratio between the current stress state

and the tensile strength  $f_t$  of concrete only when the cracking strain is exceeded. Otherwise, it is equal to zero. As illustrated in Figure 3.7a, the model exhibits concrete cracked zones rather than discrete cracks because the CDP model is based on the smeared cracking approach. At failure, both longitudinal reinforcements and stirrups have yielded, as shown in Figure 3.7b. The inelastic warping behavior is well captured because the longitudinal reinforcements have yielded in compression where the load is applied, whereas they have yielded in tension at the opposite corners. The stirrups yielding along the entire structure indicates that shear forces were carried by these reinforcing bars when the concrete cracked. Thus, the ABAQUS model exhibits a satisfactory global inelastic response and is able to capture the warping behavior caused by torsion.

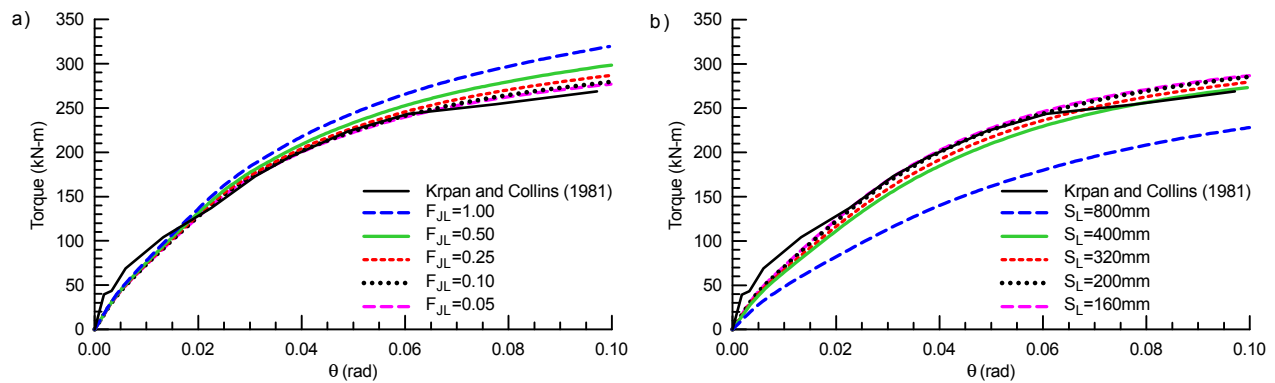


Figure 3.8. Sensitivity analyses of rigid links: (a) Saint-Venant stiffness for  $m=3$  and (b) spacing for  $m=9$

Parametric analyses complementary to those presented by Beyer et al. [13] were conducted to assess the sensitivity of the WCMM to torsion. Because the rigid links play a crucial role in the model behavior, two main parameters associated to these links, namely, their Saint-Venant stiffness  $J_L$  and their spacing  $S_L$ , were studied. The adimensional factor  $F_{JL}$  in this study corresponds to a proportion of the elastic value of  $J_L$ . Figure 3.8a shows the  $J_L$  sensitivity analysis for three modules ( $m=3$ ). The torsional stiffness of the rigid links has a significant effect on the behavior, especially for the inelastic portion of the curve. A similar trend is observed when the number of modules is greater than three. Beyer et al. [13] proposed assigning 25% of the elastic Saint-Venant stiffness ( $F_{JL}=0.25$ ) to the rigid links to consider the inelastic cracking of concrete. They also observed that the biaxial response of the WCM was not very sensitive to the

assigned  $F_{JL}$  value as long as the rigid links remained torsionally flexible to allow out-of-plane deformations. In contrast, the inelastic warping behavior due to torsion loads is significantly influenced by this parameter, as illustrated in Figure 3.8a. To achieve convergence and to prevent numerical instabilities, it is recommended that an  $F_{JL}$  value of 25% be specified for torsional loadings as well. The rigid links spacing should not be larger than 325 mm to avoid excessive parasitic moments, which artificially soften the model [13]. However, this proposed limit is not sufficiently restrictive for the WCMM when the number of modules is higher than three, as shown in Figure 3.8b. A spacing of 200 mm, which corresponds to approximately 30% of the smallest cross-sectional dimension, was needed to achieve convergence and is adopted for this validation case.

The sensitivity analyses enabled appropriate parameters that properly captured the inelastic warping behavior of non-planar RC structures to be found. According to Figure 3.6, the WCMM exhibits excellent agreement with the experimental response regardless of the number of modules, which demonstrates the robustness of the approach. As expected, the concrete tension stiffening prior to cracking is not captured, and the response slightly softens to convergence toward the solution as the number of modules increases. The stirrups were not modeled in the WCMM, which explains the response discrepancies when the yield point of stirrups is reached. For both WCMM and ABAQUS models, the numerical yield point of longitudinal reinforcements is relatively close to the experimental one. The main goal of this validation case was to assess the capabilities of the WCMM in simulating the global inelastic response of an RC structure subjected to a torsion load, especially concerning the longitudinal reinforcement yielding caused by warping. The WCMM can properly represent such behavior, but it cannot model stirrup yielding and shear failure. Assuming that capacity-designed RC cores are expected to yield in flexure and remain elastic in shear, this is a rather small disadvantage compared to the computational efficiency of the model.

### **3.3.3 Validation case 2: biaxial flexural loading**

In addition to the torsional behavior of the WCMM, the biaxial flexural cyclic response needs to be validated to ensure a representative numerical model of an RC core submitted to three-dimensional loads. The TUA specimen of the Beyer et al. [14] experiment is selected to assess the capabilities of the WCMM in biaxial flexure. The specimen was a 2720-mm-high RC core

fixed in a concrete foundation at its base and had a wall thickness of 150 mm, a width of 1300 mm and a depth of 1050 mm. The distributed and boundary zone reinforcements consisted of D6 and D12 steel bars, respectively. The unconfined concrete compressive strength was 77.9 MPa (see Tableau 3.1 for material properties). The core was post-tensioned with an axial force of 780 kN (including self-weight and experimental equipment loads), which was maintained constant during the test to simulate the tributary gravity loads. Three actuators were attached to the 300-mm-thick concrete collar at the top of the core to apply the loading history. The two NS actuators acted in the direction parallel to the flanges with a shear span of 2950 mm. The other one, identified as the EW actuator, acted in the direction parallel to the web, with a shear span of 3350 mm. Figure 3.9a presents a view of the experimental setup. As shown in Figure 3.9b, the complete loading history consisted of the following cycles for each ductility level in the following order: O-A-B-O (EW direction), O-C-D-O (NS direction), O-E-F-O (diagonal direction) and O-A-G-D-C-H-B-O (sweep motion). For the elastic loading histories (25, 50, 75 and 100% of the predicted yield forces), the sweep cycle was replaced by another diagonal cycle, O-H-G-O.

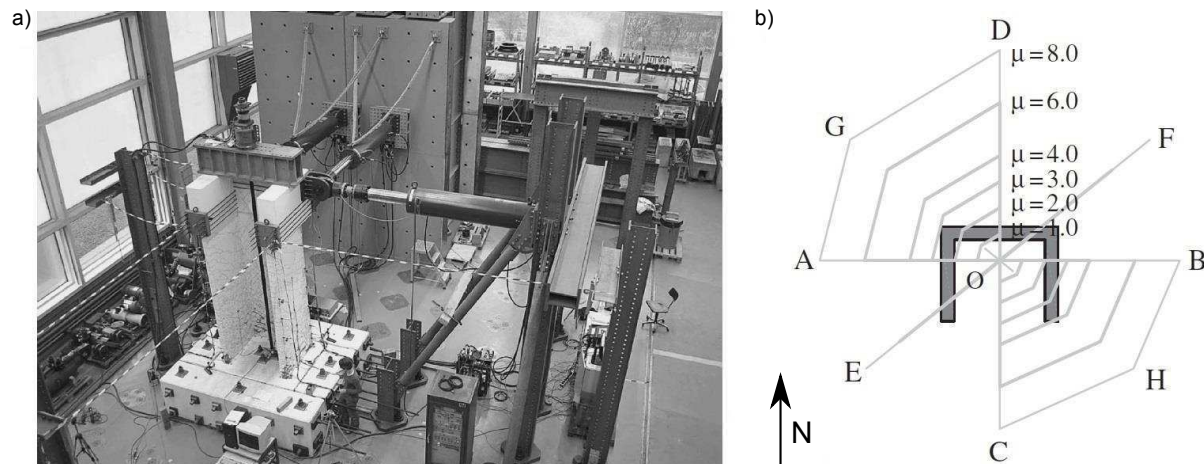


Figure 3.9. Beyer et al. (2008) experiment: (a) test setup [14] and (b) loading history [13] (reproduced with the permission of Taylor and Francis Ltd)

Aside from the concrete constitutive model and the maximum fiber size of 25 mm, the WCMM is exactly the same as the WCM without rigid links shear flexibility. In accordance with validation case 1, a value of 25% is specified for  $F_{JL}$ . As depicted in Figure 3.10, the WCMM shows excellent agreement with the experimental results. The WCCM is relatively close to the WCM

response under biaxial flexural loading. Figure 3.10 shows that using more than one module slightly improves the numerical response, especially for high ductility levels. However, the model required four times the number of iterations to achieve convergence. Thus, using more than three modules is not efficient when considering both accuracy and computational time. The WCMM has shown excellent agreement with the experimental response for both torsion only (validation case 1) and cyclic biaxial flexural loadings (validation case 2). However, it was not possible to assess the WCMM behavior of RC cores for a full cyclic biaxial flexural loading including torsion because such experimental data are currently unavailable. The WCMM is believed to represent the behavior of RC cores subjected to three-dimensional inertia forces caused by earthquake loadings reasonably well. Specifying only three modules ( $m=3$ ) and an  $F_{JL}$  value of 25% appears to be adequate to efficiently compute representative results for the seismic analyses of RC buildings, and these parameters are assumed as default values for the following case study.

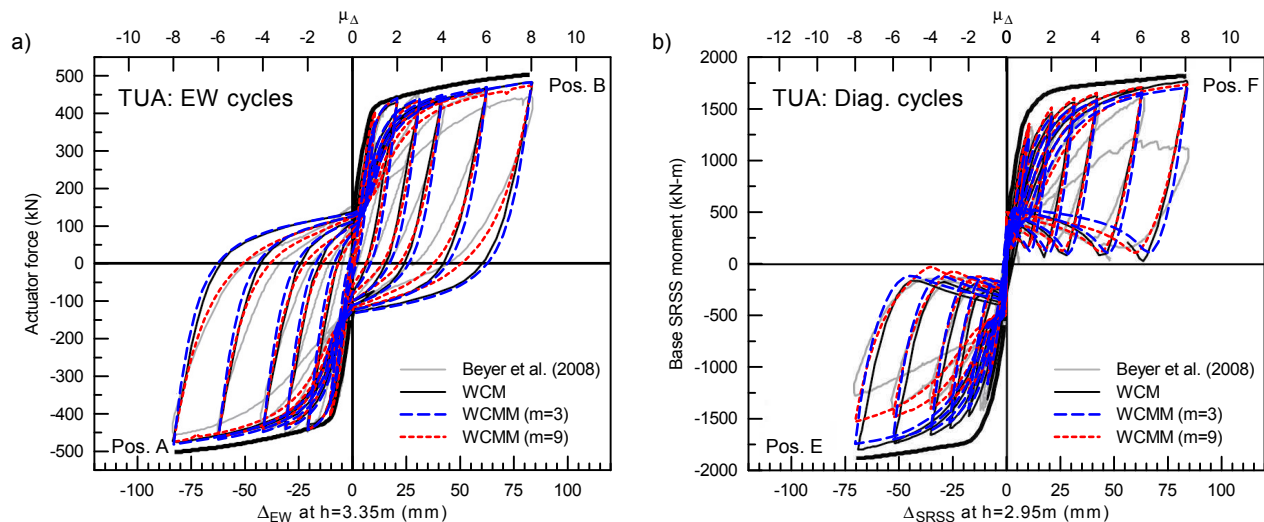


Figure 3.10. TUA hysteretic responses (Beyer et al. [13] results reproduced with the permission of Taylor and Francis Ltd)

### 3.4 Case study

The calibrated WCMM is applied to the 3D nonlinear time history analysis of a typical mid-rise reinforced concrete building located in Eastern North America, which is a region subject to ground motions with high-frequency content (10 Hz). Before performing the nonlinear

simulations, the dynamic behavior of the WCM is validated with linear modal and time history analyses. The proposed model is then extended to a nonlinear range and subjected to 12 scaled ground motions in each orthogonal direction for three building configurations ( $B=1.7$ ,  $B=2.1$  and  $B=2.5$  according to the NBCC 2005 and 2010).

### 3.4.1 Description of the selected building

Initially designed in compliance with the NBCC 2005 [23] and the A23.3-04 [24], the selected twelve-story building is 45.0 m high and is founded on class D stiff soil in Montreal (Canada). The total height is 48.65 m if the penthouse on the roof is considered. All dimensions and reinforcement detailing are exhaustively described in the *Concrete Design Handbook* [25]. Figure 3.11 shows the plan view of the building and the material property assumptions.

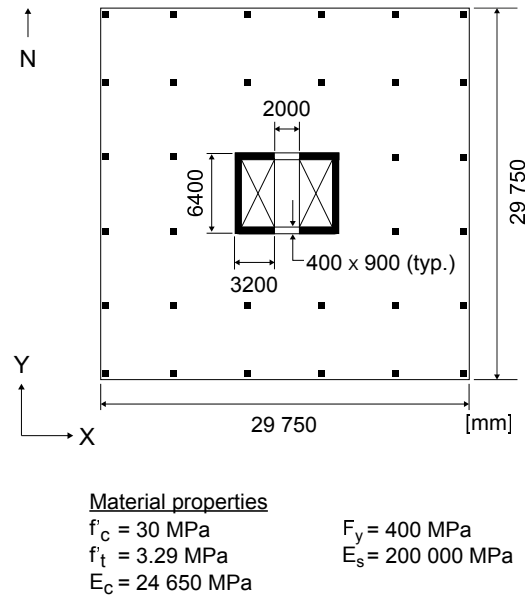


Figure 3.11. Plan view of the selected building

The typical distance between two floors is 3.65 m, and the first story height is 4.85 m. The gravity-resisting system consists of 200-mm-thick flat plate slabs supported by 550x550-mm columns. To resist the horizontal forces, two 400-mm-thick elevator cores with 900-mm-deep coupling beams are located at the center of the building, which results in a symmetric SFRS. The cores have a height of 48.65 m and provide access to the penthouse on the roof. Distributed 10M vertical bars and four boundary zones (4x25M bars) located at the corners of each core provide

the flexural resistance. The coupling beams are reinforced with eight 20M diagonal bars. In the NS direction, the cores are considered as ductile shear walls, and hence,  $R_d=3.5$  and  $R_o=1.6$ , which are the force modification and overstrength factors for seismic design in the Canadian code, respectively. In the EW direction,  $R_d=4.0$  and  $R_o=1.7$  because the SFRS is a ductile coupled wall system. According to the linear response spectrum analysis of a shell element model developed in ETABS 2015 [26], the cores satisfy the requirements of the NBCC 2010 and the A23.3-14 if the amount of transverse reinforcements is increased. Thus, the building initially designed according to the NBCC 2005 and the A23.3-04 is used because the transverse reinforcements are not modeled in the WCMM. The core walls were dimensioned following the capacity design principles, and therefore, these reinforcements should remain mostly elastic during an earthquake.

### 3.4.2 OpenSees model

The proposed WCMM with three modules ( $m=3$ ) is used to develop a three-dimensional model of the two cores in OpenSees. The foundations are assumed rigid, and therefore, the nodes at the base are fixed. The high in-plane stiffness of the slab is accounted for with a rigid diaphragm constraint, and the seismic masses are lumped at the master node of every floor. Gravity loads in the cores are distributed in each column of the WCMM according to static equilibrium, and P- $\Delta$  effects are neglected. Each vertical reinforcement is modeled with fiber elements following the Giuffr -Menegetto-Pinto hysteretic constitutive laws (*Steel02* in OS with default parameters) [3]. The maximum size of the concrete fibers is 100 mm along the core thickness and 200 mm along the wall length. In the boundary zones, this value is decreased to 100 mm because higher strains are expected in these zones. An approximate total of 300 concrete fibers are used to ensure both precision and computational efficiency. The confinement and the nonlinear behavior of concrete is considered according to the modified Kent and Park model [17] (*Concrete02* in OS). The tension stiffening effect is neglected for dynamic analyses because it causes an overestimation of the shear force and moment envelopes [27]. Therefore, a high value is specified in OpenSees for the tension softening modulus to ensure that no residual tensile force can be carried by concrete once it cracks. The coupling beams are also modeled with nonlinear fiber elements. Based on the modeling guidelines proposed by Beyer et al. [13], the rigid links spacing for the typical stories is fixed at 1825 mm, which is half of the story height and corresponds to 57% of the smallest

dimensions of the core. For the lobby, three rigid links are modeled with a spacing of 1617 mm. For the linear analyses, the effective in-plane shear stiffness is computed for all stories with 5/6 of the gross shear area, whereas 25% of this value is used for out-of-plane shear stiffness. To account for the amplification of the base shear and the formation of a second plastic hinge in the upper wall region caused by higher modes effects (HMEs), Luu et al. [28] proposed various effective in-plane shear stiffness factors based on parametric studies of shear walls designed according to NBCC 2010 and A23.3-04. For the nonlinear analyses, the 5/6 shear area factor is changed to the recommended values of 50 and 20% only for the 1<sup>st</sup> story and where the second plastic hinge due to HMEs is expected, which corresponds to the 6<sup>th</sup>, 7<sup>th</sup> and 8<sup>th</sup> stories. The effective in-plane shear stiffness factors proposed by Luu et al. [28] were obtained from models with an initial stiffness-proportional Rayleigh damping equal to 1.5% of the critical value. This type of damping may lead to large artificial viscous damping forces [29]. Comparative nonlinear analyses between initial and committed stiffness-proportional damping were performed in OpenSees and showed that these damping forces were not significant for the selected building. Therefore, the initial stiffness-proportional critical Rayleigh damping of 1.5% is adopted for the dynamic analyses to ensure consistency with the derived effective shear stiffness factors. The Rayleigh coefficients are computed according to the first and sixth modes, which corresponds to a cumulative modal mass ratio of approximately 90%. The OpenSees source code of the WCMM model can be found in [30] or by directly contacting the authors.

### **3.4.3 Modal analysis**

A modal analysis can provide useful information about the dynamic behavior of a structure, including the modes of vibration, the mode shapes and their associated participating modal masses. Assuming that the mass matrix is identical, these modal results can also help assess the similitude between two numerical models representing the same structure. Thus, the WCMM is compared to the ETABS elastic shell model developed for the response spectrum analysis. The flexural and shear stiffness reduction factors recommended by the A23.4-04 are specified for both models to account for the cracking of concrete due to the earthquake displacement history. Therefore, a factor of 0.70 is applied to the axial and bending stiffness of the cores. For the coupling beams, 45 and 25% of the shear area and the moment of inertia is used, respectively. However, these factors were not applied to the nonlinear dynamic time history analyses because



cracking is directly considered by the nonlinear constitutive concrete hysteric laws. As shown in Tableau 3.2, the WCMM exhibits excellent agreement with the ETABS model concerning the modal results. Only the first six modes of vibration are shown, but a similar trend can be observed for the higher modes. The parameters  $U_X$  and  $U_Y$  represent translation in the EW and NS directions, respectively, and  $R_Z$  indicates rotation about the vertical Z-axis. As expected for symmetric SFRS, the modes are completely uncoupled. The first mode of vibration is in torsion, which indicates that the building may be torsionally flexible. To assess the coupled behavior of the WCMM, the center of mass (CM) was displaced from the center of rigidity (CR) in both numerical models. The coupling between the different modes was also well captured. Thus, the WCMM should properly represent the dynamic behavior of the cores in time history analyses, especially if torsion is a significant component of the response.

Tableau 3.2. Periods and participating modal masses (%) (with A23.3-04 stiffness reduction factors)

Shell (ETABS)				WCMM (OS)				Variation (Shell / WCMM)			
T (s)	$U_X$	$U_Y$	$R_Z$	T (s)	$U_X$	$U_Y$	$R_Z$	T (s)	$U_X$	$U_Y$	$R_Z$
1.92	0	0	77.2	1.89	0	0	78.8	0.98	-	-	1.02
1.85	0	66.52	0.0	1.87	0	66.78	0.0	1.01	-	1.00	-
1.74	72.05	0	0.0	1.68	71.71	0	0.0	0.97	1.00	-	-
0.56	0	0	13.1	0.57	0	0	12.4	1.02	-	-	0.94
0.45	17.19	0	0.0	0.43	17.79	0	0.0	0.96	1.03	-	-
0.33	0	21.44	0.0	0.35	0	21.65	0.0	1.04	-	1.01	-

### 3.4.4 Linear time history analysis

Three-dimensional linear time history analyses are performed to assess the dynamic behavior of the WCMM subjected to earthquake accelerations and to ensure the robustness of the proposed model for nonlinear simulations. The 12 selected ground motions (GM1 to GM12) from Luu et al. [28] are used for the time history analyses (linear and nonlinear) and are spectrally matched with the NBCC 2010 response spectrum for a class D soil site, which is nearly identical to the NBCC 2005 response spectrum. The 3D linear time history results for the building subjected to ground motion GM1 in the NS direction are presented in Figure 3.12 and exhibit excellent agreement. The proposed model can properly represent the linear dynamic behavior of RC cores subjected to ground motions. Thus, the WCMM is extended to the nonlinear time history analyses.

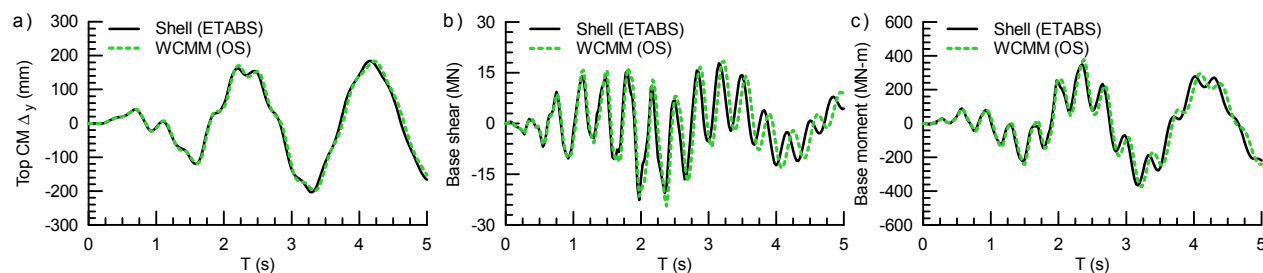


Figure 3.12. Linear time history response to GM1 in the NS direction (with A23.3-04 stiffness reduction factors)

### 3.4.5 Nonlinear time history analyses

As presented in Tableau 3.2, the first mode of vibration of the selected building is torsion, and thus, the torsional component in the dynamic response might be significant. This building can be considered torsionally irregular because  $B=1.7$  according to the NBCC 2010. To assess the effect of torsion, two additional configurations ( $B=2.1$  and  $B=2.5$ ) are used for the 3D nonlinear time history analyses (Tableau 3.3). To artificially increase the torsional flexibility of the building, the CM is shifted from the CR to provide an inherent mass eccentricity  $e_x$ . For each configuration, the accidental torsion is accounted for by moving the CM an additional distance equal to  $\pm 0.05D_{nx}$ . The total eccentricity  $e_x + 0.05D_{nx}$  is the only case considered to maximize the torsional solicitation of the building, which yields the maximum force, moment and displacement envelopes. To facilitate an easier interpretation of the results, this total eccentricity is specified as positive along the X-axis for the NS direction analyses and as negative along the Y-axis for the EW direction analyses. Thus, a positive torsion (counter-clockwise rotation) is always induced when the building is subjected to a positive ground motion displacement according to the axis convention of Figure 3.11.

Tableau 3.3. Building configurations

	B=1.7	B=2.1	B=2.5
$\Omega_R$	0.66	0.61	0.53
$e_x$ (mm)	0	1 625	3 250
$e_x + 0.05D_{nx}$ (mm)	1 488	3 113	4 738

The combination of the three building configurations and the 12 scaled ground motions applied in each orthogonal direction (EW and NS) yields a total of 72 3D nonlinear time history analyses.

The selected transient integrator is the Newmark average acceleration method ( $\gamma=1/2$  and  $\beta=1/4$ ), and the time increment is fixed to 0.005 s. The nonlinear equations of motion are solved with the Newton-Raphson algorithm available in OpenSees. When the convergence is difficult to achieve, the Newton-Raphson with line search algorithm is used. Depending on the earthquake acceleration history, the analysis time is between approximately 20 and 60 minutes using an Intel® i5-2500k@3.30 GHz quad-core processor. The modal analysis for each building configuration was performed before the time history analyses to assess the effect of torsional flexibility on the dynamic response of the structure. As shown in Tableau 3.4, the degree of coupling between translation in the NS direction and rotation increases as the building becomes more flexible in torsion, which results in a redistribution of the modal masses. The EW translational modes of vibration are not subject to this coupling effect because the CM eccentricity is defined along the EW direction. This phenomenon is also observed when the center of mass is shifted from the CR in the NS direction.

Tableau 3.4. Periods and participating modal masses (%) for the three building configurations (NS direction)

<b>B=1.7</b>				<b>B=2.1</b>				<b>B=2.5</b>			
<b>T (s)</b>	<b>U<sub>X</sub></b>	<b>U<sub>Y</sub></b>	<b>R<sub>Z</sub></b>	<b>T (s)</b>	<b>U<sub>X</sub></b>	<b>U<sub>Y</sub></b>	<b>R<sub>Z</sub></b>	<b>T (s)</b>	<b>U<sub>X</sub></b>	<b>U<sub>Y</sub></b>	<b>R<sub>Z</sub></b>
1.76	0.0	28.25	46.0	1.88	0.0	35.44	38.5	2.01	0.0	39.71	34.4
1.56	0	39.1	32	1.46	0	31.8	39	1.37	0	27.4	43
1.33	70.4	0	0.0	1.33	70.4	0	0.0	1.33	70.4	0	0.0
0.55	0.0	0.85	16.4	0.57	0.0	3.23	14.2	0.60	0.0	6.19	11.4
0.32	21.5	0	0.0	0.33	0.0	3.68	4.3	0.34	0	0.7	4
0.32	0	16.0	2.1	0.32	21.51	0.0	0.0	0.32	21.51	0.0	0

To assess the effect of the axial restraint on the dynamic behavior of the cores, a complete shell model of the building, including the slab and the gravity columns, is developed in ETABS 2015. From this model, vertical truss elements are calibrated and added to the WCM to connect the horizontal rigid links together. However, preliminary nonlinear time history analyses showed that no significant difference could be observed when the cores are partially restrained in the vertical direction. Thus, the axial restraint is neglected in this study. Only the results obtained for the 3D nonlinear time history analyses in the NS direction are presented herein because the results for the EW direction lead to similar conclusions. For comparison purposes, the design envelopes (for B=1.7) obtained from the linear spectrum analysis of the ETABS 2015 shell model including the

A23.3-04 stiffness reduction factors are presented. The seismic force modification ( $R_d=3.5$ ) and overstrength ( $R_o=1.6$ ) factors are also applied to the spectral results. Another set of design envelopes for shear and torsion, including a dynamic shear amplification factor  $\alpha_v$ , is also presented. This factor accounts for inelastic effects of higher modes and was not considered in the initial design of the building because this is a new clause in the A23.4-14 (21.5.2.2.7). A static torque is applied at each story of the building in the shell model to include accidental torsion. Figure 3.13 shows the response of the building to the GM1 earthquake.

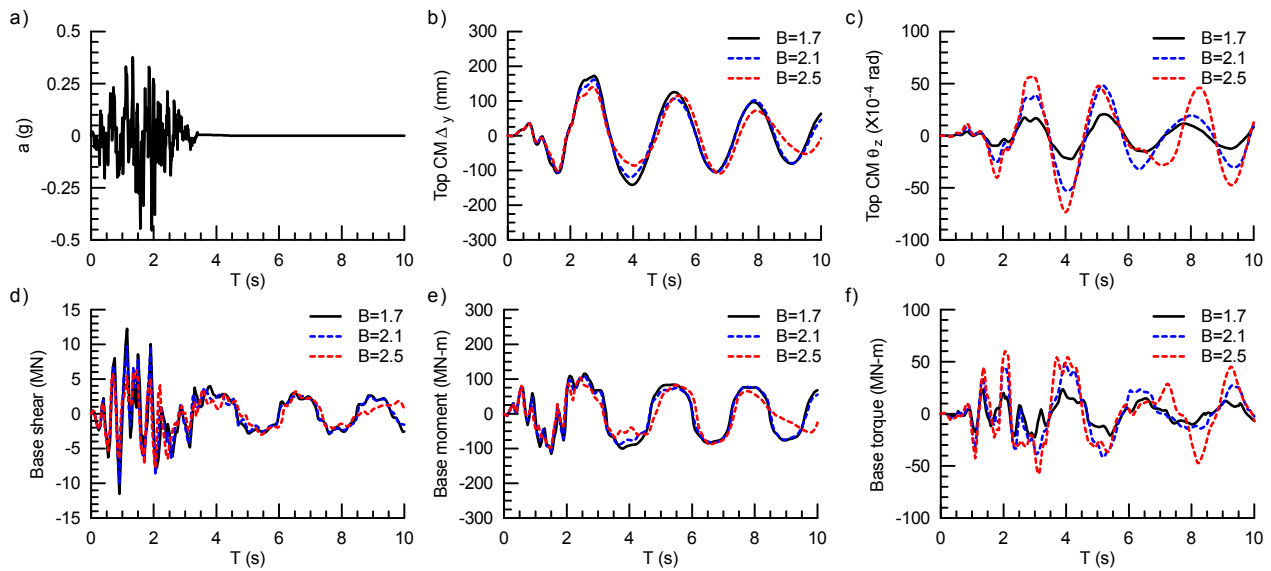


Figure 3.13. Nonlinear time history response to GM1 in the NS direction

According to the top CM displacement and rotation time histories, the fundamental period of vibration in flexure and in torsion is approximately 2.25 s. A small delay can be perceived between the translational and rotational displacement peaks in the forced vibration response of the building, as noticed in the other ground motion time histories. The effect of CM eccentricity on the base torque can be clearly observed, whereas the shear and moment at the base of the building remain similar regardless of the value of B. This phenomenon is due to the increased degree of coupling between the translational and rotation modes. For the same displacement in translation, a larger rotation is induced as the CM moves farther from the CR for higher B values. In the NS direction, the probable plastic moment  $M_p$  of each core is 60.7 MN-m, for an approximate total of 120 MN-m. The  $M_p$  value is computed considering steel strain hardening ( $f_s=1.25F_y$ ) and by assuming resistance factors of 1.00 ( $\phi_c=\phi_s=1.00$ ). Figure 3.13e clearly shows

that the total moment at the base of the cores where the plastic hinge is expected is limited to approximately 120 MN-m, which corresponds to their probable flexural capacity.

In Figure 3.14 and Figure 3.15, the design envelopes are obtained from the NBCC 2005 linear response spectrum analysis of the designed building ( $B=1.7$ ). The envelopes including the dynamic shear amplification factor  $\alpha_v$  are labeled DSA. According to Figure 3.14, the design rotations are conservative. The rotational demand is significantly increased for larger  $B$  values because the building is more flexible in torsion. Assuming the small displacements hypothesis, the rotational drift for each story  $i$  is computed according to the following equation:

$$\delta_{\theta i} = (\theta_i - \theta_{i-1}) \frac{d_i}{h_i} \quad (3.6)$$

where  $\theta_i$  is the CM rotation,  $h_i$  is the story height, and  $d_i$  is the shortest perpendicular distance from the CM to the edge of the floor. According to the building configurations and the axis convention, a positive rotation causes a positive translation on the short side of the building, which is defined as the nearest floor edge located perpendicularly from the center of mass. For this building, the largest total drift is always on the short side because the relative contribution of rotation to the total drift is small compared to the translational displacement contribution. As shown in Figure 3.14d, the rotational drift is considerably higher for the 6<sup>th</sup>, 7<sup>th</sup> and 8<sup>th</sup> stories because a low effective shear stiffness equal to 20% is assigned to these stories, as suggested by Luu et al. [28]. These factors were specified in the model to account for higher modes effects in the upper part of the cores. In contrast, no noticeable effect can be observed for the translational drift because flexure is the primary deformation mechanism. Thus, the effective shear stiffness must be properly selected if the cores are expected to undergo large rotational demands.

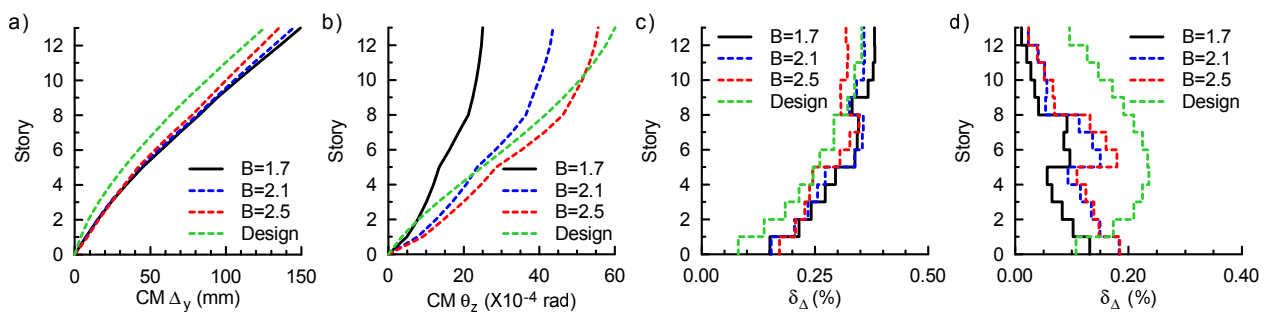


Figure 3.14. Displacement and rotation envelopes in the NS direction

The force and moment envelopes are similar for both cores; thus, only the results for the east core are presented in Figure 3.15. The design moment envelope is much lower than the dynamic response because the factored flexural resistance  $M_r$  of the cores was significantly larger (51.1 MN-m) than the factored moment  $M_f$  (27.6 MN-m). According to the capacity design principle, the design shear force envelope is amplified ( $\alpha_v=1.47$ ), as suggested in A23.3-14 (clause 21.5.2.2.7), to prevent brittle shear failure and to account for the higher modes effects (DSA envelopes in Figure 3.15). The design story torque is amplified as well because it is induced by shear forces. The DSA envelopes clearly show that the dynamic shear amplification factor newly introduced in A23.3-14 allows a more realistic seismic shear force demand to be obtained compared to nonlinear time history results ( $B=1.7$ ). The core shear and moment from the nonlinear time histories remain relatively constant regardless the value of  $B$ . In contrast, the torsional demand becomes significantly larger when the building is more flexible in torsion because the CM eccentricity is larger. The effect of the higher modes on the story shear distribution can be observed in the upper part of the cores, and the torsion envelope is altered in a similar manner. The building design envelopes for  $B=1.7$ , which was the initial building configuration used to design the steel reinforcement, show very good agreement with the nonlinear time history envelopes.

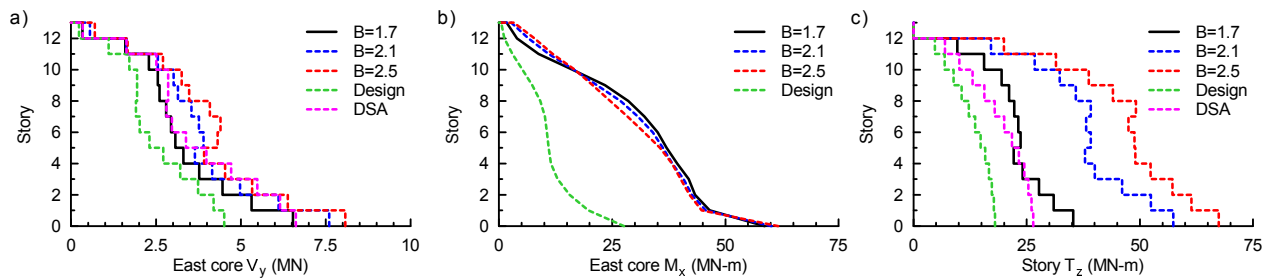


Figure 3.15. Force and moment envelopes in the NS direction (DSA and design curves correspond to the 2005 design values with and without dynamic shear amplification)

The three-dimensional nonlinear time history analyses showed a small delay between the translation and rotation displacement peaks of the forced vibration response of the building. To rationally investigate this observation, a cross-correlation study comparing the translational and rotational behavior of the building was conducted. Cross-correlation is a tool used in signal post-processing to determine whether two delayed signals are correlated. For each ground motion

applied to the building in each direction (EW and NS), the delay in the forced vibration state between the rotation and the translation displacement peaks is computed using the cross-correlation function available in MatLab®. The results presented in Tableau 3.5 clearly confirm that a correlation exists between these displacement peaks. Only the smallest positive correlated delay is considered for each combination because the rotational peak was observed to almost always follow the translational peak. The average delays for the EW and NS directions are 0.47 and 0.25 s, respectively, with an average standard deviation of 16% for both delays. The two distinct force-resisting mechanisms associated with the RC cores might explain this significant difference for this building. The cores resist the seismic forces as a ductile coupled system in the EW direction, whereas they act as simple individual ductile walls in the NS direction. According to Tableau 3.5, the delay decreases for most ground motions for larger B values. Thus, the SRFS and the torsional flexibility of the building both have an effect on the delay. However, an exhaustive study including many SFRS and building geometries would be required to assess whether this conclusion can be generalized.

Tableau 3.5. Correlated delay (s) between rotational and translational peaks

	B=1.7		B=2.1		B=2.5	
	EW	NS	EW	NS	EW	NS
<b>GM1</b>	0.43	0.10	0.29	0.13	0.22	0.13
<b>GM2</b>	0.60	0.13	0.29	0.13	0.16	0.11
<b>GM3</b>	0.47	0.12	0.35	0.14	0.35	0.18
<b>GM4</b>	0.60	0.31	0.45	0.16	0.41	0.20
<b>GM5</b>	0.48	0.15	0.41	0.15	0.39	0.14
<b>GM6</b>	0.61	0.18	0.56	0.15	0.51	0.13
<b>GM7</b>	0.46	0.12	0.20	0.09	0.20	0.06
<b>GM8</b>	0.72	0.14	0.66	0.26	0.47	0.19
<b>GM9</b>	0.44	0.13	0.31	0.13	0.27	0.12
<b>GM10</b>	0.70	0.70	0.72	0.73	0.70	0.68
<b>GM11</b>	0.53	0.15	0.36	0.09	0.29	0.08
<b>GM12</b>	0.71	0.66	0.67	0.32	0.54	0.17

### 3.5 Conclusions

A wide-column model with modules (WCMM) is proposed to assess the 3D nonlinear dynamic behavior of RC cores subjected to ground motions. This model consists of vertical fiber beam elements attached together with rigid horizontal links to ensure a uniform motion of the structure. The validity and robustness of the WCMM were clearly demonstrated in this study through two validation cases, especially concerning the warping behavior due to torsion loads. By displacing the center of mass, three different building configurations with increasing torsional flexibility ( $B=1.7$ ,  $B=2.1$  and  $B=2.5$  according to the NBCC 2010) were studied to investigate the effect of torsion on the seismic response. After validating the linear dynamic behavior, the WCMM was extended to three-dimensional nonlinear time history analyses of a multi-story building located in ENA. The main conclusions can be summarized as follows:

- ❖ The WCMM can capture the inelastic warping behavior of open RC sections subjected to a monotonically increasing torque reasonably well. According to the experimental calibration, it is recommended that 25% of the initial elastic torsional stiffness ( $GJ$ ) be assigned to the rigid links to achieve convergence with satisfactory results.
- ❖ To provide a better representation of the shear force load path, the number of modules of the proposed WCMM can be increased to enhance convergence, but this might require a significantly larger computational time. When modeling RC cores subjected to dynamic loads, it is suggested that three modules (one per flange and one for the web) be used to ensure both precision and computational efficiency.
- ❖ A shell model is developed in ETABS 2015 to assess the linear dynamic behavior of the WCMM. According to modal and linear time history analyses, the WCMM can capture both translational and rotational modes of vibration with sufficient accuracy and can simulate the dynamic behavior of RC cores subjected to ground motions extremely well.
- ❖ The nonlinear results are compared to the design envelopes obtained from the response spectrum analysis of the linear shell model with proper code inelastic force reduction factors. These design envelopes exhibit very good agreement with the nonlinear response of the building if the A23.3-14 dynamic shear amplification factor is used to account for the inelastic effects of the higher modes. The computed rotations from the response spectrum analysis are conservative, whereas the translational displacements are similar to



the nonlinear envelopes. Large rotations are observed in the upper part of the cores because a low effective shear stiffness value was specified in the WCMM to account for higher modes effects. Thus, this effective shear stiffness must be carefully selected if large rotational demands are expected, as is the case for torsionally flexible buildings. The shear and moment nonlinear envelopes remain relatively constant regardless of the B value. In contrast, the story torque increases as the building becomes more torsionally flexible.

- ❖ For the selected building, the rotation displacement peaks almost always occur after the translation displacement peaks. According to cross-correlation, this small delay (between 0.25 and 0.47 s) seems to be SFRS category dependent and it generally decreases for larger values of B.
- ❖ The proposed WCMM fiber element approach is robust and computationally efficient. It represents a step toward characterizing the 3D nonlinear seismic response of RC cores subjected to significant torsional demand.

In the near future, the authors intend to conduct an extensive parametric seismic analysis of various building configurations using the WCCM to define appropriate loading protocols including torsion. These loading protocols will be used to conduct large-scale cyclic biaxial tests of RC cores including significant torsion in the multi-directional (6 DOFs) testing facility of École Polytechnique de Montreal (EPM) [31].

### **3.6 Acknowledgements**

The authors would like to acknowledge the financial contribution of the *Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada* (NSERC) and the *Fonds de recherche du Québec - Nature et technologie* (FRQNT) to this project.

### 3.7 References

- [1] National Research Council of Canada. National Building Code of Canada. Ottawa, ON2010.
- [2] American Society of Civil Engineers. Minimum Design Loads for Buildings and Other Structures (ASCE/SEI 7-10). Reston, VA.2010.
- [3] Mazzoni S, McKenna F, Scott M, Fenves GL. OpenSees v2.4.4. Berkeley, CA: University of California; 2006.
- [4] Paulay T. Seismic design for torsional response of ductile buildings. Bulletin of the New Zealand National Society for Earthquake Engineering. 1996;29:178-98.
- [5] Humar J, Yavari S, Saatcioglu M. Design for forces induced by seismic torsion. Canadian Journal of Civil Engineering. 2003;30:328-37.
- [6] Stafford-Smith B, Coull A. Tall building structures : analysis and design. New York, NY: John Wiley & Sons; 1991.
- [7] Stafford-Smith B, Taranath BS. The analysis of tall core-supported structures subjected to torsion. ICE Proceedings: Thomas Telford; 1972. p. 173-87.
- [8] Coull A, Chee WY. Stiffening of Structural Cores by Floor Slabs. Journal of Structural Engineering. 1986;112:977-94.
- [9] Clough RW, King IP, Wilson EL. Structural analysis of multistory buildings. J Struct Div, ASCE. 1964;90:19-34.
- [10] MacLeod IA. Analysis of shear wall buildings by the frame method. Proceedings of the Institution of Civil Engineers. 1973;55:593-603.
- [11] Stafford Smith B, Abate A. Analysis of non-planar shear wall assemblies by analogous frame. ICE Proceedings: Thomas Telford; 1981. p. 395-406.
- [12] Stafford Smith B, Girgis AM. Simple Analogous Frames for Shear Wall Analysis. Journal of Structural Engineering. 1984;110:2655-66.
- [13] Beyer K, Dazio A, Priestley MJN. Inelastic wide-column models for U-shaped reinforced concrete walls. Journal of Earthquake Engineering. 2008;12:1-33.

- [14] Beyer K, Dazio A, Priestley MJN. Quasi-Static Cyclic Tests of Two U-Shaped Reinforced Concrete Walls. *Journal of Earthquake Engineering*. 2008;12:1023-53.
- [15] Stafford-Smith B, Girgis AM. Deficiencies in the Wide Column Analogy for Shear Wall Core Analysis. *Concrete International*. 1986;8:58-61.
- [16] Kwan AKH. Improved Wide-Column-Frame Analogy for Shear/Core wall Analysis. *Journal of Structural Engineering*. 1993;119:420-37.
- [17] Scott BD, Park R, Priestley MJN. Stress-Strain Behavior of Concrete Confined by Overlapping Hoops at Low and High Strain Rates. *ACI Journal Proceedings*. 1982;79:13-27.
- [18] Beyer K, Dazio A, Priestley MJN. Shear Deformations of Slender Reinforced Concrete Walls under Seismic Loading. *ACI Structural Journal*. 2011;108:167-77.
- [19] Krpan P, Collins MP. Testing Thin-Walled Open RC Structure in Torsion. *Journal of the Structural Division*. 1981;107:1129-40.
- [20] SIMULIA DS. ABAQUS. 6.11 ed. Providence, RI: DS SIMULIA Corp.; 2011.
- [21] CSA. Design of concrete structures. Rexdale, ON: Canadian Standards Association; 2014.
- [22] Ftima MB, Massicotte B. Utilization of Nonlinear Finite Elements for the Design and Assessment of Large Concrete Structures. I: Calibration and Validation. *Journal of Structural Engineering*. 2014.
- [23] National Research Council of Canada. National Building Code of Canada. Ottawa, ON2005.
- [24] CSA. Design of concrete structures. Rexdale, ON: Canadian Standards Association; 2004.
- [25] CAC. Concrete Design Handbook. 3 ed. Ottawa, ON: Cement Association of Canada (CAC); 2010.
- [26] CSI. ETABS. 15.0.0 ed. Berkeley, CA: Computers and Structures inc.; 2015.
- [27] Luu H, Ghorbanirenani I, Léger P, Tremblay R. Numerical modeling of slender reinforced concrete shear wall shaking table tests under high-frequency ground motions. *Journal of Earthquake Engineering*. 2013;17:517-42.

- [28] Luu H, Léger P, Tremblay R. Seismic demand of moderately ductile reinforced concrete shear walls subjected to high-frequency ground motions. *Canadian Journal of Civil Engineering*. 2013;41:125-35.
- [29] Charney FA. Unintended consequences of modeling damping in structures. *Journal of structural engineering*. 2008;134:581-92.
- [30] Pelletier K. Considération de la torsion pour l'analyse sismique non-linéaire de noyaux en béton armé. QC, Canada: École Polytechnique de Montréal; 2015.
- [31] Tremblay R, Léger P, Rogers C, Bouaanani N, Massicotte B, Khaled A et al. Experimental Testing of Large Scale Structural Models and Components Using Innovative Shake Table Dynamic, Real time hybrid simulation and multidirectional loading techniques. *Proc 3rd Int Conf on Advances in Experimental Structural Engineering*. San-Francisco, USA2009. p. 1-12.

## CHAPITRE 4 RÉSULTATS COMPLÉMENTAIRES

Une nouvelle fonctionnalité introduite dans le logiciel ETABS 2015 est la possibilité d'utiliser des éléments fibres pour définir des rotules plastiques. Contrairement au modèle OpenSees (OS) présenté au Chapitre 3, ces rotules sont concentrées sur une certaine hauteur et ne permettent pas de considérer la propagation de la plasticité. Afin de considérer ce phénomène, il est possible cependant de définir une multitude de rotules fibrées sur la hauteur des éléments. Cependant, les éléments demeurent élastiques dans les zones où aucune rotule n'est assignée. Le présent chapitre porte sur l'évaluation de cette approche pour des analyses non-linéaires temporelles. Le WCMM utilisé au Chapitre 3 pour modéliser les noyaux en béton armé du bâtiment dans OS est reproduit dans ETABS 2015 en conservant le même maillage et les mêmes propriétés mécaniques des éléments (Figure 4.1).

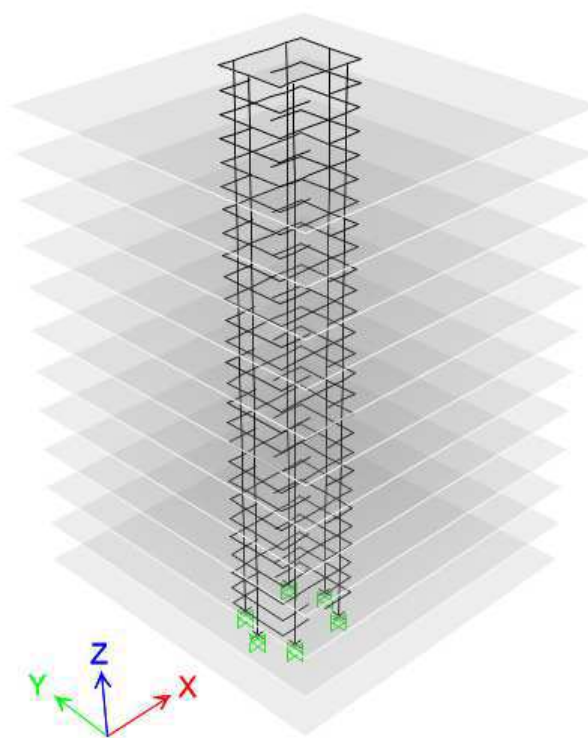


Figure 4.1. WCMM modélisé dans ETABS 2015

Les deux modèles numériques sont donc identiques hormis pour les aspects suivants. La flexibilité en cisaillement est considérée en spécifiant une aire effective en cisaillement (poutres de Timoshenko) contrairement à l'utilisation de ressorts sans longueur (*zero-length shear springs*)

dans OS. Quatre rotules fibrées également espacées sont définies pour les éléments verticaux de chaque étage. Un maillage de fibres de béton légèrement moins raffiné (400x400 mm) est défini pour les rotules et les modèles constitutifs non-linéaires par défaut de ETABS 2015 sont utilisés. Ces derniers sont très semblables à ceux définis pour le WCMM dans OS. Les paramètres de résolution par défaut sont spécifiés pour l'intégration directe non-linéaire des équations différentielles de mouvement. Par souci de concision, seuls les résultats pour le séisme GM1 appliqué dans la direction NS (selon l'axe Y) sont présentés mais des conclusions similaires peuvent être tirées pour les autres sollicitations sismiques. La Figure 4.2 montre les déplacements au sommet et les réactions à la base du bâtiment pour les modèles OS et ETABS.

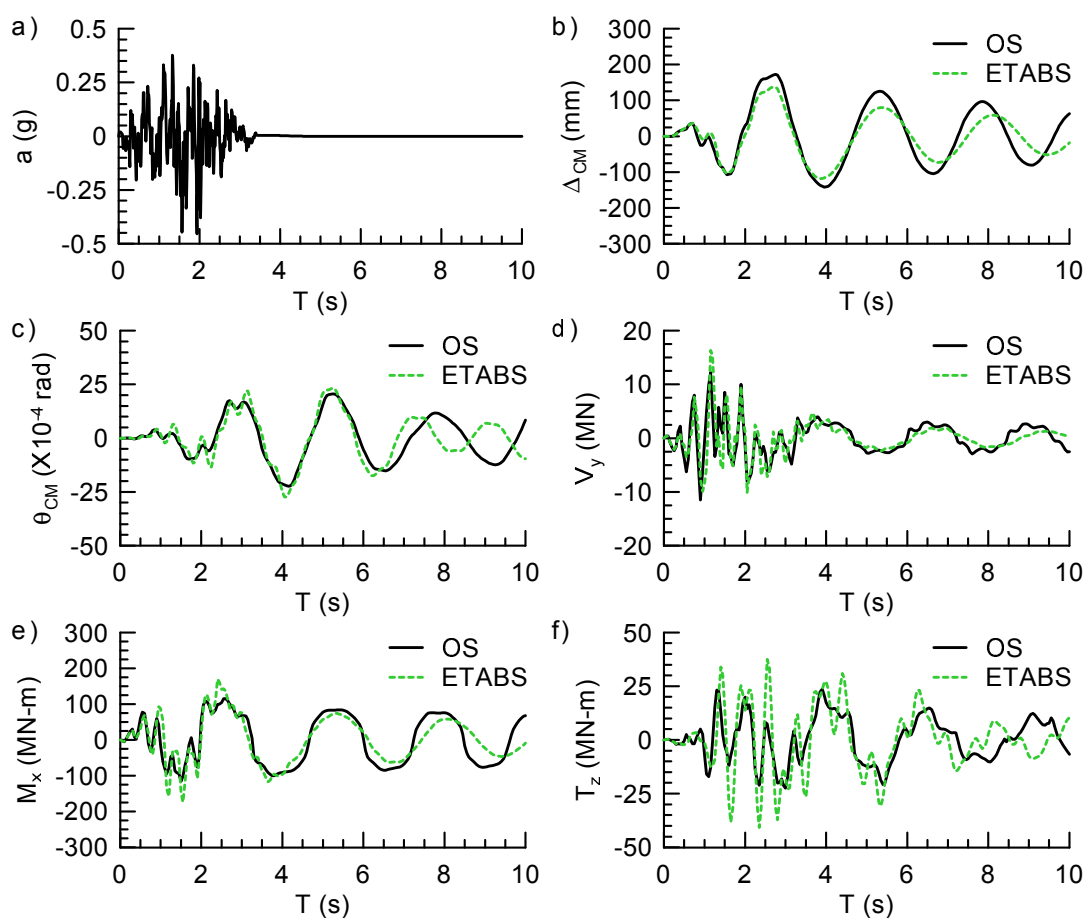


Figure 4.2. Réponse sismique du bâtiment soumis à l'accélérogramme GM1 dans la direction NS (déplacements au sommet et efforts à la base)

En général, le comportement global est bien capturé par le modèle ETABS hormis pour la torsion. Des pics importants sont observables pour les réactions à la base alors que les

déplacements (translations et rotations) sont relativement similaires aux résultats du modèle OS. Ces pics produisent des enveloppes de forces et de moments qui surestiment les efforts internes de dimensionnement, particulièrement concernant le torque  $T_z$  à la base. Même si l'effort tranchant total à la base est semblable, les forces de cisaillement résistantes par les segments de mur des noyaux seront très probablement surestimées de façon significative. De plus, le comportement sismique est mieux capturé en vibrations forcées qu'en vibrations libres. En effet, une diminution des amplitudes en translations et un décalage des crêtes en rotation sont observables. La modélisation dans ETABS procure deux avantages importants comparativement à OS. Premièrement, les calculs sont réalisés en deux ou trois fois moins de temps puisque les non-linéarités sont limitées aux rotules. Toutefois, la précision des résultats est questionnable puisque l'apparition de pics peut mener à un dimensionnement qui n'est pas optimisé. Deuxièmement, l'interface de modélisation est extrêmement plus conviviale même si la définition des fibres est fastidieuse puisqu'un outil de génération automatique n'est présentement pas disponible. En bref, l'utilisation de rotules fibrées dans ETABS 2015 s'avère une alternative intéressante pour estimer rapidement les efforts sismiques en régime non-linéaire de bâtiments relativement insensibles à la torsion. La robustesse et l'applicabilité générale cette approche n'a malheureusement pas pu être démontrée. Une étude paramétrique plus approfondie pourrait être réalisée dans des travaux futurs pour évaluer exhaustivement cette approche.

## CHAPITRE 5 DISCUSSION GÉNÉRALE

Les avantages et les inconvénients de l'approche de modélisation proposée dans ce mémoire sont présentés dans ce chapitre. À la lumière des résultats obtenus, certains éléments d'information concernant le futur protocole de chargement tridimensionnel cyclique de la phase expérimentale planifiée au laboratoire de structures de l'École Polytechnique de Montréal sont aussi expliqués.

### 5.1 Approche de modélisation

Chaque logiciel comporte son lot d'avantages et d'inconvénients tributaires de plusieurs facteurs tels que l'expérience de l'utilisateur ou la nature du projet. Cette section ne porte pas sur une comparaison des outils numériques, mais vise plutôt à procéder à une revue critique de l'approche de modélisation adoptée pour ce projet, soit le WCMM. En d'autres mots, les avantages et les inconvénients liés à l'utilisation du logiciel OpenSees ne sont pas explicitement présentés.

#### 5.1.1 Avantages

Les principaux avantages du WCMM sont la versatilité, l'efficacité, la robustesse et la capacité de considérer l'interaction axiale ( $P$ - $M_x$ - $M_y$ ) d'une section en béton armé. Ceux-ci sont décrits ci-dessous plus en détail.

- ❖ **Versatilité:** le WCMM est hautement paramétrique, ce qui offre une très grande versatilité lors de la modélisation. Il est possible de générer facilement plusieurs géométries de noyaux en béton armé et de considérer diverses spécificités inhérentes à ces structures telles que les ouvertures, les poutres de couplages, la variation de la section sur la hauteur de la structure ou le changement du détaillage des armatures. Pour assurer la convergence des résultats, des lignes directrices de modélisation relativement flexibles sont suggérées, ce qui permet de s'adapter facilement à plusieurs situations.
- ❖ **Efficacité:** le WCMM est efficace autant concernant la modélisation que la performance numérique (temps de calcul). Les propriétés mécaniques à spécifier pour les divers éléments du WCMM sont liées directement à des concepts physiques simples, ce qui facilite le processus de modélisation et l'interprétation des résultats. Contrairement aux éléments coques (*shell elements*) ou solides, les éléments fibres permettent d'obtenir des résultats relativement précis dans un délai raisonnable. Par exemple, la durée des analyses



temporelles non-linéaires du Chapitre 3 était d'environ 25 à 60 minutes (avec un processeur Intel® i5-2500k@3.30 GHz) dépendamment de la configuration du bâtiment et de l'accélérogramme choisi.

- ❖ **Robustesse:** la convergence générale du modèle est indépendante du nombre de modules. Évidemment, l'utilisation d'un nombre élevé de modules améliore la précision des résultats mais nécessite un temps de calcul plus important. Le WCMM permet de bien capturer le comportement inélastique de noyaux en béton armé concernant autant le gauchissement induit par la torsion que le comportement biaxial ( $P$ - $M_x$ - $M_y$ ) causé par des charges cycliques. De plus, le WCMM permet de bien représenter le comportement linéaire dynamique de noyaux en béton armé. Considérant que de nombreuses étapes de vérification et de validation ont été effectuées, il est assumé que le comportement non-linéaire dynamique du modèle est acceptable. Des données expérimentales seraient nécessaires pour confirmer cette hypothèse.
- ❖ **Interaction axiale ( $P$ - $M_x$ - $M_y$ ):** il est possible de représenter fidèlement le détaillage des armatures et de considérer l'effet du confinement du béton à l'aide des éléments fibres. Des lois constitutives en fonction des propriétés mécaniques et de la nature des matériaux peuvent être assignées aux différentes fibres d'une même section. La formulation de ce type d'élément permet de considérer directement l'interaction non-linéaire entre la force axiale et les moments sans avoir à définir de courbes enveloppes (*backbone curve*).

### 5.1.2 Inconvénients

Malgré les nombreux avantages énumérés précédemment, le WCMM possède quelques inconvénients qui limitent son application généralisée. Il s'agit principalement de l'utilisation d'un comportement élastique en cisaillement ( $V_x$ - $V_y$ - $T$ ) et de la capacité limitée de visualiser les dommages subis par des noyaux en béton armé lors de séismes.

- ❖ **Comportement élastique en cisaillement ( $V_x$ - $V_y$ - $T$ ):** le comportement en cisaillement du WCMM est strictement linéaire et découplé, ce qui signifie qu'il est impossible de capturer des ruptures en cisaillement du béton ou la plastification des armatures transversales. Le modèle ne devrait donc pas poser problème pour des structures conçues par capacité puisqu'il est attendu que la rupture de l'ouvrage survienne en flexion et non

en cisaillement. Toutefois, l'applicabilité du WCMM est questionnable pour des structures dont le comportement en cisaillement est déficient, particulièrement si de grandes non-linéarités sont attendues. La perte de rigidité en cisaillement ne peut être capturée explicitement, ce qui peut affecter la réponse dynamique de la structure lors de séismes. Afin de minimiser l'effet de cette limitation sur le comportement sismique du WCMM, un facteur de calibration provenant d'essais expérimentaux est utilisé pour les liens rigides horizontaux (25% de GJ) et une rigidité effective en cisaillement proposée par Luu et al. (2013) est assignée aux ressorts linéaires en cisaillement.

- ❖ **Visualisation limitée des dommages:** un aspect intéressant des analyses non-linéaires est la visualisation des dommages subis par une structure pour identifier les modes de ruptures. La plastification des armatures longitudinales en flexion est le seul indicateur de dommage du WCMM. En effet, le comportement axial et flexionnel est capturé puisque des fibres non-linéaires sont utilisées pour représenter la contribution des armatures et du béton. La dégradation de la rigidité axiale du béton causée par sa fissuration est considérée dans le WCMM puisque des lois constitutives non-linéaires sont utilisées. Il est toutefois impossible de visualiser explicitement les patrons de fissuration ainsi que la plastification des armatures transversales puisque le comportement en cisaillement du modèle demeure élastique. La plastification des armatures transversales peut être déduite indirectement en comparant les forces élastiques obtenues à la capacité de la section. Il s'agit d'une approche approximative puisque les dommages subis par les noyaux lors d'un séisme causent une redistribution des efforts.

## 5.2 Lignes directrices pour le futur protocole de chargement

Selon la corrélation croisée réalisée au Chapitre 3, la crête en rotation suit presque toujours la crête en translation après un petit délai pour tous les séismes. Autant le niveau de sensibilité à la torsion du bâtiment (paramètre B) que le SRFS semble avoir une influence sur ce délai, mais dans des proportions différentes. Les noyaux appartiennent à deux catégories différentes de SRFS pour chaque direction orthogonale. Une différence marquée est observée entre la moyenne des délais pour les murs couplés de la direction NS (0.47s) comparativement aux murs simples de la direction EW (0.25s). Pour les deux directions, le délai diminue lorsque la valeur de B augmente, ce qui peut être expliqué par un degré de couplage plus important entre la translation et la

rotation. Selon les analyses modales, ce degré de couplage augmente lorsque la valeur de B est plus élevée. Bref, le type de SRFS ainsi que le niveau de flexibilité en torsion du bâtiment devraient faire l'objet d'une étude paramétrique exhaustive pour confirmer cette tendance. Les principaux paramètres pourraient être la géométrie du bâtiment (hauteur, forme, etc.), le type de SRFS ainsi que le niveau de sensibilité à la torsion (paramètre B). Le délai observé entre les crêtes en translation et en rotation pourrait être transposé au futur protocole de chargement tridimensionnel. En fonction de l'étude paramétrique proposée, il serait possible de déterminer le délai à appliquer entre l'historique de déplacements en translation et en rotation, tel qu'illustré qualitativement sur la Figure 5.1. Il est proposé d'introduire un cycle à déplacement nul entre chaque niveau de ductilité pour éviter les potentiels problèmes de synchronisation causés par le délai. Aussi, le niveau de ductilité recherché pourrait être différent pour la translation et la rotation. Par exemple, celui-ci pourrait être deux fois moindre en rotation qu'en translation à chaque cycle afin d'être représentatif du comportement sismique réel de noyaux en béton armé.

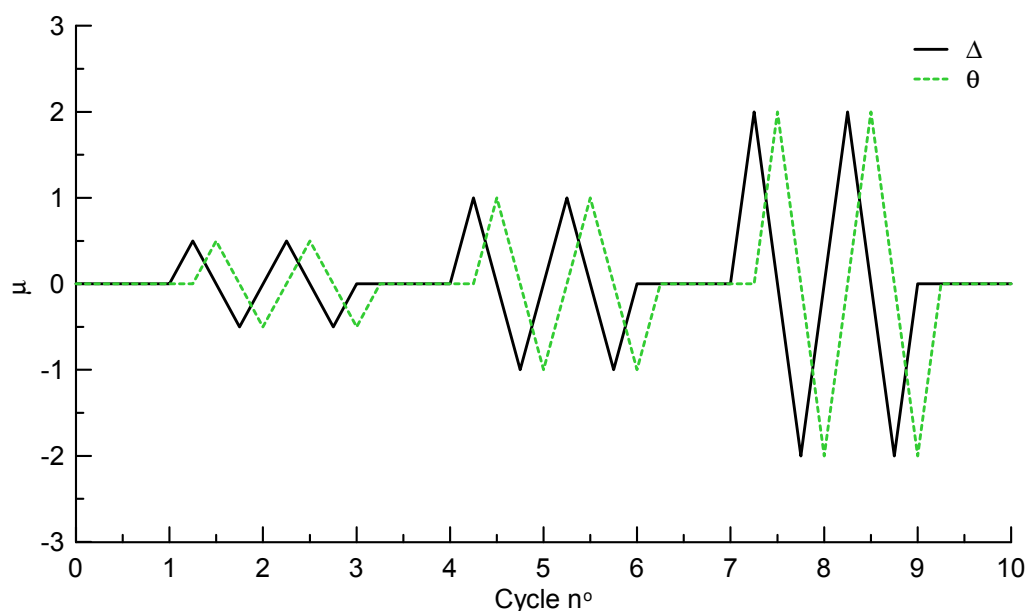


Figure 5.1. Délai entre la translation et la rotation dans un protocole de chargement

## CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS

Dans le cadre de ces travaux de recherche, un modèle numérique est développé dans le logiciel de calcul OpenSees (OS) afin de considérer la torsion pour l'analyse sismique non-linéaire de noyaux en béton armé. Il s'agit du *Wide-Column Model with Modules* (WCMM). Dans ce modèle, la section représentant le noyau est subdivisée en une multitude de segments planaires appelés *modules*. Des colonnes composées d'éléments fibres non-linéaires sont situées au centroïde de chaque module et des liens horizontaux rigides sont ajoutés pour lier les colonnes ensemble afin d'assurer un mouvement uniforme de la structure. Toutefois, ces liens rigides doivent comporter une certaine flexibilité en torsion (GJ) pour permettre le gauchissement de la section. Afin de considérer les déformations en cisaillement, des ressorts sans longueur (*zero-length shear springs*) sont introduits dans le modèle pour lesquels une rigidité effective en cisaillement est attribuée. Le WCMM est ensuite calibré à partir d'essais expérimentaux et son comportement linéaire dynamique est validé. Un bâtiment en béton armé contreventé par des noyaux est sélectionné et est soumis à des tremblements de terre typiques de l'Est du Canada. Afin d'évaluer l'influence de la torsion sur le comportement sismique des noyaux, trois configurations de bâtiment (B=1.7, B=2.1 et B=2.5 selon le CNBC 2010) sont étudiées. Le WCMM est alors utilisé pour réaliser des analyses non-linéaires dynamiques du bâtiment sélectionné. Les travaux de recherche sont présentés dans un article scientifique soumis à la revue *Engineering Structures*. Dans un souci de concision, seulement un résumé des principales conclusions de l'article est présenté ci-dessous puisque celles-ci sont déjà expliquées en détail au Chapitre 3.

- ❖ Le WCMM permet de capturer relativement bien le gauchissement inélastique de sections ouvertes en béton armé causé par la torsion si la rigidité de Saint-Venant (GJ) des liens rigides est réduite à 25% de leur valeur élastique.
- ❖ Pour les analyses non-linéaires dynamiques, il est recommandé d'utiliser seulement trois modules pour modéliser les noyaux en béton armé (un par semelle et un pour l'âme) afin d'obtenir des résultats suffisamment précis dans un temps de calcul acceptable.
- ❖ Suite à des validations réalisées à partir d'un modèle d'éléments de coques (*shell elements*), il est possible de conclure que le WCMM permet de très bien représenter le comportement linéaire dynamique de noyaux en béton armé.

- ❖ Les résultats des analyses non-linéaires temporelles du bâtiment sélectionné sont très similaires aux valeurs de conception obtenues à partir d'une analyse spectrale linéaire si le facteur d'amplification dynamique du cisaillement proposé dans la clause 21.5.2.2.7 de l'A23.3-14 est utilisé. Lorsque le bâtiment est plus sensible à la torsion (valeurs de B plus élevées), celui-ci est soumis à des rotations importantes. La rigidité effective en cisaillement assignée à chaque étage doit donc être déterminée avec soin afin d'éviter de surestimer ces déplacements. Hormis pour le torque qui augmente significativement pour des valeurs élevées de B, les efforts demeurent relativement constants peu importe le niveau de sensibilité en torsion du bâtiment.
- ❖ La corrélation croisée montre que les crêtes en rotations surviennent presque toujours après les crêtes en translation. Ce délai diminue pour des valeurs de B plus élevées et semble aussi être influencé par le type de SRFS.
- ❖ Le WCMM est une approche de modélisation robuste et efficace. Ce modèle représente une avancée significative afin de caractériser la réponse sismique tridimensionnelle de noyaux en béton armé pour lesquels la torsion est importante.

Basé sur l'expérience acquise au cours de ce projet, des observations supplémentaires peuvent compléter ces conclusions.

- ❖ Une alternative de modélisation est évaluée dans ETABS 2015. Il s'agit du WCMM pour lequel les non-linéarités sont strictement concentrées au niveau de rotules fibrées disposées à intervalle régulier sur toute la hauteur de la structure. Les résultats obtenus sont conservateurs mais comportent des pics significatifs comparativement à la solution de référence (OS), particulièrement concernant le torque à la base. Dans un contexte de recherche, cette alternative de modélisation ne semble pas appropriée pour des bâtiments pour lesquels la torsion est prépondérante.
- ❖ Les délais observés à partir de la corrélation croisée permettent d'élaborer certaines lignes directrices pour le futur protocole de chargement pour la phase expérimental planifiée à l'École Polytechnique de Montréal. Il est proposé que les crêtes en rotations surviennent après celles en translation pour chaque niveau de ductilité. Un cycle à déplacement nul serait préférable pour éviter des problèmes de synchronisations causé par le délai en rotation.

De plus, quelques recommandations et pistes de réflexion sont proposées, particulièrement concernant le développement du futur protocole de chargement tridimensionnel.

- ❖ Une des limites du WCMM est liée à son incapacité à représenter la dégradation de la rigidité en cisaillement des noyaux en béton armé tout au long de l'historique de chargement. Afin de considérer ce phénomène, des courbes d'enveloppes (*backbone curves*) non-linéaires incluant la contribution du béton et des armatures transversales pourraient être assignées aux ressorts sans longueur en cisaillement (*zero-length shear springs*) du WCMM.
- ❖ Selon les analyses dynamiques non-linéaires, le délai entre les crêtes en rotation et en translation est influencé par la valeur de B et par le type de SRFS. Toutefois, ces conclusions sont valables uniquement pour le bâtiment du Chapitre 3. Il serait intéressant de conduire une étude paramétrique exhaustive afin de vérifier si cette tendance est généralisable à des bâtiments similaires. Par exemple, le code OpenSees développé pour ce projet pourrait être réutilisé puisque celui-ci est hautement paramétrique et est donc adaptable à de nombreuses configurations de structures (Annexe B). Les variables à étudier pourrait être la géométrie des bâtiments (hauteur, forme, etc.), la classe de sol des fondations, le type de SRFS et le niveau de sensibilité à la torsion (valeurs de B). Les informations recueillies contribueraient à élaborer un protocole de chargement tridimensionnel représentatif de l'historique de déformations subis par des noyaux en béton armés lors de séismes.
- ❖ Un autre aspect à considérer pour le protocole de chargement est l'amplitude des déplacements. Il est fort probable que le niveau de ductilité en translation soit plus important que celui en rotation lors d'un séisme puisque des rotules plastiques en flexion sont prévues à la base des murs conçus par capacité. Une attention particulière devrait être portée pour caractériser les demandes en ductilité des noyaux en béton armé selon le niveau de sensibilité à la torsion du bâtiment. En effet, les résultats dynamiques non-linéaires de la présente étude montre que la demande en rotation augmente en fonction de la valeur de B alors que celle en translation demeure relativement constante. Le protocole de chargement pourrait varier selon la valeur de B considérée.

## LISTE DES RÉFÉRENCES

- Beyer, K., Dazio, A., & Priestley, M. J. N. (2008a). Inelastic wide-column models for U-shaped reinforced concrete walls. *Journal of Earthquake Engineering*, 12(S1), 1-33. doi: 10.1080/13632460801922571
- Beyer, K., Dazio, A., & Priestley, M. J. N. (2008b). *Seismic design of torsionally eccentric buildings with U-shaped RC walls* (Rapport n° ROSE-2008/03). IUSS Press Pavia, Italy. Tiré de [http://infoscience.epfl.ch/record/147527/files/Research\\_Report\\_Beyer\\_et\\_al\\_2008.pdf](http://infoscience.epfl.ch/record/147527/files/Research_Report_Beyer_et_al_2008.pdf)
- Beyer, K., Dazio, A., & Priestley, M. J. N. (2011). Shear Deformations of Slender Reinforced Concrete Walls under Seismic Loading. *ACI Structural Journal*, 108(2), 167-177. doi: 10.14359/51664252
- CAC. (2010). *Concrete Design Handbook* (3<sup>e</sup> éd.). Ottawa, ON: Cement Association of Canada (CAC).
- Capdevielle, S., Grange, S., Dufour, F., & Desprez, C. (2014). *Introduction of warping in a nonlinear multifiber beam model in torsion for reinforced concrete structures*. Communication présentée à EURO-C 2014 Conference, St. Anton am Arlberg, Austria (vol. 2, p. 1081-1088).
- Cook, R. D., & Young, W. C. (1999). *Advanced Mechanics of Materials* (2<sup>e</sup> éd.): Prentice Hall.
- Coull, A., & Chee, W. Y. (1986). Stiffening of Structural Cores by Floor Slabs. *Journal of Structural Engineering*, 112(5), 977-994. doi: 10.1061/(ASCE)0733-9445(1986)112:5(977)
- CSA. (2014). *Design of concrete structures*. Norme CSA A23.3-14. Rexdale, ON: Canadian Standards Association.
- CSI. (2015). ETABS (Version 15.0.0) [Integrated Building Design Software]. Berkeley, CA: Computers and Structures inc.
- El-Sokkary, H., Galal, K., Ghorbanirenani, I., Léger, P., & Tremblay, R. (2013). Shake table tests on FRP-rehabilitated RC shear walls. *Journal of Composites for Construction*, 17(1), 79-90. doi: 10.1061/(ASCE)CC.1943-5614.0000312
- FIB. (2008). *Practitioner's guide to finite element modelling of reinforced concrete* (Rapport n° 45). Lausanne, Switzerland: Fédération International du Béton.
- Gruttmann, F., & Wagner, W. (2001). Shear correction factors in Timoshenko's beam theory for arbitrary shaped cross-sections. *Computational Mechanics*, 27(3), 199-207.
- Hidalgo, P. A., Jordan, R. M., & Martinez, M. P. (2002). An analytical model to predict the inelastic seismic behavior of shear-wall, reinforced concrete structures. *Engineering Structures*, 24(1), 85-98. doi: 10.1016/S0141-0296(01)00061-X
- Hsu, T. T. C., & Mo, Y. L. (1985). Softening of Concrete in Torsional Members - Theory and Tests. *ACI Journal*, 82(3), 290-303.

- Joint ACI-ASCE Committee 445. (2013). *Report on Torsion in Structural Concrete* (Rapport n° ACI 445.1R-12). Tiré de <http://www.concrete.org/Store/ProductDetail.aspx?ItemID=445112>
- Krpan, P., & Collins, M. P. (1981). Testing Thin-Walled Open RC Structure in Torsion. *Journal of the Structural Division*, 107(6), 1129-1140.
- Luu, H., Léger, P., & Tremblay, R. (2013). Seismic demand of moderately ductile reinforced concrete shear walls subjected to high-frequency ground motions. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 41(2), 125-135.
- Martinelli, L., Martinelli, P., & Mulas, M. G. (2013). Performance of fiber beam–column elements in the seismic analysis of a lightly reinforced shear wall. *Engineering Structures*, 49 345-359. doi: 10.1016/j.engstruct.2012.11.010
- Mazzoni, S., McKenna, F., Scott, M., & Fenves, G. L. (2006). OpenSees v2.4.4. Berkeley, CA: University of California. Tiré de <http://opensees.berkeley.edu/>
- McMullen, A. E., & Warwaruk, J. (1970). Concrete beams in bending, torsion and shear. *Journal of the Structural Division*, 96(5), 885-903.
- National Research Council of Canada. (2010). *National Building Code of Canada*. Ottawa, ON.
- Natural Resources Canada. (2013). Seismic hazard in Canada. Tiré de <http://www.earthquakescanada.nrcan.gc.ca/hazard-alea/simphaz-eng.php>
- Paulay, T. (1996). Seismic design for torsional response of ductile buildings. *Bulletin of the New Zealand National Society for Earthquake Engineering*, 29(3), 178-198.
- Paultre, P. (2011). *Structures en béton armé : Analyse et dimensionnement*: Presses internationales Polytechnique.
- Scott, B. D., Park, R., & Priestley, M. J. N. (1982). Stress-Strain Behavior of Concrete Confined by Overlapping Hoops at Low and High Strain Rates. *ACI Journal Proceedings*, 79(1), 13-27.
- Stafford-Smith, B., & Coull, A. (1991). *Tall building structures : analysis and design*. New York, NY: John Wiley & Sons.
- Stafford-Smith, B., & Girgis, A. M. (1986). Deficiencies in the Wide Column Analogy for Shear Wall Core Analysis. *Concrete International*, 8(April), 58-61.
- Stafford-Smith, B., & Taranath, B. S. (1972). *The analysis of tall core-supported structures subjected to torsion*. Communication présentée à ICE Proceedings (vol. 53, p. 173-187).
- Stafford Smith, B., & Abate, A. (1981). *Analysis of non-planar shear wall assemblies by analogous frame*. Communication présentée à ICE Proceedings (vol. 71, p. 395-406).
- Stafford Smith, B., & Girgis, A. M. (1984). Simple Analogous Frames for Shear Wall Analysis. *Journal of Structural Engineering*, 110(11), 2655-2666. doi: 10.1061/(ASCE)0733-9445(1984)110:11(2655)
- Taranath, B. S. (2010). *Reinforced Concrete Design of Tall Buildings*. Boca Raton, FL: Taylor & Francis.



- Tirasit, P., & Kawashima, K. (2007). Seismic Performance of Square Reinforced Concrete Columns under Combined Cyclic Flexural and Torsional Loadings. *Journal of Earthquake Engineering*, 11(3), 425-452. doi: 10.1080/13632460601031813
- Vecchio, F. J., & Collins, M. P. (1986). The Modified Compression-Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear. *ACI Journal*, 83(2), 219-231.
- Zia, P. (1970). What Do We Know about Torsion in Concrete Members? *Journal of the Structural Division*, 96(6), 1185-1199.

## ANNEXE A - VALIDATION DU LOGICIEL PROSEC (PROKON)

Les sections étudiées par Gruttmann et Wagner (2001) sont utilisées pour vérifier l'exactitude de l'aire effective en cisaillement calculée par Prosec. Il s'agit du paramètre le plus difficile à évaluer par les logiciels, particulièrement lorsque le coefficient de Poisson ( $\nu$ ) varie.

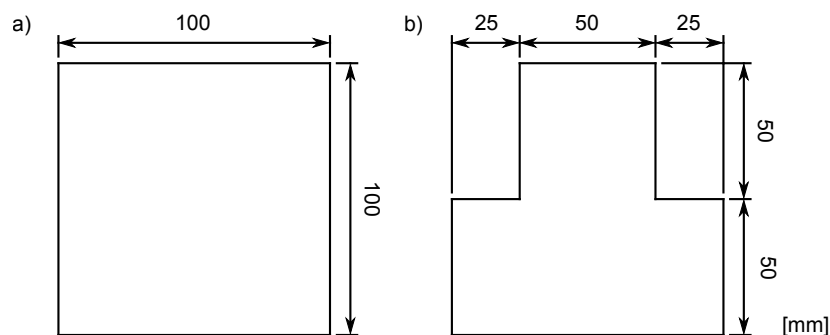


Figure A.1. Section (a) rectangulaire et (b) en T inversé

Deux cas sont étudiés: une section carrée ( $b=h=100\text{mm}$ ) et une section en T inversé ( $a=25\text{mm}$ ). L'erreur commise sur le coefficient d'aire effective en cisaillement ( $K_{vy}$ ) est très faible, comme le montre les résultats suivants:

Tableau A.5.1. Coefficient d'aire en cisaillement

$\nu$	Section carrée ( $b=h=100\text{mm}$ )			Section en T inversé ( $a=25\text{mm}$ )		
	0	0.25	0.50	0	0.25	0.50
$K_{vy}$ Prokon	0.8346	0.8038	0.7510	0.6808	0.6812	0.6802
$K_{vy}$ G. et W.	0.8333	0.7961	0.7375	0.6767	0.6753	0.6727
Erreur	0.16%	0.97%	1.83%	0.60%	0.88%	1.11%

## **ANNEXE B - CODE OPENSEES DU WCMM**

Les pages suivantes présentent le code OpenSees utilisé pour réaliser les analyses non-linéaires temporelles du Chapitre 3. Un autre code plus général permettant d'inclure des murs de refend planaires peut être obtenu en contactant directement l'auteur du présent mémoire.



2015-07-11

ANNEXE B - Code OpenSees du WCMM

p.2

```

set Uconc 1

#
#matTag $fpc $sepsc0 $fpcu $sepsU $lambda $ft $Ets
uniaxialMaterial Concrete02 $Uconc $fc $seps_c $fcu $seps_cu 0.1 $ft $Ets

# Confined concrete 1
set Ecc 25325. ;# Elastic modulus
set Gcc [expr $Ecc/(2.*(1.$mu_conc))] ;# Shear modulus
set fcc -31.67 ;# Compressive strength
set eps_cc [expr 2.*$fcc/$Ecc] ;# Deformation at compressive strength
set fccu [expr $fcc*0.2] ;# Crushing strength
set eps_ccu -0.01137 ;# Strain at crushing strength
set ftc 3.38 ;# Tensile strength
set eps_tc [expr $ftc/$Ecc] ;# Deformation at tensile strength
set Ets [expr $ftc/0.002*1.e5] ;# High value to neglect tension
softening/stiffening
set Cconc 2

#
#matTag $fpc $sepsc0 $fpcu $sepsU $lambda
$ft $Ets
uniaxialMaterial Concrete02 $Cconc $fcc $seps_cc $fccu $seps_ccu 0.1
$ftc $Ets

# Steel
# -----
set gamma_s [expr 7850.0e-9*9.807] ;# Steel self-weight (force/volume)
set mu_steel 0.3 ;# Poisson ratio

# Steel material #1
set Es 200000. ;# Elastic modulus
set Gs [expr $Es/(2.*(1.$mu_steel))] ;# Shear modulus
set Fy 400. ;# Yield stress
set Fu 500. ;# Ultimate stress
set eps_y [expr $Fy/$Es]
set eps_u 0.1 ;# Strain at ultimate stress
set bs [expr ($Fu-$Fy)/($eps_u-$eps_y)/$Es] ;# Slope ratio (hardening/elastic)
set steel_1 3

#
Steel02 $matTag $Fy $E $b $R0 $cR1 $cR2 <$a1 $a2 $a3 $a4 $sigInit>
uniaxialMaterial Steel02 $steel_1 $Fy $Es $bs 18. 0.925 0.15

# =====
# MODEL DEFINITION (p.32-35 of PJ)
# =====

# Storeys properties
# -----
# Z elevation
# -----
# Floor0 Floor1 ...
set Zstorey [list 0. 4850. 8500. 12150. 15800. 19450. 23100. 26750. 30400. 34050. 37700.
41350. 45000. 48650.] ;# Floor 0 included

if {$Dir == 1} {
  set Xe 0.
  set Ye [expr -1487.5]
} elseif {$Dir == 2} {
  set Xe [expr 1487.5]
  set Ye 0.
}

# X centre of mass
# -----
# Floor1 Floor2 ...
set XCM [list 14500. 14500. 14500. 14500. 14500. 14500. 14500. 14500. 14500. 14500.
14500. 14500.] ;# No mass at base (floor 0 not included)

```



2015-07-11

ANNEXE B - Code OpenSees du WCMM

p.4

```

set NewmarkBeta 0.25 ;# Newmark-integrator beta parameter
set DtRecorder 0.005 ;# Recorder Dt

# =====
# STRUCTURE DEFINITION (p.32-35 of PJ)
# =====
set FiberTag 0

# Shear flexibility
# -----
set shear_flex 1 ;# 1=shear flexibility and 0=no shear flexibility

# Section discretization of C-shaped walls (C-walls)
# -----
set nCWall 0

# Wall 1 (C-wall)
# -----
# Input
set X 13500. ;# X localisation
set Y 11500. ;# Y localisation
set teta 90. ;# Rotation angle (in degrees)
set b 6400. ;# Width
set d 3200. ;# Depth
set tw 400. ;# Web thickness
set tf 400. ;# Flanges thickness
set Wbase 0 ;# Floor number at the base of the wall
(lowest floor is 0)
set Wtop 13 ;# Floor number at the top of the wall
(lowest floor is 0)
set Zone [list 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1] ;# C-wall zone to be used for each storey
set SSF [list 0.5 0.833 0.833 0.833 0.833 0.2 0.2 0.2 0.833 0.833 0.833 0.833]
;# Shear spring factor to be used for each storey
set MRLS 1825. ;# Maximum rigid links spacing
set P [list 581. 803. 804. 804. 804. 806. 806. 808. 810. 816. 855. 814. 985.] ;# P
(positive downward) at cross-section CG(kN) of each floor (including wall self-weight)

set nCWall [expr $nCWall+1]

# Zone 1
set cover 50. ;# Concrete cover
set covFiber 25. ;# Maximum concrete cover fiber size

# Left flange
set ti $tf
set hi $d

# Specify the core zones in the concrete section
array unset Core
#
set Core(1) [list 0. 50. $Uconc 200. 100.]
set Core(2) [list 50. 350. $Cconc 100. 100.]
set Core(3) [list 350. 2850. $Uconc 200. 100.]
set Core(4) [list 2850. 3150. $Cconc 100. 100.]
set Core(5) [list 3150. 3200. $Uconc 200. 100.]

set nCore [array size Core]
set FiberTag [expr $FiberTag+1]

section Fiber $FiberTag -GJ [expr $Gc*($hi*pow($ti,3)/3)*$FJC] {
# Concrete patch core $nIJ $nJK
$yI $zI $yJ
$zJ $yK $zK
$yL $zL
patch quad $Uconc 1 [expr int(ceil($hi/$covFiber))] [expr -$ti/2.]
[expr -$hi/2.] [expr -($ti/2.-$cover)] [expr -$hi/2.] [expr -

```

```

$sti/2.-$cover)] [expr $hi/2.] [expr -$sti/2.] [expr $hi/2.] ;#
Left cover
patch quad $Uconc 1 [expr int(ceil($hi/$covFiber))] [expr ($sti/2.-
$cover)] [expr -$hi/2.] [expr $sti/2.] [expr -$hi/2.] [expr $sti
/2.] [expr $hi/2.] [expr ($sti/2.-$cover)] [expr $hi/2.] ;#
Right cover

for {set k 1} {$k <= $nCore} {incr k 1} {
  set Zbeg [lindex $Core($k) 0]
  set Zend [lindex $Core($k) 1]
  set CoreMat [lindex $Core($k) 2]
  set CoreFibY [lindex $Core($k) 3]
  set CoreFibZ [lindex $Core($k) 4]
  # Concrete patch core $nIJ
  $nJK $yI
  $zI $yJ $zJ
  $yK $zK $yL $zL
  patch quad $CoreMat [expr int(ceil(($sti-2*$cover)/$CoreFibY))] [expr
int(ceil(($Zend-$Zbeg)/$CoreFibZ))] [expr -($sti/2.-$cover)] [expr $Zbeg-
$hi/2.] [expr ($sti/2.-$cover)] [expr $Zbeg-$hi/2.] [expr ($sti/2.-$cover)]
[expr $Zend-$hi/2.] [expr -($sti/2.-$cover)] [expr $Zend-$hi/2.] ;#
Concrete core
}
# Rebars
#layer straight $matTag $numBars $areaBar $yStart $zStart $yEnd $zEnd
layer straight $steel_1 2 500. -137.5 -1537.5 -137.5 -1262.5
;# 2x25M inside (bottom)
layer straight $steel_1 2 500. 137.5 -1537.5 137.5 -1262.5
;# 2x25M outside (bottom)
layer straight $steel_1 2 500. -137.5 1537.5 -137.5 1262.5
;# 2x25M inside (corner)
layer straight $steel_1 2 500. 137.5 1537.5 137.5 1262.5
;# 2x25M outside (corner)
layer straight $steel_1 12 100. -137.5 -1100. -137.5 1100.
;# 12x10M inside (distributed)
layer straight $steel_1 12 100. 137.5 -1100. 137.5 1100.
;# 12x10M outside (distributed)
}

# Web
set ti $tw
set hi [expr $b-2*$tf]

# Specify the core zones in the concrete section
array unset Core
# Z_beg Z_end MatTag FiberDimY FiberDimZ
set Core(1) [list 0. 5600. $Uconc 200. 100.]

set nCore [array size Core]
set FiberTag [expr $FiberTag+1]

section Fiber $FiberTag -GJ [expr $Gc*($hi*pow($sti,3)/3)*$FJC] {
  # Concrete patch core $nIJ $nJK
  $yI $zI $yJ $zJ
  $zJ $yK $zL $zK
  $yL
  patch quad $Uconc 1 [expr int(ceil($hi/$covFiber))] [expr -$sti/2.]
[expr -$hi/2.] [expr -($sti/2.-$cover)] [expr -$hi/2.] [expr -(
$sti/2.-$cover)] [expr $hi/2.] [expr -$sti/2.] [expr $hi/2.] ;#
Left cover
patch quad $Uconc 1 [expr int(ceil($hi/$covFiber))] [expr ($sti/2.-
$cover)] [expr -$hi/2.] [expr $sti/2.] [expr -$hi/2.] [expr $sti
/2.] [expr $hi/2.] [expr ($sti/2.-$cover)] [expr $hi/2.] ;#
Right cover

for {set k 1} {$k <= $nCore} {incr k 1} {

```



```

set Zbeg [lindex $Core($k) 0]
set Zend [lindex $Core($k) 1]
set CoreMat [lindex $Core($k) 2]
set CoreFibY [lindex $Core($k) 3]
set CoreFibZ [lindex $Core($k) 4]
# Concrete patch core $nIJ
$nJK
$zI $yJ $yI $zJ
$yK $zK $yL $zL
patch quad $CoreMat [expr int(ceil(($ti-2*$cover)/$CoreFibY))] [expr
int(ceil(($Zend-$Zbeg)/$CoreFibZ))] [expr -($ti/2.-$cover)] [expr $Zbeg-
$hi/2.] [expr ($ti/2.-$cover)] [expr $Zbeg-$hi/2.] [expr ($ti/2.-$cover)]
[expr $Zend-$hi/2.] [expr -($ti/2.-$cover)] [expr $Zend-$hi/2.] ;#
Concrete core
}
# Rebars
#layer straight $matTag $numBars $areaBar $yStart $zStart $yEnd $zEnd
layer straight $steel_1 27 100. -137.5 -2600. -137.5 2600.
;# 27x10M inside (distributed)
layer straight $steel_1 27 100. 137.5 -2600. 137.5 2600.
;# 27x10M outside (distributed)
}

# Right flange
set ti $tf
set hi $d

# Specify the core zones in the concrete section
array unset Core
#
set Core(1) [list 0. 50. $Uconc 200. 100.]
set Core(2) [list 50. 350. $Cconc 100. 100.]
set Core(3) [list 350. 2850. $Uconc 200. 100.]
set Core(4) [list 2850. 3150. $Cconc 100. 100.]
set Core(5) [list 3150. 3200. $Uconc 200. 100.]

set nCore [array size Core]
set FiberTag [expr $FiberTag+1]

section Fiber $FiberTag -GJ [expr $Gc*($hi*pow($ti,3)/3)*$FJC] {
# Concrete patch core $nIJ $nJK
$yI $zI $yJ $zJ
$zI $yK $zK $yL $zL
patch quad $Uconc 1 [expr int(ceil($hi/$covFiber))] [expr -($ti/2.)
[expr -($hi/2.) [expr -($ti/2.-$cover)] [expr -($hi/2.) [expr -($
$ti/2.-$cover)] [expr $hi/2.] [expr -($ti/2.) [expr $hi/2.] ;#
Left cover
patch quad $Uconc 1 [expr int(ceil($hi/$covFiber))] [expr ($ti/2.-
$cover)] [expr -($hi/2.) [expr $ti/2.] [expr -($hi/2.) [expr $ti
/2.] [expr $hi/2.] [expr ($ti/2.-$cover)] [expr $hi/2.] ;#
Right cover

for {set k 1} {$k <= $nCore} {incr k 1} {
set Zbeg [lindex $Core($k) 0]
set Zend [lindex $Core($k) 1]
set CoreMat [lindex $Core($k) 2]
set CoreFibY [lindex $Core($k) 3]
set CoreFibZ [lindex $Core($k) 4]
# Concrete patch core $nIJ
$nJK
$zI $yJ $yI $zJ
$yK $zK $yL $zL
patch quad $CoreMat [expr int(ceil(($ti-2*$cover)/$CoreFibY))] [expr
int(ceil(($Zend-$Zbeg)/$CoreFibZ))] [expr -($ti/2.-$cover)] [expr $Zbeg-
$hi/2.] [expr ($ti/2.-$cover)] [expr $Zbeg-$hi/2.] [expr ($ti/2.-$cover)]

```

```

        [expr $Zend-$hi/2.] [expr -($ti/2.-$cover)] [expr $Zend-$hi/2.] ;#
        Concrete core
    }
    # Rebars
    #layer straight $matTag $numBars $areaBar $yStart $zStart $yEnd $zEnd
    layer straight $steel_1 2 500. -137.5 -1537.5 -137.5 -1262.5
        ;# 2x25M inside (bottom)
    layer straight $steel_1 2 500. 137.5 -1537.5 137.5 -1262.5
        ;# 2x25M outside (bottom)
    layer straight $steel_1 2 500. -137.5 1537.5 -137.5 1262.5
        ;# 2x25M inside (corner)
    layer straight $steel_1 2 500. 137.5 1537.5 137.5 1262.5
        ;# 2x25M outside (corner)
    layer straight $steel_1 12 100. -137.5 -1100. -137.5 1100.
        ;# 12x10M inside (distributed)
    layer straight $steel_1 12 100. 137.5 -1100. 137.5 1100.
        ;# 12x10M outside (distributed)
}

set Cwall($nCwall) [list $X $Y $teta $b $d $tw $tf $Wbase $Wtop $Zone $SSF $MRLS $P]

# Wall 2 (C-wall)
# -----
# Input
set X 15500. ;# X localisation
set Y 17500. ;# Y localisation
set teta -90. ;# Rotation angle (in degrees)
set b 6400. ;# Width
set d 3200. ;# Depth
set tw 400. ;# Web thickness
set tf 400. ;# Flanges thickness
set Wbase 0 ;# Floor number at the base of the wall
(lowest floor is 0)
set Wtop 13 ;# Floor number at the top of the wall
(lowest floor is 0)
set Zone [list 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1] ;# C-wall zone to be used for each storey
set SSF [list 0.5 0.833 0.833 0.833 0.833 0.2 0.2 0.2 0.833 0.833 0.833 0.833 0.833]
;# Shear spring factor to be used for each storey
set MRLS 1825. ;# Maximum rigid links spacing
set P [list 581. 803. 804. 804. 804. 806. 806. 808. 810. 816. 855. 814. 985.] ;# P
(positive downward) at cross-section CG(kN) of each floor (including wall self-weight)

set nCwall [expr $nCwall+1]

set Cwall($nCwall) [list $X $Y $teta $b $d $tw $tf $Wbase $Wtop $Zone $SSF $MRLS $P]

# Section discretization for coupling beams (beams linking two walls together)
# -----
set nCbeam 0

# Coupling beam 1
# -----
set FiberTag [expr $FiberTag+1]
set dimFiber 100. ;# Maximum concrete fiber size
set Ctag $Cconc ;# Concrete material tag (same material for the whole beam)

# Input
set hi 900. ;# Depth
set ti 400. ;# Thickness
set CBbase 1 ;# Floor number of the first coupling beam (lowest floor is 0)
set CBtop 13 ;# Floor number of the last coupling beam (lowest floor is 0)
set Wi 1 ;# Wall "i"
set Wj 2 ;# Wall "j"
set FT $FiberTag

set nCbeam [expr $nCbeam+1]

```

```

section Fiber $FiberTag -GJ [expr $Gc*(($hi*pow($ti,3)/3)] {
  # Concrete patch core $nIJ
  $nJK          $yI          $zI          $yJ
  $zJ          $yK          $zK          $yL          $zL
  patch quad $Ctag [expr int(ceil($ti/$dimFiber))] [expr int(ceil($hi/
$dimFiber))] [expr -$ti/2.] [expr -$hi/2.] [expr $ti/2.] [expr -$hi/2.] [expr
$ti/2.] [expr $hi/2.] [expr -$ti/2.] [expr $hi/2.]

  # Rebars
  #layer straight $matTag $numBars $areaBar $yStart $zStart $yEnd $zEnd
  layer straight $steel_1 2 283. -137.5 387.5 137.5 387.5 ;#
  A=Abar*cos(19.4)
  layer straight $steel_1 2 283. -137.5 312.5 137.5 312.5 ;#
  A=Abar*cos(19.4)
  layer straight $steel_1 2 283. -137.5 -387.5 137.5 -387.5 ;#
  A=Abar*cos(19.4)
  layer straight $steel_1 2 283. -137.5 -312.5 137.5 -312.5 ;#
  A=Abar*cos(19.4)

}

set Cbeam($nCbeam) [list $hi $ti $CBbase $CBtop $Wi $Wj $FT]

# =====
# MODEL GENERATION (p.33-34 of PJ)
# =====

# tag X Y Z
geomTransf Linear 1 0 0 1 ;# Horizontal rigid links

# Centre of mass nodes
# -----
for {set j 1} {$j <= [expr [lindex $Zstorey]-1]} {incr j 1} {
  set temp [expr $j-1]
  set Xtemp [expr [lindex $XCM $temp]+[lindex $Xeccc $temp]]
  set Ytemp [expr [lindex $YCM $temp]+[lindex $Yeccc $temp]]
  set XY [lindex $XY_mass $temp]
  set Rz [lindex $Rz_mass $temp]
  # Tag X Y Z
  node $j $Xtemp $Ytemp [lindex $Zstorey $j]
  # tag DX DY DZ RX RY RZ
  fix $j 0 0 1 1 1 0 ;# Fixing non-constrained DoF of rigid diaphragm
  command to ensure that the nodes are not "hanging"
  #mass $nodeTag (ndf $massValues)
  mass $j $XY $XY 0. 0. 0. $Rz
}

# C-Walls
# -----
for {set i 1} {$i <= [array size Cwall]} {incr i 1} {

  set X [lindex $Cwall($i) 0]
  set Y [lindex $Cwall($i) 1]
  set teta [expr [lindex $Cwall($i) 2]*$Pi/180.]
  set b [lindex $Cwall($i) 3]
  set d [lindex $Cwall($i) 4]
  set tw [lindex $Cwall($i) 5]
  set tf [lindex $Cwall($i) 6]
  set Wbase [lindex $Cwall($i) 7]
  set Wtop [lindex $Cwall($i) 8]
  set Zone [lindex $Cwall($i) 9]
  set SSF [lindex $Cwall($i) 10]
  set MRLS [lindex $Cwall($i) 11]

# tag X Y Z

```

```

geomTransf Linear [expr 1+2*$i-1] [expr -sin($teta)] [expr cos($teta)] 0 ;# Flanges
geomTransf Linear [expr 1+2*$i] [expr cos($teta)] [expr sin($teta)] 0 ;# Web

# Base nodes
# -----
# Tag X Z
Y
node [expr $i*10000+2] [expr $X+0*cos($teta)-$d/2.*sin($teta)] [expr
$Y+0*sin($teta)+$d/2.*cos($teta)] [lindex $Zstorey 0] ;# Left flange
node [expr $i*10000+4] [expr $X+($b-$tf)/2.*cos($teta)-($d-$tw/2.)*sin($teta)] [expr
$Y+($b-$tf)/2.*sin($teta)+($d-$tw/2.)*cos($teta)] [lindex $Zstorey 0] ;# Web
node [expr $i*10000+6] [expr $X+($b-$tf)*cos($teta)-$d/2.*sin($teta)] [expr
$Y+($b-$tf)*sin($teta)+$d/2.*cos($teta)] [lindex $Zstorey 0] ;# Right flange

# $nodeTag (ndf $constrValues)
fix [expr $i*10000+2] 1 1 1 1 1
fix [expr $i*10000+4] 1 1 1 1 1
fix [expr $i*10000+6] 1 1 1 1 1

# Wall generation
# -----

for {set j $Wbase} {$j <= [expr $Wtop-1]} {incr j 1} {
set tempj [expr $j+1]
set tempj2 [expr $j-$Wbase]
set StoHeight [expr [lindex $Zstorey $tempj]-[lindex $Zstorey $j]]
set nRL [expr int(ceil($StoHeight/$MRLS))-1] ;# Number of rigid links in the
storey
set RLS [expr $StoHeight/($nRL+1)]
set count_RLn [expr $i*10000+$j*100+7]
set count_ZLn [expr $i*10000+6000+$j*100]
set count_Fn [expr $i*10000+($j+1)*100]

# Nodes
# -----
# Rigid links
for {set k 1} {$k <= $nRL} {incr k 1} {
set Znode [expr [lindex $Zstorey $j]+double($k)/($nRL+1)*$StoHeight]
# Tag
X
Y
Z
node [expr $count_RLn+7*$k-6] [expr $X+0*cos($teta)-0*sin($teta)]
[expr $Y+0*sin($teta)+0*cos($teta)]
$Znode ;# Bottom left flange
node [expr $count_RLn+7*$k-5] [expr $X+0*cos($teta)-$d/2.*sin($teta)]
[expr $Y+0*sin($teta)+$d/2.*cos($teta)]
$Znode ;# Left flange
node [expr $count_RLn+7*$k-4] [expr $X+0*cos($teta)-($d-$tw/2.)*sin($teta)]
[expr $Y+0*sin($teta)+($d-$tw/2.)*cos($teta)] $Znode ;#
Top left corner
node [expr $count_RLn+7*$k-3] [expr $X+($b-$tf)/2.*cos($teta)-($d-$tw/2.)*sin
($teta)] [expr $Y+($b-$tf)/2.*sin($teta)+($d-$tw/2.)*cos($teta)] $Znode ;# Web
node [expr $count_RLn+7*$k-2] [expr $X+($b-$tf)*cos($teta)-($d-$tw/2.)*sin(
$teta)] [expr $Y+($b-$tf)*sin($teta)+($d-$tw/2.)*cos($teta)] $Znode ;#
Top right corner
node [expr $count_RLn+7*$k-1] [expr $X+($b-$tf)*cos($teta)-$d/2.*sin($teta)]
[expr $Y+($b-$tf)*sin($teta)+$d/2.*cos($teta)] $Znode ;#
Right flange
node [expr $count_RLn+7*$k] [expr $X+($b-$tf)*cos($teta)-0*sin($teta)]
[expr $Y+($b-$tf)*sin($teta)+0*cos($teta)] $Znode ;
# Bottom right flange
}

# Zero-length
for {set k 1} {$k <= [expr $nRL+1]} {incr k 1} {
set Znode2 [expr [lindex $Zstorey $j]+$StoHeight/($nRL+1)*0.5*(2*$k-1)]

```

```

#      Tag
X
Y
node [expr $count_ZLn+1]      [expr $X+0*cos($teta)-$d/2.*sin($teta)]      Z
                                [expr $Y+0*sin($teta)+$d/2.*cos($teta)]
$Znode2 ;# Left flange (1st Zero-length element node)
node [expr $count_ZLn+2]      [expr $X+0*cos($teta)-$d/2.*sin($teta)]
                                [expr $Y+0*sin($teta)+$d/2.*cos($teta)]
$Znode2 ;# Left flange (2nd Zero-length element node)
node [expr $count_ZLn+3]      [expr $X+($b-$tf)/2.*cos($teta)-($d-$tw/2.)*sin($teta)]
                                [expr $Y+($b-$tf)/2.*sin($teta)+($d-$tw/2.)*cos($teta)] $Znode2 ;# Web
(1st Zero-length element node)
node [expr $count_ZLn+4]      [expr $X+($b-$tf)/2.*cos($teta)-($d-$tw/2.)*sin($teta)]
                                [expr $Y+($b-$tf)/2.*sin($teta)+($d-$tw/2.)*cos($teta)] $Znode2 ;# Web
(2nd Zero-length element node)
node [expr $count_ZLn+5]      [expr $X+($b-$tf)*cos($teta)-$d/2.*sin($teta)]
                                [expr $Y+($b-$tf)*sin($teta)+$d/2.*cos($teta)]      $Znode2 ;#
Right flange (1st Zero-length element node)
node [expr $count_ZLn+6]      [expr $X+($b-$tf)*cos($teta)-$d/2.*sin($teta)]
                                [expr $Y+($b-$tf)*sin($teta)+$d/2.*cos($teta)]      $Znode2 ;#
Right flange (2nd Zero-length element node)

set count_ZLn [expr $count_ZLn+6]
}

# Floor level
set Znode [lindex $Zstorey $tempj]
#      Tag                X
Y
node [expr $count_Fn+1] [expr $X+0*cos($teta)-0*sin($teta)]      [
expr $Y+0*sin($teta)+0*cos($teta)]      $Znode ;# Bottom left flange
node [expr $count_Fn+2] [expr $X+0*cos($teta)-$d/2.*sin($teta)]      [
expr $Y+0*sin($teta)+$d/2.*cos($teta)]      $Znode ;# Left flange
node [expr $count_Fn+3] [expr $X+0*cos($teta)-($d-$tw/2.)*sin($teta)]      [
expr $Y+0*sin($teta)+($d-$tw/2.)*cos($teta)]      $Znode ;# Top left corner
node [expr $count_Fn+4] [expr $X+($b-$tf)/2.*cos($teta)-($d-$tw/2.)*sin($teta)]      [
expr $Y+($b-$tf)/2.*sin($teta)+($d-$tw/2.)*cos($teta)]      $Znode ;# Web
node [expr $count_Fn+5] [expr $X+($b-$tf)*cos($teta)-($d-$tw/2.)*sin($teta)]      [
expr $Y+($b-$tf)*sin($teta)+($d-$tw/2.)*cos($teta)]      $Znode ;# Top right corner
node [expr $count_Fn+6] [expr $X+($b-$tf)*cos($teta)-$d/2.*sin($teta)]      [
expr $Y+($b-$tf)*sin($teta)+$d/2.*cos($teta)]      $Znode ;# Right flange
node [expr $count_Fn+7] [expr $X+($b-$tf)*cos($teta)-0*sin($teta)]      [
expr $Y+($b-$tf)*sin($teta)+0*cos($teta)]      $Znode ;# Bottom right
flange

#      $perpDirn $masterNodeTag $slaveNodeTag1 $slaveNodeTag2
rigidDiaphragm 3      $tempj      [expr $count_Fn+1] [expr $count_Fn+2] [expr
$count_Fn+3] [expr $count_Fn+4] [expr $count_Fn+5] [expr $count_Fn+6] [expr
$count_Fn+7]

# Elements
# -----
set count_ZLn [expr $i*10000+6000+$j*100] ;# Reset count_ZLn for elements
generation
set count_BC [expr $i*10000+$j*100]
set count_Gmat [expr $i*10000+$j*100]
set count_ZL [expr $i*10000+6000+$j*100]
set count_RL [expr $i*10000+3000+$j*100+6]
set count_FRL [expr $i*10000+3000+($j+1)*100]
set SecTag [lindex $Zone $tempj2]

# Flange elements (rigid links)
set ti_f $tf
set bi_f $RLS
set Ai_f [expr $ti_f*$bi_f*1.e4] ;# In-plane axial stiffness
set Ji_f [expr $bi_f*pow($ti_f,3)/3*$FJUL]

```

```

set Izi_f [expr $bi_f*pow($sti_f,3)/12.*$FIZL] ;# Out-of-plane bending stiffness
set Iyi_f [expr $sti_f*pow($bi_f,3)/12.*1.e4] ;# In-plane bending stiffness of
the structure

# Web elements (rigid links)
set ti_w $tw
set bi_w $RLS
set Ai_w [expr $sti_w*$bi_w*1.e4] ;# In-plane axial stiffness
set Ji_w [expr $bi_w*pow($sti_w,3)/3*$FJL]
set Izi_w [expr $bi_w*pow($sti_w,3)/12.*$FIZL] ;# Out-of-plane bending stiffness
set Iyi_w [expr $sti_w*pow($bi_w,3)/12.*1.e4] ;# In-plane bending stiffness of
the structure

for {set k 1} {$k <= [expr $nRL+1]} {incr k 1} {
  if {$k <= $nRL} {
    set count_choice [expr $count_RLn+7*$k]
  } else {
    set count_choice [expr $count_Fn+7]
  }
}

# Beam-columns
#
# $jNode $eleTag $numIntgrPts $secTag $iNode $transfTag
element dispBeamColumn [expr $count_BC+6*$k-5] [expr $count_BC+7*$k-5] [expr
$count_ZLn+1] 5 [expr 3*$SecTag-2] [expr 1+2*$i-1] ;# Left
flange (1st half)
element dispBeamColumn [expr $count_BC+6*$k-4] [expr $count_BC+7*$k-3] [expr
$count_ZLn+3] 5 [expr 3*$SecTag-1] [expr 1+2*$i] ;# Web (1st
half)
element dispBeamColumn [expr $count_BC+6*$k-3] [expr $count_BC+7*$k-1] [expr
$count_ZLn+5] 5 [expr 3*$SecTag] [expr 1+2*$i-1] ;# Right
flange (1st half)

element dispBeamColumn [expr $count_BC+6*$k-2] [expr $count_ZLn+2] [expr
$count_choice-5] 5 [expr 3*$SecTag-2] [expr 1+2*$i-1] ;# Left
flange (2nd half)
element dispBeamColumn [expr $count_BC+6*$k-1] [expr $count_ZLn+4] [expr
$count_choice-3] 5 [expr 3*$SecTag-1] [expr 1+2*$i] ;# Web (2nd
half)
element dispBeamColumn [expr $count_BC+6*$k] [expr $count_ZLn+6] [expr
$count_choice-1] 5 [expr 3*$SecTag] [expr 1+2*$i-1] ;# Right
flange (2nd half)

if {$shear_flex == 1} {
  # Zero-length (same local axes as fiber element)
  # Flanges shear stiffness
  set Gf1 [expr $Gc*$d*$tf/$RLS*[lindex $SSF $tempj2]]
  uniaxialMaterial Elastic [expr $count_Gmat+1] $Gf1 ;#
  In-plane shear stiffness
  uniaxialMaterial Elastic [expr $count_Gmat+2] [expr 0.25*$Gf1] ;#
  Out-of-plane shear stiffness (25% of in-plane stiffness (Beyer et al.,
  2008))
  # Web shear stiffness
  set Gweb [expr $Gc*( $b-2*$tf)*$tw/$RLS*[lindex $SSF $tempj2]]
  uniaxialMaterial Elastic [expr $count_Gmat+3] $Gweb ;#
  In-plane shear stiffness
  uniaxialMaterial Elastic [expr $count_Gmat+4] [expr 0.25*$Gweb] ;#
  Out-of-plane shear stiffness (25% of in-plane stiffness (Beyer et al.,
  2008))

  #
  $eleTag $iNode
  $jNode -mat $matTag1 $matTag2 ... -dir
  $dir1 $dir2 ...<-doRayleigh $rFlag> <-orient $x1 $x2 $x3
  $yp1 $yp2 $yp3>
  element zeroLength [expr $count_ZL+1] [expr $count_ZLn+1] [expr
  $count_ZLn+2] -mat [expr $count_Gmat+1] [expr $count_Gmat+2] -dir 3 2

```

```

        -doRayleigh 1          -orient 0 0 1          [expr cos($teta)] [
expr sin($teta)] 0 ;# Left flange
element zeroLength [expr $count_ZL+2] [expr $count_ZLn+3] [expr
$count_ZLn+4] -mat [expr $count_Gmat+3] [expr $count_Gmat+4] -dir 3 2
        -doRayleigh 1          -orient 0 0 1          [expr sin($teta)] [
expr -cos($teta)] 0 ;# Web
element zeroLength [expr $count_ZL+3] [expr $count_ZLn+5] [expr
$count_ZLn+6] -mat [expr $count_Gmat+1] [expr $count_Gmat+2] -dir 3 2
        -doRayleigh 1          -orient 0 0 1          [expr cos($teta)] [
expr sin($teta)] 0 ;# Right flange

#       masterNode       slaveNode       $dof ...
equalDOF [expr $count_ZLn+1] [expr $count_ZLn+2] 3 4 5 6      ;# Left
flange
equalDOF [expr $count_ZLn+3] [expr $count_ZLn+4] 3 4 5 6      ;# Web
equalDOF [expr $count_ZLn+5] [expr $count_ZLn+6] 3 4 5 6      ;# Right
flange
} else {
#       masterNode       slaveNode       $dof ...
equalDOF [expr $count_ZLn+1] [expr $count_ZLn+2] 1 2 3 4 5 6  ;# Left
flange
equalDOF [expr $count_ZLn+3] [expr $count_ZLn+4] 1 2 3 4 5 6  ;# Web
equalDOF [expr $count_ZLn+5] [expr $count_ZLn+6] 1 2 3 4 5 6  ;# Right
flange
}
set count_ZLn [expr $count_ZLn+6]
set count_Gmat [expr $count_Gmat+4]
set count_ZL [expr $count_ZL+3]
}

# Rigid links (between floors)
for {set k 1} {$k <= $nRL} {incr k 1} {
#       tag
#       iNode           jNode           A       E       G
#       J       Iy       Iz       transTag
element elasticBeamColumn [expr $count_RL+6*$k-5] [expr $count_RLn+7*$k-6]
[expr $count_RLn+7*$k-5] $Ai_f $Ec $Gc $Ji_f $Iyi_f $Izi_f 1 ;#
Left flange (1st half)
element elasticBeamColumn [expr $count_RL+6*$k-4] [expr $count_RLn+7*$k-5]
[expr $count_RLn+7*$k-4] $Ai_f $Ec $Gc $Ji_f $Iyi_f $Izi_f 1 ;#
Left flange (2nd half)
element elasticBeamColumn [expr $count_RL+6*$k-3] [expr $count_RLn+7*$k-4]
[expr $count_RLn+7*$k-3] $Ai_w $Ec $Gc $Ji_w $Iyi_w $Izi_w 1 ;#
Web (1st half)
element elasticBeamColumn [expr $count_RL+6*$k-2] [expr $count_RLn+7*$k-3]
[expr $count_RLn+7*$k-2] $Ai_w $Ec $Gc $Ji_w $Iyi_w $Izi_w 1 ;#
Web (2nd half)
element elasticBeamColumn [expr $count_RL+6*$k-1] [expr $count_RLn+7*$k-2]
[expr $count_RLn+7*$k-1] $Ai_f $Ec $Gc $Ji_f $Iyi_f $Izi_f 1 ;#
Right flange (1st half)
element elasticBeamColumn [expr $count_RL+6*$k] [expr $count_RLn+7*$k-1]
[expr $count_RLn+7*$k] $Ai_f $Ec $Gc $Ji_f $Iyi_f $Izi_f 1 ;#
Right flange (2nd half)
}

# Rigid links (at floors)
#       tag
#       jNode           A       E       G       J       Iy       iNode
#       Iz       transTag
element elasticBeamColumn [expr $count_FRL+1] [expr $count_Fn+1] [expr $count_Fn
+2] $Ai_f $Ec $Gc $Ji_f $Iyi_f $Izi_f 1 ;# Left flange (1st half)
element elasticBeamColumn [expr $count_FRL+2] [expr $count_Fn+2] [expr $count_Fn
+3] $Ai_f $Ec $Gc $Ji_f $Iyi_f $Izi_f 1 ;# Left flange (2nd half)
element elasticBeamColumn [expr $count_FRL+3] [expr $count_Fn+3] [expr $count_Fn
+4] $Ai_w $Ec $Gc $Ji_w $Iyi_w $Izi_w 1 ;# Web (1st half)
element elasticBeamColumn [expr $count_FRL+4] [expr $count_Fn+4] [expr $count_Fn
+5] $Ai_w $Ec $Gc $Ji_w $Iyi_w $Izi_w 1 ;# Web (2nd half)

```

```

element elasticBeamColumn [expr $count_FRL+5] [expr $count_Fn+5] [expr $count_Fn
+6] $Ai_f $Ec $Gc $Ji_f $Iyi_f $Izi_f 1 ;# Right flange (1st half)
element elasticBeamColumn [expr $count_FRL+6] [expr $count_Fn+6] [expr $count_Fn
+7] $Ai_f $Ec $Gc $Ji_f $Iyi_f $Izi_f 1 ;# Right flange (2nd half)

}
}

# P-Walls
# -----
for {set i [expr [array size Cwall]+1]} {$i <= [expr [array size Cwall]+[array size Pwall
]]} {incr i 1} {
  set tempi [expr $i-[array size Cwall]]

  set X [lindex $Pwall($tempi) 0]
  set Y [lindex $Pwall($tempi) 1]
  set teta [expr [lindex $Pwall($tempi) 2]*$Pi/180.]
  set d [lindex $Pwall($tempi) 3]
  set tw [lindex $Pwall($tempi) 4]
  set Wbase [lindex $Pwall($tempi) 5]
  set Wtop [lindex $Pwall($tempi) 6]
  set Zone [lindex $Pwall($tempi) 7]
  set SSF [lindex $Pwall($tempi) 8]
  set MRLS [lindex $Pwall($tempi) 9]

  #          tag          X          Y          Z
  geomTransf Linear [expr 1+($i-$tempi)*2+$i] [expr cos($teta)] [expr sin($teta)] 0
  ;# Wall

  # Base nodes
  # -----
  #          Tag          X          Y          Z
  node [expr $i*10000+2] [expr $X+$d/2.*cos($teta)] [expr $Y+$d/2.*sin($teta)] [lindex
  $Zstorey 0]

  # $nodeTag          (ndf $constrValues)
  fix [expr $i*10000+2] 1 1 1 1 1

  # Wall generation
  # -----

  for {set j $Wbase} {$j <= [expr $Wtop-1]} {incr j 1} {
    set tempj [expr $j+1]
    set tempj2 [expr $j-$Wbase]
    set StoHeight [expr [lindex $Zstorey $tempj]-[lindex $Zstorey $j]]
    set nRL [expr int(ceil($StoHeight/$MRLS))-1] ;# Number of rigid links in the
    storey
    set RLS [expr $StoHeight/($nRL+1)]
    set count_RLn [expr $i*10000+$j*100+3]
    set count_ZLn [expr $i*10000+6000+$j*100]
    set count_Fn [expr $i*10000+($j+1)*100]

    # Nodes
    # -----
    # Rigid links
    for {set k 1} {$k <= $nRL} {incr k 1} {
      set Znode [expr [lindex $Zstorey $j]+double($k)/($nRL+1)*$StoHeight]
      #          Tag          X          Y          Z
      node [expr $count_RLn+3*$k-2] $X $Y $Znode ;# Bottom node
      node [expr $count_RLn+3*$k-1] [expr $X+$d/2.*cos($teta)] [expr $Y+$d/2.*sin(
      $teta)] $Znode ;# Middle node
      node [expr $count_RLn+3*$k] [expr $X+$d*cos($teta)] [expr $Y+$d*sin(
      $teta)] $Znode ;# Top node
    }
  }
}

```



```

# Zero-length
for {set k 1} {$k <= [expr $nRL+1]} {incr k 1} {
  set Znode2 [expr [lindex $Zstorey $j]+$StoHeight/($nRL+1)*0.5*(2*$k-1)]
  #   Tag           X           Y           Z
  node [expr $count_ZLn+1] [expr $X+$d/2.*cos($teta)] [expr $Y+$d/2.*sin($teta)] $Znode2 ;# Wall 1st node
  node [expr $count_ZLn+2] [expr $X+$d/2.*cos($teta)] [expr $Y+$d/2.*sin($teta)] $Znode2 ;# Wall 2nd node

  set count_ZLn [expr $count_ZLn+2]
}

# Floor level
set Znode [lindex $Zstorey $tempj]
#   Tag           X           Y           Z
node [expr $count_Fn+1] $X           $Y           $Znode ;# Bottom node
node [expr $count_Fn+2] [expr $X+$d/2.*cos($teta)] [expr $Y+$d/2.*sin($teta)] $Znode ;# Middle node
node [expr $count_Fn+3] [expr $X+$d*cos($teta)] [expr $Y+$d*sin($teta)] $Znode ;# Top node

#           $perpDirn $masterNodeTag $slaveNodeTag1 $slaveNodeTag2
rigidDiaphragm 3           $tempj           [expr $count_Fn+1] [expr $count_Fn+2] [expr $count_Fn+3]

# Elements
# -----
set count_ZLn [expr $i*10000+6000+$j*100] ;# Reset count_ZLn for elements generation
set count_BC [expr $i*10000+$j*100]
set count_Gmat [expr $i*10000+$j*100]
set count_ZL [expr $i*10000+6000+$j*100]
set count_RL [expr $i*10000+3000+$j*100+2]
set count_FRL [expr $i*10000+3000+($j+1)*100]
set SecTag [lindex $Zzone $tempj2]

# Web elements (rigid links)
set ti_w $tw
set bi_w $RSL
set Ai_w [expr $ti_w*$bi_w*1.e4] ;# In-plane axial stiffness
set Ji_w [expr $bi_w*pow($ti_w,3)/3*$FJL]
set Izi_w [expr $bi_w*pow($ti_w,3)/12.*$FIZL] ;# Out-of-plane bending stiffness
set Iyi_w [expr $ti_w*pow($bi_w,3)/12.*1.e4] ;# In-plane bending stiffness of the structure

for {set k 1} {$k <= [expr $nRL+1]} {incr k 1} {
  if {$k <= $nRL} {
    set count_choice [expr $count_RLn+3*$k]
  } else {
    set count_choice [expr $count_Fn+3]
  }
}

# Beam-columns
#           $eleTag           $iNode
#           $numIntgrPts $secTag           $transfTag
element dispBeamColumn [expr $count_BC+2*$k-1] [expr $count_BC+3*$k-1] [expr $count_ZLn+1] 5 [expr $SecTag+$FTagCwall] [expr 1+($i-$tempj)*2+$i] ;# Wall (1st half)
element dispBeamColumn [expr $count_BC+2*$k] [expr $count_ZLn+2] [expr $count_choice-1] 5 [expr $SecTag+$FTagCwall] [expr 1+($i-$tempj)*2+$i] ;# Wall (2nd half)

if {$shear_flex == 1} {

```

```

# Zero-length (same local axes as fiber element)
# Wall shear stiffness
set Gwall [expr $Gc*$d*$tw/$RSL* $[lindex$  $SSSF $tempj2]]
uniaxialMaterial Elastic [expr $count_Gmat+1] $Gwall      ;#
In-plane shear stiffness
uniaxialMaterial Elastic [expr $count_Gmat+2] [expr 0.25*$Gwall]      ;#
Out-of-plane shear stiffness (25% of in-plane stiffness (Beyer et al.,
2008))

#
#jNode          $eleTag          $iNode
$dir1 $dir2 ...<-doRayleigh $rFlag>    <-orient $x1 $x2 $x3
$yp1          $yp2          $yp3>
element zeroLength [expr $count_ZL+1] [expr $count_ZLn+1] [expr
$count_ZLn+2] -mat [expr $count_Gmat+1] [expr $count_Gmat+2] -dir 3 2
-doRayleigh 1 -orient 0 0 1 [expr sin($teta)] [
expr -cos($teta)] 0      ;# Wall

#
# masterNode      slaveNode      $dof ...
equalDOF [expr $count_ZLn+1] [expr $count_ZLn+2] 3 4 5 6      ;# Wall
} else {
equalDOF [expr $count_ZLn+1] [expr $count_ZLn+2] 1 2 3 4 5 6      ;# Wall
}

set count_ZLn [expr $count_ZLn+2]
set count_Gmat [expr $count_Gmat+2]
set count_ZL [expr $count_ZL+1]
}

# Rigid links (between floors)
for {set k 1} {$k <= $nRL} {incr k 1} {
#
#
# iNode          tag          jNode          A      E      G
# J      Iy      Iz      transTag
element elasticBeamColumn [expr $count_RL+2*$k-1] [expr $count_RLn+3*$k-2]
[expr $count_RLn+3*$k-1] $Ai_w $Ec $Gc $Ji_w $Iyi_w $Izi_w 1
;# Wall (1st half)
element elasticBeamColumn [expr $count_RL+2*$k] [expr $count_RLn+3*$k-1]
[expr $count_RLn+3*$k] $Ai_w $Ec $Gc $Ji_w $Iyi_w $Izi_w 1
;# Wall (2nd half)
}

# Rigid links (at floors)
#
#
# jNode          A      E      G      J      Iy          iNode      Iz      transTag
element elasticBeamColumn [expr $count_FRL+1] [expr $count_Fn+1] [expr $count_Fn
+2] $Ai_w $Ec $Gc $Ji_w $Iyi_w $Izi_w 1      ;# Wall (1st half)
element elasticBeamColumn [expr $count_FRL+2] [expr $count_Fn+2] [expr $count_Fn
+3] $Ai_w $Ec $Gc $Ji_w $Iyi_w $Izi_w 1      ;# Wall (2nd half)
}
}

# Coupling beams
# -----
for {set i 1} {$i <= [array size Cbeam]} {incr i 1} {
set d [lindex $Cbeam($i) 0]
set tw [lindex $Cbeam($i) 1]
set CBbase [lindex $Cbeam($i) 2]
set CBtop [lindex $Cbeam($i) 3]
set Wi [lindex $Cbeam($i) 4]
set Wj [lindex $Cbeam($i) 5]
set SecTag [lindex $Cbeam($i) 6]

# Beam-column elements
for {set j $CBbase} {$j <= $CBtop} {incr j 1} {

```

```

#                               tag
iNode                           jNode           A           E           G
J                               Iy              Iz
transTag
#element elasticBeamColumn [expr $Wi*10000+8000+10*$j+1] [expr
$Wi*10000+100*$j+1] [expr $Wj*10000+100*$j+7] [expr $d*$tw] $Ec $Gc [expr
$d*pow($tw,3)/3.] [expr $tw*pow($d,3)/12.] [expr $d*pow($tw,3)/12.] 1
;# First coupling beam
#element elasticBeamColumn [expr $Wi*10000+8000+10*$j+2] [expr
$Wi*10000+100*$j+7] [expr $Wj*10000+100*$j+1] [expr $d*$tw] $Ec $Gc [expr
$d*pow($tw,3)/3.] [expr $tw*pow($d,3)/12.] [expr $d*pow($tw,3)/12.] 1
;# Second coupling beam

#                               $eleTag
$iNode                           $jNode           $numIntgrPts $secTag
$transfTag
element dispBeamColumn [expr $Wi*10000+8000+10*$j+1] [expr $Wi*10000+100*$j+1]
[expr $Wj*10000+100*$j+7] 5 $SecTag 1 ;# First coupling
beam
element dispBeamColumn [expr $Wi*10000+8000+10*$j+2] [expr $Wi*10000+100*$j+7]
[expr $Wj*10000+100*$j+1] 5 $SecTag 1 ;# Second coupling
beam
}
}

# Warping beams
# -----
for {set i 1} {$i <= [array size Wbeam]} {incr i 1} {
  set d [lindex $Wbeam($i) 0]
  set tw [lindex $Wbeam($i) 1]
  set WBbase [lindex $Wbeam($i) 2]
  set WBtop [lindex $Wbeam($i) 3]
  set Wi [lindex $Wbeam($i) 4]
  set Ewb [lindex $Wbeam($i) 5]
  set Gwb [lindex $Wbeam($i) 6]

  set Ai_wb [expr $tw*$d]
  set Ji_wb [expr $d*pow($tw,3)/3*$FJL]
  set Izi_wb [expr $d*pow($tw,3)/12.]
  set Iyi_wb [expr $tw*pow($d,3)/12.]

  # Beam-column elements
  for {set j $WBbase} {$j <= $WBtop} {incr j 1} {
    #                               tag
    iNode                           jNode           A           E           G           J
    Iy          Iz          transTag
    element elasticBeamColumn [expr $Wi*10000+9000+10*$j+1] [expr $Wi*10000+100*$j+1]
      [expr $Wi*10000+100*$j+7] $Ai_wb $Ewb $Gwb $Ji_wb $Iyi_wb $Izi_wb 1
  }
}

print "$EQ-Dir$Dir/eleID.out" -ele
print "$EQ-Dir$Dir/node.out" -node

# =====
# GRAVITY LOAD
# =====

if {$grav_awns == 1} {

  set GL_TS 1
  timeSeries Linear $GL_TS

  pattern Plain 1 $GL_TS {
    # C-wall
    # -----

```

```

for {set i 1} {$i <= [array size Cwall]} {incr i 1} {

    set b [lindex $Cwall($i) 3]
    set d [lindex $Cwall($i) 4]
    set tw [lindex $Cwall($i) 5]
    set tf [lindex $Cwall($i) 6]
    set Wbase [lindex $Cwall($i) 7]
    set Wtop [lindex $Cwall($i) 8]
    set P [lindex $Cwall($i) 12]
    set yCG [expr {$d*$tf*$d+($b-2.*$tf)*$tw*($d-$tw/2.)}/(2.*$d*$tw+($b-2.*$tf)*$tw)]

    # Wall generation
    # -----
    for {set j $Wbase} {$j <= [expr $Wtop-1]} {incr j 1} {
        set tempj2 [expr $j-$Wbase]
        set count_Fn [expr $i*10000+($j+1)*100]
        set Pj [expr [lindex $P $tempj2]*1.e3]
        set Ff [expr -$Pj*($d-$yCG-$tw/2.)/($d-$tw)]
        set Fw [expr -$Pj-2*$Ff]

        #   $nodeTag           X Y Z   Rx Ry Rz
        load [expr $count_Fn+2] 0. 0. $Ff 0. 0. 0.
        load [expr $count_Fn+4] 0. 0. $Fw 0. 0. 0.
        load [expr $count_Fn+6] 0. 0. $Ff 0. 0. 0.
    }

}

# P-wall
# -----
for {set i [expr [array size Cwall]+1]} {$i <= [expr [array size Cwall]+[array size Pwall]]} {incr i 1} {

    set tempi [expr $i-[array size Cwall]]
    set P [lindex $Pwall($tempi) 10]

    # Wall generation
    # -----
    for {set j $Wbase} {$j <= [expr $Wtop-1]} {incr j 1} {
        set tempj2 [expr $j-$Wbase]
        set count_Fn [expr $i*10000+($j+1)*100]
        set Pj [expr -[lindex $P $tempj2]*1.e3]

        #   $nodeTag           X Y Z   Rx Ry Rz
        load [expr $count_Fn+2] 0. 0. $Pj 0. 0. 0.
    }

}

# Analysis
# -----
set Tol 1.e-8 ;# Convergence Test: tolerance
set maxNumIter 25 ;# Convergence Test: maximum number of iterations
set printFlag 0 ;# Convergence Test: flag used to print information on convergence (optional)
set TestType EnergyIncr ;# Convergence-test type
test $TestType $Tol $maxNumIter $printFlag

integrator LoadControl 0.1 ;# Create the integration scheme
algorithm Newton ;# Create the solution algorithm
analysis Static ;# Create the analysis object
analyze 10 ;# Perform the analysis in "n" steps
loadConst -time 0.0 ;# hold gravity constant and restart time
}

```

```

# =====
# MODAL ANALYSIS
# =====

if {$Modal_awns == 1} {
  file mkdir "$EQ-Dir$Dir/Modes"

  set lambda [eigen $numModes]
  set omega {}
  set f {}
  set T {}

  foreach lam $lambda {
    lappend omega [expr sqrt($lam)]
    lappend f [expr round(sqrt($lam)/(2*$Pi)*1.e4)/1.e4]
    lappend T [expr round((2*$Pi)/sqrt($lam)*1.e3)/1.e3]
  }

  puts "Periods are $T"

  # Modal participation factors
  # -----
  set mode_file "$EQ-Dir$Dir/Modes/Modal_values.txt"
  set modef [open $mode_file "w"]

  for {set i 1} {$i <= $numModes} {incr i} {

    # Gamma X
    set gamma 0.
    set mass_tot 0.
    for {set j 1} {$j <= [llength $XY_mass]} {incr j 1} {
      set tempj [expr $j-1]
      set massj [lindex $XY_mass $tempj]
      set mass_tot [expr $mass_tot+$massj]
      #
      set phi [nodeEigenvector $nodeTag $i <$dof> 1] ;# Eigen
      vectors are normalized with respect to the mass
      set gamma [expr $gamma+$phi*$massj]
    }
    set X_fact [expr round(pow($gamma,2)/$mass_tot*1.e4)/1.e4]

    # Gamma Y
    set gamma 0.
    set mass_tot 0.
    for {set j 1} {$j <= [llength $XY_mass]} {incr j 1} {
      set tempj [expr $j-1]
      set massj [lindex $XY_mass $tempj]
      set mass_tot [expr $mass_tot+$massj]
      #
      set phi [nodeEigenvector $nodeTag $i <$dof> 2] ;# Eigen
      vectors are normalized with respect to the mass
      set gamma [expr $gamma+$phi*$massj]
    }
    set Y_fact [expr round(pow($gamma,2)/$mass_tot*1.e4)/1.e4]

    # Gamma Rz
    set gamma 0.
    set mass_tot 0.
    for {set j 1} {$j <= [llength $XY_mass]} {incr j 1} {
      set tempj [expr $j-1]
      set massj [lindex $Rz_mass $tempj]
      set mass_tot [expr $mass_tot+$massj]
      #
      set phi [nodeEigenvector $nodeTag $i <$dof> 6] ;# Eigen
      vectors are normalized with respect to the mass
      set gamma [expr $gamma+$phi*$massj]
    }
  }
}

```

```

    }
    set Rz_fact [expr round(pow($gamma,2)/$mass_tot*1.e4)/1.e4]

    set modei [lindex $T [expr $i-1]]
    puts $modef "$modei $X_fact $Y_fact $Rz_fact"
  }
  close $modef
}

# =====
# TIME-HISTORY DYNAMIC ANALYSIS
# =====

if {$Dyn_awns == 1} {
  puts "Performing time history dynamic analysis..."
  # Recorders
  # -----
  recorder Node -file "$EQ-Dir$Dir/Top_disp.out" -time -dT [expr $DtRecorder*0.9999]
  -node 13 -dof 1 2 6 disp
  recorder Node -file "$EQ-Dir$Dir/Reactions.out" -time -dT [expr $DtRecorder*0.9999]
  -node 10002 10004 10006 20002 20004 20006 -dof 1 2 3 4 5 6 reaction

  here (Wall
  1)

  ;# Top elements from

  ;# Top elements from here (Wall 2)
  recorder Element -file "$EQ-Dir$Dir/Storey_forces.out" -time -dT [expr $DtRecorder*
  0.9999] -ele 10001 10002 10003 10101 10102 10103 10201 10202 10203 10301 10302 10303
  10401 10402 10403 10501 10502 10503 10601 10602 10603 10701 10702 10703 10801 10802
  10803 10901 10902 10903 11001 11002 11003 11101 11102 11103 11201 11202 11203 10016
  10017 10018 10110 10111 10112 10210 10211 10212 10310 10311 10312 10410 10411 10412
  10510 10511 10512 10610 10611 10612 10710 10711 10712 10810 10811 10812 10910 10911
  10912 11010 11011 11012 11110 11111 11112 11210 11211 11212 20001 20002 20003 20101
  20102 20103 20201 20202 20203 20301 20302 20303 20401 20402 20403 20501 20502 20503
  20601 20602 20603 20701 20702 20703 20801 20802 20803 20901 20902 20903 21001 21002
  21003 21101 21102 21103 21201 21202 21203 20016 20017 20018 20110 20111 20112 20210
  20211 20212 20310 20311 20312 20410 20411 20412 20510 20511 20512 20610 20611 20612
  20710 20711 20712 20810 20811 20812 20910 20911 20912 21010 21011 21012 21110 21111
  21112 21210 21211 21212 force
  recorder EnvelopeNode -file "$EQ-Dir$Dir/Disp_env_CM.out" -nodeRange 1 13 -dof 1 2 6
  disp
  recorder EnvelopeNode -file "$EQ-Dir$Dir/Disp_env_wall_1.out" -node 10104 10204 10304
  10404 10504 10604 10704 10804 10904 11004 11104 11204 11304 -dof 1 2 3 4 5 6 disp
  recorder EnvelopeNode -file "$EQ-Dir$Dir/Disp_env_wall_2.out" -node 20104 20204 20304
  20404 20504 20604 20704 20804 20904 21004 21104 21204 21304 -dof 1 2 3 4 5 6 disp

  # Rayleigh damping
  # -----
  set m_i [expr $Mode_i-1]
  set m_j [expr $Mode_j-1]
  set wi [lindex $omega $m_i]
  set wj [lindex $omega $m_j]
  # Damping parameters
  set A [expr 2.*$wi*$wj/(pow($wj,2)-pow($wi,2))]
  set a0 [expr $A*($wj*$zeta_i-$wi*$zeta_j)] ;# Mass damping coefficient
  set a1 [expr $A*(-$zeta_i/$wj+$zeta_j/$wi)] ;# Stiffness damping coefficient

  if {$Ray_awns == 1} {
    # $alphaM $betaK $betaKinit $betaKcomm
    rayleigh $a0 0. $a1 0.
  } elseif {$Ray_awns == 2} {
    rayleigh $a0 $a1 0. 0.
  }
}

```

```

} elseif {$Ray_awns == 3} {
    rayleigh $a0 0. 0. $a1
}

# Dynamic Ground-Motion Analysis
# -----
set Tol 1.e-8 ;# Convergence Test: tolerance
set maxNumIter 25 ;# Convergence Test: maximum number of iterations
set printFlag 0 ;# Convergence Test: flag used to print information on
convergence (optional)
set TestType EnergyIncr ;# Convergence-test type
test $TestType $Tol $maxNumIter $printFlag

# $gamma $beta
integrator Newmark $NewmarkGamma $NewmarkBeta
set algorithmType Newton
algorithm $algorithmType
analysis Transient

set IDloadTag 400 ;# Load tag
set AccelSeries 401
timeSeries Path $AccelSeries -dt $Dtfile -filePath $GMfile -factor $GMfact ;# Time
series information
# $patternTag $dir -accel $stsTag
pattern UniformExcitation $IDloadTag $GMdirection -accel $AccelSeries ;# Create
uniform excitation
set Nsteps [expr int($TmaxAnalysis/$DtAnalysis)]

set time_start [clock seconds]
set ok [analyze $Nsteps $DtAnalysis] ;# Perform analysis. Returns ok=0 if analysis
was successful

if {$ok != 0} { ;# Change some analysis parameters to achieve convergence.
Time-controlled analysis.
    set ok 0
    set controlTime [getTime]
    while {$controlTime < $TmaxAnalysis && $ok == 0} {
        set controlTime [getTime]
        set ok [analyze 1 $DtAnalysis]
        if {$ok != 0} {
            puts "Trying Newton with Initial Tangent ..."
            test NormDispIncr $Tol 1000 0
            algorithm Newton -initial
            set ok [analyze 1 $DtAnalysis]
            test $TestType $Tol $maxNumIter 0
            algorithm $algorithmType
        }
        if {$ok != 0} {
            puts "Trying Newton with Line Search ..."
            algorithm NewtonLineSearch .8
            set ok [analyze 1 $DtAnalysis]
            algorithm $algorithmType
        }
        if {$ok != 0} {
            puts "Trying KrylovNewton ..."
            algorithm KrylovNewton
            set ok [analyze 1 $DtAnalysis]
            algorithm $algorithmType
        }
        if {$ok != 0} {
            puts "Trying Newton with Initial Tangent (smaller increment)..."
            test NormDispIncr $Tol 1000 0
            algorithm Newton -initial
            set ok [analyze 1 $DtSmaller]
            test $TestType $Tol $maxNumIter 0
            algorithm $algorithmType
        }
    }
}

```

```

    }
    if {$ok != 0} {
        puts "Trying Newton with Line Search (smaller increment) ..."
        algorithm NewtonLineSearch .8
        set ok [analyze 1 $DtSmaller]
        algorithm $algorithmType
    }
}
if {$ok != 0} {
    puts "The analysis failed at: [getTime]"
} else {
    puts "Ground Motion Done. End Time: [getTime]"
}
set time_taken [expr [clock seconds] - $time_start]
puts "The dynamic analysis took $time_taken seconds."
}

# =====
# DYNAMIC ANALYSIS PARAMETERS (PRINTED)
# =====

if {$Dyn_awns == 1} {
    set zeta_i_p [expr $zeta_i*100.]
    set zeta_j_p [expr $zeta_j*100.]
    set RayStiff [list 0 "{Initial}" "{Tangent}" "{Committed}"]
    set RayDisp [expr [lindex $RayStiff $Ray_awns]]

    set DirList [list 0 "{X}" "{Y}" "{Z}"]
    set DirDisp [expr [lindex $DirList $GMdirection]]
    set TH_time [getTime]

    set param_file "$EQ-Dir$Dir/dyn_param.txt"
    set param_f [open $param_file "w"]
    puts $param_f "*****"
    puts $param_f "*          DYNAMIC ANALYSIS PARAMETERS          *"
    puts $param_f "*****"
    puts $param_f ""
    puts $param_f "Mass (Floor 1 Floor 2 ...)"
    puts $param_f "-----"
    puts $param_f "XY mass (tons)      : $XY_mass"
    puts $param_f "Rz mass (tons-mm2)  : $Rz_mass"
    puts $param_f "X eccentricity (mm) : $Xeccc"
    puts $param_f "Y eccentricity (mm) : $Yeccc"
    puts $param_f ""
    puts $param_f "Rayleigh damping"
    puts $param_f "-----"
    puts $param_f "Mode i : Mode $Mode_i with $zeta_i_p% of critical damping"
    puts $param_f "Mode j : Mode $Mode_j with $zeta_j_p% of critical damping"
    puts $param_f "Type   : $RayDisp stiffness"
    puts $param_f ""
    puts $param_f "Ground motion"
    puts $param_f "-----"
    puts $param_f "GM file      : $GMfile"
    puts $param_f "GM direction : $DirDisp"
    puts $param_f "GM factor    : $GMfact"
    puts $param_f "GM dT       : $Dtfile"
    puts $param_f ""
    puts $param_f "Time history"
    puts $param_f "-----"
    puts $param_f "Newmark Gamma : $NewmarkGamma"
    puts $param_f "Newmark Beta  : $NewmarkBeta"
    puts $param_f "TH end time   : $TH_time seconds"
    puts $param_f "TH dT        : $DtAnalysis"
    puts $param_f "CPU time     : $time_taken seconds"
}

```



```

    close $paramf
}

# =====
# MODAL ANALYSIS (CRACKED CONCRETE)
# =====

# Do a modal analysis? (yes=1 and no=0)
set Modal_awns $Cmodal_awns
set numModes $CnumModes      ;# Specify number of modes to be considered (must be
Num_DynDoF-1).

if {$Modal_awns == 1} {

    set lambda [eigen $numModes]

    set omega {}
    set f {}
    set T {}

    foreach lam $lambda {
        lappend omega [expr sqrt($lam)]
        lappend f [expr round(sqrt($lam)/(2*$Pi)*1.e4)/1.e4]
        lappend T [expr round((2*$Pi)/sqrt($lam)*1.e3)/1.e3]
    }

    puts "Periods (cracked) are $T"

    # Modal participation factors
    # -----
    set mode_file "$EQ-Dir$Dir/Modes/Cracked_modal_values.txt"
    set modef [open $mode_file "w"]

    for {set i 1} {$i <= $numModes} {incr i} {

        # Gamma X
        set gamma 0.
        set mass_tot 0.
        for {set j 1} {$j <= [llength $XY_mass]} {incr j 1} {
            set tempj [expr $j-1]
            set massj [lindex $XY_mass $tempj]
            set mass_tot [expr $mass_tot+$massj]
            #
            $nodeTag $eigenvector(Mode #) <$dof>
            set phi [nodeEigenvector $j $i 1] ;# Eigen
            vectors are normalized with respect to the mass
            set gamma [expr $gamma+$phi*$massj]
        }
        set X_fact [expr round(pow($gamma,2)/$mass_tot*1.e4)/1.e4]

        # Gamma Y
        set gamma 0.
        set mass_tot 0.
        for {set j 1} {$j <= [llength $XY_mass]} {incr j 1} {
            set tempj [expr $j-1]
            set massj [lindex $XY_mass $tempj]
            set mass_tot [expr $mass_tot+$massj]
            #
            $nodeTag $eigenvector(Mode #) <$dof>
            set phi [nodeEigenvector $j $i 2] ;# Eigen
            vectors are normalized with respect to the mass
            set gamma [expr $gamma+$phi*$massj]
        }
        set Y_fact [expr round(pow($gamma,2)/$mass_tot*1.e4)/1.e4]

        # Gamma Rz
        set gamma 0.
        set mass_tot 0.

```

```

for {set j 1} {$j <= [llength $XY_mass]} {incr j 1} {
  set tempj [expr $j-1]
  set massj [lindex $Rz_mass $tempj]
  set mass_tot [expr $mass_tot+$massj]
  #
  set phi [nodeEigenvector $nodeTag $eigenvector(Mode #) <$dof>
  $j $i 6] ;# Eigen
  vectors are normalized with respect to the mass
  set gamma [expr $gamma+$phi*$massj]
}
set Rz_fact [expr round(pow($gamma,2)/$mass_tot*1.e4)/1.e4]

set modei [lindex $T [expr $i-1]]
puts $modef "$modei $X_fact $Y_fact $Rz_fact"
}
close $modef
}

# =====
# DISPLAY
# =====

# Display Deformed Structure
# -----

#puts -nonewline "Display the deformed structure? (Y/N): "
#flush stdout
#set choice [string toupper [gets stdin]]
set choice "N" ;# Display function removed for back-to-back analyses

# Viewing box
set Xmax 30000. ;# Maximum X distance
set Ymax 30000. ;# Maximum Y distance
set Zmax 48000. ;# Maximum Z distance
set Vmax [expr max($Xmax,$Ymax,$Zmax)]

# Default viewing values
set tetaX 10. ;# -90 < tetaX < 0 and 0 < tetaX < 90
set tetaZ 20. ;# -90 < tetaZ < 0 and 0 < tetaZ < 90
set Yvec -1 ;# 1=Y axis pointing outward the screen and -1=Y axis pointing inward
the screen
set Vratio 1.25 ;# "Zoom-out" factor
set dispR 5. ;# Displacement ratio

# Viewing window
set win_W 500 ;# Window width
set win_H 500 ;# Window height

while {$choice == "Y"} {
  puts " "
  puts "*****"
  puts "* STRUCTURE DISPLAY *"
  puts "*****"
  puts "(1) Deformed structure"
  puts "(2) Mode shapes"
  puts "(3) Exit"
  puts -nonewline "Select an option: "
  flush stdout
  set choice [string toupper [gets stdin]]

  while {$choice == 1} {
    puts " "
    puts "Deformed structure options"
    puts "-----"
    puts " (1) Display structure"
    puts " (2) Display options"
  }
}

```

```

puts " (3) Exit"
puts -nonewline "Select an option: "
flush stdout
set choice2 [string toupper [gets stdin]]

if {$choice2 == 1} {
  remove recorders
  # windowTitle $XLoc $YLoc $XPixels $YPixels <-file
  $fileName>
  recorder display "Deformed structure" 0 0 $swin_W $swin_H -wipe

  # Viewing system (all values in global coordinates)
  vrp [expr $Xmax/2.] [expr $Ymax*0] $Zmax ;# Coordinates of local viewing
  system
  vup 0 0 1 ;# View-up vector (defines the
  upward direction)
  vpn [expr $Yvec*tan($tetaX*Pi/180.)] $Yvec [expr tan($tetaZ*Pi/180.)] ;#
  View-plane vector (vector normal to the viewing plane)

  # Viewer (all values in local coordinates)
  # Left Right Top
  Bot
  viewWindow [expr -$Vratio*$Vmax] [expr $Vratio*$Vmax] [expr -$Vratio*
  $Vmax] [expr $Vratio*$Vmax] ;# Coordinates of the window corners relative
  to prp
  display 1 1 $dispR
} elseif {$choice2 == 2} {
  while {$choice2 == 2} {
    puts " "
    puts "Display options:"
    puts " (1) Zoom factor"
    puts " (2) Teta X angle"
    puts " (3) Teta Z angle"
    puts " (4) Displacement ratio"
    puts " (5) Exit"
    puts -nonewline "Select an option: "
    flush stdout
    set choice3 [string toupper [gets stdin]]

    if {$choice3 == 1} {
      puts -nonewline "Specify the zoom factor: "
      flush stdout
      set Zfact [expr double([gets stdin])]
      set Vratio [expr 1/$Zfact]
    } elseif {$choice3 == 2} {
      puts -nonewline "Specify the teta X angle: "
      flush stdout
      set tetaX [gets stdin]
    } elseif {$choice3 == 3} {
      puts -nonewline "Specify the teta Z angle: "
      flush stdout
      set tetaZ [gets stdin]
    } elseif {$choice3 == 4} {
      puts -nonewline "Specify the displacement ratio: "
      flush stdout
      set dispR [gets stdin]
    } else {
      set choice2 5
    }
  }
} else {
  set choice "Y"
}
}

while {$choice == 2} {

```

```

puts " "
puts "Mode shapes options"
puts "-----"
puts " (1) Display mode shape"
puts " (2) Display options"
puts " (3) Exit"
puts -nonewline "Select an option: "
flush stdout
set choice2 [string toupper [gets stdin]]

if {$choice2 == 1} {
  puts -nonewline "Select a mode shape: "
  flush stdout
  set mode_choice [expr int([gets stdin])]

  remove recorders
  #           windowTitle           $XLoc $YLoc $XPixels $YPixels <-file
  $fileName>
  recorder display "Mode $mode_choice" 0 0 $win_W $win_H -wipe

  # Viewing system (all values in global coordinates)
  vrp [expr $Xmax/2.] [expr $Ymax*0] $Zmax ;# Coordinates of local viewing
  system
  vup 0 0 1 ;# View-up vector (defines the
  upward direction)
  vpn [expr $Yvec*tan($tetaX*Pi/180.)] $Yvec [expr tan($tetaZ*Pi/180.)] ;#
  View-plane vector (vector normal to the viewing plane)

  # Viewer (all values in local coordinates)
  #           Left           Right           Top
  Bot
  viewWindow [expr -$Vratio*$Vmax] [expr $Vratio*$Vmax] [expr -$Vratio*
  $Vmax] [expr $Vratio*$Vmax] ;# Coordinates of the window corners relative
  to prp
  display [expr -$mode_choice] 1 $dispR
} elseif {$choice2 == 2} {
  while {$choice2 == 2} {
    puts " "
    puts "Display options:"
    puts " (1) Zoom factor"
    puts " (2) Teta X angle"
    puts " (3) Teta Z angle"
    puts " (4) Displacement ratio"
    puts " (5) Exit"
    puts -nonewline "Select an option: "
    flush stdout
    set choice3 [string toupper [gets stdin]]

    if {$choice3 == 1} {
      puts -nonewline "Specify the zoom factor: "
      flush stdout
      set Zfact [expr double([gets stdin])]
      set Vratio [expr 1/$Zfact]
    } elseif {$choice3 == 2} {
      puts -nonewline "Specify the teta X angle: "
      flush stdout
      set tetaX [gets stdin]
    } elseif {$choice3 == 3} {
      puts -nonewline "Specify the teta Z angle: "
      flush stdout
      set tetaZ [gets stdin]
    } elseif {$choice3 == 4} {
      puts -nonewline "Specify the displacement ratio: "
      flush stdout
      set dispR [gets stdin]
    } else {

```

```
        set choice2 5
    }
} else {
    set choice "Y"
}
}
}
remove recorders
}
}
```