

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

PLANIFICATION STRATÉGIQUE D'UNE MINE SOUTERRAINE EN TENANT  
COMPTE DE L'INCERTITUDE GÉOLOGIQUE

SABRINA CARPENTIER  
DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES ET DE GÉNIE INDUSTRIEL  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLOME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES  
(MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES)  
AVRIL 2015

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

PLANIFICATION STRATÉGIQUE D'UNE MINE SOUTERRAINE EN TENANT  
COMPTE DE L'INCERTITUDE GÉOLOGIQUE

présenté par : CARPENTIER Sabrina

en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. FRAYRET Jean-Marc, Ph. D., président

M. GAMACHE Michel, Ph. D., membre et directeur de recherche

M. DIMITRAKOPOULOS Roussos G., Ph. D., membre et codirecteur de recherche

M. FERLAND Jacques A., Ph. D., membre

## REMERCIEMENTS

Je souhaite adresser ici mes remerciements aux personnes qui ont contribué à l'élaboration de ce mémoire en m'apportant leur assistance, leur support et leur temps.

D'abord, un merci tout particulier respectivement à mon directeur et codirecteur de recherche : Michel Gamache et Roussos Dimitrakopoulos. Sans leur disponibilité tout au long de ce projet, les apprentissages légués et les nombreux conseils, ce projet n'aurait pas vu le jour.

Ensuite, merci à Jean Collard, pour ta disponibilité, tes explications concernant les données du projet. Merci pour ta générosité d'avoir partagé avec moi les connaissances acquises lors de la réalisation de ton propre mémoire et bien entendu, pour les solutions déterministes utilisées.

Merci aussi au partenaire industriel qui m'a fourni les données nécessaires à l'élaboration de mon projet.

Je remercie également le CRSNG, par l'intermédiaire de l'École Polytechnique de Montréal, et le COSMO, de l'Université McGill, pour le soutien financier tout au long de mon programme de maîtrise.

Je tiens également à adresser mes remerciements aux étudiants de la chaire de recherche de l'Université McGill, COSMO, qui ont bien voulu m'accorder leur temps et soutien technique.

Enfin, je n'oublie pas mon conjoint, pour son soutien constant et son écoute, et aussi ma petite Romie, qui est ma plus grande source de motivation.

## RÉSUMÉ

La planification à long terme des projets miniers est marquée par de nombreux paramètres incertains. Parmi ceux-ci, l'incertitude géologique est considérée comme étant l'élément problématique principal étant donné qu'il est fréquemment la cause de l'échec d'un projet. Aussi, les coûts engendrés lors de la campagne de forage d'exploration sont faramineux et il est donc nécessaire de bien représenter, interpréter et surtout, utiliser les données recueillies. Conventionnellement, pour les opérations minières souterraines, une méthode d'estimation est utilisée pour reproduire un modèle de gisement, mais elle engendre la destruction d'informations précieuses telles que la variabilité et les valeurs extrêmes. C'est dans ce contexte que ce projet a pris forme, visant à intégrer l'incertitude géologique pendant la phase de planification stratégique minière.

L'approche préconisée dans ce mémoire est l'optimisation stochastique. D'abord, l'objectif est de mettre sur pied un modèle mathématique permettant l'ordonnement des activités minières souterraines en tenant compte de l'incertitude géologique. Il est démontré que cette méthode permet une meilleure gestion des risques géologique, c'est-à-dire qu'elle améliore l'exactitude de la prédiction des objectifs de production.

Les résultats obtenus sont concluants puisqu'on obtient une augmentation de la valeur attendue du projet et que l'on note une diminution de l'écart entre les quantités des indicateurs de production par rapport aux objectifs. Toutefois, la taille de ce type de problème rend la résolution difficile. Les prochaines avenues de recherche devraient porter sur la considération des paramètres incertains du problème et sur le développement de stratégies d'accélération afin de diminuer le temps de résolution tout en maintenant la qualité de la solution.

## ABSTRACT

Long term mine planning is characterized by several uncertain parameters. Among these, geological uncertainty is the most critical due to its major impact on project feasibility. Indeed, an unexpected mine closure is frequently explained by an overvalued economic potential of the deposit. Furthermore, costs associated to exploration drilling are substantial and consequently, it is imperative to well represent, interpret and use the data collected. Conventionally, deterministic approaches are selected for underground mine planning where an estimated representation of the orebody is used. However, this type of reproduction leads to destruction of extreme values and misrepresentation of the grade variability. This context inspired the subject of this thesis, where, mainly, it aims to integrate and to manage risks related to geological uncertainty while optimizing long-term underground schedule.

The selected approach is a stochastic optimization using a set of simulations corresponding to the deposit. First, the objective consists on developing a mathematical model for mine scheduling while considering geological uncertainty. It also aims for risk management regarding production targets.

The method suggested is applied to a case study and results obtained are conclusive. Indeed, it leads to a significant increase of the project NPV and an improvement of risk management regarding production expectations. However, the large size of this problem made the resolution difficult and that is why, further studies should work on acceleration strategic without compromising the results quality.

## TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS . . . . .	iii
RÉSUMÉ . . . . .	iv
ABSTRACT . . . . .	v
TABLE DES MATIÈRES . . . . .	vi
LISTE DES TABLEAUX . . . . .	viii
LISTE DES FIGURES . . . . .	ix
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS . . . . .	x
CHAPITRE 1 INTRODUCTION . . . . .	1
1.1 Définitions et concepts de base . . . . .	1
1.2 Contexte minier . . . . .	6
1.3 Éléments de la problématique . . . . .	7
1.4 Objectifs de recherche . . . . .	9
1.5 Plan du mémoire . . . . .	10
CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE . . . . .	11
2.1 Recherche opérationnelle appliquée à la planification minière . . . . .	11
2.2 Planification minière tenant compte de l'incertitude . . . . .	14
2.2.1 Optimisation robuste . . . . .	15
2.2.2 Optimisation probabiliste . . . . .	16
2.2.3 Optimisation stochastique . . . . .	16
2.3 Planification souterraine stochastique . . . . .	17
CHAPITRE 3 DÉMARCHE ORGANISATIONNELLE . . . . .	18
3.1 Optimisation stochastique . . . . .	18
3.2 Gestion de risque . . . . .	19
3.3 Réalisation des simulations stochastiques . . . . .	19

CHAPITRE 4	ARTICLE 1 : UNDERGROUND LONG-TERM MINE PRODUCTION SCHEDULING WITH INTEGRATED GEOLOGICAL RISK MANAGEMENT . . . . .	20
4.1	Introduction . . . . .	21
4.2	Method . . . . .	24
4.2.1	Notations . . . . .	24
4.2.2	Variables . . . . .	25
4.2.3	Proposed Model . . . . .	26
4.3	Case Study . . . . .	30
4.3.1	Deposit . . . . .	30
4.3.2	Production scheduling . . . . .	31
4.3.3	Risk Management and Geological Discount Rate . . . . .	32
4.3.4	Further Comparisons to the Deterministic Life of Mine Plan . . . . .	35
4.3.5	Additional Tests . . . . .	36
4.4	Conclusions . . . . .	37
CHAPITRE 5	DISCUSSION ET RÉSULTATS COMPLÉMENTAIRES . . . . .	39
5.1	Analyse complémentaire des résultats . . . . .	39
5.2	Limitations et améliorations possibles . . . . .	40
CHAPITRE 6	CONCLUSION . . . . .	42
6.1	Synthèse des travaux . . . . .	42
6.2	Avenues de recherche . . . . .	42
RÉFÉRENCES	. . . . .	43

**LISTE DES TABLEAUX**

Tableau 4.1	Cumulative expected NPV comparison between deterministic and stochastic approaches for the six cases evaluated . . . . .	37
-------------	--	----

## LISTE DES FIGURES

Figure 1.1	Courbe teneur-tonnage typique . . . . .	4
Figure 1.2	Schema Mine . . . . .	6
Figure 4.1	Typical underground mine setup . . . . .	23
Figure 4.2	Typical grade-tonnage curves corresponding to a lens . . . . .	30
Figure 4.3	Cumulative NPV from the stochastic schedule . . . . .	31
Figure 4.4	Production target (solid line) and risk profiles of forecasted ore production from (a) the deterministic schedule and (b) the stochastic schedule	33
Figure 4.5	Production target (solid line) and risk profiles of forecasted nickel production from (a) the deterministic schedule and (b) the stochastic schedule . . . . .	35
Figure 4.6	Cumulative NPV from the deterministic and stochastic schedules . . . . .	36
Figure 5.1	Profile de risque de la manutention supplémentaire de stérile en lien à 10 simulations considérant (a) une planification déterministe et (b) une planification stochastique . . . . .	39

## LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

CAPEX	Dépense en capital( <i>CAPital EXpenditure</i> )
CR	Méthode de minage Coupe et Remblai
IETF	Internet Engineering Task Force
LT	Méthode de minage Long Trou
OSI	Open Systems Interconnection
OPEX	Dépenses opérationnelles ( <i>OPerational EXpenditure</i> )
PL	Programme Linéaire
PLNE	Programme Linéaire en Nombres Entiers
VPN	Valeur Présente Nette

## CHAPITRE 1

### INTRODUCTION

La planification minière joue un rôle primordial pendant l'étude de faisabilité, mais aussi tout au long de la vie d'une mine. Les logiciels servant à assister le planificateur pour le design et l'ordonnancement des activités sont de plus en plus nombreux. Par contre, en Amérique du Nord, il est encore rare que la recherche opérationnelle soit utilisée. Les modèles mathématiques sont pourtant des outils prometteurs compte tenu de la taille des projets miniers et du grand nombre de contraintes qui les définit. Son emploi est plus populaire dans les pays comme le Chili, l'Australie et la Suède selon Newman et al.(2010). De plus, une caractéristique importante, généralement mise de côté lors de la phase de planification, est l'incertitude géologique. Malgré sa récurrence et son indiscutable impact économique, on évite trop souvent de l'intégrer au processus d'optimisation. Il s'agit en effet du paramètre incertain ayant le plus de répercussions sur la rentabilité d'une mine. Certes, le problème se complexifie grandement, mais le peu d'applications connues et concluantes rend aussi les planificateurs miniers réticents à utiliser ces modèles. Il reste à démontrer que l'amélioration des résultats obtenus justifie la complexité de l'intégration de l'incertitude géologique et les ressources qui s'y rapportent. Cependant, les études démontrant l'efficacité, l'amélioration et la précision de la planification se multiplient, et c'est d'ailleurs à partir de cette hypothèse que le présent projet est bâti. L'étude de cas de ce mémoire concerne un projet minier d'envergure qui comporte plusieurs mines autant de type souterrain qu'à ciel ouvert. Dans le mandat actuel, on considère uniquement les mines souterraines, qui possèdent chacune des zones minéralisées sous forme de lentilles. La planification consiste à déterminer si une lentille sera minée, le moment où son exploitation débutera, son taux de production et la *teneur de coupure*. Ce dernier terme, largement utilisé dans ce mémoire, signifie la concentration minimale qui justifie économiquement l'extraction du minerai. Pour un gisement donné et considérant les coûts de production associés, il s'agit de la teneur à partir de laquelle une zone entrainera un profit si elle est minée.

#### 1.1 Définitions et concepts de base

**Modélisation géologique** Lorsqu'un potentiel minier est découvert, l'étape qui suit consiste à modéliser la zone d'intérêt. Il existe deux grandes classes de modèles géologiques : ceux à deux dimensions et les modèles 3D. La première comprend les plans, les cartes géologiques

et les coupes verticales. De l'autre côté, les reproductions en trois dimensions du gisement sont couramment appelées les *modèles de blocs* (*bloc model* en anglais). Ensuite, on définit la modélisation géologique comme étant une représentation schématique simplifiée des unités géologiques, des éléments structuraux, des gisements de minerais et des réservoirs de combustible. De plus, dans le secteur minier, on se préoccupe en général de l'état statique uniquement. En effet, l'horizon de planification, c'est-à-dire la durée de vie du projet, est relativement court en comparaison aux périodes géologiques. Par conséquent, les informations sur l'évolution dans le temps des caractéristiques géométriques et minérales ne sont pas utiles et donc, ignorées. Plus précisément, les unités géologiques correspondent aux différents types de roche. Elles sont représentées généralement par des textures différentes et définies par leurs frontières communes. Les structures géologiques, elles, sont en fait les failles et les fractures du massif rocheux. Ces données nous informent de l'aspect géotechnique du gisement, ou encore de la stabilité. Enfin, l'élément d'intérêt dans notre cas est le gisement de minerai. Habituellement, lors de cette étape on se concentre sur les zones exploitables, c'est-à-dire les parties du gisement qui contiennent suffisamment de métaux pour que leur extraction soit justifiable économiquement.

La première phase est le forage d'exploration. À l'aide d'une foreuse à diamant, des trous pouvant aller à des centaines de mètres de profondeur sont créés suivant une grille préétablie par les géologues. Selon les résultats préliminaires obtenus, davantage de trous sont forés dans les zones potentiellement rentables. Aussi, on doit souligner l'envergure des coûts reliés à la campagne d'exploration. Dépendant entre autres du climat, du type de roche, de la proximité du gisement, de la zone à étudier et de la profondeur, les coûts peuvent varier de 100 à 200 dollars par mètre foré, selon Riles et Cottrell, 2012.

En terminant, on retrouve souvent un code de couleur dans les modèles géologiques minier. Il vise à rapidement distinguer les zones quant à leur potentiel minier. L'appellation de ces différents secteurs varie aussi ; on parle soit de stérile, de ressource, ou de réserve minière. D'abord, la roche stérile, comme son nom l'indique, est considérée comme un rejet, car elle ne possède pas de potentiel minier : son extraction entraîne davantage de coûts que les métaux qui s'y trouvent génèrent des revenus. Ensuite, il est nécessaire de faire la distinction entre les notions de ressource et réserve minière. Une *ressource* est définie comme étant une occurrence de métaux possiblement exploitables, mais les preuves qu'il en résulte un réel potentiel économique ne sont pas encore établies. On retrouve trois types distincts : les ressources présumées, indiquées et mesurées. Selon les travaux d'exploration effectués et les données recueillies, la certitude quant aux métaux présents s'améliore et la terminologie évolue en conséquence. D'autre part, on parle de *réserve* lorsqu'une quantité de minerai possède une teneur moyenne supérieure à la teneur de coupure, c'est-à-dire qui est économi-

quement rentable d'exploiter. Les réserves sont divisées en deux catégories, soit probables et prouvées. Ici encore, l'appellation varie en fonction de la confiance géologique attribuée. Ce qu'il est important de retenir, c'est qu'a priori, toutes les réserves sont des ressources ; ce n'est qu'après suffisamment de forage concluant qu'on peut parler de réserves. Aussi, uniquement les réserves justifient ou non la décision d'exploiter une zone minéralisée.

**Types de représentation du gisement : Modèle estimé et simulation** D'une part, conventionnellement, les représentations géologiques sont réalisées à partir d'interpolations et de moyennes. L'idée générale est de discrétiser la zone d'intérêt et d'attribuer à chacun des blocs une valeur correspondant à la moyenne des échantillons récoltés dans cette aire. Par l'élimination des valeurs extrêmes recueillies, ces méthodes visent à uniformiser la distribution des teneurs. Le krigeage est un exemple d'une méthode de représentation géologique dite "estimée".

D'autre part, une simulation géologique schématise les données de forages recueillies en reproduisant leur distribution des teneurs originale. Le principe ici est que la valeur d'un bloc est aléatoirement attribuée parmi les teneurs des trous forés dans cette aire, avec une probabilité d'occurrence proportionnelle aux informations collectées. La variabilité in situ est conservée. On peut conclure que ce type de reproduction a une probabilité d'être la représentation exacte du gisement. D'ailleurs, le caractère aléatoire permet d'affirmer que chacune des simulations est équiprobable. Une simulation du type Monte Carlo en est un exemple.

**Courbe teneur-tonnage** On retrouve sur la courbe teneur-tonnage les données concernant les ressources et des réserves. Elle est tracée pour une zone minéralisée et permet de visualiser rapidement l'impact de la teneur de coupure sur le minerai à extraire correspondant. Il s'agit de reporter sur un graphique, à deux axes verticaux, la teneur moyenne et le tonnage total du minerai en fonction de la teneur de coupure.

Figure 1.1 correspond à un exemple de courbe tonnage-teneur. Elle démontre la relation entre le tonnage de minerai et la teneur moyenne en fonction de la teneur de coupure. Les tirets révèlent que plus la teneur de coupure est élevée, moins on retrouve de minerai exploitable qui possède au minimum cette concentration. La seconde courbe témoigne du fait que la teneur moyenne du minerai exploitable augmente avec la teneur de coupure. En effet, les zones moins concentrées jugées "stériles" n'influencent plus la moyenne, c'est pourquoi celle-ci augmente.

**Planification minière** Généralement, on divise la planification en trois groupes selon la période à l'étude, c'est-à-dire le court, moyen et long terme. Ce dont il est question dans

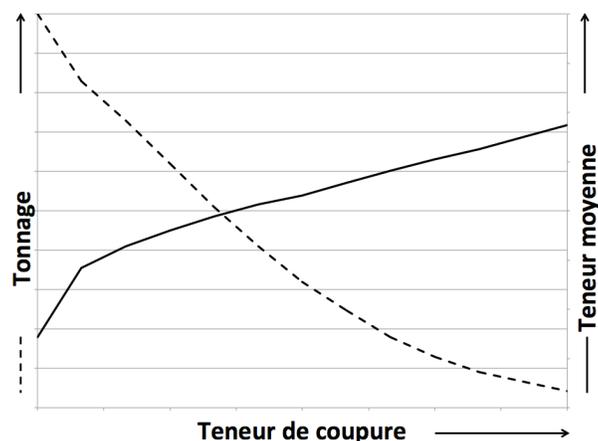


Figure 1.1 Courbe teneur-tonnage typique

ce mémoire est la *planification à long terme* qui correspond à un projet s'étalant sur plusieurs années. Lors de cette phase, on définit, entre autres, la méthode de minage, le design des excavations, les ressources nécessaires, la teneur de coupure, la production attendue et bien entendu l'ordonnancement des activités. Dans ce mémoire, nous proposerons un outil d'optimisation tenant compte de ces paramètres.

**Méthodes de minage** L'une des étapes déterminantes lors de l'étude économique d'un projet minier est le choix de la méthode de minage. La faisabilité et rentabilité de la mine en dépendent grandement. Pour certains gisements, la technique d'exploitation est facilement identifiable compte tenu d'un élément restrictif évident. Par exemple, la proximité notable du gisement à la surface mène habituellement à la sélection d'opérations à ciel ouvert pour l'excavation. Dans d'autres cas, plus d'une méthode peut être envisagée. La considération de toutes les possibilités permet la sélection de la méthode optimale, ou encore la meilleure combinaison de méthodes, pour maximiser la rentabilité. En effet, dans certains cas, un même gisement peut être exploité avec différente méthode selon les zones et leurs caractéristiques propres. De nos jours, il n'existe pas de logiciel suffisamment efficace permettant de sélectionner la méthode de minage souterraine optimale. Cependant, un outil d'aide à la décision proposé par David E. Nicholas en 1981 permet d'intégrer les divers facteurs d'influence afin d'en faire ressortir les méthodes réalisables pour son exploitation.

En premier lieu, on compte effectivement plusieurs facteurs qui influencent le choix de la méthode de minage. Pour ne nommer que les principaux, les dimensions, la forme, le pendage et la profondeur du gisement sont des propriétés géométriques qui permettent de prioriser ou proscrire certains types d'abattage. Par exemple, un gisement profond est caractérisé par davantage de tensions internes que s'il était à proximité de la surface. Il nécessite plus de

support pour assurer la stabilité. De plus, les facteurs géotechniques tels que la présence de fractures, de failles et d'eaux souterraines influencent, entre autres, la grandeur maximale des excavations, le type de support requis et l'utilisation de remblayage. La résistance de la zone minéralisée et des épontes impactent également ces paramètres de stabilité. Aussi, la distribution de la teneur du minerai dans l'ensemble du gisement influe la méthode de minage sélectionnée. D'un côté, lorsque les zones minéralisées sont distinctes il est nécessaire de choisir une méthode de minage dite sélective, c'est-à-dire qui permet le contrôle de la séparation de la gangue (roche stérile avoisinante) et du minerai pendant la phase d'extraction. La *sélectivité* d'une technique d'abattage correspond à la précision de l'excavation pour ne miner que le minerai d'intérêt. D'autre part, une approche de minage non sélective est généralement choisie lorsqu'on retrouve une distribution uniforme des particules de minerai dans le gisement. La séparation minerai-gangue aura lieu majoritairement en surface. Ensuite, la localisation géographique est à considérer. Celle-ci influence la réglementation générale de l'exploitation d'un gisement, le niveau de sécurité requis et la protection de l'environnement. Il en découle aussi les particularités des conditions topographiques, du climat, des conditions sociales des communautés, etc. Enfin, il faut inclure au problème les facteurs économiques tels que la valeur du minerai, les fluctuations du marché, le capital disponible, les travaux préparatoires requis et les coûts de minage propres aux méthodes d'abattage.

En second lieu, il existe de nombreuses méthodes d'exploitation et plusieurs variantes compte tenu de la singularité de chaque gisement. On présente dans cette partie une brève définition des méthodes d'exploitation qui sont utilisées pour les mines potentielles du projet dont il est question. Tout d'abord, l'exploitation de type *forage long trou* (LT) consiste à développer des galeries horizontales de soutènement à divers niveaux. Ensuite, des chantiers verticaux sont délimités et on abat par tranche d'environ quatre mètres. On fait sauter la partie inférieure, puis on retire le minerai. Progressivement, on abat les tranches verticales du bas vers le haut jusqu'à ce que le chantier soit entièrement vidé. Elle est applicable pour des zones minéralisées orientées verticalement. Cette technique de minage est simple, sécuritaire et économique. Enfin, dans notre cas, la *méthode coupe et remblai* (CR) est utilisée uniquement si la lentille minéralisée ne possède pas un pendage moyen suffisamment élevé pour être entièrement exploitée par forage long trou. En effet, le coût de minage associé est plus élevé en partie à cause du remblayage. En résumé, cette méthode consiste à abattre sur un niveau entier. Lorsqu'un chantier est vidé s'en suit la phase de remblayage soit à partir des résidus du moulin ou simplement avec de la roche stérile. Étant économique et étant donné que le type de gisement correspond aux critères requis, cette méthode est la plus répandue au Québec.

**Type de développement** On peut subdiviser le développement de la mine en deux grandes catégories correspondant aux dépenses d'extraction en capital et opérationnelles. Dans notre projet, la distinction de celles-ci est nécessaire pour bien comprendre les précédences entre les segments. D'abord, le *développement CAPEX* correspond à une dépense en capital (anglais : CAPital EXpenditure) et est indépendant du choix d'extraire ou non une lentille. La construction de l'usine de traitement, des bureaux administratifs et l'excavation du puits de production, des puits de ventilation et de la rampe sont quelques exemples de frais en capital. Ensuite, le *développement OPEX* pour les débours opérationnels (anglais : OPerational EXpenditure) dépend de la quantité de minerai exploitée. Dans notre cas bien précis, le développement CAPEX correspond à la rampe d'accès aux lentilles débutant à la surface. Le terme OPEX, lui, fera référence au développement liant une lentille au segment de rampe le plus près.

## 1.2 Contexte minier

Les données utilisées pour le projet proviennent d'un partenaire industriel qui ne sera pas nommé dans le présent ouvrage, pour cause de confidentialité. Uniquement les données essentielles à la compréhension du projet seront divulguées. En premier lieu, le site existant comporte quelques particularités qu'il est important de tenir compte lors de la planification à long terme.

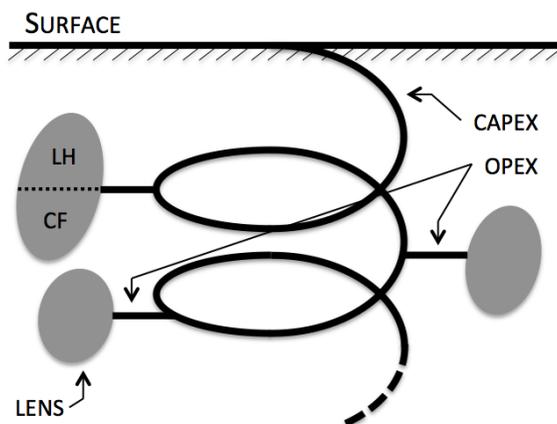


Figure 1.2 Schema Mine

D'abord, les ressources sont partagées entre les opérations des mines actuelles et celles concernées par l'extension du projet. L'extraction est fortement limitée pour les premières années de notre étude de cas ; par exemple, le minerai exploité ne pourra être traité au moulin qu'à partir de la troisième année. L'horizon de planification varie de 15 à 20 ans

et dépend du nombre de mines prises en compte : une, trois ou cinq mines. Chacune des mines potentielles est un ensemble de lentilles minéralisées, grossièrement schématisées dans la Figure 1.2. Ensuite, tel que mentionné plus haut, les méthodes d'exploitation forage long trou et coupe et remblai sont sélectionnées pour l'extraction du minerai. Chacune des lentilles serait exploitée par une combinaison de ces techniques ; la proportion de chacune d'elles est unique et est déterminée principalement selon le pendage moyen. Lorsque le pendage de la lentille est très élevé, c'est-à-dire qu'elle est pratiquement verticale, on retrouve une proportion minimale pour la méthode coupe et remblai de 15%. Il s'agit d'une simplification du problème, car le minimum de coupe et remblai correspond à la taille de la galerie de halage inférieure de la lentille. Concrètement, c'est le cas où la lentille est uniquement minée par forage long trou. La figure 4.1 expose également le système de précédences entre les activités : la portion de rampe CAPEX menant à la lentille doit être extraite pour développer le segment OPEX, puis la production de la lentille débute. La section inférieure est minée par coupe et remblai, car le minage généralement se fait de bas en haut. Pour des raisons de sécurité, les zones déjà exploitées et remblayées doivent former le plancher sous les opérateurs et ne doivent évidemment pas se trouver au-dessus. Enfin, on considère deux types de teneur de coupure : variable et fixe. Bien que généralement on utilise une teneur fixe et uniforme pour toute la mine, le partenaire industriel est intéressé à connaître les gains possibles avec une teneur variable selon la lentille. Dans ce mémoire, il y aura donc évaluation des bénéfices possibles considérant une teneur moyenne variant de 0,5 à 2% et comparaison avec le cas où la teneur est fixée arbitrairement à 1.5%.

### 1.3 Éléments de la problématique

Pour tous travaux de planification, un bémol est récurrent peu importe le projet : l'incertitude des données. Dans le domaine minier, ce sont principalement l'exactitude des données géologiques, le prix des métaux (Grobler 2012), les coûts de production et la performance de l'usine de traitement qui sont difficiles à prévoir. La rentabilité en est directement affectée, d'où l'ouverture et la fermeture constante de certaines mines. Dans ce projet, on s'intéresse à l'incertitude géologique, qui correspond à l'aspect ayant le plus d'impact sur la planification minière à long terme.

Pendant cette phase, quelques approches peuvent être considérées en lien avec l'incertitude des données : on peut choisir de simplement l'ignorer, tenter de la réduire ou diminuer son impact. Les deux premières méthodes sont plus conventionnelles. D'abord, il est possible de ne pas considérer l'incertitude et la variabilité des données géologiques, en représentant le gisement avec une technique dite d'interpolation. Par exemple, l'utilisation du kriging pour

reproduire un modèle de gisement est basée sur la moyenne locale des données et a pour conséquent de déformer l'histogramme des teneurs recueillies. Ceci signifie qu'on détruit les valeurs extrêmes dans la distribution et qu'on tend à lisser la courbe correspondante. On parle ici de planification déterministe (De Carvalho 2012). Par conséquent, on sous-estime la valeur présente nette (VPN) du projet et on augmente la fréquence de déviation par rapport aux valeurs attendues dans les plans de production. La problématique ici, c'est que l'on considère les données comme étant vraies et certaines. Ensuite, pour réduire l'incertitude géologique, la méthode est simple : étendre et détailler davantage la campagne de forage d'exploration. Cependant, les coûts qu'engendrent de telles opérations sont importants dépendant de la proximité du projet, du type de roche, des conditions climatiques, de l'accessibilité, etc. Enfin, la dernière option est de tenter de diminuer l'impact de ne pas connaître exactement la géologie en intégrant l'information sur la variabilité des données dans la phase de planification. Pour ce faire, un caractère stochastique est intégré au modèle mathématique existant et utilise des simulations conditionnelles du gisement, générées avec une approche géostatistique (Godoy et Dimitrakopoulos 2011). Comparativement aux opérations à ciel ouvert (Dimitrakopoulos 2011), la planification stochastique minière en souterrain n'est pas commune. Il n'est possible de trouver que quelques études à ce sujet, plus particulièrement sur le design des excavations avec approche probabiliste (Grieco et Dimitrakopoulos 2005). Dans le cadre du projet actuel, le modèle de recherche opérationnelle mis sur pied permettra de déterminer les lentilles à exploiter, les teneurs associées à chacune d'elles, le moment où elles débiteront et leur taux de production. Aussi, le modèle servira d'aide à la décision concernant la teneur de coupure optimale pour chacune des lentilles minéralisées (Li 2012).

**Approche envisagée** Dans le présent mémoire, l'approche sélectionnée est la considération de l'incertitude des données géologiques dans un modèle mathématique stochastique. L'optimisation de l'ordonnancement des activités minières considère différents *scénarios géologiques* : chacun d'eux est le cas où une simulation géologique correspond exactement au gisement réel. Il y a donc autant de scénarios que de simulations. Cette étude a pour but de démontrer l'amélioration de la valeur d'un projet minier souterrain avec l'ajout d'éléments stochastiques au modèle mathématique d'optimisation. Pour ce faire, on compare, entre s, la VPN du projet, les quantités de minerai et de métal produites. Aussi, on vérifie la conservation du flot de stérile qui est en fait la balance de la roche produite, montée en surface et redescendue et utilisée pour le remblayage. Enfin, le renforcement de la gestion du risque est évalué en comparant les écarts par rapport aux valeurs cibles avec et sans l'utilisation d'éléments stochastiques.

**Contraintes anticipées du projet** Une des deux contraintes principales à considérer est le temps de résolution du modèle mathématique à partir du logiciel d'optimisation CPLEX. La taille du modèle est considérable pour le projet de base et il est évident que l'ajout de l'aspect stochastique lui nuise en ce qui concerne le temps de résolution. En effet, le nombre de variables et de contraintes sera de 10 à 15 fois plus élevé. Aussi, une autre difficulté probable est l'indisponibilité de certaines données utiles à l'étude.

**Contributions attendues** Ce projet vise à démontrer l'importance de considérer l'incertitude géologique dans la phase de planification à long terme d'un projet minier. Au terme de ce dernier, on propose un modèle mathématique stochastique qui sert d'aide à la décision lors de la planification. On prévoit obtenir une meilleure gestion du risque géologique et une valeur globale estimée du projet plus élevée comparativement au modèle déterministe. Ceci nécessite un temps et des coûts raisonnables considérant l'importance des avantages économiques. Aussi, mis à part l'impact économique, la meilleure gestion du risque géologique permet de miner davantage l'essentiel et de mieux prévoir la production. Sur le plan environnement, ceci est souhaitable, car on diminue le risque de miner du stérile inutilement. Aussi, l'objectif vise à minimiser la manutention de la roche stérile. Par conséquent, on réduira l'utilisation de la machinerie lourde, la quantité de gaz produite et ainsi, on diminuera la consommation énergétique de la ventilation minière.

#### 1.4 Objectifs de recherche

L'objectif général de ce projet est de diminuer l'impact de l'incertitude géologique sur la planification minière souterraine : on souhaite augmenter la VPN estimée et obtenir une meilleure gestion du risque en lien avec les paramètres sélectionnés. Pour ce faire, deux objectifs spécifiques sont définis lors de l'élaboration du projet. Tout d'abord, on adapte un modèle mathématique déterministe existant (Collard, 2013) afin qu'il permette la considération de l'incertitude géologique. À l'aide d'un programme d'optimisation stochastique, on intègre plusieurs scénarios en utilisant les données provenant des courbes tonnage-teneur des simulations géostatistiques du gisement. Ensuite, on souhaite démontrer l'amélioration du projet avec l'ajout d'éléments stochastiques. Celle-ci sera marquée par une augmentation des profits estimés et un renforcement de la gestion du risque. Pour ce faire on comparera les écarts par rapport aux valeurs cibles avec les modèles déterministes et stochastiques.

## 1.5 Plan du mémoire

Ce mémoire est composé de six chapitres incluant l'introduction. Au chapitre 2, une revue de la littérature complète porte d'une part sur les applications de la recherche opérationnelle dans les mines. Aussi, de façon plus précise on revoit certaines études portant sur l'incertitude géologique et les approches pour en tenir compte, ainsi que sur l'optimisation minière stochastique. Au troisième chapitre, on décrit la démarche organisationnelle et ensuite, au quatrième chapitre on retrouve une publication scientifique "Underground long term mine planning considering geological uncertainty". Les chapitres 5 et 6 portent respectivement sur les résultats complémentaires des travaux de recherches et une discussion générale. En terminant, une revue des conclusions obtenues et des suggestions d'études supplémentaires sont présentées.

## CHAPITRE 2

### REVUE DE LITTÉRATURE

Dans son ensemble, le domaine minier se caractérise par son aspect conservateur. Malgré la complexité notable pour chacune des spécialisations, l'intégration d'outils d'aide à la décision à des fins d'optimisation a tardé à faire son apparition. Pourtant, compte tenu de la taille des problèmes, la quantité de contraintes et les ressources nécessaires pour la résolution, il est indéniable que la recherche opérationnelle apporte une amélioration considérable au temps de résolution, aux coûts des ressources et aux solutions obtenues. Cependant, il est à noter que les vingt dernières années sont marquées par plusieurs avancées dans ce domaine. Un aperçu de celles-ci suit dans la présente section.

Dans la revue de littérature qui suit, on y dénote trois grandes divisions. D'abord, on couvre sommairement divers exemples de l'application de la recherche opérationnelle dans le secteur minier. Ensuite, on recense les travaux et les études réalisés portant sur la planification minière tenant compte de paramètres «incertains». Enfin, on couvre un ouvrage portant sur la planification minière souterraine stochastique tenant compte de l'incertitude géologique. On remarquera d'ailleurs que peu d'articles sur ce sujet existent à ce jour.

Afin d'avoir une vue d'ensemble de l'impact de la recherche opérationnelle sur le domaine minier, la lecture de l'article de Newman et al. (2010) est essentielle. On y retrouve une revue littéraire intéressante qui couvre des travaux d'optimisation par rapport à la ventilation minière, la sélection d'équipements, le choix de la teneur de coupure, etc. De façon plus détaillée, on recense les différentes approches pour le design des excavations minières et l'ordonnancement des activités de production. Les deux sous-sections suivantes proposent respectivement des applications générales de la recherche opérationnelle et son utilisation précisément lors des phases de planification.

#### **2.1 Recherche opérationnelle appliquée à la planification minière**

La planification minière joue un rôle primordial en ce qui concerne la rentabilité d'un projet minier. C'est pourquoi il est de plus en plus commun d'utiliser la recherche opérationnelle pour optimiser le design et l'ordonnancement des activités. Lors de cette étape, on considère généralement les données d'entrées comme étant vraies et certaines, c'est-à-dire que l'on conçoit la problématique de manière déterministe.

Trout (1995) note l'impact du design et de la planification sur les différents départements

et acteurs d'une mine. Considérant leur importance, il vise à les optimiser à partir de son modèle mathématique. Il propose une méthode d'ordonnancement de l'extraction minière souterraine utilisant un programme linéaire en nombres entiers (PLNE). Plus précisément, son but est de maximiser la valeur présente nette d'un projet tout en respectant les contraintes de halage, de contrôle de terrain, de quantité de métal, de remblayage, etc. Il détermine donc pour chaque période la quantité de minerai et de remblai associée à un chantier. Notons que ce dernier est un précurseur dans son domaine et plusieurs se baseront sur son modèle lors de leur recherche.

Dans le cadre de son mémoire, Topal (1998) met sur pied un modèle mathématique similaire et l'applique à la mine de fer Kiruna située dans le Grand Nord Suédois. La difficulté de résolution est énorme, compte tenue de la taille du problème. Afin de diminuer le temps requis, il était nécessaire de compromettre la qualité des résultats ou diminuer l'horizon de minage considéré. Pour ces raisons, l'application de la méthode telle que suggérée à cette époque n'aura jamais lieu.

Quelques années plus tard, Carlyle et Eaves (2001) optent également pour un programme de type PLNE afin d'ordonner les opérations minières pour la compagnie Stillwater Mining. En y adaptant les contraintes pour la mine en question, le modèle de base reste sensiblement le même. L'article démontre textuellement les grandes lignes du modèle, mais la formulation mathématique est absente. Cette étude permet d'obtenir plusieurs horaires possibles selon des scénarios envisagés et à les comparer. Dans chacun d'eux varient les prix des métaux, le taux d'intérêt, les contraintes de productions, etc.

En 2003, Rahal et al. proposent un modèle de programmation mixte en nombres entiers (en anglais mixed-integer programming : MIP) pour une mine de type "blocs foudroyés". Les principales contraintes portent sur les ressources disponibles, la conservation du flot de roche stérile, les exigences géotechniques et les objectifs de production. Le modèle a pour but d'atteindre le taux de production souhaité tout en minimisant les futures déviations par rapport à l'horaire préétabli.

Ensuite, un aspect qui distingue les opérations minières souterraines de celles à ciel ouvert est le peu de logiciels d'ordonnancement minier disponibles sur le marché. Nehring et al. (2010) soulignent cette particularité et remarquent la grande nécessité de ressources pour effectuer la planification minière de façon manuelle. Dans leur article, ils renvoient des études sur l'optimisation de la production minière et un modèle de type PLNE classique. Enfin, ils proposent une nouvelle méthode permettant d'accélérer le temps de résolution. Plus précisément, a priori une variable binaire est associée à chacune des sections à forer pour chacune des phases du développement minier : forage, extraction et remblayage. Dans cet article, on décide d'assigner une seule variable par zone de forage, ce qui réduit substantiellement le

nombre de variables comprises dans le modèle. Le nombre de contraintes est conséquemment réduit, d'autant plus que celles de précédence entre les phases sont tout simplement inutiles. L'amélioration du temps de résolution devient notable lorsqu'on optimise une vingtaine de chantiers et est significative avec un ensemble de 50 chantiers (27 fois plus rapide). La simplicité de cette nouvelle approche permet donc d'optimiser l'ordonnancement de plus grosses opérations en un temps raisonnable.

Quant à eux, Nehring et al. (2012) croient que l'optimisation globale ne peut être obtenue que si l'on considère simultanément les contraintes des horaires à moyen et court termes. En effet, d'une part on inclut les contraintes de précédence des chantiers, de contrôle de terrain, de production à atteindre, de disponibilité du remblai, etc. D'autre part, il faut tenir compte des capacités de halage, des limites de travail des machines et du personnel, du nombre de machines qui peuvent fonctionner en même temps, de l'espace de travail, etc. Aussi, son modèle permet de s'assurer que les plans de travail quotidiens qui découlent d'un horaire à court ou moyen terme sont réalisables.

Aussi, Collard (2013) met sur pied le modèle déterministe qui sera modifié et adapté dans le présent mémoire. On y fera référence comme étant le cas de base ou conventionnel. Cet outil d'aide à la décision vise à ordonnancer les activités minières, pour une extension de projet existant. De plus, il permet de déterminer les zones économiquement rentables à exploiter et les teneurs de coupure applicables. Ce modèle maximise la VPN tout en considérant des contraintes de précédences, de manutention de minerai et de limite des ressources disponibles.

En 2013, Little et al. soulignent l'interaction et l'influence mutuelle entre le design des excavations souterraines et l'ordonnancement à long terme des activités. L'impact est selon eux non négligeable ; il est impossible d'assurer l'optimalité d'une solution si ces deux sphères sont traitées séparément. Un nouveau modèle est mis sur pied intégrant ces deux aspects simultanément.

Suivant une pensée similaire, Sirinanda (2014) remarque que plusieurs modèles d'optimisation combinent l'ordonnancement des activités minières par exemple au remblayage, au halage ou encore au design des chantiers. Cependant, on n'y avait alors pas encore associé la localisation des accès au gisement. C'est dans ce contexte que son modèle d'optimisation a pris forme, visant à optimiser la VPN d'un projet minier.

O'Sullivan et Newman suggèrent, en 2014, un modèle intéressant pour optimiser l'ordonnancement d'une mine souterraine complexe. Celui-ci vise à maximiser la production de métal tout en respectant, d'une part, les contraintes de disponibilité de ressources et de l'autre côté, la séquence d'extraction et de remblayage. Une méthode heuristique est proposée pour la résolution du problème, entre autres pour favoriser la production de métal tôt dans le projet et pour obtenir une distribution plus uniforme de l'utilisation des ressources.

Finale­ment, Alford et al. (2007) survolent une revue des travaux d’opti­mation appli­qués aux mines sou­ter­ra­ines. Ils remar­quent que la sin­gularité de ce type de gi­se­ment aug­mente la com­plexité des prob­lèmes, mais que les gains sont tout aussi prometteurs. On y couvre le design de la mine, l’ordon­nancement des activités, la plani­fication du forage, la sélec­tion de la teneur de coupe, l’opti­misation des chantiers, le design des galeries de dé­veloppement et quelques méthodes combinatoires.

## 2.2 Planification minière tenant compte de l’incertitude

Nombreux sont les facteurs responsables de la rentabilité d’un projet minier. En effet, le caractère «long terme» explique qu’il soit impossible de tout prévoir et qu’il y a donc beaucoup de sources d’incertitude liées aux paramètres considérés pendant les phases de conception et de planification. Plusieurs approches permettent de saisir ces variabilités potentielles et de les considérer dans les phases préliminaires.

Evatt et al. (2012) suggèrent une méthode permettant de considérer l’incertitude des prix lors de l’évaluation des réserves minières. Aussi, on peut citer la demande du marché, les caractéristiques géotechniques du gisement, les coûts de production et la performance de l’usine de traitement comme étant des paramètres incertains du projet minier. Cependant, parmi ces risques, l’incertitude de la géologie est celle qui influence le plus la rentabilité d’un projet minier. Compte tenu de son impact potentiel, les études portant sur ce sujet sont de plus en plus nombreuses.

En 1992, Ravenscroft souligne une problématique majeure des modèles d’estimation géologiques conventionnels : ils lissent la distribution des teneurs et conséquemment, ils fournissent des représentations du gisement fautive sur ou sous évaluant le potentiel minier réel. Ce dernier remet également en question la qualité des approches déterministes, qui utilisent ces méthodes d’estimation pour générer des modèles de gisement.

Dans son ouvrage, Dowd (1994) défend l’importance de la gestion du risque géologique dans les projets miniers. Il prouve, en analysant la sensibilité du projet en lien avec plusieurs indicateurs financiers (VPN, taux de rendement interne et période de remboursement), que la performance de production d’un projet varie significativement en fonction de l’incertitude géologique.

En 1997, Goovaerts publie un livre portant sur les applications de la géostatistique pour l’évaluation des ressources naturelles. Il souligne d’abord la problématique des méthodes conventionnelles pour représenter les gisements minéraux : généralement générées par interpolation, elles sous-estiment la présence de valeurs extrêmes. Conséquemment, elles déforment la réelle proportion stérile-minerai. Goovaerts propose plusieurs techniques pour

bien reproduire les données géologiques tout en modélisant la continuité spatiale et en maintenant la distribution des teneurs. En effet, il affirme que les simulations stochastiques sont prometteuses et permettent la considération de l'incertitude géologique. Les teneurs de ces représentations sont définies avec une probabilité qui correspond à la distribution originale des données collectées. Un ensemble de ces simulations utilisées comme données d'entrée permet d'obtenir des résultats plus justes et ultimement meilleurs, considérant que ce sont des reproductions probables de la réalité en comparaison au modèle conventionnel estimé.

Entre autres, Morley et al. (1999) prouvent l'impact de l'incertitude géologique sur la performance financière d'un projet minier. Ils mentionnent que beaucoup de ressources sont déployées pour estimer les coûts en capital et d'opérations, tenter de prévoir les prix de marché et choisir un taux d'actualisation représentatif. Ils soulignent aussi que l'incertitude de la géologie, la donnée primaire pour l'évaluation des réserves, est trop souvent négligée à tort.

Enfin, Aacute et al. (2001) revoient les approches orientées sur l'incertitude des réserves et des ressources depuis les 40 dernières années. De façon un peu plus détaillée, on couvre d'une part, les méthodes déterministes, probabilistes et stochastiques. D'un autre côté, on voit les études plus récentes comprenant des intervalles d'incertitudes, des méthodes taboues et autres heuristiques et métaheuristiques. Cette revue de littérature analyse et compare ces différentes approches.

### **2.2.1 Optimisation robuste**

Tout d'abord, l'optimisation robuste de l'ordonnancement des activités d'une mine constitue le fondement de recherche de quelques ouvrages. Cette méthode inclut l'incertitude en générant des scénarios où les paramètres incertains varient selon un intervalle présélectionné par le planificateur. Xu et al. (2008) proposent cette approche et ont pour objectif de minimiser le regret d'un indicateur choisi. Dans le cas présenté, on vise à obtenir un minimum de regret par rapport à l'écart de performance entre la solution optimale et celle obtenue. Pour ce faire, on considère que la teneur en métaux se situe sur un intervalle au lieu d'être fixe. Ceci permet d'intégrer son caractère incertain. Le modèle mathématique présenté est une adaptation d'une version déterministe et tend à maximiser la valeur présente nette.

Grobler et al. (2011), eux, visent à maximiser la VPN d'un projet minier à partir d'un modèle d'optimisation robuste qui prend compte de la variabilité du prix des métaux. En considérant un intervalle de prix et des stratégies de minage différentes, on détermine le taux de production et la capacité de traitement de minerai.

### 2.2.2 Optimisation probabiliste

Dimitrakopoulos et Grieco (2007) proposent l'application d'une méthode probabiliste orientée sur l'incertitude géologique qui est utilisée lors du design des excavations souterraines. On analyse les risques par rapport au tonnage de minerai et de roche stérile, aux teneurs moyennes, à la quantité de métal produite et à la valeur présente nette du projet. Globalement, on divise le gisement en blocs et on leur attribue, selon plusieurs simulations géostatistiques du gisement, une teneur moyenne et une probabilité d'être supérieure à la teneur de coupure. Un modèle mathématique de type MIP maximise la VPN et détermine la grosseur, le nombre et la localisation des chantiers.

### 2.2.3 Optimisation stochastique

Enfin, l'optimisation stochastique décrite dans cette section est l'approche sélectionnée pour la réalisation du projet de maîtrise. La singularité de la distribution des teneurs d'un gisement rend difficile de bien évaluer l'incertitude avec, par exemple, des intervalles (optimisation robuste) ou des probabilités de valeur (optimisation probabiliste). L'approche décrite ci-dessous est préférée étant donné que les techniques de représentation de l'incertitude sont plus adaptées et rigoureuses. En effet, contrairement à une représentation conventionnelle moyenne, elle utilise plusieurs simulations stochastiques du gisement qui correspondent chacune à un scénario. Chacune possède une probabilité d'occurrence équivalente. Rappelons que la particularité de ces simulations conditionnelles est qu'elles reproduisent la variabilité in situ des données recueillies et permettent une gestion du risque géologique accrue selon les objectifs fixés par l'entreprise.

Certaines études portant sur les opérations minières à ciel ouvert proposent cette méthode (Ramazan and Dimitrakopoulos, 2004 et Boland, 2009). Elles concluent que l'intégration de l'incertitude géologique, de par l'utilisation de simulations stochastique dans un modèle stochastique, entraîne une amélioration des résultats. On remarque l'augmentation de la VPN planifiée, tandis que le risque de ne pas atteindre les objectifs de production diminue.

Dimitrakopoulos (2011) explique ces améliorations par le fait que conventionnellement, on utilise des modèles de gisement estimés à partir de moyennes et d'interpolations et que l'on optimise avec une formulation non linéaire. Cette combinaison a pour effet de fausser les résultats : on évalue à la hausse ou à la baisse les données géologiques (en lissant la distribution des teneurs moyennes) et s'en suit une sous-estimation du potentiel économique du projet minier.

Enfin, l'optimisation stochastique permet la gestion de risque en lien avec les objectifs de production. La méthode proposée par Godoy et Dimitrakopoulos (2004) est adaptée à

notre étude de cas. Ces derniers suggèrent de tester différentes combinaisons de facteurs d'actualisation géologique et de coûts de déviation afin de minimiser les risques de dépasser les capacités de production tout en maximisant la VPN.

### **2.3 Planification souterraine stochastique**

Finalement, tel que mentionné par Brazil et al. (2007), le design de mines souterraines est beaucoup plus complexe étant donné les différentes méthodes de minage sélectionnées et les contraintes propres à chaque gisement. À l'heure actuelle, les études portant sur l'optimisation stochastique minière souterraine sont quasi inexistantes.

Jusqu'à ce jour, on quantifie les risques géologiques lors du design des chantiers (Myers et al. 2005) et on les inclut avec une méthode probabiliste (Dimitrakopoulos et Greico, 2007), mais la formulation mathématique stochastique est rare. Conséquemment, le projet de maîtrise vise à reproduire les approches vues à la section précédente dans un contexte souterrain.

## CHAPITRE 3

### DÉMARCHE ORGANISATIONNELLE

#### 3.1 Optimisation stochastique

Le modèle mathématique le plus adapté pour représenter l'incertitude géologique est celui de type stochastique. D'abord, indépendamment des courbes tonnage-teneur des simulations, l'objectif premier de cette étude est de prouver que l'optimisation stochastique permet d'obtenir systématiquement une valeur de projet attendue supérieure qu'avec une approche déterministe. Rappelons que l'hypothèse de base est que les scénarios ont une chance équivalente de correspondre au gisement réel. Plus spécifiquement, trois courbes sont analysées : la courbe déterministe planifiée, celle attendue et la courbe stochastique. La première est obtenue conventionnellement à partir d'un modèle géologique estimé. L'ordonnancement déterministe est alors fixé et testé dans chacun des scénarios équiprobables. La moyenne des résultats obtenus correspond alors à ce qui est "attendu", soit la deuxième courbe. Pour celle de type stochastique, il n'y a pas de distinction entre ce qui est planifié et attendu. Ceci s'explique par le fait que l'optimisation est réalisée directement en faisant la moyenne des scénarios. Cette caractéristique est perceptible dans la fonction objectif du modèle présenté dans l'article au chapitre 4. Ce qui est important de comprendre, c'est que le lien entre les courbes déterministes, planifiée et stochastique, représente l'écart entre l'évaluation du modèle géologique estimé et l'ensemble des simulations stochastiques. Soit le modèle estimé surévalue le potentiel économique, soit il le sous-estime. Ceci dépend de comment l'interpolation et la suppression des valeurs extrêmes ont influencé la distribution des teneurs du modèle estimé. En effet, indépendamment que l'approche déterministe planifiée mène à une VPN plus ou moins élevée que celle stochastique, ce qu'on souhaite démontrer est que ce qu'on s'attend à obtenir sera toujours moins élevé.

De plus, d'une simulation à une autre, les paramètres suivants varient : le développement OPEX, la quantité de minerai et de nickel présente dans chaque lentille et le volume de roche stérile. Les contraintes de capacité où ceux-ci se retrouvent sont relaxées avec l'ajout de variable d'écart. Ces dernières visent à cibler les déviations par rapport aux capacités de production. Enfin, ces écarts sont pénalisés via l'ajout d'une section supplémentaire dans la fonction objectif du modèle. On peut ainsi ajuster l'ordonnancement pour ne pas dépasser les valeurs cibles qui correspondent aux limites de production.

### 3.2 Gestion de risque

Avec l'approche proposée, deux types de paramètres permettent au planificateur minier de modéliser la cédule de façon à diminuer les risques de dépasser les capacités de production ou de ne pas utiliser suffisamment les ressources nécessaires. D'une part, le facteur d'actualisation géologique accentue l'influence du temps sur les flux monétaires. Il favorise l'utilisation maximale des capacités dans les premières périodes du projet. D'autre part, les coûts de déviation assurent de limiter les écarts avec les capacités à produire. Plusieurs combinaisons de ces paramètres sont parfois testées afin d'obtenir un ordonnancement souhaitable et surtout, réalisable.

### 3.3 Réalisation des simulations stochastiques

Les techniques de simulation ont pour caractéristique de représenter la variabilité in situ des données recueillies et la distribution des teneurs du gisement. Contrairement aux méthodes d'interpolation, plus d'une surface interpolée est générée correspondant à la section à l'étude. Elles reproduisent toutes les caractéristiques spatiales originales des données collectées et conservent les valeurs extrêmes. Autrement dit, l'histogramme initial des teneurs de minerai est reproduit dans chacune des simulations. L'optimisation stochastique minière utilise généralement entre 10 et 15 scénarios uniques, quantité jugée suffisante pour obtenir de bons résultats sans pour autant alourdir inutilement le modèle mathématique. (Albor et Dimitrakopoulos, 2009)

**Méthode alternative sélectionnée pour générer les simulations** Pour des raisons de confidentialité, les données géologiques des forages d'exploration ne nous étaient pas accessibles. L'alternative choisie fut de mettre à l'échelle les données du modèle géologique estimé à partir de courbes tonnage-teneur d'un autre gisement similaire. En effet, nous avions à notre disponibilité les données de simulations et d'un modèle estimé correspondant ce qui nous a permis de générer les données de simulations possibles pour notre étude de cas. Encore une fois, ce qu'on tente de prouver ici est indépendant de la relation entre l'ensemble des simulations et le modèle estimé. C'est plutôt la comparaison entre les résultats attendus avec les deux approches qui est significative.

Donc, les paramètres du modèle, qui dépendent des simulations, sont obtenus à partir des données des courbes tonnage-teneur mises à l'échelle.

La méthodologie utilisée dans le projet de base pour estimer les paramètres est réappliquée ici. (Voir Collard 2013)

## CHAPITRE 4

ARTICLE 1 : UNDERGROUND LONG-TERM MINE PRODUCTION  
SCHEDULING WITH INTEGRATED GEOLOGICAL RISK MANAGEMENT

Sabrina Carpentier, Roussos Dimitrakopoulos and Michel Gamache  
Mining Technology, submitted on April 21<sup>st</sup>, 2015

**Abstract** A stochastic integer-programming (SIP) model is presented to optimize long-term scheduling of underground mine operations while considering geological uncertainty. To integrate this uncertainty, a set of stochastic simulations is generated, corresponding to representations of the deposit, and is used as primary inputs to optimization. The two-stage SIP model developed considers a variable cut-off grade and accounts for maximum development, material handling flow conservation, mill and mine capacity, and activity precedences for an underground nickel mine. The results show that the schedule generated has a higher expected value when considering and managing grade risk. They also demonstrate the benefits of risk control, which this approach allows.

**Keywords :** underground mine; stochastic optimisation; production scheduling; long-term-planning; geological uncertainty;

## 4.1 Introduction

Over the last decades, stochastic optimization methods have been developed to deal with geological uncertainty in open pit mine design and life-of-mine production scheduling (e.g. Menabde et al., 2005; Boland et al., 2008; Dimitrakopoulos, 2011; Goodfellow and Dimitrakopoulos, 2013; others). These efforts stem from earlier documentations of the adverse effects of geological uncertainty of mining projects and production performance (e.g. Dowd 1994, 1997; Morley et al., 1999; Valee 2000; Dimitrakopoulos et al., 2002) and aim to provide effective geological risk management, leading to more robust mine production forecasts and improved net present value assessments. Similar efforts in underground mine planning and production scheduling are very limited, as the required optimization developments are dependent, unlike in open pit mines, on the mining method employed, making generalizations of solutions challenging.

Optimization methods in underground mining were introduced in the 1980's (Lisotte and Elbrond, 1985; Chatterjee and Sridhar, 1986) and to date remain largely conventional. Mixed integer linear programming (MILP) approaches were further developed in the 1990's to consider mine production scheduling, including haulage capacity and backfill (Trout, 1997; Topal 1998), optimization of stope geometry (Ovanic, 1998), production scheduling in iron ore mines (Topal, 2003) and block caving mining (Rahal et al., 2003), but were, in general, unable to solve realistic industrial mining scenarios. Additional information can be found in a review by Alford et al. (2007). More recently, Nehring et al. (2010) present a new MIP model for underground mine planning aiming to accelerate the computational time needed for practical applications. Accordingly, while binary variables are defined to represent all four typical production phases (development, drilling, extraction and backfill), the authors simplify the model by assigning a single variable for the entire production, thereby significantly reducing the model complexity and computational time. Little et al. (2013) consider the impact of the interaction between underground stope design and long term scheduling, and O'Sullivan and Newman (2014) propose a model for underground mine scheduling, which aim to maximize metal production and respect resource constraints, while considering sequencing of backfill and rock extraction operations. A heuristic is used to provide a solution to the formulation. Notable is the approach in Roberts and Bloss (2014), who show an adaptation of BHP Billiton's BLASOR (Stone et al., 2004), an open pit planning optimiser and life-of-mine production scheduling software based on MILP, to the optimization of underground strategic mine planning. Other deterministic optimization applications in underground mining include decline optimization (Brazil et al., 2003), cost optimization of mining networks (Brazil et al., 2005), and joint optimization of designing access and scheduling (Sirinanda et al., 2014).

Geological risk is not considered in any of the past work, with initial efforts limited to quantifying risk in stope designs (Myers et al., 2005) and integer programming formulations incorporating probabilities above given cut-off grades (COG) (Grieco and Dimitrakopoulos, 2007).

This paper presents a new optimization formulation integrating geological uncertainty that allows for assessment of its impact on the financial performance, including capital investments and operational costs, while meeting production expectations of a mining project considering a group of underground mines with orebodies in the form of lenses. The new formulation is based on stochastic integer programming (SIP) with recourse (Birge and Louveaux, 1997), similar to those developed for open pit mines (Ramazan and Dimitrakopoulos, 2005, 2013; Benndorf and Dimitrakopoulos, 2013; Goodfellow, 2014; other). The deterministic equivalent of the formulation herein is described in Collard (2012), where a project extension in a group of underground nickel mines is considered to assess economically mineable sectors of the individual mines and the optimal sequence of extraction. The formulation is developed to maximize Net Present Value (NPV), while including constraints for activity precedencies, material handling and mineral resources's limits. Figure 1 shows a schematic section of an underground mine, as considered herein, and includes mineralized lenses, ramps that need to be excavated and require capital expenditure (CAPEX) and development sections needed to access and extract the materials of the mineralized lenses, requiring corresponding operational expenditure (OPEX). The mining method considered is a hybrid, combining cut and fill (CF) and long-hole's (LH), and is detailed in the case study section.

The SIP model presented here generates the optimal long-term schedule and assess project extension, while considering geological uncertainty. The latter uncertainty is described in terms of grades (nickel) and it is based on the well-established stochastic or geostatistical simulations described in textbooks (David, 1988; Goovaerts, 1997; Remy et al., 2009). Stochastic simulation methods generate equally probable scenarios of the mineral deposit in the ground, based on and reproducing all the available data, information, as well as the local spatial variability of grades. A group of these equally probable scenarios or realizations represent the quantified geological uncertainty in a mineral deposit and is the input to stochastic optimizers. Note that conventional representations of deposits using estimation methods provide smooth representations of the actual deposit considered and mislead deterministic optimization approaches (Ravenscroft 1992; Dowd 1994; Dimitrakopoulos et al., 2002; Godoy and Dimitrakopoulos, 2004), a topic also discussed herein.

The SIP model considers the case of several potential mines, each involving a set of several mineralized lenses and determines the economically minable lenses, the best cut-off grade to be used, the beginning of activities (CAPEX and OPEX; development, mine

opening lenses' extraction) and production rate, while managing and minimizing deviations from production expectations in terms of ore and metal production.

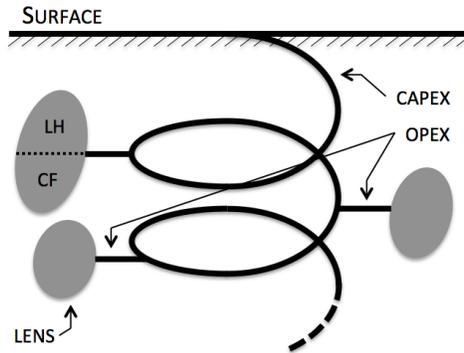


Figure 4.1 Typical underground mine setup

Figure 4.1 is a schematic representation of a typical overall underground mine, regardless of the mining method. This elemental sketch shows the main activities along with the precedencies between each of them. In this case, the term CAPEX (Capital Expenditure) stands for the ramp excavation only and OPEX (Operational Expenditure) represents, for an extractable lense (mineralized zone), the development section corresponding. If a lense is not profitable, the OPEX associated to it is not mined either. Also, this particular case comprises two mining methods; logically "cut and Fill" (CF) segment has to be extracted before long-hole's (LH). More detailed explanations will be found in the case study section.

The stochastic integer programming model (SIP) presented aims to generate the optimal long-term schedule of an underground project extension, while considering geological uncertainty. This project comprises five potential mines, each involving a set of several mineralized lenses. More precisely, the mathematical model determines the economically minable lenses and the cut-off grade associated, the beginning of activities (CAPEX and OPEX development, mine opening, the lenses' extraction) and finally the production rate. All of these values are optimised by using a set of conditional simulations as an input. We assume they all reproduce original data in situ variability and grade distribution, and consequently have an equal chance to be the actual orebody representation. However, we generate the best possible schedule to maximize NPV and reduce the impact of geological uncertainty. In this section, notations will be presented, followed by the objective-function and constraints.

In the following sections, the proposed SIP formulation is detailed, then a case study is presented. The case study includes the results from the proposed method and comparison to its deterministic equivalent, including the results in Collard (2013). Conclusions and recommendations for further work follow.

## 4.2 Method

### 4.2.1 Notations

#### Index

Subscripts :

- $s$  is the scenario index, with  $s = 1, \dots, S$ ;
- $t$  is the period index, with  $t = 1, \dots, T$  and where  $T$  is the planning horizon;
- $m$  is the mine index, with  $m = 1, \dots, M$ ;
- $\ell$  is the lens index;
- $r$  is the ramp index;
- $r_m^1$  is the index representing the first ramp of mine  $m$ ;
- $g$  is the cut-off grade index.

Superscripts :

- $R$ ,  $O$ , and  $P$  are superscript indexes corresponding to development of ramps (CAPEX), development of accesses to lens (OPEX), and production activities, respectively.
- $Beg$  and  $End$  are superscript indexes to indicate the opening and the closure of a mine, respectively.

#### Sets

- $\mathcal{G}$  is the set of cut-off grades;
- $\mathcal{L}$  is the set of lenses;
- $\mathcal{L}_m$  is the set of lenses in mine  $m$ ;
- $\mathcal{L}_r^{succ}$  is the set of lenses successors to ramp  $r$ ;
- $\mathcal{R}_m$  is the set of ramps in mine  $m$ ;
- $\mathcal{R}_r^{succ}$  is the set of ramps successors to ramp  $r$ ;
- $\mathcal{R}_\ell^{pred}$  is the set of ramps that have to be extracted before mining lens  $\ell$ ;

#### Parameters

- $O_{\ell g s}$  corresponds to the tonnage of ore that is available in lens  $\ell$  if cut-off grade  $g$  is selected in scenario  $s$ ;
- $\bar{O}_t$  is the maximum tonnage of ore that can be extracted during year  $t$ ;
- $N_{\ell g s}$  corresponds to the tonnage of nickel in lens  $\ell$  if cut-off grade  $g$  is selected in scenario  $s$ ;
- $\bar{N}_t$  is the maximum tonnage of nickel that can be extracted during year  $t$ ;
- $L_r^R$  is the length of ramp  $r$ ;

- $L_{\ell g}^O$  length of drifts to excavate to access lens  $\ell$  if cut-off grade  $g$  is selected in scenario  $s$ ;
- $L_{\ell g}^P$  length of excavation that must be done in lens  $\ell$  if cut-off grade  $g$  is selected in scenario  $s$ ;
- $\bar{L}_t$  is the maximum length that can be excavated during year  $t$ ;
- $V_r^R, V_{\ell g s}^O, V_{\ell g s}^P$  correspond to volumes ( $m^3$ ) of waste material (valueless);
- $C_r^R, C_{\ell g s}^O$  and  $C_{\ell g s}^P$  correspond to costs of mining;
- $C_m^{Beg}$  and  $C_m^{End}$  are investment required for starting and closing mine  $m$ , respectively;
- $C_m^{Fix}$  is the maintenance cost (\$/year) fixed to keep the mine  $m$  operating;
- $C^W$  is the exceeding waste material handling cost (\$/ $m^3$ );
- $C^{Ore}, C^N, C^L, C^A$  are penalties (costs) associated with excess variables for ore and nickel production, development length and percentage of advancement (capacity constraints being relaxed);
- $f_1^t$  and  $f_2^t$  are respectively the economic and geological discount factors;
- $R_t$  is the revenue per ton of Ni (\$/t), which considers market price, treatment cost and recuperation rate at the mill;
- $F^S$  is the swelling factor for waste material;
- $F^L$  is the loading factor for extracted lenses;
- $LM$  is the maximal development length ( $m$ ) mined in straight line per period.

#### 4.2.2 Variables

##### Binary

- $y_{rt}^R, y_{\ell t}^O$ , and  $y_{\ell t}^P$  are equal to 1 when the corresponding activity starts at time  $t$ , and 0 otherwise;
- $y_{mt}^{Beg}$  and  $y_{mt}^{End}$  are equal to 1 if mine  $m$  is opened or closed at time  $t$
- $y_{\ell g}^G$  equal 1 if cut-off grade  $g$  is selected for lens  $\ell$ .

##### Continious

- $x_{rt}^R, x_{\ell t g}^O$ , and  $x_{\ell t g}^P$  correspond to the proportion of the activity completed during period  $t$ ;
- $w_{mt}^{out}$  and  $w_{mt}^{in}$  correspond to the waste volume ( $m^3$ ) that has to be handled respectively up to surface (out) and down in the underground mine (in). Note that these two variables cannot be equal to zero simultaneously;
- $e_{ts}^{Ore}, e_{ts}^N, e_{ts}^L, e_{\ell t s}^A, e_{m t s}^{out}$  and  $e_{m t s}^{in}$  correspond to excess variables used to ensure a feasible solution;

### 4.2.3 Proposed Model

#### Definition of the objective function

$$\begin{aligned}
\max Z = & \frac{1}{S} \sum_s \sum_t f_1^t \left( \overbrace{R_t \sum_{\ell} \sum_g (N_{\ell g s}^P x_{\ell t g}^P)}^{\text{part 1}} \right. \\
& \overbrace{- \sum_r C_r^R x_{rt}^R - \sum_{\ell} \sum_g C_{\ell g s}^O x_{\ell t g}^O}^{\text{part 2}} \\
& \overbrace{- \sum_{\ell} \sum_g (C_{\ell g}^P x_{\ell t g}^P)}^{\text{part 3}} \\
& \overbrace{- \sum_m (C_m^{Beg} y_{mt}^{Beg} + C_m^{End} y_{mt}^{End})}^{\text{part 4}} \\
& \overbrace{- \sum_m C_m^{Fix} \left( \sum_{u=1}^t y_{r_m^1 u}^R - \sum_{u=1}^t y_{mt}^{End} \right)}^{\text{part 5}} \\
& \left. \overbrace{- \sum_m C^W (w_{mt}^{in} + w_{mt}^{out})}^{\text{part 6}} \right) \\
& - f_2^t \left( \overbrace{C^{Ore} e_{ts}^{Ore} + C^N e_{ts}^N + C^L e_{ts}^L + \sum_{\ell} C^A e_{\ell ts}^A + \sum_m C^W (e_{mts}^{in} + e_{mts}^{out})}^{\text{part 7}} \right)
\end{aligned} \tag{4.1}$$

$$\sum_t y_{rt}^R \leq 1 \quad \forall r; t \in T \tag{4.2}$$

$$\sum_t y_{\ell t}^O \leq 1 \quad \forall \ell; t \in T \tag{4.3}$$

$$\sum_t y_{\ell t}^P \leq 1 \quad \forall \ell; t \in T \tag{4.4}$$

$$\sum_t y_{mt}^{Beg} \leq 1 \quad \forall m; t \in T \tag{4.5}$$

$$\sum_t y_{mt}^{End} \leq 1 \quad \forall m; t \in T \tag{4.6}$$

$$\sum_g y_{\ell g}^G = 1 \quad \forall \ell; g \in \mathcal{G} \tag{4.7}$$

$$\sum_t x_{tg}^O \leq y_{lg}^G \quad \forall \ell; \forall g; t \in T \quad (4.8)$$

$$\sum_t x_{tg}^P \leq y_{lg}^G \quad \forall \ell; \forall g; t \in T \quad (4.9)$$

$$\sum_{u=1}^t y_{mu}^{End} \leq \sum_{u=1}^t y_{mu}^{Beg} \quad \forall m; \forall t \quad (4.10)$$

$$\sum_{u=1}^t x_{ru}^R \leq \sum_{u=1}^t y_{ru}^R \quad \forall r; \forall t \quad (4.11)$$

$$\sum_g \sum_{u=1}^t x_{lug}^O \leq \sum_{u=1}^t y_{lu}^O \quad \forall \ell; \forall t; g \in \mathcal{G} \quad (4.12)$$

$$\sum_g \sum_{u=1}^t x_{lug}^P \leq \sum_{u=1}^t y_{lu}^P \quad \forall \ell; \forall t; g \in \mathcal{G} \quad (4.13)$$

$$x_{rt}^R \leq 1 - \sum_{u=1}^t y_{mu}^{End} \quad \forall m; \forall r \in \mathcal{R}_m; \forall t \quad (4.14)$$

$$\sum_g x_{tg}^O \leq 1 - \sum_{u=1}^t y_{mu}^{End} \quad \forall m; \forall \ell \in \mathcal{L}_m; \forall t; g \in \mathcal{G} \quad (4.15)$$

$$\sum_g x_{tg}^P \leq 1 - \sum_{u=1}^t y_{mu}^{End} \quad \forall m; \forall \ell \in \mathcal{L}_m; \forall t; g \in \mathcal{G} \quad (4.16)$$

$$\sum_{u=1}^t y_{iu}^R \leq \sum_{u=1}^t x_{ru}^R \quad \forall r; \forall t; \forall i \in \mathcal{R}_r^{succ} \quad (4.17)$$

$$\sum_{u=1}^t y_{iu}^O \leq \sum_{u=1}^t x_{ru}^R \quad \forall r; \forall t; \forall i \in \mathcal{L}_\ell^{succ} \quad (4.18)$$

$$\sum_{u=1}^t y_{lu}^P \leq \sum_g \sum_{u=1}^t x_{lug}^O \quad \forall \ell; \forall t; g \in \mathcal{G} \quad (4.19)$$

$$\sum_{\ell} \sum_g O_{\ell g s} x_{\ell t g}^P - e_{ts}^{Ore} \leq \bar{O}_t \quad \forall t; \forall s; \ell \in \mathcal{L}; g \in \mathcal{G} \quad (4.20)$$

$$\sum_{\ell} \sum_g N_{\ell g s} x_{\ell t g}^P - e_{ts}^N \leq \bar{N}_t \quad \forall t; \forall s; \ell \in \mathcal{L}; g \in \mathcal{G} \quad (4.21)$$

$$\sum_r L_r^R x_{rt}^R + \sum_{\ell} \sum_g (L_{\ell g s}^O x_{\ell t g}^O + L_{\ell g s}^P x_{\ell t g}^P) - e_{ts}^L \leq \bar{L}_t \quad \forall m; \forall t; \forall s; \forall r \in \mathcal{R}_m; \ell \in \mathcal{L}; g \in \mathcal{G} \quad (4.22)$$

$$\begin{aligned} & \sum_r (L_r^R / LM) x_{rt}^R + \sum_g (L_{\ell g s}^O / LM) x_{\ell t g}^O \\ & + \sum_g (L_{\ell g s}^P / LM) x_{\ell t g}^P - e_{ts}^A \leq 1 \quad \forall \ell; \forall t; \forall s; r \in \mathcal{R}_{\ell}^{pred}; g \in \mathcal{G} \end{aligned} \quad (4.23)$$

$$\begin{aligned} & F^S \left\{ \sum_r V_r^R x_{rt}^R + \sum_{\ell} \sum_{\forall g} V_{\ell g s}^O x_{\ell t g}^O \right\} + w_{mt}^{in} + e_{mts}^{in} \\ & - F^L \left\{ \sum_{\ell} \sum_g V_{\ell g s}^P x_{\ell t g}^P \right\} - w_{mt}^{out} - e_{mts}^{out} = 0 \quad \forall m; \forall t; \forall s; r \in \mathcal{R}_m; \ell \in \mathcal{L}_m; g \in \mathcal{G} \end{aligned} \quad (4.24)$$

The objective function equation (4.1), upon considering all periods and equally probable scenarios, aims to maximize profit while minimizing cost of deviation from selected targets. More precisely, the first part calculates revenue (Part 1) and the next five parts indicate the costs of development (Part 2), production (Part 3), opening and closing of mines (Part 4), keeping the mine in operation (Part 5) and material handling (Part 6). The last section (Part 7) is used for geological risk management purposes, as we penalize the objective-function by applying costs for deviation. In this case, the indicators chosen to be controlled are: the ore and metal tonnage, the length of development, the percentage of advancement and the extra material handling.

In addition, the first block of constraints ensures the uniqueness of the beginning of activities. Indeed, (4.2), (4.3) and (4.4) controlled the fact that a CAPEX, OPEX, or production segment starts its extraction no more than once, as (4.5) and (4.6) assess for mine opening and mine closure. We assume, for the sake of simplicity, that a mine cannot be temporarily closed and reopened during the time horizon of the project. If unprofitable, either a lens may never be extracted, or a mine may never be in operation. As for (4.7), it ensures that only one cut-off grade value is assigned to a lens.

Links between OPEX development and production extraction rate to the selected COG regarding a lens  $i$  are ensured using (4.8) and (4.9). Indeed, the OPEX development and the production required for a lens depend on its COG. This last value directly influences the size of the economically minable lens and the corresponding operational development.

The dependency between the mine opening and its closure is ensured by (4.10): if a mine has to open, it will also have to be closed eventually. Also, (4.11), (4.12) and (4.13) link continuous and binary variables. These constraints mean that in period  $t$ , for lens  $i$ , the extraction rate of both CAPEX and OPEX development, and production cannot be positive if the activity has not begun. From the time  $t$ , where the decision to begin a task is taken, the related continuous variable will be allowed to be positive. Their sum will not exceed 1, which corresponds to 100% extracted. In the case where it never starts, we are certain that the corresponding mining rate will be 0.

Also, activities associated to mine  $m$  have to be accomplished before the mine closure; this is constrained by (4.14), (4.15) and (4.16).

The activities are sequenced with respect to the precedence, which is ensured by (4.17), (4.18) and (4.19).

According to the simulation, the volume and the average tonnage will change from one scenario to another. This makes it difficult, even impossible, to satisfy the following three blocks of constraints for ten different scenarios. Slack and surplus variables are introduced into the model to ensure feasibility. These variables represent deviation from the production targets.

The next block of constraints is called "Global constraints". For each period  $t$ , they aim to limit the quantity of ore extracted (4.20), the metal produced (4.21) and the annual development (4.22). For each of these limitations, deviation variables are added to assess the gap between the resulting value and the corresponding target. They allow constraints relaxation and capture the exceeding amount, which are then penalized in the objective-function.

Constraint (4.23) limits advancement in straight lines, regarding the logical sequence of extraction. It constrains the lens to be extracted all at once, regardless of the global mining resources. A surplus variable is added so that it is possible to apply cost when in a scenario  $s$ , the percentage of advancement is over the real operating capacity.

Finally, Equation (4.24) is called "Flow conservation", as it aims to control and ensure the balance of material handling. The quantities of waste brought from the surface plus what is produced underground have to balance the rock handled to the surface or used for backfill. Since the model must satisfy this constraint for several scenarios, having all different tonnage of waste, surplus and shortage variables are added for the same reasons mentioned above.

## 4.3 Case Study

### 4.3.1 Deposit

The case study concerns a potential extension of an existing nickel mine site, which corresponds to forty-seven mineralized lenses, divided into five underground mines. Since the actual mining operations are still active and mill capacity and resources have to be shared, the maximum production regarding the new project is 0 for the first two years and increases progressively to finally attain its maximum limit during period nine. The two selected methods used are long-hole drilling (LH) and cut and fill (CF). We consider that every lens is mined using a combination of these techniques. The proportion of each method is mainly determined by considering the overall dip. A very strong dip value means that this vertical lens will have the minimum possible proportion of cut and fill technique, let us assume 10 %. This is a simplification of the model. In fact, this corresponds to the case where the lens is totally mined as long hole and the cut and fill aims for the bottom haulage drift.

A set of representations of the orebody of interest is used as primary input in the stochastic mathematical model. It has been shown (Albor and Dimitrakopoulos, 2009) that 10 to 15 simulations of a deposit generate stable solutions. Indeed, fewer simulations would not allow the mine planner to properly assess the geological risk, while more would provide no significant increase of the value.

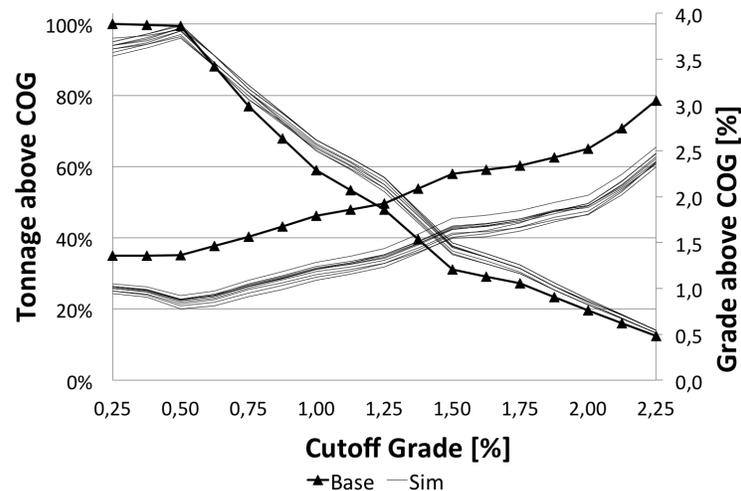


Figure 4.2 Typical grade-tonnage curves corresponding to a lens

Figure 4.2 represents an example of a grade tonnage curve used, which corresponds to an arbitrary lens. The dark line named "Base" shows data regarding the conventional repre-

sentation of the orebody (interpolation technique) and the lighter lines "Sim", represent the simulations. One of the interesting points here is the first set of simulation curves, which correspond to the ore tonnage. They are located under the grade-tonnage curve of the conventional estimated model and go over as the cut-off grade increases. The second set represents grade above cut-off grade and shows lower values for the simulated scenarios. Consequently, nickel tonnages resulting from the scenarios are always under the corresponding values for the estimated model. This characteristic will be noted in the results that follow.

### 4.3.2 Production scheduling

The SIP formulation presented in Section 2 is applied in this case study, where five potential mines are evaluated, each of those being composed of several mineralized lenses. These large scale problems cannot be solved to optimality in a reasonable time. For example, deterministic problem resolution takes over a week. Since the stochastic model is substantially larger than the deterministic model, an efficient solution strategy must be used. Collard (2013) has proposed several strategies to reduce the computational time. The most efficient one was a decomposition approach where the mines are introduced into the solution approach progressively. This strategy has been used here. A pre-treatment is completed to assess the individual value of each mine separately; their insertion into the model corresponds to the decreasing order of their NPV. Deterministic optimisation concludes that four mines should be opened, and the stochastic approach made the same conclusion for only three of the five mines. Indeed, in this case study, all simulations represent the grade-tonnage curve of lenses and have lower economical potential. Since revenues are lower, but cost is comparable, it is logical that mines have lower probability to open through stochastic optimisation process.

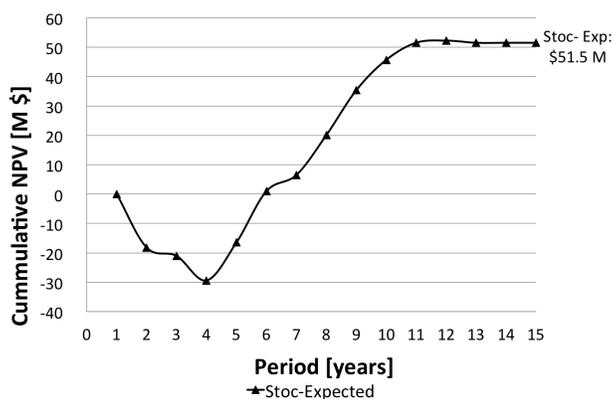


Figure 4.3 Cumulative NPV from the stochastic schedule

To ensure data confidentiality, the results have been scaled to fit a range with an arbitrary

maximum value of 100 million dollars. Figure 4.3 shows the cumulative expected NPV over the full horizon project while using the stochastic approach. During the first year, no development is made since production is allowed to start only in year 3. Indeed, the discount aspect being part of the optimization process, costs are delayed as much as possible since it is not a critical task. Mines opening arise in year 2, 4 and 7, which explains the curve tendency at these periods. The first four years are mainly marked by the CAPEX development, while the production is limited due to resources sharing with existing operations. The graph shows a six-year expected payback period. From there, this profitable project should be increasing in value until year 12. Production continues for the following three years but mines are closing and thus, this lead to unavoidable costs and consequently, a slight decrease of the total NPV.

### 4.3.3 Risk Management and Geological Discount Rate

Risk control process allows the mine planner to manage the production indicators selected: ore production and nickel production. Originally, the mathematical model also allows the control of the length of development, percentage of advancement and extra material handling. However, in this case study, these indicators are not limiting elements. This will be discussed later in this section. Recall that in the SIP model, deviations from the deterministic schedule are essential, otherwise the lack of flexibility will lead to an unfeasible problem. By applying cost, the deviation is controlled to not surpass a certain limit selected by the planner. In this case, we accept 10% over the production targets. This percentage is not part of the mathematical model, but is used instead during the risk control process through trials and errors. While testing the geological discount factor and the deviation cost combination, the mine planner verifies resulting quantities and ensures that the deviations do not exceed the limit chosen.

In the objective function of the stochastic mathematical model, two parameters help the optimiser directly controlling risk profiles: deviation costs ( $C^{Ore}$ ,  $C^N$ ,  $C^L$ ,  $C^A$ ) penalize the model for variation from target values and geological risk discount factor ( $f_2^t$ ) assesses the importance of meeting the target in early periods. A useful starting point for these deviation costs are the price to be paid in reality. As an example, the deviation cost applied to extra material handling may correspond to the cost of moving material in over time. In addition, the actualisation rate can be used for the geological rate if prioritizing early period performance is proportional to the time value of money. However, it is necessary to select the best combination of these parameters in order to generate a schedule that fits the production targets. Results are compiled for observation purposes to ensure that certain limits are not exceeded and that the sequence is feasible. A final schedule is then obtained when the mine

planner judges the risk profiles to be satisfactory and the project as realizable and profitable.

Referring to the constraints of the stochastic model, with the exception of the production indicators chosen, other deviation variables are added to soften the robust constraints that may compromise resolution feasibility. In fact, from constraint 4.22, the resources needed for horizontal development are never a limiting element, and this applies to any scenario of grade-tonnage curve and production period. This means that regardless of the simulated grade-tonnage curve utilized, the maximum length allowed is never overpassed, or the deviation variable is never numerically positive. For this particular element, the limit being above needs means that the corresponding constraint is not active and consequently, there is no geological risk involved.

Constraint 4.23, which assesses task succession, also shows the same behaviour. Due to the influence of the scenario on the segment length of OPEX development, we modify the constraint to soft type for relaxation purposes. Indeed, slack variables are added to assess any over extraction progress regarding mine capacities. However, regarding all scenarios and periods, the limit is respected regardless of the deviation cost applied.

The figures presented in this section demonstrate the benefit of risk management through the stochastic optimization process used herein. In each of them, the dark lines represent the production target, the rhombus accounts for the production planned from its schedule and the short lines show the expected quantities regarding the set of simulations. Although graphs generated from conventional approach are displayed here, the project value comparison to determinist schedule will be covered in the next section.

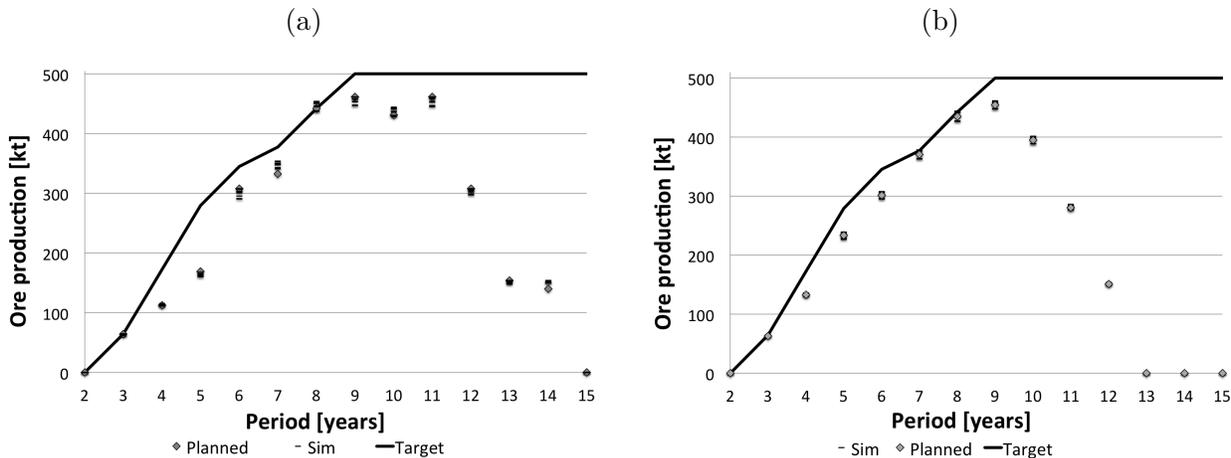


Figure 4.4 Production target (solid line) and risk profiles of forecasted ore production from (a) the deterministic schedule and (b) the stochastic schedule

Target lines in Figure 4.4(a) correspond to an ascending of the ore production capacity increase for the project extension considered in this study. Sharing resources with existing operations, ore production only starts in period 3 and reaches its full capacity in year 9, at 500,000 tonnes. In the stochastic model, Figure 4.4(b), the simulation's ore tonnage dispersion is not significant. The schedule being fixed, lenses extracted in a conventional base case scenario are also mined regarding the ten other scenarios. The tendency of ore tonnage production follows the target line because, naturally, ore extraction is proportional to profitability. However, in Periods 4 and 5, the capacity will not be fully utilized. Of course, a part of this is explained by the set of constraints that globally impedes more ore extraction.

As opposed to the stochastic approach, the deterministic model does not contain any parameter that forces production to be as close as possible to the target. However, using the maximum of the resources available is clearly an advantage in a mining project. This is particularly true in the early periods because higher profit in the early period increases the cumulative NPV and also because it is better to fully utilize resources and then decrease its availability if not required. For example, in 4.4(a) the model shows that one can plan a decrease of resources used in year 12, but this can be done in Period 10 using the stochastic schedule, as seen in 4.4(b).

In addition, in this last figure, we obtain a smoother ore production curve that better fits the target line. Also, production stops two years before, as compared to the deterministic schedule, in year 12. Indeed, the SIP model concludes that there are only three mines worth opening instead of four, but it is explained as well by the fact that the resources available are better used. Thus, another conclusion is that stochastic approaches lead to a reduction in the life of the mine.

Moreover, the issue with not including stochastic aspects during mine scheduling is clearly manifested in Figure 4.5(a). Overestimation of deposit richness is apparent on the graph, as planned values are persistently over the expected nickel production. Once again, this misevaluation gives an overly-optimistic view of the project, but it could also be the other extreme. Indeed, it will depend on how the grade distribution has been distorted following the estimated average based on orebody reproduction. That is how the ore-waste proportion is influenced by smoothing the grade distribution. The target line, corresponding to the nickel processing capacity, is ascending due to an increase of treatment resources available for mine extension needs until it reaches a flat at full capacity, specifically 15,000 tonnes.

A common tendency of both deterministic 4.5(a) and stochastic 4.5(b) planned curves is the two distinct parts: constant ascending link to the increase of resources at hand and next, a decreasing slope related to a decline of ore availability. This shows that both models

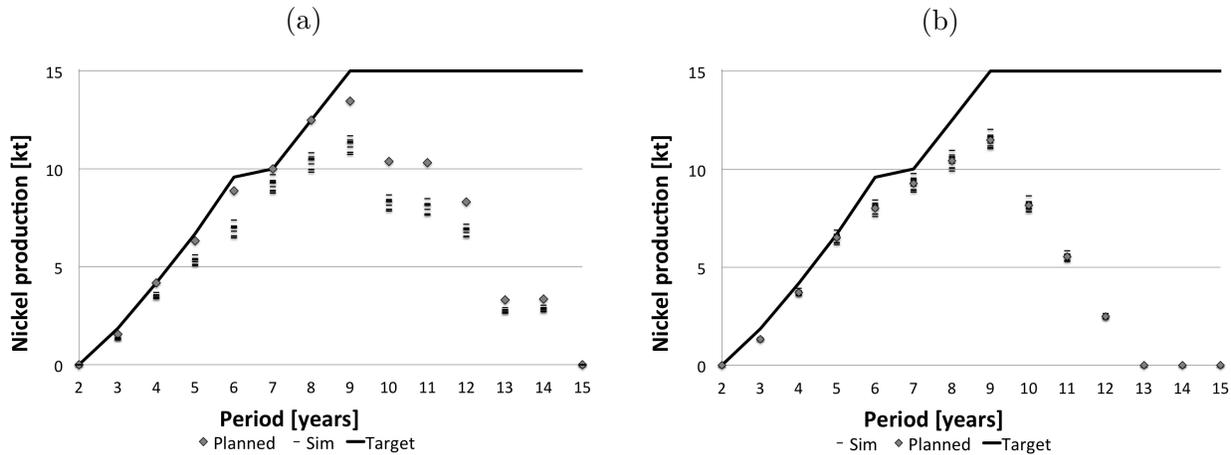


Figure 4.5 Production target (solid line) and risk profiles of forecasted nickel production from (a) the deterministic schedule and (b) the stochastic schedule

properly assess the fact that a mining schedule is usually optimised if the mill capacity is fully used when possible.

#### 4.3.4 Further Comparisons to the Deterministic Life of Mine Plan

A deterministic production schedule is generated by using the estimated orebody model. It is tested through each scenario by fixing the resulting binary variables: the beginning of activities, the COG and the mine opening and closure. Continuous variables stay free to ensure resolution feasibility. The results are then compiled regarding the profit and project indicators selected: ore and nickel production. To reiterate, the purpose of this study is to prove that the expected project's value is higher when considering the stochastic simulations through the optimization process, instead of a single estimated orebody representation that does not assess the geological uncertainty.

In general, conventional deterministic approaches do not take into account geological data variability and grade distribution. Thus, they can either over or under evaluate the economical potential of a mining project. In our particular project, regardless of the cut-off grade, nickel tonnage corresponding to simulations are overwhelmingly below the base case scenario corresponding value, as explained above. This can be seen in Fig.4.6, where the set of lines corresponding to simulations are below the line named "Det-Planned" (Fig.6), which are incomes planned with a conventional approach. In this case study, deterministic scheduling optimisation overestimates cumulative NPV. The average of the cumulative NPV from tested simulations with the deterministic schedule, is named "Det-Expected" (Fig.6).

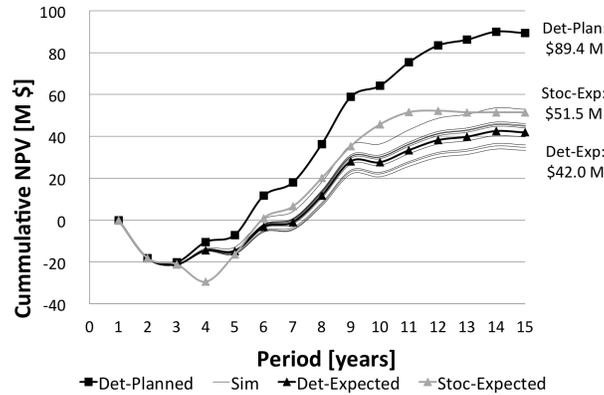


Figure 4.6 Cumulative NPV from the deterministic and stochastic schedules

By not considering the uncertainty of geological data using the model, the planner may end up with half the project's original value, which in this case is 46.9%. The last curve, named "Stoc-Expected" (Fig.6), shows profits to be gained with the employment of the stochastic schedule. It is observed that the mine extension promises a 22.6% increase of the NPV, as compared to what is expected conventionally. In addition, on this same figure, there are negative values in the first periods. This is partly due to capital expenditures, such as ramp development, but also because of the limited production of the first years, as mentioned earlier. The stochastic schedule is marked by a negative cash flow in Period 4, which accounts for the lesser ore tonnage that characterized the simulations.

#### 4.3.5 Additional Tests

Finally, some other tests are performed to assess the impact of the project size and complexity on the NPV, while integrating geological uncertainty. To do so, several cases are considered with one, three and five mines at the same time and two different types of cut-off grade: variable and fixed. For the first one, we used an extra discrete variable for cut-off grade variability with a range from 0.5% to 2.0%. The scheduling optimization process determines which COG is best appropriate for every lens. On the other hand, a fixed COG is preset to 1.5% and aims to represent the average value of the variable COG range. Also, the mining horizon for one and three mines is 15 years, as opposed to 20 for five mines.

Table 4.1 shows project value comparison regarding deterministic and stochastic optimization process for six cases. It is demonstrated that amelioration is gained from stochastic optimisation and grows with exhaustiveness of the model complexity. In other words, the impact of including geological uncertainty information into the model is proportional to its size and how much it is detailed. The bigger the mine project, the more it becomes likely

Table 4.1 Cumulative expected NPV comparison between deterministic and stochastic approaches for the six cases evaluated

Type of COG	1 mine		3 mines		5 mines	
	Fixed	Variable	Fixed	Variable	Fixed	Variable
Deterministic approach (M\$)	26.8	27.4	40.1	39.3	44.4	42.0
Stochastic approach (M\$)	28.6	30.1	46.6	48.1	50.1	51.5
Project comparison (%)	6.6	10.0	16.0	22.5	12.9	22.6

that negative financial consequences will result from not taking into account geological risk. Indeed, as the size of the problem grows, so too does the risk of not meeting the target, which has major corresponding economic consequences.

In addition, one notices that the stochastic approach leads to a greater increase of the NPV, while using a variable COG. For deterministic schedules tested with the scenarios, it can be the opposite. This is mainly due to the fact that optimal COG varies not only from one lens to another, but also depends on the scenario. The corresponding binary variables being fixed using a single representation of the orebody, the probability of compromising schedule optimisation increases since it is not the optimal for all scenarios. As an example, a particular lense can have a low COG assigned, but for a given scenario, it would have been optimal to use a high COG. The size of the lens to be mined should have been smaller and this leads to extraction of none of the economical zones. The reverse situation, where a smaller COG would have been optimal, is also problematic. It would mean mining insufficient ore material and leaving behind economical mining zones. Finally, another interesting point is the stochastic optimisation impact that significantly increases if the cut-off grade is fixed or variable. In fact, the precision and results are improved when this weighty parameter can be selected through the optimisation process.

#### 4.4 Conclusions

A stochastic underground mine scheduling problem has been presented in this paper. The adaptation of a deterministic mathematical model to assess geological uncertainty provides an interesting tool for the mine planner considering the capability to manage risk related to predefined production targets. The proposed stochastic model uses as primary inputs the data corresponding to several simulations of the deposit, unlike the conventional approaches that consider a single estimated geological model. Information related to local variability, which contributes to the assessment of uncertainty, is unfortunately deleted when using the estimated average based model. In fact, by using several scenarios, a higher expected

project value, as well as an improvement in controlling production risk, is guaranteed. The performance of the process proposed relies on the availability of stochastic equally probable simulations, which all represent the orebody.

It is a parameter too often underestimated in mine scheduling. Regardless, the simplicity of the technology used explains why it is a common use. Indeed, conventional deterministic approaches utilize these types of deposit representation as a main input.

The case study covered in this paper demonstrates the efficiency of the stochastic approach through the NPV increase and a better use of the nickel treatment and ore production resources. In other words, the capacities were almost fully used and the risk of not achieving the target decreased. Following this application, we concluded that stochastic scheduling:

- Increases expected net present value of a project;
- Allows production risk control by managing model parameters to respect the chosen limits and to prioritize, as wished, target reaches in early periods;
- Leads to shortest mine life, by using the full resource capacity and by focussing on meeting the target as early as possible.

Also, assessing the variability of the different extraction zones can be used as a scheduling indicator. The more variable the data are, the more uncertainty is present and the chances of not meeting the target are high. Having mentioned the importance of meeting the target during the early periods, this can lead the planner to prioritize the extraction zone depending on its variability. In the case considered, assigning a priority factor to every lens can do this. Additional work can be done by adding details to the schedule, like stope size and extraction sequence. Also, it can be interesting to integrate other uncertain parameters (market price, performance of the plant, etc.) to assess their impact.

## **Aknowledgments**

The authors acknowledge the industrial partner for sharing the data used for the case study. Without their generosity, the application of this approach would not have been validated. They also express their gratitude to Jean Collard, who contributed to this paper by modelizing the deterministic model used for comparison purposes in this project.

## CHAPITRE 5

### DISCUSSION ET RÉSULTATS COMPLÉMENTAIRES

L'article présenté au chapitre 4 couvre une revue des ouvrages littéraires liés au sujet de recherche, la problématique générale, les étapes de l'approche stochastique sélectionnée, l'application à une étude de cas et les résultats qui en découlent. Ce chapitre-ci discute de résultats complémentaires, souligne les limitations de la méthode proposée et suggère des améliorations possibles.

#### 5.1 Analyse complémentaire des résultats

Le modèle mathématique présenté permet la gestion de risque lié aux indicateurs de production suivants : minerai extrait, nickel produit, développement horizontal, taux d'avancement et manutention supplémentaire de stérile. Dans l'étude de cas de l'article joint à ce mémoire, les trois derniers indicateurs cités ne sont pas limitatifs et conséquemment, les contraintes correspondantes ne sont pas actives.

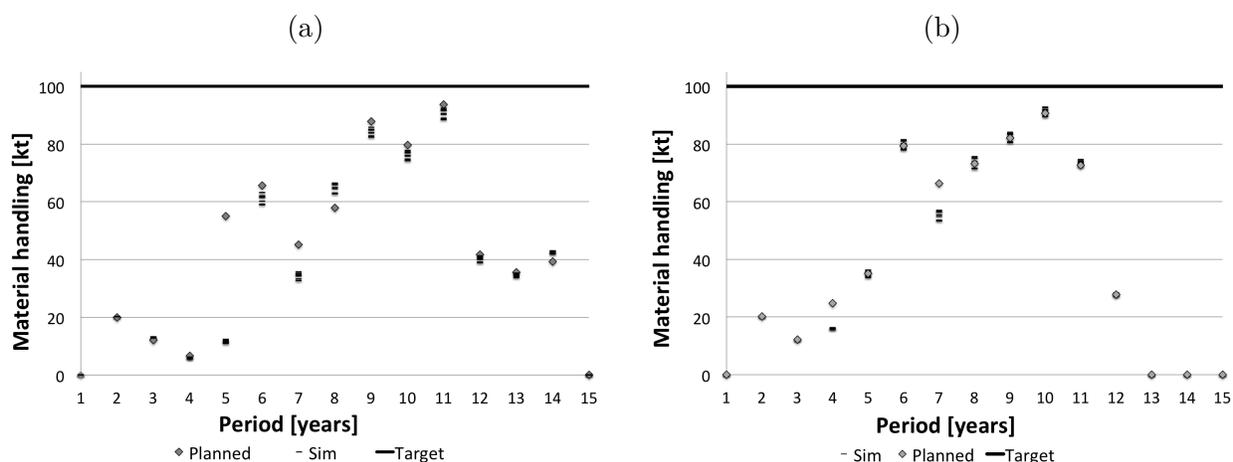


Figure 5.1 Profile de risque de la manutention supplémentaire de stérile en lien à 10 simulations considérant (a) une planification déterministe et (b) une planification stochastique

Tout d'abord, les lignes pleines noires correspondent aux capacités de production originales avec un surplus de 10 % pour assurer la flexibilité des contraintes et la réalisabilité du problème. On remarque dans les figures 5.1(a) et 5.1(b) que les deux cédules d'extraction

respectent la limite de manutention supplémentaire de stérile. Rappelons qu'il s'agit de la quantité de roche remontée en surface ou descendue sous terre pour le remblai. Dans la situation actuelle, la valeur maximale de 100 000 tonnes est choisie, car elle correspond à la plus grande quantité déplacée avec l'approche déterministe. Si pour une raison quelconque ce paramètre doit être abaissé, alors la gestion de risque peut être effectuée de la même façon que pour la quantité de minerai extrait ou le nickel produit, c'est-à-dire en appliquant un coût de déviation supérieur combiné avec le facteur d'actualisation géologique.

## 5.2 Limitations et améliorations possibles

Aussi, l'approche déterministe élaborée par Collard (2013) était problématique au niveau du temps de résolution pour le cas avec cinq mines et une teneur de coupure variable. Par conséquent, l'approche stochastique l'est aussi étant donné que la complexité est beaucoup plus élevée, et la taille de l'instance, 10 fois plus volumineuse. Une des méthodes proposées par Collard est utilisée ici, qui consiste à intégrer les mines de façon séquentielle. D'abord, chacune d'elle est testée séparément afin d'obtenir sa VPN propre, valeur qui servira à déterminer l'ordre d'insertion dans le modèle. La mine ayant la VPN la plus élevée est ajoutée en premier, puis la seconde, et ainsi de suite. Ceci ne permet pas de garantir l'optimalité, mais selon des tests effectués avec 3 mines, la valeur obtenue est inférieure de moins de 1% par rapport à la valeur optimale. On peut aussi s'interroger quant à la faisabilité d'avoir une teneur de coupure variable pour chacune des lentilles. En effet, pour opérer de façon optimale, une usine de traitement doit être alimentée idéalement d'un minerai à teneur uniforme. Certes, jusqu'à un certain niveau, il est possible de prévoir la production de façon à contrôler la teneur moyenne du minerai transporté à l'usine, mais encore faut-il s'assurer d'avoir toujours à disposition le minerai souhaité. Il faudrait donc, idéalement, déterminer l'ordre d'extraction des lentilles selon leur teneur de coupure à même le modèle d'optimisation. En outre, le modèle mathématique étant davantage contraint, il serait intéressant de comparer la diminution du NPV que cela engendrait, par rapport au gain obtenu à utiliser une teneur de coupure variable.

De plus, une tâche qui peut s'avérer laborieuse, dans la méthode proposée, est la sélection de la combinaison du facteur d'actualisation géologique et des coûts de déviations. Rappelons que les essais-erreurs effectués visent non seulement à s'assurer de ne pas dépasser les limites de production, mais aussi à vérifier la faisabilité de la cédule. Par exemple, même si les valeurs cibles ne sont pas surpassées, le plan de production peut suggérer, pour une activité donnée, une main d'oeuvre doublée pour la première moitié du projet et plus personne ensuite. En réalité, un projet préconise généralement l'utilisation uniforme des ressources, entre

autres pour maximiser les équipements disponibles, le personnel à l'emploi et le rendement de l'usine. Cependant, cette caractéristique est difficilement représentable dans un modèle mathématique.

Enfin, il serait intéressant de réappliquer la méthode proposée dans ce mémoire à une mine dont on possède l'intégralité des données géologiques disponibles. De nombreuses simulations du gisement pourraient être générées et plusieurs combinaisons de celles-ci testées dans le modèle stochastique afin de bien comprendre leur impact sur les résultats obtenus. En effet, il serait intéressant d'y intégrer un ensemble de simulations sur-estimant le potentiel minier et un le sous-estimant. On pourrait ainsi mieux prouver les bénéfices apportés par l'intégration de l'incertitude géologique, indépendamment des résultats planifiés par le modèle déterministe.

## CHAPITRE 6

### CONCLUSION

#### 6.1 Synthèse des travaux

Dans ce mémoire, il fut question de l'importance d'intégrer l'incertitude des données géologiques lors de la planification stratégique à long terme. L'optimisation stochastique, qui est l'approche sélectionnée, est de plus en plus utilisée dans le secteur des mines à ciel ouvert, mais encore très rare en souterrain. Le présent ouvrage démontre que l'amélioration de la valeur attendue du projet est tout aussi marquée. De plus, la méthode suggérée permet la gestion de risque en lien aux objectifs de production.

D'une perspective environnementale, l'optimisation des activités minières et la précision du plan de production sont souhaitables, entre autres parce que l'on diminue le risque de miner du stérile ou d'utiliser de la machinerie inutilement. Aussi, l'objectif vise en partie à minimiser la manutention de la roche stérile. Ceci signifie réduire l'utilisation de la machinerie lourde, la quantité de gaz produite et ainsi diminuer la consommation énergétique de la ventilation minière.

#### 6.2 Avenues de recherche

Pour le modèle générique proposé ici, la délimitation des chantiers dans les zones minéralisées apporterait plus de précision par rapport à l'exploitation des lentilles. En effet, alternativement au pourcentage excavé, on obtiendrait les zones précises qui sont minées à chaque période.

De plus, l'optimisation stochastique des mines souterraines étant un domaine d'étude très peu exploré, les avancements possibles de recherche sont nombreux. Par exemple, la considération de l'incertitude géologique pourrait être profitable lors du design des galeries de minage, de l'élaboration des plans à court, moyen et long terme, de la sélection des ressources nécessaires ou de la combinaison de plusieurs de ces éléments. D'autres paramètres incertains tels que le prix des métaux, la durée des tâches, la fiabilité des équipements et la performance de l'usine de traitement pourraient aussi être intégrés au modèle d'optimisation soit par une approche stochastique, probabiliste ou robuste. Il reste cependant débattable qu'à un certain point, intégrer trop d'incertitude à la fois nous mène à des résultats tout aussi incertains.

## RÉFÉRENCES

- ALBOR CONSUEGRA, F. et DIMITRAKOPOULOS, R. (2009). Stochastic mine design optimisation based on simulated annealing : pit limits, production schedules, multiple ore-body scenarios and sensitivity analysis. *Mining Technology*, 118, A80–A91.
- ALFORD, C., BRAZIL, M. et LEE, D. H. (2007). Optimisation in underground mining. *Handbook of Operations Research in Natural Resources*, Springer. 561–577.
- BAI, X., MARCOTTE, D. et SIMON, R. (2013). Underground stope optimization with network flow method. *Computers and Geosciences*, 52, 361–371.
- BARDOSSY, G. et FODOR, J. (2001). Traditional and new ways to handle uncertainty in geology. *Natural Resources Research*, 10, 179–187.
- BAWDEN, W. F. (2005). Risk assessment in strategic and tactical geomechanical underground mine design. *Orebody Modelling and Strategic Mine Planning : Uncertainty and Risk Management Models*, 243–251.
- BENNDORF, J. et DIMITRAKOPOULOS, R. (2004). New efficient methods for conditional simulation of large orebodies. *Orebody Modelling and Strategic Mine Planning–Uncertainty and Risk Management International Symposium*. Australasian Institute of Mining and Metallurgy (AIMM), Melbourne, Australia, vol. 14, 103–109.
- BENNDORF, J. et DIMITRAKOPOULOS, R. (2013). Stochastic long-term production scheduling of iron ore deposits : Integrating joint multi-element geological uncertainty. *Journal of Mining Science*, 49, 68–81.
- BIRGE, J. et LOUVEAUX, F. (1997). *Introduction to Stochastic Programming*. Springer.
- BOLAND, N., DUMITRESCU, I. et FROYLAND, G. (2008). A multistage stochastic programming approach to open pit mine production scheduling with uncertain geology. *Optimization Online*.
- BRAZIL, M., LEE, D., VAN LEUVEN, M., RUBINSTEIN, J., THOMAS, D. et WORMALD, N. (2003). Optimising declines in underground mines. *Mining Technology*, 112, 164–170.
- BRAZIL, M., THOMAS, D. A., WENG, J. F., RUBINSTEIN, J. H. et LEE, D. H. (2005). Cost optimisation for underground mining networks. *Optimization and engineering*, 6, 241–256.
- CARLYLE, W. M. et EAVES, B. C. (2001). Underground planning at stillwater mining company. *Interfaces*, 31, 50–60.

- CHATTERJEE, P. et SRIDHAR, C. (1986). Computer-aided mine design and planning for underground mines. *CIM BULLETIN*, 79, 55–60.
- CHEN, D. et HUA, X. (2011). Study on optimization of mining method under buildings. *Procedia Engineering*, 26, 2400–2405.
- COLLARD, J. (2013). *Planification stratégique d'une mine souterraine avec teneur de coupure variable*. Thèse de doctorat, Montréal, École Polytechnique de Montréal.
- CONSUEGRA, F. A. et DIMITRAKOPOULOS, R. (2010). Algorithmic approach to pushback design based on stochastic programming : method, application and comparisons. *Mining Technology*, 119, 88–101.
- CPLEX, I. (2008). 11.2 user's manual 2008 ibm armonk.
- DAVID, M. (1988). Handbook of applied advanced geostatistical ore reserve estimation. developments in geomathematics 6.
- DIMITRAKOPOULOS, R. (2007). Orebody modelling and strategic mine planning. *Spectrum Series*, 14, 402.
- DIMITRAKOPOULOS, R. (2011). Stochastic optimization for strategic mine planning : A decade of developments. *Journal of Mining Science*, 84, 138–150.
- DIMITRAKOPOULOS, R., FARRELLY, C. et GODOY, M. (2002). Moving forward from traditional optimization : grade uncertainty and risk effects in open-pit design. *Mining Technology*, 111, 82–88.
- DOWD, P. (1994). Risk assessment in reserve estimation and open-pit planning. *Transactions of the Institution of Mining and Metallurgy(Section A : Mining Industry)*, 103, A148–A154.
- DOWD, P. (1997). Risk in minerals projects : analysis, perception and management. *Transactions of the Institution of Mining and Metallurgy(Section A : Mining Industry)*, 106, A9–A18.
- EMERY, X., ORTIZ, J., RODR et GUEZ, J. (2006). Quantifying uncertainty in mineral resources by use of classification schemes and conditional simulations. *Mathematical Geology*, 38, 445–464.
- GODOY, M. et DIMITRAKOPOULOS, R. (2004). Managing risk and waste mining in long-term production scheduling of open-pit mines. *SME Transactions*, 316, 43–50.
- GOODFELLOW, R. (2014). *Unified modeling and simultaneous optimization of open pit mining complexes with supply uncertainty*. Thèse de doctorat, Montreal, McGill University.
- GOOVAERTS, P. (1997). *Geostatistics for natural resources evaluation*. Oxford university press.

- GRIECO, N. et DIMITRAKOPOULOS, R. (2004). Grade uncertainty in stope design : improving the optimisation process. *Orebody Modelling and Strategic Mine Planning–Uncertainty and Risk Management International Symposium 2004*. AusIMM, Melbourne, 249–256.
- GRIECO, N. et DIMITRAKOPOULOS, R. (2007). Managing grade risk in stope design optimisation : probabilistic mathematical programming model and application in sublevel stoping. *Mining technology*, 116, 49–57.
- KRIGE, D. G. (1952a). Mine valuation and statistics. *South African Mining and Engineering Journal*, 63, 395397.
- KRIGE, D. G. (1952b). Statistical approach to some basic mine valuation problems on witwatersrand. *Chemical, Metallurgical, and Mining Society of South Africa – Journal*, 53, 43–44.
- LAMGHARI, A. et DIMITRAKOPOULOS, R. (2012). A diversified tabu search approach for the open-pit mine production scheduling problem with metal uncertainty. *European Journal of Operational Research*, 222, 642–652.
- LITTLE, J., KNIGHTS, P. et TOPAL, E. (2013). Integrated optimization of underground mine design and scheduling. *Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy*, 113, 775–785.
- LIZOTTE, Y. et ELBROND, J. (1985). Optimal layout of underground mining levels. *CIM BULLETIN*, 78, 41–48.
- MACKENZIE, B. W. (1995). Structural geology as a tool to reduce geological risks at the mt whaleback mine, western australia. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts*, 32, A150.
- MENABDE, M., FROYLAND, G., STONE, P. et YEATES, G. (2004). Mining schedule optimisation for conditionally simulated orebodies. *Proceedings of the international symposium on orebody modelling and strategic mine planning : uncertainty and risk management*. AusIMM, Melbourne, vol. 14, 347–52.
- MONTIEL, L. (2014). *Globally optimizing a mining complex under uncertainty : integrating components from deposits to transportation systems*. Thèse de doctorat, Montréal, McGill University.
- MORLEY, C., SNOWDEN, V. et DAY, D. (1999). Financial impact of resource/reserve uncertainty. *Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy*, 99, 293–302.

- MYERS, P., STANDING, C., COLLIER, P. et NOPPÉ, M. (2007). Assessing underground mining potential at Ernest Henry mine using conditional simulation and stope optimisation. *Orebody modelling and strategic mine planning, AusIMM Spectrum Series*, 14, 191–200.
- NEHRING, M., TOPAL, E. et LITTLE, J. (2010). A new mathematical programming model for production schedule optimization in underground mining operations. *Journal of the South African Institute of Mining & Metallurgy*, 110, 437.
- OSULLIVAN, D. et NEWMAN, A. (2014). Extraction and backfill scheduling in a complex underground mine. *Interfaces*, 44, 204–221.
- OVANIC, J. (1998). *Economic optimization of stope geometry*. Thèse de doctorat.
- RAHAL, D., SMITH, M., VAN HOUT, G. et VON JOHANNIDES, A. (2003). The use of mixed integer linear programming for long-term scheduling in block caving mines. *31st International Symposium. Application of Computers and Operations Research in the Minerals Industries (APCOM)*, Capetown, South Africa, vol. 2003, 123–131.
- RAMAZAN, S. et DIMITRAKOPOULOS, R. (2003). Production scheduling optimisation in a nickel laterite deposit : MIP and LP applications and infeasibility in the presence of orebody variability. *Twelfth International Symposium on Mine Planning and Equipment Selection*. AIMM, Kalgoorlie, Australasian Institute of Mining and Metallurgy Publication Series, 3–7.
- RAMAZAN, S. et DIMITRAKOPOULOS, R. (2007). Stochastic optimisation of long-term production scheduling for open pit mines with a new integer programming formulation. *Orebody Modelling and Strategic Mine Planning, Spectrum Series*, 14, 359–365.
- RAMAZAN, S. et DIMITRAKOPOULOS, R. (2013). Production scheduling with uncertain supply : a new solution to the open pit mining problem. *Optimization and Engineering*, 14, 361–380.
- RAVENS-CROFT, P. (1992). Risk analysis for mine scheduling by conditional simulation. *Transactions of the Institution of Mining and Metallurgy. Section A. Mining Industry*, 101, A104–108.
- READ, J. R. L. (1995). Risk analysis and uncertainty in open pit mine design. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts*, 32, 168A–168A.
- REMY, N., BOUCHER, A. et WU, J. (2009). *Applied geostatistics with SGeMS : a user's guide*. Cambridge University Press.
- ROBERTS et BLOSS (2014). Adaptation of an open pit optimiser for underground strategic planning. *Orebody Modelling and Strategic Mine Planning Symposium*. AusIMM, Perth, 249–258.

- SCHULZE, M. et ZIMMERMANN, J. (2011). Scheduling in the context of underground mining. *Operations Research Proceedings*, Springer. 611–616.
- SIRINANDA, BRAZIL, G. R. et THOMAS (2014). Strategic underground mine access design to maximise the net present value. *Orebody Modelling and Strategic Mine Planning Symposium*. AusIMM, Perth, 235–242.
- STONE, P., FROYLAND, G., MENABDE, M., LAW, B., PASYAR, R. et MONKHOUSE, P. (2007). Blaser-blended iron-ore mine planning optimisation at yandi. *Orebody Modelling and Strategic Mine Planning Spectrum Series*. AusIMM, Burnwood, vol. 14, 133–136.
- TIAN, Z., ZHANG, L. et CHEN, W. (2013). Improved algorithm for navigation of rescue robots in underground mines. *Computers & Electrical Engineering*, 39, 1088–1094.
- TOPAL, E. (1999). *Long and short term production scheduling of Kiruna iron ore mine, Kiruna, Sweden*. Thèse de doctorat, Colorado School of Mines, Golden.
- TOPAL, E. (2003). *Advanced underground mine scheduling using mixed integer programming*. Thèse de doctorat, Colorado School of Mines Colorado, Golden.
- TOPAL, J. L. E. (2011). Strategies to assist in obtaining an optimal solution for an underground mine planning problem using mixed integer programming. *International Journal of Mining and Mineral Engineering*, 3, 152–172.
- TROUT, L. P. (1997). *Formulation and application of new underground mine scheduling models*. Thèse de doctorat.
- VALLEE, M. (2000). Mineral resource+ engineering, economic and legal feasibility. *CIM bulletin*, 93, 53–61.
- ZHU, M., SUN, J., LIU, W., ZHANG, A., ZHOU, H., AI, L., PENG, J., JIA, Y. et WANG, L. (2011). Mining plan optimization based on linear programming in shirengou iron mine. *International Symposium on Manufacturing Systems Engineering*. International Symposium on Manufacturing Systems Engineering (ISMSE), Trans Tech Publications, vol. 429 de *Advanced Materials Research*, 206–209.