UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

VÉRIFICATION DU LOGICIEL CFX POUR LA SIMULATION DE L'INTERACTION ARC-ÉCOULEMENT DANS LES DISJONCTEURS HAUTE-TENSION

SÉBASTIEN PAQUETTE DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES (GÉNIE MÉCANIQUE) AVRIL 2011

© Sébastien Paquette, 2011.

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé:

VÉRIFICATION DU LOGICIEL CFX POUR LA SIMULATION DE L'INTERACTION ARC-ÉCOULEMENT DANS LES DISJONCTEURS HAUTE-TENSION

présenté par : PAQUETTE Sébastien

en vue de l'obtention du diplôme de : <u>Maîtrise ès sciences appliquées</u> a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. GUIBAULT François, Ph.D., président

M. TRÉPANIER Jean-Yves, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. REGGIO Marcelo, Ph.D., membre

À ma mère et mon père

REMERCIEMENTS

J'aimerais premièrement remercier mon directeur de recherche, le professeur Jean-Yves Trépanier, qui m'a fourni un encadrement de qualité tout au long de ce projet, tout en me laissant la liberté nécessaire au développement de mon potentiel.

Je remercie ALSTOM-Grid (anciennement AREVA T&D) pour avoir financé le projet, plus particulièrement Philippe Robin-Jouan, chef de la section de calcul de la physique de l'arc. L'intérêt qu'il a porté au projet, et ses suggestions, ont amélioré le résultat final.

Je remercie tous les membres du groupe LUMINOS. Je remercie entre autres Eddy Petro, associé de recherche, pour son aide précieuse dans l'apprentissage du logiciel CFX et le débogage de mes cas tests. Je remercie Christophe Tribes, particulièrement pour son aide à l'utilisation de "LaTex" (il n'aime pas la façon dont je prononce ce nom), lors de la rédaction de ce présent document. J'adresse également mes remerciements à Mathieu Melot pour m'avoir fait profiter de ses cas tests sur le rayonnement, ce qui a grandement raccourcit mon travail sur cet aspect (j'en rayonne de joie). Je remercie tous les étudiants du groupe, les échanges que j'ai eu avec eux m'ont permis de résoudre plusieurs interrogations, et leur compagnie fut des plus agréable (au sens amical du terme).

Je remercie le professeur Ricardo Camarero, qui m'a permis d'acquérir une première expérience en enseignement, en tant que chargé de laboratoire. J'ai bien aimé travailler avec lui (ainsi qu'avec tous les autres) pour le cours d'introduction aux technologies informatiques.

Je remercie tous les membres de ma famille, particulièrement ma mère, mon père, mes deux frères, et mon beau-père, qui n'ont jamais cessé de croire en mes capacités. C'est de cet environnement qu'est venu en premier lieux mon goût d'apprendre, de chercher plus en détails, et mon sens critique. Je salue tous les amis que j'ai fréquenté durant ma maîtrise, qui m'ont permis d'avoir une vie sociale, échappant ainsi au stéréotype du scientifique fou qui ne sort jamais de son laboratoire.

RÉSUMÉ

Le but du projet est de vérifier s'il est envisageable d'utiliser le code commercial CFX de ANSYS Inc. dans le but de simuler la coupure du courant dans un disjoncteur à haute tension. CFX est un code de dynamique des fluides au sens large, avec des options disponibles pour simuler différents types de problèmes d'écoulements de fluides, en trois dimensions spatiales. La méthodologie utilisée est principalement une comparaison entre deux codes, et avec la solution analytique, lorsque la géométrie utilisée le permet. Le code utilisé comme base de comparaison est MC3, qui est un code ayant déjà été validé, conçu spécialement pour simuler l'allumage et la coupure d'un arc électrique dans une géométrie de disjoncteur haute tension, avec une approximation d'axisymétrie de la géométrie. L'idée derrière le projet est donc de passer d'une méthode de calcul en deux dimensions que l'on sait fonctionnelle, avec des approximations pour obtenir des conditions axisymétriques, à une méthode de calcul pleinement tridimensionnelle en terme spatial, diminuant ainsi le nombre d'approximations à effectuer.

Les concepts de vérification et de validation de codes sont expliqués, avec un résumé de certaines méthodes particulières. Une brève description du fonctionnement des disjoncteurs haute tension est donnée, avec un résumé des principes physiques utilisés. Les équations physiques résolues par les solveurs sont données (dynamique des gaz, rayonnement, électromagnétisme), avec un résumé qualitatif des modèles numériques utilisés.

La géométrie et la physique des cas tests utilisés sont décrits, avec la solution analytique lorsque cela est possible. Les résultats de ces cas tests sont analysés et comparés entre les deux codes et la solution analytique. Ces cas tests ont pour but de simuler des cas simples faisant ressortir séparément chacune des caractéristiques physiques présentes dans un disjoncteur haute tension. Les caractéristiques physiques d'importance sont donc vérifiées une à la fois. Une tentative de calcul sur une situation un peu plus réaliste a finalement été effectuée.

ABSTRACT

The goal of the project is to verify the possibility of using ANSYS Inc.'s CFX commercial code for simulations of current interruption in a high-voltage circuit breaker. CFX is a fluid dynamic code in a wide sense, with available options for simulating many fluid flow problems, in three spatial dimensions. The method used for the verification is mainly a code to code comparison, and with analytical solutions, when the geometry allow it. The code used as comparison basis is MC3, which has already been validated. It is specially made for simulating ignition and cutting of electric arcs in a circuit breaker geometry, with an axisymmetric approximation. The idea of the project is to pass from a well validated two dimensional method, with axisymmetric approximations to do.

The code verification and validation concepts are explained, with a summary of some particular methods. A brief description of high-voltage circuit breakers operation is given, with a summary of physical principles used for its modeling. The physical equations solved by the computer codes are given (gas dynamic, radiation, electromagnetism), with a qualitative summary of numerical models used.

The geometry and physics of test cases used are described, with analytical solution when possible. The results of theses test cases are analyzed and compared between the two codes and the analytical solution. The goal of theses test cases is to simulate simple cases showing separately each physical characteristics present in a high-voltage circuit breaker. The physical characteristics of importance are then verified one by one. An attempt on a more realistic and complex situation was finally done.

TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE	iii
REMERCIEMENTS	iv
RÉSUMÉ	v
ABSTRACT	vi
TABLE DES MATIÈRES	vii
LISTE DES FIGURES	x
LISTE DES NOTATIONS ET DES SYMBOLES	xiii
LISTE DES TABLEAUX	xvi
LISTE DES ANNEXES	vii
INTRODUCTION	1
CHAPITRE 1 MÉTHODES DE VÉRIFICATION DE CODES	3
1.1 Comparaison avec des solutions analytiques	4
1.2 Comparaison de codes	4
1.3 Méthodes des solutions manufacturées	5
1.4 Comparaison des modèles disponibles	5
1.5 Étude de convergence de maillage	6
CHAPITRE 2 LES DISJONCTEURS HAUTE TENSION	7
2.1 Fonctionnement	7
2.2 Gaz utilisé : le SF_6	9
CHAPITRE 3 RÉSUMÉ DES LOGICIELS UTILISÉS	14
3.1 Équations de dynamique des fluides et discrétisations	15

	3.1.1	CFX	15
	3.1.2	MC3	18
	3.1.3	Conditions frontières du fluide	19
		3.1.3.1 CFX	19
		3.1.3.2 MC3	20
3.2	Tables	de gaz réel	21
3.3	Mouve	ments de maillage	23
3.4	Transfe	ert radiatif	24
	3.4.1	MC3	25
		3.4.1.1 Modèles de rayonnement	25
		3.4.1.2 Modèle spectral	26
		3.4.1.3 Condition aux frontières	26
	3.4.2	CFX	27
		3.4.2.1 Modèles de rayonnement	27
		3.4.2.2 Condition aux frontières	28
		3.4.2.3 Modèles spectraux	28
3.5	Électro	magnétisme	29
	3.5.1	MC3	31
	3.5.2	CFX	31
СНАРІІ	TRE 4	CAS TESTS DE VÉRIFICATION	32
4.1	Vue d'e	ensemble des vérifications effectuées	33
4.2	Diffuse	eur radial axisymétrique	33
4.3	Conflu	ence supersonique	37
4.4	Tuyère	de Lewis	40
	4.4.1	Régime permanent	41
	4.4.2	Régime transitoire	43
	4.4.3	Comparaison de méthodes de simulation	45
4.5	Tuyère	avec réservoirs	49
	4.5.1	Basses températures	50

	4.5.2	Températures trans-dissociation moléculaire 5	53
	4.5.3	Hautes températures	50
	4.5.4	Conclusions tirées de la géométrie	53
4.6	Maillag	ges mobiles \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots	55
	4.6.1	Piston en compression	55
	4.6.2	Piston en détente	74
	4.6.3	Conclusions sur les maillages mobiles	32
4.7	Rayonr	nement	33
	4.7.1	Modèle 1 : Cylindre de gaz chaud	35
	4.7.2	Modèle 2 : Cylindre de gaz chaud entouré de gaz froid	39
	4.7.3	Modèle 3 : Géométrie de style industriel) 5
	4.7.4	Modèle 4 : Cas test à deux coefficients d'absorption	98
	4.7.5	Observations supplémentaires et conclusions sur les modèles de rayonnement 10)7
4.8	Chauffa	age isochore)9
	4.8.1	Cas débutant à 293 K	12
	4.8.2	Cas débutant à 4000 K	13
4.9	Champ	magnétique	15
4.10	Ajout d	l'un arc électrique dans la tuyère de Lewis	20
4.11	Résum	é des conclusions tirées des cas tests	21
CONCL	USION		24
ANNEX	ES		30

LISTE DES FIGURES

FIGURE 2.1	Ouverture des bornes au cœur de la chambre de coupure	7
FIGURE 2.2	Conductivité électrique du SF_6 en fonction de la température pour diffé-	
	rentes valeurs de pression	10
FIGURE 2.3	Exemple de coefficients d'absorption du SF_6 en fonction de la température,	
	pour différentes pressions, pour une bande d'absorption, avec un certain	
	rayon d'arc	11
FIGURE 2.4	Capacité calorifique à pression constante (C_P) du SF_6 en fonction de la	
	température, pour différentes valeurs de pression	13
Figure 4.1	Géométrie du diffuseur radial axisymétrique	35
FIGURE 4.2	Nombre de Mach en fonction du rayon pour le diffuseur radial	36
FIGURE 4.3	Pression en fonction du rayon pour le diffuseur radial	36
FIGURE 4.4	Logarithme de l'erreur sur les résultats en fonction du logarithme de la	
	taille de la discrétisation	37
FIGURE 4.5	Géométrie et schéma du problème pour la confluence supersonique	38
Figure 4.6	Nombre de Mach à la sortie pour la confluence supersonique	40
FIGURE 4.7	Pression à la sortie pour la confluence supersonique	41
FIGURE 4.8	Géométrie de la tuyère de Lewis allongée	41
Figure 4.9	Courbes d'isosurfaces du nombre de Mach pour la tuyère de Lewis allongée	
	sous CFX	42
FIGURE 4.10	Nombres de Mach sur l'axe central pour la tuyère de Lewis en régime per-	
	manent	44
Figure 4.11	Pressions sur l'axe central pour la tuyère de Lewis en régime permanent .	45
FIGURE 4.12	Nombres de Mach sur la paroi près de la sortie pour la tuyère de Lewis en	
	régime permanent	46
FIGURE 4.13	Pressions sur la paroi près de la sortie pour la tuyère de Lewis en régime	
	permanent	46
FIGURE 4.14	Nombres de Mach sur l'axe central pour la tuyère de Lewis en régime tran-	
	sitoire	47

FIGURE 4.15	Nombres de Mach sur la paroi près de la sortie pour la tuyère de Lewis en	
	régime transitoire	48
Figure 4.16	Pressions sur la paroi près de la sortie pour la tuyère de Lewis en régime	
	transitoire	48
Figure 4.17	Nombres de Mach sur l'axe central pour la tuyère de Lewis pour différentes	
	méthodes de simulation	49
Figure 4.18	Géométrie de la tuyère avec les réservoirs en amont et en aval	50
Figure 4.19	Pression au coin gauche en fonction du temps pour la tuyère avec réservoirs	
	à basse température	51
FIGURE 4.20	Pression au coin droit en fonction du temps pour la tuyère avec réservoirs	
	à basse température	52
FIGURE 4.21	Débit au centre de la tuyère en fonction du temps pour la tuyère avec réser-	
	voirs à basse température	52
FIGURE 4.22	Pression sur l'axe central à 10 ms pour la tuyère avec réservoirs à basse	
	température	53
FIGURE 4.23	Nombre de Mach sur l'axe central à 10 ms pour la tuyère avec réservoirs à	
	basse température	54
FIGURE 4.24	Courbes de contour du nombre de Mach obtenu avec CFX à 10 ms pour la	
	tuyère avec réservoirs à basse température	54
FIGURE 4.25	Courbes de contour du nombre de Mach obtenu avec MC3 à 10 ms pour la	
	tuyère avec réservoirs à basse température	55
FIGURE 4.26	Pression au coin gauche en fonction du temps pour la tuyère avec réservoirs	
	à températures trans-dissociation moléculaire	55
FIGURE 4.27	Pression au coin droit en fonction du temps pour la tuyère avec réservoirs	
	à températures trans-dissociation moléculaire	56
FIGURE 4.28	Débit au centre de la tuyère en fonction du temps pour la tuyère avec réser-	
	voirs à températures trans-dissociation moléculaire	56
FIGURE 4.29	Pression sur l'axe central à 1,2 ms pour la tuyère avec réservoirs à tempé-	
	ratures trans-dissociation moléculaire	57

FIGURE 4.30	Nombre de Mach sur l'axe central à 1,2 ms pour la tuyère avec réservoirs	
	à températures trans-dissociation moléculaire	58
FIGURE 4.31	Température sur l'axe central à 1,2 ms pour la tuyère avec réservoirs à	
	températures trans-dissociation moléculaire	58
FIGURE 4.32	Densité sur l'axe central à 1,2 ms pour la tuyère avec réservoirs à tempéra-	
	tures trans-dissociation moléculaire	59
FIGURE 4.33	Courbes de contour de la température obtenue avec CFX à 1,2 ms pour la	
	tuyère avec réservoirs à températures trans-dissociation moléculaire	59
FIGURE 4.34	Courbes de contour de la température obtenue avec MC3 à 1,2 ms pour la	
	tuyère avec réservoirs à températures trans-dissociation moléculaire	60
FIGURE 4.35	Courbes de contour de la température obtenue avec CFX à 0,6 ms pour la	
	tuyère avec réservoirs à températures trans-dissociation moléculaire	60
Figure 4.36	Courbes de contour de la température obtenue avec MC3 à 0,6 ms pour la	
	tuyère avec réservoirs à températures trans-dissociation moléculaire	61
FIGURE 4.37	Pression au coin gauche en fonction du temps pour la tuyère avec réservoirs	
	à hautes températures	62
FIGURE 4.38	Pression au coin droit en fonction du temps pour la tuyère avec réservoirs	
	à hautes températures	62
Figure 4.39	Débit au centre de la tuyère en fonction du temps pour la tuyère avec réser-	
	voirs à hautes températures	63
FIGURE 4.40	Pression sur l'axe central à 1,2 ms pour la tuyère avec réservoirs à hautes	
	températures	63
Figure 4.41	Courbes de contour de la température obtenue avec CFX à 1,2 ms pour la	
	tuyère avec réservoirs à hautes températures	64
FIGURE 4.42	Courbes de contour de la température obtenue avec MC3 à 1,2 ms pour la	
	tuyère avec réservoirs à hautes températures	64
FIGURE 4.43	Géométrie du piston en compression	66
FIGURE 4.44	Maillage initial de 1300 nœuds et 4652 éléments en CFX pour le piston en	
	compression	67

Figure 4.45	Maillage raffiné initial de 74 372 nœuds et 391 720 en CFX pour le piston	
	en compression	67
Figure 4.46	Maillage initial de 1249 nœuds et 2295 éléments en MC3 pour le piston en	
	compression	67
FIGURE 4.47	Maillage de 1300 nœuds et 4652 éléments en CFX pour le piston en com-	
	pression à 80 m/s, après 0,5 milliseconde	67
Figure 4.48	Maillage raffiné de 74 372 nœuds et 391 720 éléments en CFX pour le	
	piston en compression à 80 m/s, après 0,5 milliseconde	67
Figure 4.49	Maillage de 1300 nœuds et 4652 éléments en CFX pour le piston en com-	
	pression à 80 m/s, après 1 milliseconde	67
FIGURE 4.50	Vitesses le long de l'axe central pour le piston en compression à 80 m/s,	
	après 0,5 milliseconde	69
Figure 4.51	Pressions le long de l'axe central pour le piston en compression à 80 m/s,	
	après 0,5 milliseconde	70
FIGURE 4.52	Densités le long de l'axe central pour le piston en compression à 80 m/s,	
	après 0,5 milliseconde	70
FIGURE 4.53	Vitesses le long de l'axe central pour le piston en compression à 80 m/s,	
	après 0,5 milliseconde, avec différents paramètres	71
FIGURE 4.54	Pressions le long de l'axe central pour le piston en compression à 80 m/s,	
	après 0,5 milliseconde, avec différents paramètres	71
Figure 4.55	Vitesses le long de l'axe central pour le piston en compression à 20 m/s,	
	après 0,5 milliseconde	73
Figure 4.56	Vitesses le long de l'axe central pour le piston en compression à 80 m/s,	
	après 1 milliseconde	73
Figure 4.57	Masse totale de gaz pour le piston en compression à 80 m/s	74
FIGURE 4.58	Géométrie du piston en détente	75
Figure 4.59	Maillage initial de 3722 nœuds et 16 463 éléments en CFX pour le piston	
	en détente	76
Figure 4.60	Maillage raffiné initial de 23 543 nœuds et 118 721 éléments en CFX pour	
	le piston en détente	76

FIGURE 4.61	Maillage initial de 613 nœuds et 1115 éléments en MC3 pour le piston en	
	détente	76
FIGURE 4.62	Maillage de 3722 nœuds et 16 463 éléments en CFX pour le piston en	
	détente à 50 m/s, après 0,2 milliseconde	76
FIGURE 4.63	Maillage raffiné de 23 543 nœuds et 118 721 éléments en CFX pour le	
	piston en détente à 50 m/s, après 0,2 milliseconde	76
Figure 4.64	Maillage de 3722 nœuds et 16 463 éléments en CFX pour le piston en	
	détente à 50 m/s, après 1 milliseconde	77
Figure 4.65	Maillage de 3722 nœuds et 16 463 éléments en CFX pour le piston en	
	détente à 50 m/s, après 2 milliseconde	77
Figure 4.66	Maillage de 3722 nœuds et 16 463 éléments en CFX pour le piston en	
	détente à 50 m/s, après 3 milliseconde	77
Figure 4.67	Vitesses le long de l'axe central pour le piston en détente à 10 m/s, après	
	0,2 milliseconde	79
Figure 4.68	Vitesses le long de l'axe central pour le piston en détente à 50 m/s, après	
	0,2 milliseconde	80
Figure 4.69	Vitesses le long de l'axe central pour le piston en détente à 50 m/s, après	
	0,2 milliseconde, avec différents paramètres	80
FIGURE 4.70	Pressions le long de l'axe central pour le piston en détente à 50 m/s, après	
	0,2 milliseconde, avec différents paramètres	81
Figure 4.71	Vitesses le long de l'axe central pour le piston en détente à 50 m/s, après 1	
	milliseconde	81
Figure 4.72	Pressions le long de l'axe central pour le piston en détente à 50 m/s, après	
	1 milliseconde	82
FIGURE 4.73	Densités le long de l'axe central pour le piston en détente à 50 m/s, après 2	
	millisecondes	82
Figure 4.74	Vitesses le long de l'axe central pour le piston en détente à 50 m/s, après 3	
	millisecondes	83
FIGURE 4.75	Densités le long de l'axe central pour le piston en détente à 50 m/s, après 3	
	millisecondes	83

FIGURE 4.76	Masse totale de gaz pour le piston en détente à 50 m/s	84
Figure 4.77	Géométrie et maillage en CFX du modèle 1 (12 637 nœuds et 65 767 tétra-	
	èdres)	85
Figure 4.78	Flux radiatif à la paroi pour le modèle 1, avec $\kappa = 10^{-6}m^{-1}$	86
Figure 4.79	Flux radiatif à la paroi pour le modèle 1, avec $\kappa = 10^{-1}m^{-1}$	87
FIGURE 4.80	Flux radiatif à la paroi pour le modèle 1, avec $\kappa = 5m^{-1}$	88
FIGURE 4.81	Flux radiatif à la paroi pour le modèle 1, avec $\kappa = 10^6 m^{-1} \dots \dots \dots$	88
FIGURE 4.82	Géométrie et maillage en CFX du modèle 2 (41 873 nœuds et 194 128	
	tétraèdres)	89
FIGURE 4.83	Flux radiatif à la paroi pour le modèle 2, avec $\kappa = 10^{-6}m^{-1}$	90
Figure 4.84	Flux radiatif à la paroi pour le modèle 2, avec $\kappa = 10^{-1}m^{-1}$	91
FIGURE 4.85	Flux radiatif à la paroi pour le modèle 2, avec $\kappa = 1m^{-1}$	92
Figure 4.86	Flux radiatif à la paroi pour le modèle 2, avec $\kappa = 5m^{-1}$	92
FIGURE 4.87	Flux radiatif à la paroi pour le modèle 2, avec $\kappa = 20m^{-1}$	93
FIGURE 4.88	Flux radiatif à la paroi pour le modèle 2, avec $\kappa = 10^6 m^{-1} \dots \dots \dots$	94
Figure 4.89	Géométrie du modèle 3	95
Figure 4.90	Flux radiatif à la borne pour le modèle 3, avec $\kappa = 10^{-6}m^{-1}$	96
Figure 4.91	Flux radiatif à la paroi pour le modèle 3, avec $\kappa = 10^{-1}m^{-1}$	97
FIGURE 4.92	Flux radiatif à la borne pour le modèle 3, avec $\kappa = 10^{-1}m^{-1}$	97
FIGURE 4.93	Flux radiatif à la paroi pour le modèle 3, avec $\kappa = 1m^{-1}$	98
Figure 4.94	Flux radiatif à la paroi pour le modèle 3, avec $\kappa = 5m^{-1}$	99
Figure 4.95	Géométrie et maillage en CFX du modèle 4 (40 149 nœuds et 192 905	
	tétraèdres)	100
Figure 4.96	Flux radiatif à la paroi pour le modèle 4, avec $\kappa = 10m^{-1}$ dans la zone	
	chaude et $\kappa = 10^5 m^{-1}$ dans la zone froide, pour les différents modèles de	
	radiation	101
Figure 4.97	Flux radiatif à la paroi pour le modèle 4, avec $\kappa = 10m^{-1}$ dans la zone	
	chaude et $\kappa = 10^5 m^{-1}$ dans la zone froide, pour les variantes du modèle	
	de radiation Discrete Transfer	101

FIGURE 4.98	Flux radiatif à la paroi pour le modèle 4, avec $\kappa = 10m^{-1}$ dans la zone	
	chaude et $\kappa = 10^5 m^{-1}$ dans la zone froide, pour les variantes du modèle	
	de radiation Monte Carlo	102
Figure 4.99	Terme source le long du rayon au centre de la géométrie pour le modèle 4,	
	avec $\kappa = 10m^{-1}$ dans la zone chaude et $\kappa = 10^5m^{-1}$ dans la zone froide,	
	pour les différents modèles de radiation	103
FIGURE 4.100	Terme source le long du rayon au centre de la géométrie pour le modèle 4,	
	avec $\kappa = 10m^{-1}$ dans la zone chaude et $\kappa = 10^5m^{-1}$ dans la zone froide,	
	pour les variantes du modèle de radiation Discrete Transfer	103
FIGURE 4.101	Terme source le long du rayon au centre de la géométrie pour le modèle 4,	
	avec $\kappa = 10m^{-1}$ dans la zone chaude et $\kappa = 10^5m^{-1}$ dans la zone froide,	
	pour les variantes du modèle de radiation Monte Carlo	104
FIGURE 4.102	Flux radiatif à la paroi pour le modèle 4, avec $\kappa = 1m^{-1}$ dans la zone	
	chaude et $\kappa = 10^{-5}m^{-1}$ dans la zone froide, pour les différents modèles de	
	radiation	105
FIGURE 4.103	Flux radiatif à la paroi pour le modèle 4, avec $\kappa = 1m^{-1}$ dans la zone	
	chaude et $\kappa = 10^{-5} m^{-1}$ dans la zone froide, pour les variantes du modèle	
	de radiation Discrete Transfer	105
FIGURE 4.104	Flux radiatif à la paroi pour le modèle 4, avec $\kappa = 1m^{-1}$ dans la zone	
	chaude et $\kappa = 10^{-5}m^{-1}$ dans la zone froide, pour les variantes du modèle	
	de radiation Monte Carlo	106
FIGURE 4.105	Terme source le long du rayon au centre de la géométrie pour le modèle 4,	
	avec $\kappa = 1m^{-1}$ dans la zone chaude et $\kappa = 10^{-5}m^{-1}$ dans la zone froide,	
	pour les différents modèles de radiation	106
FIGURE 4.106	Terme source le long du rayon au centre de la géométrie pour le modèle 4,	
	avec $\kappa = 1m^{-1}$ dans la zone chaude et $\kappa = 10^{-5}m^{-1}$ dans la zone froide,	
	pour les variantes du modèle de radiation Discrete Transfer	107
FIGURE 4.107	Terme source le long du rayon au centre de la géométrie pour le modèle 4,	
	avec $\kappa = 1m^{-1}$ dans la zone chaude et $\kappa = 10^{-5}m^{-1}$ dans la zone froide,	
	pour les variantes du modèle de radiation Monte Carlo	107

FIGURE 4.108	Température en fonction du temps pour le chauffage isochore, avec $10^6 W$	113
Figure 4.109	Pression en fonction du temps pour le chauffage isochore, avec $10^6 W_{\rm -}$.	114
FIGURE 4.110	Potentiel électrique le long de l'axe pour le chauffage isochore, avec $10^6 W$	114
FIGURE 4.111	Température en fonction du temps pour le chauffage isochore, avec $10^7 W$	115
FIGURE 4.112	Pression en fonction du temps pour le chauffage isochore, avec $10^7 W$	116
FIGURE 4.113	Potentiel électrique le long de l'axe pour le chauffage isochore, avec $10^7 W$	116
FIGURE 4.114	Géométrie et maillage en CFX pour les tests sur le champ magnétique	117
FIGURE 4.115	Composante angulaire du champ magnétique en fonction du rayon	120
FIGURE 4.116	Composante angulaire du champ magnétique en fonction du rayon, pour le	
	model surdimensionné	120
FIGURE I.1	Maillage de 93 905 nœuds et 186 307 triangles utilisé en MC3 pour la	
	tuyère de Lewis	130
FIGURE I.2	Maillage de10 067 nœuds et 50 861 tétraèdres utilisé en CFX pour la tuyère	
	de Lewis	130
FIGURE I.3	Maillage de 629 885 nœuds et 3 382 136 tétraèdres utilisé en CFX pour la	
	tuyère de Lewis	130
FIGURE I.4	Nombres de Mach sur la paroi de la section divergente pour la tuyère de	
	Lewis en régime permanent	131
FIGURE I.5	Pressions sur la paroi de la section divergente pour la tuyère de Lewis en	
	régime permanent	131
FIGURE I.6	Nombres de Mach à un rayon de 17,5 mm pour la tuyère de Lewis en	
	régime permanent	132
FIGURE I.7	Pressions à un rayon de 17,5 mm pour la tuyère de Lewis en régime permanen	t133
FIGURE I.8	Nombres de Mach sur la paroi du col (à un rayon de 17,5 mm) pour la	
	tuyère de Lewis en régime permanent	134
FIGURE I.9	Pressions sur la paroi du col (à un rayon de 17,5 mm) pour la tuyère de	
	Lewis en régime permanent	134
FIGURE I.10	Pressions sur l'axe central pour la tuyère de Lewis en régime transitoire .	135
FIGURE I.11	Nombres de Mach sur la paroi de la section divergente pour la tuyère de	
	Lewis en régime transitoire	136

FIGURE I.12	Pressions sur la paroi de la section divergente pour la tuyère de Lewis en	
	régime transitoire	136
FIGURE I.13	Nombres de Mach à un rayon de 17,5 mm pour la tuyère de Lewis en	
	régime transitoire	137
FIGURE I.14	Pressions à un rayon de 17,5 mm pour la tuyère de Lewis en régime transitoir	e138
FIGURE I.15	Nombres de Mach sur la paroi du col (à un rayon de 17,5 mm) pour la	
	tuyère de Lewis en régime transitoire	139
FIGURE I.16	Pressions sur la paroi du col (à un rayon de 17,5 mm) pour la tuyère de	
	Lewis en régime transitoire	139
FIGURE I.17	Maillage utilisé pour comparé les méthodes de simulation	140
FIGURE I.18	Pressions sur l'axe central pour la tuyère de Lewis pour différentes mé-	
	thodes de simulation	140
Figure I.19	Nombres de Mach sur la paroi de la section divergente pour la tuyère de	
	Lewis pour différentes méthodes de simulation	141
FIGURE I.20	Pressions sur la paroi de la section divergente pour la tuyère de Lewis pour	
	différentes méthodes de simulation	141
FIGURE I.21	Nombres de Mach sur la paroi près de la sortie pour la tuyère de Lewis	
	pour différentes méthodes de simulation	142
FIGURE I.22	Pressions sur la paroi près de la sortie pour la tuyère de Lewis pour diffé-	
	rentes méthodes de simulation	142
FIGURE I.23	Nombres de Mach à un rayon de 17,5 mm pour la tuyère de Lewis pour	
	différentes méthodes de simulation	143
FIGURE I.24	Pressions à un rayon de 17,5 mm pour la tuyère de Lewis pour différentes	
	méthodes de simulation	144
FIGURE I.25	Nombres de Mach sur la paroi du col (à un rayon de 17,5 mm) pour la	
	tuyère de Lewis pour différentes méthodes de simulation	145
FIGURE I.26	Pressions sur la paroi du col (à un rayon de 17,5 mm) pour la tuyère de	
	Lewis pour différentes méthodes de simulation	145
FIGURE I.27	Maillage de la zone 1 (3811 nœuds et 16 270 tétraèdres) dans CFX pour la	
	tuyère avec les réservoirs	146

FIGURE I.28	Maillage de 5075 nœuds et 9713 éléments dans MC3 pour la tuyère avec	
	les réservoirs	146
FIGURE I.29	Température au coin gauche en fonction du temps pour la tuyère avec ré-	
	servoirs à basse température	147
FIGURE I.30	Température au coin droit en fonction du temps pour la tuyère avec réser-	
	voirs à basse température	147
FIGURE I.31	Température sur l'axe central à 10 ms pour la tuyère avec réservoirs à basse	
	température	148
FIGURE I.32	Densité sur l'axe central à 10 ms pour la tuyère avec réservoirs à basse	
	température	148
FIGURE I.33	Température au coin gauche en fonction du temps pour la tuyère avec ré-	
	servoirs à températures trans-dissociation moléculaire	149
FIGURE I.34	Température au coin droit en fonction du temps pour la tuyère avec réser-	
	voirs à températures trans-dissociation moléculaire	149
FIGURE I.35	Température au coin gauche en fonction du temps pour la tuyère avec ré-	
	servoirs à hautes températures	150
FIGURE I.36	Température au coin droit en fonction du temps pour la tuyère avec réser-	
	voirs à hautes températures	150
FIGURE I.37	Nombre de Mach sur l'axe central à 1,2 ms pour la tuyère avec réservoirs	
	à températures trans-dissociation moléculaire	151
FIGURE I.38	Température sur l'axe central à 10 ms pour la tuyère avec réservoirs à	
	hautes températures	151
FIGURE I.39	Densité sur l'axe central à 10 ms pour la tuyère avec réservoirs à hautes	
	températures	152
FIGURE I.40	Maillage de 758 nœuds et 1390 éléments en MC3 pour le piston en com-	
	pression à 80 m/s, après 0,5 milliseconde	153
FIGURE I.41	Maillage de 264 nœuds et 473 éléments en MC3 pour le piston en com-	
	pression à 80 m/s, après 1 milliseconde	153
FIGURE I.42	Maillage de 1300 nœuds et 4652 éléments en CFX pour le piston en com-	
	pression à 20 m/s, après 0,5 milliseconde	153

FIGURE I.43	Maillage raffiné de 74 372 nœuds et 391 720 éléments en CFX pour le	
	piston en compression à 20 m/s, après 0,5 milliseconde	153
Figure I.44	Maillage de 1128 nœuds et 2076 éléments en MC3 pour le piston en com-	
	pression à 20 m/s, après 0,5 milliseconde	153
FIGURE I.45	Maillage de 1300 nœuds et 4652 éléments en CFX pour le piston en com-	
	pression à 20 m/s, après 1 milliseconde	154
Figure I.46	Densités le long de l'axe central pour le piston en compression à 80 m/s,	
	après 0,5 milliseconde, avec différents paramètres	154
FIGURE I.47	Pressions le long de l'axe central pour le piston en compression à 20 m/s,	
	après 0,5 milliseconde	154
Figure I.48	Densités le long de l'axe central pour le piston en compression à 20 m/s,	
	après 0,5 milliseconde	155
Figure I.49	Pressions le long de l'axe central pour le piston en compression à 80 m/s,	
	après 1 milliseconde	155
FIGURE I.50	Densités le long de l'axe central pour le piston en compression à 80 m/s,	
	après 1 milliseconde	156
FIGURE I.51	Maillage de 3722 nœuds et 16 463 éléments en CFX pour le piston en	
	détente à 10 m/s, après 0,2 milliseconde	157
FIGURE I.52	Maillage de 629 nœuds et 1145 éléments en MC3 pour le piston en détente	
	à 10 m/s, après 0,2 milliseconde	157
FIGURE I.53	Maillage de 3722 nœuds et 16 463 éléments en CFX pour le piston en	
	détente à 10 m/s, après 1 milliseconde	157
FIGURE I.54	Maillage de 715 nœuds et 1304 éléments en MC3 pour le piston en détente	
	à 50 m/s, après 0,2 milliseconde	157
FIGURE I.55	Maillage de 1126 nœuds et 2061 éléments en MC3 pour le piston en détente	
	à 50 m/s, après 1 milliseconde	157
FIGURE I.56	Maillage de 1632 nœuds et 2988 éléments en MC3 pour le piston en détente	
	à 50 m/s, après 2 milliseconde	158
FIGURE I.57	Maillage de 2139 nœuds et 3916 éléments en MC3 pour le piston en détente	
	à 50 m/s, après 3 milliseconde	158

FIGURE I.58	Pressions le long de l'axe central pour le piston en détente à 10 m/s, après	
	0,2 milliseconde	158
Figure I.59	Densités le long de l'axe central pour le piston en détente à 10 m/s, après	
	0,2 milliseconde	159
FIGURE I.60	Pressions le long de l'axe central pour le piston en détente à 50 m/s, après	
	0,2 milliseconde	159
FIGURE I.61	Densités le long de l'axe central pour le piston en détente à 50 m/s, après	
	0,2 milliseconde	160
FIGURE I.62	Densités le long de l'axe central pour le piston en détente à 50 m/s, après	
	0,2 milliseconde, avec différents paramètres	160
FIGURE I.63	Densités le long de l'axe central pour le piston en détente à 50 m/s, après 1	
	milliseconde	161
Figure I.64	Vitesses le long de l'axe central pour le piston en détente à 50 m/s, après 2	
	millisecondes	161
Figure I.65	Pressions le long de l'axe central pour le piston en détente à 50 m/s, après	
	2 millisecondes	161
FIGURE I.66	Pressions le long de l'axe central pour le piston en détente à 50 m/s, après	
	3 millisecondes	162
FIGURE I.67	Maillage en MC3 du modèle 1 (22 276 nœuds et 44 104 triangles)	163
Figure I.68	Flux radiatif à la paroi pour le modèle 1, avec $\kappa = 10^{-3}m^{-1}$	163
Figure I.69	Flux radiatif à la paroi pour le modèle 1, avec $\kappa = 1m^{-1}$	164
FIGURE I.70	Flux radiatif à la paroi pour le modèle 1, avec $\kappa = 20m^{-1}$	164
FIGURE I.71	Flux radiatif à la paroi pour le modèle 1, avec $\kappa = 50m^{-1}$	165
FIGURE I.72	Flux radiatif à la paroi pour le modèle 1, avec $\kappa = 10^3 m^{-1} \dots \dots \dots$	165
FIGURE I.73	Maillage en MC3 du modèle 2 (22 493 nœuds et 44 453 triangles)	166
FIGURE I.74	Flux radiatif à la paroi pour le modèle 2, avec $\kappa = 10^{-3}m^{-1}$	166
FIGURE I.75	Flux radiatif à la paroi pour le modèle 2, avec $\kappa = 50m^{-1}$	167
FIGURE I.76	Flux radiatif à la paroi pour le modèle 2, avec $\kappa = 10^3 m^{-1} \dots \dots \dots$	167
FIGURE I.77	Maillage en CFX du modèle 3 (72 369 nœuds et 340 134 tétraèdres)	168
FIGURE I.78	Maillage en MC3 du modèle 3 (19 663 nœuds et 38 541 triangles)	168

Figure I.79	Flux radiatif à la paroi pour le modèle 3, avec $\kappa = 10^{-6}m^{-1}$	169
FIGURE I.80	Flux radiatif à la paroi pour le modèle 3, avec $\kappa = 10^{-3}m^{-1}$	169
FIGURE I.81	Flux radiatif à la borne pour le modèle 3, avec $\kappa = 10^{-3}m^{-1}$	170
FIGURE I.82	Flux radiatif à la borne pour le modèle 3, avec $\kappa = 1m^{-1}$	170
FIGURE I.83	Flux radiatif à la borne pour le modèle 3, avec $\kappa = 5m^{-1}$	171
FIGURE I.84	Flux radiatif à la paroi pour le modèle 3, avec $\kappa = 20m^{-1}$	171
FIGURE I.85	Flux radiatif à la borne pour le modèle 3, avec $\kappa = 20m^{-1}$	172
Figure I.86	Flux radiatif à la paroi pour le modèle 3, avec $\kappa = 50m^{-1}$	172
FIGURE I.87	Flux radiatif à la borne pour le modèle 3, avec $\kappa = 50m^{-1}$	173
FIGURE I.88	Flux radiatif à la paroi pour le modèle 3, avec $\kappa = 10^3 m^{-1}$	173
Figure I.89	Flux radiatif à la borne pour le modèle 3, avec $\kappa = 10^3 m^{-1}$	174
FIGURE I.90	Flux radiatif à la paroi pour le modèle 3, avec $\kappa = 10^6 m^{-1}$	174
FIGURE I.91	Flux radiatif à la borne pour le modèle 3, avec $\kappa = 10^6 m^{-1}$	175
Figure I.92	Maillage en MC3 du modèle 4 (1073 nœuds et 2066 triangles)	176

LISTE DES NOTATIONS ET DES SYMBOLES

Variables reliées à la dynamique des fluides et à la CFD

<i>a</i> :	vitesse du son (en m/s)
C_P :	capacité calorifique à pression constante (en $J\cdot kg^{-1}\cdot K^{-1})$
C_V :	capacité calorifique à volume constant (en $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$)
<i>e</i> :	énergie spécifique totale (énergie interne, en Joules)
<i>h</i> :	enthalpie spécifique statique (en Joules)
h_{tot} :	enthalpie spécifique totale (en Joules)
<i>k</i> :	conductivité thermique (en $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$)
<i>p</i> :	pression (en Pa ou en bar)
\vec{q} :	flux de chaleur (en $W \cdot m^{-2}$)
R:	constante du gaz parfait (en $Pa \cdot m^3 \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$)
<i>s</i> :	entropie spécifique (en $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$)
S_E :	terme source d'énergie (en $J \cdot m^{-3} \cdot s^{-1}$)
S_m :	terme source de masse (en $kg \cdot m^{-3} \cdot s^{-1}$)
S_M :	terme source d'impulsion (en $kg \cdot m^{-2} \cdot s^{-2}$)
T:	température (en K)
\vec{U} :	vecteur vitesse du fluide (en $m \cdot s^{-1}$)
γ :	constante isentropique (rapport C_P/C_V , adimensionnel)
δ:	matrice identité
μ :	viscosité dynamique (en $Pa \cdot s$)
ν :	volume spécifique (en $m^3 \cdot kg^{-1}$)
ρ :	densité (en $kg \cdot m^{-3}$)
$\vec{\tau}$:	tenseur de stress visqueux (en $Pa \cdot m^{-1}$)

Variables reliées au rayonnement

A:	coefficient d	anisotropie	linéaire	(adimensionnel))

vitesse de la lumière dans le vide (en $2,99792458\times 10^8m/s)$			
intensité radiative de corps noir intégrée sur l'angle solide (en $W \cdot Hz^{-1}$)			
radiation incidente en fonction de la longueur d'onde (en $W\cdot m^{-1}$)			
constante de Planck (6, 626 068 77 × $10^{-34} J \cdot s$)			
intensité radiative de corps noir, par unité d'angle solide (en $W\cdot m^{-2}\cdot$			
$Hz^{-1} \cdot sr^{-1}$ ou $W \cdot m^{-3} \cdot sr^{-1}$, selon le cas)			
intensité radiative en fonction de la longueur d'onde, par unité d'angle			
solide (en $W \cdot m^{-2} \cdot Hz^{-1} \cdot sr^{-1}$)			
constante de Boltzmann (1, 380 650 3 × 10 ⁻²³ $J \cdot K^{-1}$)			
indice de réfraction du milieu (adimensionnel)			
vecteur direction entre la source et la destination (en m)			
$coefficient d'absorption (on m^{-1})$			

$$\kappa$$
: coefficient d'absorption (en m^{-1})

κ_s :	coefficient de diffusion	$(en \ m^{-1})$)
-		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	e

 ν : fréquence (en Hz)

c:

 $E_{b\nu}$:

 G_{λ} :

h:

 I_b :

 I_{λ} :

 k_B :

n:

 \vec{s} :

- σ : constante de Stefan-Boltzmann (5,670 400 × 10⁻⁸ W · m⁻² · K⁻⁴)
- Φ_{λ} : fonction de phase de diffusion en fonction de la longueur d'onde (adimensionnel)
- Ω : angle solide (en *stéradians*)

Variables reliées à l'électromagnétisme

\vec{A} :	potentiel vecteur magnétique (en $Tesla \cdot m$)
\vec{B} :	champ magnétique, aussi appelé induction magnétique (en $Tesla$)
\vec{D} :	déplacement électrique, aussi appelé champ électrique modifié (en $C \cdot$
	m^{-2})
\vec{E} :	champ électrique (en V/m)
\vec{H} :	champ magnétique auxiliaire, également appelé excitation magnétique
	(en A/m)

\vec{I} :	intensité du courant électrique (en A)
\vec{J} :	densité de courant électrique (en $A \cdot m^{-2}$)
\vec{M} :	magnétisation du matériel (en A/m)
\vec{P} :	polarisation électrique du matériel (en $C \cdot m^{-2}$)
R:	résistance électrique du matériel (en $Ohms$ (Ω))
S_{ohm} :	terme source ohmique (en $W \cdot m^{-3}$)
V:	différence de potentiel électrique (en Volt)
$ ho_e$:	densité de charge électrique libre (en $C \cdot m^{-3}$)
ε:	permittivité électrique du matériel (en $C^2 \cdot N^{-1} \cdot m^{-2}$)
ϵ_0 :	permittivité du vide (8,85 \times $10^{-12}C^2 \cdot N^{-1} \cdot m^{-2})$
μ :	perméabilité magnétique du matériel (en $N\cdot A^{-2}$)
μ_0 :	perméabilité du vide ($4\pi \times 10^{-7} N \cdot A^{-2}$)
σ :	conductivité électrique (en $S \cdot m^{-1}$)
ϕ :	potentiel électrique (en Volt)
χ_e :	susceptibilité électrique du matériel (adimensionnel)
χ_m :	susceptibilité magnétique du matériel (adimensionnel)

LISTE DES TABLEAUX

TABLE 4.1	Vue d'ensemble des cas tests de vérification	34
TABLE 4.2	Conclusions ressortant des cas tests sur les écoulements de gaz	122
TABLE 4.3	Conclusions ressortant des cas tests sur les caractéristiques d'un arc électrique	e123

LISTE DES ANNEXES

ANNEX	ΚΕΙ	FIGURES SUPPLÉMENTAIRES DE RÉSULTATS	130
I.1	Tuyère	e de Lewis	130
	I.1.1	Exemples de maillages utilisés	130
	I.1.2	Régime permanent	131
	I.1.3	Régime transitoire	135
	I.1.4	Comparaison des models	140
I.2	Tuyère	avec réservoirs	146
	I.2.1	Maillages utilisés	146
	I.2.2	Basse température	147
	I.2.3	Températures trans-dissociation moléculaire	149
	I.2.4	Hautes températures	150
I.3	Mailla	ges mobiles	153
	I.3.1	Piston en compression	153
	I.3.2	Piston en détente	157
I.4	Rayon	nement	163
	I.4.1	Modèle 1 : Cylindre de gaz chaud	163
	I.4.2	Modèle 2 : Cylindre de gaz chaud entouré de gaz froid	166
	I.4.3	Modèle 3 : Géométrie de style industriel	168
	I.4.4	Modèle 4 : Cas test à deux coefficients d'absorption	176

INTRODUCTION

Le but de ce projet est de vérifier si le code commercial CFX de ANSYS Inc. peut être utilisé efficacement pour simuler la coupure du courant dans un disjoncteur haute tension. Les travaux ont été subventionnés par ALSTOM Grid, dans le but d'en faire une application industrielle. On s'intéresse plus précisément à l'interaction entre l'écoulement du gaz à haute pression et l'arc électrique qui se forme entre les bornes lors de leur séparation. Plusieurs méthodes précises ont été publiées concernant la vérification de codes (elles sont décrites au chapitre 1). Dans le cadre de ce projet, la méthode utilisée est principalement une comparaison entre deux codes, et une comparaison avec la solution analytique lorsque la géométrie du problème le permet. Le code utilisé comme base de comparaison est MC3, qui a déjà été validé par le passé.

Les disjoncteurs haute tension sont des appareils servant à couper le courant dans les circuits électriques à haut voltage. Il s'agit de dispositifs qui soufflent un gaz à haute pression (généralement du SF_6) afin de disperser au bon moment le plasma qui constitue l'arc électrique à couper. Les caractéristiques physiques en jeu incluent des écoulements à grandes vitesses et à hautes pressions. Il y a présence de très grands écarts en températures et pressions, pouvant varier typiquement de 250 K à 30 000 K ou même 40 000 K, et de quelques dixièmes à plusieurs dizaines de *bars*. Les géométries peuvent inclure des parois mobiles, ce qui nécessite une mobilité du maillage. Le cœur de la simulation réside dans le comportement de l'arc électrique, c'est-à-dire un plasma à très haute température dans lequel circule un courant électrique. Le calcul du rayonnement fait aussi partie des aspects à considérer, à cause des températures en jeu. Ces calculs constituent donc à la fois un problème de CFD (dynamique des fluides numériques), d'électromagnétisme et de transfert radiatif. Plus de détails sur le fonctionnement des disjoncteurs haute tension sont donnés au chapitre 2.

Le code MC3 est un logiciel de CFD conçu et orienté spécialement pour simuler le processus de coupure de courant dans un disjoncteur haute tension. Il fonctionne en deux dimensions, avec une condition d'axisymétrie. Ceci permet d'utiliser des maillages suffisamment raffinés tout en nécessitant des temps de calcul raisonnables. Son développement a débuté il y a plus de 20 ans, mais il

est toujours d'actualité, dû au fait de son efficacité et de sa stabilité pour le calcul de l'interaction entre l'arc électrique et l'écoulement de gaz. Il est le fruit d'une collaboration entre l'École Polytechnique de Montréal et le centre de calcul de l'arc chez ALSTOM-Grid (ou AREVA T&D, selon l'époque).

Le code CFX est un code de CFD commercial tridimensionnel, sans option bidimensionnelle, ayant des champs d'applications assez vastes. Depuis la version 12, un module MHD (magnétohydrodynamique) est implanté en version bêta dans le logiciel, ce qui ouvre la possibilité de simuler des arcs électriques sans nécessiter de lourde programmation par l'utilisateur. L'un des avantages de CFX est qu'il résout les équations en trois dimensions spatiales, permettant ainsi de simuler des géométries qui ne sont pas nécessairement axisymétriques ou simplifiables en deux dimensions. Ceci ouvre la porte à la résolution de problèmes plus près de la réalité des géométries industrielles. L'un de ses désavantages est qu'il fonctionne strictement en trois dimensions, nécessitant des maillages avec beaucoup plus d'éléments qu'un calcul en deux dimensions spatiales, pour obtenir une précision similaire. Ceci a pour effet d'allonger de beaucoup les temps de calcul, ou de réduire la précision des résultats, selon le cas.

CHAPITRE 1

MÉTHODES DE VÉRIFICATION DE CODES

Il existe plusieurs méthodes pour vérifier ou valider un logiciel. Certains auteurs ont publié des méthodes bien précises [1–3]. Dans le cadre du présent mémoire, le but est de vérifier le logiciel CFX pour des applications relatives aux disjoncteurs de surtension. Il s'agit de simuler l'interaction entre l'arc électrique qui se forme à l'ouverture du disjoncteur et le gaz à haute pression qui le souffle, ainsi que l'écoulement du mélange de gaz froid et de gaz chaud qui se propage dans le reste de l'appareil.

La méthodologie utilisée pour la vérification de CFX consiste essentiellement à utiliser des cas tests simples servant à imiter des cas limites de situations présentes dans les disjoncteurs réels, pour chacune des caractéristiques physiques modélisées. Ces cas tests sont calculés à la fois avec CFX et avec MC3. Lorsque cela est faisable, les solutions analytiques sont également calculées. Les solutions sont ensuite comparées entre elles, et le cas échéant avec la solution analytique, comme dans le cas de *de Hesselle & Trépanier* [4]. La vérification est donc principalement basée sur une comparaison de résultats obtenus par les deux codes, MC3 étant un logiciel qui a déjà été vérifié et validé par le passé [5–8].

Le terme validation désigne généralement la comparaison des résultats obtenus par un code avec des résultats de mesures expérimentales [1]. Les mesures numériques et expérimentales doivent concorder sur l'ensemble des géométries testées pour que la validation soit vraiment concluante. La validation a pour but de vérifier si le code résout le bon système d'équations pour le problème étudié.

Le terme vérification désigne plutôt la comparaison des résultats obtenus par le code à vérifier avec une solution analytique, ou avec les résultats obtenus par un autre code préalablement vérifié [1]. La vérification du code a pour but de vérifier si des erreurs de programmation ont été commises. Si aucune erreur de programmation n'est présente dans le code, alors la solution calculée par celui-ci devrait tendre vers la solution analytique lorsque la taille des éléments de maillage tend vers zéro.

1.1 Comparaison avec des solutions analytiques

Il s'agit de définir un cas test qui soit suffisamment simple pour que l'on puisse calculer une solution analytique. Cette solution analytique contient souvent plusieurs approximations afin d'obtenir un système résoluble. Il est donc important de choisir un cas test pour lequel les approximations effectuées ont très peu d'influence sur la solution. On lance le calcul avec le cas test en question, et on compare la solution obtenue à la solution analytique calculée. Cette façon de procéder permet de vérifier si les équations sont résolues correctement par le solveur, autrement dit vérifier qu'il n'y a pas d'erreur dans le code qui affecte la forme de la solution ou encore la convergence.

Cette méthode est très fiable, lorsqu'elle est bien appliquée, car elle réduit de beaucoup l'aspect suggestif lors de l'analyse des résultats. Elle permet également d'estimer l'erreur sur les résultats, c'est à dire l'écart entre la solution analytique et la solution obtenue par le solveur, ce qui donne une mesure quantitative de la précision du solveur [1,2,9]. Cette méthode est parfois appelée "méthode de la solution exacte" dans la littérature.

La solution analytique doit bien sûr être calculée en utilisant exactement les mêmes conditions que pour le modèle physique. Certains schémas numériques donnent toutefois des résultats plus précis que d'autres. Par exemple, le schéma d'advection Upwind aura tendance à arrondir les chocs. Cette erreur vient de la discrétisation du schéma lui-même, et non d'une erreur de programmation.

1.2 Comparaison de codes

Cette approche nécessite, en plus du code à vérifier, un autre code semblable, pouvant résoudre les mêmes cas test. Ce code doit avoir été rigoureusement testé au préalable et être considéré comme fiable. Cette option est surtout utilisée lorsque le calcul de la solution analytique serait beaucoup trop complexe, voire impossible. Cette méthode peut également servir à vérifier que des résultats obtenus avec un code sont reproductibles avec un autre code.

La solution pour le même cas test est calculée avec les deux codes, en prenant bien soin d'utiliser les mêmes paramètres, ou des paramètres équivalents s'il y a une différence entre les deux codes à ce sujet. C'est encore mieux si plus de deux logiciels sont utilisés, car on a alors une plus grande base de comparaison. Les résultats obtenus avec le code à vérifier sont comparés avec les résultats obtenus avec le code considéré comme fiable. Si le code à vérifier est bien implémenté, et que les maillages utilisés sont suffisamment raffinés, alors les résultats des deux codes devraient être très près l'un de l'autre.

1.3 Méthodes des solutions manufacturées

Cette méthode consiste essentiellement à faire le chemin inverse d'une vérification normale. On décide de la solution que l'on veut obtenir (généralement assez simple). On applique cette solution à l'équation aux dérivées partielles que l'on veut résoudre, ce qui donne un terme source qui peut varier en fonction de la position et du temps. On lance ensuite le calcul avec le code à vérifier en imposant le terme source précédemment calculé. Si le code est robuste, on devrait alors retrouver approximativement la solution décidée au départ [3].

Si cette méthode s'applique bien aux géométries très simples, elle est toutefois plus difficile à utiliser sur des géométries complexes, car il est alors plus difficile d'imposer une solution simple au problème. Cette méthode n'a pas été utilisée dans le présent projet.

1.4 Comparaison des modèles disponibles

Les codes commerciaux viennent souvent avec plusieurs modèles pour un même phénomène physique à simuler. Certains de ces modèles donnent des résultats plus près de la réalité physique que d'autres, selon les approximations qu'ils font du phénomène physique à simuler. Leur validité dépend souvent des conditions thermodynamiques en jeu et des conditions aux frontières du cas à simuler. Lorsque plusieurs modèles physiques sont présents et pertinents pour les situations qui nous intéressent, ceux ci ont tous été testés, et comparés à la fois entre eux et avec la solution de référence (la solution analytique ou la solution calculée avec le logiciel de comparaison). Cette méthode sert davantage à déterminer quel modèle est le meilleur pour les besoins de la situation, plutôt qu'à faire une vérification du code à proprement parler. Il est préférable de la coupler avec une autre méthode de vérification.

1.5 Étude de convergence de maillage

Des études de convergence en fonction du raffinement du maillage ont été effectuées sur certaines géométries. La méthode utilisée consiste à créer en premier lieu un maillage avec des lois déterminant la taille des mailles pour chacune des zones du modèle. On crée ensuite les autres maillages à partir de ce modèle en faisant varier les lois pour la taille des mailles par un facteur uniforme sur l'ensemble du modèle [1,9]. Certains auteurs suggère un facteur $\sqrt{2}$ [1], mais ceci est un peu restrictif. Il faut surtout considérer qu'un facteur trop petit nécessitera un trop grand nombre de maillages, et qu'un facteur trop grand ne donnera pas une bonne estimation de la tendance de convergence.

Par exemple, on peut choisir que la taille des mailles pour chaque zone du modèle sera divisée par deux d'un maillage à l'autre. S'il s'agit d'un modèle en trois dimensions, on aura alors un maillage avec environ huit fois plus d'éléments que le précédent (2³ fois). Le rapport des nombres de nœuds et d'éléments n'est pas exact à cause des algorithmes utilisés par les mailleurs pour générer automatiquement les maillages non-structurés de surfaces et volumiques.

Avec la solution sur plusieurs maillages de raffinement différents, on peut calculer l'ordre de convergence du code, c'est-à-dire le taux avec lequel l'erreur sur la solution tend à diminuer. Plus précisément, il s'agit de la pente du logarithme de l'erreur moyenne sur les résultats en fonction du logarithme de la taille moyenne de la discrétisation [9].

CHAPITRE 2

LES DISJONCTEURS HAUTE TENSION

2.1 Fonctionnement

Les disjoncteurs haute tension sont des appareils servant à couper le courant de façon sécuritaire dans les circuits électriques à haut voltage [10, 11]. Le cœur du problème est la dispersion du plasma constituant l'arc électrique par un gaz froid à haute pression au moment approprié, c'est-àdire lorsque le courant alternatif passe par zéro. La figure 2.1 montre un exemple simplifié illustrant le principe de la coupure du courant entre les deux bornes. Les isosurfaces de température, de froid (en bleu) à très chaud (en rouge), sont affichées dans la région contenant du gaz.



(c) Développement de l'arc électrique

(d) Dissipation du plasma constituant l'arc

FIGURE 2.1 Ouverture des bornes au cœur de la chambre de coupure

Lorsque le circuit est en fonction, la majorité du courant passe par les contacts principaux, qui sont situés autour de la chambre de coupure. Au début de la coupure, les contacts principaux sont d'abord séparés, afin de les protéger lors de la phase de coupure. Le courant est ainsi dévié vers les bornes centrales, en position fermée (comme sur la figure 2.1(a)) au moment de l'ouverture des contacts principaux. Au moment de la séparation des deux bornes, le gaz situé entre les deux subit un chauffage ohmique, ce qui augmente sa conductivité électrique par plusieurs ordres de grandeur. Le courant peut alors traverser le gaz d'une borne à l'autre, donnant ainsi naissance à un arc électrique [12], comme sur la figure 2.1(b). L'ensemble de la géométrie mobile est entraînée par un mouvement de ressort, qui compresse également un réservoir à des pressions pouvant atteindre des valeurs autour de 10 atmosphères, pendant que l'arc se forme, comme sur la figure 2.1(c). La séparation des deux bornes ouvre le réservoir compressé, ce qui libère le gaz sous haute pression, qui est accéléré à des nombres de Mach supersoniques via la géométrie ayant une forme de tuyère convergente-divergente. Ce gaz froid sert à dissiper le plasma constituant l'arc électrique, comme sur la figure 2.1(d). Le mélange de gaz chaud et froid est dispersé dans l'ensemble de la géométrie et se refroidit ainsi rapidement. Le gaz froid entre les deux bornes séparées sert finalement d'isolant.

Le courant électrique circulant dans de tels circuit est un courant alternatif, ce qui signifie que son amplitude est sinusoïdale, et qu'il oscille d'une direction à l'autre. Le courant est coupé près du passage à zéro du courant électrique [13]. La dissipation du plasma empêche le courant de repartir une nouvelle oscillation, comme sur la figure 2.1(d). L'ensemble du processus se déroule sur une échelle de temps de quelques millisecondes. Le plasma de l'arc émet une importante quantité de radiation. Cette radiation cause de l'ablation sur les parois aux alentours [14]. Une petite quantité de téflon, qui constitue les parois de la tuyère convergente-divergente de la chambre de coupure, est ainsi vaporisé, ce qui augmente la quantité de gaz présent dans la tuyère, et donc la pression disponible pour souffler l'arc. Les disjoncteurs haute-tension construits présentement utilisent à peu près tous ce phénomène, afin de maximiser l'efficacité de la coupure. Les disjoncteurs qui utilisent ce principe sont dits à auto-soufflage.

Si la dissipation du plasma est insuffisante, par exemple dans le cas où les deux bornes n'ont pas eu le temps de s'éloigner suffisamment avant le passage au courant zéro, alors le courant sera coupé au passage au courant zéro suivant. Si le courant n'est toujours pas coupé lorsque la borne mobile a terminé son mouvement d'éloignement, alors la coupure n'aura pas fonctionné, et le courant continuera de se propager par l'arc tant qu'il ne sera pas coupé par un autre disjoncteur du réseau.

Le but de couper le courant au passage à zéro est d'éviter d'endommager le réseau. Une coupure nette à un moment où le courant est élevé, à supposé que cela fonctionne, ce qui serait très difficile à réaliser, aurait pour effet de créer un retour de courant dans l'ensemble du réseau. Ce phénomène risquerait alors d'endommager de nombreux appareils y étant reliés, sans compter les risques d'accidents au niveau du disjoncteur lui-même. La littérature sur le sujet fournie un grand nombre d'exemples de géométries de disjoncteurs [4, 10–13, 15–17].

2.2 Gaz utilisé : le SF_6

Le SF_6 est le gaz qui est utilisé dans presque tous les disjoncteurs haute-tension en fonction sur la planète. Ce monopole est du à ses propriétés non-linéaires qui en font un très bon isolant à basse température (bien meilleur que l'air), et un très bon conducteur à très haute température [11, 18], comme le montrent les valeurs de la conductivité électrique sur la figure 2.2. Les valeurs sont tirées directement des tables utilisées par MC3, dont les valeurs viennent de Frost & Liebermann [19]. Le SF_6 sert donc d'isolant lorsque le circuit est en fonction. Lors de l'ouverture du circuit, il permet la formation d'un arc électrique pendant le temps voulu afin de ne pas endommager le réseau. Une fois que l'arc est soufflé, sa température redescend et il redevient un bon isolant, empêchant l'arc de se ré-allumer. Ces propriétés sont dues entre-autres à sa structure moléculaire qui est très stable à basse température. Lorsque la température augmente suffisamment, il y a d'abord une dissociation moléculaire, puis une faible ionisation est suffisante pour en faire un bon conducteur. La figure 2.2 montre que la conductivité électrique peut varier beaucoup en fonction de la température, mais beaucoup moins en fonction de la pression, ce qui fait que quelques tables, avec différentes pressions, suffisent pour bien représenter le phénomène. Cependant, la non linéarité de la dépendance en température empêche l'utilisation efficace d'une approximation polynômiale pour remplacer les tables. Ces tables ne tiennent pas compte du téflon vaporisé lors du processus d'ablation des parois et de la vapeur de métal provenant des bornes, qui peuvent avoir un effet sur la conductivité du gaz [18, 20].


FIGURE 2.2 Conductivité électrique du SF_6 en fonction de la température pour différentes valeurs de pression

Les coefficients d'absorption, pour la modélisation du rayonnement ont également une dépendance non-linéaire en température. Dans ce cas également, la dépendance en pression est beaucoup moins accentuée que la dépendance en température. Pour la modélisation du rayonnement, les logiciels utilisent souvent des modèles où le spectre électromagnétique est séparé par bandes, comme détaillé dans le chapitre 3. Ceci sert à simplifier la prise en compte de la dépendance en longueur d'onde, qui est en fait beaucoup plus complexe et caractérisée par un grand nombre de raies d'émission et d'absorption [21, 22]. Les coefficients d'absorption ont également une faible dépendance au rayon de l'arc, car le flux radiatif provient d'une zone plutôt restreinte en dimensions. La figure 2.3 montre un exemple de la forme de la variation des coefficients d'absorption, provenant des tables de MC3 pour une bande d'absorption utilisée, avec un certain rayon d'arc. Ces valeurs ont été initialement obtenues de façon théorique. La tendance de la dépendance en température peut changer brusquement entre deux bandes, et prendre une forme très différente d'une bande à l'autre. Ceci amène la nécessité de séparer le spectre en plusieurs bandes. Les températures d'arc peuvent atteindre des valeurs très élevées, de l'ordre de 20 000 K et même plus, selon le courant qui circule. Lorsque le gaz atteint des températures de cet ordre, le rayonnement devient le mode dominant de

transfert d'énergie (au point où il est vraisemblable de négliger les autres modes), à cause de sa dépendance selon T^4 . Il est causé par les transitions entre les niveaux d'énergie dans les atomes [22].



FIGURE 2.3 Exemple de coefficients d'absorption du SF_6 en fonction de la température, pour différentes pressions, pour une bande d'absorption, avec un certain rayon d'arc

Lorsque les températures en jeu varient par plusieurs ordres de grandeur, les phénomènes de dissociation moléculaire et d'ionisation font varier de beaucoup les propriétés du gaz, car il y a apparition de nouvelles espèces [11]. Il est possible de toujours considérer le gaz comme une seule espèce, avec des propriétés grandement variables. C'est ce que fait MC3, et c'est ce qui a également été fait en CFX. Dans ce cas, l'approximation du gaz caloriquement parfait n'est plus valide, car la majorité des propriétés deviennent non-linéaires. Même les constantes isentropique (γ , qui est le rapport C_P/C_V) et du gaz parfait (R) ne sont plus des constantes. Les valeurs de C_P (la capacité calorifique à pression constante) en fonction de la température pour quelques valeurs de densités sont illustrées en exemple aux figures 2.4(a) et 2.4(b). Cette propriété est approximée comme une constante dans le modèle du gaz caloriquement parfait, mais pour de grands intervalles de températures, cette approximation n'est plus envisageable. On voit les valeurs de C_P varier par plusieurs ordres de grandeur avec des oscillations, sur la figure 2.4(a). Les oscillations à haute températures sont dues à l'ionisation, qui absorbe beaucoup d'énergie pour séparer les électrons des ions. Les pics plutôt violents aux alentours de 1500 K sont dus à l'amorçage de la dissociation moléculaire du SF_6 , et aux variations dans les mécanismes de transport d'énergie [18]. Ils sont affichés plus clairement sur la figure 2.4(b). Ces pics ont d'ailleurs une fâcheuse tendance à créer des problèmes de convergence lors de calculs numériques. Ceci nous indique également qu'il faut purement et simplement oublier le modèle du gaz caloriquement parfait dès que les températures approchent 1000 K, à moins d'être dans certains intervalles très restreints à plus haute température. Les valeurs de C_V (la capacité calorifique à volume constant) se comportent de façon semblable aux valeurs de C_P .

Lorsque la température augmente, le phénomène de dissociation cause l'apparition de nouvelles espèces. Ainsi le gaz qui se trouve dans le disjoncteur n'est plus du SF_6 pur, comme c'est le cas à basse température, mais plutôt un mélange de SF_6 et des produits de sa dissociation. Une description détaillée est donnée dans *Godin* [11]. C'est ce qui explique en partie les grandes variations des propriétés qui sont approximées comme constantes dans le modèle du gaz caloriquement parfait.

Le SF_6 doit être utilisé avec précautions, car il s'agit d'un gaz à effet de serre très puissant (l'un des plus puissants gaz à effets de serre connus), ayant une durée de vie très longue dans l'atmosphère [23]. Il doit donc être utilisé dans des géométries bien étanches afin d'éviter les pertes dans l'atmosphère. Des normes environnementales très strictes sont d'ailleurs en vigueur à ce sujet. De plus, les pertes de gaz causent une diminution de l'efficacité du disjoncteur, car la pression disponible pour souffler l'arc s'en trouve diminuée [24].



(b) Zone de température où la dissociation moléculaire est amorcée

FIGURE 2.4 Capacité calorifique à pression constante (C_P) du SF_6 en fonction de la température, pour différentes valeurs de pression

CHAPITRE 3

RÉSUMÉ DES LOGICIELS UTILISÉS

La principale méthode de vérification utilisée dans ce projet est la comparaison entre deux codes (CFX étant le code à vérifier et MC3 le code servant de base de comparaison). Ce chapitre décrit donc chacun de ces deux codes avec les principales équations physiques qu'ils résolvent.

MC3 est un code résolvant les équations de dynamique des fluides en deux dimensions spatiales, avec une option d'axisymétrie rotationnelle. Il utilise la méthode des volumes finis pour discrétiser les équations. Il a été conçu spécifiquement pour simuler des géométries de disjoncteurs de surtension. Il inclut le calcul de l'allumage d'un arc électrique entre deux bornes, son interaction avec un écoulement de gaz et son extinction. Le calcul du rayonnement est pris en compte. Il est également possible de tenir compte de l'ablation des parois en fonction du rayonnement reçu par celles-ci. MC3 ne fonctionne qu'en régime transitoire. Cependant, pour les cas tests où il est possible de générer une solution en régime permanent, la nature bidimensionnelle des calculs MC3 permet d'effectuer un calcul s'étalant sur une période de temps permettant de faire converger ces cas tests vers une solution qui ne varie plus, et qui a donc atteint un régime permanent. Ceci peut être effectué avec un maillage permettant une bonne précision avec un temps de calcul raisonnable. La version 5.3 de MC3 a été utilisée dans le cadre de ce projet. Les détails à propos de MC3, donnés dans ce chapitre, proviennent essentiellement du manuel de l'utilisateur de MC3 [25], disponible avec l'achat du logiciel.

CFX est un code de dynamique des fluides au sens plus général, utilisant lui aussi la méthode des volumes finis en trois dimensions spatiales. Il est prévu pour être utilisé à différents types d'applications. Il est prévu en premier lieu pour simuler des écoulements de fluide, mais inclut d'autres options comme des zones solides. Il peut prendre en compte le rayonnement. La version 12.1 inclut un module magnétohydrodynamique en version bêta, qui peut en théorie nous permettre de modéliser un arc électrique. Il peut effectuer des calculs en régime transitoire et permanent. Par contre, puisque qu'un calcul en trois dimensions nécessite beaucoup plus d'éléments que sa

version bidimensionnelle axisymétrique, les calculs en mode transitoire peuvent devenir très long à effectuer pour obtenir le même degré de précision qu'en deux dimensions avec MC3. Les détails à propos de CFX, donnés dans ce chapitre, proviennent essentiellement de la documentation sur le solveur de CFX [26,27].

3.1 Équations de dynamique des fluides et discrétisations

Les solutions analytiques pour l'écoulement des gaz froids, utilisées pour les cas tests du chapitre 4 sont inspirées de *Anderson* [28].

3.1.1 CFX

De façon générale, le solveur de CFX résout l'équation de Navier-Stokes ainsi que les équations de conservation de la masse et de l'énergie. Ces équations sont résolues en coordonnées cartésiennes à trois dimensions (quatre dimensions si on compte le temps). L'équation de conservation de la masse s'exprime sous la forme

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \left(\rho \vec{U}\right) = S_m \tag{3.1}$$

où \vec{U} est le vecteur vitesse du fluide et S_m est le terme source de masse. Dans le cas où la masse de fluide est constante, S_m prend une valeur nulle.

L'équation de Navier-Stokes peut être exprimée sous une forme générale (celle utilisée par CFX) par :

$$\frac{\partial \left(\rho \vec{U}\right)}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \left(\rho \vec{U} \otimes \vec{U}\right) = -\vec{\nabla}p + \vec{\nabla} \cdot \vec{\tau} + \vec{S_M}$$
(3.2)

où

$$\vec{\nabla} \cdot \left(\rho \vec{U} \otimes \vec{U}\right) = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho U_x U_x\right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho U_y U_x\right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho U_z U_x\right) \\ \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho U_x U_y\right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho U_y U_y\right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho U_z U_y\right) \\ \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho U_x U_z\right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho U_y U_z\right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho U_z U_z\right) \end{pmatrix},$$
(3.3)

 $\vec{\tau}$ est le tenseur de stress visqueux,

$$\vec{\tau} = \mu \left(\vec{\nabla} \vec{U} + \left(\vec{\nabla} \vec{U} \right)^T - \frac{2}{3} \delta \, \vec{\nabla} \cdot \vec{U} \right) \tag{3.4}$$

où μ est la viscosité dynamique (en $Pa\cdot s)$ et δ est la matrice identité

$$\delta = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \tag{3.5}$$

et $\vec{S_M}$ est le terme source de l'impulsion (momentum). U_x est la composante de la vitesse dans la direction \hat{x} , et ainsi de suite pour U_y et U_z . Cette équation vectorielle nous donne trois équations scalaires, une pour chaque direction spatiale. Le solveur de CFX résout donc les trois équations aux dérivées partielles ci-dessous :

$$\frac{\partial (\rho U_x)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho U_x U_x) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho U_y U_x) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho U_z U_x) = -\frac{\partial p}{\partial x}
+ \frac{\partial}{\partial x} \mu \left(\frac{4}{3} \frac{\partial U_x}{\partial x} - \frac{2}{3} \frac{\partial U_y}{\partial y} - \frac{2}{3} \frac{\partial U_z}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \mu \left(\frac{\partial U_x}{\partial y} + \frac{\partial U_y}{\partial x} \right)
+ \frac{\partial}{\partial z} \mu \left(\frac{\partial U_x}{\partial z} + \frac{\partial U_z}{\partial x} \right) + S_{M_x}$$
(3.6)

$$\frac{\partial (\rho U_y)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho U_x U_y) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho U_y U_y) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho U_z U_y) = -\frac{\partial p}{\partial y}
+ \frac{\partial}{\partial x} \mu \left(\frac{\partial U_x}{\partial y} + \frac{\partial U_y}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \mu \left(-\frac{2}{3} \frac{\partial U_x}{\partial x} + \frac{4}{3} \frac{\partial U_y}{\partial y} - \frac{2}{3} \frac{\partial U_z}{\partial z} \right)
+ \frac{\partial}{\partial z} \mu \left(\frac{\partial U_y}{\partial z} - \frac{\partial U_z}{\partial y} \right) + S_{M_y}$$
(3.7)

$$\frac{\partial (\rho U_z)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho U_x U_z) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho U_y U_z) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho U_z U_z) = -\frac{\partial p}{\partial z}
+ \frac{\partial}{\partial x} \mu \left(\frac{\partial U_x}{\partial z} + \frac{\partial U_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \mu \left(\frac{\partial U_y}{\partial z} + \frac{\partial U_z}{\partial y} \right)
+ \frac{\partial}{\partial z} \mu \left(-\frac{2}{3} \frac{\partial U_x}{\partial x} - \frac{2}{3} \frac{\partial U_y}{\partial y} + \frac{4}{3} \frac{\partial U_z}{\partial z} \right) + S_{M_z}$$
(3.8)

Pour les cas tests présentés plus loin dans ce mémoire, l'équation de l'énergie totale a été utilisée.

CFX offre la possibilité d'utiliser une approximation qui ne tient compte que de l'énergie thermique, valable à basses vitesses, ainsi que l'approximation du fluide isotherme, c'est-à-dire que la température du fluide est constante. Vu les vitesses généralement en jeu dans des géométries de disjoncteur haute tension, le modèle utilisant l'énergie totale est le seul approprié. L'équation de l'énergie totale est donnée par

$$\frac{\partial \left(\rho h_{tot}\right)}{\partial t} - \frac{\partial p}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \left(\rho \vec{U} h_{tot}\right) = \vec{\nabla} \cdot \left(k \vec{\nabla} T\right) + \vec{\nabla} \cdot \left(\vec{U} \cdot \vec{\tau}\right) + \vec{U} \cdot \vec{S_M} + S_E \qquad (3.9)$$

où S_E est le terme source d'énergie, k est la conductivité thermique (en $Wm^{-1}K^{-1}$), et h_{tot} est l'enthalpie totale

$$h_{tot} = h + \frac{1}{2}\vec{U}^2 \tag{3.10}$$

h étant l'enthalpie statique. Le terme $\vec{\nabla} \cdot (\vec{U} \cdot \vec{\tau})$ représente le travail effectué par le stress visqueux. Il devient négligeable lorsque la viscosité dynamique est approximée comme nulle (valeurs très petites). Le solveur offre également l'option de simplement le négliger. Le terme $\vec{U} \cdot \vec{S_M}$ représente le travail effectué par les sources externes d'impulsion (lorsqu'un terme source d'impulsion est ajouté). Ce terme est cependant négligé par CFX.

Le solveur de CFX est basé sur la pression. Les équations sont donc discrétisées de façon à résoudre les équations en fonction de la pression, et la densité est plutôt calculée dans le post-traitement. Lorsque les effets de la viscosité sont négligeables, alors l'équation de Navier-Stokes tend vers l'équation d'Euler.

Plusieurs modèles de turbulence sont en option dans CFX. Cependant, ces modèles n'ont pas été utilisés dans le présent mémoire, afin de bien comparer avec MC3, qui est un code qui néglige la viscosité (Euler). En plus du fluide, il est aussi possible de définir un domaine solide, un domaine poreux ou un solide immergé. Il y a aussi différent modèles de transport de particules solides et liquides, de fluides ou solides dispersés, de flottabilité, etc.

Les équations présentées plus haut sont discrétisées de façon implicite, c'est-à-dire que le passage d'un pas de temps à un autre se fait de façon itérative sur des équations non-linéaires. En mode transitoire, deux schémas transitoires sont disponibles, soit Euler en amont au premier et au second ordre ("First Order Backward Euler" et "Second Order Backward Euler"). Il est possible d'imposer des pas de temps constants tout au long du calcul, ou de les rendre adaptatifs selon certains critères choisis.

Pour le schéma d'advection, trois options sont possibles. Le plus robuste, mais aussi le moins précis, est le schéma au premier ordre en amont "Upwind". Ce schéma cause de la diffusion numérique, ce qui a pour effet d'étaler les variations des propriétés thermodynamiques aux endroits où il y a une présence de forts gradients, comme des chocs. Par contre, il peut être utile pour obtenir une première estimation d'un cas en régime permanent qui serait capricieux envers les schémas plus précis mais moins robustes. Le schéma "Specified Blend Factor" permet de choisir l'amplitude du facteur de correction au deuxième ordre servant à corriger les effets de la diffusion numérique. Par exemple, un facteur de 0 sera équivalent au schéma "Upwind", et un facteur de 1 donnera un schéma pleinement au deuxième ordre. Le schéma "High Resolution" calcule pour chaque nœud le facteur le plus approprié, compris entre 0 et 1, qui doit multiplier le terme de correction de la diffusion numérique permet une meilleure définition des chocs présents dans un écoulement. Par contre, il induit des oscillations numériques non-physiques dans les solutions autour des chocs.

3.1.2 MC3

MC3 résout les équations de conservation de la masse et de l'énergie, ainsi que l'équation d'Euler [14, 16, 17, 29]. Ces équations sont résolues soit en coordonnées cartésiennes à deux dimensions (trois avec le temps), soit en coordonnées cylindriques en deux dimensions (r et z, plus le temps qui devient la troisième dimension) avec une condition d'axisymétrie, c'est à dire que toutes les valeurs sont constantes selon la direction angulaire. La viscosité dynamique et la conductivité thermique sont négligées (cas non visqueux sans conduction).

L'équation de conservation de la masse devient donc

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial \left(r \rho U_r\right)}{\partial r} + \frac{\partial \left(\rho U_z\right)}{\partial z} = S_m, \qquad (3.11)$$

les équations d'Euler pour les deux dimensions sont

$$\frac{\partial \rho U_r}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial \left(r \rho U_r U_r + r p \right)}{\partial r} + \frac{\partial \left(\rho U_r U_z \right)}{\partial z} = S_{M_r} + \frac{p}{r}$$
(3.12)

$$\frac{\partial \rho U_z}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial \left(r \rho U_r U_z \right)}{\partial r} + \frac{\partial \left(\rho U_z U_z + p \right)}{\partial z} = S_{M_z}$$
(3.13)

et l'équation de conservation de l'énergie devient

$$\frac{\partial \rho e}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial \left(r \rho U_r e + r U_r p \right)}{\partial r} + \frac{\partial \left(\rho U_z e + U_z p \right)}{\partial z} = S_E \tag{3.14}$$

où e est l'énergie spécifique totale (énergie interne). La discrétisation des équations du fluide est basée sur la densité (schéma de Roe, modifié pour être adapté aux maillages mobiles) [14,17]. Dans ce cas, c'est plutôt la densité qui est résolue au cours du calcul, et la pression est calculée par après.

MC3 ne comprend pas de modèle de turbulence (il fonctionne en non-visqueux). Le schéma transitoire est un schéma explicite au premier ordre, c'est à dire que le passage d'un pas de temps à un autre se fait de façon directe avec une équation linéaire, sans nécessiter de processus itératif. Les pas de temps sont déterminés automatiquement par le solveur, avec comme critère l'inverse de la vitesse du son. Le schéma d'advection est également au premier ordre.

3.1.3 Conditions frontières du fluide

3.1.3.1 CFX

CFX peut être initialisé en définissant des températures, pressions et vitesses pour chaque domaine. Ces valeurs peuvent être constantes, ou fonction d'autres paramètres, comme par exemple la position. Il peut aussi être initialisé à partir de résultats déjà calculés avec la même géométrie. Dans le cas du régime transitoire, l'initialisation sert de conditions initiales (c'est à dire au temps zéro) pour le calcul. Dans le cas du régime permanent, l'initialisation sert de solution initiale à partir de laquelle commencera le processus itératif de convergence. Une mauvaise initialisation peut donc allonger de beaucoup le nombre d'itérations nécessaires, ou même empêcher la convergence.

CFX permet de définir des murs avec ou sans friction, les paramètres pour la friction étant même ajustables depuis la version 12.0. Les conditions d'entrée et de sorties sont définies indépendamment des conditions initiales. Plusieurs options sont disponibles (pression et température statiques ou totales, vitesse d'entrée, débit, etc.), et il s'agit de donner suffisamment de conditions frontières au solveur pour lui permettre de converger vers une solution unique. Une condition d'ouverture est également disponible, qui peut être soit une entrée, soit une sortie, selon la direction de l'écoulement.

Une périodicité incluant deux faces peut être définie, en translation ou en rotation. Ceci nécessite que les deux faces ainsi reliées aient la même topologie. Tout flux qui sort par une des deux faces entre nécessairement par l'autre face, et ce au même point de cette face. Cette option est très utile lorsque la géométrie est axisymétrique. La condition de symétrie définie sur une face implique quant à elle que la composante du flux qui est perpendiculaire à cette face soit nulle partout sur cette face.

3.1.3.2 MC3

MC3 est normalement initialisé avec des vitesses nulles et des pressions et températures constantes pour l'ensemble du fluide. Il peut également être initialisé par zones, avec une vitesse initiale, une température et une pression propres à chaque zone. Puisque MC3 est en deux dimensions, les conditions frontières sont imposées sur les arrêtes qui entourent les zones.

MC3 permet de définir des murs sans friction pour le fluide, car la viscosité n'est pas prise en compte. La pression et la température statiques initiales définies à l'intérieur du domaine sont utilisées comme pression et température totale aux frontières où une condition d'entrée est définie, et l'angle d'entrée du fluide est définie à cette frontière. La pression statique est définie pour la

sortie. Cette pression n'est plus utilisée comme condition frontière lorsque l'écoulement devient supersonique à la sortie. Une option permet d'identifier une frontière comme se trouvant sur l'axe d'axisymétrie.

La condition clapet ne permet au fluide de passer que dans une seule direction. Il est possible de définir un mur qui subit une ablation sous l'effet de la radiation reçue. Une simple interface entre deux zones de fluide sert dans le cas où le fluide est libre de traverser cette interface sans restriction.

3.2 Tables de gaz réel

L'équation du gaz caloriquement parfait $p = \rho RT$ reste toujours valide pour les relations entre les propriétés thermodynamiques du gaz pour une température donnée. Cependant, la constante du gaz R devient variable. Plusieurs autres propriétés, comme par exemple les capacités calorifiques, changent de plusieurs ordres de grandeur lorsque la température varie entre la température ambiante et plusieurs dizaines de milliers de Kelvin. Les phénomènes de dissociation moléculaire et d'ionisation causent des changements dans la compositions du gaz, faisant apparaître des variations brusques dans les propriétés thermodynamiques, qui doivent être prises en compte, comme le montre l'exemple de la figure 2.2.

MC3 fonctionne en interpolant les propriétés du gaz dans des tables, données en fonction de la température pour différentes valeurs de densités ou pressions, selon le cas. Pour les propriétés du gaz, les tables sont données pour différentes valeurs de densité. Elles sont données pour différentes valeurs de pression dans le cas des propriétés radiatives et électromagnétiques.

CFX peut fonctionner en gaz caloriquement parfait, avec des tables de propriétés du gaz réel, ou avec des modèles intermédiaires entre les deux qui font varier les propriétés en fonction de différents paramètres. Les tables des propriétés du gaz nécessitent d'être données en fonction de la température et de la pression. Le fichier nécessaire à CFX inclut les tables pour : l'enthalpie spécifique, la vitesse du son, le volume spécifique, la chaleur spécifique à volume constant, la chaleur spécifique à pression constante, la dérivée partielle de la pression par rapport au volume spécifique à température et l'entropie spécifique. Les propriétés ont été interpolées à partir des tables de MC3 en utilisant des listes de températures et pression voulues. Le détail du calcul des propriétés est disponible dans *Godin* [11].

Des sous routines de MC3 ont été utilisées afin de calculer les valeurs de e (l'énergie interne spécifique), la densité ρ et la dérivée partielle de la pression par rapport à la densité à température constante. L'enthalpie spécifique est donnée par

$$h(p,T) = e + \frac{p}{\rho}.$$
 (3.15)

Le volume spécifique est simplement l'inverse de la densité

$$\nu\left(p,T\right) = \frac{1}{\rho}.\tag{3.16}$$

La capacité calorifique représente l'énergie nécessaire pour augmenter la température d'une unité de masse de gaz de un degré (en $J/(kg \cdot K)$ dans le système SI). La capacité calorifique à pression constante (C_P) est donc donnée par

$$C_P(p,T) = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p \tag{3.17}$$

$$= \left(\frac{\partial e}{\partial T}\right)_p + R + T \left(\frac{\partial R}{\partial T}\right)_p, \qquad (3.18)$$

et la capacité calorifique à volume constant C_V est donnée par

$$C_V(p,T) = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_V$$
(3.19)

$$= C_P - \frac{1}{T} \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_T \left[1 + \frac{T}{R} \left(\frac{\partial R}{\partial T} \right)_p \right].$$
(3.20)

Ceci nous permet de calculer la constante isentropique γ , qui n'est pas vraiment une constante dans le cas du gaz réel,

$$\gamma \equiv \frac{C_P}{C_V}.\tag{3.21}$$

La vitesse du son a dans le gaz est donnée par

$$a = \sqrt{\frac{\gamma RT}{1 - \frac{p}{R} \left(\frac{\partial R}{\partial p}\right)_T}}$$
(3.22)

$$=\sqrt{\gamma \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_T}.$$
(3.23)

La dérivée partielle de la pression par rapport au volume spécifique à température constante se calcule simplement par

$$\left(\frac{\partial p}{\partial \nu}\right)_T = -\rho^2 \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_T.$$
(3.24)

L'entropie spécifique peut être obtenue en intégrant sur les températures et pressions inférieures,

$$s_2 - s_1 = \int_{T_1}^{T_2} \frac{C_P}{T} \, \mathrm{d}T - \int_{P_1}^{P_2} \frac{R}{P} \, \mathrm{d}P \tag{3.25}$$

où s_2 est l'entropie à une température T_2 et une pression P_2 , relativement à l'entropie s_1 à une température T_1 et une pression P_1 .

Deux tables supplémentaires sont optionnelles. Dans le cas où elles sont incluses, elles doivent contenir la viscosité dynamique μ et la conductivité thermique k. Ces valeurs viennent directement de l'article de *Frost & Liebermann* [19].

3.3 Mouvements de maillage

MC3 possède trois algorithmes de maillage, dont un appelé géométrique et basé sur une loi donnant le nombre d'éléments voulu en fonction de la longueur caractéristique. C'est cet algorithme qui est utilisé lorsque la géométrie n'est pas fixe au cours du calcul. Lorsque des parois se déplacent au cours de la simulation, MC3 commence par déplacer les nœuds du maillage, en conservant la connectivité entre les éléments, afin de suivre les changements de la géométrie. Dès que la qualité des éléments commence à être affectée, un remaillage est effectué, et les résultats ayant été calculés sont interpolées sur le nouveau maillage. Ceci garantit que le maillage demeurera de bonne qualité tout au cours de la simulation, évitant ainsi certains problèmes de convergence pouvant être causés par un mauvais maillage.

Avec la version 11 de CFX, il n'était pas vraiment possible d'effectuer un remaillage pour adapter le maillage en mouvement. Un algorithme était présent afin de déplacer les mailles du modèle, en conservant la même connectivité entre les éléments de maillage, afin d'adapter la position des nœuds à une géométrie dont une paroi est en mouvement au cours du calcul. Cette méthode a toutefois des limites, puisque si une zone restreinte s'agrandit beaucoup en comparaison du reste de la géométrie, ou vice-versa, les éléments commencent à se croiser et le solveur est alors incapable de poursuivre le calcul. L'autre option présente est d'utiliser une série de maillages prédéfinis. Cette option a la même limitation, puisque le maillage doit avoir le même nombre de nœuds et d'éléments, avec la même connectivité entre les éléments, ce qui résulte au même problème. La version 12.1 semble offrir une option de remaillage de la géométrie en mouvement, au cours du calcul. Cette option n'a cependant pas pu être testée dans le cadre de ce mémoire.

3.4 Transfert radiatif

L'équation du transport radiatif dans un milieu dissipatif peut être exprimée sous la forme générale suivante :

$$\hat{s} \cdot \vec{\nabla} I_{\lambda} = \kappa_{\lambda} I_{b\lambda} - (\kappa_{\lambda} + \kappa_{s\lambda}) I_{\lambda} + \frac{\kappa_{s\lambda}}{4\pi} \oint_{S} I_{\lambda} \left(\hat{s}_{i} \right) \Phi_{\lambda} \left(\hat{s}_{i}, \hat{s} \right) d\Omega_{i}$$
(3.26)

où I_{λ} est l'intensité radiative en fonction de la longueur d'onde dans la direction \hat{s} , κ_{λ} est le coefficient d'absorption en fonction de la longueur d'onde, $\kappa_{s\lambda}$ est le coefficient de diffusion en fonction de la longueur d'onde et de la direction, $I_{b\lambda}$ est l'intensité radiative de corps noir en fonction de la longueur d'onde, Φ_{λ} est la fonction de phase de diffusion en fonction de la longueur d'onde et Ω_i est l'angle solide.

L'intensité radiative de corps noir en fonction de la fréquence est donnée par :

$$I_b(\nu,T) = \frac{2nh\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{k_BT}} - 1}$$
(3.27)

où *n* est l'indice de réfraction du milieu, $h = 6,62606877 \times 10^{-34} J \cdot s$ est la constante de Planck,

 $c = 2,99792458 \times 10^8 m/s$ est la vitesse de la lumière dans le vide et $k_B = 1,3806503 \times 10^{-23} J \cdot K^{-1}$ est la constante de Boltzmann. Cette équation est souvent appelée la loi de Planck. Les unités sont en $Wm^{-2}Hz^{-1}sr^{-1}$. Cette équation peut facilement être ré-exprimée en fonction de la longueur d'onde avec la relation $\nu = c/\lambda$.

3.4.1 MC3

3.4.1.1 Modèles de rayonnement

MC3 propose deux modèles pour prendre en compte le transport de radiation, soit les coefficients d'émission nette (appelé NEC dans l'interface de MC3, pour "net emission coefficients") et l'approximation P1. Un autre modèle a vu le jour récemment, soit celui des ordonnées discrètes, implanté par *Matthieu Melot* [30].

Le modèle des coefficients d'émission nette implanté dans MC3 [22] est celui proposé par *Liebermann & Lowke* [31] et détaillé dans *Zhang & all.* [32]. Ce modèle approxime l'émission de radiation nette par l'arc, en supposant qu'une grande portion de la radiation émise sera absorbée par le gaz froid entourant de près l'arc.

Selon l'approximation P-N [4, 22, 33], l'intensité radiative est décomposée en série de Fourrier dépendant de la longueur d'onde, de la direction et de la position. Dans le cas de l'approximation P1 [4, 14, 22, 29, 33], seul le premier terme de la série est conservé, et le terme de diffusion est négligé. L'équation à résoudre se réduit donc à

$$\vec{\nabla} \cdot \left(\frac{1}{\kappa_{\lambda}} \vec{\nabla} G_{\lambda}\right) = 3\kappa\lambda \left(G_{\lambda} - 4\pi I_{b\lambda}\right) \tag{3.28}$$

où

$$G_{\lambda} = \int_{S} I_{\lambda}(r, \hat{s}) \, \mathrm{d}\Omega \tag{3.29}$$

est la radiation incidente.

Le modèle des ordonnées discrètes est une application de la méthode des volumes finis pour mo-

déliser le transfert radiatif [21, 34, 35], implanté dans MC3 par *Matthieu Melot* [30]. Un nombre prédéterminé de rayons sont tirés de chaque cellule du maillage, et, soit ils sont réabsorbés par d'autres cellules, soit ils atteignent les parois de la géométrie, soit ils sortent de la géométrie, selon les coefficients d'absorption en jeu et les conditions aux frontières utilisées.

3.4.1.2 Modèle spectral

Pour modéliser le spectre des différentes longueurs d'onde, MC3 utilise un modèle spectral multibandes. Le spectre d'émission est divisé en cinq bandes, et l'intensité de l'émission radiative est considérée comme constante sur l'ensemble d'une bande. La longueur d'onde de référence est la médiane de la bande. La plage des longueurs d'onde des cinq bandes doit couvrir la grande majorité du spectre, puisque le rayonnement théoriquement émis à des longueurs d'onde à l'extérieur de cette plage est négligé. Des tables définissant les coefficients d'absorption en fonction de la température, pour différentes pressions et pour chaque bande d'absorption sont utilisées par le solveur. Un exemple de l'allure de ces tables pour l'une des bandes d'absorption est présenté à la figure 2.3.

3.4.1.3 Condition aux frontières

La condition frontière utilisée pour les parois est généralement une condition de Marshak, aussi appelée mixte, soit une paroi diffuse et opaque. Une condition de Neumann, soit un flux nul, est disponible, et s'applique surtout pour les entrées et sorties. Il y a également l'option d'imposer un rayonnement nul à une frontière, dans le cas où celle-ci serait suffisamment éloignée de la source de radiation.

3.4.2 CFX

3.4.2.1 Modèles de rayonnement

CFX offre un choix de quatre modèles de rayonnement, soit Rosseland, P1, Discrete Transfer et Monte Carlo. Ces quatre modèles peuvent être utilisés avec des coefficients d'absorption soit constants, soit variables selon une fonction ("Expressions" dans l'interface), soit provenant de tables (via des fonctions définies par l'utilisateur ("users Functions" dans l'interface)). Il est aussi possible de combiner les deux dernières options en appelant des tables dans les expressions. Il est à noter que le fait d'utiliser des valeurs variables pour le coefficient d'absorption a tendance à rendre le solveur capricieux et très difficile à faire converger.

Le modèle Rosseland n'est valide que dans les milieux optiquement épais. Il utilise cette hypothèse pour simplifier l'équation de transport de l'énergie, en y ajoutant un terme de diffusion dépendant de la température. Le flux de chaleur, qui était au départ $\vec{q} = -k\vec{\nabla}T$, où k est la conductivité thermique, devient $\vec{q} = -(k + k_r)\vec{\nabla}T$, avec

$$k_r = -\frac{16\sigma n^2 T^3}{3\left(\kappa_\lambda + \kappa_{s\lambda}\right)} \tag{3.30}$$

qui est donc utilisé comme un terme de correction sur la conductivité thermique. σ est la constante de Stefan-Boltzmann ($\sigma = 5,670\,400 \times 10^{-8} W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}$). Près des parois, une loi équivalent à la différence entre le résultat de loi de Stefan-Boltzmann appliquée pour le gaz et pour la paroi, divisée par un terme de correction, est utilisée, puisque la forme utilisée pour le reste du gaz n'est pas valide près des parois.

Le modèle P1 de CFX est basé sur les mêmes approximations que le modèle P1 implémenté dans MC3, sauf pour la diffusion qui est prise en compte dans ce cas-ci. L'équation à résoudre devient donc

$$-\vec{\nabla} \cdot \left(\frac{\vec{\nabla}G_{\nu}}{3\left(\kappa_{\nu} - \kappa_{s\nu}\right) - A\kappa_{s\nu}}\right) = \kappa_{\nu}\left(E_{b\nu} - G_{\nu}\right)$$
(3.31)

où A est le coefficient d'anisotropie linéaire et le spectre d'émission d'énergie de corps noir, $E_{b\nu}$, est l'intégration sur l'ensemble des directions de $I_{b\nu}$, c'est-à-dire sur l'angle solide pour un point situé dans le gaz et sur l'élément de surface dans le cas d'une paroi.

Le modèle "Discrete Transfer" reprend l'équation 3.26 du transfert radiatif, en considérant la diffusion comme étant isotrope. Le terme $\Phi_{\lambda}(\hat{s}_i, \hat{s})$ devient donc constant et unitaire dans toutes les directions. Le modèle fait également l'approximation qu'il n'y a pas de variations brusques dans l'intensité radiative et le flux en fonction de la position. L'intensité radiative est résolue le long d'un nombre prédéterminé de rayons quittant les frontières d'un élément, sous la forme

$$I_{\nu}(\vec{r},\vec{s}) = I_{\nu 0} e^{-(\kappa_{\nu} + \kappa_{s\nu})s} + I_{b\nu} \left(1 - e^{-\kappa s}\right) + \kappa_{s\nu} \bar{I}_{\nu}$$
(3.32)

où $I_{\nu 0}$ est l'intensité radiative quittant la frontière de l'élément et I_{ν} est l'intensité radiative moyenne.

Le modèle Monte Carlo traite la radiation comme un gaz de photons, en considérant l'intensité radiative comme étant proportionnelle au flux sur la portion de l'angle solide considérée. Le coefficient d'absorption du gaz, κ_{ν} , devient la probabilité qu'un photon à une fréquence ν soit absorbé dans une unité de longueur.

3.4.2.2 Condition aux frontières

La condition frontière utilisée pour les parois fait l'approximation que l'intensité radiative reçue et émise par la paroi, considérée diffuse et opaque, est indépendante de la direction. Les parois sont ainsi traitées avec des conditions de Marshak, avec une émissivité et un coefficient de diffusion qu'il est possible de faire varier. Les entrées et sorties sont traitées selon la radiation associée à leur température locale.

3.4.2.3 Modèles spectraux

Le modèle de gaz gris fait l'approximation qu'il y a très peu de variations dans les quantités radiatives au travers de la géométrie. Le coefficient d'absorption et l'intensité radiative sont considérés uniformes pour toutes les fréquences, ce qui réduit grandement la complexité de l'équation du transfert radiatif (équation 3.26). Ceci n'empêche cependant pas une dépendance du coefficient d'absorption selon certaines variables, comme par exemple la température ou la pression.

Le modèle multibandes de CFX fonctionne de façon similaire au modèle multibandes de MC3. Le spectre peut être divisé en un nombre choisi de bandes d'absorption, à l'intérieur desquelles les quantités radiatives sont moyennées. La fréquence de référence est la fréquence médiane de la bande. Les coefficients d'absorption issus des tables de MC3 ont été implémentés dans CFX. Les tables des coefficients d'absorption en fonction de la température sont d'abord importées via des "user function", pour chaque valeur de pression et pour chaque bande d'absorption. Des régressions linéaires entre ces tables sont ensuite faites par des "Expression" pour prendre en compte la dépendance selon la pression, pour chaque bande d'absorption. Ceci donne une "Expression" globale pour chacune des bandes.

Un modèle "Multigray" est implanté dans CFX, servant principalement à la modélisation de la combustion. Il s'agit d'une somme de gaz gris. Les coefficients d'absorption peuvent être fonction de la concentration de chaque gaz et d'autres quantités thermodynamiques, comme la pression par exemple.

3.5 Électromagnétisme

La théorie de l'électromagnétisme peut être fondamentalement résumée avec les équations de Maxwell. Dans la matière, celles-ci prennent la forme suivante :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_e \tag{3.33}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \tag{3.34}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \tag{3.35}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$
 (3.36)

où \vec{E} est le champ électrique (en V/m), \vec{B} est le champ magnétique (aussi appelé induction magnétique, en Tesla), \vec{D} est le déplacement électrique (aussi appelé champ électrique modifié, en C/m^2), \vec{H} est le champ magnétique auxiliaire (également appelé excitation magnétique, en A/m), \vec{J} est la densité de courant électrique (en A/m^2) et ρ_e est la densité de charge électrique libre (en C/m^3). La définition des champs auxiliaires est

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \tag{3.37}$$

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu_0}\vec{B} - \vec{M}$$
(3.38)

où $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} C^2 / Nm^2$ est la permittivité du vide, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} N/A^2$ est la perméabilité du vide, \vec{P} est la polarisation du matériel et \vec{M} est sa magnétisation. Pour les matériaux linéaires, catégorie dans laquelle on peut classer la grande majorité des matériaux connus, $\vec{P} = \epsilon_0 \chi_e \vec{E}$ et $\vec{M} = \chi_m \vec{H}$, où χ_e est la susceptibilité électrique du matériel et χ_m est sa susceptibilité magnétique (il s'agit de nombres adimensionnels). La permittivité du matériel est ainsi $\epsilon = \epsilon_0 (1 + \chi_e)$, et sa perméabilité est $\mu = \mu_0 (1 + \chi_m)$. Pour la majorité des matériaux linéaires, la valeur de la susceptibilité magnétique est très petite, et la magnétisation devient donc négligeable pour la plupart des calculs.

Le potentiel vecteur magnétique \vec{A} est définie de sorte que $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$. Le champ électrique peut être ré-exprimé sous la forme

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi - \frac{\partial A}{\partial t} \tag{3.39}$$

où ϕ est le potentiel électrique.

Pour une bonne introduction à la théorie de l'électromagnétisme, le lecteur peut se référer à *Griffiths* [36], au cours de Berkeley [37], ou a *Jackson* [38] pour une description plus avancée.

3.5.1 MC3

Dans le cas d'un milieu non conducteur, MC3 résout d'abord l'équation différentielle du potentiel électrique ϕ ,

$$\vec{\nabla} \cdot \epsilon \vec{\nabla} \phi = 0 \tag{3.40}$$

où la permittivité est approximée comme constante, ce qui donne ensuite le champ électrique $\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi$.

Dans le cas d'un milieu conducteur, l'équation résolue pour le potentiel électrique est plutôt

$$\vec{\nabla} \cdot \sigma \vec{\nabla} \phi = 0 \tag{3.41}$$

et la conductivité électrique varie en fonction de la température et de la pression (on peut aussi utiliser des tables qui utilisent une dépendance en densité plutôt qu'en pression). La densité de courant électrique $\vec{J} = \sigma \vec{E}$ et le terme source ohmique $S_{ohm} = \sigma |\vec{E}|^2$ sont ensuite calculés à partir du potentiel électrique obtenu [14, 16, 29].

Les conditions frontières imposées sont donc reliées au potentiel électrique (potentiel variable, potentiel nul ou condition de Neumann (composante normale nulle)).

3.5.2 CFX

Le module MHD de CFX est disponible depuis la version 12 du logiciel. Cette version pourrait faciliter la modélisation d'arcs électriques à l'aide de CFX, en évitant d'avoir à programmer plusieurs sous routines pour y arriver [4].

Le solveur de CFX est basé sur la résolution des équations de Maxwell (équations 3.33 à 3.36), réorganisées selon les besoins de la discrétisation.

Les conditions aux frontières disponibles sont un voltage nul ou imposé, un flux électrique nul ou imposé, ou un coefficient de transfert de courant électrique qui dépend d'un voltage externe.

CHAPITRE 4

CAS TESTS DE VÉRIFICATION

Ce chapitre présente les géométries utilisées et les résultats des calculs effectués avec ces géométries. Dans tous les cas, le gaz impliqué est du SF_6 . Pour CFX, il s'agit soit d'un modèle de gaz caloriquement parfait, soit de tables de propriétés du gaz réel. Pour MC3, il s'agit de tables de gaz réel dans tous les cas. Les modèles sont simulés en CFX et en MC3 pour fin de comparaison. Les solutions analytiques sont calculées, lorsque cela est faisable, afin d'obtenir une vérification plus complète.

Lorsqu'une solution en CFX est en régime stationnaire, la solution correspondante en MC3 est calculée en régime transitoire, et les solutions retenues sont celles pour lesquelles le calcul a duré assez longtemps pour atteindre un régime permanent, c'est-à-dire qu'il n'y a aucune différence visible entre les résultats du fichier de sortie du solveur au pas de temps considéré et les résultats du fichier de sortie du solveur au pas de temps considéré et les résultats

Sauf indications contraires dans certains cas particuliers, les paramètres suivants sont utilisés pour les simulations effectuées en CFX. Le schéma d'advection utilisé est "High Resolution", et le schéma transitoire est "Second Order Backward Euler" lorsqu'il s'agit d'un cas en mode transitoire. La force gravitationnelle est négligée et il n'y a aucune force extérieure due à un quelconque mouvement. Il n'y a aucun mouvement dans les géométries et le maillage ne change pas au cours d'une même simulation. Le modèle de transfert de chaleur est "Total Energy". L'écoulement est laminaire (sans modèle de turbulence) et inviscide (la viscosité dynamique est négligée). Puisque CFX nécessite une viscosité dynamique non nulle, alors celle-ci est définie mille fois plus petite que sa valeur en gaz caloriquement parfait, qui est de $1, 41 \times 10^{-5} Pa \cdot s$. La conductivité thermique est elle aussi définie mille fois plus petite que sa valeur en gaz caloriquement parfait, qui est de $0,012 Wm^{-1}K^{-1}$, afin de l'approximer comme étant nulle. Aucun modèle de radiation n'est pris en compte. Le frottement avec les parois est également négligé. L'utilisation de ces paramètres a pour but de générer des cas tests qui sont comparables avec les résultats de MC3. Ainsi, la majorité des cas tests utilisés sont axisymétriques. Le critère de convergence utilisé dans CFX est généralement une norme L_2 des résidus inférieure à 10^{-5} .

Les propriétés du SF_6 en gaz caloriquement parfait proviennent des bases de données de Air Liquide [39]. La masse molaire est de 146, 05 g/mol, et la chaleur spécifique à pression constante est de $6, 7 \times 10^2 Jkg^{-1}K^{-1}$ avec une constante isentropique $\gamma = 1, 09$.

4.1 Vue d'ensemble des vérifications effectuées

La vérification du logiciel CFX a été divisée en huit cas tests, qui chacun permettent la vérification d'un aspect du logiciel requis pour une simulation complète. Le tableau 4.1 récapitule les huit cas tests effectués et les principaux éléments que le test entend vérifier. Chacun des huit cas sera décrit en détail dans les sections suivantes.

4.2 Diffuseur radial axisymétrique

Le modèle est un cylindre de 1 mm d'épaisseur et 3 mm de rayon avec un trou cylindrique de 1 mm de rayon au centre (semblable à celui de *llinca & all.* [9]). La géométrie est axisymétrique. Elle est représentée à la figure 4.1. Le gaz entre par la face intérieure et ressort par la face extérieure. Pour chacun des deux logiciels, une pression totale de 1 bar et une température totale de 300 K sont imposées à l'entrée. D'après les relations isentropiques d'un gaz caloriquement parfait, on obtient les relations suivantes pour l'écoulement du gaz dans cette géométrie :

$$\frac{r_2}{r_1} = \left[\frac{1 + \frac{\gamma - 1}{2}M_2^2}{1 + \frac{\gamma - 1}{2}M_1^2}\right]^{\frac{\gamma + 1}{2(\gamma - 1)}} \frac{M_1}{M_2}$$
(4.1)

$$\frac{P_2}{P_1} = \left[\frac{1 + \frac{\gamma - 1}{2}M_2^2}{1 + \frac{\gamma - 1}{2}M_1^2}\right]^{\frac{-\gamma}{\gamma - 1}}$$
(4.2)

où r_1 , P_1 et M_1 sont respectivement la position radiale, la pression statique et le nombre de Mach à l'entrée, et r_2 , P_2 et M_2 sont respectivement la position radiale, la pression statique et le nombre

CAS TEST	Élément(s) vérifié(s)
1. Diffuseur radial axisy- métrique	 Écoulement d'un gaz parfait compressible et isentropique Ordre de convergence du solveur
2. Confluence supersonique	 Capture des ondes de choc pour un cas avec solution analy- tique
3. Tuyère de Lewis	 Étude de la convergence de la solution en fonction du raffinement du maillage Géométrie plus complexe que les cas tests avec solution analytique Présence de forts gradients de pression et de vitesse Présence de nombres de Mach subsoniques et supersoniques Comparaison des régimes permanent et transitoire Vérification des maillages adaptatifs
4. Tuyère avec réservoirs	 Utilisation de tables pour les propriétés du gaz réel Présence de grands écarts en température et en pression Écoulement de plasmas à haute température
5. Maillages mobiles	 Mouvements des frontières de la géométrie, en compression et en détente, et adaptation du maillage en conséquence Ondes de choc et de détente en déplacement
6. Rayonnement	 Calcul du rayonnement avec les différents modèles dispo- nibles Comparaison des modèles disponibles entre eux Utilisation d'un coefficient d'absorption constant, permettant le calcul d'une solution analytique pour certaines géométries
7. Chauffage isochore	 Calcul du terme source ohmique généré par le passage du courant électrique Calcul du potentiel électrique et du champ électrique
8. Champ magnétique	 Calcul du champ magnétique induit par le passage du courant électrique

TABLE 4.1 Vue d'ensemble des cas tests de vérification

de Mach à n'importe quel endroit du modèle. En choisissant arbitrairement un nombre de Mach $M_1 = 0,8$ à l'entrée, on devrait obtenir $P_1 = 0,709020$ bar ainsi que $M_2 = 0,195646$ et $P_2 = 0,979373$ bar à la sortie dans les deux cas. Cette pression statique est donc donnée comme condition frontière à la sortie.



FIGURE 4.1 Géométrie du diffuseur radial axisymétrique

La simulation en CFX a été faite en régime stationnaire, avec le modèle de gaz caloriquement parfait. La simulation en MC3 a quant-à-elle été faite en régime transitoire durant un temps suffisamment long pour converger vers un régime permanent. Les trois maillages en CFX sont relativement uniformes sur toute la géométrie, et celui en MC3 est plus concentré près de l'entrée. Les résultats obtenus sont illustrés sur les figures 4.2 et 4.3. On remarque une bonne concordance entre les deux solveurs, même pour un maillage grossier. Il est vrai qu'il s'agit d'un cas d'écoulement adiabatique à froid, sans aucun choc ni terme source, donc très simple à résoudre.

Une étude de l'ordre de convergence du maillage a également été réalisée. Ceci a permis de vérifier que le schéma d'advection utilisé dans CFX, soit "High Resolution", a bien une discrétisation d'ordre deux, tel que le manuel du logiciel le prétend. Si on regarde la figure 4.4, on peut obtenir l'ordre de convergence approximatif en calculant la pente du logarithme de l'erreur moyenne sur les résultats en fonction du logarithme de la taille moyenne de la discrétisation. L'erreur moyenne est la moyenne de la différence entre les points donnés par la simulation et la solution analytique, sur les figures 4.2 et 4.3. La taille moyenne de la discrétisation est la longueur moyenne des arêtes des éléments de maillage. Pour MC3, les autres maillages suivent les mêmes lois que celui utilisé pour la vérification, avec moins d'éléments. On obtient des pentes de 2,3; 1,9; 1,5 et 0,8 pour, respectivement, le nombre de Mach et la pression, avec CFX et MC3. On a donc une convergence



FIGURE 4.2 Nombre de Mach en fonction du rayon pour le diffuseur radial



FIGURE 4.3 Pression en fonction du rayon pour le diffuseur radial

à l'ordre deux pour CFX et à l'ordre un pour MC3.



FIGURE 4.4 Logarithme de l'erreur sur les résultats en fonction du logarithme de la taille de la discrétisation

4.3 Confluence supersonique

Ce modèle est composé de deux flux de SF_6 qui entrent en collision (semblable au modèle de *llinca & all.* [9]), ce qui cause la formation de deux chocs obliques, symétriques par rapport à l'axe central du modèle, puisque les deux fluides se frappent avec le même angle par rapport à cet axe, et avec les mêmes conditions de vitesse, température et pression. La géométrie est illustrée à la figure 4.5 avec le schéma du problème. En théorie, le choc a une épaisseur nulle. En pratique, à cause de la taille non nulle des éléments de maillage et de la discrétisation des équations, le choc est toujours étalé sur quelques éléments de maillage. On observe cet étalement sur la figure 4.5, ainsi que les imperfections de la solution après le choc. Les maillages utilisé sont plus concentrés près du coin où s'intersectent les deux fluides, afin de mieux capter les deux chocs qui découlent de cette intersection. La nature bidimensionnelle du problème nous permet d'utiliser un maillage un peu plus raffiné en MC3. Les maillages utilisés en CFX n'ont toutefois que quelques mailles d'épaisseur (dans le sens qui n'est pas montré sur la figure 4.5), les maillages plus raffinés ayant besoin de plus d'éléments d'épaisseur pour éviter que leurs mailles soient trop étirées. Une condition de périodicité

translationnelle est définie sur les deux plans parallèles (la face du modèle que l'on voit sur la figure 4.5). Les calculs ont été effectués avec un modèle de gaz caloriquement parfait en CFX, ce qui se compare très bien avec le modèle de gaz réel de MC3, puisque les températures en jeu dans le modèle ne s'éloignent pas beaucoup de 300 K.



FIGURE 4.5 Géométrie et schéma du problème pour la confluence supersonique

Les dimensions de la géométrie sont montrées sur la figure 4.5. L'écoulement entre parallèlement au plan incliné, qui fait un angle de 11, 3099° par rapport à l'horizontal (axe des x). Les conditions imposées à l'entrée sont une pression totale de 10 bars, une température totale de 400 K et un nombre de Mach de 3. Avec les équations pour un écoulement isentropique, on obtient une pression statique d'entrée de 0,162733 bars et une température d'entrée de 284,698 K. Selon la relation $\theta - \beta - M$ pour les ondes de choc obliques :

$$\tan \theta = 2 \cot \beta \left[\frac{M_1^2 \sin^2 \beta - 1}{M_1^2 \left(\gamma + \cos(2\beta) \right) + 2} \right]$$
(4.3)

on obtient un angle $\beta \approx 27,1589^{\circ}$, où θ est l'angle entre le sens de l'écoulement initial et l'horizontal, et β est l'angle entre le sens de l'écoulement initial et le choc. La composante normale au choc du nombre de Mach en amont du choc est

$$M_{n1} = M_1 \sin \beta \approx 1,36938$$
 (4.4)

ce qui nous permet de calculer la solution analytique de la pression en aval du choc

$$\frac{p_2}{p_1} = 1 + \frac{2\gamma}{\gamma+1} \left(M_{n1}^2 - 1 \right) \tag{4.5}$$

qui donne $p_2 \approx 0,31129 \ bar$. On calcule ensuite la composante normale au choc du nombre de Mach en aval du choc

$$M_{n2}^2 = \frac{M_{n1}^2 + \frac{2}{\gamma - 1}}{\frac{2\gamma}{\gamma - 1}M_{n1}^2 - 1}$$
(4.6)

qui donne $M_{n2} \approx 0,736527$. Puisque

$$M_2 = \frac{M_{n2}}{\sin\left(\beta - \theta\right)} \tag{4.7}$$

on a finalement la solution analytique du nombre de Mach en aval du choc $M_2 \approx 2,69689$. Avec l'angle du choc, on obtient la position où il devrait se trouver sur la sortie soit a $y \approx 8,19 mm$ au dessus et en dessous de l'axe central.

Les figures 4.6 et 4.7 représentent les nombres de Mach et les pressions obtenues à la sortie du modèle. MC3 capte le choc au bon endroit, mais l'arrondi un peu, car les équations sont discrétisées au premier ordre. Dans le cas de CFX, le choc semble être capté au bon endroit. Il devient de plus en plus net à mesure que le maillage est raffiné, ce qui est amélioré par le fait que le schéma d'advection est du second ordre. Par contre, on remarque des oscillations dans la solution après le choc, qui sont dues à la nature de la discrétisation du schéma, tel que mentionné par la documentation du logiciel. Ces oscillations sont plus évidentes au niveau de la pression. Les solutions des deux maillages les plus grossiers en CFX sont superposées, ce qui indique que le choc n'est pas très bien capté par le solveur. Par la suite, le choc est de plus en plus étroit à mesure que le maillage est raffiné, et il est situé au bon endroit dans la géométrie. On peut donc conclure que le schéma d'advection "High Resolution" gère bien la présence d'un choc.



FIGURE 4.6 Nombre de Mach à la sortie pour la confluence supersonique

4.4 Tuyère de Lewis

Ce modèle est inspiré de la géométrie de la tuyère convergente-divergente du modèle de Lewis [5, 14, 16, 22, 29, 40], avec la section de sortie allongée afin de faciliter la convergence des solveurs. Les simulations en CFX utilisent l'approximation du gaz caloriquement parfait. Cette approximation est parfaitement valide car les températures présentes dans le modèle sont de l'ordre de 300 K, il n'y a donc aucun phénomène de dissociation moléculaire qui entre en ligne de compte. Ce cas test a permis d'effectuer une étude rigoureuse de la convergence de la solution en CFX en fonction du raffinement du maillage, pour une géométrie complexe comprenant plusieurs chocs à l'intérieur d'un gaz libéré sous haute pression. La géométrie est illustrée à la figure 4.8 avec les coordonnées de ses sommets. Le modèle est axisymétrique (rotation autour de l'axe central).





FIGURE 4.8 Géométrie de la tuyère de Lewis allongée

4.4.1 Régime permanent

La figure 4.9 illustre les courbes d'isosurfaces du nombre de Mach pour la solution avec le maillage le plus raffiné en CFX. Cette figure illustre le fait que la solution contient une série de chocs à différents endroits du model, qui résultent de la forme du col de la tuyère, de certaines parois qui dévient l'écoulement et de la pression d'entrée qui force un écoulement supersonique après le col

de la tuyère.



FIGURE 4.9 Courbes d'isosurfaces du nombre de Mach pour la tuyère de Lewis allongée sous CFX

La simulation est effectuée en régime permanent en CFX. On utilise une portion de 60° de la symétrie rotationelle, avec une condition de périodicité rotationnelle sur les plans de symétrie (qui sont visibles de face sur la figure 4.8). À l'entrée, on impose une pression totale de 8 bars et une température totale de 300 K, en écoulement subsonique. À la sortie, on utilise une condition d'ouverture subsonique avec une température statique de 300 K et une pression statique de 1 bar. Il aurait été préférable d'imposer un écoulement supersonique à la sortie, mais cette option n'est pas permise par CFX lorsque la condition d'entrée est subsonique. Les autres faces du modèle sont toutes des murs sans friction. Les maillages utilisés suivent tous les mêmes lois de concentration, et sont raffinés d'un facteur deux dans chaque direction d'un maillage à l'autre (deux exemples se trouvent en annexe I).

En MC3, tout le domaine est initialement à une pression de 8 bars (pression totale et statique), une température de 300 K (température totale et statique), et des vitesses nulles partout. L'ouverture de la sortie se produit instantanément au temps zéro, et la simulation se poursuit jusqu'à ce que l'écoulement ait atteint un régime stationnaire. Le maillage utilisé est très raffiné afin d'avoir la solution la plus précise possible (voire en annexe I). D'autres maillages plus grossiers ont été testés

afin de s'assurer que le maillage est suffisamment raffiné pour qu'il n'y ait plus de variation de la solution en fonction du maillage utilisé.

Les figures 4.10 et 4.11 montrent les nombres de Mach et les pressions sur l'axe central du modèle entre les deux bornes, pour les différents maillages utilisés. La solution calculée en MC3 est représentée par un trait plein pour une meilleure clarté de comparaison. On voit sur ces figures qu'un raffinement minimum du maillage est nécessaire en CFX afin de capter le choc qui se produit après le col de la tuyère. Le nombre de Mach et la pression convergent vers des valeurs similaires pour les deux logiciels à mesure que le nombre de mailles dans CFX augmente. Par contre, au niveau du choc, l'amplitude de la pression est légèrement surévaluée et le nombre de Mach est légèrement sous-évalué. Il y a une petite différence sur la position de l'oscillation qui se produit entre x = 40 mm et x = 60 mm. On remarque aussi une oscillation au niveau du choc normal devant la surface de la borne de droite. CFX surévalue la pression sur cette surface par rapport à MC3. Ces différences sont probablement causées par les différences de discrétisation entre les deux solveurs.

Les figures 4.12 et 4.13 montrent les nombres de Mach et les pressions sur la paroi près de la sortie, pour les différents maillages utilisés. On voit une nette différence près de la sortie comme telle, la pression convergeant vers une valeur plus élevée en CFX, et le nombre de Mach vers une valeur plus basse. Ceci est dû aux conditions limites de chacun des deux solveurs. CFX tend à vouloir respecter la condition limite de 1 bar à la sortie, qui est normalement imposée à un fluide subsonique, ce qui ralenti l'écoulement et augmente la pression pour la faire tendre vers 1 bar. De son côté, MC3 ne tient plus compte de la pression à la sortie lorsque l'écoulement devient supersonique.

Les figures des nombres de Mach et pression pour les autres endroits échantillonnés sur le modèle se retrouvent en annexe I. Elles mènent aux mêmes conclusions que les figures présentées ici.

4.4.2 Régime transitoire

La simulation a été refaite en régime transitoire, en conservant les autres paramètres des simulations en régime permanent. Les conditions initiales sont les mêmes que ceux utilisés en MC3 pour faire converger une solution en régime permanent. Les solutions sont échantillonnées à chaque mil-



FIGURE 4.10 Nombres de Mach sur l'axe central pour la tuyère de Lewis en régime permanent

liseconde pour les quatre premières millisecondes. Dans le cas de MC3, il s'agit du même calcul que dans le cas du régime permanent, mais simplement échantillonné plus tôt dans le temps. Dans le cas de CFX, le calcul en régime transitoire a été réalisé à l'aide du maillage le plus raffiné des simulations en régime permanent, soit celui de 1 212 968 de nœuds et 6 942 859 de tétraèdres. Les figures 4.14, 4.15 et 4.16 montrent des résultats obtenus au centre du modèle et près de la sortie. Les points obtenus en MC3 y sont représentés sous forme de courbes continues pour une meilleure comparaison visuelle entre MC3 et CFX. Les figures des autres zones d'échantillonnage sont disponibles en annexe I, et mènent aux mêmes conclusions que celles présentées ici.

La figure 4.14 montre que l'onde de détente du gaz se déplace à la bonne vitesse. Donc l'information se propage bien dans le temps entre les éléments du maillage. Les figures 4.15 et 4.16 montrent une différence au niveau de la sortie, la seule différence significative entre les deux logiciels pour le début du régime transitoire de ce modèle. On remarque que le gaz tend à sortir plus rapidement



FIGURE 4.11 Pressions sur l'axe central pour la tuyère de Lewis en régime permanent

en CFX qu'en MC3, engendrant des pressions plus basses. Il semble s'agir encore ici de l'effet remarqué en régime permanent, à savoir que le solveur impose au fluide de satisfaire à la condition limite de sortie le plus tôt possible.

4.4.3 Comparaison de méthodes de simulation

Le maillage de 71 305 nœuds et 389 885 tétraèdres a été repris pour comparer deux autres méthodes de simulation. La première est une convergence de la solution en régime transitoire. On reprend les mêmes paramètres que précédemment, avec les conditions initiales du cas effectué en régime transitoire, et on échantillonne les résultats après un temps de simulation de 200 ms, soit bien après que la solution transitoire ait atteint un régime permanent.

Dans le second cas, l'option du maillage adaptatif de CFX a été utilisée, avec 20 itérations sur le


FIGURE 4.12 Nombres de Mach sur la paroi près de la sortie pour la tuyère de Lewis en régime permanent



FIGURE 4.13 Pressions sur la paroi près de la sortie pour la tuyère de Lewis en régime permanent



FIGURE 4.14 Nombres de Mach sur l'axe central pour la tuyère de Lewis en régime transitoire

maillage. Le maillage est adapté en fonction des changements de la pression dans la géométrie, selon un multiple de 2 par rapport au maillage précédent. Le critère de convergence est toujours une racine des moindres carrés de 5×10^{-5} , avec un maximum de 500 itérations sur chaque étape du maillage.

Sur la figure 4.17, la solution du nombre de Mach sur l'axe central, pour le cas de la simulation en mode transitoire convergé vers un mode permanent, suit parfaitement la solution calculée en régime permanent avec le même maillage. Donc les deux régimes ont la même précision. L'adaptation du maillage améliore légèrement la solution, surtout aux endroits où un choc est présent. Cette amélioration coûte cependant très cher au niveau du temps de calcul nécessaire, qui devient plus long que dans le cas du maillage de 1 212 968 nœuds et 6 942 859 tétraèdres, ce dernier donnant quand-même une meilleure solution. Il semble donc plus avantageux de raffiner le maillage davan-



FIGURE 4.15 Nombres de Mach sur la paroi près de la sortie pour la tuyère de Lewis en régime transitoire



FIGURE 4.16 Pressions sur la paroi près de la sortie pour la tuyère de Lewis en régime transitoire

tage dès le départ plutôt que d'utiliser l'option du maillage adaptatif. Les autres échantillonnages de ces solutions mènent aux mêmes conclusions. Elles sont présentées en annexe I avec le maillage avant et après adaptation.



FIGURE 4.17 Nombres de Mach sur l'axe central pour la tuyère de Lewis pour différentes méthodes de simulation

4.5 Tuyère avec réservoirs

Le but de ce modèle est de vérifier l'utilisation des tables de gaz réel dans CFX, et en même temps de vérifier la table que nous avons construite. Il permet également de vérifier que l'écoulement des plasmas à haute température est calculé correctement. Les conditions physiques incluent de forts gradients en température et en pression, avec la présence de chocs. Le maillage utilisé en CFX est assez grossier, à cause de la nature tridimensionnelle du logiciel, un maillage plus raffiné nécessitant des temps de calculs trop longs.

Il s'agit d'une tuyère convergente-divergente avec des réservoirs en entrée et en sortie (voir la géométrie sur la figure 4.18). La simulation se fait en mode transitoire, avec du SF_6 en gaz réel. Le fluide est initialement au repos avec une discontinuité au centre de la tuyère. La zone 1 est initialisée à une température et une pression plus élevées que pour la zone 2 (voire les zones sur la figure 4.18). Une onde de choc se propage donc initialement dans le réservoir de droite (zone 2), et un choc en mode transitoire se forme dans la partie divergente de la tuyère. La zone 1 subit une détente adiabatique. Le gaz chaud qui traverse la tuyère se mélange au gaz froid de la zone 2.



FIGURE 4.18 Géométrie de la tuyère avec les réservoirs en amont et en aval

La détente adiabatique de la zone 1 est monitorée en fonction du temps (coin gauche sur la figure 4.18), ainsi que les propriétés thermodynamiques au coin droit et le débit au centre de la tuyère. Les propriétés thermodynamiques sur l'axe central sont comparées après 10 ms.

4.5.1 Basses températures

Le réservoir de gauche est initialisé à une pression de 10 bars et une température de 400 K, et le réservoir de droite est initialisé à une pression de 0,1 bar et une température de 250 K. La simulation se déroule sur une période de 10 millisecondes, avec des pas de temps de 10^{-7} secondes.

La simulation a été refaite avec CFX en utilisant des tables de gaz réel pour la viscosité dynamique et la conductivité thermique, afin de tester la convergence du solveur avec ces variables, mais ces

résultats sont présentés à titre indicatif seulement, car MC3 ne prend pas ces variables en compte, ce qui nous empêche de l'utiliser comme base de comparaison dans ce cas-ci.

La figure 4.19 montre un bon accord entre les deux solveurs pour la détente adiabatique du réservoir de gauche en fonction du temps. La figure 4.20 amène une conclusion similaire pour la variation de la pression du coin droit (il s'agit d'une région de la zone 2 où les mouvements du fluide ne sont pas trop violents). La figure 4.21 montre un très bon accord entre les deux solveurs pour le débit calculé au centre de la tuyère en fonction du temps.



FIGURE 4.19 Pression au coin gauche en fonction du temps pour la tuyère avec réservoirs à basse température

La figure 4.22 montre la pression sur l'axe central après 10 ms de simulation. Les résultats concordent pour les deux logiciels, sauf pour la région près du fond du réservoir de droite. Ceci peut être expliqué par plusieurs raisons. Le fluide approche la paroi avec une vitesse normale à celle-ci, ce qui crée un cas sensible pour le solveur. Le maillage de cette région est très grossier pour le calcul CFX. De plus, les différences dans la discrétisation des équations résolues par le solveur peuvent induire des écarts entre les résultats des deux codes. La figure 4.23 montre un écart entre les résultats des deux codes au niveau du nombre de Mach après le choc dans la tuyère. Le maillage à cet endroit est insuffisamment raffiné pour bien capter les effets du choc, ce qui affecte les résultats obtenus sur l'axe central. Le schéma d'advection High Resolution, utilisé dans ce cas-ci, a un effet sur les



FIGURE 4.20 Pression au coin droit en fonction du temps pour la tuyère avec réservoirs à basse température



FIGURE 4.21 Débit au centre de la tuyère en fonction du temps pour la tuyère avec réservoirs à basse température

résultats. Il permet de mieux capter les chocs que le schéma Upwind, mais il induit des oscillations juste après le choc. Ces oscillations peuvent devenir importantes si le maillage n'est pas suffisamment raffiné, ce qui peut apparaître comme un écart dans les résultats après le choc. Toutefois, les résultats obtenus sur l'ensemble de la géométrie sont plutôt concordants, si on se fie aux figures 4.24 et 4.25. Les échantillonnages sur l'axe central ne nous donnent un aperçu que sur cette courbe, alors que des variations très similaires entre les résultats des deux solveurs peuvent se manifester à quelques millimètres d'écarts d'une solution à l'autre, ce qui fait que l'échantillonnage le long de l'axe central peut donner l'impression que les résultats sont moins bons que ce qu'il en est réellement. Les échantillonnages de la température et de la densité (présentés en annexe I) nous amènent aux mêmes observations.



FIGURE 4.22 Pression sur l'axe central à 10 ms pour la tuyère avec réservoirs à basse température

4.5.2 Températures trans-dissociation moléculaire

Le réservoir de gauche est initialisé à une pression de 20 bars et une température de 5000 K, et le réservoir de droite est initialisé à une pression de 1 bar et une température de 300 K. La simulation se déroule sur une période de 1,2 millisecondes, avec des pas de temps variant entre 10^{-8} et 10^{-11} secondes. Les pas de temps de 10^{-11} secondes ont été nécessaire afin de faire converger le solveur au moment où l'onde de choc initiale atteint le mur du réservoir de droite. Ceci génère une grande instabilité du solveur, qui nécessite une réduction des pas de temps afin de converger. Un autre facteur important nuisant à la convergence, dans ce cas-çi, est le pic énorme dans les valeurs de C_P et de C_V qui se produit aux alentours de 1500 K. Ce pic est une autre source d'instabilité



FIGURE 4.23 Nombre de Mach sur l'axe central à 10 ms pour la tuyère avec réservoirs à basse température



FIGURE 4.24 Courbes de contour du nombre de Mach obtenu avec CFX à 10 ms pour la tuyère avec réservoirs à basse température

numérique, puisque les valeurs de C_P et de C_V peuvent alors avoir des différences énormes entre deux cellules voisines, ce qui donne de grandes valeurs de résidus.

Les figures 4.26 et 4.27 montrent, pour ce cas également, un bon accord entre les deux solveurs pour les régions où les mouvements du fluide ne sont pas trop violents. La figure 4.28 montre, ici



FIGURE 4.25 Courbes de contour du nombre de Mach obtenu avec MC3 à 10 ms pour la tuyère avec réservoirs à basse température

aussi, un très bon accord entre les deux solveurs pour le débit calculé au centre de la tuyère en fonction du temps.



FIGURE 4.26 Pression au coin gauche en fonction du temps pour la tuyère avec réservoirs à températures trans-dissociation moléculaire

Sur la figure 4.29, on remarque une concordance des deux solveurs jusqu'au choc, et certains écarts de pression après le choc, surtout près de la paroi du réservoir, qui semble être le principal lieu de discordance entre les deux logiciels. Comme pour le cas précédent, la taille des éléments de maillage peut-être en cause. Les différences entre les deux solveurs au niveau de la discrétisation



FIGURE 4.27 Pression au coin droit en fonction du temps pour la tuyère avec réservoirs à températures trans-dissociation moléculaire



FIGURE 4.28 Débit au centre de la tuyère en fonction du temps pour la tuyère avec réservoirs à températures trans-dissociation moléculaire

des équations peuvent aussi avoir un effet, mais ce n'est surement pas la raison majeure, puisque la tuyère de Lewis nous donnait des résultats qui devenaient meilleurs à mesure que le maillage était raffiné. Les variations rapides dans les propriétés thermodynamiques ont aussi un effet important sur les résultats. Le pic dans les valeurs de C_P et C_V aux alentours de 1500 K cause de sérieux

problèmes de convergence en CFX, car un petit écart en température peut causer un énorme écart d'énergie, ce qui induit des mouvements de convection, qui peuvent être davantage numériques que physiques. La répartition du gaz chaud et froid peut alors en être affectée, ainsi que les mouvements qui y sont associés, comme on le voit sur la figure I.37. Les figures 4.31 et 4.32 montrent des écarts drastiques entre CFX et MC3 pour la température et la densité après le choc. Cependant, ces écarts sont cohérents entre eux, car si on prend par exemple un point à x = 350mm, où la pression est similaire, on voit que la densité est beaucoup plus élevée en CFX, mais la température est alors beaucoup plus basse. Puisqu'il s'agit du même maillage que dans le cas à froid, les oscillations reliées à l'utilisation du schéma High Resolution ont alors un effet comparable au cas précédent.



FIGURE 4.29 Pression sur l'axe central à 1,2 ms pour la tuyère avec réservoirs à températures trans-dissociation moléculaire

Une vue d'ensemble de la solution en deux dimensions axisymétrique nous donne un bien meilleur aperçu de ce qu'il en est réellement. Sur les figures 4.33 et 4.34, on peut voir que les principales différences entre les répartitions des gaz chaud et froid se situent justement près de l'axe central. Il y a quand-même de bonnes similitudes au niveau de la répartition des températures sur l'ensemble de la géométrie. Les plus grands écarts se situent à des endroits où le maillage utilisé en CFX est plutôt grossier, ce qui fait que les résultats seraient probablement meilleurs avec un maillage aussi raffiné que celui utilisé en MC3. Le moment où l'onde de choc initiale atteint la paroi du réservoir de droite peut aussi être responsable en partie des écarts, ayant causé des difficultés de convergence



FIGURE 4.30 Nombre de Mach sur l'axe central à 1,2 ms pour la tuyère avec réservoirs à températures trans-dissociation moléculaire



FIGURE 4.31 Température sur l'axe central à 1,2 ms pour la tuyère avec réservoirs à températures trans-dissociation moléculaire

au solveur durant une courte période. C'est d'ailleurs cet intervalle de temps qui a nécessité des pas de temps de 10^{-11} secondes pour converger. Les figures 4.35 et 4.36 montrent effectivement que les résultats avant que l'onde de choc ne frappe le mur sont plus concordants entre les deux logiciels. Les écarts causés par ce phénomène sont cependant directement reliés au raffinement du maillage près de la paroi. Un maillage plus raffiné aurait donc été préférable, mais le temps de



FIGURE 4.32 Densité sur l'axe central à 1,2 ms pour la tuyère avec réservoirs à températures transdissociation moléculaire

calcul nécessaire était alors beaucoup trop grand pour les besoins de la vérification.





Le maillage au centre de la tuyère étant plus raffiné que pour le reste de la géométrie, ceci peut expliquer pourquoi le débit au centre est mieux calculé en fonction du temps que les quantités thermodynamiques sur la paroi de droite. Pour ce qui est du coin gauche, puisqu'il s'agit d'une



FIGURE 4.34 Courbes de contour de la température obtenue avec MC3 à 1,2 ms pour la tuyère avec réservoirs à températures trans-dissociation moléculaire



FIGURE 4.35 Courbes de contour de la température obtenue avec CFX à 0,6 ms pour la tuyère avec réservoirs à températures trans-dissociation moléculaire

zone où les propriétés changent lentement et sans phénomène violent, il est normal de s'attendre à obtenir de bons résultats même pour un maillage très grossier.

4.5.3 Hautes températures

Le réservoir de gauche est initialisé à une pression de 30 bars et une température de 15000 K, et le réservoir de droite est initialisé à une pression de 0,3 bars et une température de 3000 K. La



FIGURE 4.36 Courbes de contour de la température obtenue avec MC3 à 0,6 ms pour la tuyère avec réservoirs à températures trans-dissociation moléculaire

simulation se déroule sur une période de 1,1 millisecondes, avec des pas de temps variant entre 10^{-8} et 5×10^{-9} secondes. Les pas de temps de 5×10^{-9} secondes servent, dans ce cas également, à faire converger le solveur au moment où l'onde de choc initiale atteint le mur du réservoir de droite. Les températures en jeu incluent des variations importantes dans les valeurs de C_P et de C_V , mais ces variations sont beaucoup moins brusques que dans le cas précédent, ce qui cause beaucoup moins de problèmes de convergence.

Les figures 4.37 et 4.38 montrent encore une fois un bon accord entre les deux solveurs pour les régions où les mouvements du fluide ne sont pas trop violents (sauf pour un point dans le temps où l'onde de choc initiale doit atteindre le coin de droite). La figure 4.39 montre, ici aussi, un très bon accord entre les deux solveurs pour le débit calculé au centre de la tuyère en fonction du temps.

La figure 4.40 montre un accord entre les deux solveurs, similaire au cas à basses températures, pour les échantillons de pression sur l'axe central (les nombres de Mach, températures et densités se retrouvent à l'annexe I). On remarque, encore une fois, que les résultats sont en très bon accord de la paroi de gauche jusqu'au choc, et sont légèrement différents après le choc. Cette fois, les variations brusques dans les valeurs de C_P et C_V ne sont plus en cause, ce qui fait que les désaccords sont moins importants. Les principales causes d'erreur qui demeurent sont le maillage trop grossier, et les effets après choc du modèle High Resolution. Les changements plus étalés dans les valeurs de C_P et C_V expliquent pourquoi ce cas était plus facile à faire converger que le précédent. Si on



FIGURE 4.37 Pression au coin gauche en fonction du temps pour la tuyère avec réservoirs à hautes températures



FIGURE 4.38 Pression au coin droit en fonction du temps pour la tuyère avec réservoirs à hautes températures

fait une comparaison en deux dimensions, avec les figures 4.41 et 4.42, on voit que, globalement, l'accord entre les deux solveurs est plutôt bon. La qualité des résultats est aussi bonne que dans le cas à basses températures, même si les tables de propriétés de gaz réel sont moins raffinées pour les températures élevées.



FIGURE 4.39 Débit au centre de la tuyère en fonction du temps pour la tuyère avec réservoirs à hautes températures



FIGURE 4.40 Pression sur l'axe central à 1,2 ms pour la tuyère avec réservoirs à hautes températures

4.5.4 Conclusions tirées de la géométrie

Les résultats pour cette géométrie, combinés à ceux de la tuyère de Lewis, nous permettent de conclure que les quantités thermodynamiques sont bien calculées par CFX, peu importe les conditions de températures et de pression en jeu, à condition que les propriétés ne varient pas selon



FIGURE 4.41 Courbes de contour de la température obtenue avec CFX à 1,2 ms pour la tuyère avec réservoirs à hautes températures



FIGURE 4.42 Courbes de contour de la température obtenue avec MC3 à 1,2 ms pour la tuyère avec réservoirs à hautes températures

un pic trop étroit en intervalle de température, et que le maillage soit suffisamment raffiné pour permettre de capter correctement un choc. Les problèmes causés par les pics dans les propriétés thermodynamiques peuvent toutefois disparaître si le maillage est suffisamment raffiné et que les pas de temps sont suffisamment courts. Donc, un tel cas serait également solvable avec CFX, mais nécessitera alors un temps de calcul beaucoup plus grand, ce qui peut poser un problème dans le cas d'applications industrielles.

4.6 Maillages mobiles

Le but de ces cas test est de vérifier que les éléments de maillage sont déplacés correctement lorsque certaines frontières de la géométrie sont déplacées au cours de la simulation. Les configurations utilisées permettent un mouvement de maillage sans refaire de nouveau maillage. Il s'agit donc de vérifier si les éléments sont comprimés et étirés correctement au cours du calcul dans CFX, et par la même occasion de vérifier si les résultats physiques qui en découlent sont bons. Puisque MC3 refait un nouveau maillage automatiquement dès que les éléments commencent à être trop comprimés ou étirés, la comparaison directe des maillages entre les deux logiciels n'est pas vraiment possible. Par contre, ceci nous assure d'obtenir de bons résultats en MC3, pouvant servir de base de comparaison à n'importe quelle étape de la simulation, incluant les intervalles de temps où la solution analytique peut devenir très complexe à calculer, à cause des ondes réfléchies à plusieurs reprises sur les parois.

Les tables de gaz réel du SF_6 ont été utilisées en CFX. Par contre, les solutions analytiques utilisent l'approximation du gaz caloriquement parfait. Cette différence n'a pas vraiment d'effet significatif, puisque les températures en jeu demeurent dans des intervalles où cette approximation est hautement valide, les valeurs de C_P et C_V du SF_6 n'ayant pas de variations notables à ces températures. Un modèle de gaz parfait aurait donc pu être utilisé, mais puisque le but ultime de ce projet est de simuler des disjoncteurs, il était préférable de faire les tests avec les tables de gaz réel puisque c'est ce qui sera éventuellement utilisé dans les applications futures souhaitées.

4.6.1 Piston en compression

La géométrie est un cylindre qui est compressé par l'une de ses extrémités (voir figure 4.43) [10]. Les dimensions initiales sont une longueur de 100 mm et un rayon de 10 mm. Initialement, la pression est de 1 bar, la température est de 300 K et les vitesses sont nulles dans toute la géométrie. La compression débute au temps zéro et se fait à vitesse constante (la paroi de droite se déplace vers la gauche). Un choc se propage vers la gauche, à une vitesse W plus grande que celle de la paroi. Les tables de gaz réel du SF_6 sont utilisées, mais les températures en jeu restent dans un intervalle où l'approximation du gaz parfait est très bonne. La solution analytique est donc calculable en une dimension. Une portion d'arc de 60° du modèle est utilisée en CFX, avec une condition de périodicité rotationnelle. Le schéma d'interpolation en pression est "Trilinéaire", et les pas de temps sont de 10^{-6} s, sauf avis contraire.



FIGURE 4.43 Géométrie du piston en compression

Les figures 4.44, 4.45 et 4.46 montrent les maillages initiaux utilisés en CFX et MC3. Deux maillages ont été utilisés en CFX afin de vérifier si le raffinement améliore les résultats. Le niveau de raffinement du maillage en MC3 se situe à un degré intermédiaire entre les deux maillages en CFX, avec un nombre d'éléments suffisant pour permettre à MC3 de calculer une bonne solution à ce type de problème. Les maillages sont approximativement uniformes sur l'ensemble de la géométrie. Le maillage raffiné en CFX est environ quatre fois plus fin que le maillage de base. La figure 4.47 montre que les éléments du maillage de 4652 éléments dans CFX sont compressés de façon uniforme sur l'ensemble de la géométrie, sans générer d'éléments de mauvaise qualité. Il en était de même après 0, 5 ms pour les autres vitesses de compression testées (les maillages pour une vitesse de compression de 20 m/s sont disponibles à l'annexe I). La vitesse de compression de la géométrie ne semble pas vraiment affecter la qualité du maillage qui en découle. Le maillage obtenu est exactement le même avec des pas de temps de 10^{-8} s ou adaptatifs. Le maillage plus raffiné (figure 4.48) à tendance à se compresser davantage près de la paroi mobile, mais les éléments demeurent de bonne qualité. La figure 4.49 montre le maillage de 4652 éléments après 1 ms de simulation à une vitesse de 80 m/s. Il est alors écrasé à un cinquième de sa longueur initiale. On voit que les éléments sont toujours écrasés de façon uniforme, même si ils ne sont plus de très bonne qualité, ce qui pourrait permettre d'obtenir quand-même des résultats physiques acceptables. Pour MC3, le maillage demeure toujours de bonne qualité, avec des dimensions d'éléments similaires au maillage initial, puisqu'il est refait à plusieurs reprises au cours de la simulation. Ceux-ci peuvent être visualisés à l'annexe I.

Étant donné les températures en jeu, l'approximation du gaz caloriquement parfait peut être utilisée pour calculer la solution physique analytique. On a donc $\gamma = 1,09$ et $R = 56,93 N \cdot m/kg \cdot K$. En



FIGURE 4.44 Maillage initial de 1300 nœuds et 4652 éléments en CFX pour le piston en compression



FIGURE 4.45 Maillage raffiné initial de 74 372 nœuds et 391 720 en CFX pour le piston en compression

FIGURE 4.46 Maillage initial de 1249 nœuds et 2295 éléments en MC3 pour le piston en compression



FIGURE 4.47 Maillage de 1300 nœuds et 4652 éléments en CFX pour le piston en compression à 80 m/s, après 0,5 milliseconde



FIGURE 4.48 Maillage raffiné de 74 372 nœuds et 391 720 éléments en CFX pour le piston en compression à 80 m/s, après 0,5 milliseconde



FIGURE 4.49 Maillage de 1300 nœuds et 4652 éléments en CFX pour le piston en compression à 80 m/s, après 1 milliseconde

se basant sur les équations de conservation de la masse, de l'impulsion et de l'énergie

$$\rho_1 V_1 = \rho_2 V_2 \tag{4.8}$$

$$p_1 + \rho_1 V_1^2 = p_2 + \rho_2 V_2^2 \tag{4.9}$$

$$h_1 + \frac{V_1^2}{2} = h_2 + \frac{V_2^2}{2} \tag{4.10}$$

on obtient la position du choc et la solution analytique après le choc. La vitesse du choc est donnée par

$$W = M_1 a_1 \tag{4.11}$$

où W est la vitesse du choc vers la gauche avant qu'il ne frappe la paroi de gauche, M_1 est le nombre de Mach du choc dans le milieu qui n'a pas encore été perturbé (à gauche) et a_1 est la vitesse du son dans le milieu non perturbé. Ces deux derniers sont donnés par

$$M_1 = \frac{\frac{(\gamma+1)u_p}{2a_1} + \sqrt{\left(\frac{(\gamma+1)u_p}{2a_1}\right)^2 + 4}}{2}$$
(4.12)

$$a_1 = \sqrt{\gamma R T_1} \tag{4.13}$$

où u_p est la vitesse de compression du piston (vitesse absolu de la paroi de droite) et T_1 est la température du milieu non perturbé. La vitesse après le choc devient la vitesse de la paroi de droite. Le rapport entre la densité après le choc (ρ_2) et la densité dans le milieu non perturbé avant le choc (ρ_1) est donnée par

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{(\gamma+1)\,M_1^2}{(\gamma-1)\,M_1^2+2} \tag{4.14}$$

et le rapport entre la pression après le choc (p_2) et la pression avant le choc (p_1) est donné par

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{2\gamma M_1^2 - (\gamma - 1)}{(\gamma + 1)}.$$
(4.15)

Les vitesses sur l'axe central en fonction du raffinement du maillage en CFX sont montrées à la figure 4.50. Le raffinement du maillage a pour effet d'améliorer les résultats. Le choc devient alors plus net, les oscillations après celui-ci diminuent et l'amplitude de la vitesse après le choc est mieux calculée, en comparaison à la solution analytique. L'oscillation de la vitesse près de la paroi mobile semble aussi disparaitre avec le maillage plus raffiné. Le fait que ce dernier se soit compressé davantage près de cette paroi a eu pour effet de raffiné le maillage dans le sens de l'écoulement

pour cette zone. Par contre, le choc obtenu avec le maillage raffiné en CFX débute très près de la position théorique, mais se termine un peu après, alors qu'il semble être plutôt bien centré sur cette position théorique en MC3. Les pressions obtenues sur l'axe central, sur la figure 4.51, montrent également que CFX tend à converger vers la solution analytique lorsque le maillage est raffiné, sauf pour la région juste après le choc, où l'oscillation de la pression dépasse la solution analytique en amplitude, ce qui est prédit par la documentation de CFX, et a déjà été observé dans les modèles précédents. Les densités, sur la figure 4.52, présentent une augmentation près de la paroi mobile. Cette augmentation de densité est contrebalancée par une diminution de température, ce qui donne des pressions constantes. Le raffinement du maillage ne semble pas suffisant pour contrer cette erreur numérique.



FIGURE 4.50 Vitesses le long de l'axe central pour le piston en compression à 80 m/s, après 0,5 milliseconde

D'autres paramètres ont été testés, en les faisant varier un à la fois, avec le maillage de 4652 éléments utilisé précédemment. Les vitesses et pressions sur l'axe central sont montrées sur les figures 4.53 et 4.54. Le graphique des densités est disponible à l'annexe I. Le fait d'utiliser des pas de temps de 10^{-8} s, au lieu de 10^{-6} s n'a pas amélioré considérablement les résultats pour les vitesses sur l'axe central, et les pressions sont quant-à-elles moins bien calculées. L'augmentation du nombre de pas de temps à probablement permis une plus grande diffusion de l'information du choc au travers des cellules. On remarque aussi que l'utilisation du schéma transitoire de premier



FIGURE 4.51 Pressions le long de l'axe central pour le piston en compression à 80 m/s, après 0,5 milliseconde



FIGURE 4.52 Densités le long de l'axe central pour le piston en compression à 80 m/s, après 0,5 milliseconde

ordre ("First Order Backward Euler") a tendance à arrondir un peu plus le choc et à générer des pressions plus basses après le choc. Bien qu'il soit plus robuste, ce schéma transitoire est moins précis que celui du second ordre ("Second Order Backward Euler").

L'option "High Speed Numerics" sert à aider le solveur à converger dans les cas où un choc est présent dans l'écoulement, particulièrement dans le cas où le maillage est moins raffiné dans le sens



FIGURE 4.53 Vitesses le long de l'axe central pour le piston en compression à 80 m/s, après 0,5 milliseconde, avec différents paramètres



FIGURE 4.54 Pressions le long de l'axe central pour le piston en compression à 80 m/s, après 0,5 milliseconde, avec différents paramètres

de l'écoulement que dans le sens transverse à l'écoulement. Cette option génère de la dissipation au niveau du choc, afin de réduire les instabilités transverses à celui-ci. L'option de Rhie Chow, qui est une discrétisation pondéré sur la distance entre les nœuds de maillage, est utilisée pour atténuer les oscillations de la pression près du choc. Dans le cas d'une simulation en régime permanent, les facteurs de relaxation par défaut du schéma d'advection et des gradients sont également modifiés. Ce paramètre a amélioré la convergence comme il en était supposé, mais a nui à la qualité des résultats obtenus. Le choc est déplacé en amont de l'endroit où il devrait être, et est un peu arrondi après, ce qui fait qu'il serait peut-être préférable d'effectuer les calculs sans cette option, si cela s'avère possible.

Les pas de temps adaptatifs avaient comme critère cible un nombre d'itérations nécessaires à la convergence variant entre 2 et 5 pour un pas de temps. Les pas de temps adaptatifs étant souvent utilisés en industrie, il était donc utile de tester cet aspect du solveur. Les pas de temps utilisés par le solveur se situaient typiquement entre 5×10^{-6} et 10^{-7} s. On remarque qu'il n'y a pas de grandes différences entre les résultats obtenus avec des pas de temps adaptatifs et ceux obtenus avec des pas de temps de temps de 10^{-6} s. Cette méthode de calcul est donc fiable et peut permettre de raffiner les pas de temps selon les besoins du solveur, ou de sauver du temps de calcul si les pas de temps décidés initialement sont plus courts que ce qui est en réalité nécessaire. Le principal défaut de cette méthode est que l'adaptation des pas de temps se fait graduellement d'une itération à l'autre, à une vitesse qui peut varier selon les paramètres décidés au départ. Donc, dans le cas où le solveur converge bien jusqu'à un moment précis, et nécessite soudainement des pas de temps beaucoup plus petits, il pourrait alors diverger avant d'avoir réussi à diminuer ses pas de temps suffisamment (comme dans le cas des températures trans-dissociation moléculaire dans la tuyère avec réservoirs).

Les vitesses obtenues sur l'axe central après 0,5 *ms* pour des tests effectués avec une vitesse de compression de 20 m/s sont montrées à la figure 4.55 (les pressions et densités sont disponibles en annexe). Ces calculs nous amènent sensiblement aux mêmes conclusions sur le raffinement du maillage que dans le cas où la vitesse de compression était de 80 m/s. Par contre, on remarque que les oscillations en aval du choc, causées par le schéma d'advection "High Resolution", sont plus importantes et étalées sur une plus grande longueur lorsque la vitesse de compression est plus basse.

Les vitesses obtenues sur l'axe central après 1 *ms* pour des tests effectués avec une vitesse de compression de 80 m/s sont montrées à la figure 4.56 (les pressions et densités sont disponibles en annexe). Il s'agit de moment dans la simulation où le maillage en CFX était compressé à un cinquième de sa longueur. On voit qu'il y a alors plus d'écart entre les résultats obtenus en CFX



FIGURE 4.55 Vitesses le long de l'axe central pour le piston en compression à 20 m/s, après 0,5 milliseconde

et ceux obtenus en MC3. On peut présumer que le problème vient du fait que le maillage en CFX est trop écrasé, puisque MC3 effectue constamment des remaillages afin de garder des éléments de bonne qualité tout au long de la simulation. Pour les applications de disjoncteurs de surtension, il faudra donc utiliser une option de remaillage dans CFX également, puisque ceux-ci peuvent contenir des changements des mouvements de parois pour lesquelles le maillage sera encore plus difficile où impossible à adapter.



FIGURE 4.56 Vitesses le long de l'axe central pour le piston en compression à 80 m/s, après 1 milliseconde

La masse totale de gaz dans la géométrie en fonction du temps, pour une vitesse de compression

de 80 m/s, avec les paramètres initiaux, est affichée à la figure 4.57. En MC3, la masse est calculée par une intégrale numérique des densités le long de l'axe central, les solutions apparaissant assez uniformes dans la direction radiale. En CFX, la masse a été calculée suivant cette même méthode, puis recalculée à l'aide de la fonction d'intégrale volumique sur la densité disponible dans le post-traitement de CFX. On remarque que les erreurs numériques tendent à faire diverger la masse de sa valeur initiale, pour les deux logiciels, mais avec une amplitude de variation qui n'est pas très grande. L'erreur sur la masse est en effet de l'ordre de 2%, après que la géométrie ait été compressée à un cinquième de son volume initial. Le fait que les solutions obtenues avec CFX ne soient pas parfaitement unidimensionnelles, comme la solution analytique, se manifeste ici par le fait que les deux méthodes de calcul de la masse ne donnent pas exactement le même résultat. Globalement, ces écarts n'ont rien d'alarmant, si on considère le raffinement des maillages utilisés.



FIGURE 4.57 Masse totale de gaz pour le piston en compression à 80 m/s

4.6.2 Piston en détente

Ce modèle est un cylindre dont l'une des parois aux extrémités est déplacée pour allonger la géométrie (voir figure 4.58) [10]. Les dimensions initiales sont une longueur de 50 mm et un rayon de 10 mm. Initialement, la pression est de 1 bar, la température est de 300 K et les vitesses sont nulles dans toute la géométrie. La détente débute au temps zéro et se fait à vitesse constante (la paroi de droite se déplace vers la droite). Une onde de détente se propage vers la gauche. Les tables de gaz réel du SF_6 sont utilisées, mais, dans ce cas-ci également, les températures en jeu restent dans un intervalle où l'approximation du gaz parfait est très bonne. La solution analytique est encore une fois calculable en une dimension. Une portion d'arc de 60° du modèle est utilisée en CFX, avec une condition de périodicité rotationnelle. Le schéma d'interpolation en pression est "Trilinéaire", et les pas de temps sont de 10^{-6} s, sauf avis contraire, comme dans le cas en compression.



FIGURE 4.58 Géométrie du piston en détente

Les figures 4.59, 4.60 et 4.61 montrent les maillages initiaux utilisés en CFX et MC3. Deux maillages ont été utilisés en CFX afin de vérifier si le raffinement améliore les résultats, comme c'était le cas pour le piston en compression. Le maillage initial de base en CFX et le maillage initial en MC3 ont approximativement le même niveau de raffinement. Le maillage initial raffiné en CFX est environ deux fois plus fin dans chaque direction que le maillage de base. La figure 4.62, montre que le maillage, après un étirement pendant 0,2 ms à 50 m/s, faisant donc 10% de plus que sa longueur initiale, est bien adapté aux nouvelles dimensions de la géométrie. Le maillage raffiné, sur la figure 4.63, est bien réparti lui aussi, donc l'augmentation du nombre d'éléments ne semble pas engendrer de problèmes supplémentaires au solveur pour adapter les éléments au changement de géométrie. Par contre, après 1 ms, le maillage, sur la figure 4.64, fait maintenant le double de la longueur de la géométrie initiale, et commence à être étiré moins uniformément. L'étirement commence à se concentrer près de la paroi mobile, ce qui peut commencer à affecter la fiabilité des résultats. Cet effet semble s'amplifier sur la figure 4.65, où le maillage est maintenant étiré à trois fois sa longueur initiale, après 2ms d'étirement à 50 m/s. Cet étirement anormal de certains éléments du maillage jette un doute sur la qualité des résultats physiques qui en découlent. L'effet est encore pire sur la figure 4.66, après 3ms d'étirement, toujours à 50 m/s, où le maillage fait maintenant quatre fois sa longueur initiale. Les résultats qui en découlent ne sont alors plus fiables. Il est à noter que le solveur ne convergeait plus bien à cette étape de la simulation. La convergence devenait de moins en moins bonne à partir de 2,3 ms, et il n'y avait plus vraiment de convergence à partir de 2,7 ms. On en déduit donc que la convergence du solveur est liée à la qualité du maillage qui a été déplacé. Les maillages du cas en étirement à 10 m/s, testé jusqu'à 1ms (disponibles à l'annexe I), donnent les mêmes conclusions. Comme dans le cas en compression, la qualité de l'étirement du maillage n'est pas vraiment liée à la vitesse d'étirement, mais plutôt aux proportions entre le domaine étiré et le domaine initial.

	X X X X X X X X X X X X X X X X X X X	*
	×××××××××××××××××××××××××××××××××××××	*************************************
	*****	XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
	*****	<u> </u>
_ f\xd\xxxxxxxxxxxx	: 	{
	*****	*****

FIGURE 4.59 Maillage initial de 3722 nœuds et 16 463 éléments en CFX pour le piston en détente



FIGURE 4.60 Maillage raffiné initial de 23 543 nœuds et 118 721 éléments en CFX pour le piston en détente

		$\Lambda \Lambda $
	****	~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~
1#17#-****	6712417171717174174217727	*********
		~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~
		~~~~~
KIX-XN/-X-1X/X7//XXX/XX/XX	****	

VYXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX	******	*****
DYKITKIXTKK/VTTKK/VT		6XXX7V/JXX/XXX1XK/XXX1
KYXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX	***1*****	*****
	~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~	3/7/1/**************
	ホーホーバスハーバスハーバスホーバフ	

FIGURE 4.61 Maillage initial de 613 nœuds et 1115 éléments en MC3 pour le piston en détente



FIGURE 4.62 Maillage de 3722 nœuds et 16 463 éléments en CFX pour le piston en détente à 50 m/s, après 0,2 milliseconde



FIGURE 4.63 Maillage raffiné de 23 543 nœuds et 118 721 éléments en CFX pour le piston en détente à 50 m/s, après 0,2 milliseconde

La solution analytique est calculable en une dimension. Lorsque la paroi de droite commence à se déplacer à vitesse constante vers la droite, une onde d'expansion se propage vers la gauche. Dans



FIGURE 4.64 Maillage de 3722 nœuds et 16 463 éléments en CFX pour le piston en détente à 50 m/s, après 1 milliseconde

FIGURE 4.65 Maillage de 3722 nœuds et 16 463 éléments en CFX pour le piston en détente à 50 m/s, après 2 milliseconde

FIGURE 4.66 Maillage de 3722 nœuds et 16 463 éléments en CFX pour le piston en détente à 50 m/s, après 3 milliseconde

le milieu non-perturbé, en amont de l'onde, les conditions sont toujours les conditions initiales, incluant des vitesses nulles. En aval de l'onde, la vitesse du gaz est la vitesse de déplacement du piston,  $u_p$ . Pour une onde d'expansion, avec la vitesse initiale nulle, on a la relation

$$u + \frac{2a}{\gamma - 1} = constante = \frac{2a_1}{\gamma - 1} \tag{4.16}$$

où u est la vitesse du gaz dans l'onde, a est la vitesse du son locale, et  $a_1$  est donc la vitesse du son en amont de l'onde de détente. La vitesse du son locale étant donnée par

$$a = \sqrt{\gamma RT},\tag{4.17}$$

on obtient alors la relation donnant la température le long de l'onde de détente :

$$\frac{T}{T_1} = \left[1 - \frac{(\gamma - 1)}{2} \frac{u}{a_1}\right]^2.$$
(4.18)

L'écoulement est isentropique, ce qui fait que la relation

$$\frac{p}{p_1} = \left(\frac{T}{T_1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \left(\frac{\rho}{\rho_1}\right)^{\gamma} \tag{4.19}$$

est valide sur toute la géométrie. On obtient alors les relations pour la pression et la densité au travers de l'onde de détente :

$$\frac{p}{p_1} = \left[1 - \frac{(\gamma - 1)}{2} \frac{u}{a_1}\right]^{\frac{2\gamma}{\gamma - 1}}$$
(4.20)

$$\frac{\rho}{\rho_1} = \left[1 - \frac{(\gamma - 1)}{2} \frac{u}{a_1}\right]^{\frac{2}{\gamma - 1}}.$$
(4.21)

Pour une onde d'expansion centrée à la position initiale de la paroi mobile, la position est donnée par

$$x = (u-a)t, \tag{4.22}$$

ce qui donne la position de l'intersection entre l'onde et le milieu non-perturbé à  $x = x_0 - a_1 t$ , et la position de l'intersection entre l'onde et le milieu ayant la vitesse de la paroi mobile à  $x = x_0 + (u_2 - a_2) t$ , où  $x_0$  est la position initiale de la paroi mobile et  $u_2 = u_p$  est la vitesse du gaz après l'onde de détente. En combinant ceci avec les équations précédentes, on obtient la vitesse du gaz au travers de l'onde de détente :

$$u = \frac{2}{(\gamma - 1)} \left( a_1 + \frac{x}{t} \right). \tag{4.23}$$

La figure 4.67 montre les vitesses le long de l'axe central après 0,2 ms d'expansion à 10 m/s. Dans CFX, à cette vitesse, il y a beaucoup de bruit après la détente, causé par le schéma d'advection "High Resolution", et ces oscillations se propagent jusqu'à la paroi mobile, où la vitesse obtenue n'est pas vraiment en accord avec la vitesse de la paroi. Cet écart peut être causé par les ondes créées par le bruit, qui viennent se refléter sur la paroi mobile. Le bruit est atténué lorsque la vitesse d'étirement est augmentée, comme le montrent les vitesses obtenues à 0,2 ms avec une vitesse d'expansion de 50 m/s, sur la figure 4.68. On y remarque que le raffinement du maillage améliore les résultats en étirement également. La différence entre les résultats sur les deux maillages est cependant moindre que dans le cas en compression, car le raffinement est d'un facteur deux dans chaque direction, et il était d'un facteur quatre pour le cas en compression. On remarque encore ici l'effet des ondes de distorsion, causées par le schéma d'advection "High Resolution", qui se reflètent sur la paroi en mouvement, donnant des vitesses différentes de la vitesse de la paroi. Les pressions et densités à 0,2 ms sont disponibles à l'annexe I. Les figures 4.69 et 4.70 montrent les

vitesses et pression obtenues après 0,2 ms d'expansion à 50 m/s, en faisant varier différents paramètres (les densités sont à l'annexe I). L'utilisation du schéma transitoire de premier ordre ("First Order Backward Euler") a pour effet d'arrondir très légèrement l'onde de détente. L'utilisation des pas de temps adaptatifs n'a pas créé de différences significatives dans les résultats pour la vitesse, mais la pression subit une plus grande oscillation près de la paroi mobile. L'utilisation de l'option "High Speed Numerics" augmente le bruit en aval de l'onde de détente, et la vitesse a tendance à être sous-estimée après l'onde de détente. Les résultats obtenus en MC3 sont bien centrés sur l'onde de détente, mais sont un peu plus arrondis, car ses schéma transitoire et d'advection sont au premier ordre.



FIGURE 4.67 Vitesses le long de l'axe central pour le piston en détente à 10 m/s, après 0,2 milliseconde

Les figures 4.71 et 4.72 montrent les vitesses et pressions obtenues sur l'axe central après 1 ms de simulation, toujours à une vitesse d'expansion de 50 m/s (la densité est disponible à l'annexe I). Il y a un bon accord entre les deux solveurs au sujet des vitesses. Les pressions sont réparties un peu différemment, mais sont équilibrées entre elles (il en est de même pour la densité). Le même phénomène semble se poursuivre, et s'amplifier un peu plus, après 2 ms de simulation, comme le montrent les densités sur la figure 4.73 (les vitesses et pression sont disponibles à l'annexe I). Après 3 ms, les vitesses, sur la figure 4.74 semblent toujours être en accord. Par contre, les densités, sur la figure 4.75 ne sont plus en accord (comme les pressions, disponibles à l'annexe I), et leurs



FIGURE 4.68 Vitesses le long de l'axe central pour le piston en détente à 50 m/s, après 0,2 milliseconde



FIGURE 4.69 Vitesses le long de l'axe central pour le piston en détente à 50 m/s, après 0,2 milliseconde, avec différents paramètres

distributions indique que la masse totale à varié pour au moins un des deux solveurs. La figure 4.76 indique que c'est en CFX que la masse a varié de façon significative (une augmentation de l'ordre de 15%). Comme mentionné précédemment, la piètre qualité du maillage à 3 ms empêche le solveur de converger, et donc les résultats physiques qui en découlent ne sont plus fiables. Les problèmes de convergence font surface vers 2,3 ms, et deviennent vraiment graves vers 2,7 ms, ce



FIGURE 4.70 Pressions le long de l'axe central pour le piston en détente à 50 m/s, après 0,2 milliseconde, avec différents paramètres

qui concorde avec le fait que la conservation de la masse n'est plus assurée entre 2 ms et 3 ms de temps de simulation. On peut donc en conclure que CFX conserve la masse correctement tant que le solveur est capable de converger.



FIGURE 4.71 Vitesses le long de l'axe central pour le piston en détente à 50 m/s, après 1 milliseconde


FIGURE 4.72 Pressions le long de l'axe central pour le piston en détente à 50 m/s, après 1 milliseconde



FIGURE 4.73 Densités le long de l'axe central pour le piston en détente à 50 m/s, après 2 millisecondes

# 4.6.3 Conclusions sur les maillages mobiles

La meilleure option pour améliorer les résultats du calcul s'avère être le raffinement du maillage. Le bruit en aval du choc (en compression), ou de l'onde de détente, est plus intense lorsque la vitesse est plus basse. Ce bruit s'atténue néanmoins avec le raffinement du maillage. Les pas de temps fixes ont donné des résultats légèrement meilleurs, mais l'option des pas de temps adaptatifs est quand-même fiable. Bien que certains des autres paramètres testés aient amélioré la convergence du solveur, les résultats obtenus avec les paramètres de base, incluant les schémas transitoire et d'advection d'ordre supérieur, étaient d'une qualité égale ou meilleure.



FIGURE 4.74 Vitesses le long de l'axe central pour le piston en détente à 50 m/s, après 3 millisecondes



FIGURE 4.75 Densités le long de l'axe central pour le piston en détente à 50 m/s, après 3 millisecondes

La redistribution des mailles est meilleure en compression qu'en détente. La fiabilité du mouvement de maillage n'est plus certaine après un étirement d'un facteur plus grand que 2,5 environ, mais est passablement bonne même après une compression d'un facteur 5. Le solveur cesse de converger lorsque les mailles sont trop étirées, et la masse n'est alors plus très bien conservée.

# 4.7 Rayonnement

Les cas tests présentés dans cette section ont servis à tester les modèles de rayonnement disponibles dans CFX (décrits au chapitre 3). Les cas tests utilisés sont tous axisymétriques. Ces modèles



FIGURE 4.76 Masse totale de gaz pour le piston en détente à 50 m/s

viennent du mémoire de *Matthieu Melot* [30] et de son travail subséquent. Les solutions analytiques ont été calculées à l'aide d'un code implémenté par Matthieu Melot. Ce code est basé sur la méthode de *Dua & Chang* [41] complétée par *Kim & Baek* [42].

En CFX, une portion de 60° d'arc du cylindre est modélisée, avec une condition de périodicité rotationnelle. Différents coefficients d'absorption ont été testés afin de couvrir les différents valeurs que le  $SF_6$  peut prendre en fonction de la température et de la pression. Les valeurs des coefficients d'absorption ( $\kappa$ ) sont imposées comme constantes sur toute la géométrie (sauf pour le modèle 4), afin de pouvoir calculer une solution analytique pour le flux à la paroi cylindrique.

Les simulations sont effectuées en régime transitoire, et les résultats sont mesurés après un pas de temps, qui varie entre  $10^{-6}$  et  $10^{-13}$  secondes, selon le logiciel et le modèle radiatif utilisé. En CFX, la résolution des équations de fluide est éteinte, afin d'éviter des instabilités numériques causées par les discontinuités en température. Cette procédure nous permet d'obtenir le flux radiatif généré par les conditions initiales en température. On devrait donc obtenir les mêmes résultats, peu importe le pas de temps utilisé, dès lors que celui-ci est assez petit pour permettre au solveur de faire converger correctement le modèle radiatif. Pour le modèle Discrete Transfert de CFX, les calculs utilisent 20 rayons, sauf indication contraire. Pour le modèle Monte Carlo, les calculs utilisent  $5 \times 10^5$  tirs (appelés "histories" dans CFX). Les tables de gaz réel du  $SF_6$  sont utilisées, même si ces tables ne servent en fait qu'aux conditions initiales, puisque les équations de fluide ne sont en suite pas résolues.

En MC3, la température externe et des parois est négligée. En CFX, la température des parois est imposée à 100 K, afin d'éviter des problèmes de convergence reliés à une température nulle. Cette température est toutefois négligeable du point de vue de la radiation, comparée à la température du gaz chaud, car l'intensité radiative est proportionnelle à  $T^4$ , ce qui fait que la contribution radiative de la paroi est  $10^8$  fois plus petite que la contribution radiative du gaz chaud.

# 4.7.1 Modèle 1 : Cylindre de gaz chaud

Ce modèle est un cylindre axisymétrique de 2000 mm de long et 1000 mm de rayon, uniformément rempli de  $SF_6$  initialement à 10 000 K et 1 bar. Toutes les frontières physiques du modèle sont des parois. La géométrie et le maillage en CFX sont montrés à la figure 4.77 (le maillage en MC3 est disponible à l'annexe I). Les résultats pour le flux reçu sont pris le long de la paroi qui entoure le cylindre. En comparaison d'un disjoncteur réel, il s'agit d'un cas où l'arc est très large, et touche aux parois de l'appareil. Le flux est alors mesuré à l'intersection entre l'arc et la paroi. Les résultats sont montrés pour des coefficients d'absorption  $\kappa = 10^{-6}$ ,  $10^{-1}$ , 5 et  $10^6 m^{-1}$  (les résultats pour d'autres coefficients d'absorption sont disponibles à l'annexe I). Les résultats du modèle Rosseland ne se retrouvent pas sur les graphique pour des coefficients d'absorption inférieurs à  $20m^{-1}$ , car ils étaient éloignés des autres modèles, parfois par plusieurs ordres de grandeur (surtout pour les plus petites valeurs de  $\kappa$ ). Ces valeurs de  $\kappa$  n'entrent pas dans l'intervalle de validité du modèle Rosseland, sauf pour le cas  $\kappa = 5m^{-1}$  qui est sur la limite.



FIGURE 4.77 Géométrie et maillage en CFX du modèle 1 (12 637 nœuds et 65 767 tétraèdres)

La figure 4.78 montre les flux radiatifs obtenus pour un coefficient d'absorption  $\kappa = 10^{-6}m^{-1}$ , ce qui correspond à un milieu très transparent. La presque totalité de la radiation émise au centre sort du modèle sans interaction avec le gaz ambiant. Le flux à la paroi vient donc d'une contribution de l'ensemble de la géométrie. Il est normal que les résultats pour le modèle P1 s'écartent de la courbe théorique, puisque le coefficient d'absorption impliqué est loin de l'intervalle de validité de ce modèle. On observe tout de même un bon accord entre les deux solveurs à ce sujet. Les modèles Discrete Transfer et Monte Carlo suivent tous deux la courbe analytique, mais le modèle Discrete Transfer contient moins d'oscillations et est donc plus précis.



FIGURE 4.78 Flux radiatif à la paroi pour le modèle 1, avec  $\kappa = 10^{-6}m^{-1}$ 

La figure 4.79 montre les flux radiatifs obtenus pour un cas où le gaz est partiellement transparent (une bonne partie de la radiation émise au centre atteint les extrémités du modèle), avec  $\kappa = 0, 1m^{-1}$ , à la limite de validité du modèle P1. On voit que les résultats pour ce dernier ne sont pas très bons, mais sont encore concordants entre les deux solveurs. Le Modèle Monte Carlo suit encore la courbe théorique, avec des oscillations aléatoires, et le modèle Discrete Transfer donne encore les meilleurs résultats. Le flux calculé avec la méthode des ordonnées discrètes [30] est également visible sur le graphique. Cette méthode donne d'excellents résultats dans ce cas-ci.

La figure 4.80 montre les flux radiatifs obtenus pour  $\kappa = 5m^{-1}$ , où les quatre modèles de rayonne-



FIGURE 4.79 Flux radiatif à la paroi pour le modèle 1, avec  $\kappa = 10^{-1}m^{-1}$ 

ment disponibles dans CFX sont dans leur intervalle de validité, ou à la limite de l'être. Cependant, le modèle Rosseland donnait toujours des résultats trop écartés pour être affichés sur ce graphique. Ceci est un cas où le gaz commence à avoir de l'opacité (la majeure partie de la radiation émise au centre est absorbée par le gaz avant d'avoir atteint la paroi cylindrique). On y observe les mêmes conclusions que pour les valeurs de  $\kappa$  précédentes, pour les modèles Discret Transfert et Monte Carlo. Le modèle P1 de CFX surestime légèrement le flux radiatif, alors que celui de MC3 suit très bien la courbe analytique. Les résultats du modèle des ordonnées discrètes sont encore bien superposés sur la courbe analytique.

La figure 4.81 montre les flux radiatifs obtenus pour un coefficient d'absorption  $\kappa = 10^6 m^{-1}$ , où le gaz est très opaque. La radiation émise en un point est presque toute absorbée par son entourage immédiat (de l'ordre des micromètres). La radiation émise par le gaz est aussi d'une intensité bien plus forte. Le flux radiatif à la paroi cylindrique provient donc du gaz qui se trouve très près de celle-ci. Le modèle Discrete Transfert est encore le plus précis pour CFX. La plupart des autres modèles donnent des flux nuls ou pratiquement nuls, excepté P1 en CFX qui surestime le flux.

On conclu donc que, dans le cas où un plasma toucherait à la paroi, ou serait très près de celle-ci,



FIGURE 4.81 Flux radiatif à la paroi pour le modèle 1, avec  $\kappa = 10^6 m^{-1}$ 

le modèle de rayonnement Discrete Transfert serait la meilleure option pour prendre en compte la radiation en CFX, peu importe les coefficients d'absorption en jeu. Les pas de temps utilisés sont de  $10^{-9}s$  pour les modèles P1 en MC3 et Rosseland et P1 en CFX,  $10^{-11}$  à  $10^{-9}s$  pour le modèle

Discrete Transfert en CFX (selon le coefficient d'absorption), et  $10^{-13}$  à  $10^{-11}s$  pour le model Monte Carlo en CFX (selon le coefficient d'absorption également). Les modèles moins précis sont donc moins coûteux en temps de calcul, et le modèle Monte Carlo est le plus coûteux.

# 4.7.2 Modèle 2 : Cylindre de gaz chaud entouré de gaz froid

Ce modèle est un cylindre axisymétrique de 2000 mm de long et 1000 mm de rayon, rempli de  $SF_6$ initialement à une pression uniforme de 1 bar. Une zone de 100 mm de rayon, au centre du modèle, est initialement à une température de 10 000 K. Le gaz entourant cette région est initialement à une température de 100 K. Toutes les frontières physiques du modèle sont des parois. La géométrie et le maillage en CFX sont montrés à la figure 4.82 (le maillage en MC3 est disponible à l'annexe I). Les résultats pour le flux reçu sont pris le long de la paroi qui entoure le cylindre, comme pour le précédent modèle. En comparaison d'un disjoncteur réel, il s'agit d'un cas où les parois de l'appareil seraient loin de l'arc. Le flux radiatif est donc mesuré à bonne distance de la zone chaude. Les résultats pour d'autres coefficients d'absorption  $\kappa = 10^{-6}$ ,  $10^{-1}$ , 1, 5, 20 et  $10^6 m^{-1}$ (les résultats pour d'autres coefficients d'absorption sont disponibles à l'annexe I). Les résultats du modèle Rosseland ne se retrouvent pas sur les graphique pour des coefficients d'absorption inférieurs à  $20m^{-1}$ , pour les mêmes raisons que dans le cas du modèle 1.





La figure 4.83 montre les flux radiatifs obtenus pour un coefficient d'absorption  $\kappa = 10^{-6} m^{-1}$ , ce

qui correspond à un milieu très transparent. Le flux à la paroi vient d'une contribution de l'ensemble de la zone centrale. Les résultats pour le modèle P1 sont encore en accord entre eux pour les deux logiciels, bien qu'ils s'écartent de la courbe théorique, le coefficient d'absorption étant loin de l'intervalle de validité. Les modèles Discrete Transfer et Monte Carlo sont tous deux valides. Le modèle Monte Carlo donne toutefois de meilleurs résultats comparé à la courbe analytique, bien qu'il contienne beaucoup de bruit.



FIGURE 4.83 Flux radiatif à la paroi pour le modèle 2, avec  $\kappa = 10^{-6}m^{-1}$ 

La figure 4.84 montre les flux radiatifs obtenus avec  $\kappa = 0, 1m^{-1}$ , un cas où le gaz est partiellement transparent, à la limite de validité du modèle P1. Les résultats pour ce modèle s'approchent de la courbe analytique, mais n'ont pas la même courbure que celle-ci, et sont encore concordants entre les deux solveurs. Le modèle Monte Carlo donne de meilleurs résultats que le modèle Discrete Transfer, et le bruit dans la solution semble moins pire que pour  $\kappa = 10^{-6}m^{-1}$ . Le flux calculé avec la méthode des ordonnées discrètes est également visible sur le graphique, et semblent du même ordre de précision que le modèle Monte Carlo. La figure 4.85, qui montre les flux radiatifs obtenus avec  $\kappa = 1m^{-1}$ , amène aux mêmes conclusions que la figure 4.84, sauf pour le modèle P1. Cette fois-ci, les deux logiciels suivent la forme de la courbe analytique, mais surestiment l'amplitude du flux radiatif. Sur la figure 4.86, pour  $\kappa = 5m^{-1}$ , Le modèle P1 semble plutôt sous estimer l'amplitude du flux radiatif obtenu à la paroi cylindrique. Pour les modèles Discrete Transfer, Monte Carlo et les ordonnées discrètes, on y observe les mêmes conclusions que pour  $\kappa = 0, 1$  et  $5 m^{-1}$ .



FIGURE 4.84 Flux radiatif à la paroi pour le modèle 2, avec  $\kappa = 10^{-1}m^{-1}$ 

La figure 4.87 montre les flux radiatifs obtenus pour un coefficient d'absorption  $\kappa = 20m^{-1}$ , où le gaz est théoriquement assez opaque pour bloquer presque toute la radiation émise au centre avant qu'elle n'atteigne la paroi cylindrique. Une très faible radiation peut être causée par le gaz froid où la température de paroi (négligée dans MC3). Le modèle P1 de MC3 donne un flux presque nul, en fait beaucoup plus petit que la solution analytique, ce qui n'est pas visible sur le graphique, mais c'est le modèle qui en est le plus près. Les modèles P1 et Discrete Transfer, en CFX, surévaluent le flux radiatif à la paroi, et le modèle Rosseland est encore pire. Le modèle Monte Carlo est près de la solution analytique, mais négatif. Cette erreur numérique pourrait être expliquée par la température de paroi qui est de 100 K, comme le gaz froid. Il peut donc s'agir d'erreurs numériques.

La figure 4.88 montre les flux radiatifs obtenus pour un coefficient d'absorption  $\kappa = 10^6 m^{-1}$ . À cette valeur de  $\kappa$ , il n'y a théoriquement aucune radiation émise au centre qui atteint la paroi cylindrique. On observe encore des conclusions similaires au cas  $\kappa = 20m^{-1}$ , excepté pour le



FIGURE 4.86 Flux radiatif à la paroi pour le modèle 2, avec  $\kappa = 5m^{-1}$ 

modèle Rosseland qui semble s'approcher davantage de la courbe analytique. Un test a été effectué avec 200 rayons au lieu de 20 rayons, pour le modèle Discrete Transfer. On voit que les résultats des



FIGURE 4.87 Flux radiatif à la paroi pour le modèle 2, avec  $\kappa = 20m^{-1}$ 

deux essais sont très bien superposés, ce qui amène à la conclusion que 20 rayons étaient amplement suffisants. Pour le modèle Monte Carlo, un test supplémentaire a également été effectué (avec la version 12.1 de CFX) avec une température de paroi de 1 K (identifié "paroi à 0K" sur le graphique), afin de vérifier que le flux entrant obtenu pour ce modèle, avec des coefficients d'absorption élevés, est bien causé par la température de la paroi. Avec cette nouvelle température de paroi, on obtient effectivement un flux radiatif très près d'être nul. On obtient en fait un flux radiatif de l'ordre de 5, 67 × 10⁻⁸ W/m², ce qui correspond à la loi de Stefan pour la puissance émise par unité de surface d'un corps noir,  $P = \sigma T^4$ , où  $\sigma$  est la constante de Stefan-Boltzmann ( $\sigma = 5, 67 \times 10^{-8} W/(m^2 K^4)$ ), dans le cas où la température de paroi de 100 K sont de l'ordre de 5, 67  $W/m^2$ , et correspondent à l'émission radiative d'un corps noire à 100 K. Vu l'opacité du gaz pour cette valeur de  $\kappa$ , seule une épaisseur de gaz de quelques microns contribue de façon significative au flux radiatif provenant du gaz qui atteint la paroi. Cette contribution peut être considérée comme étant beaucoup plus faible que celle de la paroi, ce qui donnerait raison aux résultats obtenus par le modèle Monte Carlo

On conclu donc que, dans le cas où un plasma serait plutôt éloigné de la paroi, le modèle de



FIGURE 4.88 Flux radiatif à la paroi pour le modèle 2, avec  $\kappa = 10^6 m^{-1}$ 

rayonnement Monte Carlo serait la meilleure option pour prendre en compte la radiation en CFX, pour des coefficients d'absorption  $\kappa < 5m^{-1}$ . Le principal problème qui demeure avec ce modèle est l'énorme quantité de bruit qu'il génère, à cause de son caractère aléatoire. Il serait également un bon choix pour  $\kappa > 5m^{-1}$ , si on considère que le flux radiatif entrant est causé par la température de la paroi. Dans le cas contraire, les modèles Discrete Transfer et P1 peuvent être des bonnes alternatives. Le modèle Rosseland n'est recommandable que pour des coefficients d'absorption très grands ( $\kappa > 50m^{-1}$ . Il n'est bon que lorsque le flux radiatif est pratiquement nul.

Les pas de temps utilisés sont de  $10^{-9}s$  pour les modèles P1 en MC3 et Rosseland et P1 en CFX (sauf pour  $\kappa = 0, 1m^{-1}$  en MC3 qui a été calculé avec un pas de temps de  $10^{-6}s$ , donnant des résultats satisfaisants comparé à CFX). Les pas de temps pour le modèle Discrete Transfer en CFX sont de  $10^{-13}$  à  $10^{-9}s$  (selon le coefficient d'absorption), et  $10^{-13}$  à  $10^{-11}s$  pour le modèle Monte Carlo demeure le plus coûteux en temps de calcul.

# 4.7.3 Modèle 3 : Géométrie de style industriel

Ce modèle est une géométrie axisymétrique de 2000 mm de long et 1000 mm de rayon, remplie de  $SF_6$  initialement à une pression uniforme de 1 bar. Une zone de 1200 mm de long et100 mm de rayon, au centre du modèle, est initialement à une température de 10 000 K. Le gaz entourant cette région est initialement à une température de 100 K. Les deux frontières complètement à droite du modèle ont une condition de symétrie, toutes les autres frontières physiques du modèle sont des parois. La géométrie et les coordonnées des sommets sont montrés à la figure 4.89 (les maillages en CFX et MC3 sont disponibles à l'annexe I). Les résultats pour le flux radiatif reçu sont pris le long de la paroi qui entoure le cylindre, ainsi que sur la paroi appelée borne. Les résultats sont donc pris à une distance de 100 mm du bord de l'arc, et à une distance de 900 mm où le rayonnement a rencontré des obstacles pour atteindre la paroi. Les résultats sont montrés pour des coefficients d'absorption  $\kappa = 10^{-6}$ ,  $10^{-1}$ , 1, et 5 (les résultats pour d'autres coefficients d'absorption sont disponibles à l'annexe I).



FIGURE 4.89 Géométrie du modèle 3

Le flux radiatif à la borne, pour  $\kappa = 10^{-6}m^{-1}$ , est montré à la figure 4.90. Il n'y a pas de solution disponible pour vérifier la validité des résultats obtenus en CFX, le modèle P1 de MC3 n'étant pas valide pour ce coefficient d'absorption. On remarque cependant une tendance observée sur les modèles précédents : les modèles Discrete Transfer et Monte Carlo donnent ici des résultats de même amplitude, mais les résultats obtenus avec le modèle Monte Carlo contiennent beaucoup plus

de bruit et d'irrégularités que les résultats obtenus avec le modèle Discrete Transfer. On remarque aussi que les flux radiatifs à la gauche de la borne, là où la paroi est en forme de coin pointu, semblent s'éloigner de la tendance.



FIGURE 4.90 Flux radiatif à la borne pour le modèle 3, avec  $\kappa = 10^{-6}m^{-1}$ 

La figure 4.91 montre les flux radiatifs obtenus sur la paroi avec  $\kappa = 10^{-1}m^{-1}$ . Les résultats pour le modèle des ordonnées discrètes, programmé par Matthieu Melot, sont également visibles sur le graphique. Il y a un accord passablement bon entre ce modèle et les modèles Discrete Transfer et Monte Carlo en CFX. Le modèle des ordonnées discrètes semble cependant un peu plus en accord avec le modèle Monte Carlo. Il y a un bon accord entre les trois modèles P1 de MC3, CFX et Fluent. Au niveau de la borne, sur la figure 4.92, les modèles Discrete Transfer et Monte Carlo sont en accord entre eux, et les deux modèles P1 se superposent bien, sauf près du coin aigu dans la paroi. Il semble que la forme de ce coin cause des problèmes aux solveurs, surtout à MC3, puisque le flux radiatif reçu à cet endroit ne devrait pas différer beaucoup du reste de la paroi.

La tendance se répète pour les flux à la paroi avec  $\kappa = 1m^{-1}$ , sur la figure 4.93. Les résultats du modèle Monte Carlo suivent un peu mieux les ordonnées discrètes que les résultats du modèle Discrete Transfer, comme dans le cas de la deuxième géométrie, car la paroi est encore une fois



FIGURE 4.92 Flux radiatif à la borne pour le modèle 3, avec  $\kappa = 10^{-1}m^{-1}$ 

éloignée de l'arc. Le modèle P1 donne une bonne estimation de l'amplitude du flux radiatif, mais ne suit pas parfaitement bien les résultats des autres modèles, qui sont supposés être plus précis.

Les observations sont similaires pour  $\kappa = 5m^{-1}$ , sur la figure 4.94, sauf pour le modèle P1 en général, qui ne donne plus la bonne amplitude de flux radiatif. Le modèle P1 semble avoir quelques difficultés à gérer les variations importantes de flux radiatif. Ces difficultés se manifestent pour tous les solveurs, et ne sont donc pas causés par des erreurs de programmation, mais plutôt par le fait que ce modèle radiatif est une approximation au premier ordre.



FIGURE 4.93 Flux radiatif à la paroi pour le modèle 3, avec  $\kappa = 1m^{-1}$ 

Les pas de temps utilisés sont les mêmes que pour le modèle 2. Donc le modèle P1 peut s'avérer un bon dépanneur si on veut économiser le plus possible le temps de calcul. Par contre, les modèles Discrete Transfer et Monte Carlo, qui sont plus précis et valides pour toute valeur de coefficient d'absorption, coûtent toutefois beaucoup plus cher en temps de calcul, Monte Carlo étant le plus couteux.

# 4.7.4 Modèle 4 : Cas test à deux coefficients d'absorption

Ce modèle est une géométrie axisymétrique cylindrique de 20 mm de long et 10 mm de rayon, remplie de  $SF_6$  initialement à une pression uniforme de 1 bar. Une zone cylindrique de 5 mm de rayon, au centre du modèle, est initialement à une température de 10 000 K. Le gaz entourant cette



FIGURE 4.94 Flux radiatif à la paroi pour le modèle 3, avec  $\kappa = 5m^{-1}$ 

région est initialement à une température de 100 K. Toutes les frontières physiques du modèle sont des parois. La géométrie et les coordonnées des sommets sont montrés à la figure 4.95 (le maillage en MC3 est disponible à l'annexe I). Les résultats pour le flux radiatif reçu sont pris le long de la paroi qui entoure le cylindre. Pour cette géométrie, les termes source sont échantillonnés le long du rayon, au milieu de la géométrie selon l'axe du cylindre. Les calculs ont été effectués pour deux cas avec chacun deux coefficients d'absorption, un pour la zone chaude et un pour la zone froide. L'idée est de d'avoir un cas test qui ressemble un peu plus à une bande d'absorption d'un modèle multibandes pour le  $SF_6$ . Pour le premier cas, les coefficients d'absorption sont  $\kappa = 10$  pour la zone chaude et  $\kappa = 10^5$  pour la zone froide. Il s'agit d'une situation où la zone chaude a une bonne opacité et la zone froide est complètement opaque. Pour le deuxième cas, les coefficients d'absorption sont  $\kappa = 1$  pour la zone chaude et  $\kappa = 10^{-5}$  pour la zone froide. Il s'agit alors d'une situation où la zone chaude a une épaisseur optique moyenne et la zone froide est presque totalement transparente.

La majorité des calculs en CFX avec cette géométrie ont été effectués avec la version 11, sauf indication contraire. Les pas de temps utilisés sont de  $10^{-13}s$  pour les modèles Monte Carlo, Discrete



FIGURE 4.95 Géométrie et maillage en CFX du modèle 4 (40 149 nœuds et 192 905 tétraèdres)

Transfer et P1 dans CFX. Les calculs en MC3, pour les modèles des ordonnées discrètes et P1, ont été effectués par Matthieu Melot.

La figure 4.96 montre les flux obtenus à la paroi pour les différents modèles de rayonnement, pour des coefficients d'absorption de  $\kappa = 10$  pour la zone chaude et  $\kappa = 10^5$  pour la zone froide, avec les paramètres de base mentionnés précédemment. Les résultats pour les modèles des ordonnées discrètes et P1 dans MC3 sont bien superposés, ce qui est rendu possible par le fait que les coefficients d'absorption des deux zones sont dans l'intervalle de validité du modèle P1. Le flux négatif de faible amplitude, obtenu avec le modèle Discrete Transfer est causé par la température de paroi, comme précédemment. Le modèle Monte Carlo est plus oscillatoire, ce qui a également été observé pour les précédents modèles. L'amplitude du flux calculé par le modèle P1 de CFX est plus grande, mais pas complètement à l'écart. Un test a été effectué avec le modèle Discrete Transfer et le maillage complet, au lieu du paramètre par défaut qui utilise un maillage 64 fois plus grossier (ce calcul a été effectué avec la version 12.1 de CFX). La figure 4.97 montre que le flux ainsi obtenu est rigoureusement le même dans ce cas-ci. Ce n'est pas le cas pour le modèle Monte Carlo, sur la figure 4.98, dont les résultats semblent en être améliorés, le bruit numérique ayant maintenant beaucoup moins d'amplitude. On note une très légère amélioration supplémentaire lorsque le nombre de tirs est multiplié par 10 (maintenant  $5 \times 10^6$  tirs). Ces deux derniers calculs ont été effectués avec la version 12.1 de CFX. Les résultats obtenus avec les paramètres de base, précédemment montrés, sont reproduits ici en lignes pointillées, ou en lignes pleines dans le cas des ordonnées discrètes, afin d'améliorer la clarté des graphiques pour fin de comparaison.



FIGURE 4.96 Flux radiatif à la paroi pour le modèle 4, avec  $\kappa = 10m^{-1}$  dans la zone chaude et  $\kappa = 10^5 m^{-1}$  dans la zone froide, pour les différents modèles de radiation



FIGURE 4.97 Flux radiatif à la paroi pour le modèle 4, avec  $\kappa = 10m^{-1}$  dans la zone chaude et  $\kappa = 10^5 m^{-1}$  dans la zone froide, pour les variantes du modèle de radiation Discrete Transfer

Les termes source résultant des calculs dont le flux est discuté au paragraphe précédent sont également analysés. La figure 4.99 montre les résultats des différents modèles avec les paramètres de base. Les différents modèles sont presque tous en accord sur l'ensemble du rayon, sauf pour l'amplitude du pic autour de l'interface entre la zone chaude et la zone froide. Pour la zone chaude, le modèle Monte Carlo est le seul qui s'écarte des autres modèles. Le terme source obtenu indique que la zone chaude perdrait environ deux fois moins d'énergie que dans le cas des autres modèles. Vu le coefficient d'absorption de la zone froide, il n'est pas possible de corréler cette observation



FIGURE 4.98 Flux radiatif à la paroi pour le modèle 4, avec  $\kappa = 10m^{-1}$  dans la zone chaude et  $\kappa = 10^5 m^{-1}$  dans la zone froide, pour les variantes du modèle de radiation Monte Carlo

avec le flux reçu à la paroi, puisque l'énergie émise par la zone chaude ne se rend pas vraiment jusqu'à la dite paroi. L'utilisation du maillage complet pour le modèle Discrete Transfer confirme à nouveau les résultats obtenus avec 64 fois moins de mailles, comme le montre la figure 4.100. Sur la figure 4.101, les résultats obtenus avec le maillage complet (avec  $5 \times 10^5$  et  $5 \times 10^6$  tirs) tendent à converger vers des termes source similaires à ceux obtenus avec les autres modèles, et à une amplitude de pic similaire aux modèles Discrete Transfer de CFX et P1 de MC3 autour de l'interface entre les deux zones. À ce stade-ci, on peut donc déduire que soit l'utilisation du maillage complet a réglé le problème d'amplitude du terme source pour le modèle Monte Carlo, soit un problème dans ce modèle a été réglé entre les versions 11 et 12.1 de CFX. Nous verrons plus loin qu'il s'agit d'un problème de la version 11 qui a été réglé pour la version 12.1 de CFX.

La figure 4.102 montre les flux obtenus à la paroi pour les différents modèles de rayonnement, pour des coefficients d'absorption de  $\kappa = 1$  pour la zone chaude et  $\kappa = 10^{-5}$  pour la zone froide, avec les paramètres de base mentionnés précédemment. Il est clair que le modèle P1 ne prédit pas bien le flux à la paroi dans ce cas-ci, peu importe le logiciel utilisé. Les modèles Discrete Transfer et Monte Carlo de CFX sont en bon accord avec le modèle des Ordonnées discrètes. Le modèle Monte Carlo génère toujours plus de bruit numérique que le modèle Discrete Transfer. Pour ce cas-ci, l'utilisation du maillage complet avec le modèle Discrete Transfer (avec la version 12.1 de



FIGURE 4.99 Terme source le long du rayon au centre de la géométrie pour le modèle 4, avec  $\kappa=10m^{-1}$  dans la zone chaude et  $\kappa=10^5m^{-1}$  dans la zone froide, pour les différents modèles de radiation



FIGURE 4.100 Terme source le long du rayon au centre de la géométrie pour le modèle 4, avec  $\kappa = 10m^{-1}$  dans la zone chaude et  $\kappa = 10^5m^{-1}$  dans la zone froide, pour les variantes du modèle de radiation Discrete Transfer

CFX) semble apporter une légère amélioration au flux obtenu à la paroi, en atténuant le peu de bruit numérique, comme le montre la figure 4.103. Sur la figure 4.104, la version 12.1 de CFX semble donner des résultats équivalents à la version 11, pour le modèle Monte Carlo, en ce qui concerne



FIGURE 4.101 Terme source le long du rayon au centre de la géométrie pour le modèle 4, avec  $\kappa = 10m^{-1}$  dans la zone chaude et  $\kappa = 10^5m^{-1}$  dans la zone froide, pour les variantes du modèle de radiation Monte Carlo

le bruit numérique généré dans le flux à la paroi. L'utilisation de  $5 \times 10^6$  tirs, soit dix fois plus que le paramètre de base, semble atténuer le bruit numérique, autant pour la version 11 de CFX que pour la version 12.1, où un maillage intermédiaire a également été utilisé (8 fois plus grossier que le maillage complet, au lieu de 64 fois comme le paramètre de base). Ce dernier cas n'a cependant pas convergé avec le maillage complet dans la version 12.1 de CFX.

La figure 4.105 montre les termes source obtenus pour les différents modèles avec les paramètres de base et des coefficients d'absorption de  $\kappa = 1$  pour la zone chaude et  $\kappa = 10^{-5}$  pour la zone froide. On y remarque les mêmes tendances que pour l'autre cas. Il semble y avoir un problème avec le terme source calculé par le modèle Monte Carlo, qui calcule une perte d'énergie deux fois plus petite dans la zone chaude, les autres modèles étant en très bon accord entre eux. Cette différence est incohérente avec le flux obtenu à la paroi, qui est cette fois-ci fortement dépendant de l'énergie émise par la zone chaude, vu les coefficients d'absorption en jeu. Pour le modèle Discrete Transfer, sur la figure 4.106, les termes source sont très cohérents entre eux pour les deux maillages. Ce n'est pas le cas pour le model Monte Carlo, sur la figure 4.107. Les deux cas calculés avec la version 12.1 de CFX (soit le cas avec les paramètres de base, et un cas avec  $5 \times 10^6$  tirs au lieu de  $5 \times 10^5$  tirs et un maillage 8 fois plus grossier que le maillage complet au lieu d'être 64 fois



FIGURE 4.102 Flux radiatif à la paroi pour le modèle 4, avec  $\kappa = 1m^{-1}$  dans la zone chaude et  $\kappa = 10^{-5}m^{-1}$  dans la zone froide, pour les différents modèles de radiation



FIGURE 4.103 Flux radiatif à la paroi pour le modèle 4, avec  $\kappa = 1m^{-1}$  dans la zone chaude et  $\kappa = 10^{-5}m^{-1}$  dans la zone froide, pour les variantes du modèle de radiation Discrete Transfer

plus grossier), donnent des résultats très bien superposés entre eux, et en très bon accord avec les autres modèles de rayonnement. Puisque les mêmes paramètres ont été utilisés (à une nouveauté près, soit la température de corps noir des objets externes, qui n'a pas vraiment d'effet ici et qui est négligeable), on peut donc conclure que le code du modèle Monte Carlo de la version 11 de CFX



FIGURE 4.104 Flux radiatif à la paroi pour le modèle 4, avec  $\kappa = 1m^{-1}$  dans la zone chaude et  $\kappa = 10^{-5}m^{-1}$  dans la zone froide, pour les variantes du modèle de radiation Monte Carlo

contenait une erreur, qui a été corrigée pour la version 12.1.



FIGURE 4.105 Terme source le long du rayon au centre de la géométrie pour le modèle 4, avec  $\kappa = 1m^{-1}$  dans la zone chaude et  $\kappa = 10^{-5}m^{-1}$  dans la zone froide, pour les différents modèles de radiation



FIGURE 4.106 Terme source le long du rayon au centre de la géométrie pour le modèle 4, avec  $\kappa = 1m^{-1}$  dans la zone chaude et  $\kappa = 10^{-5}m^{-1}$  dans la zone froide, pour les variantes du modèle de radiation Discrete Transfer



FIGURE 4.107 Terme source le long du rayon au centre de la géométrie pour le modèle 4, avec  $\kappa = 1m^{-1}$  dans la zone chaude et  $\kappa = 10^{-5}m^{-1}$  dans la zone froide, pour les variantes du modèle de radiation Monte Carlo

# 4.7.5 Observations supplémentaires et conclusions sur les modèles de rayonnement

Le modèle de rayonnement Rosseland est à éviter dans le cas de disjoncteurs de surtension, bien qu'il soit celui qui nécessite le moins de temps CPU, car il n'est bon que pour prédire un flux qui serait nul ou presque à la paroi. Le modèle P1 est efficace dans certaines situations où le milieu est suffisamment opaque, ce qui n'est pas le cas pour toutes les bandes spectrales du  $SF_6$  aux températures présentes dans un disjoncteur haute tension. Par contre, il peut fonctionner avec des pas de temps plus long que les autres modèles plus précis, ce qui peut réduire considérablement le temps de calcul. Il peut donc avoir une utilité dans le cas où on souhaite obtenir une estimation rapide, sans besoin de grande précision.

Les résultats présentés pour les quatre géométries ont montré que les modèles Discrete Transfer et Monte Carlo en CFX sont valide pour tous les coefficients d'absorption. Le modèle Monte Carlo est un peu meilleur dans le cas où la zone chaude se situe très loin de la paroi. Dans le cas où la zone chaude est près de la paroi, c'est le modèle Discrete Transfer qui est le meilleur dans CFX. C'est ce second cas qui nous intéresse davantage pour les applications de disjoncteurs de surtension, car il s'agit de calculer la radiation reçue par les parois de la tuyère, qui est plutôt étroite, afin de prédire l'ablation de la paroi de téflon qui en découle.

Le modèle Discrete Transfer prend moins de temps CPU que le modèle Monte Carlo, et pas énormément plus de temps que le modèle P1 si on peut utiliser les mêmes pas de temps, pour la version 11 de CFX. L'utilisation d'un maillage 64 fois plus grossier que le maillage du fluide, qui est le paramètre par défaut de CFX donne des résultats qui sont passablement bons, et toujours du bon ordre de grandeur lorsque le flux radiatif est important. L'utilisation de 20 rayons est amplement suffisante.

Le modèle Monte Carlo est celui qui demande le plus de temps de calcul, les pas de temps nécessaires étant souvent plus petits, chaque pas de temps prenant plus de temps à calculer que les autres modèles, et le temps de calcul étant grandement augmenté lorsque le nombre de tirs ou le maillage sont augmentés pour améliorer la précision, particulièrement pour certains coefficients d'absorption plus sensibles. Par exemple, le cas du modèle 4, avec  $\kappa = 1$  pour la zone chaude et  $\kappa = 10^{-5}$  pour la zone froide,  $5 \times 10^6$  tirs et un maillage 8 fois plus grossier que le maillage complet au lieu d'être 64 fois plus grossier, a pris 15 minutes et 55 secondes de temps CPU pour s'initialiser et faire 1 pas de temps de  $10^{-13}s$  avec un processeur Intel Core I7 930 @2,80 GHz, ce qui veut dire environ15 minutes et 40 secondes pour effectuer un pas de temps. Ces temps de calcul sont impensables dans le cas d'applications industrielles. Les calculs avec moins de précision ont généré beaucoup de bruit numérique, mais ont donné des résultats du bon ordre de grandeur.

En résumé, le modèle Discrete Transfer semble être le meilleur choix dans CFX pour calculer la radiation dans un disjoncteur haute tension, si on veut obtenir des résultats précis. Le modèle P1 peut être une bonne alternative si on veut obtenir une grossière estimation plus rapidement. Bien qu'il ait théoriquement le potentiel d'être le plus précis, le modèle Monte Carlo devra attendre que des ordinateurs beaucoup plus puissants soient disponibles avant de pouvoir être pleinement profitable à des applications industrielles. Ce modèle n'a cependant pas été testé en calcul parallèle (puisque les cas test présentés ne contenaient qu'un pas de temps). Si cela est faisable, ce pourrait être une façon de surmonter le problème du temps de calcul.

# 4.8 Chauffage isochore

La géométrie est un cylindre dont l'axe central et le rayon font tous deux 100 mm. Cette géométrie est uniformément chauffée par un terme source constant dans le temps. Le gaz est initialement à une pression et une température uniformes, avec des vitesses nulles partout. La densité est donc également uniforme. Le gaz commence à être chauffé au temps zéro, avec un apport d'énergie constant dans le temps. En théorie, les propriétés thermodynamiques demeurent uniformes sur toute la géométrie, à mesure que le gaz est chauffé. Cependant, dans certains cas plus sensibles, il peut y avoir un faible mouvement de convection causé par des erreurs numériques entre les différentes cellules du maillage, ce qui crée de faibles différences de pression dans la solution, et induit donc un mouvement qui peut être perceptible dans les résultats puisque les vitesses sont supposées nulles.

Un maillage de 992 nœuds et 4516 tétraèdres est utilisé dans CFX pour une portion de 60° d'arc du cylindre, avec une condition de périodicité rotationnelle. Les tables de gaz réel du  $SF_6$  ont été utilisées, sauf dans un cas où un modèle de gaz parfait a été utilisé, afin de montrer la pertinence d'utiliser un modèle de gaz réel. Des pas de temps de  $10^{-6}s$  ont été utilisés. Les calculs ont été faits avec deux méthodes différentes pour générer le terme source. La première méthode consiste à simplement imposer un terme source volumique constant. Ces calculs ont été réalisés avec la version 11 de CFX. La seconde méthode utilise le module magnétohydrodynamique (MHD) de CFX 12.1. On impose un courant électrique constant entre les deux faces parallèles du cylindre, avec une conductivité électrique constante, ce qui génère un terme source volumique constant sur l'ensemble du cylindre. Cette seconde méthode avait pour but de tester le calcul de l'effet Joule par CFX. Le modèle de champ électrique utilisé est "Electric Potential", sans modèle de champ magnétique. Un flux électrique constant de  $3,1831 \times 10^{-4}A/m^2$  entre par la face de gauche. La face de droite à une condition "Ground", c'est-à-dire un potentiel électrique nul. Un flux électrique nul est imposé pour la paroi cylindrique. Les parois ont une condition "Adiabatic" pour le transfert d'énergie, c'est-à-dire que l'énergie ne s'échappe pas du modèle.

Un maillage de 1201 nœuds et 2304 triangles est utilisé dans MC3. La température d'ignition de l'arc est ajustée pour que la température du gaz ne l'atteigne jamais. Le solveur MC3 reste donc en mode ignition tout au long de la simulation. Cela permet de garder une différence de potentiel et un courant électrique constants entre les deux faces parallèles, et donne donc un terme source constant entre les deux bornes. Le rayon d'arc est défini plus large que le rayon du cylindre, afin de s'assurer qu'il est chauffé entièrement et uniformément, en évitant les effets de bord d'arc. Le rayonnement est éteint dans le code du solveur, ce qui évite que le gaz ne perde de l'énergie pendant la simulation.

La solution analytique est calculable en intégrant la variation d'énergie dans le temps. Partant de

$$\mathrm{d}e = C_V \,\mathrm{d}T \tag{4.24}$$

où e est l'énergie interne,  $C_V$  la capacité calorifique à volume constant et T la température, on intègre sur le volume, où la densité  $\rho$  est constante, pour obtenir

$$W \,\mathrm{d}t = \rho V C_V \,\mathrm{d}T \tag{4.25}$$

où W est la puissance (énergie par unité de temps) chauffant le gaz, t est le temps et V le volume total du gaz. Puisque la puissance, la densité et le volume sont constants, alors l'intégrale dans le temps

$$\int_{t_1}^{t_2} W \, \mathrm{d}t = \int_{T_1}^{T_2} \rho V C_V \, \mathrm{d}T \tag{4.26}$$

donne

$$T_2 = T_1 + \frac{W(t_2 - t_1)}{\rho V C_V} \tag{4.27}$$

dans le cas de l'approximation du gaz caloriquement parfait ( $C_V$  est alors une constante). Dans le cas du gaz réel, la valeur de  $C_V$  varie de façon non linéaire selon la température et nécessite l'utilisation de tables. L'équation 4.26 s'exprime sous la forme

$$t_2 = t_1 + \frac{\rho V}{W} \int_{T_1}^{T_2} C_V \,\mathrm{d}T \tag{4.28}$$

et l'intégrale restante doit être effectuée numériquement sur les valeurs des tables de  $C_V$  en fonction de T et  $\rho$ . Pour la pression, l'équation du gaz parfait

$$P = \rho RT \tag{4.29}$$

est toujours valide localement, sauf que la constante du gaz (R) n'est plus une constante dans le cas du gaz réel, et doit être prise dans les tables également, pour chaque valeur de température et de densité. Dans ce cas-ci, les tables de MC3 ont été utilisées pour le calcul de la solution analytique. La table dont la densité est la plus près de la situation a été utilisée pour les valeurs de  $C_V$  et de R en fonction de T. Dans les deux cas mentionnés plus bas, les valeurs de densité étaient assez près de la valeur des densités de l'une des tables pour rendre cette approximation valable. De plus, les variations des propriétés thermodynamiques de  $SF_6$  ne sont importantes que lorsque la densité varie par ordres de grandeur, contrairement à la température qui peut faire varier les propriétés du gaz de façon violente. Ceci était nécessaire, car les tables en question n'avaient pas les mêmes intervalles de température, ce qui complique une intégrale numérique pour laquelle la valeur à chaque pas en température est utilisée pour tracer la courbe.

Bien que théoriquement, les températures et pressions doivent être uniformes sur toutes la géométrie, il peut se produire des erreurs numériques dues à la discrétisation du domaine. Les résultats présentés plus bas sont donc des valeurs moyennes de ceux obtenus sur l'ensemble de la géométrie. Dans tous les cas (autant avec CFX qu'avec MC3), les résultats des pressions étaient uniformes sur toute la géométrie, à quatre décimales ou plus. Les températures obtenues étaient également uniformes pour les quatre premières décimales ou plus dans MC3. Dans CFX, les températures étaient uniformes à deux décimales ou plus. Le calcul des valeurs moyennes n'était donc peut-être pas nécessaire.

La solution analytique du potentiel électrique est simplement une variation linéaire entre les valeurs des deux parois parallèles.

## 4.8.1 Cas débutant à 293 K

Dans ce premier cas, la pression initiale est de 1 bar, et la température initiale est de 293 K. La densité est alors de  $\rho = 5,9956kg/m^3$ , et on utilise la table à  $\rho = 7,74264kg/m^3$  pour calculer la solution analytique. Le terme source est de  $3,1831 \times 10^8 W/m^3$ , soit  $1 \times 10^6 W$  pour tout le volume. Pour le cas où le module MHD est utilisé dans CFX, une conductivité électrique constante de 3,1831S/m pour le  $SF_6$  est donc imposée, avec le courant électrique total de 1000A mentionné plus haut. Ceci génère donc une différence de potentiel de 1000V. La simulation se déroule sur une période de 10 ms. Les pas de temps utilisés en CFX sont de  $10^{-6} s$  dans les trois cas. En MC3, une différence de potentiel de 1000V et un courant de 1000A sont imposés en mode ignition.

La figure 4.108 montre les températures en fonction du temps, et la figure 4.109 montre les pressions en fonction du temps, pour les différentes méthodes de simulation. Les résultats sont très bons sur les deux graphiques. La très bonne cohérence des résultats pour les températures montre que le terme source d'énergie est très bien calculé et utilisé par CFX, qu'il soit imposé comme constant sur la géométrie ou qu'il soit généré par la résistance du gaz au passage du courant. Le fait que les résultats soient très cohérents en pression montre que les tables de propriétés thermodynamiques sont cohérentes entre les deux solveurs et sont bien utilisées par ceux-ci. Les résultats en gaz parfait suivent bien les courbes théoriques en gaz parfait, et les résultats en gaz réel suivent bien les courbes théoriques en gaz réel. Donc le solveur de CFX prédit bien ce qu'on lui demande de prédire. La différence de potentiel entre les deux bornes est imposée en MC3, il n'est donc pas étonnant que le potentiel électrique, sur la figure 4.110, suive très bien la courbe analytique. Le potentiel électrique calculé par CFX est lui aussi très bien superposé à la courbe théorique, ce qui signifie que l'équation du champ électrique est bien résolue par le solveur. Ce potentiel se stabilise dès les premiers pas de temps et ne varie plus par la suite. On obtient une densité de courant moyenne de  $3,1800 \times 10^4 A/m^2$  dans le sens normal aux deux bornes en CFX, versus  $3,1831 \times 10^4 A/m^2$  en MC3. Donc, en CFX, une très faible partie du courant se propage dans d'autres directions que la normale aux deux bornes, tout en passant quand-même d'une borne à l'autre.



FIGURE 4.108 Température en fonction du temps pour le chauffage isochore, avec  $10^6 W$ 

#### 4.8.2 Cas débutant à 4000 K

Dans ce second cas, la pression initiale est encore de 1 bar, et la température initiale est de 4000 K. La densité est alors de  $\rho = 6,323 \times 10^{-2} kg/m^3$ , et on utilise la table à  $\rho = 4,64159 \times 10^{-2} kg/m^3$ pour calculer la solution analytique. Le terme source est de  $3,1831 \times 10^9 W/m^3$ , soit  $1 \times 10^7 W$  pour tout le volume. Pour le cas où le module MHD est utilisé dans CFX, une conductivité électrique constante de 0,31831S/m pour le  $SF_6$  est imposée, avec le courant électrique total de 1000Acomme le premier cas. Ceci génère donc une différence de potentiel dix fois plus grande que pour le cas précédent, soit de  $10\ 000V$ . La simulation se déroule sur une période de 6 ms. Le pas de



FIGURE 4.109 Pression en fonction du temps pour le chauffage isochore, avec  $10^6 W$ 



FIGURE 4.110 Potentiel électrique le long de l'axe pour le chauffage isochore, avec  $10^6 W$ 

temps utilisé en CFX est de  $5 \times 10^{-6} s$  lorsque le terme source est imposé, et de  $10^{-6} s$  lorsque le courant électrique est imposé. En MC3, une différence de potentiel de  $10\ 000V$  et un courant de 1000A sont imposés en mode ignition.

La figure 4.111 montre les températures en fonction du temps, et la figure 4.112 montre les pressions en fonction du temps. Les résultats sont très bons sur les deux graphiques, même si l'accord entre les tables des deux solveurs est moins bon à haute température. La cohérence des résultats pour les températures montre que le terme source d'énergie est très bien calculé et utilisé par CFX. Le fait que les résultats soient cohérent en pression montre que les tables de propriétés thermodynamiques sont peut-être plus cohérentes entre les deux solveurs que ce qui apparaissait au départ, et sont bien utilisées par ceux-ci au point où les erreurs numériques des calculs sont négligeables en comparaison des écarts entre les deux tables. Le potentiel électrique calculé par CFX, sur la figure 4.113, est ici aussi très bien superposé à la courbe théorique et aux résultats de MC3. Le solveur semble donc pouvoir accepter des courants électriques qui génèrent beaucoup d'énergie par effet Joule. L'ampérage étant le même que pour le cas à  $10^6W$ , les densités de courant obtenues sont rigoureusement les mêmes pour chacun des deux solveurs.



FIGURE 4.111 Température en fonction du temps pour le chauffage isochore, avec  $10^7 W$ 

## 4.9 Champ magnétique

Il s'agit d'un cylindre de cuivre de 1 mm de long et 0,1 mm de rayon, dans lequel passe un courant électrique constant, ce qui induit un champ magnétique autour du cylindre. Ce cylindre est entouré d'un autre cylindre de 0,5 mm de rayon, rempli de  $SF_6$ . Encore une fois, la géométrie est axisymétrique. La figure 4.114 montre la géométrie en question, avec le maillage uniforme de 19 581 nœuds et 774 794 tétraèdres utilisé dans CFX. Les deux autres maillages utilisés, uniformes également, sont respectivement deux fois plus grossier et deux fois plus raffinés dans chaque direction. On utilise une portion du cylindre de 60° d'arc, avec une condition de périodicité rotationnelle au-



FIGURE 4.112 Pression en fonction du temps pour le chauffage isochore, avec  $10^7 W$ 



FIGURE 4.113 Potentiel électrique le long de l'axe pour le chauffage isochore, avec  $10^7 W$ 

tour de l'axe central de la géométrie en CFX. Les autres frontières du fluide sont des parois sans frottement.

La conductivité électrique du gaz est définie à  $\sigma = 10^{-18} S/m$ , afin de l'approximer comme nulle et imposer au courant de passer seulement par le fil de cuivre, qui est conducteur de courant, avec une conductivité électrique de  $5,96 \times 10^7 S/m$ . Le modèle de champ électrique utilisé est "Electric Potential" et le modèle de champ magnétique est "Magnetic Vector Potential". Le calcul est fait en mode transitoire. Les résultats du champ magnétique sont pris après le premier pas de



FIGURE 4.114 Géométrie et maillage en CFX pour les tests sur le champ magnétique

temps, de  $10^{-11}$  secondes. Cette méthode a pour but de calculer le champ magnétique généré par le courant qui passe dans le fil de cuivre, sans que la génération de chaleur qui en résulte n'empêche la convergence du calcul, ce qui serait le cas en régime permanent. La perméabilité magnétique des deux matériaux (cuivre et  $SF_6$ ) est approximée à  $\mu_0$ . Cette approximation est très bonne puisque la perméabilité magnétique réelle du cuivre est rigoureusement près de  $\mu_0$  (il en est de même pour le  $SF_6$ ). De façon exacte, la perméabilité magnétique est donnée par

$$\mu = \mu_0 \left( 1 + \chi_m \right) \tag{4.30}$$

où la susceptibilité magnétique du cuivre vaut  $\chi_m = -9, 7 \times 10^{-6}$ , ce qui affecte de façon négligeable la valeur de  $\mu$  (à la sixième décimale). Le courant entre par la face de gauche du fil de cuivre, où on impose un potentiel électrique à cette face et l'option du flux nul est utilisée pour le champ magnétique, ce qui est le cas également pour la face gauche du gaz. L'option du flux nul est également utilisée pour le champ magnétique à la face de droite du fil de cuivre et du gaz, avec l'option du voltage nul ("Ground") pour le champ électrique. Pour la paroi cylindrique entourant le gaz, un flux nul est imposé pour le champ magnétique, et le potentiel vecteur magnétique est imposé comme condition limite pour le champ magnétique. Les résultats pour le champ magnétique sont échantillonnés radialement au centre du modèle cylindrique.

Le voltage à imposer à la face de gauche pour obtenir le courant voulu dans le fil de cuivre est
donné par

$$V = RI = \frac{LI}{A_{cuivre}\sigma} \tag{4.31}$$

où V est la différence de potentiel électrique (en volts (V)), R est la résistance du fil (en Ohms  $(\Omega)$ ), I est l'intensité du courant (en ampères (A)), L est la longueur du fil (en mètres),  $A_{cuivre}$  est la surface de la section transversale du fil de cuivre (en  $m^2$ ) et  $\sigma$  est la conductivité électrique du cuivre (5,96 × 10⁷ S/m).

Dans le cas d'un courant continu traversant un cylindre conducteur (par exemple un fil rectiligne de rayon constant), le champ magnétique  $\vec{B}$  dans le cylindre et autour de celui-ci peut être calculé avec la loi de Biot-Savard :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\vec{I} \times \hat{d}}{d^2} \,\mathrm{d}l \tag{4.32}$$

où  $\vec{I}$  est le courant qui se propage dans le fil (dans la direction $\hat{z}$ , à l'intérieur de la position radiale où le champ est calculé) et d est la distance entre le point où on calcule le champ magnétique et un élément de longueur du fil d*l*.

Le champ magnétique  $\vec{B}$  satisfait donc à l'équation de Biot-Savard, et nous donne, pour ce cas-ci:

$$B_{\theta} = \frac{\mu_0 J_x r}{2} , \ r \in \ [0, R_{cuivre}]$$

$$(4.33)$$

$$B_{\theta} = \frac{\mu_0 J_x R_{cuivre}^2}{2r} , \ r \in \ [R_{cuivre}, \infty]$$
(4.34)

où  $B_{\theta}$  est la composante angulaire du champ magnétique (en Tesla (T)),  $J_x$  est la densité de courant électrique dans le sens de l'axe du fil (en  $A/m^2$ ), r est la position radiale (en m) et  $R_{cuivre}$  est le rayon du fil de cuivre. On pose que la densité de courant est uniforme sur la section efficace du fil de cuivre (ce qui n'est pas vraiment le cas dans la réalité). En théorie, les composantes axiale et radiale du champ magnétique sont nulles pour cette configuration. Puisqu'on néglige les susceptibilité magnétiques, la relation entre le champ magnétique (également appelé induction magnétique) et le champ magnétique auxiliaire  $\vec{H}$  (également appelé excitation magnétique) se réduit à  $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$  ou  $\vec{H}$  est en A/m. On a alors

$$H_{\theta} = \frac{J_x r}{2} , \ r \in \ [0, R_{cuivre}]$$
(4.35)

$$H_{\theta} = \frac{J_x R_{cuivre}^2}{2r} , \ r \in \ [R_{cuivre}, \infty]$$
(4.36)

qui est le champ magnétique affiché par le post-traitement de CFX. Les composantes axiale et radiale de  $\vec{H}$  sont donc nulles également.

Le potentiel vecteur magnétique  $\vec{A}$  (en  $T \cdot m$ ) satisfait à l'équation  $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$ . Dans le cas du fil de cuivre cylindrique, il devient

$$\vec{A} = -\hat{z}\frac{\mu_0 I}{4\pi} ln\left(r\right) \tag{4.37}$$

où r devient le rayon du cylindre de gaz lorsqu'on veut calculer le potentiel vecteur à imposer comme condition limite à la paroi.

La densité de courant utilisée est de  $3, 7 \times 10^4 A/m^2$ , soit un courant total de  $1, 162 \times 10^{-3} A$ . Une différence de potentiel de  $6, 20805 \times 10^{-7} V$  est donc imposée entre les deux faces parallèles du cylindre. Un potentiel vecteur magnétique de  $-8, 83521 \times 10^{-10}T \cdot m$  est imposé dans la direction axiale uniquement pour la paroi qui entoure le cylindre, les composantes des deux autres directions étant nulles. La figure 4.115 montre que les champs magnétiques obtenus avec CFX pour les trois maillages suivent très bien la courbe analytique, sauf autour de l'interface entre le fil de cuivre et le  $SF_6$ , et au centre du cylindre de cuivre. À ces endroits, les résultats convergent vers la solution analytique à mesure que le maillage est raffiné. Le test effectué en prenant en compte la susceptibilité magnétique du cuivre montre que cette valeur était bien négligeable en comparaison de la valeur de la perméabilité magnétique du vide ( $\mu_0$ ), puisque les résultats des deux cas sont très bien superposés.

Les mêmes maillages ont ensuite été réutilisés, en multipliant la taille de la géométrie par 1000. La même densité de courant a été utilisée, le courant total est donc maintenant  $10^6$  fois plus grand, soit  $1,162 \times 10^{-3} A$ . Une différence de potentiel de  $6,20805 \times 10^{-4} V$  est donc imposée entre les deux faces parallèles du cylindre. Le potentiel vecteur magnétique dans la direction axiale est maintenant de  $-8,05707 \times 10^{-5} T \cdot m$ . La figure 4.116 montre les champs magnétiques obtenus avec ces dimensions. Les résultats se comportent de la même façon que dans le cas où les dimensions étaient 1000 fois plus petites.



FIGURE 4.115 Composante angulaire du champ magnétique en fonction du rayon



FIGURE 4.116 Composante angulaire du champ magnétique en fonction du rayon, pour le model surdimensionné

#### 4.10 Ajout d'un arc électrique dans la tuyère de Lewis

La géométrie de la tuyère de Lewis allongée (section 4.8) a été réutilisée afin de tenter d'inclure un arc sur l'axe central du modèle. Les tables de gaz réel ont été utilisées pour les propriétés thermodynamiques du  $SF_6$ . Les valeurs des tables de MC3 ont été utilisées pour définir les coefficients d'absorption et les conductivités électriques dans CFX, selon la méthode décrite aux sections 3.4.2.1 et 3.5.2. Les essais effectué jusqu'à maintenant n'ont pas donné de résultats concrets avec CFX. L'utilisation des tables pour la conductivité électrique et pour les coefficients d'absorption a tendance à rendre le solveur instable, et donc très difficile à faire converger. Pour le rendre stable, il faut utiliser des pas de temps vraiment très petits (de l'ordre de  $10^{-13}$  et moins) dans le cas du régime transitoire, ou une échelle de temps du même ordre de grandeur dans le cas du régime permanent. À cela s'ajoute la nécessité d'utiliser un maillage suffisamment raffiné afin de bien capter les chocs ainsi que les forts gradients de température. Ceci demandera donc plusieurs millions de pas de temps ou d'itérations pour réussir à faire converger un calcul avec cette géométrie.

#### 4.11 Résumé des conclusions tirées des cas tests

Le tableau 4.2 résume les conclusions ressorties des différents cas tests présentés, au sujet de la dynamique de l'écoulement des gaz, chauds ou froids. Le tableau 4.3 résume les conclusions ressorties des cas tests présentés relativement aux caractéristiques propres aux arc électriques. De façon globale, les écoulements de gaz sont bien gérés, à condition que le maillage soit suffisamment raffiné. Pour les caractéristiques propres aux arc électriques, comme le rayonnement et l'électromagnétisme, ils fonctionnent bien avec des propriétés constantes. Il y a cependant des problèmes de stabilité du solveur lorsque des tables contenant des propriétés non-linéaires sont utilisées.

CAS TEST	Élément(s) vérifié(s)
1. Diffuseur radial axisymétrique	<ul> <li>L'écoulement d'un gaz parfait compressible et isentropique converge vers la solution analytique à mesure que le maillage est raffiné.</li> <li>L'ordre de convergence du solveur est en accord avec l'ordre de discré- tisation.</li> </ul>
2. Confluence su- personique	<ul> <li>La position des chocs est bien prédite.</li> <li>Il y a présence de petites oscillations après le choc (prédit par la documentation de CFX).</li> </ul>
3. Tuyère de Lewis	<ul> <li>La solution converge vers le résultat attendu à mesure que le maillage est raffiné, pour un écoulement contenant plusieurs chocs, avec des vitesses subsoniques et supersoniques.</li> <li>Lorsque des vitesses subsoniques sont imposées à l'entrée, il est difficile d'obtenir une solution avec des vitesses supersoniques à la sortie.</li> <li>Les ondes se déplacent à la bonne vitesse en régime transitoire.</li> <li>La solution en régime transitoire converge bien vers le régime permanent.</li> <li>Les maillages adaptatifs sont fonctionnels, mais ne sont pas la méthode à privilégier.</li> </ul>
4. Tuyère avec ré- servoirs	<ul> <li>Les grands écarts en température et en pression, avec des tables de gaz réel, sont bien gérées par le solveur lors du calcul de l'écoulement.</li> <li>Le manque de raffinement du maillage près de la paroi où l'onde de choc se réfléchit peut affecter la convergence et la qualité des solutions.</li> <li>Les propriétés variant trop rapidement dans les tables de gaz réel peuvent rendre le solveur instable.</li> </ul>
5. Maillages mo- biles	<ul> <li>Les ondes de choc et de détente sont bien prédites avec un maillage mobile, à condition que le maillage s'adapte correctement.</li> <li>Le maillage s'adapte bien à une géométrie en compression, même lorsque la géométrie est compressée à un cinquième de sa longueur initiale.</li> <li>Le maillage s'adapte bien à une géométrie étirée, à condition que l'étirement soit inférieur à environ 2,5 fois la longueur initiale.</li> <li>Les solutions pour la géométrie en compression font ressortir la présence de petites oscillations après le choc, dues au modèle High Resolution. Ce bruit s'atténue à mesure que le maillage est raffiné.</li> </ul>

 TABLE 4.2 Conclusions ressortant des cas tests sur les écoulements de gaz

CAS TEST	Élément(s) vérifié(s)
1. Rayonnement	<ul> <li>Les modèles Discrete Transfer et Monte Carlo sont valides pour tous les coefficients d'absorbtions, contrairement aux modèles P1 et Rosse- land.</li> </ul>
	<ul> <li>Les modèles Monte Carlo et Discrete Transfer nécessitent des pas de temps beaucoup plus courts que les modèles P1 et Rosseland.</li> <li>Le modèle Rosseland n'est bon que pour prédire un flux nul.</li> <li>Le modèle P1 donne de bons résultats, à conditions que ses conditions de validité soient respectées.</li> <li>Le modèle Discrete Transfer est bon dans presque tous les cas, sauf si la zone chaude est éloignée de la paroi où le flux est mesuré. Il est cependant plus coûteux en temps de calcul que les modèles P1 et Rosseland.</li> <li>Le modèle Monte Carlo est bon dans tous les cas, si la version 12.1 de CFX est utilisée, et non la version 11. Il génère cependant plus de bruit dans la solution que le modèle Discrete Transfer. Il est aussi le plus coûteux en temps de calcul.</li> <li>Dans le cas d'un disjoncteur haute-tension, les modèles Discrete Transfer et Monte Carlo seraient à privilégier, à condition de disposer de la puissance de calcul nécessaire. Sinon, le modèle P1 peut être une bonne approximation, si le milieu est suffisamment opaque.</li> </ul>
2. Chauffage iso- chore	<ul> <li>Le terme source ohmique généré par le passage du courant électrique est bien calculé. Il en est de même pour le potentiel électrique et le champ électrique.</li> <li>Le solveur semble pouvoir gérer des termes source très grands, à conditions que les variations des propriétés dans les tables ne soient pas trop brusques.</li> </ul>
3. Champ magné- tique	<ul> <li>Le champ magnétique induit par le passage d'un courant électrique constant est bien calculé.</li> <li>Pour la région près de l'interface entre le solide et le fluide, où il y a une différence notable entre la solution analytique et la solution en CFX, la solution en CFX se rapproche de la solution analytique à mesure que le maillage est raffiné.</li> </ul>
4. Ajout d'un arc électrique dans la tuyère de Lewis	<ul> <li>L'utilisation de tables pour les coefficients d'absorption ou pour les conductivités électriques rend le solveur très instable et difficile à faire converger.</li> </ul>

 TABLE 4.3 Conclusions ressortant des cas tests sur les caractéristiques d'un arc électrique

#### CONCLUSION

Si on regarde les résultats des validations pour chaque aspect séparément, CFX semble bien fonctionner pour simuler les caractéristiques d'un disjoncteur haute tension. La dynamique des écoulements de gaz est bien résolue, que ce soit pour des gaz à basse ou à haute température (incluant les températures ou le  $SF_6$  est à l'état de plasma), à basse ou à haute pression, avec des vitesses basses ou élevées (incluant les vitesses supersoniques). Les discontinuités dans la solution, dont les chocs, sont plutôt bien captées par le solveur. Le mélange de gaz froid et de gaz chaud est bien calculé également, sauf dans certains cas particuliers où des difficultés ont été causées par des variations violentes des propriétés thermodynamiques, combinées à des éléments de maillage un peu trop grossiers. L'étude de raffinement de maillage a montré que les résultats pour les écoulements de fluide tendent à converger vers les bonnes valeurs à mesure que le maillage est raffiné.

Dans le cas des géométries mobiles, les éléments de maillage sont très bien compressés. Dans le cas d'un étirement de la géométrie, les éléments de maillage sont bien étirés dans la mesure où le ratio entre la longueur et la largeur de la géométrie reste inférieur à 2 fois le ratio initial, ou supérieur à 0,5 fois le ratio initial, selon le sens de l'étirement. Pour les géométries de disjoncteurs réels, ce problème pourrait être évité par un remaillage de la géométrie, suffisamment fréquent pour conserver des éléments de maillage de qualité. À cause du principe d'ouverture des bornes électriques au milieu d'une tuyère, le remaillage sera nécessaire de toute façon, même si il pourrait apporter son lot de problèmes supplémentaires. L'utilisation de pas de temps variables et adaptatifs n'a pas causé de problèmes pour la convergence, à condition que ceux-ci soient initialisés correctement.

Les modèles de rayonnement à privilégier dans CFX, pour les conditions de températures présentes dans un disjoncteur, sont les modèles "Discrete Transfer" et "Monte Carlo", qui sont les deux plus précis. Ce sont également les deux plus coûteux en termes de temps de calcul. Le modèle "Monte Carlo" n'est recommandable que pour les versions 12.1 et plus de CFX, un problème ayant été décelé avec l'amplitude du terme source dans la version 11. Le modèle P1 peut être utilisé sous certaines conditions d'épaisseur optique et de distance entre la zone chaude et les parois. Le modèle Rosseland n'est pas vraiment recommandable pour le calcul du rayonnement dans les disjonc-

teurs haute tension. Le problème persistant avec la radiation, pour le moment, est que l'utilisation de valeurs fortement variables pour les coefficients d'absorption semble causer une instabilité du solveur.

Dans le cas du module de magnétohydrodynamique, le terme source ohmique, causé par le passage d'un courant électrique, est très bien calculé dans le cas où la conductivité électrique est posée comme constante. Le champ magnétique généré par le passage d'un courant électrique est aussi bien calculé, et converge vers les bons résultats avec le raffinement du maillage.

Cependant de sérieux problèmes de convergence apparaissent lorsque l'ensemble des caractéristiques testées séparément sont regroupées dans un même cas test. L'utilisation de valeurs variables pour les coefficients d'absorption et les conductivités thermiques cause une instabilité du solveur, qui nécessite alors des pas de temps, ou échelles de temps, selon le régime, amenant des temps de calculs déraisonnables et même impensables, dans un cas déjà plus simple qu'un appareil réel. Ceci empêcherait donc son utilisation dans un contexte industriel, pour la simulation de la coupure d'arcs électriques dans les disjoncteurs haute tension.

Les recommandations, pour la suite, seraient donc premièrement de continuer les vérifications par étape, comme par exemple pour le remaillage qui n'a pas été testé, ainsi que certains aspects du module MHD. Deuxièmement, il serait intéressant de tester deux aspects physiques en même temps, pour en vérifier les effets sur la convergence du solveur. Troisièmement, les propriétés constantes dans les cas tests présentées pourraient être redéfinies avec des variations très minimes, afin de vérifier si le solveur tient compte correctement de ces variations. Ces propriétés pourraient ensuite être définies avec les tables des propriétés réelles, toujours sur des cas tests à géométrie simple, avant de songer à les réessayer sur des géométries plus complexes se rapprochant de disjoncteurs réels.

#### **BIBLIOGRAPHIE**

- [1] F. Stern, R.V. Wilson, H.W. Coleman and E.G. Paterson, "Comprehensive approach to verification and validation of CFD simulations-Part 1: Methodology and procedures", *TRANSACTIONS-AMERICAN SOCIETY OF MECHANICAL ENGINEERS JOURNAL OF FLUIDS ENGINEERING*, vol. 123, n. 4, pp. 793–802, 2001.
- [2] R.V. Wilson, F. Stern, H.W. Coleman and E.G. Paterson, "Comprehensive approach to verification and validation of CFD simulations. 2: Application for RANS simulation of a cargo/container ship", *Journal of fluids engineering*, vol. 123, n. 4, pp. 803–810, 2001.
- [3] K. Salari and P. Knupp, "Code verification by the method of manufactured solutions", Technical report, Sandia National Labs., Albuquerque, NM (US); Sandia National Labs., Livermore, CA (US), 2000.
- [4] M. de Hesselle and J.Y. Trepanier, "Comparison of CFD tools for SF₆ self-blast circuit breaker development", *Power Delivery, IEEE Transactions on*, vol. 18, n. 2, pp. 468–474, 2003.
- [5] X. Guo, C. Mollard and J.Y. Trépanier, "Validations of MC3 Version 5.0 (rapport interne)", 2004.
- [6] X. Guo and J.Y. Trépanier, "Report for bug investigation and new developments for MC3 V5.0 (rapport interne)", 2005.
- [7] A. Martin, "Rapport interne : optimisation et mise à jour du logiciel de simulation de disjoncteurs MC3", 2006.
- [8] A. Martin, "Rapport interne 2 : optimisation et mise à jour du logiciel de simulation de disjoncteurs MC3", 2006.
- [9] C. Ilinca, XD Zhang, J.Y. Trepanier and R. Camarero, "A comparison of three error estimation techniques for finite-volume solutions of compressible flows", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 189, n. 4, pp. 1277–1294, 2000.
- [10] J.Y. Trépanier, Modélisation de l'interaction arc-écoulement dans un disjoncteur, Bibliothèque nationale du Canada, 1990.

- [11] D. Godin, Calcul de compositions chimiques de plasmas à l'Equilibre Thermodynamique: Application à la modélisation de l'ablation dans les disjoncteurs, National Library of Canada= Bibliothèque nationale du Canada, 2000.
- [12] XD Zhang, J.Y. Trépanier and R. Camarero, "Modelling and computation of arc-flow interaction in circuit-breakers", *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, vol. 2, n. 1, pp. 41–64, 1994.
- [13] CM Franck and M. Seeger, "Application of high current and current zero simulations of highvoltage circuit breakers", *Contributions to Plasma Physics*, vol. 46, n. 10, pp. 787–797, 2006.
- [14] D. Godin, JY Trépanier, M. Reggio, XD Zhang and R. Camarero, "Modelling and simulation of nozzle ablation in high-voltage circuit-breakers", *Journal of Physics D: Applied Physics*, vol. 33, pp. 2583, 2000.
- [15] AA Iordanidis and CM Franck, "Self-consistent radiation-based simulation of electric arcs: II. Application to gas circuit breakers", *Journal of Physics D: Applied Physics*, vol. 41, pp. 135206, 2008.
- [16] J.Y. Trepanier, XD Zhang, H. Pellegrin and R. Camarero, "Application of computational fluid dynamics tools to circuit-breaker flow analysis", *Power Delivery, IEEE Transactions on*, vol. 10, n. 2, pp. 817–823, 1995.
- [17] M. Reggio, JY Trepanier, H. Zhang and R. Camarero, "Numerical simulation of the gas flow in a circuit-breaker", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 34, n. 2, pp. 607–618, 1992.
- [18] W. Hertz, H. Motschmann and H. Wittel, "Investigations of the Properties of SF6 as an Arc Quenching Medium", *Proc. IEEE*, vol. 59, n. 4, pp. 485–492, 1971.
- [19] L.S. Frost and R.W. Liebermann, "Composition and transport properties of SF6 and their use in a simplified enthalpy flow arc model", *Proc. IEEE*, vol. 59, n. 4, pp. 474–485, 1971.
- [20] T. Nielsen, A. Kaddani and S. Zahrai, "Modelling evaporating metal droplets in ablation controlled electric arcs", *Journal of Physics D: Applied Physics*, vol. 34, pp. 2022, 2001.
- [21] H. Nordborg and AA Iordanidis, "Self-consistent radiation based modelling of electric arcs: I. Efficient radiation approximations", *Journal of Physics D: Applied Physics*, vol. 41, pp. 135205, 2008.

- [22] E.S.D. Eby, "Simulation numerique du transfert radiatif dans les arcs de disjoncteurs à  $SF_6$ ", Master's thesis, École Polytechnique de Montréal, 1998.
- [23] C.T. Dervos and P. Vassiliou, "Sulfur hexafluoride (SF6): global environmental effects and toxic byproduct formation", *Journal of the Air & Waste Management Association*, vol. 50, n. 1, pp. 137–141, 2000.
- [24] L. Graber and T. Thronicker, "Thermal-Network Simulations and Computational Fluid Dynamics for Effective Gas Leakage Detection in SF6 Switchgear", in *Cigré Session*, volume 42.
- [25] E.S.D. Eby and J.Y. Trépanier, "MC3 user's guide", 1998.
- [26] CFX Ansys, "Ansys CFX–Solver Theory Guide", Release, vol. 12.1, 2009.
- [27] CFX Ansys, "Ansys CFX-Solver Theory Guide", Release, vol. 11, 2006.
- [28] JD Anderson, "Modern Compressible Flow with Historical Perspective [ISBN 007-124136-1]", 2003.
- [29] P. Maruzewski, A. Martin, M. Reggio and JY Trépanier, "Simulation of arc-electrode interaction using sheath modelling in SF6 circuit-breakers", *Journal of Physics D: Applied Physics*, vol. 35, pp. 891, 2002.
- [30] Matthieu Melot, "Modélisation numérique du transfert radiatif par la méthode des volumes finis dans les disjoncteurs à  $SF_6$ ", Master's thesis, École Polytechnique de Montréal, 2009.
- [31] RW Liebermann and JJ Lowke, "Radiation emission coefficients for sulfur hexafluoride arc plasmas", *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, vol. 16, n. 3, pp. 253– 264, 1976.
- [32] JF Zhang, MTC Fang and DB Newland, "Theoretical investigation of a 2 kA DC nitrogen arc in a supersonic nozzle", *Journal of Physics D: Applied Physics*, vol. 20, pp. 368, 1987.
- [33] M.F. Modest, Radiative heat transfer, Academic Pr, 2003.
- [34] GD Raithby and EH Chui, "A finite-volume method for predicting a radiant heat transfer in enclosures with participating media", *Journal of Heat Transfer (Transactions of the ASME (American Society of Mechanical Engineers), Series C);(United States)*, vol. 112, n. 2, 1990.
- [35] J.C. Chai, H.O.S. Lee and S.V. Patankar, "Treatment of irregular geometries using a Cartesian coordinates finite-volume radiation heat transfer procedure", *Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals*, vol. 26, n. 2, pp. 225–235, 1994.

- [36] D.J. Griffiths and Reed College, *Introduction to electrodynamics*, volume 3, Prentice Hall New Jersey;, 1999.
- [37] E.M. Purcell, P. Léna, C. Guthmann and P. Lallemand, *Cours de physique de Berkeley: électricité et magnétisme*, Armand Colin, 1982.
- [38] J.D. Jackson, C. Jeanmougin and J.P. Vigneron, *Électrodynamique classique: cours et exercices d'électromagnétisme*, Dunod, 2001.
- [39] http://encyclopedia.airliquide.com/encyclopedia.asp?GasID= 34&LanguageID=2&CountryID=19, consulté le 20 août 2009.
- [40] E. Lewis and Liverpool Univ.(GB)., The Thermal Properties of an SF 6 Circuit Breaker Arc During the Current Zero Period, University of Liverpool, 1987.
- [41] S.S. Dua and C. Ping, "Multi-dimensional radiative transfer in non-isothermal cylindrical media with non-isothermal bounding walls", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 18, n. 2, pp. 245–259, 1975.
- [42] M.Y. Kim and S.W. Baek, "Modeling of radiative heat transfer in an axisymmetric cylindrical enclosure with participating medium", *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, vol. 90, n. 3-4, pp. 377–388, 2005.

## ANNEXE I

# FIGURES SUPPLÉMENTAIRES DE RÉSULTATS

# I.1 Tuyère de Lewis

I.1.1 Exemples de maillages utilisés



FIGURE I.1 Maillage de 93 905 nœuds et 186 307 triangles utilisé en MC3 pour la tuyère de Lewis



FIGURE I.2 Maillage de10 067 nœuds et 50 861 tétraèdres utilisé en CFX pour la tuyère de Lewis



FIGURE I.3 Maillage de 629 885 nœuds et 3 382 136 tétraèdres utilisé en CFX pour la tuyère de Lewis

### I.1.2 Régime permanent



FIGURE I.4 Nombres de Mach sur la paroi de la section divergente pour la tuyère de Lewis en régime permanent



FIGURE I.5 Pressions sur la paroi de la section divergente pour la tuyère de Lewis en régime permanent



FIGURE I.6 Nombres de Mach à un rayon de 17,5 mm pour la tuyère de Lewis en régime permanent



FIGURE I.7 Pressions à un rayon de 17,5 mm pour la tuyère de Lewis en régime permanent



FIGURE I.8 Nombres de Mach sur la paroi du col (à un rayon de 17,5 mm) pour la tuyère de Lewis en régime permanent



FIGURE I.9 Pressions sur la paroi du col (à un rayon de 17,5 mm) pour la tuyère de Lewis en régime permanent



FIGURE I.10 Pressions sur l'axe central pour la tuyère de Lewis en régime transitoire



FIGURE I.11 Nombres de Mach sur la paroi de la section divergente pour la tuyère de Lewis en régime transitoire



FIGURE I.12 Pressions sur la paroi de la section divergente pour la tuyère de Lewis en régime transitoire



FIGURE I.13 Nombres de Mach à un rayon de 17,5 mm pour la tuyère de Lewis en régime transitoire



FIGURE I.14 Pressions à un rayon de 17,5 mm pour la tuyère de Lewis en régime transitoire



FIGURE I.15 Nombres de Mach sur la paroi du col (à un rayon de 17,5 mm) pour la tuyère de Lewis en régime transitoire



FIGURE I.16 Pressions sur la paroi du col (à un rayon de 17,5 mm) pour la tuyère de Lewis en régime transitoire

### I.1.4 Comparaison des models



(a) Maillage de départ de 71 305 noeuds et 389 885 tétraèdres dans CFX



(b) Maillage adapté de 142 113 noeuds et 752 421 tétraèdres dans CFX

FIGURE I.17 Maillage utilisé pour comparé les méthodes de simulation



FIGURE I.18 Pressions sur l'axe central pour la tuyère de Lewis pour différentes méthodes de simulation



FIGURE I.19 Nombres de Mach sur la paroi de la section divergente pour la tuyère de Lewis pour différentes méthodes de simulation



FIGURE I.20 Pressions sur la paroi de la section divergente pour la tuyère de Lewis pour différentes méthodes de simulation



FIGURE I.21 Nombres de Mach sur la paroi près de la sortie pour la tuyère de Lewis pour différentes méthodes de simulation



FIGURE I.22 Pressions sur la paroi près de la sortie pour la tuyère de Lewis pour différentes méthodes de simulation



FIGURE I.23 Nombres de Mach à un rayon de 17,5 mm pour la tuyère de Lewis pour différentes méthodes de simulation



FIGURE I.24 Pressions à un rayon de 17,5 mm pour la tuyère de Lewis pour différentes méthodes de simulation



FIGURE I.25 Nombres de Mach sur la paroi du col (à un rayon de 17,5 mm) pour la tuyère de Lewis pour différentes méthodes de simulation



FIGURE I.26 Pressions sur la paroi du col (à un rayon de 17,5 mm) pour la tuyère de Lewis pour différentes méthodes de simulation

# I.2 Tuyère avec réservoirs

### I.2.1 Maillages utilisés



FIGURE I.27 Maillage de la zone 1 (3811 nœuds et 16 270 tétraèdres) dans CFX pour la tuyère avec les réservoirs



FIGURE I.28 Maillage de 5075 nœuds et 9713 éléments dans MC3 pour la tuyère avec les réservoirs

## I.2.2 Basse température







FIGURE I.30 Température au coin droit en fonction du temps pour la tuyère avec réservoirs à basse température



FIGURE I.31 Température sur l'axe central à 10 ms pour la tuyère avec réservoirs à basse température



FIGURE I.32 Densité sur l'axe central à 10 ms pour la tuyère avec réservoirs à basse température

## I.2.3 Températures trans-dissociation moléculaire



FIGURE I.33 Température au coin gauche en fonction du temps pour la tuyère avec réservoirs à températures trans-dissociation moléculaire



FIGURE I.34 Température au coin droit en fonction du temps pour la tuyère avec réservoirs à températures trans-dissociation moléculaire

# I.2.4 Hautes températures



FIGURE I.35 Température au coin gauche en fonction du temps pour la tuyère avec réservoirs à hautes températures



FIGURE I.36 Température au coin droit en fonction du temps pour la tuyère avec réservoirs à hautes températures



FIGURE I.37 Nombre de Mach sur l'axe central à 1,2 ms pour la tuyère avec réservoirs à températures trans-dissociation moléculaire



FIGURE I.38 Température sur l'axe central à 10 ms pour la tuyère avec réservoirs à hautes températures



FIGURE I.39 Densité sur l'axe central à 10 ms pour la tuyère avec réservoirs à hautes températures

### I.3 Maillages mobiles

#### I.3.1 Piston en compression



FIGURE I.40 Maillage de 758 nœuds et 1390 éléments en MC3 pour le piston en compression à 80 m/s, après 0,5 milliseconde



FIGURE I.41 Maillage de 264 nœuds et 473 éléments en MC3 pour le piston en compression à 80 m/s, après 1 milliseconde



FIGURE I.42 Maillage de 1300 nœuds et 4652 éléments en CFX pour le piston en compression à 20 m/s, après 0,5 milliseconde



FIGURE I.43 Maillage raffiné de 74 372 nœuds et 391 720 éléments en CFX pour le piston en compression à 20 m/s, après 0,5 milliseconde



FIGURE I.44 Maillage de 1128 nœuds et 2076 éléments en MC3 pour le piston en compression à 20 m/s, après 0,5 milliseconde


FIGURE I.45 Maillage de 1300 nœuds et 4652 éléments en CFX pour le piston en compression à 20 m/s, après 1 milliseconde



FIGURE I.46 Densités le long de l'axe central pour le piston en compression à 80 m/s, après 0,5 milliseconde, avec différents paramètres



FIGURE I.47 Pressions le long de l'axe central pour le piston en compression à 20 m/s, après 0,5 milliseconde



FIGURE I.48 Densités le long de l'axe central pour le piston en compression à 20 m/s, après 0,5 milliseconde



FIGURE I.49 Pressions le long de l'axe central pour le piston en compression à 80 m/s, après 1 milliseconde



FIGURE I.50 Densités le long de l'axe central pour le piston en compression à 80 m/s, après 1 milliseconde

#### I.3.2 Piston en détente



FIGURE I.51 Maillage de 3722 nœuds et 16 463 éléments en CFX pour le piston en détente à 10 m/s, après 0,2 milliseconde

FIGURE I.52 Maillage de 629 nœuds et 1145 éléments en MC3 pour le piston en détente à 10 m/s, après 0,2 milliseconde

FIGURE I.53 Maillage de 3722 nœuds et 16 463 éléments en CFX pour le piston en détente à 10 m/s, après 1 milliseconde

	* * * * * * * * * * * * * * * * * * * *
~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~	
$\lambda = \lambda =$	

FIGURE I.54 Maillage de 715 nœuds et 1304 éléments en MC3 pour le piston en détente à 50 m/s, après 0,2 milliseconde



FIGURE I.55 Maillage de 1126 nœuds et 2061 éléments en MC3 pour le piston en détente à 50 m/s, après 1 milliseconde



FIGURE I.56 Maillage de 1632 nœuds et 2988 éléments en MC3 pour le piston en détente à 50 m/s, après 2 milliseconde



FIGURE I.57 Maillage de 2139 nœuds et 3916 éléments en MC3 pour le piston en détente à 50 m/s, après 3 milliseconde



FIGURE I.58 Pressions le long de l'axe central pour le piston en détente à 10 m/s, après 0,2 milliseconde



FIGURE I.59 Densités le long de l'axe central pour le piston en détente à 10 m/s, après 0,2 milliseconde



FIGURE I.60 Pressions le long de l'axe central pour le piston en détente à 50 m/s, après 0,2 milliseconde



FIGURE I.61 Densités le long de l'axe central pour le piston en détente à 50 m/s, après 0,2 milliseconde



FIGURE I.62 Densités le long de l'axe central pour le piston en détente à 50 m/s, après 0,2 milliseconde, avec différents paramètres



FIGURE I.63 Densités le long de l'axe central pour le piston en détente à 50 m/s, après 1 milliseconde



FIGURE I.64 Vitesses le long de l'axe central pour le piston en détente à 50 m/s, après 2 millisecondes



FIGURE I.65 Pressions le long de l'axe central pour le piston en détente à 50 m/s, après 2 millisecondes



FIGURE I.66 Pressions le long de l'axe central pour le piston en détente à 50 m/s, après 3 millisecondes

I.4 Rayonnement

I.4.1 Modèle 1 : Cylindre de gaz chaud







FIGURE I.68 Flux radiatif à la paroi pour le modèle 1, avec $\kappa = 10^{-3}m^{-1}$



FIGURE I.69 Flux radiatif à la paroi pour le modèle 1, avec $\kappa = 1m^{-1}$



FIGURE I.70 Flux radiatif à la paroi pour le modèle 1, avec $\kappa = 20m^{-1}$



FIGURE I.71 Flux radiatif à la paroi pour le modèle 1, avec $\kappa = 50m^{-1}$



FIGURE I.72 Flux radiatif à la paroi pour le modèle 1, avec $\kappa = 10^3 m^{-1}$





FIGURE I.73 Maillage en MC3 du modèle 2 (22 493 nœuds et 44 453 triangles)



FIGURE I.74 Flux radiatif à la paroi pour le modèle 2, avec $\kappa = 10^{-3}m^{-1}$



FIGURE I.75 Flux radiatif à la paroi pour le modèle 2, avec $\kappa = 50m^{-1}$



FIGURE I.76 Flux radiatif à la paroi pour le modèle 2, avec $\kappa = 10^3 m^{-1}$

I.4.3 Modèle 3 : Géométrie de style industriel



FIGURE I.77 Maillage en CFX du modèle 3 (72 369 nœuds et 340 134 tétraèdres)



FIGURE I.78 Maillage en MC3 du modèle 3 (19 663 nœuds et 38 541 triangles)



FIGURE I.79 Flux radiatif à la paroi pour le modèle 3, avec $\kappa = 10^{-6}m^{-1}$



FIGURE I.80 Flux radiatif à la paroi pour le modèle 3, avec $\kappa = 10^{-3}m^{-1}$



FIGURE I.81 Flux radiatif à la borne pour le modèle 3, avec $\kappa = 10^{-3}m^{-1}$



FIGURE I.82 Flux radiatif à la borne pour le modèle 3, avec $\kappa = 1m^{-1}$



FIGURE I.84 Flux radiatif à la paroi pour le modèle 3, avec $\kappa=20m^{-1}$



FIGURE I.85 Flux radiatif à la borne pour le modèle 3, avec $\kappa = 20m^{-1}$



FIGURE I.86 Flux radiatif à la paroi pour le modèle 3, avec $\kappa = 50m^{-1}$



FIGURE I.87 Flux radiatif à la borne pour le modèle 3, avec $\kappa = 50m^{-1}$



FIGURE I.88 Flux radiatif à la paroi pour le modèle 3, avec $\kappa = 10^3 m^{-1}$



FIGURE I.89 Flux radiatif à la borne pour le modèle 3, avec $\kappa = 10^3 m^{-1}$



FIGURE I.90 Flux radiatif à la paroi pour le modèle 3, avec $\kappa = 10^6 m^{-1}$



FIGURE I.91 Flux radiatif à la borne pour le modèle 3, avec $\kappa = 10^6 m^{-1}$

I.4.4 Modèle 4 : Cas test à deux coefficients d'absorption



FIGURE I.92 Maillage en MC3 du modèle 4 (1073 nœuds et 2066 triangles)