

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

SOLUTIONS INITIALES DU PROBLÈME DE ROTATIONS D'ÉQUIPAGES AVEC UN  
MODÈLE DE PROGRAMMATION LINÉAIRE

MARTIN TURCOTTE  
DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES ET DE GÉNIE INDUSTRIEL  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLÔME DE  
MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES  
(MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES)  
DÉCEMBRE 2010

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

SOLUTIONS INITIALES DU PROBLÈME DE ROTATIONS D'ÉQUIPAGES AVEC UN  
MODÈLE DE PROGRAMMATION LINÉAIRE

présenté par : M. TURCOTTE Martin, B.Ing.

en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès Sciences Appliquées

a été dûment accepté par le jury constitué de :

M. DESAULNIERS Guy, Ph.D., président.

M. SOUMIS François, Ph.D., membre et directeur de recherche.

M. ELHALLAOUI Issmail, Ph.D., membre et co-directeur de recherche.

M. GAMACHE Michel, Ph.D., membre.

*À mes parents.*

# Remerciements

Je tiens à remercier monsieur François Soumis, mon directeur de recherche, et monsieur Issmail Elhallaoui, mon codirecteur de recherche, pour leur appui tout au long de mon travail et pour leur aide financière. Leurs conseils et leur grande expérience dans le domaine ont permis de guider et d'enrichir ce mémoire.

Je remercie l'entreprise Technologies AD OPT inc. pour les jeux de données qu'ils m'ont gracieusement fournis. De plus, je tiens à remercier plus particulièrement messieurs Norbert Lingaya, Hatem Ben Amor et Simon Boivin pour le temps précieux qu'ils m'ont accordé, malgré leur horaire de travail chargé.

Je remercie également les membres et professionnels du GERAD qui m'ont aidé tout au long de ma recherche et qui ont fait en sorte de rendre plus agréable mon séjour parmi eux.

# Résumé

Ce mémoire traite du problème de rotations d'équipages d'une compagnie aérienne. Le problème de rotations d'équipages est important pour les transporteurs aériens, car il doit être résolu lors de la confection des horaires mensuels des membres d'équipages. En effet, la masse salariale constitue le plus gros chapitre des dépenses après celui des coûts du carburant. De surcroît, il s'agit d'un problème majeur qui est également très difficile à résoudre.

Le projet porte sur le problème de rotations d'équipages affectant le personnel technique. Pour les exemplaires étudiés, ce problème concerne environ 2000 vols par semaine, réalisés par de court- et moyen-courriers.

L'objectif principal du projet est de trouver une solution initiale de qualité au problème de rotations d'équipages. L'objectif secondaire du projet est de définir les vols qui ont de fortes chances de se trouver dans une même rotation d'équipage de la solution optimale, et ce, afin de les regrouper. On cherchera donc les meilleures agrégations de l'ensemble des segments de vol à couvrir, ce qui permettra de guider les algorithmes de résolution du problème de rotations d'équipages de notre partenaire industriel afin de trouver plus rapidement des solutions proches de l'optimum.

Dans un premier temps, le problème de rotations d'équipages est modélisé à l'aide d'un programme linéaire, lequel a été développé en tenant compte des contraintes imposées par le problème de rotations d'équipages. Le programme linéaire est similaire à un problème de flot ce qui permettra de tirer avantage de la forte structure de flot du problème de rotations d'équipages. Pour obtenir des temps de calcul raisonnables, le programme linéaire est résolu en nombres réels et la résolution de ce programme est réalisée avec CPLEX.

Dans un deuxième temps, la solution optimale du programme linéaire en nombres réels est utilisée pour trouver de bonnes solutions initiales au problème de rotations d'équipages ainsi qu'une agrégation de l'ensemble des segments de vol à couvrir.

# Abstract

This masters' project is about crew scheduling in the airline industry. More specifically, the problem at hand is the crew pairing problem, which is of crucial importance for the airline industry as the payroll expenses are second only to fuel cost. Additionally, the crew pairing problem is a huge and extremely complex problem to solve.

The project is about solving weekly crew pairing instances. The instances come from the airline industry and deal more precisely with the technical crews. There are on average 2000 flight segments in the different instances and they are composed of short and medium haul flights.

The main objective is to find a good initial solution to the crew pairing problem. The secondary objective is to find legs that are likely to be found in the same rotation in the optimal solution, in order to find an aggregation that is as close as possible to those clusters. Both the initial solution and the aggregation will be used to speed up our industrial partner algorithm used to solve the crew pairing problem.

First, the crew pairing problem is modeled as a linear program. This program takes into account the main constraints of the crew pairing problem and is close to a network flow problem in order to take advantage of the strong underlying network structure of the crew pairing problem. In order to have low computation times, the linear program is solved without the integer constraints on the variables and CPLEX is used to solve the linear program.

Second, the linear program optimal solution is used to compute an initial solution for the crew pairing problem as well as an aggregation of the flight legs to cover.

# Table des matières

Dédicace . . . . .	iii
Remerciements . . . . .	iv
Résumé . . . . .	v
Abstract . . . . .	vi
Table des matières . . . . .	vii
Liste des tableaux . . . . .	x
Liste des figures . . . . .	xi
Liste des annexes . . . . .	xiv
Chapitre 1 INTRODUCTION . . . . .	1
1.1 Terminologie . . . . .	1
1.2 Étapes de planification des opérations . . . . .	2
1.2.1 Génération de vols . . . . .	2
1.2.2 Assignation de la flotte . . . . .	3
1.2.3 Construction des rotations d'avions . . . . .	3
1.2.4 Construction des rotations d'équipages . . . . .	3
1.2.5 Construction des horaires mensuels . . . . .	4
1.3 Objectifs du mémoire . . . . .	5
1.4 Structure du mémoire . . . . .	6
Chapitre 2 REVUE DE LITTÉRATURE . . . . .	7
2.1 Définition formelle du problème . . . . .	8
2.2 Méthodes de résolution . . . . .	10
2.2.1 Taille des problèmes . . . . .	10
2.2.2 Programmation linéaire en nombres réels . . . . .	11
2.2.3 Programmation linéaire en nombres entiers . . . . .	12
2.2.4 Génération de colonnes . . . . .	12
2.2.5 Agrégation dynamique des contraintes . . . . .	13

2.3	Horizon de planification . . . . .	15
2.3.1	Planification stratégique . . . . .	15
2.3.2	Problème cyclique . . . . .	16
2.3.3	Découpage et ré-optimisation du problème . . . . .	16
2.3.4	Avantages et inconvénients . . . . .	17
Chapitre 3	MODÈLE LINÉAIRE . . . . .	18
3.1	Objectifs du modèle . . . . .	18
3.2	Générateur de services de vol . . . . .	18
3.2.1	Éclaircissement sur les services de vol . . . . .	19
3.3	Réseau espace-temps . . . . .	20
3.3.1	Services de vol avec un seul changement d'avion . . . . .	20
3.3.2	Services de vol avec plusieurs changements d'avion . . . . .	23
3.3.3	Services de vol sans changement d'avion . . . . .	24
3.3.4	Réseau espace-temps développé . . . . .	24
3.3.5	Modifications du réseau espace-temps . . . . .	26
3.3.6	Coûts sur les arcs . . . . .	29
3.3.7	Contraintes de conservation de flot . . . . .	30
3.3.8	Contraintes de couverture . . . . .	30
3.4	Modèle de programmation linéaire . . . . .	31
Chapitre 4	CRÉATION DE L'AGRÉGATION INITIALE . . . . .	33
4.1	Agrégation initiale contenant des services de vol . . . . .	33
4.1.1	Solutions fractionnaires . . . . .	34
4.1.2	Branchement heuristique . . . . .	34
4.2	Réduction des sous-problèmes dans l'algorithme BDCA . . . . .	34
4.3	Agrégation initiale contenant des rotations . . . . .	35
4.4	Approche privilégiée et état des réalisations . . . . .	36
Chapitre 5	RÉSULTATS . . . . .	37
5.1	Jeux de données . . . . .	37
5.1.1	Particularités des instances . . . . .	38
5.2	Résolution du modèle linéaire . . . . .	38
5.2.1	Paramètres du modèle et leurs impacts . . . . .	38
5.2.2	Importance des services de vol avec un seul changement d'avion . . . . .	39
5.2.3	Impacts du nombre de services de vol utilisés dans le modèle . . . . .	42
5.2.4	Impacts des coûts sur les arcs d'attente . . . . .	42

5.2.5	Impacts de la perturbation uniforme . . . . .	48
5.2.6	Résolution en nombres réels . . . . .	50
Chapitre 6	CONCLUSION . . . . .	52
Références	. . . . .	54
Annexes	. . . . .	57
A.1	Impacts du nombre de services de vol utilisés dans le modèle . . . . .	57
A.2	Structure du réseau aérien . . . . .	62
A.3	Répartition de périodes de repos . . . . .	67
A.4	Impacts de $C_{attente}$ dans le modèle . . . . .	76
A.5	Impacts de la perturbation uniforme . . . . .	81

# Liste des tableaux

TABLEAU 5.1	Paramètres du modèle linéaire . . . . .	38
TABLEAU 5.2	Résultats de l'agrégation des arcs d'attente . . . . .	45
TABLEAU 5.3	Temps de calcul et résultats pour les différentes instances . . . . .	50

# Liste des figures

FIGURE 2.1	Variables compatibles et incompatibles . . . . .	14
FIGURE 3.1	Détail d'un service de vol typique . . . . .	20
FIGURE 3.2	Réseau espace-temps simple . . . . .	21
FIGURE 3.3	Impact d'un équipage qui change d'avion . . . . .	22
FIGURE 3.4	Détail d'un service de vol ayant un seul changement d'avion . . . . .	22
FIGURE 3.5	Modèle spécialisé . . . . .	23
FIGURE 3.6	Modèle final . . . . .	25
FIGURE 3.7	Affectation des coûts : cas particulier . . . . .	26
FIGURE 3.8	Affectation des coûts : cas résolu . . . . .	27
FIGURE 3.9	Périodes de repos obligatoires . . . . .	28
FIGURE 3.10	Agrégation des noeuds d'attente . . . . .	28
FIGURE 5.1	Répartition des changements d'avion pour les différentes instances. . . . .	40
FIGURE 5.2	Répartition des changements d'avion pour les différentes solutions trouvées . . . . .	41
FIGURE 5.3	Impact de la taille du modèle sur la valeur de la fonction objectif . . . . .	43
FIGURE 5.4	Nombre d'arcs entrants et sortants dans chacune des stations de l'instance WP1 . . . . .	44
FIGURE 5.5	Répartition des périodes de repos pour l'instance WP1 avec $C_{attente}$ à 0 . . . . .	46
FIGURE 5.6	Répartition des périodes de repos pour l'instance WP1 avec $C_{attente}$ à 0.5 . . . . .	46
FIGURE 5.7	Répartition du temps d'attente par station pour l'instance WP1 avec $C_{attente}$ à 0 . . . . .	47
FIGURE 5.8	Répartition du temps d'attente par station pour l'instance WP1 avec $C_{attente}$ à 0.5 . . . . .	47
FIGURE 5.9	Évolution de l'objectif et du nombre de repos en fonction de $C_{attente}$ dans les solutions pour l'instance WP1 . . . . .	48
FIGURE 5.10	Impact de $C_{attente}$ sur le temps d'attente total et sur le temps d'attente moyen pour l'instance WP1 . . . . .	49
FIGURE 5.11	Impact de la perturbation uniforme et de $C_{attente}$ sur les temps de calcul pour l'instance WP1 . . . . .	49
FIGURE A.1	Impact de la taille du modèle sur la valeur de la fonction objectif . . . . .	58
FIGURE A.2	Impact de la taille du modèle sur la valeur de la fonction objectif . . . . .	59
FIGURE A.3	Impact de la taille du modèle sur la valeur de la fonction objectif . . . . .	60
FIGURE A.4	Impact de la taille du modèle sur la valeur de la fonction objectif . . . . .	61

FIGURE A.5	Nombre d'arcs entrants et sortants dans chacune des stations de l'instance WP1 . . . . .	63
FIGURE A.6	Nombre d'arcs entrants et sortants dans chacune des stations de l'instance WP2 . . . . .	64
FIGURE A.7	Nombre d'arcs entrants et sortants dans chacune des stations de l'instance WP3 . . . . .	65
FIGURE A.8	Nombre d'arcs entrants et sortants dans chacune des stations de l'instance WP4 . . . . .	66
FIGURE A.9	Répartition des périodes de repos pour l'instance WP1 avec le coût des arcs d'attente à 0 . . . . .	67
FIGURE A.10	Répartition des périodes de repos pour l'instance WP1 avec le coût des arcs d'attente à 0.5 . . . . .	68
FIGURE A.11	Répartition du temps d'attente par station pour l'instance WP1 . . .	68
FIGURE A.12	Répartition du temps d'attente par station pour l'instance WP1 . . .	69
FIGURE A.13	Répartition des périodes de repos pour l'instance WP2 avec le coût des arcs d'attente à 0 . . . . .	69
FIGURE A.14	Répartition des périodes de repos pour l'instance WP2 avec le coût des arcs d'attente à 0.5 . . . . .	70
FIGURE A.15	Répartition du temps d'attente par station pour l'instance WP2 . . .	70
FIGURE A.16	Répartition du temps d'attente par station pour l'instance WP2 . . .	71
FIGURE A.17	Répartition des périodes de repos pour l'instance WP3 avec le coût des arcs d'attente à 0 . . . . .	71
FIGURE A.18	Répartition des périodes de repos pour l'instance WP3 avec le coût des arcs d'attente à 0.5 . . . . .	72
FIGURE A.19	Répartition du temps d'attente par station pour l'instance WP3 . . .	72
FIGURE A.20	Répartition du temps d'attente par station pour l'instance WP3 . . .	73
FIGURE A.21	Répartition des périodes de repos pour l'instance WP4 avec le coût des arcs d'attente à 0 . . . . .	73
FIGURE A.22	Répartition des périodes de repos pour l'instance WP4 avec le coût des arcs d'attente à 0.5 . . . . .	74
FIGURE A.23	Répartition du temps d'attente par station pour l'instance WP4 . . .	74
FIGURE A.24	Répartition du temps d'attente par station pour l'instance WP4 . . .	75
FIGURE A.25	Évolution de l'objectif et du nombre de repos en fonction de $C_{\text{attente}}$ dans les solutions pour l'instance WP1 . . . . .	76
FIGURE A.26	Évolution de l'objectif et du nombre de repos en fonction de $C_{\text{attente}}$ dans les solutions pour l'instance WP2 . . . . .	77

FIGURE A.27	Évolution de l'objectif et du nombre de repos en fonction de $C_{attente}$ dans les solutions pour l'instance WP3 . . . . .	77
FIGURE A.28	Évolution de l'objectif et du nombre de repos en fonction de $C_{attente}$ dans les solutions pour l'instance WP4 . . . . .	78
FIGURE A.29	Impact de $C_{attente}$ sur le temps d'attente total ainsi que sur le temps d'attente moyen pour l'instance WP1 . . . . .	78
FIGURE A.30	Impact de $C_{attente}$ sur le temps d'attente total ainsi que sur le temps d'attente moyen pour l'instance WP2 . . . . .	79
FIGURE A.31	Impact de $C_{attente}$ sur le temps d'attente total ainsi que sur le temps d'attente moyen pour l'instance WP3 . . . . .	79
FIGURE A.32	Impact de $C_{attente}$ sur le temps d'attente total ainsi que sur le temps d'attente moyen pour l'instance WP4 . . . . .	80
FIGURE A.33	Impact de la perturbation uniforme et de $C_{attente}$ sur les temps de calcul pour l'instance WP1 . . . . .	81
FIGURE A.34	Impact de la perturbation uniforme et de $C_{attente}$ sur les temps de calcul pour l'instance WP2 . . . . .	82
FIGURE A.35	Impact de la perturbation uniforme et de $C_{attente}$ sur les temps de calcul pour l'instance WP3 . . . . .	82
FIGURE A.36	Impact de la perturbation uniforme et de $C_{attente}$ sur les temps de calcul pour l'instance WP4 . . . . .	83

# Liste des annexes

ANNEXE A Figures relatives à chaque instance . . . . .	57
--	----

# Chapitre 1

## INTRODUCTION

Les problèmes de confection d’horaires dans le milieu aérien sont de très grande importance. De fait, les coûts liés à la masse salariale représentent à eux seuls la deuxième composante des dépenses des transporteurs aériens, tout juste derrière les coûts de carburant. Outre les économies pouvant être réalisées grâce à une meilleure gestion des ressources humaines, il est aussi hautement désirable d’obtenir des horaires plus robustes aux perturbations qui ont inévitablement lieu lors des opérations.

Il reste cependant que les problèmes de confection d’horaires doivent se soumettre aux multiples législations en vigueur ainsi qu’aux différentes conventions collectives présentes dans le milieu aérien. On ajoute à tout cela le fait que les instances augmentent toujours en taille, ce qui vient davantage complexifier les problèmes. Les transporteurs aériens ont dès lors tout avantage à avoir en leur disposition les meilleurs outils d’aide à la décision ainsi que les meilleurs algorithmes de résolution existants, afin de rester compétitifs.

### 1.1 Terminologie

Il y a lieu de définir plusieurs termes techniques issus du domaine de la planification aérienne :

- Une *station* représente un aéroport donné.
- Une *base* est une station à laquelle plusieurs membres d’équipages sont associés. Un employé est associé à une seule base. Il peut y avoir plusieurs bases au sein de la même compagnie.
- Un *segment de vol* est une portion de vol sans escale.
- Une *connexion* est une période d’inactivité entre deux segments consécutifs pendant laquelle l’équipage est au sol.
- Un *service de vol* est une séquence de segments de vol entrecoupés par des connexions effectuée par le même équipage durant une journée de travail.
- Un *repos* est une période entre deux services de vol durant laquelle l’équipage se rend à l’hôtel.
- Une *rotation d’équipage* est une suite de services de vol et de repos qui commence et

se termine à une même base.

- L'*horaire mensuel* d'un employé est une suite de rotations, de congés et de séances d'entraînement sur une période d'un mois.
- Une *route d'avion* est une séquence de segments de vol et de services d'entretien qui sont assignés à un appareil spécifique.
- Une *flotte* est un regroupement d'avions appartenant à une même compagnie. Il est à noter qu'une compagnie peut détenir plusieurs flottes différentes et l'usage est de répartir les appareils de même type (ex. : A380) dans la même flotte.
- Une *mise en place* représente un pilote qui voyage en tant que passager dans un vol de sa compagnie ou d'une autre compagnie.
- Le *personnel technique* est composé du pilote, du copilote et éventuellement de l'ingénieur de bord pour un segment de vol donné.
- Le *personnel commercial* est composé de l'ensemble des agents de bord ainsi que du directeur de bord.

Pour ne point alourdir le texte, sauf indication contraire, le terme *équipage* désignera toujours un équipage de personnel technique.

## 1.2 Étapes de planification des opérations

La planification des opérations a pour but de maximiser les profits de la compagnie. Pour ce faire, il faut évaluer les coûts d'opérations ainsi que les coûts du personnel. Pour évaluer les coûts d'opérations, il faut déterminer le plan d'utilisation des avions et la masse salariale. Pour pouvoir correctement évaluer la masse salariale, il faut construire les horaires mensuels des membres d'équipage. Or, comme les problèmes réels sont de très grande taille et d'une grande complexité, il est impossible de les résoudre en une seule étape, ce qui force une approche par étapes successives. Les différentes étapes de planification sont détaillées dans les sections suivantes.

### 1.2.1 Génération de vols

Cette étape consiste à construire les horaires de tous les vols de la compagnie. On construit une liste des vols devant être réalisés sur une période de temps donnée. La liste des vols est construite en tenant compte des revenus éventuels, des parts de marché, de la concurrence ainsi que des intervalles de temps de décollage et d'atterrissage alloués à la compagnie dans les différents aéroports. Ce sont les départements de *scheduling* et de marketing qui sont chargés de résoudre ce problème pour en maximiser les revenus potentiels.

## 1.2.2 Assignation de la flotte

Durant cette phase, chaque vol est affecté à un appareil. Le but premier est de déterminer quel type d'avion est le mieux adapté pour effectuer le vol tout en maximisant les profits engendrés. Lors de cette étape, il faut tenir compte de plusieurs contraintes relatives aux types d'appareil. Il faut tenir compte du nombre d'appareils disponibles et de possibles interdictions concernant les types d'avions permis sur certains segments de vol. De plus, il faut assurer la conservation de flot de chaque type d'appareils dans le réseau espace-temps.

## 1.2.3 Construction des rotations d'avions

Cette étape concerne la construction des itinéraires pour chacun des appareils de la flotte. Lors de cette étape, les assignations de l'étape précédente sont respectées. De plus, il faut prendre en considération les services d'entretien mécanique requis pour chaque appareil. Il faut aussi veiller à ce que les rotations d'avions construites soient réalisables en pratique.

## 1.2.4 Construction des rotations d'équipages

Les rotations d'équipages sont créées de manière à couvrir tous les vols pour une période de temps donnée, et ce, avec un coût minimum. Les rotations d'équipages doivent respecter les conventions collectives ainsi que les lois gouvernementales du transport. Dans cette étape, les membres d'un équipage restent ensemble pour la durée de la rotation considérée.

L'assignation de la flotte permet de séparer le problème de construction des rotations d'équipages par flotte d'avions. De plus, il est possible de diviser le problème en fonction du personnel commercial et du personnel technique, car le personnel commercial et le personnel technique n'ont pas les mêmes conventions collectives. Ceci fait en sorte qu'une rotation légale pour du personnel technique peut être illégale pour du personnel commercial et vice versa. Cela permet de réduire la taille des problèmes qu'il faut résoudre.

Il est aussi important de s'assurer que les rotations d'équipages retenues soient robustes vis-à-vis les imprévus pouvant survenir lors des opérations. Si un vol arrive en retard à destination, il est préférable que ce retard influence le moins possible les autres vols, afin d'éviter les effets de cascade. Il est donc avantageux que les équipages restent assignés aux mêmes appareils lors des connexions. De cette façon, quand un appareil arrive en retard, comme l'équipage reste dans le même appareil, seul le prochain vol de cet appareil est retardé. Par contre, si l'équipage devait changer d'appareil durant la connexion, un retard de l'appareil engendrerait aussi le retard de deux nouveaux vols.

Dans le cas où il faut assigner un équipage à un appareil différent lors de la connexion, il est préférable d'avoir une solution résistant aux perturbations. Les travaux de Shebalov

et Klabjan (2006) portent sur la recherche de solutions robustes sans toutefois détériorer la qualité de la solution trouvée. Pour y parvenir, ils s'assurent que les rotations d'équipages retenues font en sorte qu'il y a plusieurs équipages pouvant être permutés entre eux lors des connexions. De cette façon, si l'un des deux équipages prend du retard sur l'horaire, l'autre équipage peut le remplacer ; l'équipage en retard assurera quant à lui les tâches de l'équipage l'ayant remplacé. Cela permet de minimiser les retards et les annulations de vols engendrés par le retard des équipages.

### 1.2.5 Construction des horaires mensuels

Cette étape consiste à affecter à chaque employé une suite de rotations, de journées de repos, de journées d'entraînements et d'exams médicaux. Il faut respecter les règles de la convention collective, les normes du travail et la politique de la compagnie. Cette étape est complexe, car elle dépend fortement des différentes étapes précédentes.

De plus, différents modes de fonctionnement sont utilisés dans l'industrie : le *bidline*, le *rostering* et le *preferential bidding*.

**Bidline** Dans ce mode, les horaires sont construits anonymement, sans tenir compte des préférences des employés. On assure à moindre coût la couverture des rotations d'équipages tout en respectant les contraintes liées au nombre d'équipages disponibles. Une fois les horaires construits, les employés misent sur les horaires disponibles. Différents critères sont pris en compte dans l'attribution des horaires, par exemple l'ancienneté.

Ce mode a été adopté par plusieurs compagnies aériennes et offre l'avantage d'être le plus simple à implanter, car il ne tient pas compte des préférences des employés lors de la construction des horaires.

**Rostering** Le mode de *rostering* encourage la création d'horaires personnalisés pour chacun des employés. Les horaires mensuels sont construits en tenant compte des activités des employés, telles que la formation, les congés, etc. Ce mode de construction affecte un poids à chacune des activités qui doivent être incluses dans l'horaire de l'employé, poids qui est défini par la politique de la compagnie aérienne. Le mode de *rostering* est principalement employé par les compagnies européennes.

**Preferential bidding** Le *preferential bidding* pousse encore plus loin l'idée de personnalisation des horaires. Dans ce mode, chaque employé place une mise, aussi appelée *bid*, sur plusieurs demandes possibles de même que sur les activités planifiées devant être incluses dans

son horaire. Pour ce mode, deux variantes existent : le *preferential bidding* par ancienneté ou par équité.

**Ancienneté** Dans le cadre du *preferential bidding* par ancienneté, les employés comptant le plus d'années d'expérience au sein de la compagnie sont favorisés par rapport aux autres. Il faut aussi s'assurer que l'ensemble des rotations puisse être couvert par la suite lorsqu'une préférence est accordée à un employé.

**Équité** Dans le cadre du *preferential bidding* par équité, les horaires sont construits de manière impartiale, sans aucune considération pour l'ancienneté. Les horaires sont construits de sorte que chaque employé soit passablement satisfait vis-à-vis de ses préférences. Des archives sont mises en place pour s'assurer que ceux qui auraient été moins satisfaits que la moyenne soient avantagés le mois suivant, et vice versa. Sur une longue période de temps, la satisfaction des employés devrait être plus ou moins identique.

### 1.3 Objectifs du mémoire

Aujourd'hui encore, les problèmes de confection d'horaires sont d'actualité tant par leur importance au sein de l'industrie aérienne que par leur inhérente difficulté. De plus, le problème de confection d'horaires en transport aérien étant de grande envergure, l'attention des travaux de ce mémoire portera principalement sur le problème des rotations d'équipages.

L'agrégation dynamique des contraintes a été introduite récemment pour accélérer la résolution des problèmes de recouvrement et a été appliquée aux problèmes de rotations d'équipages. L'agrégation dynamique des contraintes permet l'utilisation d'une solution initiale pour réaliser la première agrégation. De plus, l'utilisation d'une solution initiale de bonne qualité permet de réduire les temps de calcul requis pour trouver une solution optimale avec l'agrégation dynamique des contraintes, d'où la motivation pour rechercher des solutions initiales de qualité pour le problème de rotations d'équipages.

Les objectifs du mémoire peuvent être résumés comme suit :

1. développer un modèle mathématique permettant de trouver rapidement des solutions initiales de bonne qualité au problème de rotations d'équipage ;
2. analyser le comportement et la robustesse du modèle mathématique sur des jeux de données réels de l'industrie ;

Les jeux de données utilisés dans ce mémoire ont été gracieusement fournis par AD OPT, une division de Kronos. Les jeux de données comportent plusieurs instances récentes, chacune d'une durée d'une semaine. De plus, les instances comportent essentiellement des vols de

court- et moyen-courriers. Il y a généralement entre 1500 et 2000 segments de vol à desservir chaque semaine dans les différentes instances.

Le fait qu'il s'agit d'instances de court- et de moyen-courriers a permis de spécialiser les modèles mathématiques développés. Il faudrait modifier légèrement les modèles présentés pour qu'ils puissent bien s'adapter aux vols long-courriers.

## 1.4 Structure du mémoire

À la suite de cette section vient la revue de littérature, qui présente l'état de l'art actuel en lien avec la confection d'horaires dans le milieu aérien. Puis suit le chapitre 3 qui décrit le modèle mathématique de programmation linéaire développé pour trouver de bonnes solutions initiales. Après quoi vient le chapitre 4, qui présente la construction de l'agrégation initiale pour l'agrégation dynamique des contraintes. Dans le chapitre 5 sont exposés les résultats obtenus avec le modèle mathématique développé. Finalement, le dernier chapitre du mémoire conclut sur les contributions du projet tout en ouvrant la voie vers de nouveaux axes de recherche.

# Chapitre 2

## REVUE DE LITTÉRATURE

Les transporteurs aériens évoluent dans un milieu très compétitif et doivent utiliser au mieux leurs ressources matérielles et humaines. Or, comme la masse salariale constitue le deuxième chapitre des dépenses après le carburant, le problème de confection d'horaires du personnel est capital et, par conséquent, est étudié depuis longtemps. Les problèmes de confection d'horaires ont d'abord été abordés avec des méthodes heuristiques (Rubin (1973), Christofides et Korman (1975), Chvatal (1979) et Vasko et Wilson (1984)). Par la suite, de nouvelles méthodes heuristiques basées sur des algorithmes de programmation mathématique ont été développées (Beasley (1990) et Ceria *et al.* (1998)). C'est vers le milieu des années 80 que la génération de colonnes est introduite dans les problèmes de tournées de véhicules avec fenêtres de temps grâce aux travaux tel que résumé dans l'article synthèse de Desrosiers *et al.* (1995). La génération de colonnes est aussi introduite avec succès dans les problèmes de confection d'horaires en transport aérien (Desrosiers *et al.* (1991)) et, quelques années plus tard, la génération de colonnes est implémentée avec succès chez un transporteur aérien de grande taille (Desaulniers *et al.* (1997)). La génération de colonnes est si bien ancrée dans le milieu que l'arrivée des métaheuristiques (Hao *et al.* (1999)) ne sera pas en mesure de la déloger.

Malgré l'amélioration des algorithmes, le problème de confection d'horaires est de trop grande taille et est beaucoup trop complexe pour être attaqué de front. Les différentes étapes de résolution du problème sont décrites dans Anbil *et al.* (1998) et Lavoie *et al.* (1994). Une notation unifiée pour traiter ces problèmes est présentée par Desaulniers *et al.* (1998a) et dans un cadre plus large (Desaulniers *et al.* (1998b)). De plus, différentes approches pour prendre en charge des contraintes plus complexes ont été ajoutées à la génération de colonnes grâce aux travaux de Galia et Hjörning (2004).

Dernièrement, la technique d'agrégation dynamique des contraintes et ses variantes ont été introduites dans la génération de colonnes par Elhallaoui *et al.* (2005, 2008, 2010). Ces techniques sont très performantes sur des problèmes hautement dégénérés et requièrent une solution initiale de bonne qualité. Or, les solutions initiales pour les problèmes de rotations d'équipages ne sont pas de bonne qualité, car peu utilisées, puisqu'elles avaient peu d'impact sur les algorithmes de résolution traditionnels.

## 2.1 Définition formelle du problème

Dans le problème de rotations d'équipages étudié plusieurs contraintes particulières sont présentes. Dans un premier temps, les services de vol doivent satisfaire à plusieurs contraintes. Une première contrainte limite le temps de vol pouvant être effectué lors d'une journée donnée. Une deuxième contrainte définit la durée maximale d'un service de vol. Le nombre d'atterrissages durant une même journée est aussi limité. Dans un deuxième temps, les contraintes relatives aux périodes de repos sont complexes et nombreuses. La durée minimale d'un repos est de 10 heures. De plus, il est possible qu'un service de vol ait une durée qui dépasse la durée maximale si une période de repos plus grande à lieu avant ou après le service de vol en question. Ceci fait en sorte qu'il est possible que certains agencements de services de vol et repos forment des rotations qui sont illégales même si chacun est légal.

Pour ne pas avoir à tenir directement compte de ces contraintes, un générateur de services de vol légaux est utilisé. Ceci permet de faire une énumération d'un très grand nombre de services de vol qui pourront être utilisés pour résoudre le problème de rotations d'équipages.

La fonction coût de notre partenaire industriel pour évaluer le coût d'un service de vol est la suivante :  $\max(\text{minimum d'heures travaillées, nombre d'heures travaillées, } \frac{1}{2} \times \text{durée totale})$ . Le minimum d'heures travaillées correspond au nombre d'heures minimum qui sont payées aux équipages, même s'ils travaillent moins d'heures lors d'un service de vol donné. Le minimum d'heures travaillées est fixé à 4 heures et 30 minutes. Le nombre d'heures travaillées correspond au nombre d'heures travaillées par l'équipage lors du service de vol en question. La durée totale correspond à la durée totale du service de vol en question.

La fonction coût de notre partenaire industriel pour une rotation d'équipage est la suivante :  $\max(\text{minimum d'heures travaillées, nombre d'heures travaillées, } \frac{1}{4} \times \text{durée totale})$ . Dans cette fonction, le minimum d'heures travaillées est la somme du nombre minimum d'heures travaillées de chaque service de vol composant la rotation, le nombre d'heures travaillées correspond au nombre total d'heures travaillées dans la rotation et la durée totale correspond à la durée totale de la rotation.

Desaulniers *et al.* (1998a) proposent une définition plus générale du problème et présentent plus en détail les autres étapes de la planification en transport aérien.

La structure des problèmes de construction des rotations d'équipages comprend un ensemble de commodités ayant chacune un réseau associé. Pour la construction des rotations d'équipages, les commodités représentent des équipages liés à une base et les chemins dans le réseau associé représentent les différents horaires réalisables pour ces équipages. L'objectif est de trouver des horaires pour un ensemble de commodités tels qu'ils couvrent à un coût minimum l'ensemble des tâches à effectuer.

Le réseau d'une commodité est un réseau espace-temps dans lequel chaque noeud représente un endroit à un temps donné. Les arcs  $(i, j)$  représentent une tâche ayant lieu entre le noeud  $i$  et le noeud  $j$ . Selon le cas, une tâche peut être un segment de vol, une période de repos, une connexion, etc. Tout horaire légal pour une commodité correspond à un chemin dans son réseau associé. Le réseau associé à une commodité est défini pour tenir compte de ses caractéristiques, c'est-à-dire : sa base, sa disponibilité, ses compétences, etc. Les contraintes du problème sont soit prises en considération par la structure du réseau, soit par des contraintes de ressources lors de la création des chemins dans le réseau. La structure du réseau permet de tenir compte des contraintes de temps de connexion minimum entre deux segments de vol, des périodes de repos, des activités planifiées, de non chevauchement des activités, etc. Les contraintes de ressources permettent de tenir compte des contraintes de temps maximal d'une rotation, du nombre maximum d'atterrissages et de décollages dans une rotation, du nombre minimum de jours de congé par période, etc.

Il existe des contraintes globales qui relient les commodités entre elles et qui détruisent la structure de réseau. Ces contraintes sont les contraintes de recouvrement des tâches, les contraintes budgétaires, etc.

Le problème de construction des rotations d'équipages peut être vu comme un problème de recouvrement généralisé. Soit  $W$  l'ensemble des tâches à effectuer sur l'horizon considéré et  $K$  l'ensemble des commodités disponibles pour les effectuer. Notons  $a_w$  le nombre de commodités requises pour accomplir la tâche  $w$  et  $G^k$  le réseau associé à la ressource  $k \in K$ . Définissons ensuite  $\Omega^k$  l'ensemble des chemins réalisables et donc, des horaires possibles de  $G^k$ . Soit  $H$  l'ensemble des contraintes qui ne sont pas les contraintes de recouvrement d'ensemble. Chaque chemin  $p \in \Omega^k$  se voit associer trois paramètres. Le premier est  $a_{wp}^k$ , lequel vaut 1 si  $p$  est couvert par  $w \in W$  ; sinon, il vaut 0. Le deuxième est  $b_{hp}^k$ , c'est-à-dire la contribution de  $p$  à la contrainte  $h \in H$ . Le troisième est  $c_p^k$  qui représente le coût associé à  $p$ . On définit aussi  $b_h$  le membre de droite de la contrainte  $h \in H$ .

Une variable binaire  $\theta_p^k$  est associée à chaque  $p \in \Omega^k$  et  $k \in K$ . Elle prend la valeur 1 si la commodité  $k$  emprunte le chemin  $p$ , et 0 dans le cas contraire. Les variables d'écart et de surplus sont notées  $Y_s$ , où  $s \in S$ , et elles peuvent prendre les valeurs comprises dans l'ensemble  $I_s$ ,  $s \in S$ . Ces variables peuvent être des variables d'écart ou de surplus. Les coûts associés aux variables  $Y_s$  sont notés  $c_s$ . La contribution de  $Y_s$  aux contraintes de recouvrement pour la tâche  $w \in W$  est notée  $a_{ws}$  et la contribution aux contraintes  $h \in H$  est notée  $b_{hs}$ .

Le problème peut dès lors s'écrire comme suit :

$$\min \sum_{k \in K} \sum_{p \in \Omega^k} c_p^k \theta_p^k + \sum_{s \in S} c_s Y_s \quad (2.1)$$

Sous les contraintes :

$$\sum_{k \in K} \sum_{p \in \Omega^k} a_{wp}^k \theta_p^k + \sum_{s \in S} a_{ws} Y_s = a_w, \quad \forall w \in W \quad (2.2)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{p \in \Omega^k} b_{hp}^k \theta_p^k + \sum_{s \in S} b_{hs} Y_s = b_h, \quad \forall h \in H \quad (2.3)$$

$$Y_s \in I_s, \quad \forall s \in S \quad (2.4)$$

$$\theta_p^k \in \{0, 1\}, \quad \forall k \in K, \forall p \in \Omega^k. \quad (2.5)$$

## 2.2 Méthodes de résolution

Cette section présente différentes techniques pour résoudre les programmes mathématiques. Ces méthodes sont couramment utilisées dans l'industrie pour la confection des horaires dans le milieu aérien.

### 2.2.1 Taille des problèmes

En raison de l'augmentation du trafic aérien et de l'augmentation du nombre de vols effectués par chacune des compagnies aériennes, la taille des problèmes augmente rapidement. En effet, la taille des problèmes augmente de manière exponentielle avec le nombre de vols. Il devient alors essentiel de trouver de nouvelles techniques plus performantes pour résoudre ces problèmes de grande taille. Cela devient d'autant plus important que les techniques actuelles ne sont pas en mesure de s'attaquer directement aux problèmes de rotations d'équipages en entier.

Pour pouvoir résoudre les problèmes de grande taille, une approche simple consiste à découper un problème en plusieurs sous-problèmes plus petits que le problème d'origine. Pour être valide, il faut s'assurer que les sous-problèmes n'ont pas d'interactions entre eux<sup>1</sup>. Ceci explique la décomposition du problème d'équipage en sous-problèmes pour le personnel technique et commercial ainsi que la décomposition du problème selon les différentes flottes d'appareils de la compagnie, comme présentée dans la section 1.2. Il existe d'autres décompositions possibles, telles que le découpage en fonction des différentes zones géographiques et bien d'autres. De plus, comme nous le verrons à la section 2.3.3, on résout souvent un problème journalier ou hebdomadaire comme étape avant de résoudre le problème mensuel.

---

<sup>1</sup>Dans la pratique, on se contentera d'espérer que ces interactions soient négligeables ou tolérables si le modèle est de trop grande taille pour les ressources informatiques disponibles.

## 2.2.2 Programmation linéaire en nombres réels

L'algorithme du simplexe demeure jusqu'à ce jour l'un des algorithmes les plus efficaces pour résoudre les problèmes de programmation linéaire. Un programme linéaire peut toujours s'écrire sous la forme suivante :

$$\max_{\text{s.c.}} c^T x \quad (2.6)$$

$$Ax \leq b \quad (2.7)$$

$$x \geq 0, \quad (2.8)$$

où  $c \in \mathbb{R}^n$ ,  $b \in \mathbb{R}^n$ ,  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  sont connus et où  $x \in \mathbb{R}^n$  est un vecteur de variables. Il suffit de remarquer que chaque inégalité (2.7) représente un demi-espace et que leur intersection représente un polyèdre. De plus, on peut montrer qu'il existe toujours<sup>2</sup> au moins un  $x$  qui est à la fois maximum global du programme linéaire et point extrême de (2.7)-(2.8). Il suffit de parcourir les points extrêmes du polyèdre pour trouver la solution optimale. L'algorithme du simplexe part donc d'un point extrême du polyèdre et effectue des pivots pour se déplacer d'un point extrême à l'autre tout en augmentant la valeur de la fonction objectif. L'optimum est atteint lorsqu'il est impossible de trouver un pivot permettant d'avoir un point extrême qui améliore la fonction objectif.

Lorsque le programme est dégénéré, il est possible que le simplexe visite des bases qu'il a déjà visitées. Néanmoins, il existe des règles de sélection de pivots qui font en sorte que le simplexe ne crée pas de cycle. De plus, un polyèdre possède un nombre fini de points extrêmes. Par conséquent, si les règles de sélection sont utilisées, le simplexe se termine toujours en un nombre fini d'opérations. Klee et Minty (1972) ont démontré que l'algorithme du simplexe peut prendre jusqu'à  $2^n$  pivots sur des instances difficiles. Dans le pire des cas, la complexité du simplexe est exponentielle. Par contre, en pratique, ces cas sont rarement rencontrés et le simplexe offre généralement une très bonne performance.

Il est possible d'affecter à tout programme linéaire de maximisation un programme linéaire de minimisation ayant la même solution optimale. Le programme de maximisation est appelé primal et le programme de minimisation est appelé dual.

L'analogie du verre d'eau est utile pour illustrer la relation entre le primal et le dual, l'objectif étant de remplir le verre d'eau le plus possible avec pour contrainte de ne pas dépasser un niveau cible. Une première approche consiste à remplir le verre d'eau petit à petit tout en s'assurant de ne jamais dépasser le niveau cible. Une seconde approche consiste à remplir le verre d'eau au maximum et de retirer petit à petit de l'eau tout en s'assurant de

---

<sup>2</sup>Sous condition que le polyèdre soit non vide et que le programme linéaire soit borné.

ne pas descendre sous le niveau cible. La première approche représente la méthode primale et la seconde représente la méthode duale.

### 2.2.3 Programmation linéaire en nombres entiers

Bien que l'on soit en mesure de résoudre des problèmes de programmation linéaire en nombres réels de très grande taille, les problèmes de programmation en nombres entiers sont quant à eux beaucoup plus difficiles à résoudre. À cause de la structure particulière de l'espace des solutions entières, il est impossible de trouver une direction de descente permettant de s'approcher à coup sûr de la solution optimale, et ce, à partir d'une solution donnée de l'espace des solutions.

C'est pour cette raison que les méthodes de séparation et d'évaluation progressive, aussi connues sous le nom de *branch and bound*, ont été développées. Bien que ces méthodes soient parmi les plus efficaces pour résoudre les problèmes en nombres entiers, elles n'en demeurent pas moins lentes, car la taille de l'arbre de branchement à explorer croît souvent de manière exponentielle.

Il devient dès lors primordial d'avoir une solution de la relaxation linéaire qui soit près du problème en nombres entiers. Cela diminue de beaucoup le nombre de noeuds visités dans l'arbre de branchement et, par conséquent, diminue grandement le temps de calcul requis.

### 2.2.4 Génération de colonnes

La méthode de génération de colonnes est une méthode permettant de résoudre de manière efficace les problèmes de grande taille. Le nombre de variables typiquement rencontrées dans les problèmes d'optimisation en transport aérien est de l'ordre de  $10^{20}$  variables. Seul le dénombrement de toutes les variables requiert un temps de calcul dépassant largement le temps alloué. La méthode de génération de colonnes repose essentiellement sur la décomposition de Dantzig et Wolfe (1960). Les articles de synthèse Desrosiers *et al.* (1995) et Desaulniers *et al.* (1997) ont démontré l'efficacité de la génération de colonnes pour résoudre respectivement les problèmes de tournées de véhicules avec fenêtres de temps et pour la confection d'horaires en transport aérien.

Une bonne introduction à la génération de colonnes telle qu'elle est appliquée dans le domaine du transport aérien est présentée dans Desrosiers *et al.* (1991). La méthode de génération de colonnes repose sur le fait qu'à l'optimum, seulement un petit nombre de variables seront en base pendant que les autres variables, soit celles hors base, prendront la valeur nulle. Bien que la taille du problème soit très grande, le nombre de variables en base reste petit. On peut donc travailler avec un problème ne contenant qu'un nombre réduit de

colonnes et donc, de variables, pour ensuite ajouter, au besoin, les colonnes qui permettront d'améliorer la fonction objectif. Cela permet de travailler sur des problèmes plus petits que le problème initial.

Pour ce faire, les contraintes du problème sont séparées en deux groupes. Un premier groupe contient les contraintes couplantes. Le second groupe de contraintes regroupe les contraintes de réseau. On définit alors un problème maître comportant un premier groupe de contraintes, mais un nombre réduit de colonnes. On définit aussi un sous-problème ne tenant compte que des contraintes du second groupe. Le rôle du problème maître est de fournir au sous-problème les informations relatives aux variables duales. Quant au sous-problème, il a pour tâche d'identifier les colonnes ayant un coût réduit négatif qu'il faut alors ajouter au problème maître.

Pour résoudre un problème avec la génération de colonnes, on résout alternativement le problème maître et le sous-problème jusqu'à ce que le sous-problème ne trouve aucune colonne de coût réduit négatif. Auquel cas, l'optimum est atteint et le problème est résolu. De plus, la résolution du sous-problème étant découplée du problème maître, elle peut être réalisée avec un algorithme spécialisé.

Pour pouvoir résoudre en nombres entiers avec la génération de colonnes, il faut l'intégrer dans une méthode de *branch and bound* et il faut mettre en place différentes stratégies pour prendre les décisions de branchement dans le sous-problème.

### 2.2.5 Agrégation dynamique des contraintes

L'agrégation dynamique des contraintes a été récemment développée (voir Elhallaoui *et al.* (2005, 2008, 2010)). Cet algorithme très prometteur est spécialement conçu pour être performant sur les problèmes hautement dégénérés qui foisonnent dans la confection d'horaires.

L'agrégation dynamique s'articule autour de l'agrégation de différentes tâches. L'objectif sous-jacent à cette agrégation est de réduire la taille du problème à résoudre en diminuant le nombre de contraintes du problème. Les tâches sont donc réunies en différents agrégats, ce qui permet d'utiliser une seule contrainte de couverture pour l'ensemble des tâches d'un même agrégat. Par contre, toutes les colonnes du problème non agrégé ne peuvent être utilisées dans le problème agrégé. En effet, lorsqu'une colonne couvre au moins une tâche qui est présente dans un agrégat, elle doit impérativement couvrir toutes les tâches de ce même agrégat. On parlera alors de colonnes compatibles et incompatibles pour une agrégation donnée. La figure 2.1 présente différents cas de figure possibles. Afin de pouvoir parcourir l'intégralité de l'espace des solutions du problème, l'agrégation initiale sera modifiée durant le déroulement de l'algorithme. Pour ce faire, des phases d'agrégation et de désagrégation seront alternées tout au long de l'algorithme.

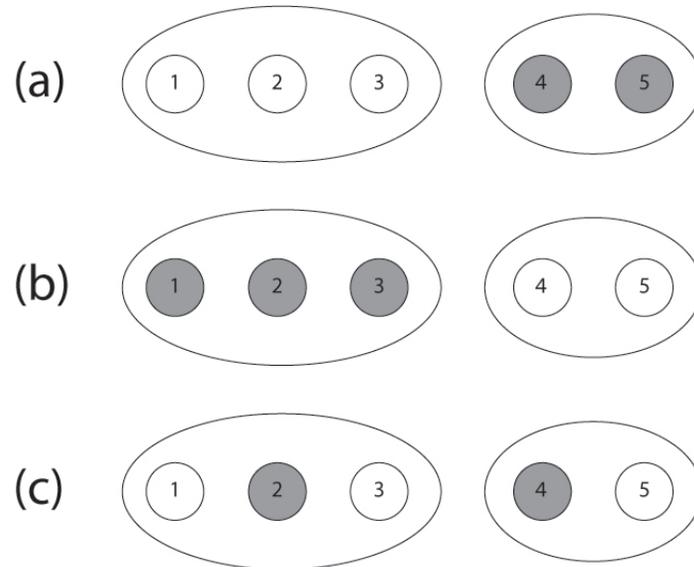


FIGURE 2.1 Variables compatibles et incompatibles. Les tâches sont représentées par un numéro inclus dans un cercle. Les grands ovales qui englobent plusieurs tâches représentent les agrégats de tâches. Les tâches couvertes par une colonne sont en gris. La colonne (a) couvre uniquement les tâches 4 et 5 et est une colonne compatible. La colonne (b) couvre uniquement les tâches 1, 2 et 3 et est aussi une colonne compatible. Finalement, la colonne (c) couvre uniquement les tâches 2 et 4 et est une colonne incompatible.

De plus, cet algorithme peut être déployé au sein de la génération de colonnes. Dans ce cas, c'est le problème maître réduit qui est agrégé. Les sous-problèmes servent à identifier des colonnes ayant des coûts réduits négatifs. Cependant, pour générer de nouvelles colonnes, il faut avoir la valeur de chaque variable duale du problème maître et non pas uniquement les variables duales du problème maître réduit et agrégé. Les valeurs des variables duales du problème maître sont obtenues par la résolution d'une série de problèmes de plus courts chemins. Il est possible que les sous-problèmes génèrent des colonnes incompatibles. Dans ce cas, les colonnes incompatibles ne sont pas introduites dans le problème maître réduit et agrégé, mais serviront à décider quand et comment l'agrégation courante sera modifiée.

Une version améliorée de l'agrégation dynamique des contraintes, qui s'appelle *Multi-Phase Dynamic Constraint Aggregation* (MPDCA), est décrite dans Elhallaoui *et al.* (2010). L'algorithme MPDCA tient en compte le nombre d'incompatibilités qui sont présentes dans les colonnes générées par les sous-problèmes. À chaque itération, on ne considère que les colonnes ayant au plus  $k$  incompatibilités. Ceci permet de favoriser dans un premier temps les colonnes comportant un faible nombre d'incompatibilités. Cela évite de désagréger trop rapidement le problème maître réduit et agrégé, ce qui permet d'obtenir de meilleures performances.

Une version améliorée de l'algorithme MPDCA, qui s'appelle *Bi-Dynamic Constraint Aggregation* (BDCA), est décrite dans Elhallaoui *et al.* (2008). L'algorithme BDCA réduit la taille des sous-problèmes à chaque itération en retirant un ensemble d'arcs des réseaux des sous-problèmes. Cela permet de réduire la taille des sous-problèmes et de résoudre plus rapidement les sous-problèmes et d'obtenir de meilleurs temps de calcul.

L'agrégation dynamique tire son efficacité du fait que le problème, une fois agrégé, est non seulement plus petit, mais aussi beaucoup moins dégénéré. Cela fait en sorte que la résolution du problème agrégé est beaucoup plus rapide que celle du problème non agrégé. Néanmoins, le prix à payer pour cette performance est le temps requis pour les phases d'agrégation et de désagrégation. Il s'avère que la désagrégation et la réagrégation de contraintes requiert un certain de temps de calcul. Il est donc impératif d'avoir une agrégation initiale de bonne qualité afin d'obtenir les meilleures performances de l'agrégation dynamique.

Les travaux de Boubaker *et al.* (2010) ont étudié le comportement de l'agrégation dynamique des contraintes sur des instances de grande taille du problème de confection d'horaires mensuels avec une approche de *bidline* avec équité. Les résultats obtenus montrent une réduction drastique des temps de calcul lorsque l'agrégation dynamique des contraintes est utilisée. Sur 6 instances sur 7, les temps de calculs ont été réduits de 3,8 à 34,1 fois comparativement à l'approche classique de *branch-and-price*. Les gains les plus importants ont été réalisés sur les instances de plus grande taille. Le *branch-and-price* consiste en un algorithme de *branch and bound* dans lequel les bornes inférieures sont évaluées grâce à l'aide de la génération de colonnes (voir Barnhart *et al.* (2003); Klabjan (2005)).

L'objectif du présent mémoire est de fournir une agrégation initiale de bonne qualité à l'agrégation dynamique. Actuellement, les agrégations initiales utilisées au sein de l'industrie pour le problème de rotations d'équipages sont simplistes et ne permettent pas de tirer pleinement profit de l'agrégation dynamique.

## 2.3 Horizon de planification

On s'intéresse au problème de rotations d'équipages hebdomadaire. Plus spécifiquement, le problème de rotations d'équipages du personnel technique est étudié dans ce mémoire.

### 2.3.1 Planification stratégique

Il s'agit de résoudre le problème de rotations d'équipages en se plaçant dans une optique de planification stratégique. Il faut donc confectionner des horaires bien à l'avance sans tenir compte directement des aléas pouvant survenir lors des opérations journalières. Soulignons

cependant que même si les aléas des opérations ne peuvent être pris en considération à cause de leur caractère aléatoire, il n'en reste pas moins qu'un grand effort est fait pour obtenir des horaires robustes vis-à-vis de ces perturbations.

La planification stratégique s'efforce de répondre au mieux aux exigences du département de marketing. Il est important de souligner que l'offre de services d'un transporteur aérien change en fonction des différentes saisons pour s'adapter aux demandes de la clientèle. Il existe différentes phases de planification. D'une part, il y a celles qui ont lieu durant une saison déterminée et qui sont relativement homogènes d'une semaine à l'autre. D'autre part, il y a les phases de transition entre deux saisons distinctes. Ces dernières phases sont beaucoup moins homogènes d'une semaine à l'autre.

### **2.3.2 Problème cyclique**

Dans ce mémoire, on s'intéresse plus particulièrement aux phases qui ont lieu lors d'une saison donnée. Il devient alors très intéressant d'utiliser un modèle cyclique pour représenter ces phases. Un modèle cyclique permet de bien représenter cette situation, car il permet de rediriger l'état de la solution à la fin d'une période de temps au début de cette même période. Cela permet d'obtenir des solutions qui comportent une semaine type pouvant être répétée autant de fois qu'il le faut, tout en restant valide. Il est important de mettre en évidence qu'un modèle cyclique n'a pas besoin de conditions aux limites, ce qui en facilite beaucoup l'étude quelques mois à l'avance.

### **2.3.3 Découpage et ré-optimisation du problème**

La taille des problèmes rencontrés dans l'industrie est si importante qu'il est actuellement impossible, faute de ressources informatiques suffisantes, de résoudre directement le problème mensuel. Pour parvenir à trouver des solutions de bonne qualité, le problème d'origine est découpé en petits problèmes et est résolu plusieurs fois.

L'approche classique était de résoudre tout d'abord un problème journalier cyclique, ce qui permettait d'obtenir la solution pour une journée type du problème en question. Ensuite, cette journée était dupliquée plusieurs fois pour couvrir une semaine complète. Cette semaine, constituée de journées types, était utilisée comme solution initiale pour résoudre le problème hebdomadaire cyclique. La solution du problème hebdomadaire était ensuite dupliquée afin de s'étendre sur un mois complet et servait de solution initiale pour le problème mensuel cyclique. Cette approche a toutefois évolué ces dernières années et on débute maintenant avec le problème d'une semaine complète. Toutefois, les temps de calcul sont grands et on ne peut pas encore résoudre directement les problèmes mensuels.

### 2.3.4 Avantages et inconvénients

Le principal avantage de ce découpage consiste à utiliser les solutions de problèmes plus petits, donc beaucoup plus rapides à résoudre, pour accélérer la résolution des problèmes de plus grande taille. La résolution du problème cyclique est efficace, entre autres parce qu'il est proche de la réalité et est aussi très avantageux de ne pas avoir à gérer directement les conditions aux frontières du problème.

Cependant, tout n'est pas parfait avec les modèles cycliques. Pour les problèmes journaliers cycliques, l'horaire d'une journée est le même pour chaque jour du problème. L'horaire de la journée type devient cyclique et on cherche les rotations d'équipages qui couvrent au moindre coût et une seule fois chaque segment de vol de l'instance. Les contraintes de couverture, égales à l'unité, font en sorte qu'il est impossible pour un équipage de couvrir plus d'une fois le même segment de vol dans une même rotation d'équipage. Cela implique que le problème journalier cyclique ne permet pas d'explorer complètement l'espace des solutions réalisables. Les travaux de Saddoune *et al.* (2009) illustrent les lacunes des problèmes journaliers cycliques et ils suggèrent de débiter directement avec le problème hebdomadaire cyclique sans utiliser la solution du problème journalier cyclique. C'est pour cette raison que, dans ce mémoire, on étudie essentiellement les problèmes hebdomadaires cycliques.

# Chapitre 3

## MODÈLE LINÉAIRE

Ce chapitre présente le modèle linéaire d'optimisation développé dans le cadre de ce mémoire. L'objectif du modèle est de fournir une solution initiale de bonne qualité, c'est-à-dire qu'une bonne proportion des paires de tâches consécutives dans la solution du modèle linéaire seront aussi consécutives dans la solution finale du problème de rotations d'équipages. La solution optimale du modèle linéaire servira à élaborer une agrégation initiale qui sera fournie à l'agrégation dynamique des contraintes. Ceci permettra de trouver une solution proche de l'optimalité au problème de rotations d'équipages sans trop modifier l'agrégation initiale.

### 3.1 Objectifs du modèle

Les objectifs de ce modèle sont multiples. D'une part, il faut que les contraintes importantes du problème étudié soient prises en considération par le modèle, car il faut que ce dernier soit riche afin de fournir une agrégation initiale de qualité. D'autre part, il faut être en mesure de résoudre rapidement le modèle linéaire d'optimisation. En bref, il faut que le temps de résolution du modèle linéaire soit petit comparativement au temps de résolution total du problème avec l'agrégation dynamique des contraintes.

Pour atteindre ces objectifs antagonistes, les points suivants devront être appliqués au modèle :

- résolution en nombres réels ;
- structure sous-jacente de flot ;
- fonction de coût approximative ;
- approximation ou relaxation des contraintes difficiles du problème.

### 3.2 Générateur de services de vol

Une des parties les plus difficiles du problème consiste à appliquer les différentes règles gouvernementales, patronales et syndicales qui doivent être respectées lors de la création des services de vol. Or, comme ces contraintes sont très complexes et souvent données en termes

juridiques et non pas en termes mathématiques, on utilise un générateur de services de vol légaux.

Les avantages d'un tel générateur sont nombreux. Dans un premier temps, les algorithmes de résolution n'ont pas à tenir compte directement des contraintes complexes liées aux services de vol et n'ont plus qu'à satisfaire aux contraintes de couverture d'ensemble, ce qui est beaucoup plus facile. Dans un second temps, le fait d'utiliser un générateur de services de vol légaux affranchit les algorithmes de résolution des considérations propres à une instance particulière. Le programme devient dès lors plus robuste, car il n'est pas soumis aux cas particuliers et aux règles de chaque instance. Par ailleurs, il est plus flexible, car il suffit d'adapter le générateur de services de vol légaux aux conditions qui prévalent dans chaque compagnie aérienne.

Néanmoins, pour obtenir un modèle riche, il nous faut générer un très grand nombre de services de vol, ce qui augmente considérablement la taille des programmes à résoudre. De plus, un générateur de services de vol de piètre qualité, c'est-à-dire générant des services de vol sans grande diversité, a un impact néfaste, voire désastreux, sur la qualité du modèle obtenu.

### 3.2.1 Éclaircissement sur les services de vol

Le moment est venu de mettre en lumière les véritables caractéristiques des services de vol. Un service de vol peut être composé de plusieurs segments de vol, de mises en place, de connexions, de périodes de briefing, de débriefing et de transit. De plus, les connexions sont assujetties à plusieurs règles concernant leur durée minimale. Ces règles dépendent de la station en question et des types de segments de vol (p. ex. : vol international) reliés par la connexion. Ensuite, les périodes de briefing et de débriefing sont assujetties aux politiques de la compagnie. Finalement, les périodes de transit tiennent compte du temps requis pour le transport du personnel entre la station et l'hôtel. Il ne faut pas oublier qu'une période de repos<sup>1</sup> est obligatoire entre deux services de vol. La figure 3.1 présente le cas d'un service de vol typique.

Pour la suite du traitement, les périodes de briefing, de débriefing et de transit ne seront pas directement considérées afin de ne pas alourdir inutilement le traitement mathématique. En effet, ces périodes ont toujours lieu au début et à la fin d'un service de vol et peuvent donc être ajoutées lors de la création du réseau espace-temps sans modifier l'analyse mathématique du problème.

---

<sup>1</sup>La durée minimale de cette période de repos est assujettie aux règles gouvernementales, aux politiques de la compagnie et aux conventions collectives.

### Service de vol



FIGURE 3.1 Détail d'un service de vol typique. Il est possible qu'il n'y ait pas de segment de vol ou de mise en place dans un service de vol particulier. De plus, le nombre de segments de vol ou de mises en place peuvent varier.

## 3.3 Réseau espace-temps

La structure sous-jacente du problème de rotations d'équipages peut facilement être modélisée par un problème de flot à coût minimum et, plus particulièrement, par un problème de flot dans un réseau espace-temps. Pour plus de détails sur les réseaux espace-temps, veuillez vous référer à l'introduction de la section 2.1. Dans un tel réseau, les flots sur les arcs représentent la quantité d'équipages affectés à une tâche donnée (p. ex. : segment de vol). De surcroît, les contraintes de conservation de flots assurent la conservation de la quantité d'équipages pour l'horizon de planification.

La figure 3.2 présente le cas simpliste où l'on trouve que des services en vol ayant une seule pièce de travail et des périodes de repos. Une pièce de travail regroupe tous les segments de vol et les connexions effectués par un équipage sur le même avion. Bien que simpliste, cette ébauche de modèle permet de cerner plusieurs points cruciaux. Pour commencer, on connaît la composition exacte de chaque service de vol lors de la création du réseau. Ensuite, on sait à quels endroits et moments les repos peuvent être pris par les équipages, ce qui permet la création d'arcs d'attente. Toutes ces informations font en sorte qu'il est possible d'attribuer le coût d'un service de vol à l'arc qui le représente en suivant une règle complexe. Cette règle diffère d'un transporteur aérien à l'autre, mais tient généralement compte des coûts d'hôtel et de limousine ainsi que des pénalités pour les services de vol comportant trop peu d'heures travaillées ou jugés trop longs. Cette règle complexe est généralement non linéaire, mais elle ne rend pas l'ébauche du modèle non linéaire, car elle est appliquée a priori lors de la phase de construction du réseau et non pas dans la phase de résolution de l'ébauche du modèle.

### 3.3.1 Services de vol avec un seul changement d'avion

En examinant de plus près les services de vol typiquement trouvés dans les solutions tirées du milieu industriel et, plus particulièrement, pour des instances de court- et moyen-courriers, on retrouve majoritairement des services de vol avec un seul changement d'avion. Plusieurs facteurs permettent d'expliquer ce fait. D'une part, une connexion qui relie deux segments de vol desservis par le même avion peut être beaucoup plus courte qu'une connexion pendant

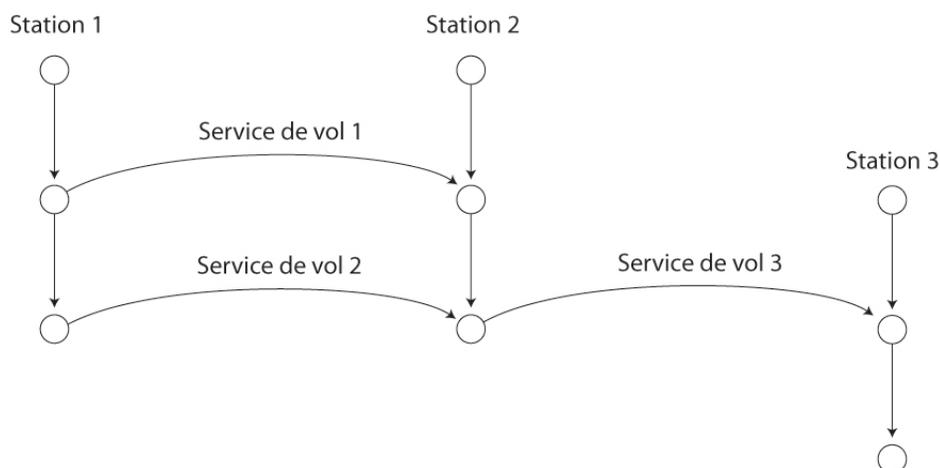


FIGURE 3.2 Réseau espace temps simple. Les arcs horizontaux représentent les services de vol et les arcs verticaux représentent les arcs d'attente.

laquelle l'équipage doit changer d'avion. D'autre part, un service de vol dans lequel il y a plusieurs changements d'avion permet d'améliorer la qualité de la solution sur papier, mais, en pratique, ces services de vol sont beaucoup plus vulnérables aux perturbations et aux aléas des opérations.

La figure 3.3 présente le parcours d'un équipage qui change d'avion lors de son service de vol. Advenant que le premier avion accuse un retard, il arrive que non seulement tous les segments de vol desservis par le premier avion soient retardés, mais aussi tous ceux qui sont desservis par le second. Par conséquent, un avion en retard peut entraîner le retard non pas d'un seul avion, mais de deux. Il suffit que le second avion doive lui aussi changer d'équipage ultérieurement pour que s'ensuive une réaction en chaîne. Bien que potentiellement dangereux, les changements d'avion sont inévitables parce qu'un équipage, contrairement à un avion, est soumis à un nombre limité d'heures de vol par jour.

Pour tenter de réduire le risque de retard à la chaîne, plusieurs tactiques sont mises en place. Une méthode consiste à mettre une pénalité sur les services de vol contenant trop de changements d'avion, afin de les rendre moins attrayants. Une autre méthode est de planifier les vols en incluant quelques stations servant de plateformes de correspondances. Un des avantages<sup>2</sup> de ces plateformes réside dans le fait qu'il est possible de regrouper dans une première vague les arrivées à la plateforme, et de regrouper dans une seconde vague les départs de la plateforme. De cette façon, on y retrouve un grand nombre d'équipages disponibles avant la vague des départs, ce qui permet de déplacer les équipages qui ont un retard sur les derniers vols de la vague des départs, et ce, sans compromettre les premiers

<sup>2</sup>Ils sont nombreux, ce qui explique que l'industrie s'articule en grande partie autour des plateformes de correspondances.

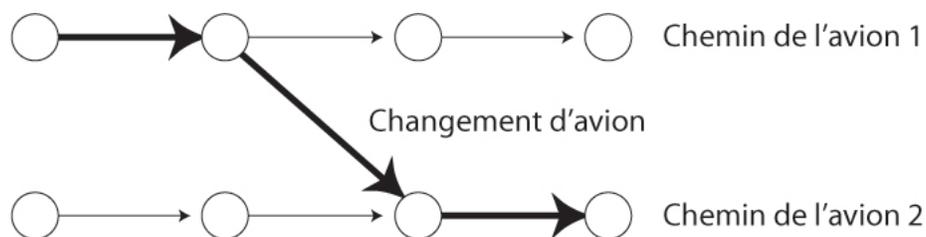


FIGURE 3.3 Impact d'un équipage qui change d'avion. Les arcs horizontaux consécutifs représentent les segments de vol qui sont effectués par un même avion. Voici, en gras, le parcours d'un équipage qui doit changer d'avion. Il va de soi que d'autres équipages doivent assurer le service sur le premier avion après le changement, et sur le second avion avant le changement.

vols de cette vague. Il faut effectuer des modifications aux solutions du problème de rotations d'équipages lorsqu'il y a des déplacements d'équipages, afin d'avoir une solution légale. Ces modifications ne seront pas étudiées dans ce mémoire, car elles surgissent dans le cadre des opérations et ne sont pas prévisibles à priori.

Le modèle développé est spécialisé de sorte à placer les services de vol ayant un seul changement d'avion au centre du modèle. Pour ce faire, les services de vol sont découpés en deux pièces : la première, avant le changement d'avion, et la seconde, après le changement d'avion, comme démontré à la figure 3.4. Une pièce de travail regroupe tous les segments de vol et les connexions effectués par un équipage sur le même avion. Les services de vol seront dès lors désignés par trois arcs représentant respectivement la première pièce, le changement d'avion et la seconde pièce.

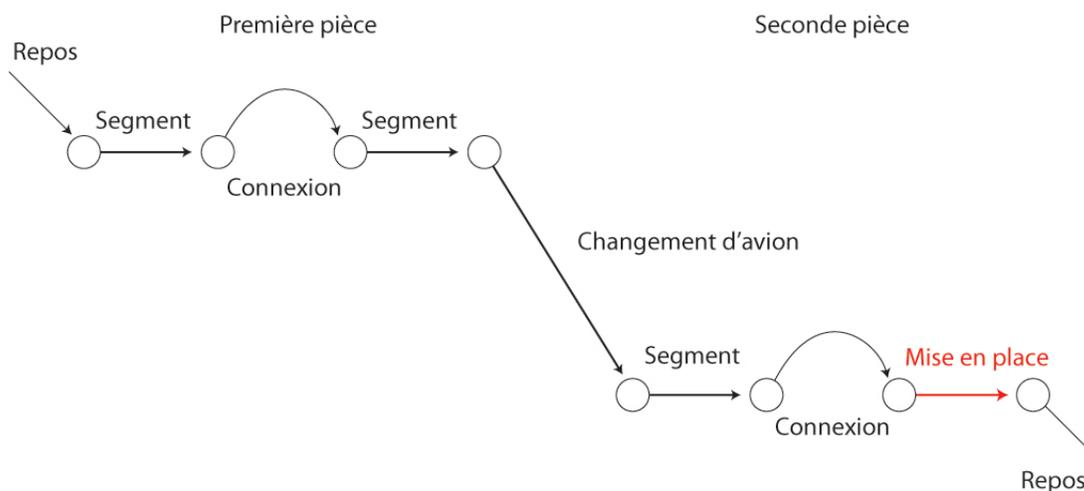


FIGURE 3.4 Détail d'un service de vol ayant un seul changement d'avion. Notez la première pièce avant le changement d'avion et la seconde, après.

La figure 3.5 présente le modèle spécialisé. Il est possible que des services de vol différents possèdent une première ou une seconde pièce de même composition. Il est donc possible que les arcs de première pièce et de seconde pièce soient utilisés par plusieurs services de vol différents. Cependant, l'arc de changement d'avion est propre à un seul service de vol, ce qui permet de placer les coûts du service de vol entièrement sur cet arc. Les arcs d'attente du modèle représentent le temps de repos des équipages entre deux services de vol qui a typiquement lieu à l'hôtel.

La sélection des services de vol avec un changement d'avion dépend du paramètre  $r_{\text{arc}}$ . Le paramètre  $r_{\text{arc}}$  représente la probabilité de choisir un service de vol parmi tous les services de vol avec au plus un changement d'avion généré par le générateur de services de vol légaux.

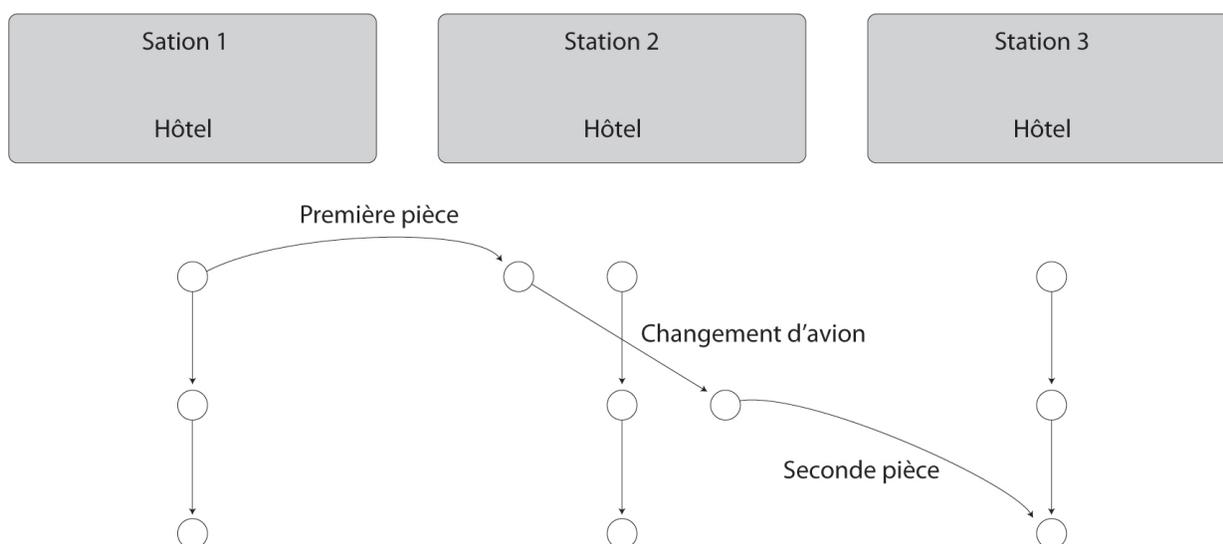


FIGURE 3.5 Modèle spécialisé comportant uniquement des services de vol avec un seul changement d'avion. Un service de vol est représenté par les arcs de première pièce, de changement d'avion et de seconde pièce. Les noeuds appartenant à une même station sont regroupés sous l'étiquette de la station correspondante. De plus, les arcs d'attente sont alignés sous l'indication hôtel de leur station.

Quoi qu'il en soit, avec cette méthode, il est impossible de modéliser des services de vol ayant plusieurs changements d'avion tout en affectant correctement les coûts des services de vol.

### 3.3.2 Services de vol avec plusieurs changements d'avion

Malgré les risques liés à l'utilisation d'un trop grand nombre de services de vol comportant plusieurs changements d'avion, il n'en demeure pas moins qu'ils ont leur importance en ce qui a trait à la richesse du modèle. Ces services de vol peuvent être intégrés au modèle

spécialisé sous forme de super arcs. Chaque super arc représente alors un seul service de vol comportant plusieurs changements d'avion. Les coûts des services de vol avec plusieurs changements d'avion sont placés entièrement sur les super arcs correspondants.

Bien que cet ajout augmente la taille du modèle, il ne devrait pas avoir un impact trop significatif sur celle-ci, car ces services de vol sont générés beaucoup moins souvent que les autres types par les générateurs de services de vol légaux. À cet égard, les super arcs permettent d'enrichir le modèle tout en conservant une taille raisonnable et en affectant correctement les coûts des services de vol sur les arcs du modèle.

La sélection des services de vol avec plusieurs changements d'avion dépend du paramètre  $r_{\text{super}}$ . Le paramètre  $r_{\text{super}}$  représente la probabilité de choisir un service de vol parmi tous les services de vol avec plusieurs changements d'avion générés par le générateur de services de vol légaux.

### 3.3.3 Services de vol sans changement d'avion

Le traitement des services de vol ne comportant aucun changement d'avion doit être le même que pour les services de vol subissant plusieurs changements d'avions. En effet, il faut s'assurer qu'il n'existe aucune ambiguïté entre les services de vol sans changement d'avion et ceux comportant un seul changement d'avion, et ce, afin d'affecter correctement les coûts des services de vol dans le modèle. Chaque service de vol sans changement d'avion est représenté par un seul arc, nommé une pièce uniquement, sur lequel est placé le coût total du service de vol en question.

La sélection des services de vol sans changement d'avion dépend du paramètre  $r_{\text{arc}}$ . Le paramètre  $r_{\text{arc}}$  représente la probabilité de choisir un service de vol parmi tous les services de vol avec au plus un changement d'avion générés par le générateur de services de vol légaux.

### 3.3.4 Réseau espace-temps développé

La figure 3.6 présente le modèle développé, les noeuds appartenant à une même station sont regroupés sous l'étiquette de la station correspondante. De même, les arcs d'attente du modèle représentent le temps de repos des équipages entre deux services de vol, qui a typiquement lieu à l'hôtel, et sont regroupés sous l'indication hôtel de leur station. De plus, les noeuds où finissent les arcs de première pièce sont regroupés sous l'indication entrant de leur station. Finalement, les noeuds où commencent les arcs de deuxième pièce sont regroupés sous l'indication sortant de leur station.

Dans le modèle, les services de vol ayant un seul changement d'avion sont représentés tels que décrits à la section 3.3.1 et les services de vol sans et avec plusieurs changements d'avions

sont représentés tels que décrits aux sections 3.3.2 et 3.3.3. Les coûts des services de vol sont placés respectivement sur les arcs une pièce uniquement, changement d'avion et super arc. De plus, les arcs d'attente ont un coût en fonction de leur durée. Le coût d'un arc d'attente est calculé en multipliant la constante  $C_{\text{attente}}$  par la durée en minutes de l'arc en question. Les arcs première pièce et seconde pièce ont tous un coût nul.

De plus, le modèle est cyclique et des arcs d'attente reliant les derniers noeuds d'attente aux premiers sont ajoutés. Un modèle cyclique est privilégié malgré ses désavantages, tels que présentés dans la section 2.3.4, car il possède aussi de nombreux avantages, comme mentionné à la section 2.3.2. Toutefois, au lieu d'utiliser un problème cyclique sur une période d'une journée, le modèle développé s'étendra sur une semaine complète avec l'espoir d'amoinrir les désavantages des modèles cycliques.

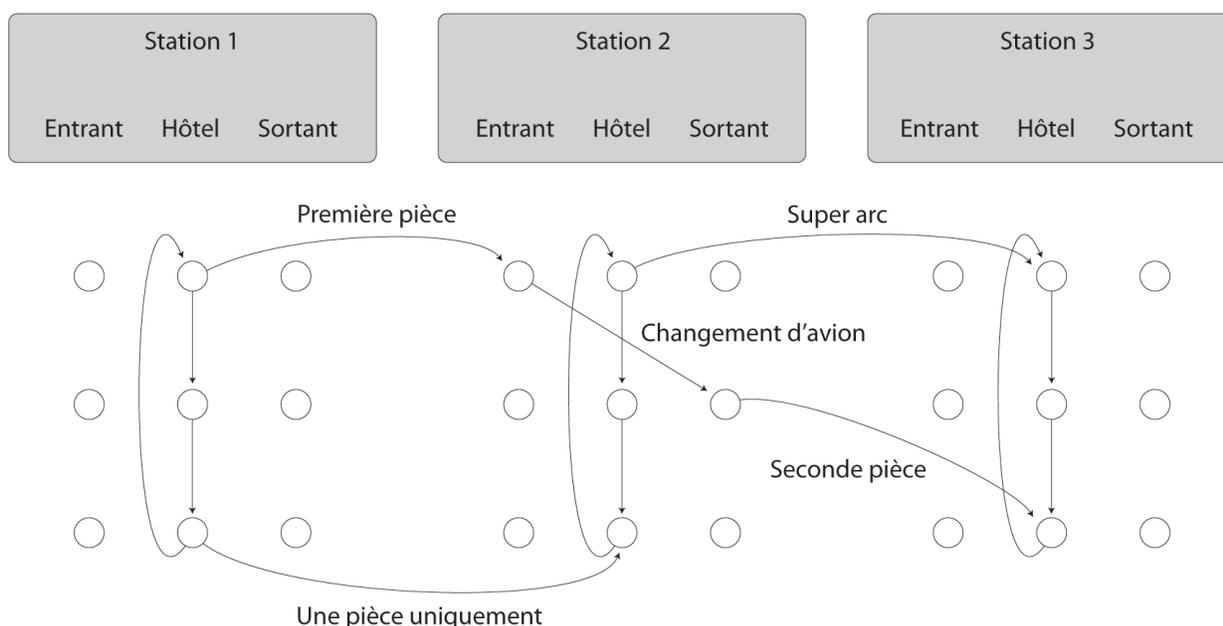


FIGURE 3.6 Modèle final. Ce modèle reprend le modèle spécialisé sur les services de vol comportant un seul changement d'avion et y ajoute des arcs pour les services de vol subissant plusieurs changements d'avions ou aucun. De plus, ce modèle est cyclique grâce aux chaînes d'arcs d'attente. Les noeuds appartenant à une station sont regroupés sous l'étiquette de la station correspondante. De plus, les arcs d'attente sont alignés sous l'indication hôtel de leur station.

Bien que convaincant, il est impératif d'ajouter quelques précisions à ce modèle pour affecter correctement les coûts des services de vol et utiliser le plus petit nombre d'arcs possible.

### 3.3.5 Modifications du réseau espace-temps

#### Affectation des coûts

Une première difficulté provient directement du réseau espace-temps. En effet, dans un tel réseau, chaque noeud représente un endroit à un moment donné. Advenant le cas de deux premières pièces<sup>3</sup> de composition différente qui finissent à la même station et au même moment ; on n'est alors plus en mesure d'affecter correctement les coûts des services de vol. La figure 3.7 illustre ce cas particulier.

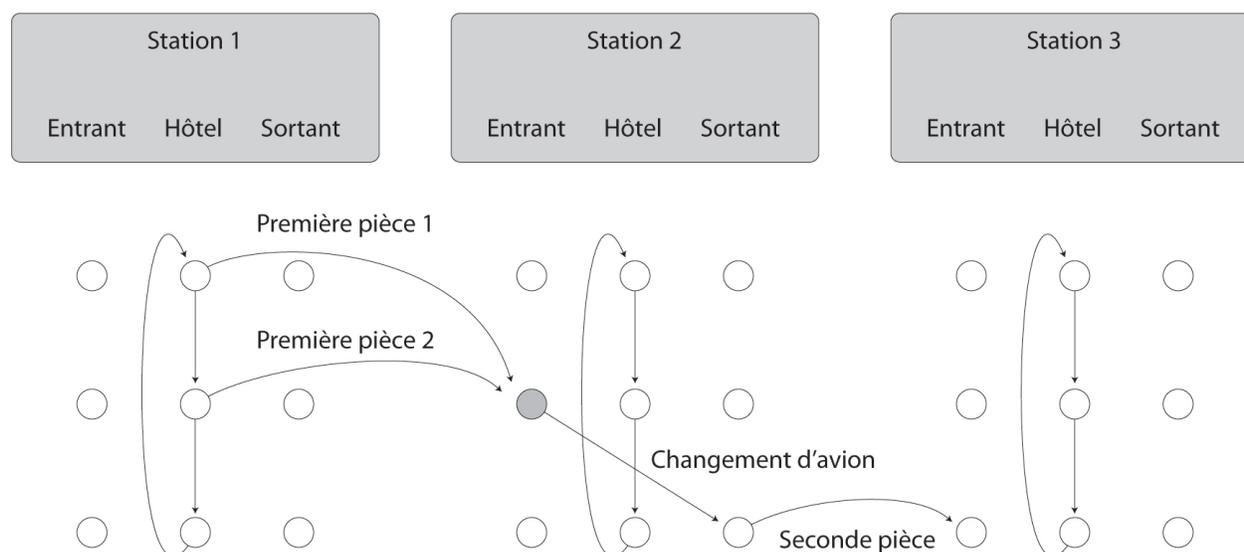


FIGURE 3.7 Cas particulier où il n'est pas possible d'affecter correctement les coûts des services de vol. Le noeud en gris est la cause du problème, car il peut y avoir deux premières pièces différentes précédant le changement d'avion. Ce cas particulier est dû aux propriétés des réseaux espace-temps.

Afin de correctement affecter les coûts des services de vol dans ce cas particulier, le réseau utilisé s'éloigne quelque peu des réseaux espace-temps traditionnels. En effet, pour empêcher ce cas particulier de survenir, il suffit de dédoubler les noeuds entrants de telle sorte que chaque première pièce<sup>4</sup> termine sur un noeud qui lui est propre. La figure 3.8 illustre la correction apportée au cas particulier présenté à la figure 3.7.

<sup>3</sup>On est dans la même situation lorsque les fins de deux secondes pièces concordent. Le traitement et la correction de ce cas particulier sont similaires au cas de deux premières pièces.

<sup>4</sup>Pour les secondes pièces, il faut dédoubler les noeuds sortants.

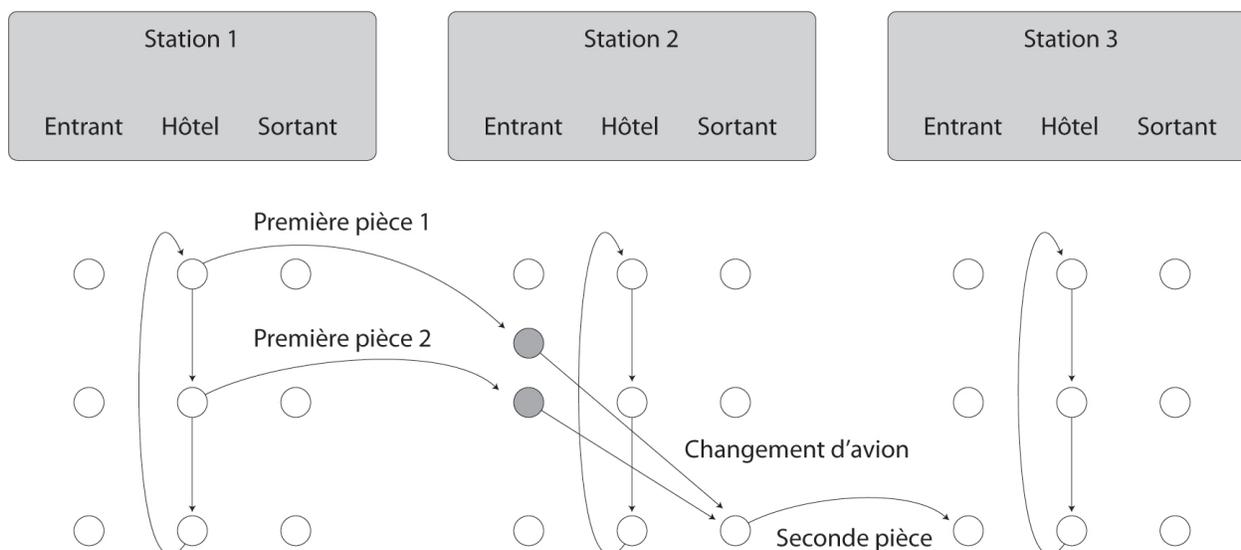


FIGURE 3.8 Correction apportée au cas particulier présenté à la figure 3.7. Les noeuds en gris représentent le même endroit et le même moment. Ce dédoublement assure une affectation des coûts sans faille.

### Période de repos

Il est important d'imposer une période de repos à la fin de chaque service de vol. Pour ce faire, l'arc de la deuxième pièce de chaque service de vol se terminera, non pas à la fin du service de vol, mais après la période de repos obligatoire. La figure 3.9 illustre cette modification. De plus, les super arcs et les arcs une pièce uniquement sont modifiés de la même façon que les arcs de deuxième pièce pour inclure la période de repos obligatoire.

### Arcs d'attente

Il est possible de réduire le nombre d'arcs d'attente. Pour ce faire, il suffit de remarquer que les noeuds d'attente qui n'ont que des arcs entrants, nonobstant les arcs d'attente, et qui sont consécutifs peuvent tous être agrégés dans le noeud suivant qui possède le premier arc sortant. La figure 3.10 présente ce cas.

Il est important de souligner que ce genre d'agrégation est particulièrement efficace dans un contexte de plateformes de correspondance.

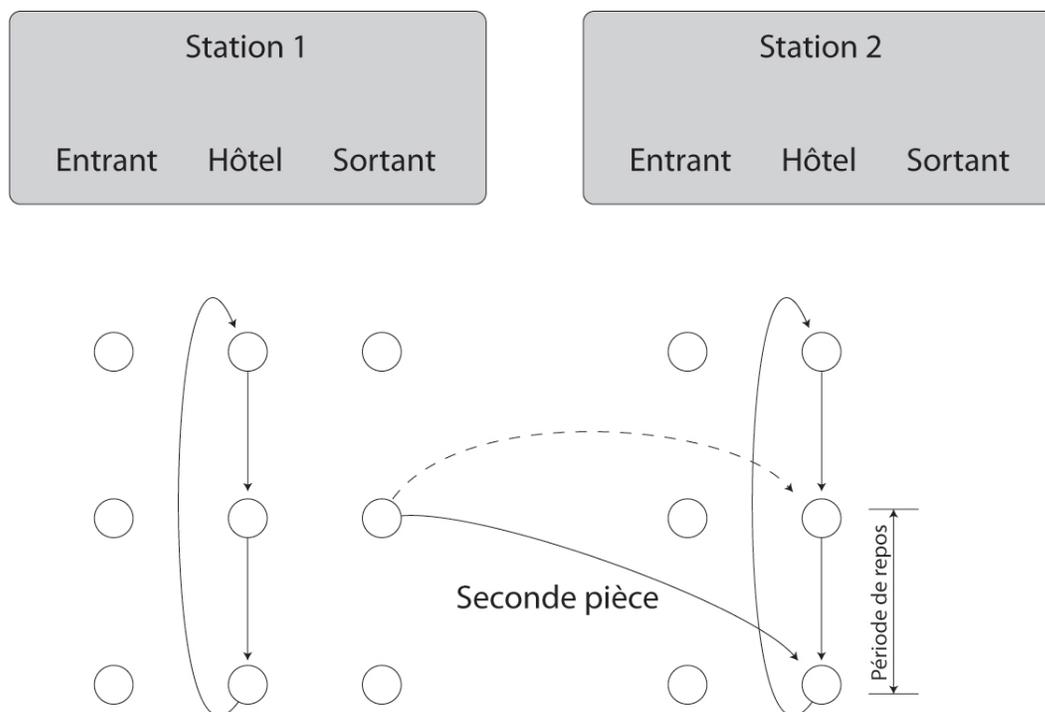


FIGURE 3.9 Périodes de repos obligatoires. L'arc en tirets devrait être celui présent dans le modèle, mais on utilise plutôt celui en trait plein. Cela permet d'imposer une période de repos obligatoire à la fin de chaque service de vol.

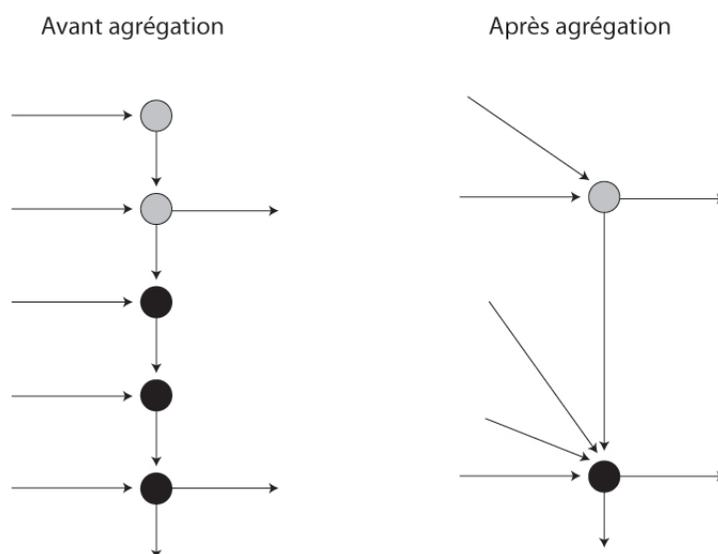


FIGURE 3.10 Agrégation des noeuds d'attente. Les noeuds en gris peuvent être agrégés, de même que les noirs.

### 3.3.6 Coûts sur les arcs

#### Coûts sur les arcs de changement d'avion

Comme chaque service de vol est représenté par au moins un arc unique, pour plus de détails voir les sections 3.3.1, 3.3.2 et 3.3.3, les coûts de chaque service de vol du modèle sont inclus en totalité sur ces arcs. On peut donc utiliser une fonction non linéaire pour déterminer le coût qu'il faut donner aux services de vol<sup>5</sup>. La fonction est fournie par notre partenaire industriel et évalue le coût d'un service de vol pris individuellement.

La fonction coût de notre partenaire industriel pour évaluer le coût d'un service de vol est la suivante :  $\max(\text{minimum d'heures travaillées}, \text{nombre d'heures travaillées}, \frac{1}{2} \times \text{durée totale})$ . Le minimum d'heures travaillées correspond au nombre d'heures minimum qui sont payées aux équipages, même s'ils travaillent moins d'heures lors d'un service de vol donné. Le minimum d'heures travaillées est fixé à 4 heures et 30 minutes. Le nombre d'heures travaillées correspond au nombre d'heures travaillées par l'équipage lors du service de vol en question. La durée totale correspond à la durée totale du service en vol, incluant les périodes de transit de début et de fin du service de vol en question. De cette façon les services de vol avec trop peu d'heures travaillées ou avec durée excessive sont pénalisés.

De plus, on ajoute à la fonction coût de notre partenaire industriel les coûts de la location des chambres d'hôtel et de la limousine entre la station et l'hôtel aux coûts des services de vol. Les coûts de location des chambres d'hôtel et de la limousine pour chaque station proviennent de notre partenaire industriel.

#### Coûts sur les arcs d'attente

Les coûts des arcs d'attente servent à pénaliser uniquement les temps d'attente excessifs entre deux services de vol. Les arcs d'attente sont placés sous l'indication hôtel dans les figures 3.5 à 3.9 uniquement parce que les repos ont typiquement lieu dans un hôtel et non pas parce que les arcs d'attente sont liés à un hôtel en particulier.

Les coûts sur les arcs d'attente sont, quant à eux, beaucoup plus difficiles à choisir. En effet, il faut se rappeler que les services de vol sont, par la suite, regroupés pour former des rotations d'équipages. La fonction coût de notre partenaire industriel pour une rotation d'équipage est la suivante :  $\max(\text{minimum d'heures travaillées}, \text{nombre d'heures travaillées}, \frac{1}{4} \times \text{durée totale})$ . Dans cette fonction, le minimum d'heures travaillées est la somme du nombre minimum d'heures travaillées de chaque service de vol composant la rotation, le nombre d'heures travaillées correspond au nombre total d'heures travaillées dans la rotation et la durée totale correspond à la durée totale de la rotation.

---

<sup>5</sup>Voir la section 3.3 pour plus de détails.

Les coûts des services de vol permettent de bien évaluer les coûts des rotations d'équipages pour la partie relative au nombre d'heures travaillées dans la rotation. Par contre, il est très difficile d'évaluer la durée totale d'une rotation avec le modèle linéaire, car on ne sait pas à priori comment les différents services de vol seront regroupés pour former les rotations d'équipages. Cela fait en sorte qu'il est très difficile d'évaluer avec précision la partie des coûts d'une rotation d'équipage relative à sa durée totale.

Le coût d'un arc d'attente est calculé en multipliant la constante  $C_{\text{attente}}$  par la durée en minutes de l'arc en question. Ceci n'est pas une modélisation précise des coûts réels du temps d'attente dans les rotations d'équipages. Le chapitre 5 présente l'impact de  $C_{\text{attente}}$  sur les solutions optimales du modèle linéaire.

Il serait intéressant d'utiliser des réseaux de neurones pour choisir plus finement les coûts des arcs d'attente du modèle linéaire. Pour une bonne introduction aux réseaux de neurones, veuillez consulter Bishop (2006). Les réseaux de neurones sont très efficaces dans les problèmes non linéaires pour lesquels on dispose de beaucoup de données pour les entraîner. Or, notre partenaire industriel dispose de beaucoup d'information sur les différentes rotations d'équipages, ce qui favorise une approche avec des réseaux de neurones.

Il serait donc possible d'entraîner un réseau de neurones afin d'estimer la contribution des différents services de vol et des arcs d'attente au coût des rotations d'équipages. L'approximation pourra ensuite être introduite dans le modèle mathématique en modifiant les coûts des services de vol et des arcs d'attente. Actuellement, les réseaux de neurones ne sont pas encore utilisés pour modifier les coûts des services de vol et des arcs d'attente du modèle linéaire.

### 3.3.7 Contraintes de conservation de flot

Les contraintes de conservation de flot imposent le respect de la structure de flot du modèle. De plus, ces contraintes assurent la conservation de la quantité d'équipages sur l'ensemble du réseau espace-temps. Pour chaque noeud du réseau espace-temps, la somme des flots entrants doit être égale à la somme des flots sortants.

### 3.3.8 Contraintes de couverture

Les contraintes de couverture des pièces de travail sont, quant à elles, plus subtiles et ne permettent pas de conserver intacte la structure de flot du modèle. Les contraintes de couverture se répartissent dans deux classes distinctes.

La première classe est relative aux mises en place et stipule une borne supérieure au nombre d'équipages pouvant effectuer une mise en place particulière. Cela est simplement dû

au fait que le nombre de sièges pouvant être alloués pour des mises en place est limité. Par contre, ces contraintes sont rarement actives, d'abord parce que la borne est relativement élevée et, ensuite, parce que les mises en place ont un fort coût supplémentaire dans la fonction objectif, ce qui les rend beaucoup moins attrayantes que les segments de vol.

La seconde classe est relative aux segments de vol. Un segment de vol doit être couvert une seule fois par un équipage. Ces contraintes sont beaucoup plus restrictives que celles de la première classe, car non seulement la borne supérieure est beaucoup plus basse, mais les segments de vol sont aussi beaucoup plus attrayants vis-à-vis de la fonction coût que les mises en place.

Il reste cependant que ces deux classes de contraintes brisent la structure de flot du modèle. En effet, ces contraintes ne peuvent pas s'appliquer individuellement à des arcs particuliers, mais bien à des ensembles d'arcs, car le même segment de vol ou la mise en place peut être présent dans différentes pièces de travail à la fois. Il s'ensuit que le flot sur un arc peut par la suite interdire le flot sur un ensemble d'arcs, ce qui détruit la structure de flot du modèle.

### 3.4 Modèle de programmation linéaire

Une fois le modèle présenté dans son ensemble, il est temps de présenter les équations mathématiques qui le définissent :

$$\min \sum_{i \in E} c_i x_i + \sum_{j \in A} \Psi \Gamma_j + \sum_{k \in B} \Psi \Gamma_k \quad (3.1)$$

Sous les contraintes :

$$\sum_{i \in v^-} x_i - \sum_{j \in v^+} x_j = 0, \forall v \in V \quad (3.2)$$

$$\text{s.c.} \sum_{i \in E} a_{ij}^1 x_i + \Gamma_j = 1, \forall j \in A \quad (3.3)$$

$$\sum_{i \in E} a_{ik}^2 x_i - \Gamma_k \leq M_k, \forall k \in B \quad (3.4)$$

$$x_i \geq 0, \Gamma_j \geq 0, \forall i \in E, \forall j \in A \cup B, \quad (3.5)$$

où  $E$  est l'ensemble des arcs du modèle,  $x$  est un vecteur de  $\mathbb{R}^{|E|}$  qui représente la quantité de flot sur les arcs du réseau,  $c$  est un vecteur de  $\mathbb{R}^{|E|}$  qui représente le coût associé à chaque arc,  $A$  est l'ensemble des segments de vol du problème,  $B$  est l'ensemble des mises en place du problème,  $\Gamma$  est un vecteur de  $\mathbb{R}^{|A|+|B|}$ , soit les variables d'écart et de surplus du modèle,  $V$  est l'ensemble des noeuds du modèle ;  $a_{ij}^1$  prend la valeur 1 si l'arc  $i$  couvre le segment de

vol  $j$  et zéro sinon,  $a_{ik}^2$  prend la valeur 1 si l'arc  $i$  couvre la mise en place  $k$  et zéro sinon ;  $\Psi$  est le coût des variables d'écart et de surplus et, finalement,  $M_k$  est la quantité d'équipages pouvant utiliser la mise en place  $k$ . De plus,  $v^-$  et  $v^+$  désignent respectivement l'ensemble des arcs sortants et entrants du sommet  $v$ .

Les contraintes (3.2) assurent la conservation de flot pour chaque noeud du modèle. Les contraintes (3.3) assurent la couverture des segments de vol. Par la suite, les contraintes (3.4) imposent le respect du nombre maximal de places disponibles pour chaque mises en place. Ces deux groupes de contraintes sont les seuls qui brisent la structure de flot du programme linéaire. De plus, les inégalités (3.5) assurent la non-négativité des variables, sans toutefois imposer des valeurs entières aux variables.

Afin de faciliter la résolution du modèle, une petite perturbation uniforme est effectuée sur les coûts des arcs du modèle. Cette perturbation permet de réduire la dégénérescence tout en ne modifiant que légèrement la fonction objectif du modèle. Cela permet généralement de réduire les temps de calcul. La perturbation est réalisée en ajoutant au coût de chaque arc le nombre résultant de l'opération suivante : on tire selon une distribution uniforme un nombre entier compris entre 1 et 100 et on le multiplie par  $\epsilon_{\text{pertub}}$ .

Il est facile de remarquer qu'il n'y a aucune perturbation si l'on choisit zéro comme valeur de  $\epsilon_{\text{perturb}}$ . L'impact de cette perturbation sur les solutions obtenues ainsi que sur les temps de calcul est présenté plus en détail dans la section 5.2.5.

# Chapitre 4

## CRÉATION DE L'AGRÉGATION INITIALE

Pour résoudre le problème de rotations d'équipages avec l'agrégation dynamique, il faut une agrégation initiale des différents segments de vol. Les premières agrégations utilisées jusqu'ici sont très simplistes puisqu'elles se contentent de suivre le chemin des avions, c'est-à-dire que tous les segments de vols desservis par le même avion sont agrégés dans le même agrégat. Cette agrégation a pour mérite d'être très facile à implémenter car les chemins des avions sont connus avant de résoudre le problème de rotations d'équipages. En revanche, cette approche ne permet pas de trouver une agrégation de qualité, car les agrégats sont pour la plupart du temps irréalisables<sup>1</sup>. En conséquence, l'agrégation dynamique doit modifier plusieurs fois l'agrégation initiale avant de trouver une solution réalisable. Cela nuit aux performances de l'agrégation dynamique. En effet, la taille du problème maître réduit et agrégé augmente, car l'agrégation initiale est très désagrégée au début de l'agrégation dynamique.

L'agrégation initiale proposée dans ce mémoire est développée en utilisant les résultats obtenus grâce au modèle linéaire présenté au chapitre 3. Une fois l'agrégation initiale trouvée, elle sera utilisée par l'agrégation dynamique pour résoudre le problème de rotations d'équipages. De plus, la solution obtenue avec le modèle mathématique sera utilisée pour guider la réduction des sous-problèmes dans l'algorithme *Bi-Dynamic Constraint Aggregation* (BDCA).

### 4.1 Agrégation initiale contenant des services de vol

Nous proposons d'agréger les segments de vol qui composent les services de vol présents dans la solution du modèle linéaire. Cette agrégation initiale se base essentiellement sur les services de vol et ne tient pas compte des spécificités des rotations d'équipages. Néanmoins, elle offre de nombreux avantages sur l'agrégation initiale qui consiste à suivre les avions. Premièrement, cette nouvelle agrégation initiale tient compte du nombre d'heures de travail maximum permis quotidiennement aux pilotes. Deuxièmement, les contraintes difficiles provenant des conventions collectives, des politiques de la compagnie et de la réglementation

---

<sup>1</sup>Un pilote ne peut pas travailler 24 h sur 24 comme le font certains avions.

gouvernementale sont prises en compte en ce qui a trait aux services de vol.

Il reste cependant que cette approche est myope en ce sens qu'elle s'intéresse aux services de vol individuellement, sans considérer le problème de rotations d'équipages dans son ensemble avec toutes ses spécificités. Certaines contraintes sur l'assemblage des services de vol pour former des rotations d'équipages ont été considérées par le modèle linéaire mais d'autres ont été ignorées.

### 4.1.1 Solutions fractionnaires

Il faut toutefois faire attention lors de l'agrégation des services de vol, car les solutions du modèle linéaire sont fractionnaires. Cela implique que le même segment de vol peut être couvert par plusieurs services de vol différents. Cette situation est gênante, car si on agrège tous les services de vol d'une solution, il est possible qu'un segment de vol se retrouve en même temps dans plusieurs agrégats de l'agrégation initiale.

### 4.1.2 Branchement heuristique

Pour contourner les difficultés liées aux solutions fractionnaires, une solution entière est requise. Une première façon de construire une agrégation initiale est d'obtenir une solution entière qui peut ne pas être optimale. Une solution entière est obtenue en utilisant une approche de *branch and bound* en partant de la solution fractionnaire du modèle linéaire. Dans cette méthode, les décisions de branchement sont heuristiques, en profondeur d'abord, et on s'arrête dès qu'une solution entière est trouvée. Ceci permet de trouver une solution entière tout en explorant seulement une petite partie de l'arbre de branchement. Remarquons qu'il n'y a jamais de retour en arrière dans l'arbre de branchement parce que la solution ne devient jamais irréalisable en fixant des services de vol à 1. Les segments de vol peuvent toujours être couverts par des variables d'écart et ces singletons peuvent devenir des agrégats si nécessaire. De plus, ce branchement peut être accéléré en fixant plusieurs variables à la fois à un noeud de branchement. Par conséquent, les temps de calcul pour obtenir une solution entière à partir d'une solution fractionnaire restent raisonnables. La solution entière trouvée grâce à ce *branch and bound* est ensuite utilisée pour créer l'agrégation initiale tel que présentée précédemment.

## 4.2 Réduction des sous-problèmes dans l'algorithme BDCA

La solution fractionnaire du modèle linéaire est aussi utilisée pour guider la phase de réduction des sous-problèmes dans l'algorithme BDCA. Les services de vol présents dans

la solution du modèle linéaire sont ajoutés en premier dans les réseaux des différents sous-problèmes du problème de rotations d'équipages. On peut ajouter aussi aux sous-problèmes les services de vol ayant un coût réduit inférieur à un certain seuil. Ce seuil peut être augmenté au cours de la résolution pour atteindre la solution optimale.

### 4.3 Agrégation initiale contenant des rotations

Un logiciel de construction de rotations d'équipages peut être utilisé pour obtenir rapidement des rotations d'équipages initiales à partir de la solution fractionnaire du modèle linéaire. De plus, cette construction des rotations d'équipages est une bonne façon d'évaluer les faiblesses du modèle linéaire qui a négligé certaines contraintes sur l'enchaînement des services de vol dans les rotations.

Actuellement, les problèmes de rotations d'équipages sont résolus avec plusieurs dizaines de milliers de services de vol en tenant compte des différentes contraintes relatives aux rotations d'équipages. Les solutions du modèle linéaire contiennent environ mille services de vol pour les plus grandes instances. Il en résulte qu'il serait possible de résoudre très rapidement un problème réduit de rotations d'équipages avec uniquement les services de vol présents dans les solutions du modèle linéaire, car le problème à résoudre est beaucoup plus petit que les problèmes actuellement résolus par notre partenaire industriel. Or, comme on utilise un nombre réduit de services de vol, il serait important d'ajouter des variables d'écart, afin de permettre la non couverture des segments de vol difficiles à couvrir. La résolution de ce problème réduit de rotations d'équipages permettrait de définir les rotations d'équipages qui satisfont à toutes les contraintes sur les rotations d'équipages<sup>2</sup>.

Cette approche permet d'obtenir une façon de confectionner une nouvelle agrégation initiale intéressante. Dans cette nouvelle agrégation initiale, les agrégats contiennent les segments de vol contenus dans les rotations d'équipages légales et, au besoin, des agrégats contiennent les segments de vol individuels couverts par une variable d'écart. De surcroît, les rotations d'équipages étant légales, cette nouvelle agrégation respecte toutes les contraintes relatives aux rotations d'équipages. Les solutions trouvées en résolvant le problème réduit servent à l'évaluation et à la calibration des paramètres du modèle linéaire. La qualité des solutions du modèle linéaire est évaluée avec le nombre de segments de vol non couverts dans la solution du problème réduit. De plus, les coûts des rotations d'équipages ainsi construites pourront aussi être utilisés pour évaluer le modèle linéaire.

---

<sup>2</sup>Hormis les contraintes de couverture qui peuvent être violées par l'introduction des variables d'écart.

## 4.4 Approche privilégiée et état des réalisations

L'agrégation initiale contenant des rotations d'équipages comporte plusieurs avantages. Premièrement, elle permet d'espérer une meilleure agrégation initiale, car plus de contraintes sont prises en considération que dans le cas de l'agrégation contenant des services de vol. De plus, le développement de l'agrégation initiale contenant des rotations d'équipages est basé sur des logiciels existants chez notre partenaire industriel. Pour ces raisons, l'agrégation initiale contenant des rotations d'équipages est l'approche privilégiée à considérer. Les travaux pour l'implémentation et la confection de l'agrégation initiale contenant des rotations d'équipages n'ont pas pu être menés à terme. Le personnel d'AD OPT n'était pas disponible pour adapter leur logiciel de construction de rotations d'équipages pour y introduire les services de vol contenus dans la solution du modèle linéaire. De plus, l'agrégation initiale présentée à la section 4.1 n'a pas été développée avant de savoir si on en a besoin. Pour compléter ce travail, il faut évaluer l'agrégation initiale et choisir une méthode pour la confection de l'agrégation initiale. En plus, il faut pouvoir utiliser une version stable de l'algorithme BDCA, qui sera disponible très bientôt grâce au travail incessant de notre partenaire industriel. Les résultats préliminaires sur le temps de calcul, que nous verrons au chapitre suivant, et des contraintes considérées sont suffisamment prometteurs pour que AD OPT ait décidé de poursuivre le projet. Présentement, un chercheur postdoctoral est embauché par AD OPT pour poursuivre le travail.

# Chapitre 5

## RÉSULTATS

Ce chapitre présente les résultats obtenus grâce au modèle linéaire expliqué au chapitre 3. L'implémentation du modèle a été réalisée en C++ et on a utilisé la version 10.1.1 du logiciel CPLEX développé par ILOG pour résoudre le modèle linéaire. Tous les calculs ont été réalisés sur un ordinateur ayant un processeur Intel Core 2 quad core Q9550 cadencé à 2.83 GHz.

### 5.1 Jeux de données

Quatre jeux de données ont été gracieusement fournis par AD OPT, une division de Kronos. Chaque jeu de données définit une instance d'une durée d'une semaine. Il s'agit d'instances réelles de court- et moyen-courriers d'un transporteur d'Amérique du Nord. Les instances sont constituées de plusieurs informations :

- l'ensemble des services de vol générés par le générateur de services de vol légal ;
- l'ensemble des segments de vol à couvrir ;
- l'identifiant unique de l'avion couvrant chaque segment de vol ;
- l'ensemble des mises en place pouvant être effectuées sur des segments de vol de la compagnie ;
- l'ensemble des mises en place pouvant être effectuées sur des segments de vol d'autres compagnies ;
- les informations et les coûts relatifs aux hôtels disponibles à chaque station ou base ;
- les fonctions de coût des services de vol et des rotations d'équipages de la compagnie.

De plus, le transporteur en question utilise un réseau de stations et de bases articulées autour de différentes plateformes de correspondances. Cela permet de tirer pleinement profit de l'agrégation des noeuds d'attentes, comme présenté à la section 3.3.5.

Dans la suite du chapitre, les instances sont respectivement notées : WP1, WP2, WP3 et WP4. De plus, les différentes stations et bases desservies sont numérotées de 1 à 85.

### 5.1.1 Particularités des instances

En premier lieu, les instances WP1 et WP2 représentent le même réseau aérien, mais elles utilisent chacune des types d'avions différents. Cette particularité fait en sorte que ces deux instances n'ont aucun lien entre elles, si ce n'est que la topographie du réseau.

En second lieu, les instances WP3 et WP4 sont deux parties différentes d'une instance de plus grande taille qui n'ont pas beaucoup d'interrelations entre elles. De fait, cette instance représentée par l'union de WP3 et de WP4 est de bien trop grande taille pour être résolue directement en nombres entiers.

## 5.2 Résolution du modèle linéaire

Le modèle linéaire présenté au chapitre 3 a été utilisé pour trouver une solution initiale en nombres réels aux différentes instances. Les solutions initiales contiennent les services de vol qui sont utilisés pour construire l'agrégation initiale de l'agrégation dynamique des contraintes.

### 5.2.1 Paramètres du modèle et leurs impacts

Il y a plusieurs paramètres qui peuvent être modifiés dans le modèle linéaire. Les différents paramètres sont présentés dans le tableau suivant :

TABLEAU 5.1 Paramètres du modèle linéaire

Paramètre	Description	Intervalle
$\Psi$	Coût des variables d'écart et de surplus du modèle linéaire	$[0, +\infty]$
$\epsilon_{\text{perturb}}$	Amplitude de la perturbation aléatoire uniforme	$[0, +\infty]$
$C_{\text{attente}}$	Coût des arcs d'attente par minute	$[0, +\infty]$
$r_{\text{arc}}$	Probabilité qu'un arc soit inclus dans le modèle	$[0, 1]$
$r_{\text{super}}$	Probabilité qu'un super arc soit inclus dans le modèle	$[0, 1]$

Sauf indications contraires, on a utilisé  $\Psi = 10^6$  pour éviter que les différentes contraintes du modèle soient trop facilement violées. En effet, une valeur trop petite ferait en sorte qu'il serait économique de ne pas couvrir un segment de vol. Néanmoins, on permet l'utilisation des variables d'écart pour couvrir des segments de vol qui difficiles à couvrir ou impossibles à couvrir.

Le paramètre  $\epsilon_{\text{perturb}}$  sert à définir l'amplitude de la perturbation uniforme qui influence les coûts de chaque arc du problème. Cette perturbation sert à briser la dégénérescence et à accélérer ainsi la résolution du programme mathématique. Il faut absolument que cette

perturbation soit petite par rapport aux coûts présents sur les arcs, car il faut s'assurer de ne pas trop influencer la solution du programme mathématique à résoudre. Par défaut,  $\epsilon_{\text{pertub}}$  est égal à 0.

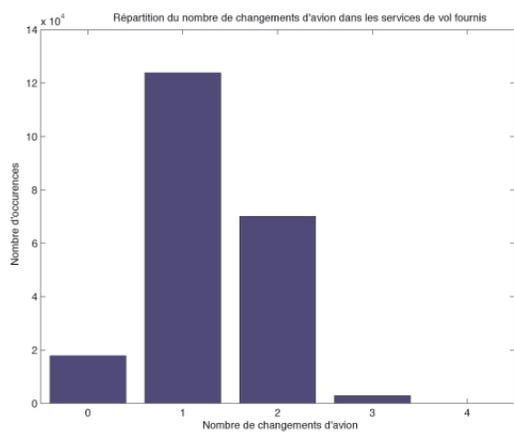
Il est difficile de choisir une valeur appropriée à  $C_{\text{attente}}$ , étant donné qu'il convient de représenter un comportement non linéaire par une fonction linéaire. Il faut aussi souligner le fait que si  $C_{\text{attente}}$  est trop faible, il y aura beaucoup trop de temps d'attente dans les solutions. Par contre, si  $C_{\text{attente}}$  est trop important, les coûts d'attente viendront à prendre le pas sur tous les autres coûts du programme linéaire et la solution sera choisie uniquement en fonction des coûts d'attente sans tenir compte des coûts liés aux services de vol. La valeur par défaut pour  $C_{\text{attente}}$  est de  $\frac{1}{2}$ .

Les paramètres  $r_{\text{arc}}$  et  $r_{\text{super}}$  servent à définir le pourcentage des arcs et des super arcs présents dans le modèle. Cela permet de modifier facilement la taille du problème et d'en étudier les conséquences sur les temps de calcul ainsi que sur les solutions trouvées. Il va sans dire que ces probabilités n'affectent pas directement les arcs d'attente. Les valeurs par défaut de  $r_{\text{arc}}$  et de  $r_{\text{super}}$  sont toutes deux égales à l'unité.

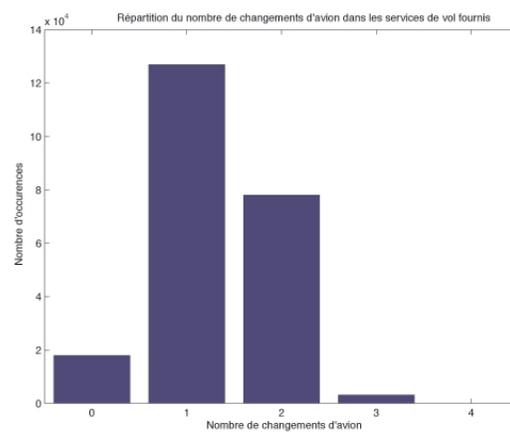
## 5.2.2 Importance des services de vol avec un seul changement d'avion

Les figures 5.1(a) à 5.1(d) montrent, pour les services de vol fournis par le générateur de services de vol, leur répartition en fonction du nombre de changements d'avion qu'ils contiennent. Dans les instances WP1 et WP2, les services de vol ayant un seul changement d'avion sont les plus nombreux. Pour les instances WP3 et WP4, ce sont les services de vol avec deux changements d'avion qui sont les plus nombreux, mais les services de vol avec un seul changement d'avion sont néanmoins largement représentés.

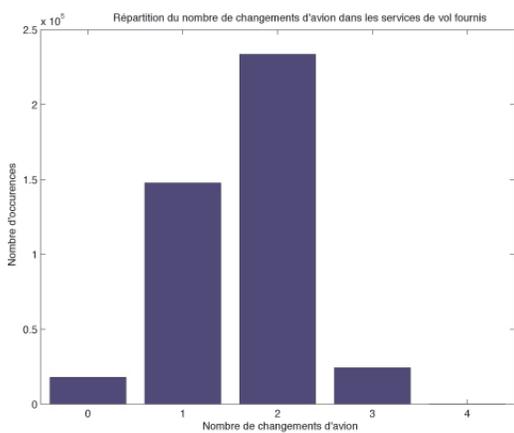
De plus, les figures 5.2(a) à 5.2(d) montrent la répartition des services de vol en fonction du nombre de changements d'avion dans les solutions trouvées avec les valeurs par défaut pour chacune des instances. Il est important de prendre note que le nombre d'occurrences dans ces figures est calculé en arrondissant à l'entier supérieur lorsque les variables couvrant les services de vol sont fractionnaires. Dans toutes les instances, sauf dans l'instance WP4, les services de vol ayant un seul changement d'avion sont les plus nombreux. Il faut aussi souligner que, dans les instances WP3 et WP4, le nombre de services de vol ayant deux changements d'avion est pratiquement deux fois plus important que ceux ayant un seul changement parmi les données fournies au modèle. Ce fait permet de confirmer l'importance des services de vol avec un seul changement d'avion.



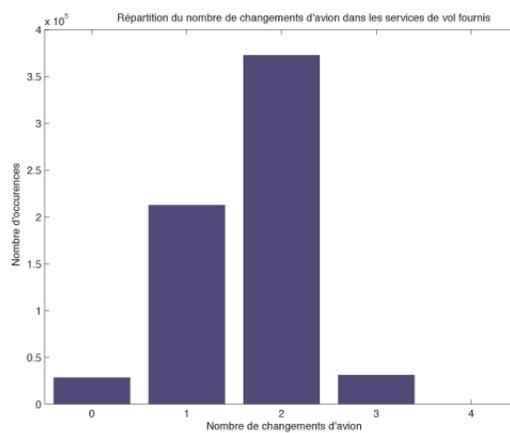
(a) Instance WP1



(b) Instance WP2

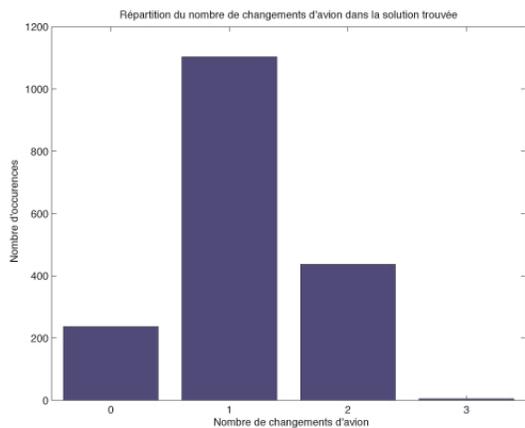


(c) Instance WP3

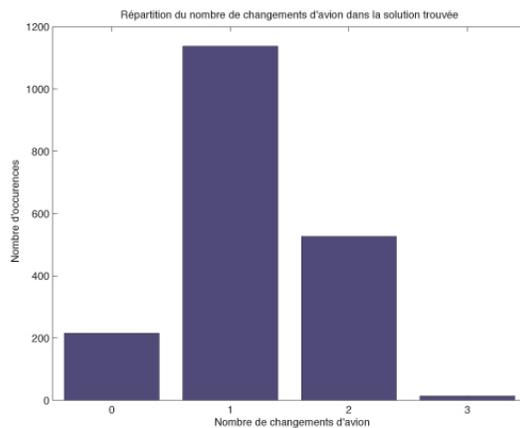


(d) Instance WP4

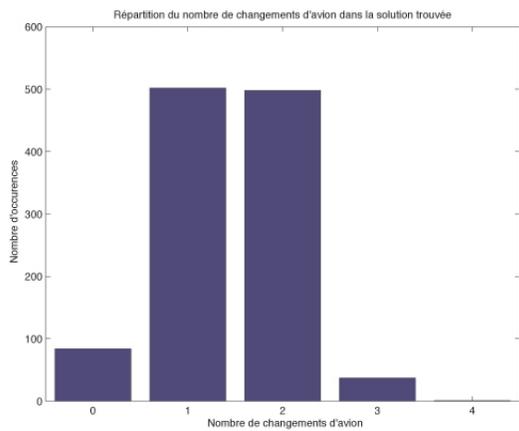
FIGURE 5.1 Répartition des changements d'avion dans les services de vol fournis pour les différentes instances.



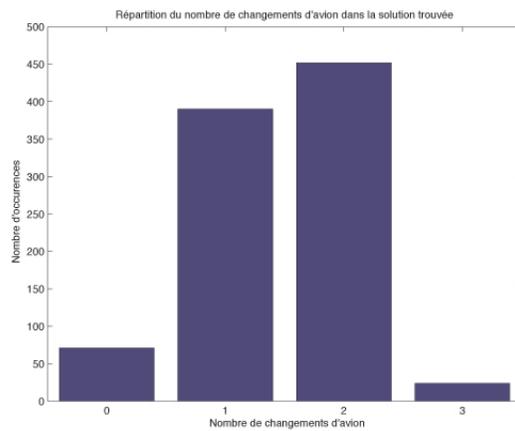
(a) Instance WP1



(b) Instance WP2



(c) Instance WP3



(d) Instance WP4

FIGURE 5.2 Répartition des changements d'avion dans les services de vol présents dans les solutions trouvées avec les valeurs par défaut des paramètres.

### 5.2.3 Impacts du nombre de services de vol utilisés dans le modèle

Comme décrit à la section 3.2, il est important d’avoir beaucoup de services de vol dans le modèle pour constituer un modèle riche et ainsi obtenir des solutions de qualité. Les figures 5.3(a) et 5.3(b) montrent l’impact du paramètre  $r_{\text{arc}}$  et  $r_{\text{super}}$  sur la qualité<sup>1</sup> des solutions trouvées. Il est important de prendre note que les courbes ne sont pas monotones décroissantes, car les services de vol sont choisis aléatoirement selon une probabilité variant de 0.1 à 1 inclusivement. Néanmoins, le comportement général est très significatif : plus on trouve de services de vol et plus ils sont diversifiés, plus la qualité des solutions va en augmentant<sup>2</sup>. Pour les résultats des autres instances, veuillez vous reporter à l’annexe A.1.

### 5.2.4 Impacts des coûts sur les arcs d’attente

Les coûts sur les arcs d’attente sont un point charnière du modèle. Pour mieux saisir leur importance, il est essentiel d’avoir une bonne vue d’ensemble de la structure du problème étudié.

#### Structure du réseau aérien

Dans un premier temps, il est utile de présenter la structure du réseau aérien. Tel qu’introduit précédemment, les instances ont des réseaux s’articulant autour de plateformes de correspondances. Les bases sont souvent des plateformes de correspondances. Cela implique donc que les différentes bases aient généralement beaucoup plus de segments de vol à desservir que les stations. Il s’ensuit que le nombre de connexions possibles entre ces segments de vol augmente beaucoup plus rapidement dans les bases à cause de l’explosion combinatoire. Pour confirmer ceci, les figures 5.4(a) et 5.4(b) résument la situation pour l’instance WP1. Les figures relatives aux autres instances sont présentées à l’annexe A.2.

Le fait que l’on soit en présence de plateformes de correspondances permet de réduire grandement le nombre d’arcs d’attente dans le modèle par agrégation (voir la section 3.3.5 pour plus de détails). Le tableau 5.2 regroupe les résultats de l’agrégation des arcs d’attente sur les différentes instances.

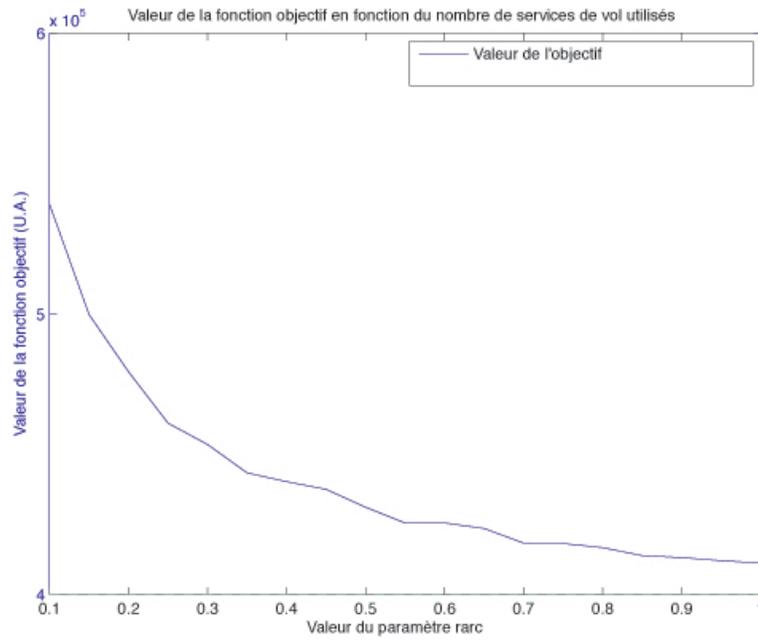
#### Répartition des périodes de repos

Les plateformes de correspondances représentent l’épine dorsale du réseau aérien, ce qui fait en sorte que les stations qui ne sont pas des plateformes de correspondances sont

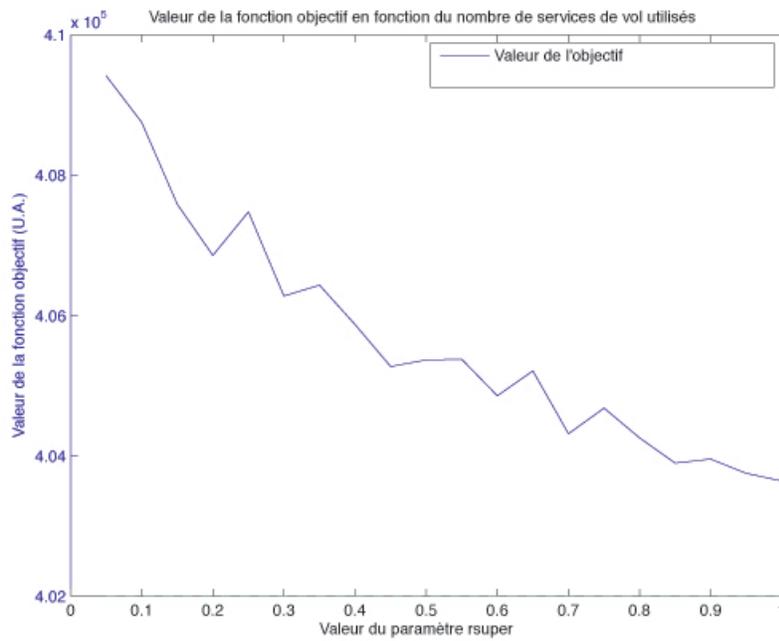
---

<sup>1</sup>La fonction objectif est exprimée en unités arbitraires. Afin de ne pas alourdir le texte, on utilisera l’abréviation U.A. pour *unité arbitraire*.

<sup>2</sup>Il s’agit d’un problème de minimisation.

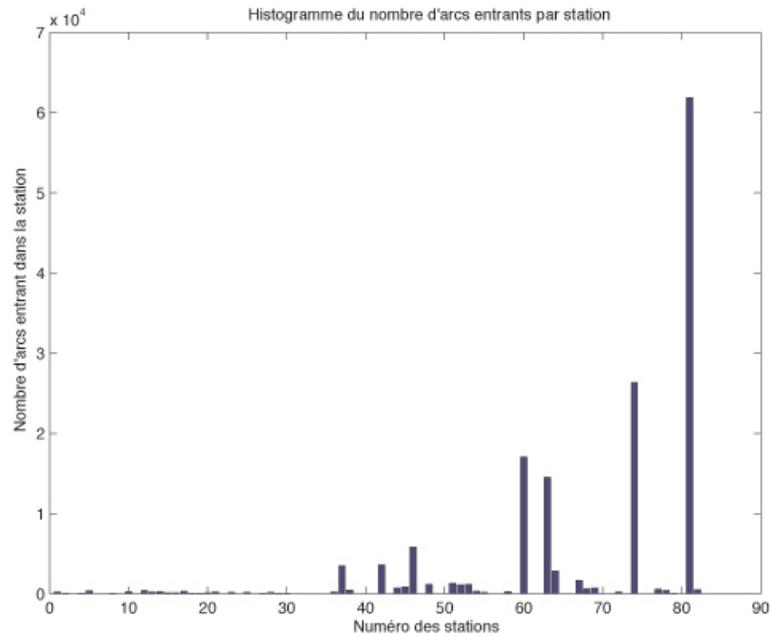


(a) Instance WP1 avec  $r_{super} = 0$  et  $r_{arc}$  allant de 0,1 à 1.

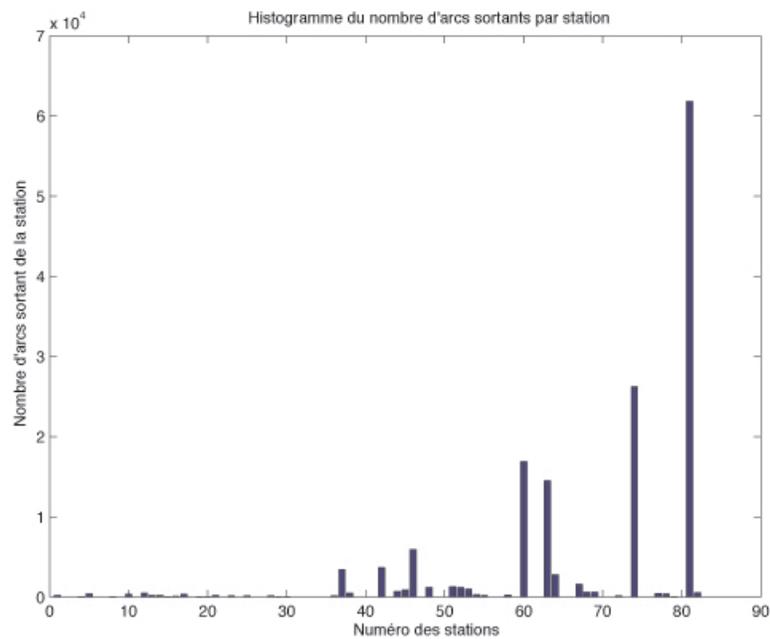


(b) Instance WP1 avec  $r_{arc} = 1$  et  $r_{super}$  allant de 0,1 à 1.

FIGURE 5.3 Impact de la taille du modèle sur la valeur de la fonction objectif.



(a) Instance WP1 avec le nombre d'arcs entrant dans chaque station. On peut voir clairement les plateformes de correspondances avec leur très grand nombre d'arcs entrants.



(b) Instance WP1 avec le nombre d'arcs sortant de chaque station. On peut voir clairement les plateformes de correspondances avec leur très grand nombre d'arcs sortants.

FIGURE 5.4 Nombre d'arcs entrants et sortants dans chacune des stations de l'instance WP1.

TABLEAU 5.2 Résultats de l'agrégation des arcs d'attente

Instance	Nombre d'arcs d'attente avant agrégation	Nombre d'arcs d'attente après agrégation	% réduction
WP1	9696	4599	52,6
WP2	9658	4577	52,6
WP3	5847	3052	47,8
WP4	3843	1841	52,1

généralement des stations de seconde importance au sein du réseau aérien. Pour cette raison, ces stations de seconde importance desservent beaucoup moins de segments de vol par jour. Ce résultat a pour effet que le repos d'un équipage qui a lieu dans ces stations est généralement beaucoup plus long que celui dans une plateforme de correspondance, car il y a moins d'options présentes pour reprendre les services en vol après le repos. Les figures 5.5 à 5.6 montrent l'impact du coût des arcs d'attente sur la répartition des repos.

De plus, le temps d'attente moyen est présenté aux figures 5.7 et 5.8. Les figures pour les autres instances sont reportées à l'annexe A.3. Malgré le fait que les changements soient relativement mineurs du côté de la répartition des repos, il en est tout autrement pour ce qui a trait à la durée d'attente moyenne. Le temps d'attente moyen diminue drastiquement lorsque  $C_{\text{attente}}$  augmente.

### Impact de $C_{\text{attente}}$ dans le modèle

Bien qu'il soit indispensable d'utiliser une valeur plus grande que 0 pour  $C_{\text{attente}}$ , il faut faire attention à ne pas prendre une valeur trop élevée pour ne pas trop influencer la résolution du modèle. La figure 5.9 montre l'évolution de la valeur de la fonction objectif ainsi que le nombre de périodes de repos dans les solutions trouvées en fonction de  $C_{\text{attente}}$  pour l'instance WP1. Les figures pour les autres instances sont présentées à l'annexe A.4. Il est important de remarquer que l'augmentation de l'objectif et du nombre de repos suit un comportement quasiment linéaire pour les valeurs de  $C_{\text{attente}}$  lorsqu'elles sont supérieures à 1. Il faut aussi souligner que, lorsque  $C_{\text{attente}}$  prend la valeur 1, les coûts pour quelques heures d'attente deviennent comparables à un service de vol typique. Cela illustre le fait qu'à partir du moment où  $C_{\text{attente}}$  dépasse la valeur 1, l'objectif tient presque uniquement compte des temps d'attente et ne prend pratiquement pas en compte les services de vol.

Il est aussi intéressant de regarder l'impact de  $C_{\text{attente}}$  avec une vue d'ensemble. On remarque alors que le temps d'attente total ainsi que le temps d'attente moyen atteignent un plateau lorsque  $C_{\text{attente}}$  prend la valeur 1, tel que présenté à la figure 5.10. Le détail pour les

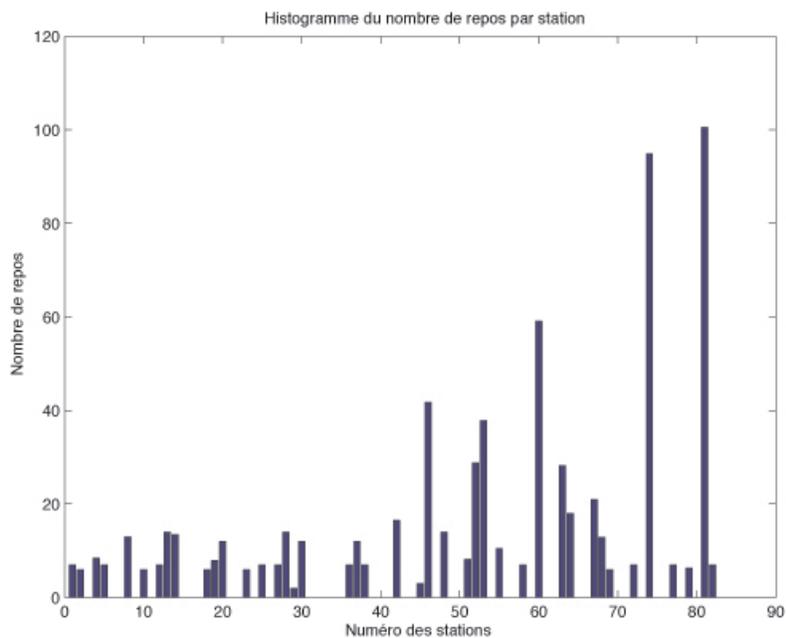


FIGURE 5.5 Répartition des périodes de repos pour l'instance WP1 avec  $C_{attente}$  à 0.

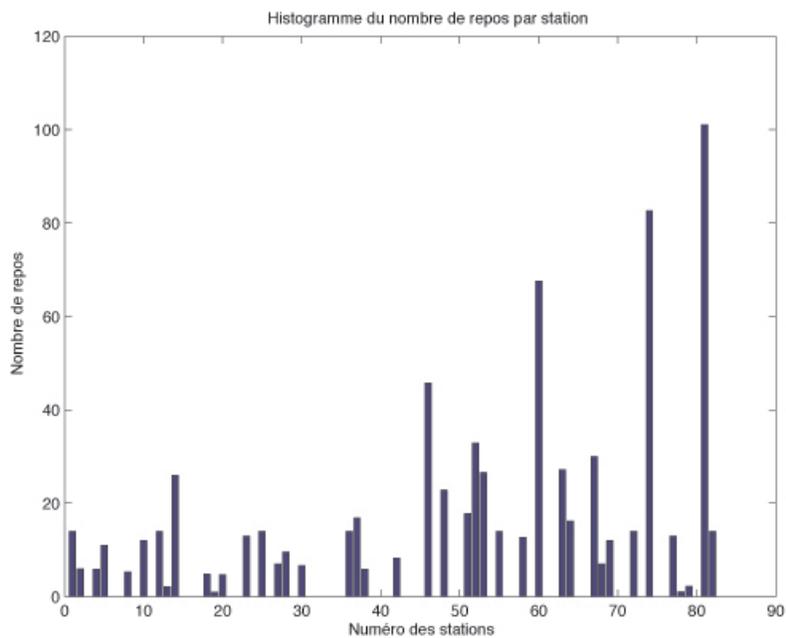


FIGURE 5.6 Répartition des périodes de repos pour l'instance WP1 avec  $C_{attente}$  à 0.5.

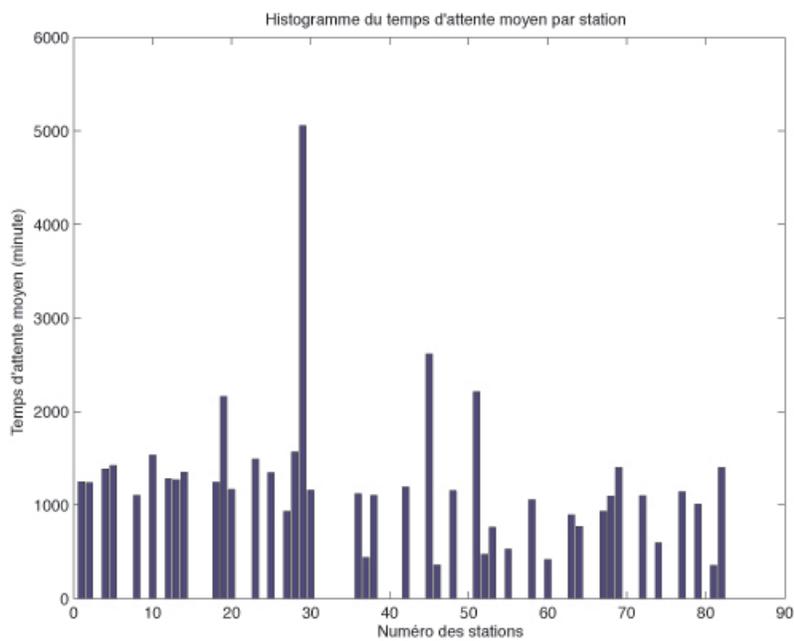


FIGURE 5.7 Répartition du temps d'attente par station pour l'instance WP1 avec  $C_{attente}$  à 0.

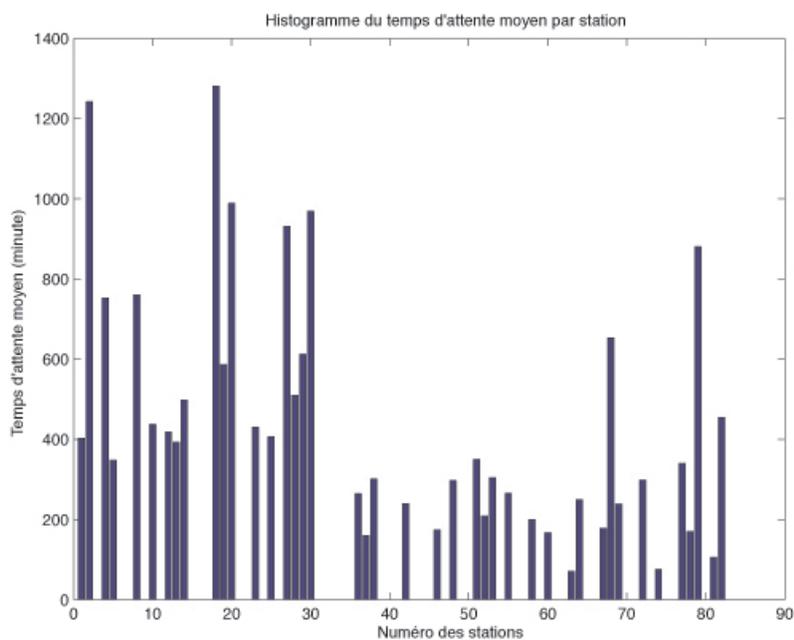


FIGURE 5.8 Répartition du temps d'attente par station pour l'instance WP1 avec  $C_{attente}$  à 0.5.

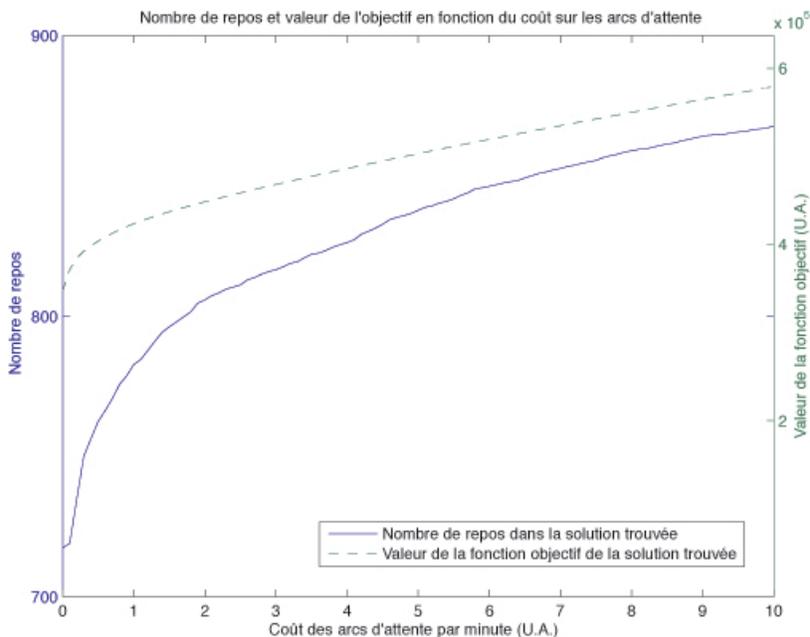


FIGURE 5.9 Évolution de l'objectif et du nombre de repos en fonction de  $C_{\text{attente}}$  dans les solutions pour l'instance WP1.

autres instances se trouve à l'annexe A.4. On a dès lors peu d'intérêt à utiliser des valeurs de  $C_{\text{attente}}$  qui sont supérieures à l'unité, car on ne fait que biaiser davantage le modèle contre le arcs d'attente. Cela fait en sorte qu'il y a plus services de vol de mauvaise qualité dans la solution, et ce, sans grande amélioration en ce qui a trait aux temps d'attente dans les solutions trouvées.

### 5.2.5 Impacts de la perturbation uniforme

L'impact de la perturbation uniforme est fortement lié à  $C_{\text{attente}}$ . En effet, la perturbation uniforme n'a pas beaucoup d'impact lorsque  $C_{\text{attente}}$  est faible. Par contre, la perturbation uniforme permet de réduire drastiquement les temps de calcul lorsque  $C_{\text{attente}}$  prend de grandes valeurs. La figure 5.11 résume les temps de calcul en fonction de  $C_{\text{attente}}$  et de  $\epsilon_{\text{pertub}}$ . Pour les autres instances, se référer à l'annexe A.5.

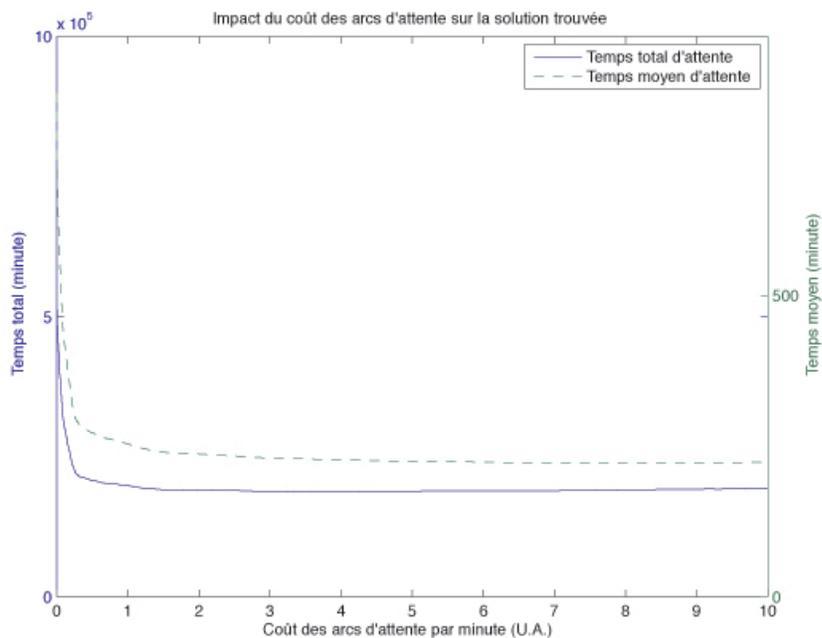


FIGURE 5.10 Impact de  $C_{attente}$  sur le temps d'attente total et sur le temps d'attente moyen pour l'instance WP1.

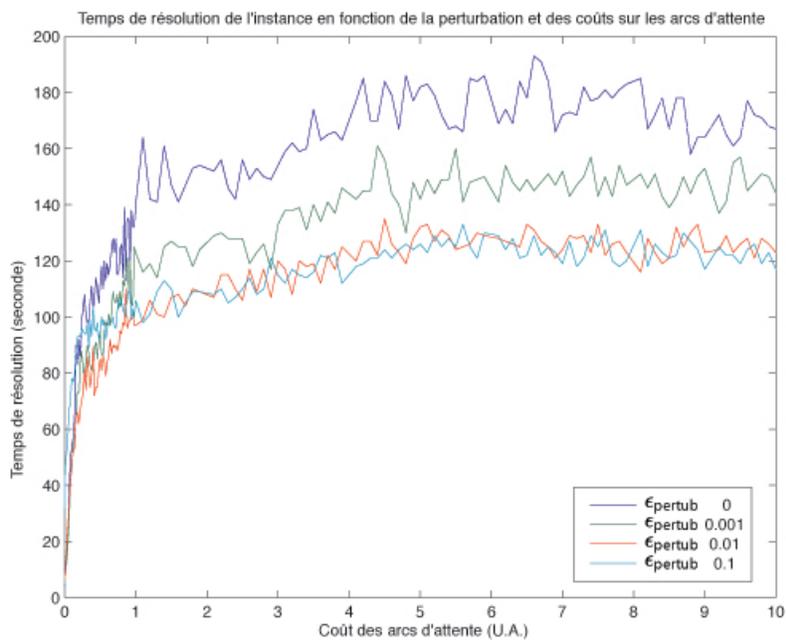


FIGURE 5.11 Impact de la perturbation uniforme et de  $C_{attente}$  sur les temps de calcul pour l'instance WP1.

### 5.2.6 Résolution en nombres réels

Le tableau 5.3 présente les résultats numériques obtenus pour les différentes instances. Les temps de lecture et de création du modèle sont de 12, 13, 23 et 46 secondes pour les instances WP1, WP2, WP3 et WP4 respectivement. Il faut aussi souligner que le nombre de services de vol est de 214650, 225966, 423747 et 644529 pour les instances WP1, WP2, WP3 et WP4 respectivement. Cette observation permet de conclure que le temps de lecture de l'instance est de l'ordre de  $O(n)$ , où  $n$  représente le nombre de services en vol de l'instance.

TABLEAU 5.3 Temps de calcul et résultats pour les différentes instances

Instance	$C_{\text{attente}}$	$\epsilon_{\text{pertub}}$	Temps de calcul (secondes)	Variation du temps de calcul %	% entier	Objectif
WP1	0,0	0,00	4	0	96,8	346699
WP1	0,0	0,01	7	+75	96,6	350243
WP1	0,5	0,00	113	0	89,5	403641
WP1	0,5	0,01	82	-27	89,6	405116
WP2	0,0	0,00	7	0	98,9	347155
WP2	0,0	0,01	10	+42	97,7	351254
WP2	0,5	0,00	188	0	88,6	406629
WP2	0,5	0,01	133	-29	88,9	407955
WP3	0,0	0,00	11	0	98,8	177341
WP3	0,0	0,01	17	+54	97,7	179557
WP3	0,5	0,00	256	0	91,8	213223
WP3	0,5	0,01	176	-31	92,0	213881
WP4	0,0	0,00	46	0	96,2	96969
WP4	0,0	0,01	69	+50	95,3	97906
WP4	0,5	0,00	789	0	93,8	115504
WP4	0,5	0,01	585	-26	94,0	115789

Les trois premières colonnes du tableau 5.3 présentent le nom de l'instance, suivi des valeurs des paramètres  $C_{\text{attente}}$  et  $\epsilon_{\text{pertub}}$  respectivement. La quatrième colonne présente les temps de calcul en secondes requis par CPLEX pour résoudre l'instance, sans tenir compte du temps de création du programme linéaire. La cinquième colonne présente la variation du temps de calcul en pourcentage. La référence est prise lorsque  $\epsilon_{\text{pertub}} = 0$  pour une instance donnée et une valeur de  $C_{\text{attente}}$  donnée. La sixième colonne correspond au pourcentage de variables entières dans les solutions. La dernière colonne présente la valeur de la fonction objectif de la solution du programme linéaire.

Les temps de calcul sont raisonnables, c'est-à-dire en deçà de dix minutes pour atteindre

l'optimalité, sauf pour l'instance WP4 avec  $C_{attente}$  à 0.5 et sans perturbation. En outre, la perturbation est très performante pour réduire les temps de calcul lorsque  $C_{attente}$  vaut  $\frac{1}{2}$ . En revanche, les perturbations ont un impact négatif, jusqu'à une augmentation de 75% du temps de calcul, lorsque  $C_{attente}$  vaut 0. Il est aussi très rassurant de voir que les solutions en nombres réels sont très peu fractionnaires. Cela implique que les contraintes de couverture des segments de vol et des mises en place n'éloignent pas trop le modèle de sa structure de flot initiale.

# Chapitre 6

## CONCLUSION

Dans ce mémoire, le problème de confection des rotations d'équipages a été abordé avec comme objectif principal d'améliorer les temps de calcul requis pour la résolution des instances industrielles. Pour y parvenir, on a utilisé l'agrégation dynamique des contraintes. Cet algorithme est très performant sur les problèmes hautement dégénérés, tels que ceux rencontrés dans les instances industrielles, mais requiert, pour être efficace, une solution initiale de bonne qualité. Un modèle de programmation linéaire en nombres réels a été utilisé pour trouver une solution initiale. Par la suite, la solution initiale a été utilisée pour la création d'une agrégation initiale qui sert à guider l'agrégation dynamique des contraintes vers les zones les plus prometteuses de l'espace des solutions. Une tentative a été faite chez AD OPT avec l'agrégation initiale qui suit le chemin des avions.

Les travaux effectués dans le présent mémoire ont permis l'élaboration d'un modèle de programmation linéaire en nombres réels pouvant être résolu à l'optimalité dans un court laps de temps. Ce modèle linéaire permet de sélectionner des services de vol permettant de couvrir tous les segments de vol d'une instance ; les solutions obtenues grâce au modèle servent à la création d'une agrégation initiale. Les faibles temps de calcul du modèle linéaire font en sorte qu'il serait envisageable de s'attaquer directement à des problèmes de rotations d'équipages mensuels. Néanmoins, à cause des divers retards et aléas causés par le déploiement de l'agrégation dynamique chez notre partenaire industriel, les solutions et les agrégations initiales trouvées n'ont pu être utilisées avec l'agrégation dynamique. Cela ne veut pas dire que l'agrégation dynamique des contraintes ne s'applique pas au présent problème ; bien au contraire, cela signifie que les défis liés au développement ainsi qu'au déploiement d'algorithmes efficaces de résolution sont encore d'actualité et demeurent très difficiles à surmonter dans le domaine du transport aérien.

Il va sans dire qu'il existe plusieurs axes de recherche possibles pour améliorer la méthode de résolution proposée dans ce mémoire, mais la clef de voûte afin d'en poursuivre l'étude est d'être en mesure de faire fonctionner avec robustesse l'agrégation dynamique des contraintes sur les problèmes de rotations d'équipages. Il faut aussi finaliser l'implémentation des méthodes pour construire l'agrégation initiale à partir de la solution du modèle linéaire. De surcroît, une voie très intéressante de recherche peut être identifiée maintenant. Cette voie de recherche

consiste à utiliser des réseaux de neurones pour déterminer les coûts associés aux différents arcs d'attente du modèle linéaire, ce qui permettrait de mieux choisir la valeur de ces coûts d'attente et d'améliorer grandement le modèle mathématique.

# Références

- ANBIL, R., FORREST, J. J. et PULLEYBLANK, W. R. (1998). Column generation and the airline crew pairing problem. *Documenta Mathematica*, Extra Volume ICM III, 677–686.
- BARNHART, C., COHN, A. M., JOHNSON, E. L., KLABJAN, D., NEMHAUSER, G. L. et VANCE, P. H. (2003). Airline crew scheduling. R. W. Hall, éditeur, *Handbook of Transportation Science*, Kluwer, Norwell. 517–560.
- BEASLEY, J. E. (1990). A Lagrangian heuristic for set-covering problems. *Naval Research Logistics*, 37, 151–164.
- BISHOP, C. M. (2006). *Pattern Recognition and Machine Learning*. Springer, New York.
- BOUBAKER, K., DESAULNIERS, G. et ELHALLAOUI, I. (2010). Bidline scheduling with equity by heuristic dynamic constraint aggregation. *Transportation Research Part B : Methodological*, 44, 50 – 61.
- CERIA, S., NOBILI, P. et SASSANO, A. (1998). A Lagrangian-based heuristic for large-scale set covering problems. *Mathematical Programming*, 81, 215–228.
- CHRISTOFIDES, N. et KORMAN, S. (1975). A computational survey of methods for the set covering problem. *Management Science*, 591–599.
- CHVATAL, V. (1979). A greedy heuristic for the set-covering problem. *Mathematics of Operations Research*, 4, 233–235.
- DANTZIG, G. B. et WOLFE, P. (1960). Decomposition principle for linear programs. *Operations Research*, 8, 101–111.
- DESAULNIERS, G., DESROSIERS, J., DUMAS, Y., MARC, S., RIOUX, B., SOLOMON, M. M. et SOUMIS, F. (1997). Crew pairing at Air France. *European Journal of Operational Research*, 97, 245 – 259.
- DESAULNIERS, G., DESROSIERS, J., GAMACHE, M. et SOUMIS, F. (1998a). Crew scheduling in air transportation. T. G. Crainic et G. Laporte, éditeurs, *Fleet Management and Logistics*, Kluwer, Norwell, MA. 169–185.
- DESAULNIERS, G., DESROSIERS, J., IOACHIM, I., SOLOMON, M. M., SOUMIS, F. et VILLENEUVE, D. (1998b). A unified framework for deterministic time constrained vehicle routing and crew scheduling problems. T.G. Crainic et G. Laporte, éditeurs, *Fleet management and logistics*, Kluwer Academic Publishers, Boston, chapitre 3. 57–93.

- DESROSIERS, J., DUMAS, Y., DESROCHERS, M., SOUMIS, F., SANZO, B. et TRUDEAU, P. (1991). A breakthrough in airline crew scheduling. Rapport technique, Les Cahiers du GERAD, G-91-11, HEC Montréal.
- DESROSIERS, J., DUMAS, Y., SOLOMON, M. M. et SOUMIS, F. (1995). Time constrained routing and scheduling. M. Ball, T. Magnanti, C. Monma et G. Nemhauser, éditeurs, *Network Routing*, vol. 8 de *Handbooks in Operations Research and Management Science*, Elsevier. 35 – 139.
- ELHALLAOUI, I., DESAULNIERS, G., METRANE, A. et SOUMIS, F. (2008). Bi-dynamic constraint aggregation and subproblem reduction. *Computers & Operations Research*, 35, 1713 – 1724.
- ELHALLAOUI, I., METRANE, A., SOUMIS, F. et DESAULNIERS, G. (2010). Multi-phase dynamic constraint aggregation for set partitioning type problems. *Mathematical Programming*, 123, 345–370.
- ELHALLAOUI, I., VILLENEUVE, D., SOUMIS, F. et DESAULNIERS, G. (2005). Dynamic aggregation of set-partitioning constraints in column generation. *Operations Research*, 53, 632–645.
- GALIA, R. et HJÖRRING, C. (2004). Modelling of complex costs and rules in a crew pairing column generator. D. Ahr, R. Fahrion, M. Oswald et G. Reinett, éditeurs, *Operations Research Proceedings 2003 – Selected Papers of the International Conference on Operations Research (OR 2003)*. Springer, Berlin, 133–140.
- HAO, J. K., GALINIER, P. et HABIB, M. (1999). Métaheuristiques pour l’optimisation combinatoire et l’affectation sous contraintes. *Intelligence Artificielle*, 13, 283–324.
- KLABJAN, D. (2005). Large-scale models in the airline industry. G. Desaulniers, J. Desrosiers et M. M. Solomon, éditeurs, *Column Generation*, Springer, New York. 163–195.
- KLEE, V. et MINTY, G. J. (1972). How good is the simplex algorithm? O. Shisha, éditeur, *Inequalities*, Academic Press, New York, vol. III. 159–175.
- LAVOIE, L., DESROSIERS, J., DUMAS, Y., SOLOMON, M. M. et SOUMIS, F. (1994). An optimizer for real-world aircraft and crew scheduling. Rapport technique, Les Cahiers du GERAD, G-94-23, HEC Montréal.
- RUBIN, J. (1973). A technique for the solution of massive set covering problems, with application to airline crew scheduling. *Transportation Science*, 7, 34–48.
- SADDOUNE, M., DESAULNIERS, G. et SOUMIS, F. (2009). Aircrew pairings with possible repetitions of the same flight number. Rapport technique, Les Cahiers du GERAD, G-2009-76, HEC Montréal.

SHEBALOV, S. et KLABJAN, D. (2006). Robust airline crew pairing : Move-up crews. *Transportation Science*, 40, 300–312.

VASKO, F. J. et WILSON, G. R. (1984). An efficient heuristic for large set covering problems. *Naval Research Logistics Quarterly*, 31, 163–171.

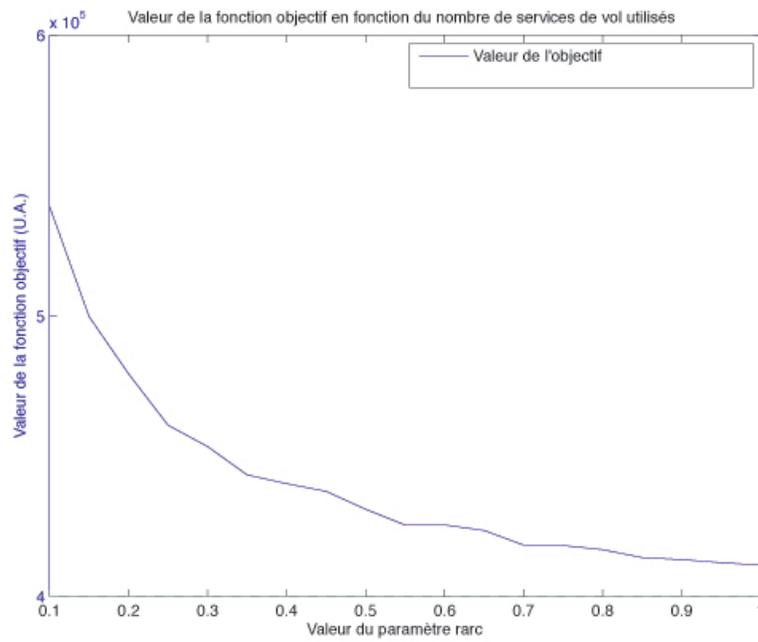
# Annexe A

## Figures relatives à chaque instance

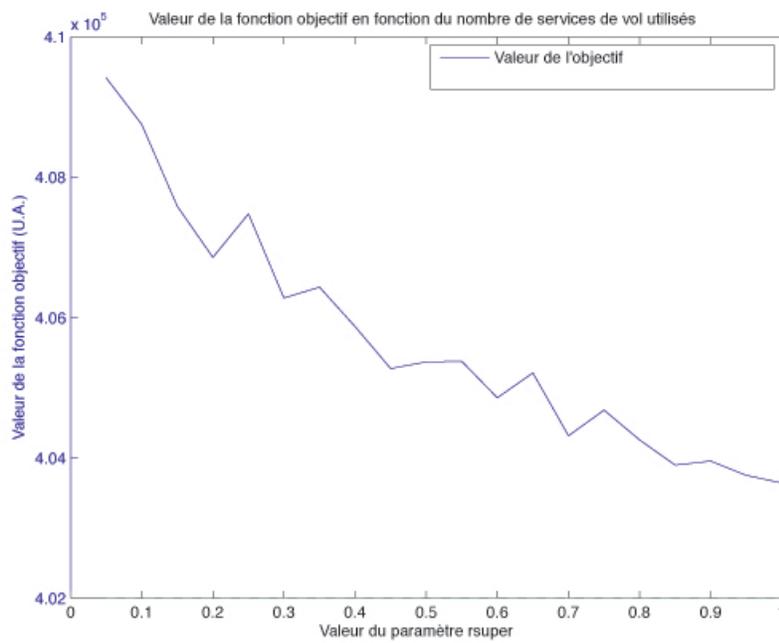
L'annexe A présente les figures relatives à toutes les instances qui ont été omises pour ne pas alourdir inutilement le texte.

### A.1 Impacts du nombre de services de vol utilisés dans le modèle

Comme décrit dans la section 3.2, il est important d'avoir beaucoup de services de vol dans le modèle pour avoir un modèle riche et ainsi obtenir des solutions de qualité. Les figures A.1(a) à A.4(b) montrent l'impact du nombre de services de vol sur la qualité des solutions trouvées pour chacune des instances.

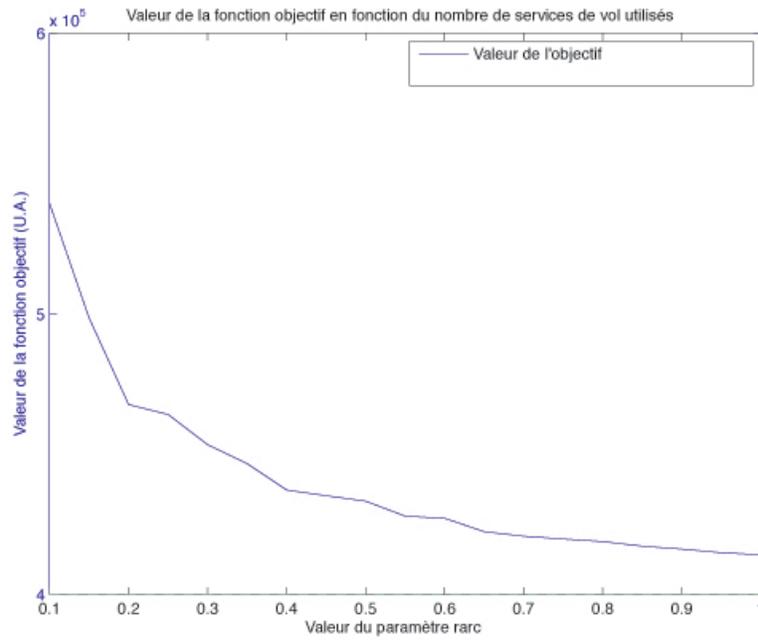


(a) Instance WP1 avec  $r_{super} = 0$  et  $r_{arc}$  allant de 0,1 à 1.

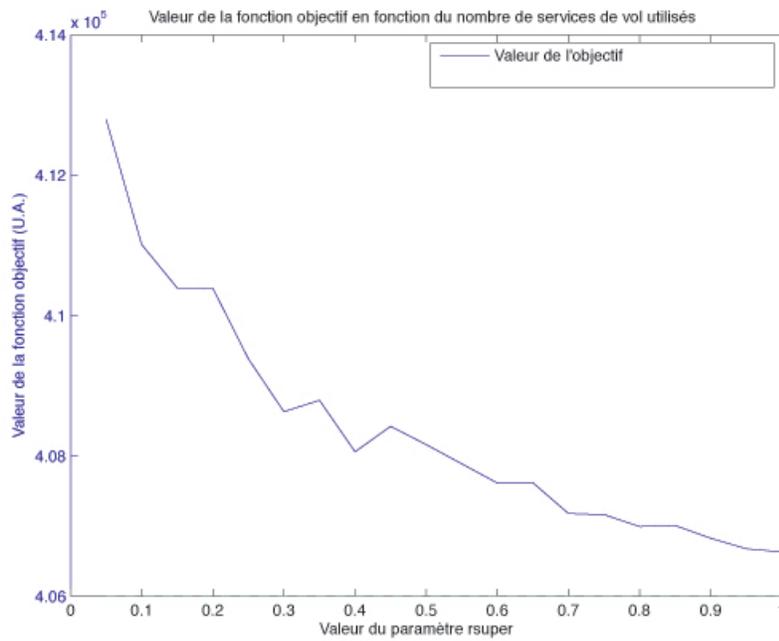


(b) Instance WP1 avec  $r_{arc} = 1$  et  $r_{super}$  allant de 0,1 à 1.

FIGURE A.1 Impact de la taille du modèle sur la valeur de la fonction objectif.

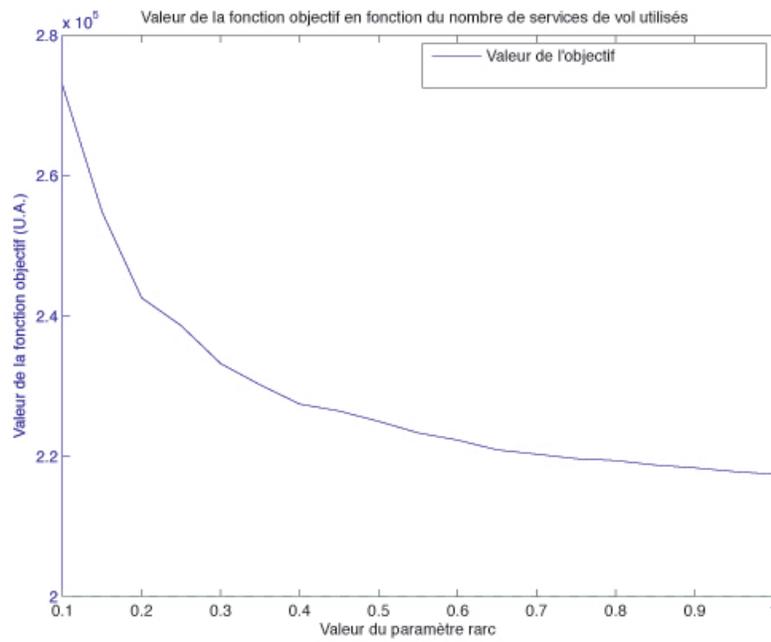


(a) Instance WP2 avec  $r_{\text{super}} = 0$  et  $r_{\text{arc}}$  allant de 0,1 à 1.

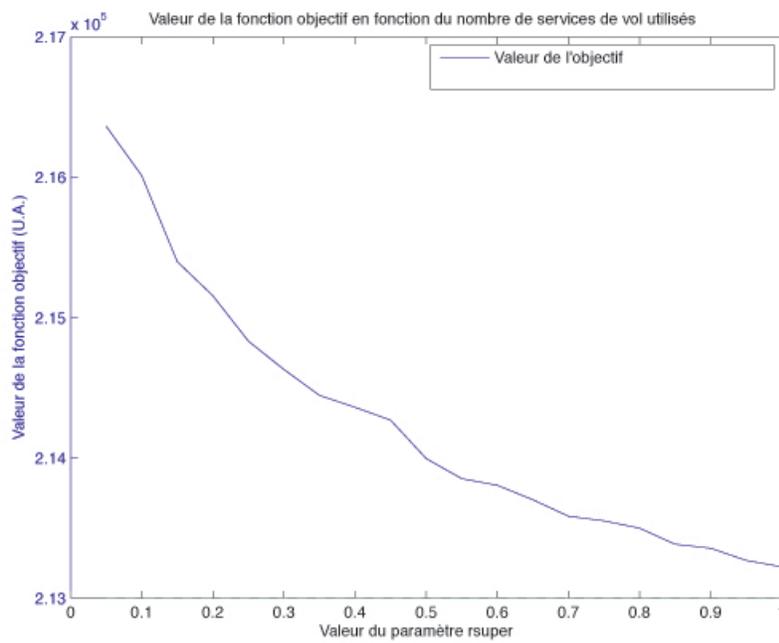


(b) Instance WP2 avec  $r_{\text{arc}} = 1$  et  $r_{\text{super}}$  allant de 0,1 à 1.

FIGURE A.2 Impact de la taille du modèle sur la valeur de la fonction objectif.

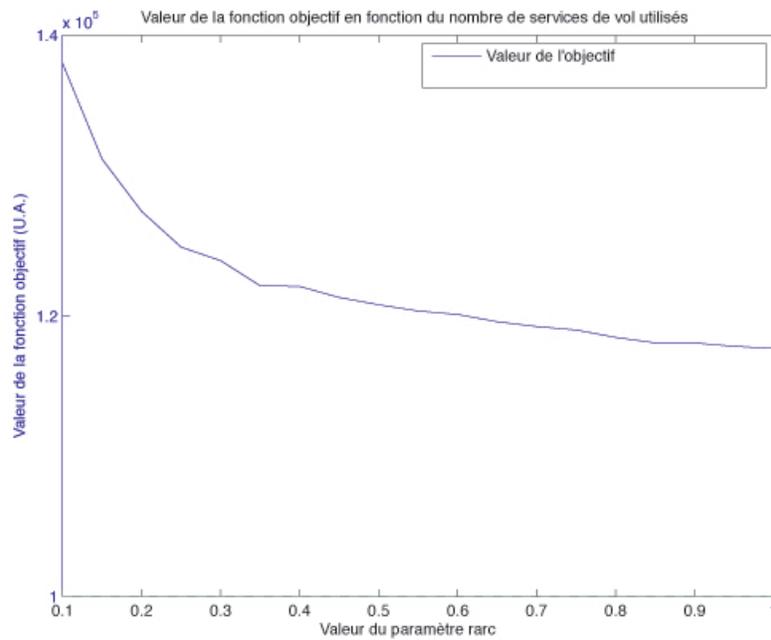


(a) Instance WP3 avec  $r_{\text{super}} = 0$  et  $r_{\text{arc}}$  allant de 0,1 à 1.

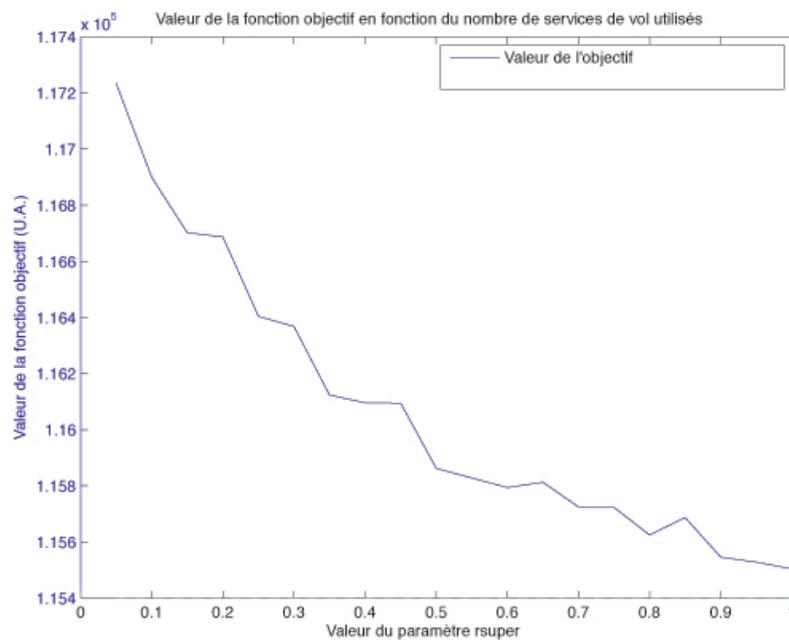


(b) Instance WP3 avec  $r_{\text{arc}} = 1$  et  $r_{\text{super}}$  allant de 0,1 à 1.

FIGURE A.3 Impact de la taille du modèle sur la valeur de la fonction objectif.



(a) Instance WP4 avec  $r_{super} = 0$  et  $r_{arc}$  allant de 0,1 à 1.

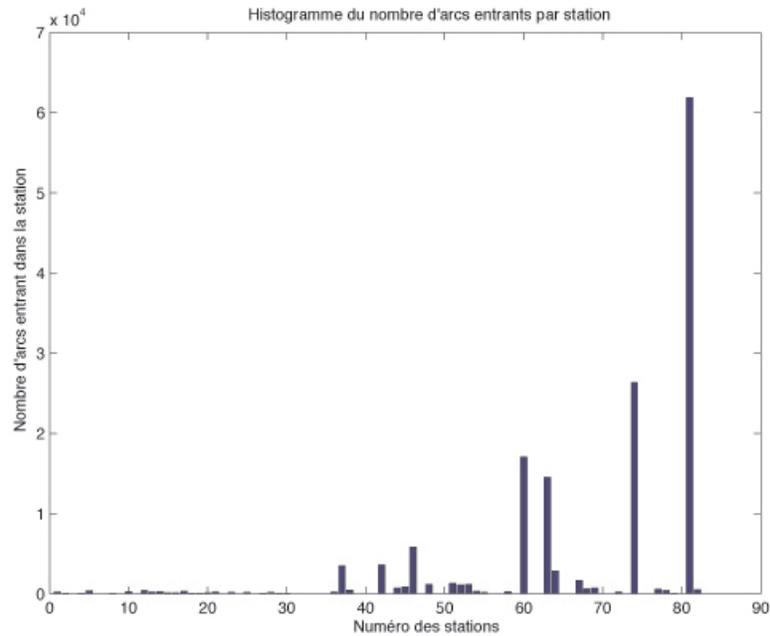


(b) Instance WP4 avec  $r_{arc} = 1$  et  $r_{super}$  allant de 0,1 à 1.

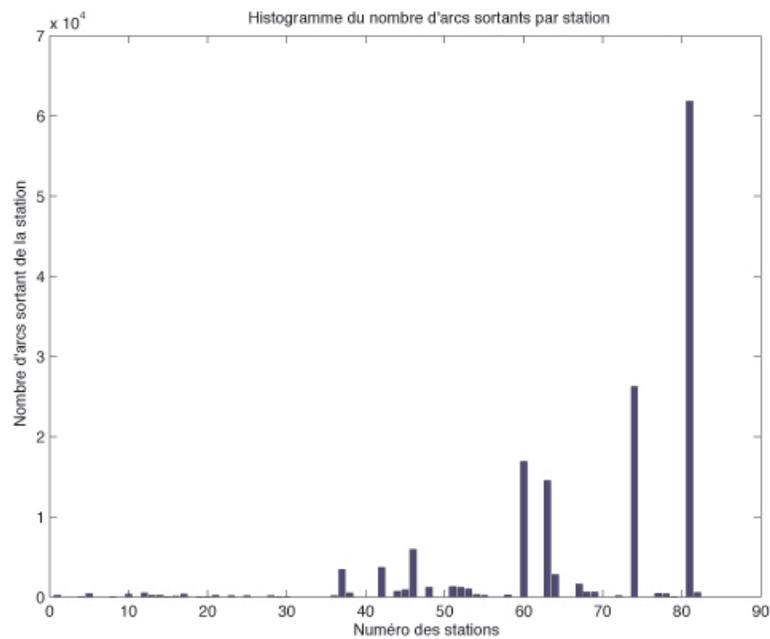
FIGURE A.4 Impact de la taille du modèle sur la valeur de la fonction objectif.

## A.2 Structure du réseau aérien

Dans un premier temps, il est utile de présenter la structure du réseau aérien. Tel qu'introduit précédemment, les instances ont des réseaux s'articulant autour de plateformes de correspondances. Cela implique donc que les différentes bases aient généralement beaucoup plus de segments de vol à desservir que les stations. Il s'ensuit alors qu'à ces bases, le nombre de connexions possibles entre ces segments de vol augmente beaucoup plus rapidement que celles des stations avec l'explosion combinatoire. Pour confirmer ceci, les figures A.5(a) à A.8(b) résument la situation pour chacune des instances.

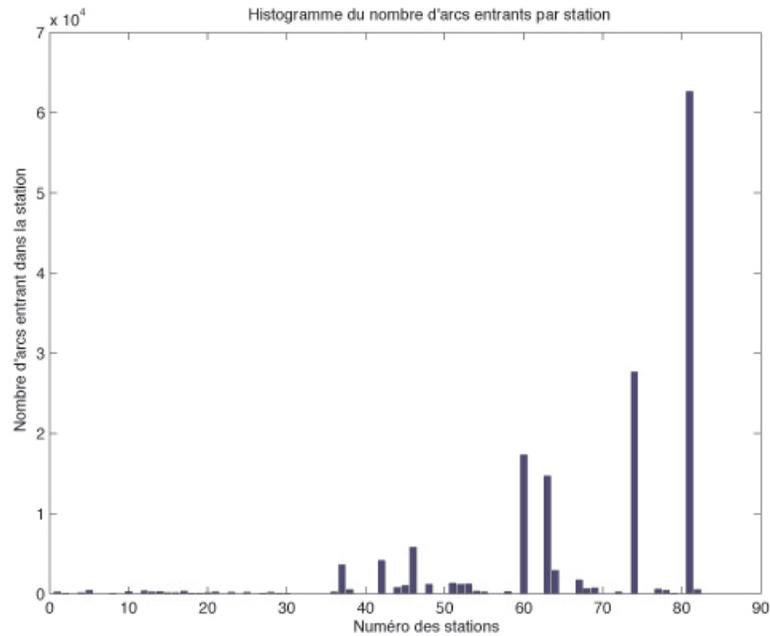


(a) Instance WP1 avec le nombre d'arcs entrant dans chaque station. On peut voir clairement les plateformes de correspondances avec leur très grand nombre d'arcs entrants.

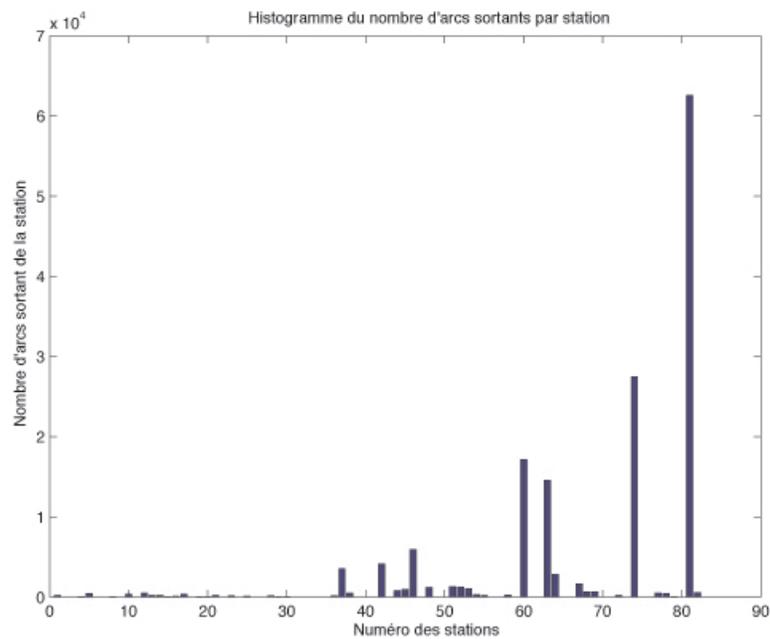


(b) Instance WP1 avec le nombre d'arcs sortant de chaque station. On peut voir clairement les plateformes de correspondances avec leur très grand nombre d'arcs sortants.

FIGURE A.5 Nombre d'arcs entrants et sortants dans chacune des stations de l'instance WP1. On y voit clairement les plateformes de correspondances.

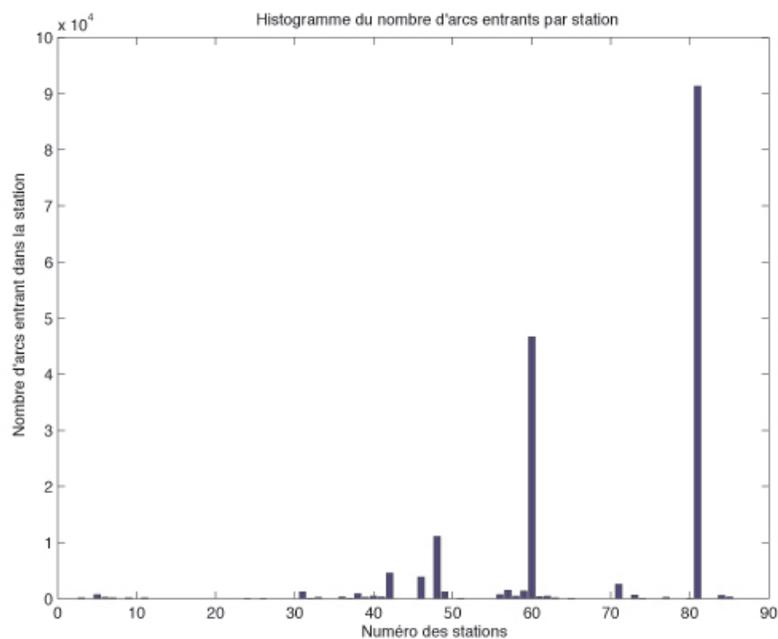


(a) Instance WP2 avec le nombre d'arcs entrant dans chaque station. On peut voir clairement les plateformes de correspondances avec leur très grand nombre d'arcs entrants.

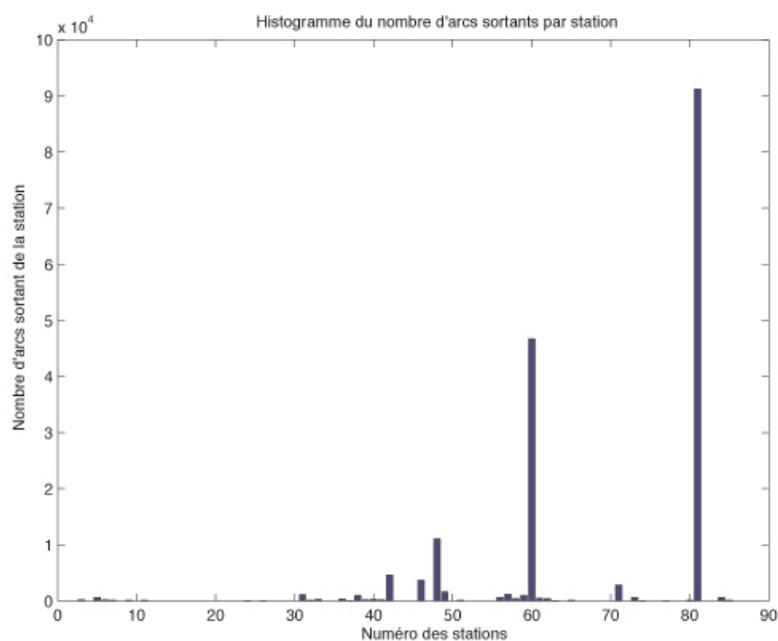


(b) Instance WP2 avec le nombre d'arcs sortant de chaque station. On peut voir clairement les plateformes de correspondances avec leur très grand nombre d'arcs sortants.

FIGURE A.6 Nombre d'arcs entrants et sortants dans chacune des stations de l'instance WP2. On y voit clairement les plateformes de correspondances.

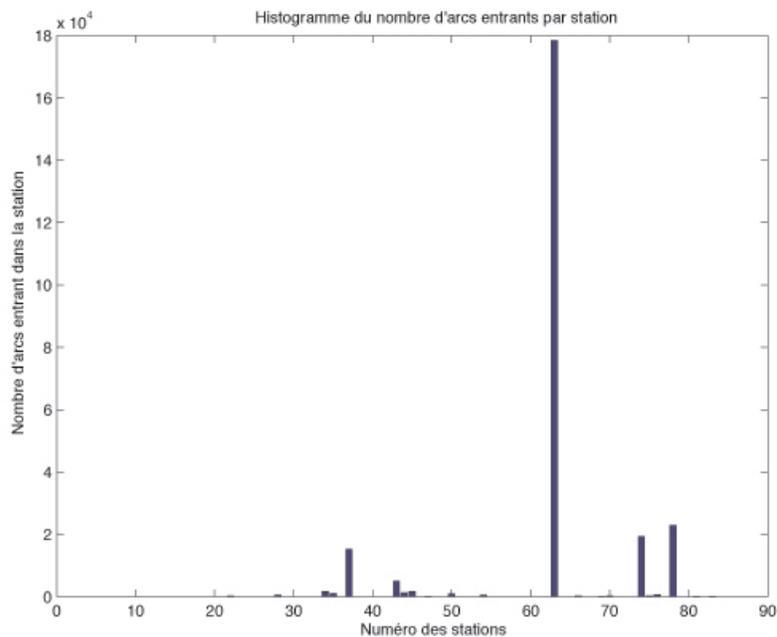


(a) Instance WP3 avec le nombre d'arcs entrant dans chaque station. On peut voir clairement les plateformes de correspondances avec leur très grand nombre d'arcs entrants.

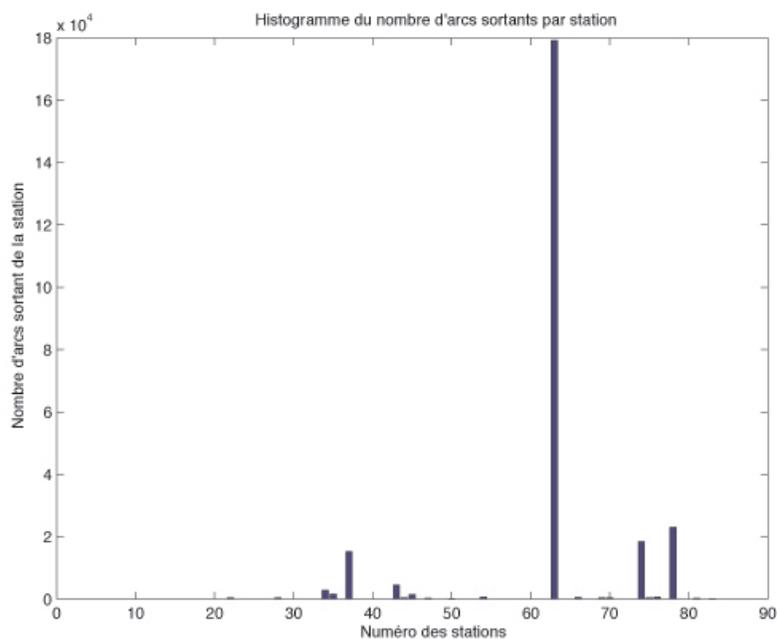


(b) Instance WP3 avec le nombre d'arcs sortant de chaque station. On peut voir clairement les plateformes de correspondances avec leur très grand nombre d'arcs sortants.

FIGURE A.7 Nombre d'arcs entrants et sortants dans chacune des stations de l'instance WP3. On y voit clairement les plateformes de correspondances.



(a) Instance WP4 avec le nombre d'arcs entrant dans chaque station. On peut voir clairement les plateformes de correspondances avec leur très grand nombre d'arcs entrants.



(b) Instance WP4 avec le nombre d'arcs sortant de chaque station. On peut voir clairement les plateformes de correspondances avec leur très grand nombre d'arcs sortants.

FIGURE A.8 Nombre d'arcs entrants et sortants dans chacune des stations de l'instance WP4. On y voit clairement les plateformes de correspondances.

### A.3 Répartition de périodes de repos

Les plateformes de correspondances représentent l'épine dorsale du réseau aérien, ce qui fait en sorte que les stations qui ne sont pas des plateformes de correspondances sont généralement des stations de seconde importance au sein du réseau aérien. Pour cette raison, ces stations de seconde importance desservent beaucoup moins de segments de vol par jour. Pour cette raison, le repos d'un équipage qui a lieu dans ces stations est généralement beaucoup plus long que celui dans une plateforme de correspondances, car il y a moins d'options possibles pour reprendre les services en vol après le repos.

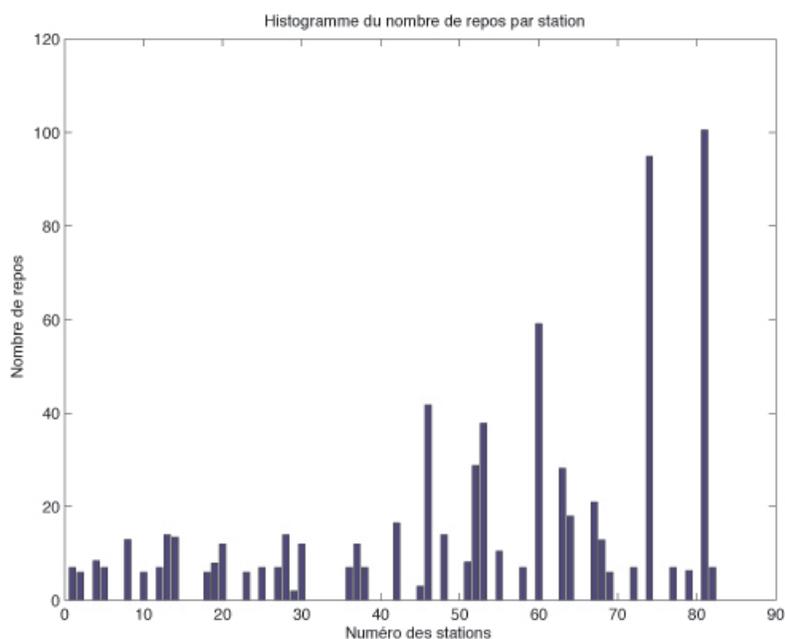


FIGURE A.9 Répartition des périodes de repos pour l'instance WP1 avec le coût des arcs d'attente à 0.

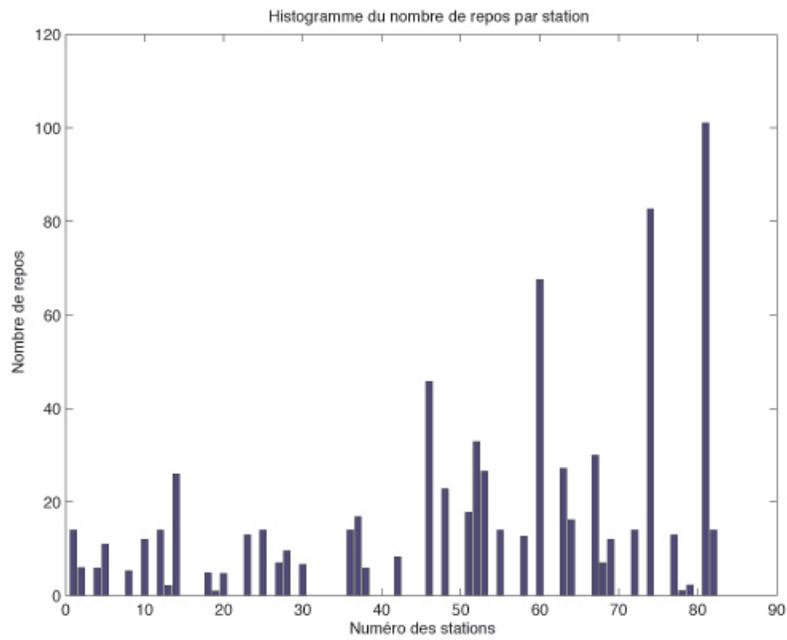


FIGURE A.10 Répartition des périodes de repos pour l'instance WP1 avec le coût des arcs d'attente à 0.5.

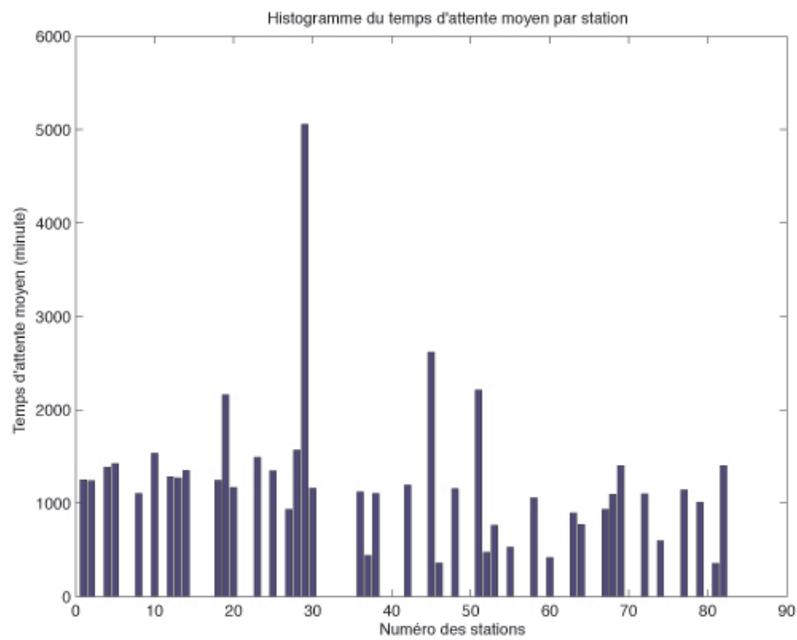


FIGURE A.11 Répartition du temps d'attente par station pour l'instance WP1.

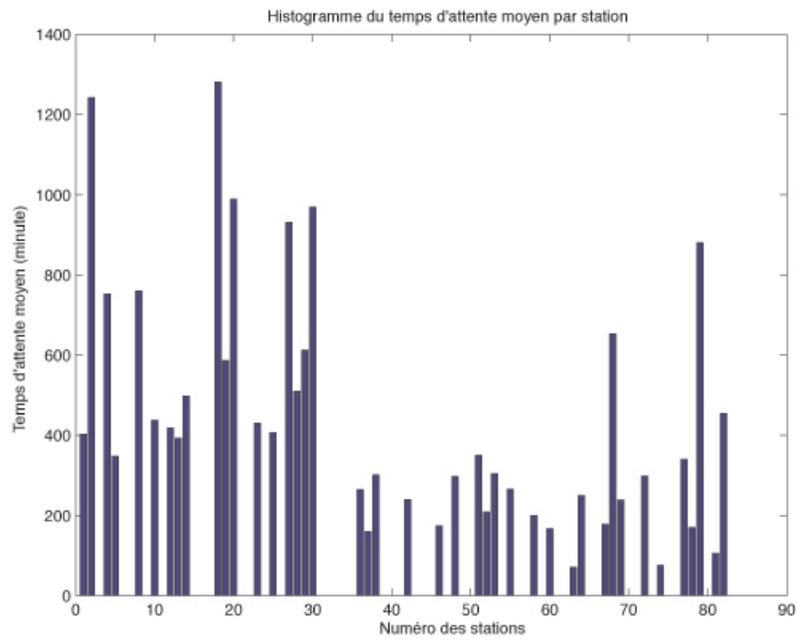


FIGURE A.12 Répartition du temps d'attente par station pour l'instance WP1.

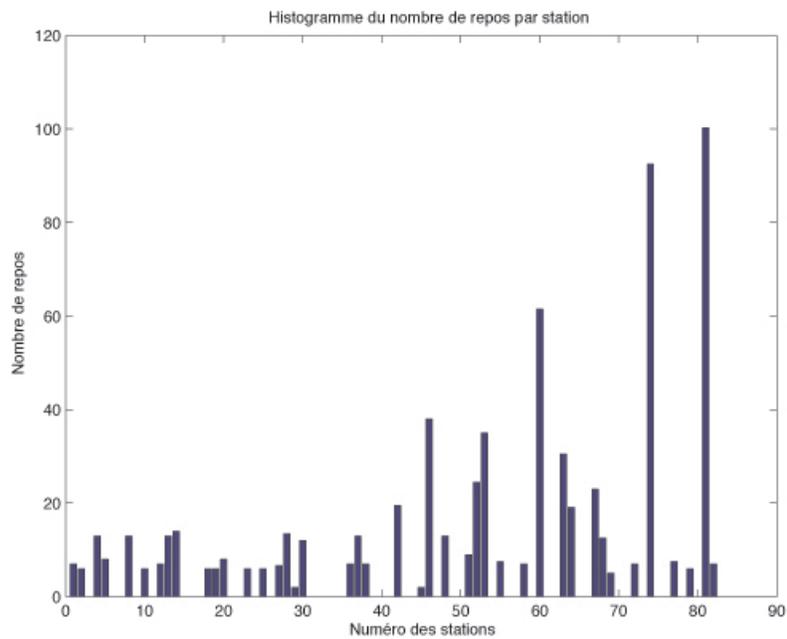


FIGURE A.13 Répartition des périodes de repos pour l'instance WP2 avec le coût des arcs d'attente à 0.

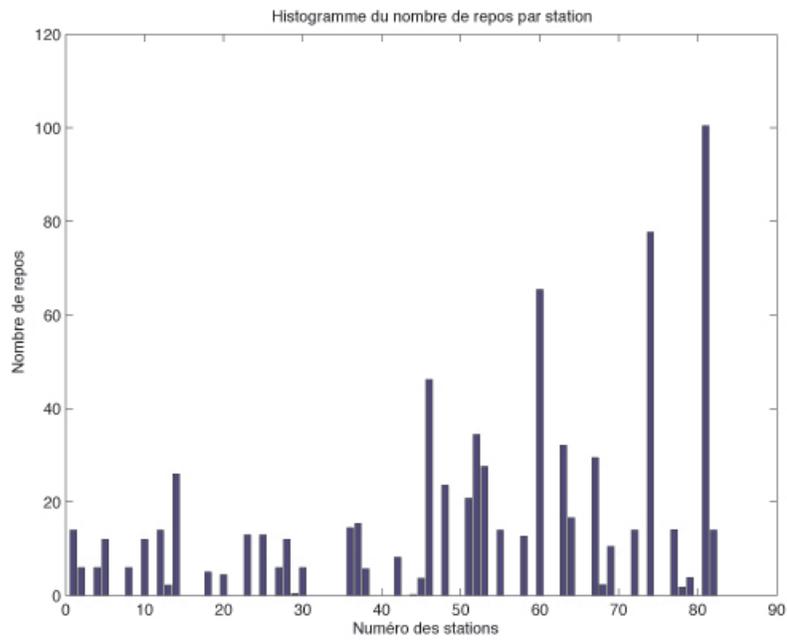


FIGURE A.14 Répartition des périodes de repos pour l'instance WP2 avec le coût des arcs d'attente à 0.5.

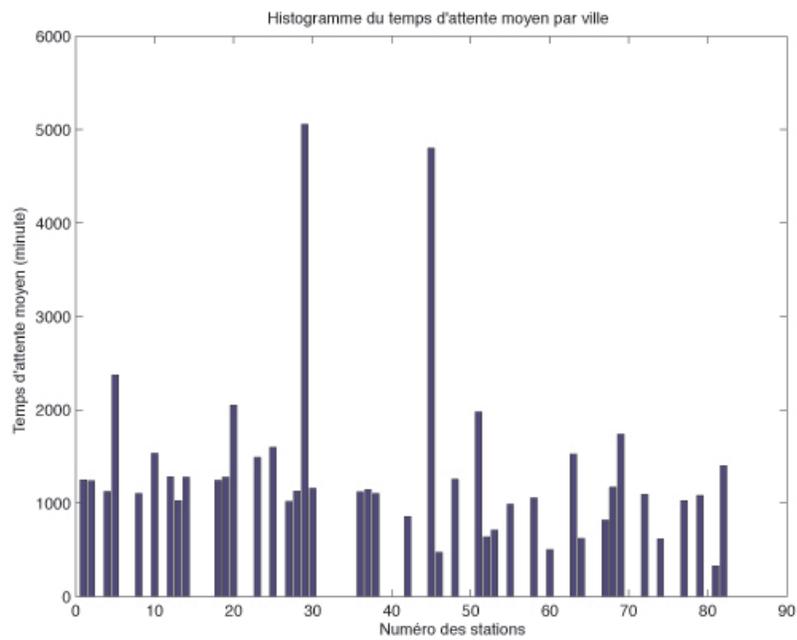


FIGURE A.15 Répartition du temps d'attente par station pour l'instance WP2.

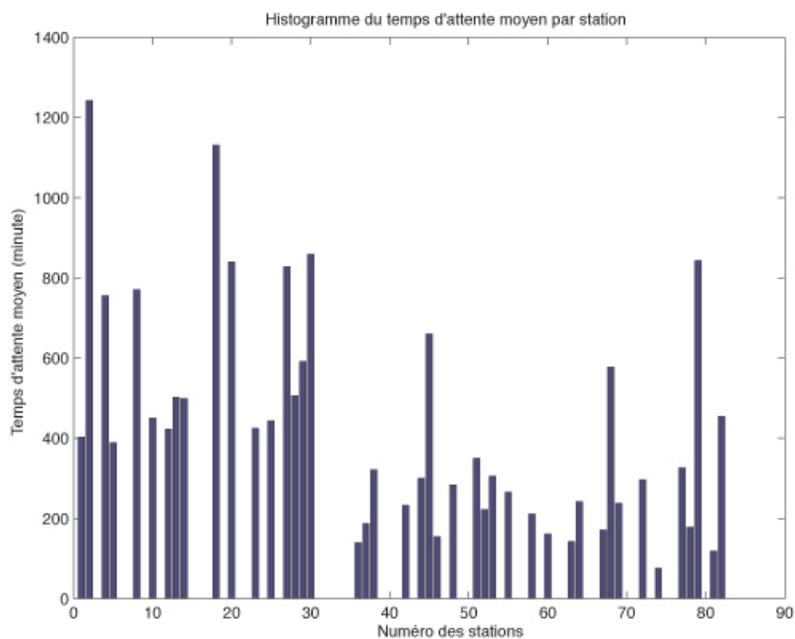


FIGURE A.16 Répartition du temps d'attente par station pour l'instance WP2.

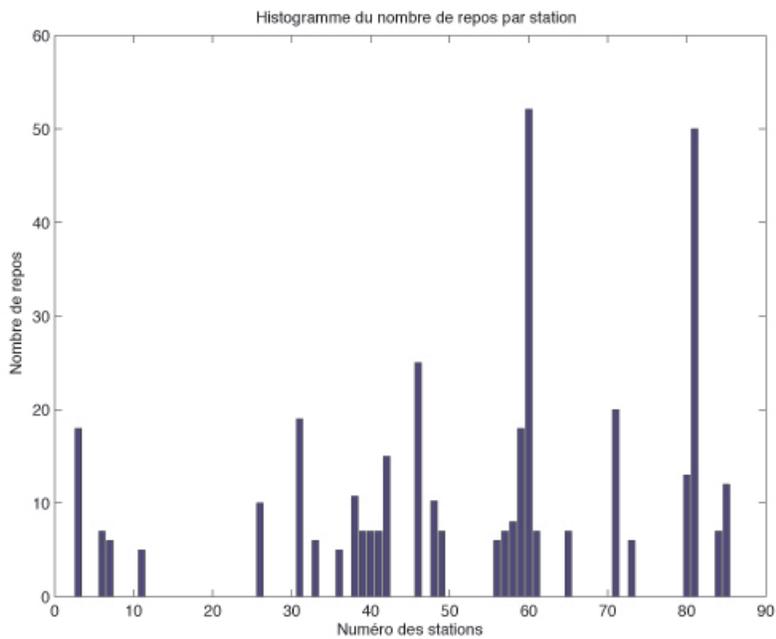


FIGURE A.17 Répartition des périodes de repos pour l'instance WP3 avec le coût des arcs d'attente à 0.

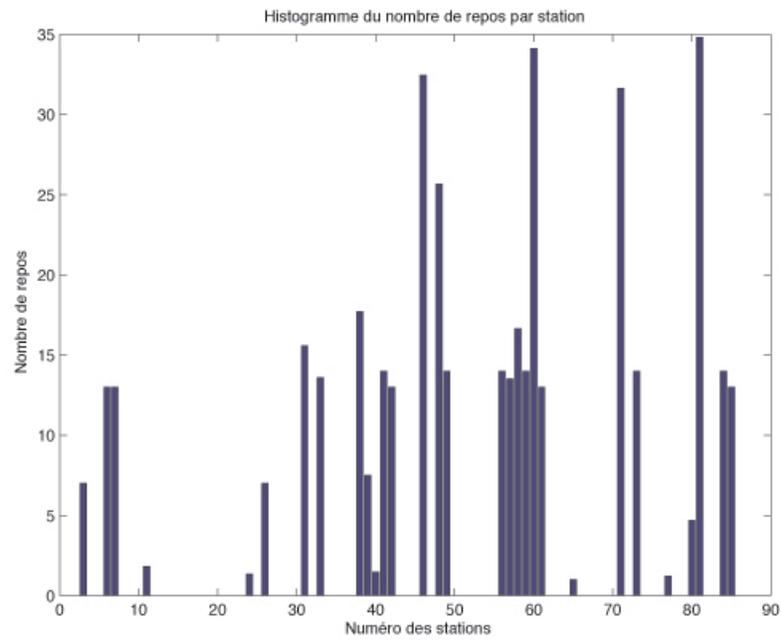


FIGURE A.18 Répartition des périodes de repos pour l'instance WP3 avec le coût des arcs d'attente à 0.5.

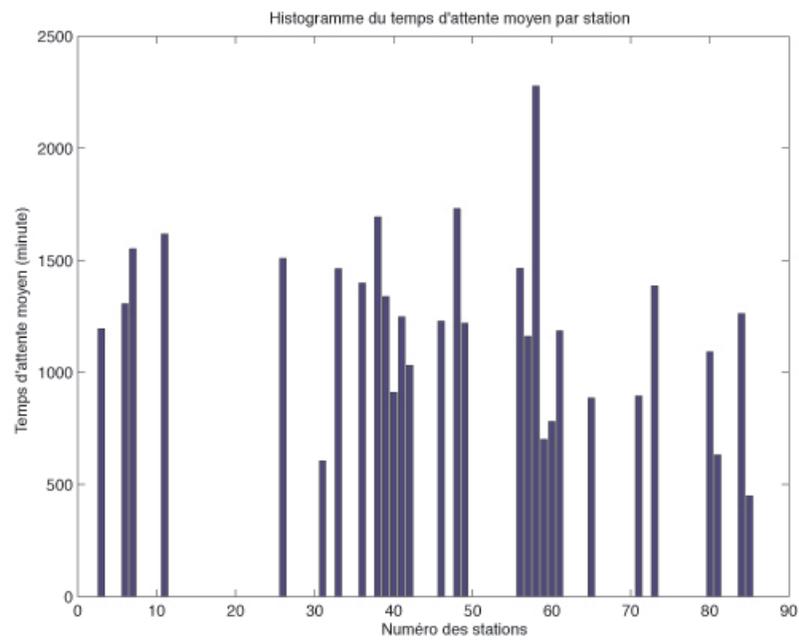


FIGURE A.19 Répartition du temps d'attente par station pour l'instance WP3.

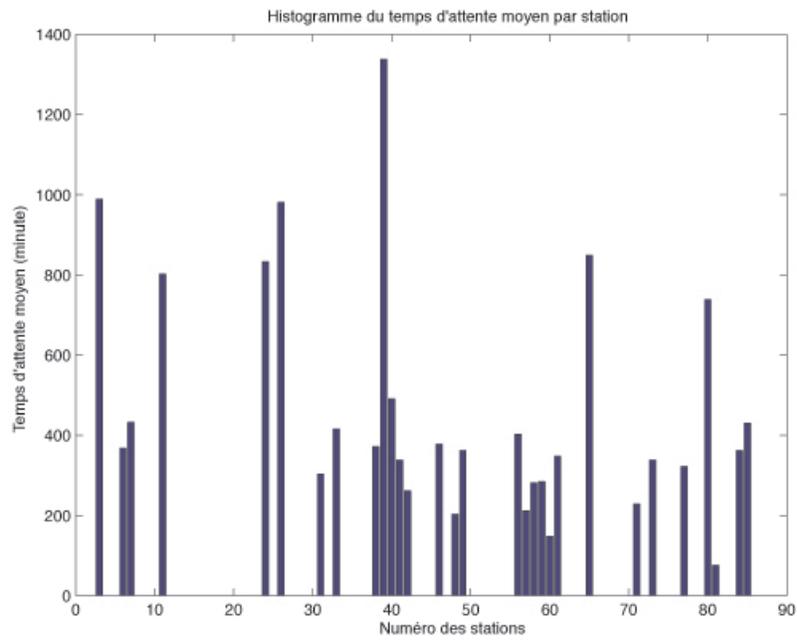


FIGURE A.20 Répartition du temps d'attente par station pour l'instance WP3.

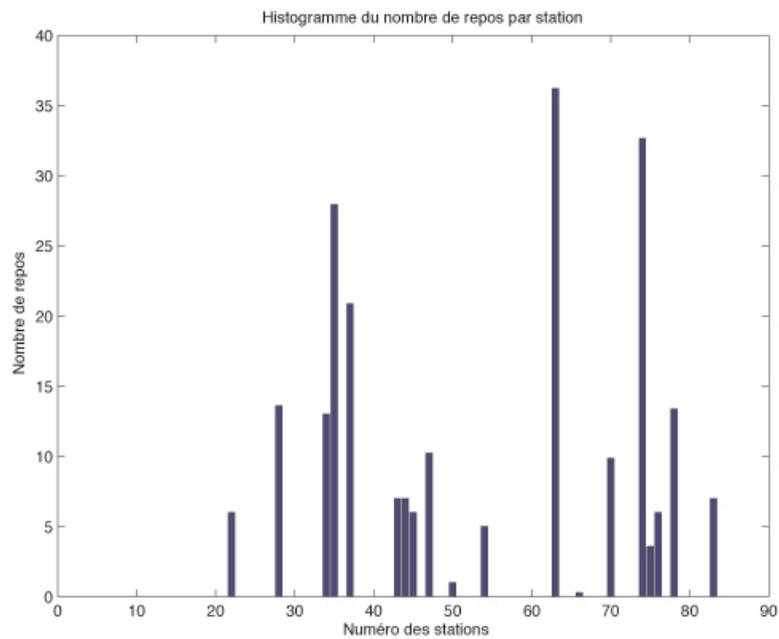


FIGURE A.21 Répartition des périodes de repos pour l'instance WP4 avec le coût des arcs d'attente à 0.

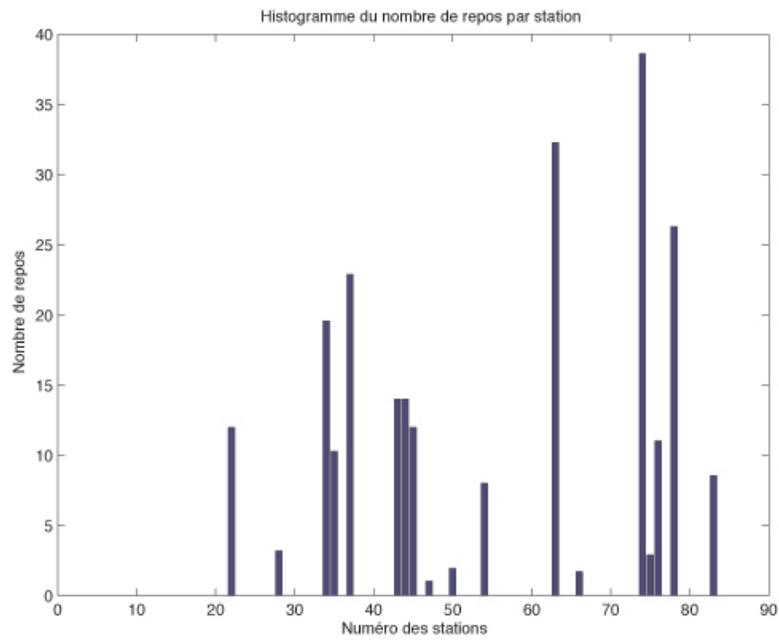


FIGURE A.22 Répartition des périodes de repos pour l'instance WP4 avec le coût des arcs d'attente à 0.5.

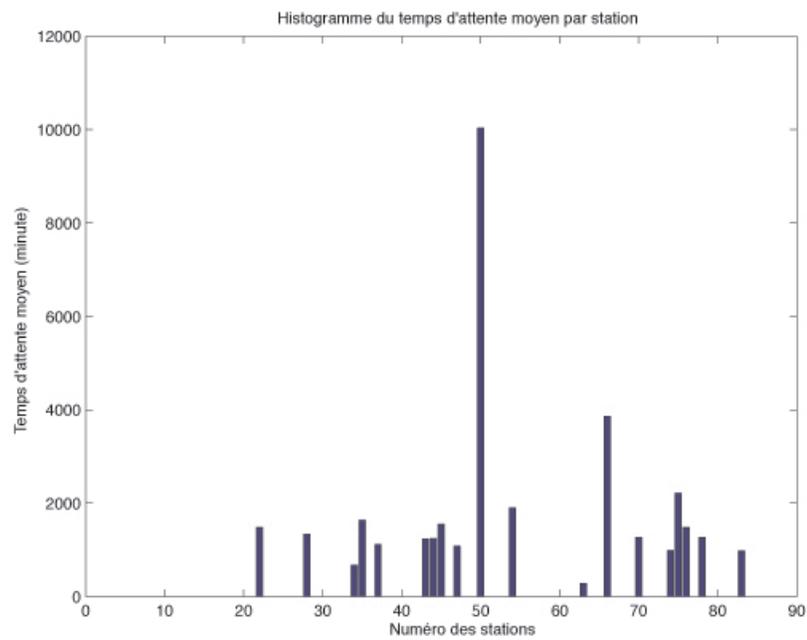


FIGURE A.23 Répartition du temps d'attente par station pour l'instance WP4.

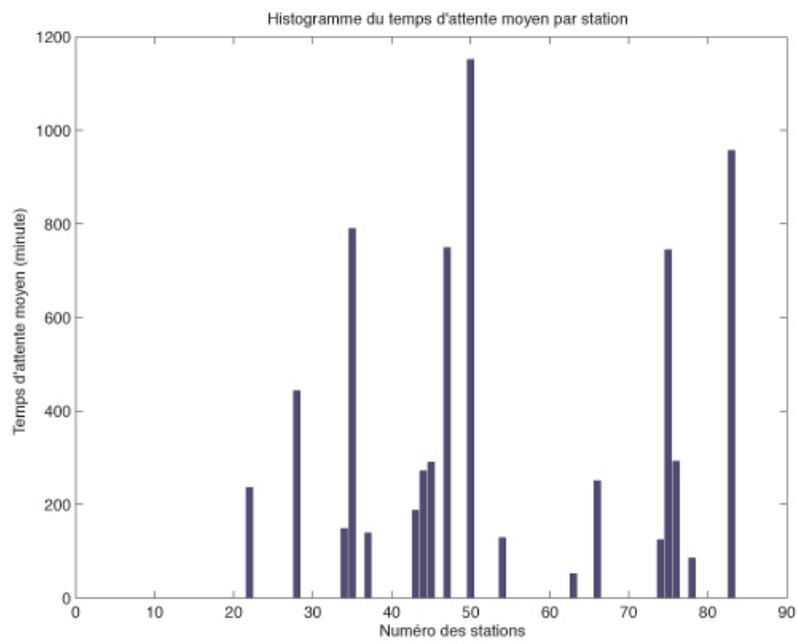


FIGURE A.24 Répartition du temps d'attente par station pour l'instance WP4.

## A.4 Impacts de $C_{\text{attente}}$ dans le modèle

Bien qu'il soit indispensable d'utiliser une valeur plus grande que 0 pour  $C_{\text{attente}}$ , il faut faire attention à ne pas prendre une valeur trop élevée pour ne pas trop influencer le modèle. Les figures suivantes présentent l'évolution de l'objectif ainsi que celle du nombre de repos en fonction de  $C_{\text{attente}}$  dans les solutions pour chacune des instances.

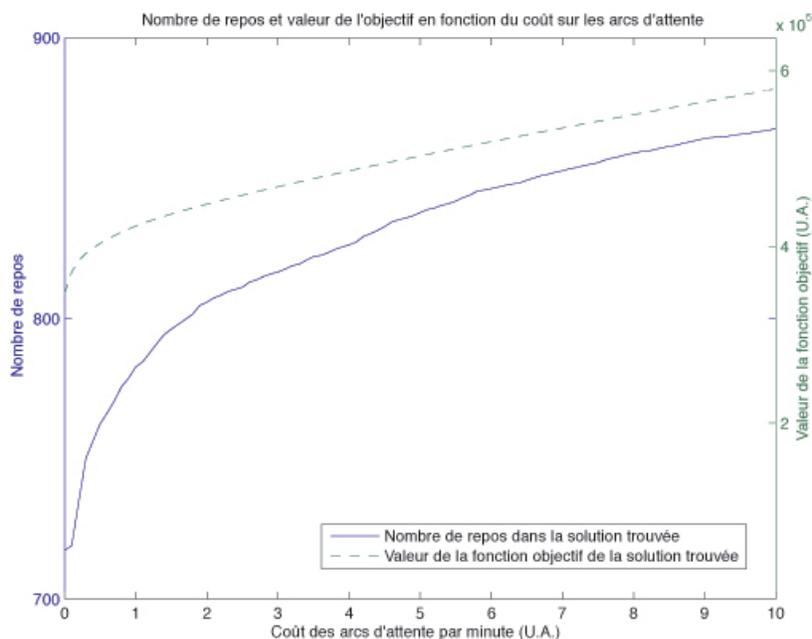


FIGURE A.25 Évolution de l'objectif et du nombre de repos en fonction de  $C_{\text{attente}}$  dans les solutions pour l'instance WP1.

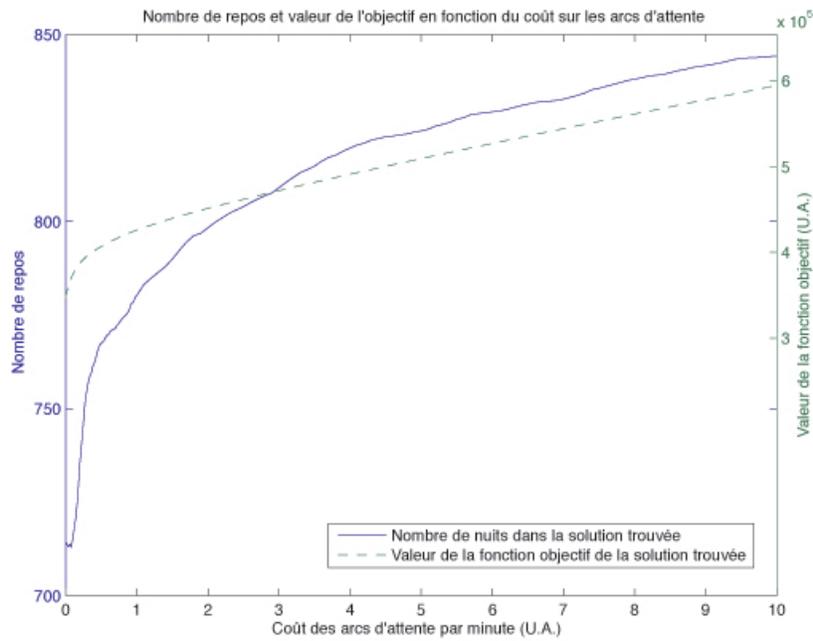


FIGURE A.26 Évolution de l'objectif et du nombre de repos en fonction de  $C_{attente}$  dans les solutions pour l'instance WP2.

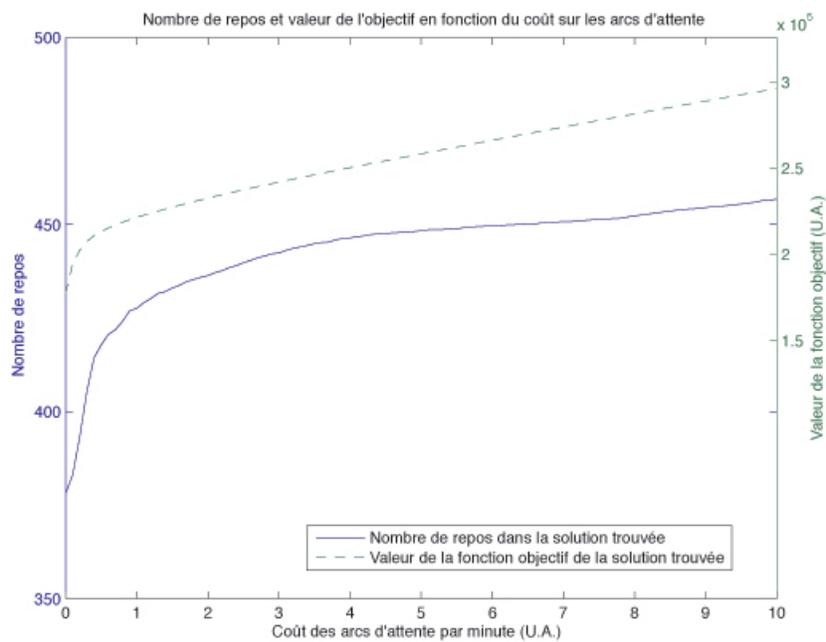


FIGURE A.27 Évolution de l'objectif et du nombre de repos en fonction de  $C_{attente}$  dans les solutions pour l'instance WP3.

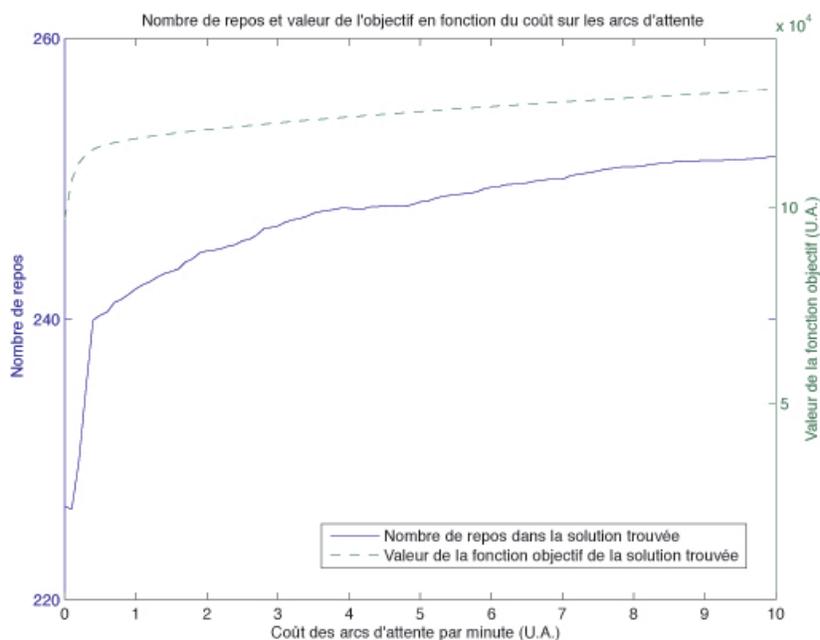


FIGURE A.28 Évolution de l'objectif et du nombre de repos en fonction de  $C_{\text{attente}}$  dans les solutions pour l'instance WP4.

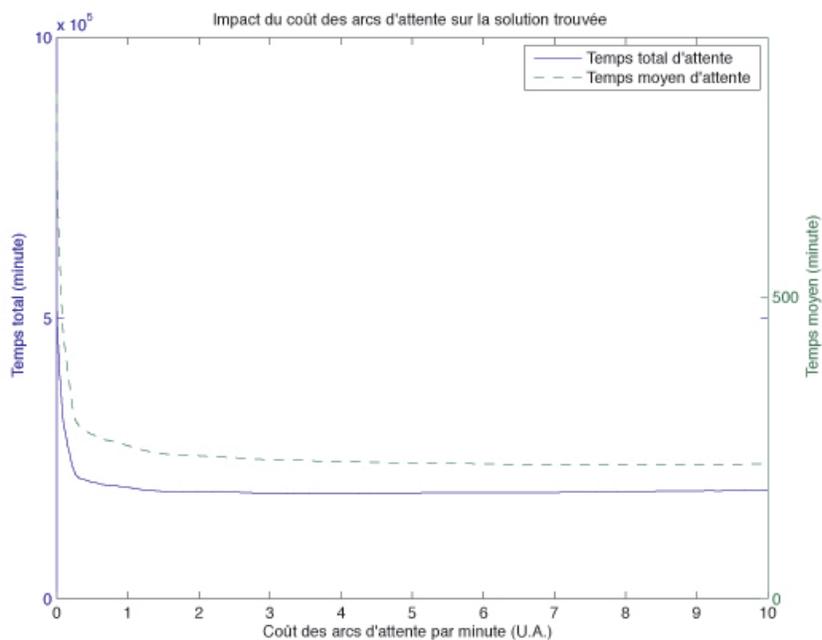


FIGURE A.29 Impact de  $C_{\text{attente}}$  sur le temps d'attente total ainsi que sur le temps d'attente moyen pour l'instance WP1.

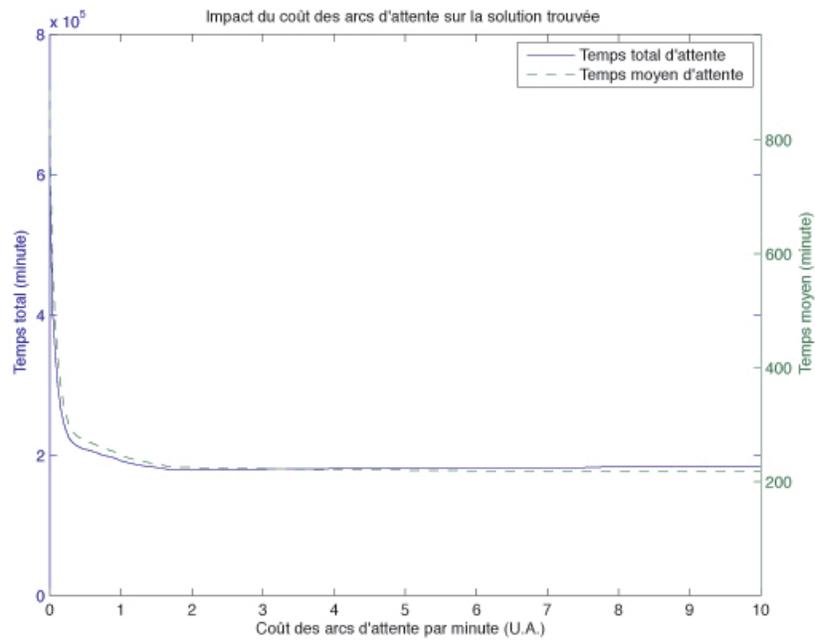


FIGURE A.30 Impact de  $C_{\text{attente}}$  sur le temps d'attente total ainsi que sur le temps d'attente moyen pour l'instance WP2.

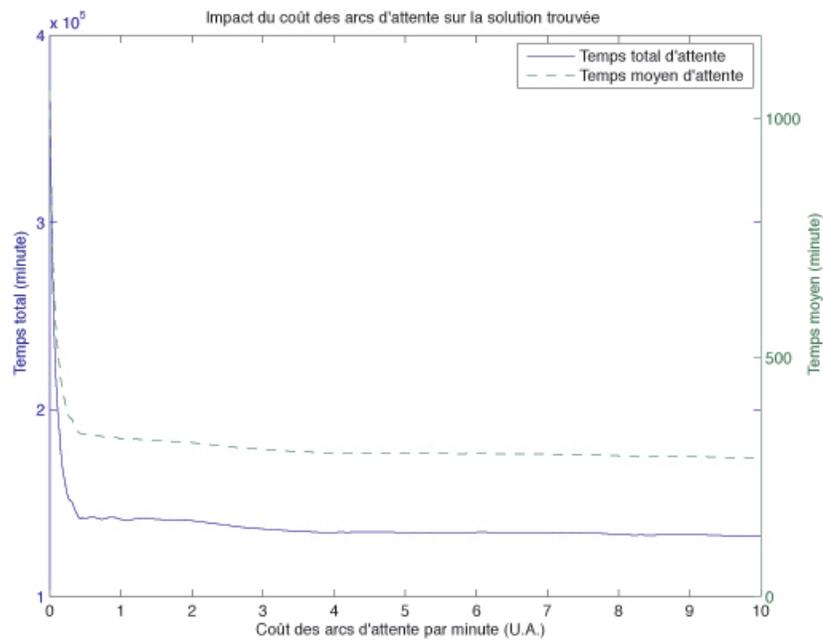


FIGURE A.31 Impact de  $C_{\text{attente}}$  sur le temps d'attente total ainsi que sur le temps d'attente moyen pour l'instance WP3.

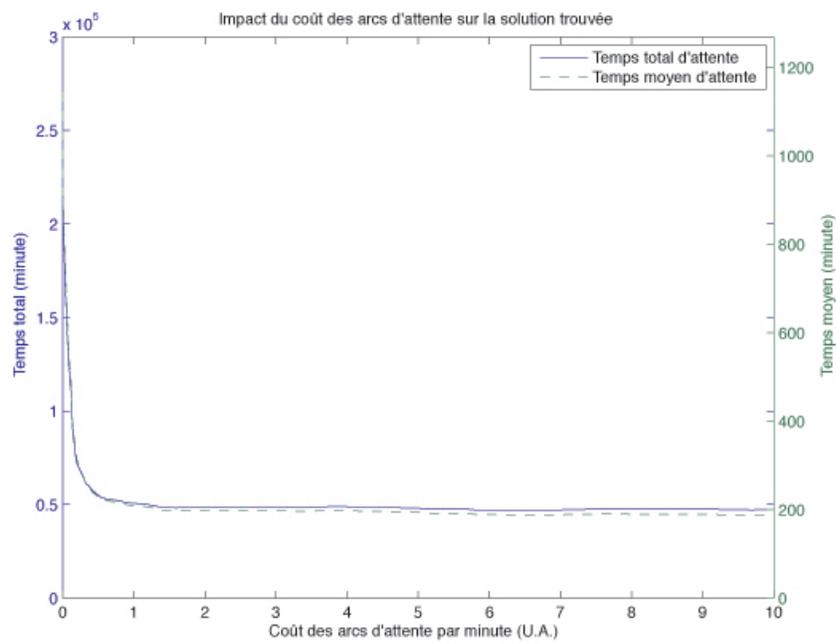


FIGURE A.32 Impact de  $C_{\text{attente}}$  sur le temps d'attente total ainsi que sur le temps d'attente moyen pour l'instance WP4.

## A.5 Impacts de la perturbation uniforme

L'impact de la perturbation uniforme est fortement lié à  $C_{attente}$ . En effet, la perturbation uniforme n'a pas beaucoup d'impact lorsque  $C_{attente}$  est faible. Par contre, la perturbation uniforme permet de réduire drastiquement les temps de calcul lorsque  $C_{attente}$  prend de grandes valeurs. Les figures suivantes résument les temps de calcul en fonction de  $C_{attente}$  et de  $\epsilon_{pertub}$ .

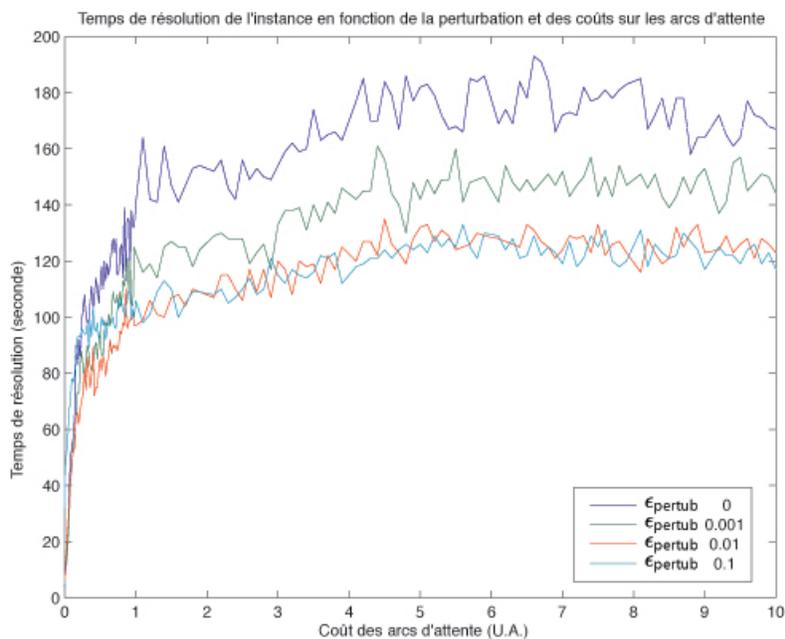


FIGURE A.33 Impact de la perturbation uniforme et de  $C_{attente}$  sur les temps de calcul pour l'instance WP1.

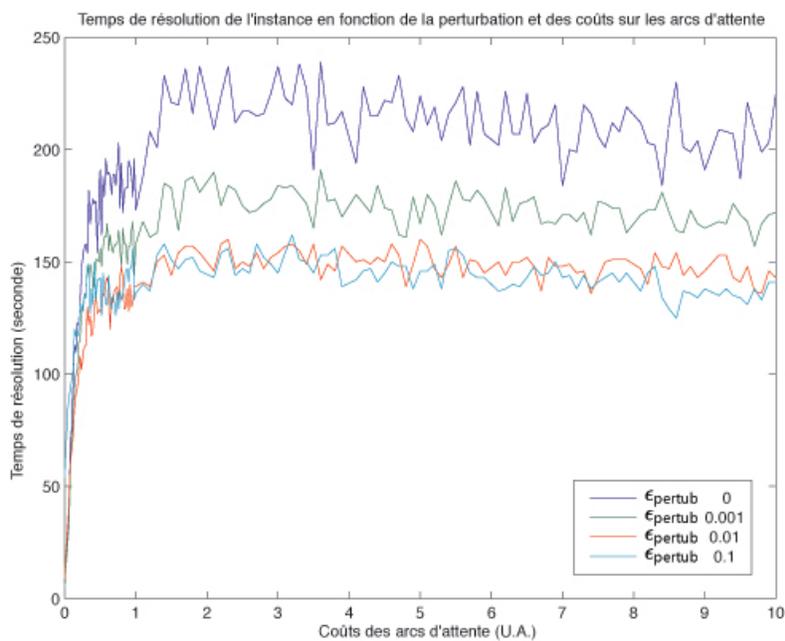


FIGURE A.34 Impact de la perturbation uniforme et de  $C_{\text{attente}}$  sur les temps de calcul pour l'instance WP2.

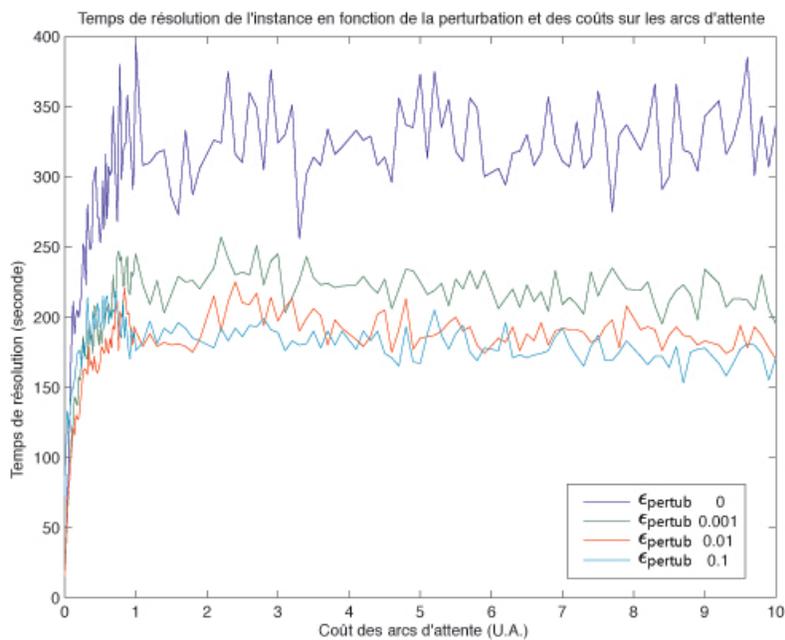


FIGURE A.35 Impact de la perturbation uniforme et de  $C_{\text{attente}}$  sur les temps de calcul pour l'instance WP3.

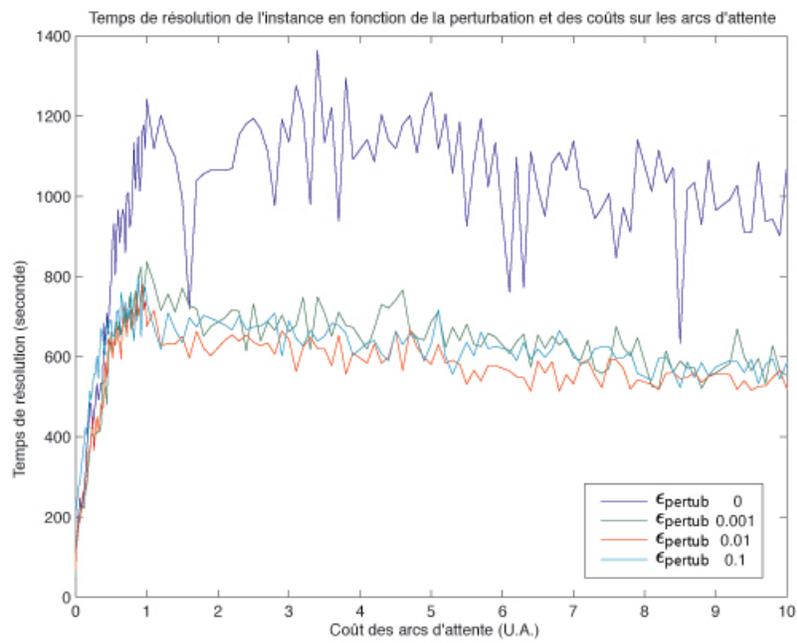


FIGURE A.36 Impact de la perturbation uniforme et de  $C_{\text{attente}}$  sur les temps de calcul pour l'instance WP4.