

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

INVERSION CONJOINTE DES DONNÉES ÉLECTRIQUES ET DE RADAR EN  
FORAGE

ABDERREZAK BOUCHEDDA  
DÉPARTEMENT DES GÉNIES CIVIL, GÉOLOGIQUE ET DES MINES  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

THÈSE PRÉSENTÉE EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLÔME DE PHILOSOPHIÆ DOCTOR  
(GÉNIE MINÉRAL)  
AOÛT 2010

© Abderrezak Bouchedda, 2010.

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Cette thèse est intitulée:

INVERSION CONJOINTE DES DONNÉES ÉLECTRIQUES ET DE RADAR EN FORAGE

Présentée par : BOUCHEDDA Abderrezak

en vue de l'obtention du diplôme de : Philosophiæ Doctor

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. MARCOTTE Denis, Ph. D., président

M. CHOUTEAU Michel, Ph. D., membre et directeur de recherche

M. GIROUX Bernard, Ph. D., membre et codirecteur de recherche

M. GLOAGUEN Erwan, Ph. D., membre

M. HOLLIGER Klaus, Ph. D., membre

## DÉDICACE

*À mes parents, ma femme et ma fille.*

*«L'âme individuelle s'accomplit dans et par les  
connaissances. L'invention et le développement des  
sciences répondent d'abord à une nécessité  
spirituelle»*

*Ibn Khaldoun*

## REMERCIEMENTS

Mes remerciements s'adressent tout d'abord à mes directeurs de recherche MM. Michel CHOUTEAU et Bernard GIROUX. Les entrevues avec eux, denses et enrichissantes, permettent toujours de repartir du bon pied. J'ai toujours apprécié la liberté qu'ils m'ont laissée dans le travail, la confiance qu'ils m'ont accordée et surtout leurs qualités humaines certaines. J'aimerais qu'ils retiennent ma reconnaissance et mon profond respect.

J'exprime toute ma reconnaissance envers tous les membres de mon jury, MM. A. GLOAGUEN, K. HOLLIGER et D. MARCOTTE, d'avoir accepté de juger cette thèse et pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail.

Je voudrai remercier tout particulièrement ma femme qui a contribué directement à ce travail en corrigeant le présent manuscrit.

J'adresse des remerciements particuliers à la personne qui est à l'origine de mon arrivée au laboratoire de géophysique appliquée de polytechnique, M. Pierre ANDRIEUX, professeur à la retraite. Selon lui, la géophysique est un art.

Merci à toutes les personnes que j'ai eu l'occasion de connaître au laboratoire de géophysique et de géostatistique ainsi qu'au personnel administratif du département C.G.M. Je voudrai aussi remercier Hamza Bouabdallah et Rabah Bensalem avec lesquelles j'ai fait mes premiers pas dans le domaine de la recherche scientifique. Finalement, je tiens à remercier mes parents pour leur incommensurable soutien tout au long de mes études, du primaire au doctorat!

## RÉSUMÉ

Dans le cadre de cette thèse, deux algorithmes d'inversion conjointe des données électriques et de radar en forage ont été développés.

Le premier algorithme combine une approche basée sur l'échange de l'information structurale entre deux inversions séparées et une régularisation dans le domaine des ondelettes qui force la solution à avoir une représentation creuse des coefficients en ondelettes. Cette régularisation consiste à appliquer un algorithme de seuillage doux à chaque itération d'un algorithme de descente. L'opération de seuillage nécessite le calcul de seuils qui sont déterminés dans notre cas en maximisant un critère de similarité structurale entre les modèles de résistivité et de lenteur. Comme la régularisation dans le domaine des ondelettes permet la reconstruction des discontinuités de contraste fort ainsi que les zones homogène, nous proposons d'utiliser le détecteur de contours Canny pour extraire l'information structurale de chaque modèle. Les contours ainsi détectés sont utilisés pour construire des matrices de pondération qui sont appliquées à la matrice de rugosité de chaque inversion séparée. Pour valider cet algorithme trois modèles synthétiques ont été utilisés. Les résultats montrent que celui-ci permet d'améliorer la résolution spatiale, ainsi qu'une meilleure estimation des propriétés physiques, en comparaison avec l'inversion séparée. De plus, il présente l'avantage d'être très robuste lorsque le niveau du bruit est élevé.

Dans le deuxième algorithme, on propose de combiner une inversion coopérative par zonation et une approche bayésienne hiérarchique. L'inversion coopérative par zonation consiste à utiliser séquentiellement une approche de classification non-hiérarchique et un algorithme d'inversion séparée. Dans un processus itératif, l'algorithme de classification non-hiérarchique est appliqué sur les résultats obtenus par inversion séparée pour générer des modèles composés de plusieurs zones homogènes représentant chacune une certaine lithologie du milieu investigué. Les modèles ainsi construits sont ensuite utilisés comme modèles *a priori* dans une nouvelle étape d'inversion séparée. La solution obtenue par une telle approche peut être biaisé vers le modèle *a priori* qui est fonction du nombre de classes dans l'algorithme de classification non-hiérarchique. Pour éviter ce genre de problème, nous proposons de résoudre le problème inverse par une formulation

hiérarchique bayésienne où la distribution hiérarchique *a priori* est basée sur les modèles obtenus par zonation. Les avantages d'une telle formulation permet, d'une part, une réduction du biais vers un mauvais modèle *a priori*, et d'autre part, une amélioration de la résolution spatiale lorsque l'information *a priori* est consistante. Plusieurs tests ont été réalisés sur trois modèles synthétiques en utilisant plusieurs nombre de classes pour l'algorithme de classement. Les résultats montrent que cette approche donne des solutions moins biaisées vers un mauvais *a priori* qu'une approche par zonation. Le choix du nombre de classes pour la construction du modèle *a priori* est rendu ainsi moins crucial. Cependant, l'algorithme reste sensible au niveau du bruit.

Finalement, les performances de ces deux algorithmes ont été testé sur des données réelles pour la caractérisation de la zone non-saturée d'un aquifère gréseux de Sherwood (Grande Bretagne). Les résultats les plus cohérents avec l'information hydrogéologique et les diagraphies géophysiques ont été obtenus à l'aide du premier algorithme. Il a permis la mise en évidence de la structure de la zone non-saturée ainsi qu'une bonne estimation des ses propriétés physiques.

Un peu en marge de l'inversion conjointe, un algorithme de pointé de la première arrivée a été développé spécifiquement pour la tomographie radar. Ce pointeur est basé sur le critère d'information d'Akaike (AIC) et de la transformée en ondelettes continue complexe. Il présente l'avantage d'être entièrement automatique et de ne pas dépendre de la forme de l'ondelette radar comme c'est le cas des approches par inter-corrélation où la similarité entre les traces regroupées selon un même angle transmetteur-récepteur n'est pas toujours garantie. Les performances de ce pointeur ainsi que trois approches par inter-corrélation ont été testé sur des données synthétiques et réelles. Les résultats montrent que le pointeur par AIC-CWT est très polyvalent mais ses performances se détériorent rapidement en présence de bruit.

## ABSTRACT

We present two joint structural inversion algorithm for cross-hole electrical resistance tomography (ERT) and cross-hole radar travel time tomography (RTT).

The first algorithm proceeds by combining the exchange of structural information and a regularization method that consists of imposing an  $L_1$ -norm penalty in the wavelet domain. The minimization of the  $L_1$ -norm penalty is carried out using an iterative soft-thresholding algorithm. The thresholds are estimated by maximizing a structural similarity criterion, which is a function of the two (ERT and RTT) inverted models. Besides, the regularization in the wavelet basis allows for the possibility of sharp discontinuities superimposed on a smoothly varying background. Hence the structural information is extracted from each model using a Canny edge detector. The detected edge serves to construct a weighting matrix that is used to alter the smoothness matrix constraint. To validate our methodology and its implementation, three synthetic models were created. Experiments demonstrate that the proposed approach improves the spatial resolution and quantitative estimation of physical parameters. In addition, it seems to be more robust in high noise level condition.

In the second algorithm, we propose to combine a zonal cooperative inversion (ZCI) scheme with a hierarchical Bayesian approach, in order to invert cooperatively cross-hole ERT data and cross-hole radar travel time data. The basic idea of ZCI is to use cooperatively cluster analysis and separate inversion algorithm. For each iteration cluster analysis of separate inversion results is used to construct models that contain the parameter characteristics of dominant subsurface structures. These constructed models are then used as starting model in the next iteration of separate inversion. The resulting models are then biased to starting models which are a function of the number of clusters. To overcome this problem, we formulate the inverse problem within a hierarchical Bayesian framework where the hierarchical prior distribution is based on the a priori models constructed from cluster analysis. The advantage of such a formulation is to avoid undesirable bias towards the starting model and leads to significantly improved spatial resolution

for consistent prior information. To validate our methodology and its implementation, a few experiments using three simple synthetic models are performed using different number of clusters. The results show that our cooperative inversion approach provides effective means to constrain resistivity and radar velocity models without biasing the solution. Hence, the choice of number of cluster to create the *a priori* model is not very important. However, this algorithm seems to be sensitive de noise level.

Finally, the proposed algorithms were applied for Sherwood sandstone vadoze zone characterisation to evaluate their performance. The results were compared to joint inversion with cross-gradient constraint algorithm. The first algorithm presents the best results that are in accordance with hydrogeological information and geophysical logs.

In addition to joint inversion algorithms, we introduce a new traveltime picking schemes developed specifically for crosshole ground-penetrating radar (GPR) applications. The approach is based on the Akaike information criterion (AIC) and continuous wavelet transform (CWT). It is not tied to the restrictive criterion of waveform similarity that underlies crosscorrelation approaches, which is not guaranteed for traces sorted in common ray-angle gathers. It has the advantage of being automated fully. Performances of our algorithm and a few crosscorrelation approaches are tested with synthetic and real data. The results show that the AIC-CWT approach is more versatile and performs well on all data sets. Only with data showing low signal-to-noise ratios is the AIC-CWT superseded by the modified crosscorrelation picker.



## TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE.....	III
REMERCIEMENTS .....	IV
RÉSUMÉ.....	V
ABSTRACT .....	VII
TABLE DES MATIÈRES .....	IX
LISTE DES TABLEAUX.....	XIII
LISTE DES FIGURES.....	XIV
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS .....	XIX
LISTE DES ANNEXES.....	XXV
INTRODUCTION.....	1
Objectifs de la thèse .....	6
Organisation du document .....	6
Contributions originales .....	7
CHAPITRE 1. REVUE DE LITTÉRATURE.....	9
1.1 Problème direct en électrique.....	9
1.2 Problème direct en tomographie radar .....	10
1.3 Inversion séparée.....	11
1.3.1 Inversion en tomographie électrique.....	12
1.3.2 Inversion en tomographie radar.....	13
1.4 Inversion conjointe.....	13
1.4.1 Propriété physique commune.....	15
1.4.2 Propriétés physiques reliées par une ou plusieurs relations .....	16
1.4.3 Propriétés physiques ne présentant pas de lien entre elles .....	16
1.5 Sommaire .....	19
CHAPITRE 2. CADRE THÉORIQUE GÉNÉRAL POUR LES TOMOGRAPHIES ÉLECTRIQUE ET RADAR .....	21
2.1 Cadre théorique commun : les équations de Maxwell .....	22
2.2 Les propriétés électriques.....	25
2.2.1 La conductivité électrique DC.....	26

2.2.2	Propriétés diélectriques des matériaux géologiques.....	27
2.3	La tomographie électrique.....	28
2.3.1	Le principe d'acquisition.....	29
2.3.2	Traitement des données.....	30
2.3.3	Problème direct en électrique.....	31
2.4	La tomographie radar.....	33
2.4.1	La physique de la propagation des ondes EM.....	33
2.4.2	Acquisition tomographique.....	36
2.4.3	Traitement des données.....	37
2.4.4	La modélisation.....	38
2.5	Champs d'application des méthodes électriques DC et radar.....	39
2.6	Sommaire.....	44
CHAPITRE 3. LE POINTÉ DE LA PREMIÈRE ARRIVÉE PAR AIC-CWT.....		45
3.1	Caractéristiques du signal radar.....	46
3.2	Les méthodes de pointé.....	47
3.2.1	Pointeurs par inter-corrélation.....	49
3.2.2	Pointeur AIC-CWT.....	51
3.2.3	Performance du pointeur.....	57
3.3	Sommaire.....	68
CHAPITRE 4. INVERSION CONJOINTE PAR ÉCHANGE D'INFORMATION STRUCTURALE.....		69
4.1	Quelques définitions.....	70
4.2	Problème inverse en tomographie de vitesse radar et en tomographie électrique.....	71
4.2.1	Critères d'arrêt.....	73
4.3	L'inversion dans le domaine des ondelettes.....	74
4.4	L'extraction de l'information structurale.....	76
4.5	Inversion conjointe : algorithme 1.....	77
4.5.1	Détermination du seuil.....	79
4.6	Application sur des données synthétiques.....	80
4.6.1	Le modèle 1.....	81
4.6.2	Modèle 2.....	87

4.6.3	Modèle 3.....	89
4.7	Sommaire .....	92
CHAPITRE 5. INVERSION COOPERATIVE PAR ZONATION ET FORMULATION HIÉRARCHIQUE BAYÉSIENNE.....		93
5.1	Approche bayésienne .....	93
5.1.1	Formulation bayésienne hiérarchique .....	95
5.1.2	Formulation de l'estimateur bayésien hiérarchique .....	95
5.2	Mise en œuvre d'une approche bayésienne hiérarchique pour l'inversion en ERT et RTT.....	96
5.2.1	Modélisation de la vraisemblance des données.....	96
5.2.2	Formulation hiérarchique de la distribution <i>a priori</i> .....	97
5.2.3	Estimation du modèle et des hyperparamètres .....	99
5.3	Zonation par classification non-hiérarchique k-means .....	101
5.4	Inversion coopérative: algorithme 2.....	102
5.5	Application sur des données synthétiques.....	103
5.5.1	Modèle 1.....	103
5.5.1	Modèle 2.....	108
5.5.3	Modèle 3.....	113
5.6	Sommaire .....	118
CHAPITRE 6. APPLICATION SUR DES DONNÉES RÉELLES.....		119
6.1	Problématique et objectif de l'étude.....	119
6.2	Description du site.....	120
6.3	Acquisition des données tomographiques .....	121
6.4	Caractérisation hydrogéologique du site .....	122
6.5	Analyse des diagraphies géophysiques .....	124
6.6	Résultats .....	128
6.6.1	Inversion séparée.....	128
6.6.2	Inversion conjointe .....	129
6.7	Sommaire .....	138
CHAPITRE 7. DISCUSSION .....		139
7.1	Inversion conjointe par l'algorithme 1 .....	139

7.2	Inversion conjointe par l'algorithme 2 .....	140
7.3	Comparaison entre l'algorithme 1 et l'algorithme 2 .....	141
7.4	Le pointeur par AIC-CWT .....	142
CONCLUSION ET PERSPECTIVES .....		143
BIBLIOGRAPHIE .....		146
ANNEXES .....		164

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 3.1 : Statistiques de performance pour les données du modèle 1. [a] indique le pourcentage de traces pointées automatiquement, [m] le pourcentage de traces manuellement ajustées et [f] le pourcentage total des traces pointées. Les pourcentages sont calculés par rapport au nombre de traces pointées manuellement. ....	63
Tableau 3.2 : Statistiques de performance des données de la structure en béton et de la carrière de calcaire. [a] Indique le pourcentage de traces pointées automatiquement, [m] le pourcentage de traces manuellement ajustées et [f] le pourcentage total des traces pointées. Les pourcentages sont calculés par rapport au nombre de traces pointées manuellement. ....	67
Tableau 4.1 : Statistiques entre le modèle 1 et les modèles obtenus par inversion séparée, l’algorithme 1 et l’algorithme 1 modifié. ....	85
Tableau 4.2 : Statistiques entre le modèle 1 et les modèles obtenus par inversion séparée, l’algorithme 1 et l’algorithme 1 modifié dans le cas de 10% de bruit gaussien. ....	85
Tableau 4.3 : Statistiques entre le modèle 2 et les modèles obtenus par inversion séparée, l’algorithme 1 et l’algorithme 1 modifié. ....	87
Tableau 4.4 : Statistiques entre le modèle 3 et les modèles obtenus par inversion séparée, l’algorithme 1 et l’algorithme 1 modifié. ....	90
Tableau 5.1 : Statistiques entre le modèle 1 et les modèles obtenus par inversion séparée, l’algorithme 2 et l’algorithme 2 modifié dans le cas de l’utilisation de trois classes pour la zonation. ....	106
Tableau 5.2 : Statistiques entre le modèle 1 et les modèles obtenus par inversion séparée, l’algorithme 2 et l’algorithme 2 modifié dans le cas de l’utilisation de trois classes pour la zonation et de 10% de bruit gaussien. ....	107
Tableau 5.3 : Statistiques entre le modèle 2 et les modèles obtenus par inversion séparée, l’algorithme 2 et l’algorithme 2 modifié dans le cas de l’utilisation de trois classes pour la zonation. ....	113
Tableau 5.4 : Statistiques entre le modèle 3 et les modèles obtenus par inversion séparée, l’algorithme 2 et l’algorithme 2 modifié dans le cas de l’utilisation de trois classes pour la zonation. ....	114

## LISTE DES FIGURES

- Figure 2.1 : Exemple de protocole de mesure en utilisant un dispositif bipole-bipole d'après Loke (2009). (a) pour le premier espacement, la position de C1-P1 reste fixe et C2-P2 se déplace vers le bas. Par la suite la paire C1-P1 est déplacée d'un seul pas et le déplacement de C2-P2 d'auaravant est répété. On procède ainsi jusqu'à ce que C1-P1 atteint le fond du trou, (b) la même séquence utilisée en (a) avec un espacement plus grand, (c) la même séquence utilisée en (a) excepté que les mesures sont réalisées entre un forage et la surface et (d) toutes les électrodes se trouvent dans le même forage. ....31
- Figure 2.2 : Représentation schématique de l'acquisition en tomographie radar. ....37
- Figure 2.3 : Représentation schématique d'un trajet de rai à travers un milieu hétérogène. Le sous-sol est discrétisé par une grille régulière où la lenteur  $s_j$  est constante dans chaque cellule. La grille utilisée pour le tracé de rai est définie sur les arrêtes des cellules et elle est composée de nœuds primaires et de nœuds secondaires. ....40
- Figure 3.1 : Traces radar enregistrées pour (a) un faible et (b) un grand angle Tx-Rx. Les paramètres utilisés pour le calcul du rapport S/N sont montrés pour les deux traces. ....49
- Figure 3.2 : Exemple de l'isolation du premier cycle d'une trace synthétique ayant une fréquence dominante de 176 MHz. Après l'application du fenêtrage, seulement l'ondelette correspondant à la première arrivée est conservée. ....50
- Figure 3.3 : L'effet de la mise à l'échelle pour trois traces possédant des fréquences dominantes différentes. Les traces sont alignées (a) sans et (b) avec mise à l'échelle. ....52
- Figure 3.4 : Résultat du débruitage par ondelettes sur une trace radar typique. ....55
- Figure 3.5 : L'influence du bruit sur l'erreur relative du temps d'arrivée du signal pointé par AIC seulement ( $\Delta t / t_{AIC}$ ) et pointé par AIC-CWT ( $\Delta t / t_{cwt}$ ). ....57
- Figure 3.6 : Modèles synthétiques de permittivité relative utilisés pour générer les données synthétiques; (a) modèle 1, (b) modèle 2, (c) et (d) les radargrammes résultants des modèles 1 et 2 pour un transmetteur commun à la position de 1m. L'émetteur est mis dans le forage qui est à la position  $x=0m$  et le récepteur se trouve dans le forage qui est à la position  $x=6m$ . ....59
- Figure 3.7 : Précision des pointeurs pour modèle 1. (a) et (b) représentent le nuage de points donnant l'erreur de pointé en fonction du rapport S/N. Les valeurs positives indiquent un

- pointé en retard. (c) et (d) représentent les courbes cumulatives des erreurs de pointé et du rapport S/N en fonction du nombre de traces.....61
- Figure 3.8 : Précision des pointeurs pour modèle 2. (a) et (b) représentent le nuage de points donnant l'erreur de pointé en fonction du rapport S/N. Les valeurs positives indiquent un pointé en retard. (c) et (d) représentent les courbes cumulatives des erreurs de pointé et du rapport S/N en fonction du nombre de traces.....62
- Figure 3.9 : Précision des pointeurs pour les données de la structure en béton (à gauche) et de la carrière de calcaire (à droite). (a) et (b) représentent le nuage de points donnant l'erreur de pointé en fonction du rapport S/N. Les valeurs positives indiquent un pointé en retard. (c) et (d) représentent les courbes cumulatives des erreurs de pointé et du rapport S/N en fonction du nombre de traces.....66
- Figure 4.1 : Illustration schématique de l'algorithme 1 proposé pour l'inversion conjointe des données de tomographies électrique et radar. DC est l'abréviation de détecteur de Canny. .78
- Figure 4.2: Modèles synthétiques. (a) et (b) images de résistivité et de vitesse du modèle 1, (c) et (d) images de résistivité et de vitesse du modèle 2, (e) et (f) images de résistivité et de vitesse du modèle 3. ....82
- Figure 4.3: Résultats d'inversion obtenus pour le modèle 1 en ajoutant 3% de bruit gaussien. (a) et (b) images de résistivité et de vitesse obtenues par inversion séparée, (c) et (d) images de résistivité et de vitesse obtenues à l'aide de l'algorithme 1, (e) et (f) images de résistivité et de vitesse obtenues à l'aide de l'algorithme 1 modifié. ....84
- Figure 4.4 : Résultats d'inversion obtenus pour le modèle 1 en ajoutant 10% de bruit gaussien. (a) et (b) images de résistivité et de vitesse obtenues par inversion séparée, (c) et (d) images de résistivité et de vitesse obtenues à l'aide de l'algorithme 1, (e) et (f) images de résistivité et de vitesse obtenues à l'aide de l'algorithme 1 modifié. ....86
- Figure 4.5: Résultats d'inversion obtenus pour le modèle 2 en ajoutant 3% de bruit gaussien. (a) et (b) images de résistivité et de vitesse obtenues par inversion séparée, (c) et (d) images de résistivité et de vitesse obtenues à l'aide de l'algorithme 1, (e) et (f) images de résistivité et de vitesse obtenues à l'aide de l'algorithme 1 modifié. ....88
- Figure 4.6 : Résultats d'inversion obtenus pour le modèle 3. (a) et (b) images de résistivité et de vitesse obtenues par inversion séparée, (c) et (d) images de résistivité et de vitesse obtenues

- à l'aide de l'algorithme 1, (e) et (f) images de résistivité et de vitesse obtenues à l'aide de l'algorithme 1 modifié.....91
- Figure 5.1 : Illustration schématique de l'algorithme 2 proposé pour l'inversion coopérative des données de tomographies électrique et radar. L'algorithme est initialisé avec un écart-type  $\delta^{(0)}$  élevé pour empêcher la solution d'être biaisé vers l'*a priori* dès la première itération. 105
- Figure 5.2 : Résultats d'inversion obtenus pour le modèle 1 en utilisant deux classes. (a) Modèle de résistivité *a priori*, (b) modèle de vitesse *a priori*, (c) et (d) images de résistivité et de vitesse obtenues à l'aide de l'algorithme 2, (e) et (f) images de résistivité et de vitesse obtenues à l'aide de l'algorithme 2 modifié..... 109
- Figure 5.3 : Résultats d'inversion obtenus pour le modèle 1 en utilisant trois classes. (a) Modèle de résistivité *a priori*, (b) modèle de vitesse *a priori*, (c) et (d) images de résistivité et de vitesse obtenues à l'aide de l'algorithme 2, (e) et (f) images de résistivité et de vitesse obtenues à l'aide de l'algorithme 2 modifié..... 110
- Figure 5.4 : Résultats d'inversion obtenus pour le modèle 1 en utilisant quatre classes. (a) Modèle de résistivité *a priori*, (b) modèle de vitesse *a priori*, (c) et (d) images de résistivité et de vitesse obtenues à l'aide de l'algorithme 2, (e) et (f) images de résistivité et de vitesse obtenues à l'aide de l'algorithme 2 modifié..... 111
- Figure 5.5 : Résultats d'inversion obtenus pour le modèle 1 en utilisant dix classes. (a) Modèle de résistivité *a priori*, (b) modèle de vitesse *a priori*, (c) et (d) images de résistivité et de vitesse obtenues à l'aide de l'algorithme 2, (e) et (f) images de résistivité et de vitesse obtenues à l'aide de l'algorithme 2 modifié..... 112
- Figure 5.6 : Résultats d'inversion obtenus pour le modèle 1 avec 10% de bruit gaussien. (a) et (b) Images de résistivité et de vitesse obtenues par inversion séparée, (c) et (d) images de résistivité et de vitesse obtenues à l'aide de l'algorithme 2, (e) et (f) images de résistivité et de vitesse obtenues à l'aide de l'algorithme 2 modifié. .... 115
- Figure 5.7 : Résultats d'inversion obtenus pour le modèle 2 en utilisant trois classes. (a) et (b) Images de résistivité et de vitesse obtenues par inversion séparée, (c) et (d) images de résistivité et de vitesse obtenues à l'aide de l'algorithme 2, (e) et (f) images de résistivité et de vitesse obtenues à l'aide de l'algorithme 2 modifié. .... 116
- Figure 5.8 : Résultats d'inversion obtenus pour le modèle 3 en utilisant trois classes. (a) et (b) Images de résistivité et de vitesse obtenues par inversion séparée, (c) et (d) images de



- résistivité et de vitesse obtenues à l'aide de l'algorithme 2, (e) et (f) images de résistivité et de vitesse obtenues à l'aide de l'algorithme 2 modifié. .... 117
- Figure 6.1: Localisation du site d'étude et disposition des forages réalisés (adaptée de Binley et al., 2001)..... 121
- Figure 6.2 : (a) Séquence stratigraphique et (b) conductivités hydrauliques mesurées sur des échantillons prélevés le long du forage D. Kh et Kv sont, respectivement, les conductivités hydrauliques horizontales et verticales (adaptée de Pokar et al., 2006)..... 123
- Figure 6.3 : Diagramme schématique des mécanismes d'écoulement dans la zone non-saturée de l'acquière gréseux de Sherwood, tel que proposé par West et Truss (2006). .... 125
- Figure 6.4 : Diagraphies de conductivité EM et par rayons gamma réalisées dans les forages E3, R3, E4 et R4 pendant la période de juin 1999. Les rectangles en trait plein délimitent les zones de forte émission de rayonnement gamma et de forte conductivité et ceux en tireté correspondent uniquement à des valeurs importantes d'émissions de rayonnement gamma. .... 126
- Figure 6.5 : Diagraphies de conductivité EM et par rayons gamma réalisées dans les forages R1, R2 et E2 pendant la période de juin 1999. Les rectangles en trait plein délimitent les zones de fortes émissions gammas et de fortes conductivités et ceux en tireté correspondent uniquement à des valeurs importantes d'émissions gammas. .... 127
- Figure 6.6 : Modèles obtenus par inversion séparée des données des tomographies radar et électrique des panneaux E1E2 et R1R2. (a) et (c) Images de résistivité électrique obtenues respectivement par inversion lisse et robuste, (b) et (d) images de vitesse radar obtenues respectivement par inversion lisse et robuste. La zonation réalisée à partir des diagraphies géophysiques est représentée sur les images de résistivité et de vitesse. .... 130
- Figure 6.7 : Modèles obtenus par inversion conjointe des données des tomographies radar et électrique des panneaux E1E2 et R1R2. (a) et (b) Images de résistivité électrique et de vitesse radar obtenues en utilisant l'algorithme 1, (c) et (d) images de résistivité électrique et de vitesse radar obtenues en utilisant l'algorithme 3 avec une régularisation stochastique. La zonation réalisée à partir des diagraphies géophysiques est représentée sur les images de résistivité et de vitesse. .... 134
- Figure 6.8 : Modèles obtenus par inversion conjointe des données des tomographies radar et électrique des panneaux E1E2 et R1R2. (a) et (b) Images de résistivité électrique et de

vitesse radar obtenues en utilisant l'algorithme 2, (c) et (d) images de résistivité électrique et de vitesse radar obtenues en utilisant l'algorithme 3 avec une contrainte de lissage. La zonation réalisée à partir des diagraphies géophysiques est représentée sur les images de résistivité et de vitesse.....135

Figure 6.9 : Modèles obtenus par inversion conjointe des données des tomographies radar et électrique des panneaux E3E4 et R3R4. (a) et (b) Images de résistivité électrique et de vitesse radar obtenues en utilisant l'algorithme 1, (c) et (d) images de résistivité électrique et de vitesse radar obtenues en utilisant l'algorithme 3 avec une régularisation stochastique. La zonation réalisée à partir des diagraphies géophysiques est représentée sur les images de résistivité et de vitesse.....136

Figure 6.10 : Modèles obtenus par inversion conjointe des données des tomographies radar et électrique des panneaux E3E4 et R3R4. (a) et (b) Images de résistivité électrique et de vitesse radar obtenues en utilisant l'algorithme 2, (c) et (d) images de résistivité électrique et de vitesse radar obtenues en utilisant l'algorithme 3 avec une contrainte de lissage. La zonation réalisée à partir des diagraphies géophysiques est représentée sur les images de résistivité et de vitesse.....137

## LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

$\kappa_{eff}$	Permittivité relative effective
$\kappa_a$	Permittivité relative de l'air
$\varepsilon$	Permittivité électrique
$\varepsilon_0$	Permittivité électrique du vide
$\varepsilon_T$	Permittivité électrique totale
$\varepsilon'$	Partie réelle de la conductivité électrique
$\varepsilon''$	Partie imaginaire de la conductivité électrique
$\mu$	Perméabilité magnétique
$\mu_0$	Perméabilité magnétique du vide
$\mu_0$	Perméabilité magnétique relative
$\sigma_{eff}$	Conductivité électrique effective
$\kappa_s$	Permittivité relative effective des grains solides
$\sigma_s$	Conductivité électrique de surface
$\sigma'$	Partie réelle de la conductivité électrique
$\sigma''$	Partie imaginaire de la conductivité électrique
$\sigma_{DC}$	Conductivité obtenue par courant continu
$\sigma_n$	Écart-type du bruit
$\sigma_s$	Écart-type du signal
$\rho$	Résistivité électrique
$\kappa_w$	Permittivité relative de l'eau de formation
$\sigma_w$	Conductivité électrique de l'eau de formation
$\sigma_T$	Conductivité électrique totale
$\tau$	Densité surfacique de charges électriques, seuil
$\tau_c$	Densité de charges libres
$\tau_p$	Densité de charges fictives de polarisation
$\chi_e$	Susceptibilité diélectrique

$\chi_m$	Susceptibilité magnétique
$\Phi$	Fonction objectif
$\Phi_d$	Fonctionnelle qui permet à la solution d'être, jusqu'à un certain point, fidèle aux données
$\Phi_m$	Fonctionnelle qui permet de renforcer certaines propriétés souhaitables qui résumant notre connaissance <i>a priori</i> de la solution
$\psi^*(t)$	Conjugué complexe de l'ondelette mère
$\Omega$	Domaine ferme de l'espace
$\Gamma$	Surface
$\Gamma_s$	Surface qui délimite l'interface sol-air
$\Gamma_E$	Surface qui délimite le domaine sur les côtés et en bas
$\phi$	Potential électrique
$\phi_{i,k}$	Fonction de similarité structurale entre deux zones se trouvant à la même position spatiale (i) et à la même position (k) dans l'arbre de décomposition de la DT-CWT.
$\beta$	Coefficient de régularisation, le coefficient de phase
$\alpha$	Coefficient d'atténuation
$\alpha_x, \alpha_z$	Facteurs de pondération du lissage dans la direction $x$ et $z$
$\alpha_s$	Facteur de pondération qui favorise une solution proche de $m_{ref}$ .
$\delta$	Fonction Dirac, angle de perte, écart type sur les données d
$\gamma$	Constante de propagation
$\lambda$	Pas de descente
$\theta$	Hyperparamètres
$\mu$	Moyenne
$\delta$	Écart type
$\pi_1(\theta   \theta_I)$	Distribution conditionnelle
$k$	Nombre d'ondes, le nombre d'itération
$A$	Terme qui représente la propagation de l'onde EM

AIC	Critère d'information d'Akaike
$a$	Facteur de translation
B	Terme qui représente la diffusion de l'onde EM
$\vec{B}$	Vecteur induction magnétique
$b$	Facteur d'échelle
$C$	Matrice de régularisation, matrice de rugosité ou de lissage
C1	Électrode de courant de signe positif
C2	Électrode de courant de signe négatif
$C_d$	Matrice de covariance des données
$C_m$	Matrice de covariance des paramètres du modèle
CEC	Capacité d'échange cationique
CWT	Transformée en ondelettes continue
$c$	Vitesse de la lumière
$\vec{D}$	Vecteur induction électrique
$D_x$	Matrice des dérivées premières selon la direction horizontale $x$
$D_z$	Matrice des dérivées premières selon la direction verticale $z$
DWT	Transformée en ondelettes discrète
$d$	Vecteur des données
EM	Électromagnétisme
$\vec{E}$	Vecteur champ électrique
$e$	Erreurs de modélisation et le bruit
$F$	Facteur de formation
$F(m)$	Opérateur du problème direct
$f, f_d$	Fréquence dominante
$\bar{f}$	Moyenne des fréquences dominantes de toutes les traces d'un même groupe
$f_d^i$	Fréquence dominante de chaque trace
$f_b$	Paramètre de largeur de bande
$f_c$	Fréquence centrale de l'ondelette
$J$	Matrice jacobienne
$\vec{H}$	Vecteur champ magnétique

$H$	Hypothèse
$I$	Intensité du courant électrique
$i_{\max}$	Indice correspondant au maximum de l'amplitude de la trace radar
$\vec{j}$	Densité de courant
$K$	Constante très petite
$L$	Matrice creuse contenant tous les trajets $l_j$
$L_2$	Norme $L_2$
$L_1$	Norme $L_1$
$l$	Trajet ou distance
$\Delta l$	Erreur sur le positionnement
MOG	Multi-offset gather
$\vec{M}$	Aimantation magnétique
$M$	Nombre de paramètres du modèle
$m$	Paramètres du modèle
$m_{\text{ref}}$	Modèle de référence ou modèle <i>a priori</i>
$\vec{n}$	Vecteur unitaire dans la direction normale
$N$	Nombre d'échantillons, nombre de données
$n$	Exposant de la formule d'Archie, le nombre d'images de coefficients en ondelettes résultant de la décomposition DT-CWT
$\vec{P}$	Polarisation électrique
$P$	Ensemble des paramètres du modèle
P1	Électrode de courant de signe positif
P2	Électrode de courant de signe négatif
$p(\theta)$	Loi de probabilité
$Q$	Ensemble des données, vecteur d'hyperparamètres
$q$	Densité volumique de charges électriques
$q_c$	Densité de charges libres
$q_p$	Densité de charges fictives
$\Re$	Ensemble des nombres réels
Rx	Récepteur

$S$	Information structurale
$S_w$	Saturation en eau
$S_\tau$	Opérateur de seuillage doux
S/N	Rapport signal sur bruit
SWT	Transformée en ondelettes stationnaire
SPSA	« Simultaneous perturbation stochastic approach »
$s$	Vecteur des lenteurs
$\vec{r}$	Vecteur unitaire dans la direction radiale
$r(t)$	Trace radar
rms	Fonction d'ajustement des données normalisées
rmsm	Écart relatif entre les paramètres du modèle à deux itérations consécutives
std	Écart-type
Tx	Transmetteur
$t$	Vecteur temps
$t_{AIC}$	Temps d'arrivée pointé par AIC
$t_{CWT}$	Temps d'arrivée $t_{AIC}$ après la correction par la CWT
$\Delta t$	Erreur sur le pointé
$\Delta t_e$	Pas d'échantillonnage
U	Fonction objectif à minimiser
VRP	« Vertical radar profiling »
$v$	Vitesse de phase
var	Variance
$\Delta V$	Erreur sur l'estimation de la vitesse
$W$	Matrice de la transformée en ondelettes
$W_d$	Matrice de pondération des données
$W_c$	Matrice de pondération qui permet de pénaliser les variations importantes
$W_{c\_s}$	Matrice de pondération pour le modèle de lenteur $s$
$W_{c\_p}$	Matrice de pondération pour le modèle de résistivité $\rho$
$w$	Vitesse angulaire, les coefficients en ondelettes
$w_{ERT}$	Coefficients en ondelettes du modèle de résistivité
$w_{ERT}$	Coefficients en ondelettes du modèle de lenteur

w(t)	Trace synthétique
XC	Pointeur par inter-corrélation
XC1	Pointeur par inter-corrélation avec isolation du premier cycle
XC2	Pointeur par XC1 en utilisant une mise à l'échelle
Z	Impédance intrinsèque du milieu
ZOP	Zero-offset profiling



## LISTE DES ANNEXES

ANNEXE 1 – Calcul des hyperparamètres.....	163
ANNEXE 2 – Articles.....	164

## INTRODUCTION

Les tomographies radar et électrique par courant continu constituent des outils d'imagerie géophysique haute résolution très efficaces et de plus en plus utilisés en hydrogéologie et d'autres domaines comme la géotechnique, le contrôle non destructif, le génie civil, etc. Les propriétés électriques obtenues par ces techniques (conductivité ou résistivité, permittivité électrique) constituent des estimateurs indirects de paramètres d'identification précieux en hydrogéologie : la porosité, la teneur en eau, la salinité et la capacité d'échange cationique (e.g. Tabbagh, 2005). De plus, elles présentent plusieurs avantages par rapport aux méthodes conventionnelles utilisées en hydrogéologie, géotechnique, génie civil, etc. :

- elles ont une plus grande densité d'échantillonnage des données;
- leurs coûts de mise en œuvre sont faibles;
- elles sont peu invasives ou destructives. Le milieu investigué est donc moins affecté;
- elles couvrent des volumes très importants (régionalisation). Ceci est un avantage pour la modélisation en hydrogéologie;
- elles constituent un bon interpolateur pour les informations acquises à partir de données ponctuelles;

La tomographie électrique permet l'estimation de la distribution de la résistivité du milieu investigué à partir de plusieurs mesures de potentiel provoqué par la circulation d'un courant continu (e.g. Binley et Kemna, 2005). Ceci peut se faire en utilisant plusieurs combinaisons d'électrodes d'injection de courant et de mesure de potentiel situées dans des forages ou en surface.

La tomographie radar est basée sur la propagation des ondes radio (entre 10 MHz et 1 GHz) pour caractériser le champ de lenteur (inverse de la vitesse) ou d'atténuation des milieux investigués. Elle utilise l'onde directe transmise (en général la première arrivée sur une trace radar) entre des émetteurs, situés dans un forage, et des récepteurs situés en surface ou dans un autre forage (e.g. Jol, 2009). Si on s'intéresse au temps de parcours de la première arrivée, on parle de tomographie de vitesse radar. Si en revanche, on s'intéresse à l'amplitude de la première arrivée, on parle de tomographie d'atténuation radar. Sous certaines conditions qu'on verra plus en détails dans le chapitre 2, il existe des formules théoriques simples qui permettent de calculer la permittivité

diélectrique à partir de la vitesse radar et la conductivité électrique aux fréquences radar à partir de l'atténuation. Dans ce travail, nous allons seulement nous intéresser à la tomographie de vitesse radar.

En général, l'estimation de paramètres physiques par tomographie géophysique consiste à résoudre un problème inverse qui est le plus souvent mal posé (Tarantola, 1987). La solution recherchée est par conséquent non-unique. Pour contrecarrer ceci, on doit régulariser le problème. La solution ainsi obtenue est incertaine, contient des artefacts, est souvent trop lisse et possède une résolution spatiale variable (Day-Lewis et Lane, 2004). C'est pour ces raisons qu'il faut, de préférence, parler de propriétés physiques estimées plutôt que de propriétés physiques vraies pour désigner les propriétés obtenues par imagerie géophysique.

Day-Lewis et al. (2005) ont montré que la résolution spatiale de la tomographie radar est plus faible autour des trous de forage et plus élevée au centre du panneau délimité par ces forages. À l'inverse, la résolution de la tomographie électrique est plus élevée près des électrodes, i.e. autour des trous de forage et à la surface, et plus faible en s'éloignant d'eux. Ce qui rend l'une complémentaire à l'autre. *A fortiori*, la combinaison des informations obtenues par ces deux tomographies pourrait mieux contraindre l'inversion, ce qui permettrait de restreindre le nombre de solutions et d'obtenir ainsi un modèle plus réaliste du sous-sol qui respecte les deux types de données. On parle alors d'inversion conjointe. En d'autres termes, l'analyse de plusieurs types de données dans un système physique permettrait une inférence supérieure en comparaison à l'analyse d'un seul type de données<sup>1</sup> (Gallardo et al., 2005). Cependant, une condition nécessaire et indispensable à l'inversion conjointe est l'existence d'une relation entre les deux modèles géophysiques. Par modèle géophysique, on entend la structure ou la propriété physique.

Pour des milieux hétérogènes et surtout en présence de dispersion (variation de la propriété physique en fonction de la fréquence), il est très difficile de trouver des relations pétrophysiques liant permittivité, conductivité électrique de courant continu et conductivité électrique aux fréquences radar. Ces relations, si elles existent, peuvent dépendre de plusieurs paramètres, qu'il

---

<sup>1</sup> Lorsqu'on utilise un seul type de données, on parle d'inversion séparée ou individuelle.

faudra déterminer par d'autres méthodes. Elles peuvent aussi être non-stationnaires ou non-linéaires.

Par contre, la relation structurale entre deux modèles est reliée simplement par les variations spatiales des propriétés physiques. Est-il possible de trouver une similarité structurale entre les tomographies radar et électrique? Pour répondre à cette question, Linde et al. (2006) proposent de comparer les variations des propriétés physiques grâce aux relations pétrophysiques qui relient les propriétés électriques aux propriétés hydrauliques pour une formation poreuse.

Dans le cas d'un milieu saturé, la permittivité relative effective  $\kappa_{eff}$  et la conductivité électrique effective  $\sigma_{eff}$  peuvent s'exprimer à l'aide des équations suivantes (Linde et al., 2006)

$$\begin{aligned}\kappa_{eff} &= \frac{1}{F} (\kappa_w + (F - 1) \cdot \kappa_s), \\ \sigma_{eff} &= \frac{1}{F} (\sigma_w + (F - 1) \cdot \sigma_s),\end{aligned}$$

où  $F$  est le facteur de formation qui est inversement proportionnel à la porosité,  $\kappa_w$  et  $\sigma_w$  sont la permittivité relative et la conductivité électrique de l'eau de formation,  $\kappa_s$  est la permittivité relative des grains solides et  $\sigma_s$  est la conductivité électrique de surface.

Comme les permittivités relatives de l'eau et des grains solides ne varient pas beaucoup, les variations de la permittivité relative effective sont essentiellement contrôlées par les variations du facteur de formation  $F$ . Les variations de la conductivité électrique effective sont en revanche contrôlées par  $\sigma_w$ ,  $\sigma_s$  et  $F$ . Elles dépendront seulement de  $F$  que si les variations de  $\sigma_w$  et  $\sigma_s$  sont fortement corrélées avec les variations de  $F$  ou que  $\sigma_w$  est constante et  $\sigma_s$  est négligeable.

Pour un milieu non-saturé, la permittivité relative effective  $\kappa_{eff}$  et la conductivité électrique effective  $\sigma_{eff}$  peuvent s'exprimer à l'aide des équations suivantes (Linde et al., 2006) :

$$\begin{aligned}\kappa_{eff} &= \frac{1}{F} (S_w^n \kappa_w + (1 - S_w^n) \cdot \kappa_a + (F - 1) \cdot \kappa_s), \\ \sigma_{eff} &= \frac{1}{F} (S_w^n \sigma_w + (F - 1) \cdot \sigma_s),\end{aligned}$$

où  $S_w$  est la saturation en eau,  $n$  est l'exposant de la formule d'Archie et  $\kappa_a$  est la permittivité relative de l'air.

Comme le montre les équations ci-dessus, la similarité structurale est beaucoup plus complexe à mettre en évidence à cause de l'effet de la saturation en eau. Cependant, si l'on considère l'existence d'un gradient de saturation important à l'interface d'un changement lithologique, comme par exemple à l'interface de contact entre une couche d'argile de saturation élevée et d'une couche de sable de saturation plus faible, les variations des deux propriétés physiques se produiront aux mêmes endroits. Ainsi, dans le cas des milieux saturés ou non-saturés, il pourrait y avoir une similarité structurale entre les modèles de conductivité électrique et de permittivité relative. Cependant, plusieurs paramètres contrôlent les variations des deux propriétés physiques, ce qui donnerait une ressemblance structurale partielle, seulement à certains endroits.

Dans ce qui précède, nous avons pris des cas très simples pour justifier la similarité structurale entre les deux modèles géophysiques. Or, la contribution des différents paramètres qui contrôlent la variation des propriétés physiques peut être très complexe à quantifier. De façon plus générale, nous posons comme hypothèse que le milieu investigué est vu par chacune des tomographies comme un milieu composé de plusieurs zones homogènes où la variation des propriétés physiques d'une zone à l'autre se produit dans certains cas aux mêmes endroits pour les deux tomographies.

Pour résoudre ce problème d'inversion conjointe, Linde et al. (2006) ont utilisé la contrainte qui force le produit vectoriel des gradients des deux modèles à être nul (Gallardo et Meju, 2003). Une difficulté majeure liée à une telle approche consiste à trouver un poids à chaque type de données (Lines et al., 1988). De plus, le problème inverse est plus difficile à résoudre à cause de la non-linéarité de la contrainte et de la mise à jour globale du modèle à chaque itération par rapport aux différents types de données (Günther et Rücker, 2006). Pour s'affranchir de ce genre de problèmes, nous proposons dans cette thèse deux approches différentes qui opèrent par inversion séparée tout en permettant un échange d'information entre les deux types de données.

La première est basée sur l'échange de l'information structurale entre deux inversions séparées. Ceci se fait par le biais de matrices de pondération qui sont appliquées à la matrice de rugosité de chaque inversion séparée (Günther et Rücker, 2006). L'information structurale est extraite à l'aide d'un détecteur de contours basé sur le gradient de l'image. Pour renforcer les contrastes de propriété physique, nous proposons une résolution du problème inverse séparé dans le domaine des ondelettes en imposant une représentation creuse des coefficients d'ondelette (Daubechies,

2004, Loris et al., 2006). Ceci revient à l'application d'un seuillage doux, comme dans le cas du débruitage ou de la compression d'images par ondelettes (Mallat, 1999). Ce seuillage est appliqué sur les modèles à chaque itération de l'inversion robuste (Eso et al., 2008). L'opération de seuillage consiste à mettre à zéro certains coefficients d'ondelettes directionnelles (détails) ou certaines structures dans une image, dépendamment du seuil choisi (Mallat, 1999). Dans notre cas, le seuil est choisi de manière à maximiser la similarité structurale entre les modèles de résistivité et de lenteur.

La deuxième approche est basée sur l'introduction de l'information structurale par l'intermédiaire de modèles *a priori*. Elle combine une approche par « zonation » (Paasche et Tronicke, 2007) et une formulation hiérarchique bayésienne pour l'introduction de l'information *a priori* (Guyen et al., 2005). Dans un processus itératif, les modèles de résistivité et de lenteur obtenus par inversion séparée sont utilisés pour générer des modèles composés de plusieurs zones homogènes représentant chacune une certaine lithologie du milieu investigué. Cette zonation est réalisée à l'aide d'un algorithme de classification non-hiérarchique. Contrairement à une approche par zonation classique (Paasche et Tronicke, 2007) qui introduit les modèles ainsi construits comme modèles *a priori* dans une nouvelle étape d'inversion séparée, dans une formulation hiérarchique bayésienne le modèle *a priori* est considéré comme une variable aléatoire inconnue dont la moyenne est représentée par le modèle obtenu par zonation. Ainsi, à chaque itération de l'inversion séparée, le modèle *a priori* et l'écart type qui lui est associé doivent être estimés. Ceci permet de réduire l'effet du biais que pourrait introduire un mauvais *a priori*.

En résumé l'inversion conjointe permet de restreindre le nombre de solutions et d'avoir par conséquent un modèle plus réaliste. Puisqu'il n'existe pas de lien direct entre les propriétés physiques associées aux deux types de tomographie, l'inversion conjointe est rendue possible en posant l'hypothèse de la similarité structurale entre les deux modèles géophysiques. Comme les résolutions des tomographies électrique et radar sont spatialement complémentaires, on devrait augmenter la résolution de l'une en utilisant l'autre et vice versa. Il faut noter que l'inversion conjointe n'augmente en aucun cas la résolution mais permet seulement d'obtenir le compromis optimal des deux méthodes (Kozlovskaya, 2001). De plus la similarité structurale entre le champ de permittivité électrique et celui de résistivité électrique du milieu investigué peut être partielle.

## **Objectifs de la thèse**

L'objectif principal de cette thèse est la mise au point de techniques d'inversion conjointe rapides pour les données de tomographies radar et électrique de courant continu. Un peu en marge de l'inversion conjointe, deux objectifs supplémentaires sont visés par le présent travail. Le premier consiste en la mise au point d'un pointeur automatique pour la détermination du temps de parcours de la première arrivée en tomographie radar de vitesse. Le deuxième a pour but le développement, d'une part, d'un code de modélisation permettant de simuler le potentiel électrique pour des mesures prises en surface et en forage, et d'autre part, le développement d'un code d'inversion en tomographie électrique par courant continu utilisant diverses fonctions de régularisation.

## **Organisation du document**

Le chapitre 1 contient une revue de littérature sur l'inversion conjointe. Après une présentation très sommaire des problèmes directe et inverse pour les tomographies radar et électrique, les différentes approches utilisées en inversion conjointe sont exposées, en mettant l'accent sur les méthodes qui pourraient être utilisées en tomographies radar et électrique.

Le chapitre 2 est consacré au cadre théorique général des tomographies radar et électrique. Après une brève présentation des équations de Maxwell et des lois de constitutions, les propriétés électriques des matériaux géologiques sont explorées dans la bande de fréquences radio [10 MHz-2GHz] pour le radar géologique et à la fréquence zéro pour les méthodes électriques. Les principes d'acquisition et de modélisation des deux tomographies sont ensuite abordés. Ce chapitre se termine par les champs d'applications des méthodes électriques et radars.

Le chapitre 3 présente une méthode de pointé automatique basée sur le critère d'information d'Akaike et la transformée en ondelette continue complexe pour le pointé de la première arrivée en tomographie de vitesse radar. Il débute par la présentation des caractéristiques du signal radar et la description du pointeur proposé ainsi que par deux autres approches basées sur l'inter-corrélation. La performance des différents pointeurs est ensuite testée sur des données synthétiques et réelles.

Le chapitre 4 aborde la première approche d'inversion conjointe basée sur l'échange d'information structurale et sur une régularisation dans le domaine des ondelettes. La première partie se concentre sur la présentation de la méthode proposée. La seconde partie consiste à la tester sur des données synthétiques.

Le chapitre 5 présente la deuxième approche d'inversion conjointe basée sur la combinaison d'une approche bayésienne hiérarchique et une approche zonale. La première partie est consacrée aux développements théoriques de l'approche proposée. La seconde partie présente des applications de la méthode sur des cas synthétiques.

Le chapitre 6 présente les résultats obtenus avec un jeu de données réelles en utilisant les approches développées dans les chapitres 4 et 5. Après une brève description du site d'étude, les résultats obtenus en utilisant les différentes approches sont comparés aux diagraphies de conductivité EM et par rayons gamma.

Une discussion sur les avantages et les inconvénients des approches proposées est abordée dans le chapitre 7.

Finalement, une synthèse des résultats et des recommandations pour de futurs travaux concluent cette thèse.

## **Contributions originales**

De l'avis de l'auteur, les contributions principales de la thèse peuvent être résumées en ces quatre points :

- Développement d'un pointeur automatique qui a fait l'objet d'une publication dans la revue *Geophysics* (Giroux et al., 2009) (voir Annexe 2).
- Développement d'un code de modélisation et d'inversion en tomographie électrique par courant continu, nommé « ERT2D », qui fait l'objet d'une publication soumise à *Computer and Geosciences* (voir Annexe 2).
- Développement d'une approche d'inversion conjointe basée sur l'échange de l'information structurale.



- Développement d'une approche d'inversion conjointe combinant une approche par « zonation » et une formulation hiérarchique bayésienne pour l'introduction de l'information *a priori*.

## CHAPITRE 1. REVUE DE LITTÉRATURE

Ce chapitre présente une revue de littérature sur l'inversion conjointe en géophysique, en mettant l'accent sur les méthodes utilisées ou susceptibles d'être utilisées pour l'inversion des données de tomographie radar et de tomographie de résistivité électrique de courant continu.

En général, le problème inverse est résolu à l'aide d'algorithmes numériques nécessitant le calcul de sa réciproque, le problème direct. Ce dernier est utilisé à chaque itération dans le problème inverse dans le but de minimiser une fonction «objectif». Lorsque le problème inverse combine plusieurs types de données, on parle alors d'inversion conjointe.

Avant d'aborder l'inversion conjointe, nous allons tout d'abord présenter brièvement une revue de littérature sur le problème direct et l'inversion séparée en tomographie électrique et en tomographie radar.

### 1.1 Problème direct en électrique

La résolution du problème direct en résistivité électrique DC est abordée d'un point de vue résolution d'équations différentielles aux dérivées partielles (EDP) ou d'équations intégrales (EI) par des méthodes numériques. Le problème est résolu par des formulations analytiques seulement pour des corps simples comme un terrain en couches, une sphère ou un dyke. Ces dernières constituent des outils de vérification et de validation robustes pour les méthodes numériques. Il existe plusieurs méthodes numériques pour la résolution des EDP et des EI avec plusieurs variantes pour une même méthode. Cette diversité est une véritable richesse pour les modélisateurs, comme disait Hohmann (1988): « The numerous possibilities for theoretical and programming errors make it necessary to compare results computed by different methods before a numerical solution can be considered valid ». Dans le cas du problème direct en électrique, on trouve un nombre abondant de publications. En général, on utilise des méthodes par différences finies, par volumes finis, par éléments finis, par équations intégrales et par les moments. Seule la méthode des moments est hybride dans le sens où elle combine formulations analytiques et méthode numérique. Dans la pratique, les méthodes par différences finies et par éléments finis sont les plus utilisées. Elles présentent l'avantage d'une bonne précision et d'une faible exigence

de l'espace mémoire comparées aux EI. Dans le cas de géométries complexes, comme par exemple en présence d'une topographie accidentée, la méthode par éléments finis est plus appropriée par sa précision à rendre compte des géométries.

## 1.2 Problème direct en tomographie radar

La tomographie radar comprend la tomographie de vitesse et la tomographie d'atténuation. Ces dernières reposent sur l'inversion, respectivement, du temps d'arrivée et de l'atténuation de l'amplitude de l'onde directe qui traverse le milieu investigué. D'un point de vue théorique et sous certaines approximations, la tomographie radar est similaire à la tomographie sismique. C'est pour cette raison que beaucoup d'algorithmes en tomographie radar sont empruntés à la tomographie sismique.

Les méthodes de modélisation en tomographie radar peuvent être regroupées en trois grandes familles selon l'approximation utilisée pour décrire la physique de propagation des ondes EM. L'hypothèse derrière la première famille consiste à considérer que la fréquence de l'onde tend vers l'infini. Ceci se traduit par une trajectoire représentée par un rai, on parle alors de méthodes de tracé de rai. Il existe plusieurs techniques de modélisation de tracé de rai dans les milieux hétérogènes (Gloaguen, 2004), parmi lesquelles on trouve la modélisation par rai droit, la méthode des graphes (Moser, 1991), la méthode d'inflexion des rais (Block, 1991), la résolution de l'équation dite « eikonal » par différences finies (Vidale, 1988), la méthode des tirs, la méthode de la construction du front d'onde, etc. On trouvera dans Leidenfrost et al. (1999) la comparaison entre six algorithmes différents pour le calcul du temps de parcours de la première arrivée.

Dans la seconde famille, le contenu fréquentiel du signal radar est incorporé dans la formulation du problème inverse par une matrice de sensibilité des temps de parcours. Contrairement au tracé de rai où la sensibilité est modélisée par une intégrale curviligne le long du trajet parcouru, ces méthodes modélisent la sensibilité par une intégrale sur un volume approximé par la première zone de Fresnel. Cette dernière est définie comme un volume contenant les trajets situés entre une source et un récepteur, pour lesquels les temps d'arrivées sont retardés d'une demi-période par rapport au temps le plus court. On parle dans ce cas de tomographie de vitesse par les volumes de Fresnel (Valle et al., 1999; Day-Lewis et al., 2005; Buursink et al., 2008). Ces méthodes

permettent de réduire le nombre d'artéfacts et d'améliorer la résolution par rapport aux méthodes de tracé de rai.

La dernière famille tient compte de l'intégralité de la physique de propagation des ondes en résolvant numériquement les équations de Maxwell, le plus souvent en utilisant un schéma en différences finies dans le domaine du temps (FDTD) (Holliger et Bergmann, 2002; Ernst et al., 2006). Dans ce cas, on parle d'inversion des formes d'ondes. Celle-ci nécessite un temps de calcul et un espace mémoire considérables.

### 1.3 Inversion séparée

On trouve les principes de base de l'inversion en géophysique dans plusieurs livres et articles de références (Tikhonov et Arsénine, 1977; Menke, 1984; Tarantola et Valette, 1982; Tarantola, 1987; Meju, 1994; Parker, 1994; Sen and Stoffa, 1995; Zhdanov, 2001). En général, la résolution d'un problème inverse en tomographie géophysique consiste à estimer une ou plusieurs propriétés physiques à partir de mesures physiques qui leur sont liées par l'intermédiaire d'un modèle direct. Par exemple, la résistivité électrique est estimée à partir des mesures de potentiel en tomographie électrique et la vitesse radar est estimée à partir de la mesure du temps de parcours de la première arrivée. Il faut noter que les propriétés physiques peuvent être mesurées en laboratoire sur de petits échantillons, on parle dans ce cas de propriétés vraies qui peuvent être différentes des propriétés estimées par inversion.

Lors de la résolution d'un problème inverse, il est nécessaire de répondre à trois questions fondamentales: existe-il une solution? Est-elle unique? Est-elle stable? Selon Hadamard (1902), le problème est dit bien-posé si la réponse à toutes ces questions est 'oui'. Dans le cas contraire, le problème est dit mal-posé.

L'existence d'une solution est évidente d'un point de vue physique puisque le milieu investigué sur lequel les mesures sont réalisées est bien réel. D'un point de vue mathématique, la question de l'existence est un peu plus compliquée puisque le modèle direct retenu pourrait s'avérer inadéquat pour expliquer entièrement les données mesurées. En effet, comme les mesures sont bruitées et que ce bruit ne peut être décrit par les équations de la réponse géophysique, il est fort probable de ne pas pouvoir trouver un modèle dont la réponse géophysique ajuste parfaitement les données mesurées. En ce qui concerne l'unicité de la solution, elle n'a été démontrée

théoriquement que pour quelques problèmes très simples en géophysique. En général, plusieurs modèles peuvent donner une même réponse géophysique. Finalement, la plupart des problèmes inverses en géophysique sont instables. Deux jeux de données peuvent être équivalents à une erreur près mais leurs modèles générés par inversion sont complètement différents.

Hadamard (1902) considérait que tout problème mal-posé ne peut avoir une signification physique ou mathématique. Cette intuition s'est révélée fautive avec l'avènement de la théorie de la régularisation introduite par Tikhonov (1963) pour la résolution des problèmes mal-posés dans le cadre de l'analyse fonctionnelle. Une solution régularisée est une solution qui minimise un critère composite tenant compte de la fidélité aux données mesurées et de la fidélité à une information *a priori*. Ce critère est mis sous la forme :

$$\Phi[m] = \Phi_d [m] + \beta \Phi_m[m], \quad (1.1)$$

où la fonctionnelle  $\Phi$  représente la fonction «objectif» à minimiser,  $\Phi_d$  la fonctionnelle qui permet à la solution d'être, jusqu'à un certain point, fidèle aux données,  $\Phi_m$  la fonctionnelle qui permet de renforcer certaines propriétés souhaitables qui résument notre connaissance *a priori* de la solution et enfin  $\beta$  le coefficient de régularisation qui détermine le compromis entre l'ajustement des données ( $\Phi_d$ ) et la fidélité à l'*a priori* ( $\Phi_m$ ). Cet *a priori* est une aberration mathématique, mais, en science appliquée, il permet de guider la solution vers une solution physiquement réaliste. Le rôle de l'expert est alors primordial.

Il faut noter que la régularisation des problèmes mal-posés peut être aussi abordée dans un cadre probabiliste (Tarantola, 1987) comme cela est exposé au chapitre 5.

Il existe un nombre abondant de publications qui traitent de l'inversion en tomographie radar et en tomographie électrique. Dans ce qui suit, nous allons donner quelques références sur les différents algorithmes utilisés pour chacune des techniques.

### 1.3.1 Inversion en tomographie électrique

Dans le cas de la tomographie électrique, le problème inverse est non linéaire et mal-posé. Il est le plus souvent résolu par moindres carrés régularisés en utilisant des algorithmes de descente (Lyte et al., 1980; Smith et Vozoff, 1984; Constable et al., 1987; Sasaki, 1989; Labrecque et Ward, 1990; Daily et Owen, 1991; Li et Oldenburg, 1992; Ellis et Oldenburg, 1994; Loke et

Barker, 1995, Loke et Barker, 1996; Labrecque et al., 1996; Farquharson et Oldenburg, 1998; Yi et al., 2003; Günther et al., 2006). D'autres algorithmes sont aussi utilisés comme par exemple la rétroprojection (Shima, 1992), la décomposition en valeurs singulières (Friedel, 2003), la reconstruction itérative simultanée (SIRT : simultaneous iterative reconstruction technique) (Dines et Lytle 1979; Dines et Lyte, 1981; Brunner et al., 1999), etc. Le problème inverse a aussi été résolu par des méthodes stochastiques comme l'approche bayésienne par un estimateur maximum *a posteriori* (MAP) (Pous et al, 1987; Mackie et al., 1988, Park et Van, 1991, Zhang et al., 1995; Zhang et al., 1996, Yang et Labrecque, 1998, Maillot et al., 1999) ou des algorithmes de type recuit simulé (Chundururu et al., 1995, Pessel et Gibert, 2003) ou génétique (Schwarzbach et al., 2005), etc.

### 1.3.2 Inversion en tomographie radar

L'inversion en tomographie radar est aussi un problème mal-posé et peut être linéaire ou non linéaire selon la méthode utilisée pour aborder le problème direct. Dans le cas du tracé de rai, le problème inverse est linéaire en utilisant des rais droits et peut être linéaire ou non linéaire en utilisant des rais courbes. La non-linéarité dans la modélisation par rais courbes provient du fait que le trajet parcouru dépend de la lenteur (propriété du milieu investigué). Dans le cas de la modélisation par volumes de Fresnel et FDTD le problème inverse est non linéaire.

On trouvera dans les travaux de Van der Sluis et Van der Vorst (1987), Nolet (1987), Berryman (1991) et Hardage (1992), les principes et les algorithmes utilisés en inversion. Cette dernière est le plus souvent résolue par moindres carrés régularisés à l'aide d'algorithmes tels que LSQR, SIRT ou gradient conjugué. Récemment, plusieurs auteurs ont proposés des méthodes stochastiques telles que le cokrigeage ou la co-simulation (Gloaguen, 2004; Gloaguen et al., 2005; Gloaguen et al., 2007; Hansen et al., 2008).

## 1.4 Inversion conjointe

Plusieurs auteurs en géophysique se sont intéressés au problème inverse dans le cadre de l'inversion de plusieurs types de données (Vozoff et Jupp (1975), Sasaki (1989), Lines et al. (1988), Haber et Oldenburg (1997), Bosch (1999) et Bosch (2001), Kozlovskaya (2001), Gallardo et Meju (2003), Gallardo et al. (2005), Günther et al. (2006)). Kozlovskaya (2001)

rapporte que dès les années 60, dans l'ex-union Soviétique, Goltsman et Kalinina se sont intéressés au problème d'un point de vue théorique. Leurs travaux ont fait l'objet de plusieurs publications en langue russe dont un livre de référence en inversion (Goltsman, 1982).

L'inversion conjointe est définie ici comme étant l'estimation d'un ou de plusieurs modèles géophysiques compatibles avec plusieurs types de données géophysiques. Elle peut être simultanée ou coopérative<sup>2</sup> (Sheriff, 1982). Dans le premier cas, deux ou plusieurs jeux de données sont utilisés pour former une seule fonction objectif. Ainsi, l'inversion est exécutée simultanément sur tous les jeux de données. Dans une inversion coopérative, le résultat de l'inversion du premier jeu de données est utilisé pour inverser le deuxième jeu de données, et vice versa, jusqu'à ce que l'algorithme converge.

D'un point de vue mathématique, l'inversion simultanée correspond à l'optimisation d'une fonction multi-objectifs. Cette dernière prend en compte l'ajustement des deux types de données, des *a priori* sur les modèles électrique ou radar et enfin de la fonction qui relie les deux modèles. Elle peut être exprimée comme suit :

$$\Phi[\rho, s] = p_1 \Phi_d[\rho] + p_2 \Phi_d[s] + \beta_1 \Phi_m[\rho] + \beta_2 \Phi_m[s] + \lambda \Phi_c[\rho, s] \quad (1.2)$$

La fonctionnelle  $\Phi$  représente la fonction «objectif» à minimiser,  $\rho$  est le vecteur des résistivités,  $s$  est le vecteur des lenteurs,  $\Phi_d[\rho]$  et  $\Phi_d[s]$  représentent respectivement les fonctions d'ajustement des données des tomographies électrique et radar,  $\Phi_m[\rho]$  et  $\Phi_m[s]$  représentent les fonctions de régularisation des modèles de résistivité et de lenteur,  $\beta_1$  et  $\beta_2$  sont les coefficients de régularisation des tomographies électrique et radar,  $\lambda$  est le multiplicateur de Lagrange et  $\Phi_c[\rho, s]$  est la fonction qui permet de relier les deux paramètres physiques.

Une telle approche comporte certains obstacles qu'il faut surmonter. Le plus difficile consiste à déterminer les poids associés à l'ajustement des deux jeux de données (Lines et al., 1988). On prend souvent par défaut un poids unité pour l'ensemble des types de données. De plus, la

---

<sup>2</sup> Dans la littérature géophysique, on utilise aussi le terme 'inversion séquentielle' pour désigner l'inversion coopérative. Certains auteurs ne font pas de distinction entre inversion conjointe et inversion simultanée et utilisent parfois le terme inversion mutuelle.

minimisation d'une telle fonction est beaucoup plus compliquée que celle de l'inversion séparée, surtout dans le cas où  $\Phi_c$  est une fonction non linéaire. Pour éviter ce problème, l'inversion séquentielle prend séparément l'inversion radar et électrique et permet un échange d'informations entre les deux dans un processus itératif. On définit une fonction objectif pour chaque jeu de données (eq. 1.1). Ensuite, à l'aide d'un algorithme itératif et à chaque itération le résultat de la minimisation de la première fonction sera utilisé comme information *a priori* dans la deuxième et vice versa. Le désavantage majeur d'une telle approche provient du biais que pourrait introduire une des inversions sur l'autre (Lines et al., 1988).

Les méthodes utilisées pour l'inversion conjointe en géophysique peuvent être regroupées en trois grandes familles: la méthode estimant une seule propriété physique commune aux différents types de données, la méthode estimant plusieurs propriétés physiques qui sont reliées par des relations connues et enfin la méthode estimant plusieurs propriétés physiques disparates ne présentant pas de lien direct entre elles. Il faut noter que bien que cette classification englobe la majorité des publications dans le domaine, celle-ci n'est pas unique et il se peut que certaines publications n'entrent pas nécessairement dans une des classes définies.

#### 1.4.1 Propriété physique commune

Cette méthode regroupe l'inversion des données géophysiques qui sont sensibles à une même propriété physique comme c'est le cas de l'inversion des données de résistivité électrique de courant continu et des données d'induction électromagnétique (Vozoff et Jupp, 1975). En effet, les deux méthodes permettent d'estimer la résistivité électrique. La méthode électrique a une meilleure définition des milieux résistants contrairement à l'électromagnétisme qui distingue mieux les milieux conducteurs. Les données peuvent être inversées simultanément ou séquentiellement. Il existe un nombre important de publications qui traitent de ce sujet. On peut citer les travaux de Vozoff et Jupp (1975), Oldenburg (1978) et Sasaki (1989) pour l'inversion conjointe des données électriques et de magnétotellurique, Raiche et al. (1985) et Albouy et al. (2001) pour l'inversion des données électriques et électromagnétiques dans le domaine du temps (TDEM), Dal-Moro et Pipan (2007) et Luo et al. (2007) pour l'inversion sismique en utilisant différentes ondes sismique (ondes de volumes, ondes de surfaces, etc).



### 1.4.2 Propriétés physiques reliées par une ou plusieurs relations

Dans beaucoup de cas en géophysique, il est possible d'établir des relations entre les paramètres physiques utilisés en inversion. Ces relations peuvent être théoriques, empiriques ou semi-empiriques, spécifiques au site investigué, etc. Ainsi, il existe par exemple des relations entre la densité et les vitesses sismiques, la résistivité et la teneur en eau, etc. Comme il n'existe pas de relations directes entre la conductivité électrique DC et la vitesse radar, il n'est pas intéressant de s'étendre sur la description de ces techniques d'inversion. On peut pour ce type d'approche citer les travaux de Zeyen et Achauer (1997), Tondi et al. (2000) et Afnimar et al. (2002).

### 1.4.3 Propriétés physiques ne présentant pas de lien entre elles

Lorsque la relation entre des propriétés physiques est complexe ou inexistante, l'inversion conjointe est rendue possible, selon les cas, par la recherche de modèles possédant une certaine similarité structurale ou géométrique, par zonation lithologique ou en utilisant des méthodes stochastiques.

#### 1.4.3.1 Approche structurale

On trouve dans la littérature géophysique plusieurs publications utilisant le lien structural, qu'on peut séparer en trois groupes distincts. Le premier concerne l'inversion séquentielle ou contrainte qui utilise la structure de l'une des tomographies pour contraindre l'autre. Par exemple, Lines et al. (1988) proposent d'inverser séquentiellement des données gravimétriques et sismiques. L'hypothèse de départ consiste à supposer que les interfaces de changement de propriétés physiques sont identiques pour les modèles de densité et de vitesse. Autrement dit, il y a une seule structure pour les deux modèles. L'inversion sismique permet tout d'abord de délimiter les différentes couches de vitesse sismique. Par la suite, un modèle de densité est construit à partir des profondeurs du modèle de vitesse et des logs de densité. Celui-ci est utilisé comme modèle de départ dans l'inversion gravimétrique. Saunders et al. (2005) proposent, par ailleurs, l'utilisation d'un tenseur calculé à partir de la courbure de l'image obtenue par une tomographie sismique pour contraindre la tomographie de résistivité électrique DC dans le cas anisotrope.

Le deuxième groupe englobe les méthodes qui définissent une fonction pour exprimer le lien structural entre les différents modèles géophysiques. Ainsi, Haber et Oldenburg (1997) ont utilisé

la courbure pour construire une fonction de régularisation qui a permis d'inverser conjointement des données gravimétriques et des données de tomographie sismique. Cette fonction est nulle lorsque la courbure est en dessous d'un premier seuil et vaut 1 lorsque la courbure est au dessus d'un deuxième seuil. Une interpolation polynomiale d'ordre 3 est utilisée entre les deux seuils pour assurer la continuité de la fonction. Une telle approche reste cependant très restrictive dans le sens où l'on impose la structure de l'une des méthodes à l'autre. De plus, elle nécessite la détermination de seuils qui permettent d'imposer ou non cette contrainte. Gallardo et Meju (2003) remédient aux restrictions imposées par une telle contrainte en introduisant la contrainte du produit vectoriel des gradients nul. D'un point de vue physique cela signifie que les changements structuraux (gradients des modèles géophysiques) doivent être parallèles pour que le produit vectoriel s'annule, ou que les changements structuraux se produisent seulement dans l'une des tomographies - l'autre reste homogène - ce qui annule le gradient et donne par conséquent un produit vectoriel nul. Cette approche a été appliquée avec succès sur des données électriques et de sismique réfraction (Gallardo et Meju, 2003 ; 2004) et a été appliquée par les auteurs au traitement des images (Gallardo et al, 2005). Elle a aussi été appliquée en tomographie sismologique (Tyggvason et Linde, 2006) pour l'inversion des vitesses des ondes P et des ondes S, ainsi que pour l'inversion des données audio-magnétotelluriques et sismique réfraction (Meju et Gallardo, 2006). Enfin, cette approche se trouve la seule à avoir été utilisée dans le cas qui nous intéresse (Linde et al., 2006).

Le dernier groupe ressemble beaucoup à de l'inversion contrainte, la seule différence réside dans le fait que l'échange d'information ne se fait pas de façon séquentielle mais à chaque itération de l'inversion séparée. Günther et Rücker (2006) proposent une idée simple et originale. Ils utilisent parallèlement les inversions robustes (Claerbout et Muir, 1973) de données sismiques et électriques en procédant à l'échange réciproque des matrices de pondération qui sont appliquées à la matrice de rugosité. Cela permet un échange d'informations structurales entre les deux tomographies sans imposer aux deux structures d'être identiques. Il est à noter que l'inversion robuste permet de mieux mettre en évidence les discontinuités des propriétés physiques contrairement à l'inversion lisse. Dans la première, on utilise une fonction de pénalisation  $L_1$  ou  $L_2L_1$ . Dans la deuxième, on utilise une fonction de pénalisation  $L_2$ . Lelièvre (2009) propose une approche similaire en utilisant la somme des gradients des images obtenues par inversion pour extraire l'information structurale. À l'instar de l'approche proposée par Günther et Rücker

(2006), cette information structurale est traduite par une matrice de pondération qui est appliquée à la matrice de rugosité.

### **1.4.3.2 Approche par zonation**

Nous avons préféré de ne pas mettre l'approche par zonation dans la même catégorie que l'approche structurale car celle-ci utilise la similarité structurale de manière indirecte par l'utilisation de modèles *a priori* construits à partir des inversions séparées. L'approche par zonation consiste tout d'abord à délimiter les grandes zones lithologiques à partir des propriétés physiques obtenues par inversion séparée et à faire correspondre, à chacune d'elle, une valeur représentative. Les modèles ainsi construits peuvent être utilisés comme modèles *a priori* dans une inversion subséquente. Ceci est fait selon une procédure itérative. Hyndman et al. (1994) proposent une approche par zonation, nommée par les auteurs «*split inversion methodology*», pour l'inversion conjointe des données de tomographie sismique de vitesse et d'un essai de traceur. Tout d'abord, les grandes zones lithologiques sont identifiées à partir de l'histogramme des vitesses sismiques obtenues par une première inversion des temps d'arrivées sismiques. Cette zonation est utilisée pour construire les modèles initiaux de vitesse et de conductivité hydraulique pour une deuxième inversion séparée. Le résultat obtenu par cette deuxième étape est à son tour utilisé pour construire de nouveaux modèles initiaux pour une dernière inversion séparée des données de tomographie sismique et de concentration de traceur. Paasche et Tronicke (2007) ont présenté une approche similaire en introduisant l'analyse par classification «*fuzzy c-means*» (FCM) pour réaliser la zonation lithologique. Cette approche a été appliquée avec succès pour l'inversion coopérative des données des tomographies radar et sismique de vitesse pour un cas synthétique en hydrogéophysique (Paasche et Tronicke, 2007) et dans un cas réel pour la détection de cavités dans une construction en brique et en béton (Paasche et al., 2008).

### **1.4.3.3 Approche stochastique**

Dans cette catégorie, on s'intéresse aux algorithmes stochastiques qui recherchent le minimum global tels que les algorithmes génétiques et le recuit simulé. Monteiro Santos et al. (2006) ont utilisé un algorithme de type recuit simulé pour inverser conjointement des données gravimétriques et électriques DC dans le cas 1-D. À l'instar de la résistivité, ils posent l'hypothèse que les variations de la densité sont dues principalement aux variations de la

saturation en eau et de la porosité, ce qui permet de supposer que les interfaces de changement des propriétés physiques sont communes aux modèles de résistivité et de densité. Moorkamp et al. (2007) ont proposé de résoudre le problème inverse conjoint des données de télésismique et de magnétotellurique dans le cas 1-D par un algorithme génétique. Bosh (1999) propose une approche originale en abordant la résolution du problème inverse conjoint dans un cadre bayésien en considérant comme variable principale un modèle de lithologie qu'il appelle «*lithotype*». Le rapport entre les propriétés physiques et la lithologie est obtenu à partir d'études pétrophysiques ou géostatistiques. Toute l'information est traduite en terme de densités de probabilité, qui sont ensuite rassemblées, à l'aide de la règle de Bayes, sous la forme d'une densité de probabilité *a posteriori*, qui est à son tour échantillonnée par un algorithme de type «Markov Chain Monte Carlo» (MCMC).

Les algorithmes présentés dans cette section pourraient s'appliquer en théorie à notre problème inverse. Cependant, ces types d'algorithmes d'optimisation globale sont très rarement utilisés en tomographie géophysique principalement à cause de leur complexité et au temps de calcul important (Kozlovskaya, 2000).

## 1.5 Sommaire

Dans ce chapitre nous avons présenté une revue de littérature des méthodes d'inversion conjointe en incluant quelques références sur le problème direct dans le cas de la tomographie de vitesse radar et de la tomographie électrique. Nous avons vu que l'inversion de plusieurs types de données pouvait se faire de façon séquentielle ou simultanée. Nous avons aussi fait une classification des différentes approches en se basant sur les propriétés physiques associées à chaque type de données. Ainsi, trois différentes classes ont pu être mises en évidence. Il s'agit des méthodes où une seule propriété physique doit être estimée en utilisant plusieurs types de données, des méthodes qui utilisent le lien entre les propriétés physiques et enfin les méthodes utilisant des propriétés physiques disparates. L'inversion conjointe des données de tomographie radar et de tomographie électrique fait partie de la dernière classe sus mentionnée. Nous avons identifié deux groupes dans cette classe qui peuvent s'appliquer à notre problème. Le premier utilise explicitement la similarité structurale et l'impose comme une contrainte dans le système d'inversion. D'ailleurs, c'est dans cette catégorie qu'on trouve les seuls travaux dans la littérature

qui s'intéressent à l'inversion conjointe des données de tomographie radar et de la tomographie électrique (Linde et al., 2006).

Le deuxième groupe d'approches utilise indirectement le lien structural en construisant des modèles *a priori* par la zonation des modèles obtenus par inversion séparée.

## **CHAPITRE 2. CADRE THÉORIQUE GÉNÉRAL POUR LES TOMOGRAPHIES ÉLECTRIQUE ET RADAR**

Ce chapitre est consacré à une présentation très sommaire des tomographies radar et électrique. Nous invitons les lecteurs non familiers avec ces techniques à consulter par exemple Jol (2009) pour les méthodes radar, et Loke (2009) ou Reynolds (1997) pour la tomographie électrique. Dans la littérature géophysique, on fait souvent référence à la tomographie électrique par courant continu en utilisant l'abréviation « ERT » (de l'anglais : electrical resistivity tomography) et à la tomographie de vitesse radar par l'abréviation « RTT » (de l'anglais : radar traveltime tomography).

La résolution d'un problème de tomographie en géophysique peut être habituellement décomposé en trois étapes : la prise de mesures ou l'acquisition des données, le traitement de ces données et enfin la résolution du problème inverse qui permet d'estimer la distribution spatiale de la propriété physique du milieu investigué à partir des données mesurées et d'un modèle mathématique dit problème direct.

Les méthodes électriques, communément appelées méthodes de résistivité DC (de l'anglais : direct current), utilisent la circulation d'un courant continu pour déterminer la résistivité du sous-sol. Elles mesurent l'intensité du courant et la différence de potentiel entre les différentes électrodes d'un dispositif de mesure (pôle-pôle, pôle-dipôle, dipôle-dipôle, etc.). L'étude de la distribution du potentiel ainsi mesuré nous renseigne sur la distribution des résistivités du milieu investigué (e.g. Binley et Kemna, 2005).

Le radar géologique ou géoradar ou encore « Ground Penetrating Radar » (GPR) utilise quant à lui la propagation des ondes EM aux fréquences radio pour imager le sous-sol ou déterminer ses propriétés électriques. On distingue le radar de surface de la tomographie radar. Dans le premier cas, l'émetteur et le récepteur sont en surface. Dans le second cas, les mesures sont en général réalisées entre des trous de forages. À partir des amplitudes et des temps d'arrivée pointés sur les traces radar, il est possible d'estimer par inversion la distribution de la vitesse et de l'atténuation radar du milieu.

## 2.1 Cadre théorique commun : les équations de Maxwell

Les phénomènes physiques à l'origine des méthodes électriques et électromagnétiques s'appuient sur les quatre équations de Maxwell et les lois constitutives. Avant de les présenter et pour mieux les comprendre, nous allons tout d'abord définir succinctement quelques grandeurs physiques. Par la suite, nous allons introduire les équations de Maxwell qui vont nous servir à établir l'équation de Poisson pour les méthodes de résistivité DC et les équations de propagation des ondes EM pour le radar géologique.

- La permittivité diélectrique  $\epsilon$  [F/m]

$\epsilon_0$  pour le vide et l'air ; avec  $\epsilon_0 = (1/36 \pi) 10^{-9}$  F/m

En géophysique, on utilise le plus souvent la constante diélectrique qui est définie par  $\kappa = \epsilon/\epsilon_0$  ; où :  $\epsilon$  est la permittivité électrique de la formation géologique.

- La conductivité électrique  $\sigma$  [S/m], inverse de la résistivité électrique  $\rho$  [ohm.m]
- La perméabilité magnétique  $\mu$  [H/m]

$\mu_0$  pour le vide et l'air ; avec  $\mu_0 = 4 \pi 10^{-7}$  H/m

En géophysique, on utilise le plus souvent la perméabilité magnétique relative qui est définie par  $\mu_r = \mu/\mu_0$  ; où  $\mu$  est la perméabilité magnétique de la formation géologique.

- Le vecteur champ magnétique  $\vec{H}$  [A/m] se présente comme une excitation magnétique qui dans tout milieu, magnétique ou non, ne dépend que des courants réels et non fictifs liés à la présence de matériaux magnétiques, i.e. courants liés à l'aimantation.
- Le vecteur induction magnétique  $\vec{B}$  [T] est le résultat de l'effet des courants réels ou fictifs.
- Le vecteur champ électrique  $\vec{E}$  [V/m] se présente comme un champ de force qui dans tout milieu, polarisable ou non, dépend des charges libres ou des charges de polarisation.
- Le vecteur induction électrique  $\vec{D}$  [C/m<sup>2</sup>], plus communément appelé déplacement électrique, diffère du champ électrique dans la mesure où dans tout milieu polarisable ou non, il ne dépend que des charges libres.
- La densité surfacique de charges électriques  $\tau$  [C/m<sup>2</sup>].

Dans un diélectrique :  $\tau = \tau_c + \tau_p$ ,

avec  $\tau_c$  la densité de charges libres qui circulent et  $\tau_p$  la densité de charges fictives de polarisation

- La densité volumique de charges électriques  $q$  [ $C/m^3$ ].

Dans un diélectrique :  $q = q_c + q_p$ ,

avec  $q_c$  la densité de charges libres qui circule et  $q_p$  la densité de charges fictives de polarisation.

Les équations de Maxwell peuvent être présentées sous forme intégrale ou différentielle. Les équations intégrales sont valides en tout point du milieu, qu'il soit homogène ou hétérogène, ainsi qu'aux interfaces. Quant à la forme différentielle, elle n'est plus valide lorsque la dérivée des champs n'existe pas, comme c'est le cas aux interfaces.

- Première équation : Loi de Faraday généralisée

$$\text{Forme intégrale :} \quad \oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \quad (2.1)$$

$$\text{Forme différentielle :} \quad \nabla \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.2)$$

- Deuxième équation : Loi d'Ampère généralisée

$$\text{Forme intégrale :} \quad \oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \iint_S \left( \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{S} \quad (2.3)$$

$$\text{Forme différentielle :} \quad \nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (2.4)$$

- Troisième équation : Loi de conservation des charges électriques ou loi de Coulomb

$$\text{Forme intégrale :} \quad \iint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = q_c \quad (2.5)$$

$$\text{Forme différentielle :} \quad \nabla \cdot \vec{D} = q_c \quad (2.6)$$



- Quatrième équation : Loi de conservation du flux magnétique ou loi de Gauss

$$\text{Forme intégrale :} \quad \oiint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \quad (2.7)$$

$$\text{Forme différentielle :} \quad \nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (2.8)$$

Les lois de constitutives permettent d'établir un rapport entre les propriétés électriques et magnétiques intrinsèques et les champs électromagnétiques appliqués sur le matériau. Plus précisément, elles nous renseignent sur la réponse moyenne de tous les constituants d'un matériau, i.e. électrons, molécules, atomes et ions, lorsqu'il est soumis à un champ électromagnétique.

- La loi d'Ohm permet d'établir le lien entre la conductivité électrique et le champ électrique. Elle s'exprime comme suit :

$$\vec{E} = \rho \vec{J} \quad \text{soit} \quad \vec{E} = \frac{1}{\sigma} \vec{J}, \quad (2.9)$$

où  $\vec{J}$  [A/m<sup>2</sup>] est la densité de courant.

- La permittivité électrique relie le déplacement de charges électriques au champ électrique par la loi suivante :

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}, \quad (2.10)$$

qui peut aussi s'écrire sous la forme

$$\vec{D} = \vec{P} + \varepsilon_0 \vec{E} \quad \text{ou} \quad \vec{D} = \varepsilon_0 (\chi_e + 1) \vec{E}, \quad (2.11)$$

avec  $\chi_e$  la susceptibilité diélectrique et

$\vec{P}$  la polarisation électrique définie par  $\vec{P} = \chi_e \varepsilon_0 \vec{E}$  et  $\kappa = \chi_e + 1$ .

- La perméabilité magnétique relie l'induction magnétique au champ magnétique par la loi suivante :

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (2.12)$$

Elle peut s'écrire aussi sous la forme

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) \quad \text{ou} \quad \vec{B} = \mu_0 (\chi_m + 1) \vec{H} \quad (2.13)$$

avec  $\chi_m$  la susceptibilité magnétique et

$$\vec{M} \text{ l'aimantation magnétique définie par : } \vec{M} = \chi_m \vec{H} \text{ et } \mu_r = \chi_m + 1$$

La conductivité électrique, la permittivité électrique et la perméabilité magnétique sont des tenseurs qui tiennent compte de l'anisotropie. Dans la majorité des applications réelles, on ne tient pas compte de l'anisotropie et toutes ces propriétés physiques sont considérées isotropes, donc comme des scalaires. De plus, la perméabilité magnétique relative dans la plupart des matériaux rencontrés dans les applications radar est très proche de 1.

## 2.2 Les propriétés électriques

Les tomographies électrique et radar permettent, d'une part, de déterminer de façon indirecte certaines propriétés physiques utiles dans différents domaines, et d'autre part, de mieux comprendre la structure des milieux investigués. Cela est possible grâce à l'étude de la distribution des propriétés électriques, i.e. la conductivité et la permittivité. La conductivité électrique caractérise les déplacements « libres » des charges électriques sur des distances « macroscopiques » et la permittivité électrique relative, aussi appelée constante diélectrique, caractérise la polarisation électrique du matériau (e.g. Tabbagh, 2005).

Dans le cas de la tomographie radar, la constante diélectrique et la conductivité électrique sont calculées respectivement à partir de la vitesse de propagation et de l'atténuation des ondes radar. On utilise pour cela des formules théoriques comme on le verra plus loin. De façon générale, la vitesse et la constante d'atténuation sont utilisées pour la caractérisation géométrique des objets. Par contre, les propriétés électriques sont utilisées pour la détermination de propriétés intrinsèques des matériaux.

Les propriétés électriques sont des estimateurs indirects de paramètres d'identification précieux dans différents domaines : la porosité (Archie, 1942), la teneur en eau (e.g. Topp et al., 1980), la salinité (e.g. Rhoades et al., 1976) et la capacité d'échange cationique (CEC) (e.g. Saarenketo, 1998). Dans ce qui suit, on s'attardera à donner les bases théoriques et les relations entre les propriétés électriques et les propriétés connexes sus mentionnées.

### 2.2.1 La conductivité électrique DC

La conductivité électrique, inverse de la résistivité électrique, est une propriété physique du matériau qui exprime sa capacité à laisser passer le courant électrique. En général, on distingue deux sortes de conduction de courant dans les conducteurs : la conduction électronique et la conduction électrolytique.

La première se manifeste dans les matériaux contenant des électrons libres comme les métaux. Elle peut exister soit dans le cas des gisements métallifères massifs ou dans les formations sédimentaires, plus spécifiquement dans les matériaux à granulométrie fine comme les argiles. Dans ce genre de matériaux, il faut tenir compte, contrairement à la conduction dans les métaux, d'un phénomène de conduction surfacique d'où le nom de conductivité de surface. Celle-ci est expliquée par la théorie de la double couche de la manière suivante : la surface des grains est chargée négativement par des anions qui sont liés de manière rigide au réseau cristallin. Les cations libres sont attirés par effet électrostatique et peuvent ainsi se déplacer de façon libre dans les directions tangentes à la surface. Ce déplacement correspond à la conductivité de surface. Comme ces cations sont les mêmes qui interviennent dans la mesure de la CEC, la conductivité de surface est proportionnelle à la CEC.

La seconde, la plus fréquente et qui nous intéresse dans le cas de l'hydrogéologie, est due aux déplacements des ions contenus dans l'eau interstitielle. Par conséquent, cette conductivité électrolytique dépend de la quantité et de la qualité des électrolytes présents dans l'eau interstitielle ainsi que de la porosité efficace de la formation. En d'autres termes, elle dépend de la teneur en ions, de la mobilité des ions en solutions et du degré de dissociation. La mobilité des ions dépend à son tour de la viscosité de l'eau qui est fonction de la température. Comme la conductivité dépend des électrolytes de l'eau interstitielle, elle est donc fonction de la salinité.

Par conséquent, la conduction dans un milieu contenant des matériaux à granulométrie fine est, d'une part, le siège d'une conduction par déplacement des ions dans le volume d'eau, ce qui correspond à la conductivité électrolytique ou de volume. D'autre part, elle est le siège de conduction par déplacement des cations à la surface des grains, ce qui correspond à la conductivité de surface. En l'absence de matériaux fins, la conductivité de volume domine.

## 2.2.2 Propriétés diélectriques des matériaux géologiques

En général, la permittivité diélectrique  $\varepsilon$  et la conductivité électrique  $\sigma$  prennent des valeurs complexes et dépendent de la fréquence. La première prend en compte les mécanismes associés à la polarisation des charges. Quant à la deuxième, elle prend en compte les mécanismes de transport des charges. Elles sont définies, en adoptant la même convention de signe que Ward et Hohman (1988), comme suit :

$$\sigma(\omega) = \sigma(\omega)' + j \sigma(\omega)'' \quad (2.14)$$

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon(\omega)' - j \varepsilon(\omega)'' \quad (2.15)$$

où  $\varepsilon(\omega)'$  est le terme de polarisation,  $\varepsilon(\omega)''$  représente la perte d'énergie due aux courants de déplacement,  $\sigma(\omega)'$  est la conduction ohmique,  $\sigma(\omega)''$  représente la perte d'énergie due aux courants de conduction et  $j = \sqrt{-1}$  et  $\omega$  [rad/s] est la vitesse angulaire.

On trouvera dans Powers (1997) et Olhoeft (1998) les détails concernant les mécanismes intervenant dans ces différents paramètres. Dans tout ce qui suit et pour alléger le texte, on omettra l'utilisation de  $(\omega)$  devant la propriété diélectrique.

Dans la pratique, on ne peut mesurer ces paramètres directement car il n'est pas possible de distinguer séparément l'effet des différents mécanismes. C'est pour cette raison qu'on parle de permittivité diélectrique et de conductivité électrique effectives. En effet, les équations de Maxwell expriment le courant total comme la somme des courants de déplacement et des courants de conduction. Ainsi, le courant total s'écrit :

$$\vec{J}_T = \sigma \vec{E} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \sigma \vec{E} + \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (2.16)$$

Considérons un champ électrique alternatif périodique du type  $E \sim e^{j\omega t}$ , il vient :

$$\vec{J}_T = (\sigma + j\omega\varepsilon) \vec{E} = \sigma_T \vec{E} = \varepsilon_T \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (2.17)$$

La conductivité électrique totale  $\sigma_T$  et la permittivité diélectrique totale  $\varepsilon_T$  peuvent s'écrire en remplaçant les équations (2.14) et (2.15) dans (2.17) :

$$\sigma_T = (\sigma' + w\varepsilon'') + j(\sigma'' + w\varepsilon') \quad (2.18)$$

$$\varepsilon_T = (\varepsilon' + \sigma''/w) + j(\varepsilon'' + \sigma'/w) \quad (2.19)$$

Dans ces dernières équations, nous ne faisons plus de distinction entre courants de déplacement et courants de conduction. Apparaît alors la notion de permittivité électrique et de conductivité électrique effectives.

$$\sigma'_e = (\sigma' + w\varepsilon'') \quad \text{et} \quad \sigma''_e = (\sigma'' + w\varepsilon') \quad (2.20)$$

$$\varepsilon'_e = (\varepsilon' + \sigma''/w) \quad \text{et} \quad \varepsilon''_e = (\varepsilon'' + \sigma'/w) \quad (2.21)$$

Ainsi, la conductivité électrique et la permittivité électrique peuvent s'écrire sous la forme d'un paramètre unique: la permittivité électrique effective ou encore la conductivité électrique effective.

Dans le cas de la bande de fréquences du géoradar, on peut considérer que pour la plupart des matériaux géologiques  $\sigma'' = 0$  et  $\sigma' = \sigma_{DC}$ , où  $\sigma_{DC}$  est la conductivité obtenue par courant continu (Knight, 2001).

La permittivité relative  $\kappa$  des matériaux géologiques se situe entre 4 pour les sols secs et 50 lorsqu'ils sont humides. Elle est ainsi très affectée par la présence de l'eau car la permittivité relative de celle-ci est d'environ 80. Ainsi, plus la teneur en eau augmente dans une formation, plus la permittivité relative du mélange augmente.

## 2.3 La tomographie électrique

La tomographie ou l'imagerie électrique est une technique d'imagerie géophysique de haute précision destinée à l'investigation des aires à géologie complexe où les sondages de résistivité et d'autres méthodes géophysiques ne sont pas appropriés. Pour ce faire, des mesures le long d'un profil et/ou dans des forages sont effectuées avec des séparations entre électrodes augmentant régulièrement. Puisque cette augmentation mène à des informations à des distances de plus en plus importantes en s'éloignant des électrodes de mesure, la résistivité apparente mesurée peut être modélisée en utilisant un programme, c'est l'inversion. Ainsi, on obtient une image 2-D ou 3-D représentant la distribution de la résistivité en fonction de la profondeur. La résolution de la tomographie de surface diminue avec la profondeur. Pour contrecarrer ce

problème, on a souvent recours à des mesures entre trous de forage et/ou surface-forage, on parle dans ce cas de tomographie électrique entre trous de forage.

### 2.3.1 Le principe d'acquisition

En tomographie électrique DC, on distingue les dispositifs de surface des dispositifs entre trous de forage et/ou surface-forage. En général, un dispositif est composé d'une paire d'électrodes, notée ici C1-C2, pour injecter le courant, et d'une autre paire, notée ici P1-P2, pour mesurer la différence de potentiel. Dans certains cas, l'électrode de courant C2 ou de potentiel P2 sont placées à l'infini (distance très grande par rapport à la longueur du dispositif). C'est pour cette raison que pour certains dispositifs on parle de pôle électrique! Comme la sensibilité de la mesure par rapport aux variations de la résistivité du sol dépend de la position des électrodes de courant et de potentiel, plusieurs dispositifs ont été proposés en tomographie électrique. Dans la pratique, on dénombre une dizaine d'entre-eux qui sont les plus utilisés. Pour les mesures de surface, on trouve les dispositifs : pôle-pôle, pôle-dipôle, schlumberger, wenner, dipôle-dipôle et équatorial (Reynolds, 1997).

Pour les mesures en forage, Zhou et Greenhalgh (1997) distinguent entre trois catégories différentes: le dispositif à deux électrodes (pôle-pôle), le dispositif à trois électrodes (pôle-bipôle, bipôle-pôle) et le dispositif à quatre électrodes (bipôle-bipôle). Pour le dispositif pôle-pôle, il existe deux configurations possibles, C1 et P1 peuvent être dans le même forage ou séparées dans deux forages différents. Dans le cas du dispositif à deux électrodes, il existe six configurations possibles pour le pôle-bipôle (C1P1—P2, P1C1—P2, P1P2—C1, P2—C1P1, P2—P1C1, C1—P1P2)<sup>3</sup> et le bipôle-pôle (C1P1—C2, P1C1—C2, C1C2—P1, C2—C1P1, C2—P1C1, P1—C1C2). Enfin, trois configurations possibles peuvent être utilisées en bipôle-bipôle (C1P1—C2P2, C1P1—P2C2, C1C2—P1P2). Il faut noter que les configurations (C1C2—P1P2, P1—C1C2, C1C2—P1, P1P2—C1, P1—C1C2) donnent une résistivité apparente infinie pour certaines positions à cause d'un facteur géométrique nul. Pour créer un protocole de mesure, il suffit d'utiliser plusieurs espacements entre les différentes électrodes d'une même configuration.

---

<sup>3</sup> La notation C1P1—C2P2 signifie que C1 et P1 se trouvent dans le premier forage tel que C1 est au dessus de P1 et que C2 et P2 se trouvent dans le deuxième forage tel que C2 est au-dessus de P2.

La figure 1.1 présente l'exemple d'un protocole de mesure à l'aide du dispositif bipole-bipole (Loke, 2009). Pour plus de détails, on trouvera dans Zhou et Greenhalgh (1997, 2000) une revue des principaux dispositifs de mesure en tomographie électrique entre trous de forage ainsi qu'une étude sur les avantages et les inconvénients de chacun d'entre eux. Dans la pratique, il n'existe pas de dispositif universel adapté à tous les cas de figure. Le choix dépend du niveau de bruit sur le site de mesure, de la géométrie de la structure qu'on veut imager, de la résolution recherchée et de la rapidité de l'acquisition par rapport aux phénomènes transitoires qu'on veut étudier ou du temps nécessaire pour réaliser les mesures (Binley et Kemna, 2005).

### 2.3.2 Traitement des données

Le résultat de l'inversion dépend énormément de la qualité des données mesurées (Menke, 1984). En tomographie électrique, une simple répétition des mesures ne permet pas, en général, d'identifier les données de mauvaise qualité. Un exemple est le cas du mauvais contact des électrodes de potentiel avec le sol. L'écart type obtenu des mesures de répétition est en général très petit. Intervertir les électrodes de potentiel et de courant permet d'identifier ce problème. En effet, comme l'échange des électrodes de courant avec les électrodes de potentiel n'affecte pas la mesure de la résistance (principe de réciprocité), la différence entre la mesure directe et sa réciproque (erreur de réciprocité) donnerait une estimation du niveau du bruit dans les données (Binley et al., 1995). Ainsi, en plus d'identifier les mesures de mauvaise qualité, ces erreurs peuvent être utilisées pour l'estimation des paramètres du bruit pour l'inversion comme cela a été proposé par Binley et al. (1995) et Slater et al. (2000).

Dans la pratique, toutes les mesures ayant une erreur de réciprocité supérieure à 5% sont en général écartées avant l'inversion. Il faut noter que les mesures réciproques doublent le nombre de mesures, et par conséquent, elles augmentent le temps d'acquisition.

Dans beaucoup de cas en tomographie électrique de surface, les mesures de réciprocité ne sont pas réalisées. On se contente le plus souvent d'un contrôle de qualité visuel en affichant la pseudo-section de résistivité apparente. Toutes les mesures présentant un changement brusque de la résistivité apparente sont systématiquement écartées. De plus, certains effets causés par la présence d'hétérogénéités superficielles proches des électrodes de potentiel et/ou de courant peuvent aussi être identifiés car ils affectent tous les écartements utilisant ces électrodes. En

général, ces mesures ne sont pas utilisées lors de l'inversion mais certains auteurs (Modin et al. 1994; Ritz et al., 1999) proposent l'utilisation d'un filtre médian pour réduire cet effet.

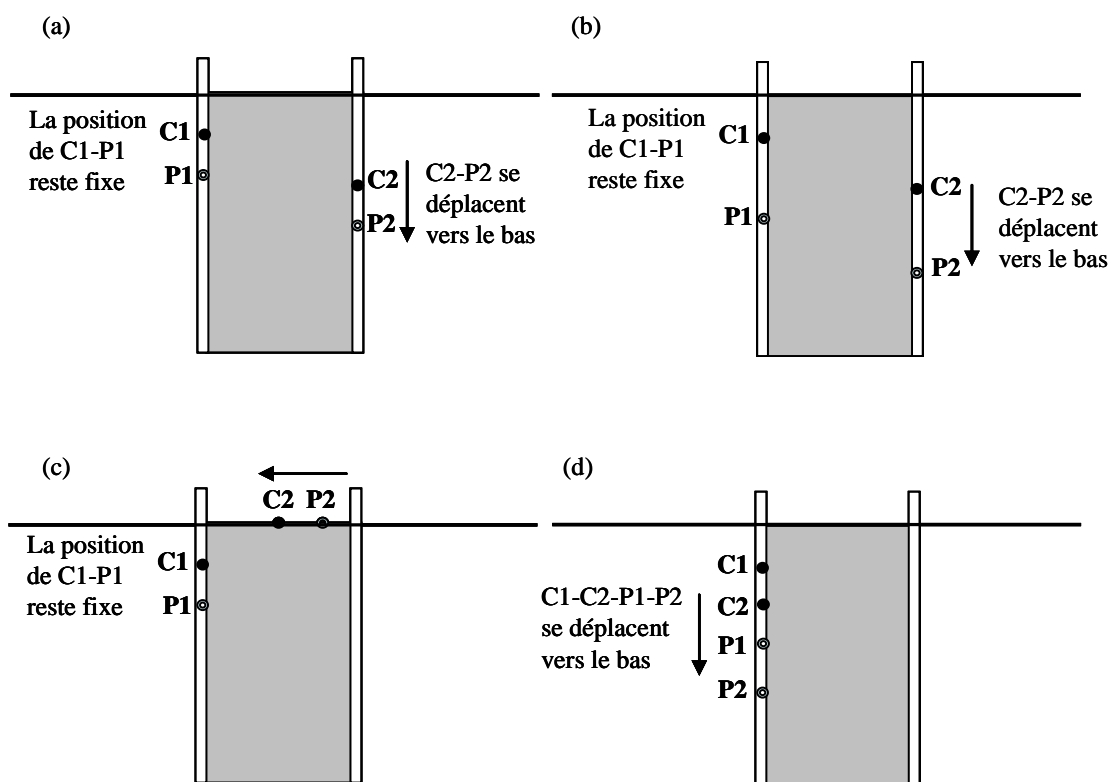


Figure 2.1 : Exemple de protocole de mesure en utilisant un dispositif bipole-bipole d'après Loke (2009). (a) pour le premier espacement, la position de C1-P1 reste fixe et C2-P2 se déplace vers le bas. Par la suite la paire C1-P1 est déplacée d'un seul pas et le déplacement de C2-P2 d'auaravant est répété. On procède ainsi jusqu'à ce que C1-P1 atteint le fond du trou, (b) la même séquence utilisée en (a) avec un espacement plus grand, (c) la même séquence utilisée en (a) excepté que les mesures sont réalisées entre un forage et la surface et (d) toutes les électrodes se trouvent dans le même forage.

### 2.3.3 Problème direct en électrique

L'équation de Poisson est à la base de la modélisation des méthodes électriques de résistivité DC. En introduisant la loi d'Ohm (2.9) dans la première et la troisième équation de Maxwell, il est



possible de trouver une nouvelle formulation de la loi de conservation des charges pour un milieu hétérogène de conductivité variable dans l'espace. L'équation de Poisson est donnée par :

$$-\nabla(\sigma\nabla\phi) = \frac{q}{\varepsilon_0}, \quad (2.22)$$

et plus particulièrement dans le cas d'un point source défini par sa position  $(x_s, y_s, z_s)$  par :

$$-\nabla \cdot (\sigma\nabla\phi) = I\delta(x - x_s, y - y_s, z - z_s) \quad (2.23)$$

où  $\phi$  est le potentiel électrique,  $\sigma$  est la conductivité électrique,  $I$  est l'intensité du courant électrique et  $\delta$  est la fonction Dirac.

L'équation de Poisson est une équation différentielle aux dérivées partielles elliptique. En général, des conditions aux frontières de type Neumann sont appliquées à l'interface sol-air et des conditions mixtes ou de Dirichlet sont appliquées aux limites latérales et verticales du modèle. En terme mathématique, si l'on considère un domaine fermé  $\Omega \subset \mathcal{R}^3$  entouré de la surface  $\Gamma = \Gamma_s \cup \Gamma_E$ ; tel que  $\Gamma_s$  est la surface qui délimite l'interface sol-air et  $\Gamma_E$  est la surface qui délimite le domaine sur les côtés et en bas, on peut écrire

$$\sigma\left(\beta\frac{\partial\phi}{\partial n} + \alpha\phi\right) = \vec{J} \cdot \vec{n} ; \text{ sur } \Gamma = \Gamma_s \cup \Gamma_E, \quad (2.24)$$

tel que :

- Sur la frontière  $\Gamma_s$  la composante normale de la densité de courant (flux électrique) est nulle ( $\vec{J} \cdot \vec{n} = 0$ ), ce qui donne  $\alpha = 0$  et  $\beta=1$ .
- Pour des conditions mixtes : la composante normale de la densité de courant (flux électrique) et le potentiel sont nuls ( $\vec{J} \cdot \vec{n} = 0$  et  $\phi = 0$ ) sur la frontière  $\Gamma_E$ , ce qui donne :  $\alpha = \vec{n} \cdot \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|^2}$  et  $\beta=1$ ;  $\vec{r}$  est un vecteur unitaire dans la direction radiale.
- Pour des conditions de Dirichlet : le potentiel est nul ( $\phi=0$ ) sur la frontière  $\Gamma_E$ , ce qui donne :  $\alpha = 1$  et  $\beta=0$ .

## 2.4 La tomographie radar

A l'instar de la tomographie électrique, la tomographie radar est une méthode d'imagerie géophysique qui nécessite des mesures entre trous de forage et/ou en surface à l'aide d'une paire d'antennes émettrice-réceptrice.

### 2.4.1 La physique de la propagation des ondes EM

La physique de la propagation des ondes EM qui sont à la base des méthodes géoradar est exprimée par les équations de diffusion-propagation. Contrairement aux équations de Maxwell, ces équations permettent d'exprimer séparément les champs électrique et magnétique.

En utilisant les équations de Maxwell, les lois de constitution, et en absence de sources dans le milieu investigué, on arrive, après quelques manipulations aux équations d'ondes vectorielles des champs électrique et magnétique :

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} + \underbrace{\mu \cdot \sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}}_A + \underbrace{\mu \cdot \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}}_B = 0 \quad (2.25)$$

$$\nabla \times \nabla \times \vec{H} + \underbrace{\mu \cdot \sigma \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}}_A + \underbrace{\mu \cdot \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}}_B = 0 \quad (2.26)$$

Les termes A et B représentent respectivement la propagation et la diffusion de l'onde EM. En général, les méthodes géoradar ne donnent des résultats satisfaisants que lorsque le terme de propagation domine le terme de diffusion, i.e.  $\left| \frac{A}{B} \right| \ll 1$ . On dit dans ce cas, qu'on est dans des conditions de faibles pertes.

En considérant la propagation d'une onde EM plane monochromatique dans un milieu homogène, non dispersif, isotrope et en absence de source, la résolution des équations différentielles (2.17 ou 2.18) nous permet de déduire des relations théoriques pour la constante de propagation, le coefficient d'atténuation, le coefficient de phase, l'impédance et la vitesse de phase :

- La constante de propagation  $\gamma$  [rad/m] et le nombre d'ondes  $k$  [rad/m]

$$k = -j\gamma = \beta - j\alpha \quad \text{et} \quad \gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{(\sigma + j\omega\epsilon)j\omega\mu} \quad (2.28)$$

- Le coefficient d'atténuation [Nb/m] :

$$\alpha = \omega\sqrt{\frac{\mu\epsilon}{2}} \left[ \sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega\epsilon}\right)^2} - 1 \right]^{1/2} \quad (2.29)$$

- Le coefficient de phase [rad/m]

$$\beta = \omega\sqrt{\frac{\mu\epsilon}{2}} \left[ \sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega\epsilon}\right)^2} + 1 \right]^{1/2} \quad (2.30)$$

- L'impédance intrinsèque du milieu [ohm]

$$z = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma + j\omega\epsilon}} \quad (2.31)$$

- La vitesse de phase [m/s]

$$v = \frac{\omega}{\beta} \quad (2.32)$$

Étant donnés les facteurs d'atténuation et de phase, il est possible de trouver des relations pour la conductivité et la permittivité :

$$\epsilon = \frac{\left(\frac{1}{v}\right)^2 - \left(\frac{\alpha}{\omega}\right)^2}{\mu_0} \quad (2.33)$$

$$\sigma = \frac{2\alpha}{\mu_0 v} \quad (2.34)$$

Il faut se rappeler que les équations (2.28), (2.29), (2.33) et (2.34) sont valables seulement lorsque le milieu est non dispersif, i.e.  $\epsilon = \epsilon'$ ,  $\sigma = \sigma'$ . Une écriture plus générale de ces équations pour les milieux dispersifs peut être exprimée à l'aide de la formulation en paramètres effectifs, soient :

Coefficient d'atténuation :

$$\alpha = w \sqrt{\frac{\mu \varepsilon'_e}{2}} \left[ \sqrt{1 + \left( \frac{\varepsilon''_e}{w \varepsilon'_e} \right)^2} - 1 \right]^{1/2} \quad (2.35)$$

Coefficient de phase :

$$\beta = w \sqrt{\frac{\mu \varepsilon'_e}{2}} \left[ \sqrt{1 + \left( \frac{\varepsilon''_e}{w \varepsilon'_e} \right)^2} + 1 \right]^{1/2} \quad (2.36)$$

Permittivité électrique effective :

$$\varepsilon'_e = \frac{\beta^2 - \alpha^2}{\mu_0 w^2} \quad \text{et} \quad \varepsilon''_e = \frac{2\beta\alpha}{\mu_0 w^2}. \quad (2.37)$$

Pour l'interprétation des données radar, on est amené à simplifier les équations précédentes et faire ainsi plusieurs approximations. La première résulte des fréquences élevées utilisées en radar. Elle est souvent appelée approximation sous des conditions de faibles pertes.

Mathématiquement, cela se traduit par l'inégalité  $\frac{\sigma}{w\varepsilon} \ll 1$ . Le rapport  $\frac{\sigma}{w\varepsilon}$  est relié à ce qu'on appelle l'angle de perte  $\delta$  [rad] par l'expression

$$\tan(\delta) = \frac{\sigma}{w\varepsilon} = \frac{\varepsilon''_e}{\varepsilon'_e} = \frac{\sigma''_e}{\sigma'_e} \quad (2.38)$$

Cependant, une telle approximation n'est plus valide lorsque la conductivité du matériau est trop élevée (forte atténuation).

La deuxième approximation, d'origine géologique, consiste à supposer que les matériaux géologiques sont non magnétiques, ce qui est le cas de la plupart des roches sédimentaires. Par conséquent, la perméabilité magnétique de tout le milieu est prise comme étant égale à celle de l'air ( $\mu_0 = 4 \times 10^{-7}$  H/m). Les équations de la vitesse et de la constante d'atténuation sont ainsi réduites aux expressions suivantes :

$$v \approx \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon}} = \frac{c}{\sqrt{K}} \quad (2.39)$$

$$\alpha \approx \frac{\sigma}{2} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon}} \quad (2.40)$$

Les équations (2.24) et (2.25) montrent que la vitesse radar et l'atténuation sont contrôlées respectivement par la permittivité électrique et la conductivité électrique. C'est pour cette raison que le géoradar produit d'excellents résultats dans les zones composées de sables et de graviers (milieu résistant) et il est en revanche inutilisable dans les zones argileuses car l'atténuation est d'autant plus forte que la conductivité est élevée. Par exemple, un pourcentage d'argiles de 5%-10% réduit la profondeur d'investigation à 1 m pour le radar de surface (Walther et al. 1986).

#### 2.4.2 Acquisition tomographique

En général, l'acquisition des données en tomographie radar se fait selon un mode que l'on appelle le «mode transmission». Ce mode consiste à placer les antennes émettrice et réceptrice de manière à mesurer l'impulsion EM émise qui a traversé le milieu investigué. Il existe trois types de déploiement lorsque les mesures sont prises entre deux trous de forage comme le montre la figure 2.2. Il s'agit du ZOP (de l'anglais : zero-offset profiling), du MOG (de l'anglais : multi-offset gather) et du VRP (de l'anglais : vertical radar profiling). Le ZOP, rapide et facile à mettre en œuvre, consiste tout d'abord à placer les antennes émettrice et réceptrice à la même profondeur dans chacun des forages. Ensuite, les antennes sont déplacées vers le bas simultanément et avec un pas constant. Le ZOP est utilisé comme un outil de reconnaissance rapide pour la localisation des anomalies de vitesse ou des zones d'atténuation. Le MOG qui constitue la base de l'acquisition tomographique consiste à déplacer les antennes émettrice et réceptrice dans chacun des forages de manière à couvrir le maximum de combinaisons possibles de couple émetteur-récepteur (Figure 2.2). Dans le cas du VRP, le récepteur est mis dans l'un des forages et l'émetteur à la surface du sol.

Comme le moment d'émission exacte du signal radar ( $t_0$ ) n'est pas connu avec suffisamment de précision, des tirs aériens doivent être réalisés à différentes distances entre les antennes. L'abscisse à l'origine de la droite des distances en fonction du temps représente le temps de référence  $t_0$ . Il est souhaitable de réaliser cette opération avant et après l'acquisition tomographique entre deux forages pour tenir compte, s'il y a lieu, de la dérive instrumentale dans

le temps. Il arrive dans de rares cas qu'il y ait une dérive du pas ou de la fréquence d'échantillonnage. Pour résoudre ce problème, on réalise tout d'abord une série de tirs aériens mais en essayant d'avoir la plus grande séparation possible entre l'émetteur et le récepteur (~100m). Le pas d'échantillonnage est donné par la pente de la droite des moindres carrés qui ajuste au mieux le nuage de points représentant le nombre d'échantillons en fonction du temps de parcours calculé (distance divisée par la vitesse dans l'air).

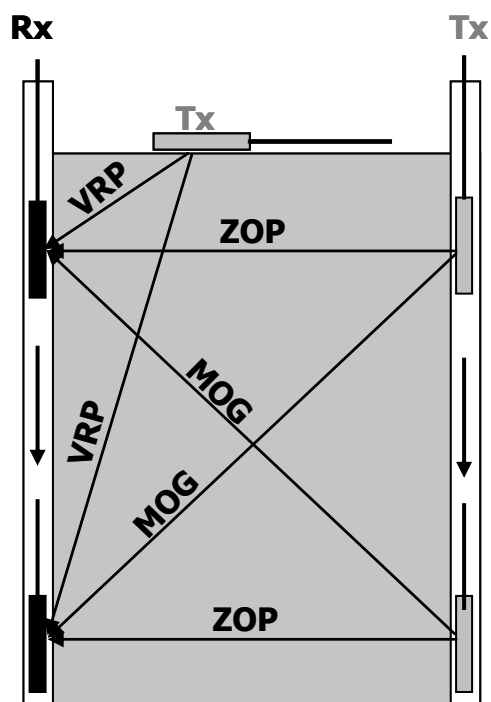


Figure 2.2 : Représentation schématique de l'acquisition en tomographie radar.

### 2.4.3 Traitement des données

La tomographie de vitesse radar nécessite la connaissance du temps de parcours de la première arrivée. Pour ce faire, le temps doit être pointé sur chacune des traces radar. Le pointé peut être réalisé manuellement ou par des méthodes semi-automatiques ou par des méthodes entièrement automatiques. Dans tous les cas, un contrôle de qualité visuel est nécessaire. De plus, il est parfois préférable de réduire le bruit de fonds avant d'entamer l'opération de pointé. Sans entrer

dans les détails, nous renvoyons le lecteur au chapitre 3 qui est entièrement consacré au pointé de la première arrivée.

#### 2.4.4 La modélisation

Comme il a déjà été mentionné dans le chapitre précédent, la modélisation en tomographie radar peut être effectuée de plusieurs manières. Dans notre cas, nous avons adopté une méthode de modélisation par rais courbes basée sur la théorie des graphes et le principe de Huygens. L'objectif est de déterminer le temps de parcours ainsi que le trajet parcouru.

Le sous-sol est tout d'abord discrétisé par une grille régulière composée de cellules rectangulaires ou carrées de largeur constante où à chaque sommet se trouve un nœud dit primaire. De plus, chacune des arêtes d'une cellule est composée de nœuds dits secondaires comme le montre la figure 2.3. Le nombre de nœuds secondaires par arête selon la direction horizontale peut être différent de celui choisi selon la direction verticale, mais celui-ci reste constant dans une même direction. L'ensemble des nœuds primaires et secondaires constitue un réseau sur lequel le trajet parcouru est représenté par un ensemble de segments ( $l_j$ ) reliés entre eux. Ceci est illustré dans la figure 2.3. Le principe de Huygens permet de considérer que chaque nœud qui reçoit l'onde EM devient à son tour une source qui la réémet. En d'autres termes, l'onde EM progresse de proche en proche sur tout le réseau de nœuds à partir de la position de l'émetteur. Les inflexions des rais suivent le principe de Fermat qui stipule que l'onde EM se propage de l'émetteur vers le récepteur sur une trajectoire qui représente le temps de parcours le plus court possible. Ceci est mis en pratique à l'aide de la théorie des graphes pour trouver le chemin le plus court dans un graphe (Moser, 1991). Le choix de cette approche est tout d'abord justifié par l'existence d'un code développé au sein de notre laboratoire (Giroux et Gloaguen, 2010) et qui est basé sur les travaux de Gruber and Greenhalgh (1998). De plus, l'utilisation des rais courbes augmente la résolution par rapport à l'utilisation d'une modélisation par rai droit. Cependant, lorsque les contrastes de vitesse sont importants, il devient impossible d'estimer les zones lentes car tous les rais convergent vers les zones les plus rapides (Gloaguen, 2004). Le code de Giroux et Gloaguen (2010) est programmé en C++, et utilise l'objet « `priority_queue` » qui fait partie de la bibliothèque « `Standard Template Library` » de C++. Cet objet permet une gestion efficace et automatique des nœuds de la grille sous la forme de structure de tas (files de priorité) où le nœud le plus rapide est à chaque itération mis en haut de la file.

En discrétisant le sous-sol par une grille composée de  $ncells$  cellules (Figure 2.3), on peut écrire le temps de parcours  $t_i$  de l'onde pour une position émetteur-récepteur  $i$ , en fonction du trajet parcouru  $l_j$  et de la vitesse  $v_j$  ou de la lenteur  $s_j$  dans chacune des cellules comme suit :

$$t_i = \sum_{j=1}^{ncells} l_j s_j = \sum_{j=1}^{ncells} l_j \frac{1}{v_j} \quad (2.40)$$

L'équation (2.40) est à la base de l'inversion en tomographie radar de vitesse. Elle peut être mise sous la forme matricielle

$$t = L s, \quad (2.41)$$

où  $t$  est le vecteur des temps de parcours pour toutes les positions émetteur-récepteur,  $L$  est une matrice creuse contenant tous les trajets  $l_j$  et  $s$  est le vecteur des lenteurs.

Dans le cas linéaire, on doit trouver  $s$  étant donnée  $t$  et  $L$ . Dans le cas non-linéaire, la matrice  $L$  est inconnue et doit être déterminée en plus de  $t$ .

## 2.5 Champs d'application des méthodes électriques DC et radar

Les tomographies radar et électrique peuvent être utilisées pour de nombreuses applications dans de nombreux domaines. Les principaux domaines d'applications de ces techniques sont :

- Hydrogéologie
- Environnement
- Mines et carrières
- Génie civil (auscultation des ouvrages)
- Géotechnique
- Archéologie
- Agriculture

Ces techniques sont utilisées en partant du principe qu'il existe une corrélation, connue en général, entre les propriétés électriques et les caractéristiques géologiques, géotechniques, hydrologiques, etc. Elles fournissent deux types d'informations : la structure géologique et les propriétés des matériaux.



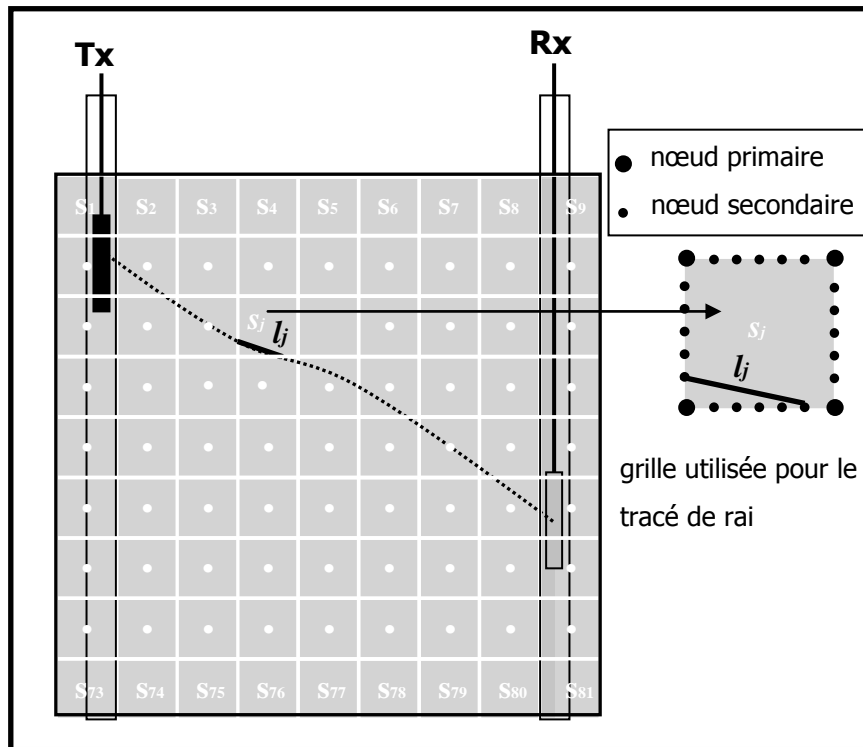


Figure 2.3 : Représentation schématique d'un trajet de rai à travers un milieu hétérogène. Le sous-sol est discrétisé par une grille régulière où la lenteur  $s_j$  est constante dans chaque cellule. La grille utilisée pour le tracé de rai est définie sur les arrêtes des cellules et elle est composée de nœuds primaires et de nœuds secondaires.

Les problèmes hydrologiques pour lesquels la géophysique pourrait contribuer sont (Guerin, 2005) :

- La géométrie de l'aquifère par la localisation de son mur, son toit et son exutoire.  
Puisque les tomographies électrique et radar sont sensibles à présence d'eau, la combinaison des deux par une inversion conjointe permettrait de mieux délimiter les frontières de l'aquifère.
- La caractérisation d'aquifères fracturés en déterminant la position des failles ou des fissures et le type de circulation.

L'utilisation des techniques de tomographies radar et électrique dépend de la nature du matériau de remplissage. Le radar de surface est plus approprié pour ce genre de problème mais il n'est pas utilisable en cas de couverture superficielle argileuse.

- La connaissance du réservoir aquifère (porosité, teneur en eau, perméabilité, qualité de l'eau, transmissivité).

La tomographie électrique permet de déterminer la porosité de l'aquifère en utilisant la formule d'Archie (en négligeant la conductivité de surface), alors que la tomographie radar permet d'estimer la teneur en eau à l'aide de formules empiriques ou de modèles pétrophysiques. Un suivi dans le temps du réservoir permet l'estimation de la conductivité hydraulique de la zone non-saturée.

- Le type d'eau (douce, salée, polluée).

Comme la résistivité électrique est sensible à la salinité de l'eau, la tomographie électrique est un excellent outil pour distinguer l'eau douce de l'eau salée ainsi que les contaminants de forte conductivité. La tomographie radar d'atténuation serait idéale pour ce genre d'application mais elle est trop peu utilisée à cause de son manque de robustesse. Là aussi, l'inversion conjointe pourrait jouer un rôle important.

- L'étude des flux d'eau

L'étude des écoulements n'est possible pour ces techniques que dans le cas des zones non-saturées où la vitesse d'écoulement est beaucoup plus faible que le temps d'acquisition. La combinaison des tomographies radar et électrique permet l'estimation de l'humidité et de la porosité. En prenant plusieurs mesures dans le temps, on peut alors suivre l'évolution de l'infiltration et avoir une estimation de la conductivité hydraulique de la zone non-saturée. L'inversion conjointe radar-électrique avec les paramètres hydrologiques permettrait une meilleure estimation de l'écoulement.

- Le suivi et la prévision d'exploitation

La prévision d'exploitation d'eau se fait sur des espaces très étendus. De fait, la tomographie radar qui est lourde à mettre en œuvre n'est pas pratique pour ce genre de problème. La tomographie électrique de surface est mieux adaptée car elle ne nécessite

pas de forages. Cependant, les méthodes EM à induction et le radar en surface sont mieux adaptés car ils sont plus rapides à réaliser et ne nécessitent pas l'implantation d'électrodes. Par contre, si une zone problématique qui nécessite une meilleure résolution est identifiée les tomographies radar et électrique sont plus appropriées.

Knight (2001) présente l'état de l'art des applications des méthodes géoradar en environnement. L'article recense essentiellement deux problématiques pour les techniques tomographiques: la détection des contaminants, et la planification à court ou à long termes du suivi.

La détection des contaminants est possible grâce au contraste de propriété électrique que présentent les contaminants avec l'eau ou le sol. À titre d'exemple, la constante diélectrique de l'eau est de 80 et celle des contaminants varie entre 2 à 10. Cependant, dans certains cas les contaminants présentent une forte conductivité, ce qui limite l'utilisation du radar. C'est le cas des hydrocarbures ayant subi des attaques bactériologiques ou le cas du drainage minier acide. Heureusement, on dispose des méthodes électriques qui permettent de mieux imager ce genre de problème. Cela dit, la combinaison des deux permettrait de donner une information plus cohérente. D'où l'intérêt d'une inversion conjointe radar-électrique. Il faut noter que si l'atténuation est trop forte le radar n'est plus utilisable.

Après avoir localisé la contamination, la seconde étape consiste à planifier à long terme ou à court terme la stratégie à adopter pour la traiter. Pour ce faire, il faut caractériser le sous-sol par un modèle hydrogéologique. Ceci revient à la connaissance du réservoir aquifère, sa géométrie et l'étude des écoulements qui ont été décrits dans les applications hydrologiques. En résumé, les tomographies électrique et radar permettent de délimiter et de faire le suivi de panaches de contamination de l'eau souterraine ou du sol, ainsi que de faire un suivi dans le temps de la qualité de l'eau en présence de contamination. Ceci a des applications pratiques telles que la caractérisation d'une halde à stérile, le suivi hydrologique des centres de stockage de déchets-bioréacteurs, la décontamination des sites pollués par les hydrocarbures et la délimitation des eaux salées.

Dans le domaine minier, la tomographie radar est utilisée essentiellement dans les mines de potasse pour détecter les zones de saumures caractérisées par une forte conductivité et donc une forte atténuation radar. Par contre, les tomographies électriques de surface ou entre trous de forages sont utilisées essentiellement pour la détection et la localisation des gisements

métallifères caractérisés par une forte conductivité. Dans les carrières et parfois dans les mines, le radar est utilisé pour identifier la présence de cavités ou de formations karstiques.

En géotechnique, les méthodes géophysiques sont utilisées essentiellement pour la caractérisation des sols hétérogènes. Les caractéristiques géotechniques que les tomographies radar et électrique peuvent estimer sont : la porosité, la teneur en eau, l'argilosité, la salinité et la capacité d'échange cationique. Ainsi, on pourra distinguer et estimer l'épaisseur d'une couche d'argile sur un dépôt de sable par tomographie électrique puisque la conductivité de l'argile est beaucoup plus forte. De façon plus générale, la méthode électrique permet de déterminer les variations lithologiques dans les sols qui sont caractérisées par des résistivités électriques qui leur sont propres. La tomographie radar est essentiellement utilisée pour la localisation des cavités. Cependant, la géophysique reste très peu utilisée en géotechnique probablement à cause d'une connaissance sommaire de la part des géotechniciens et parfois par appréhension suite à des expériences désastreuses (résultat du manque de connaissances sur les limites des méthodes).

La géophysique appliquée à l'auscultation des sols et des structures du génie civil, appelée aussi méthodes non-destructives, prend de plus en plus d'importance avec le développement et l'amélioration de la résolution des méthodes tomographiques parmi lesquelles figure l'inversion conjointe. Les tomographies radar et électrique sont essentiellement utilisées pour l'auscultation des structures en béton, l'auscultation des chaussées, la détection des cavités, la détection des fissures, etc. Ceci est rendu possible par le contraste de propriétés électriques que présente les objets recherchés par rapport à l'encaissant. L'inversion conjointe structurale est d'autant plus appropriée pour ce genre d'applications puisqu'on s'intéresse à la forme des objets et qu'une fine résolution est exigée.

Parmi les étapes de la pratique archéologique, la prospection géophysique ou l'archéogéophysique est logiquement la première, commandant la décision de fouille. Elle est mise en œuvre très en amont de la prospection archéologique proprement dite pour une reconnaissance globale du milieu, comprenant un recensement systématique des indices archéologiques, afin de définir une campagne d'évaluation où seront pratiqués les sondages. La tomographie électrique de surface ainsi que le radar au sol sont très utilisés. Ils permettent de caractériser les artefacts d'origine anthropique et plus particulièrement de mettre en évidence les constructions en pierre ensevelie dans les dépôts alluviaux.

L'agrigéophysique est une discipline en émergence. On utilise essentiellement le radar de surface et les systèmes de mesure en continu de la résistivité électrique. Le but ultime est d'aller vers une agriculture de précision telle que l'optimisation des opérations d'irrigation et d'amendement. Comme le radar est sensible à la présence d'eau, on peut cartographier l'humidité dans le sol et optimiser ainsi les systèmes d'irrigation. La résistivité ou la conductivité électrique est par contre sensible à l'argilosité et à la nature des électrolytes contenues dans l'eau. Ce qui permet de faire des corrélations avec les sondages pédologiques pour déterminer la distribution de la teneur en phosphore ou en potassium, par exemple, et ainsi mieux amender les sols.

## **2.6 Sommaire**

Ce chapitre a permis d'introduire les principes physiques qui sont à la base des tomographies radar et électrique. Le mode d'acquisition et de traitement des données y sont aussi présentés. Il se termine par quelques champs d'application dans différents domaines en géosciences et en génie.

### CHAPITRE 3. LE POINTÉ DE LA PREMIÈRE ARRIVÉE PAR AIC-CWT

Parmi les étapes de la tomographie de vitesse radar par tracé de rai, le pointé du temps de la première arrivée doit être réalisé avant l'inversion proprement dite. Dans ce chapitre nous allons présenter le développement d'un pointeur automatique basé sur le critère d'information d'Akaike (AIC) et la transformée en ondelette continue complexe (CWT). Ce chapitre a fait l'objet d'une publication par l'auteur au congrès GPR 2008 (Bouchedda et al., 2008) et d'un article dans la revue *Geophysics* (Giroux et al., 2009) combinant ses travaux et ceux de Giroux et al. (2008b) qui portaient sur le développement de pointeurs semi-automatiques basés sur une approche par inter-corrélation modifiée.

Le pointé manuel exécuté par une personne expérimentée constitue jusqu'à nos jours le moyen le plus fiable pour déterminer le temps de parcours de la première arrivée. Cependant, la nature répétitive ou une procédure inadéquate de travail peuvent entraîner beaucoup d'erreurs. De plus, le temps nécessaire pour effectuer le pointé est considérable lorsque les bases de données sont de taille importante. Dans ce cas, le développement de pointeurs rapides, efficaces et automatisés sont d'une importance primordiale.

Au cours des deux dernières décennies de nombreux pointeurs ont été développés pour les besoins de la sismologie et de la prospection sismique pétrolière. Ceux-ci doivent être adaptés au contexte de la tomographie de vitesse radar qui se différencie par les différentes formes des ondelettes qui composent le signal enregistré et d'un rapport signal sur bruit (S/N) très faible pour certaines configurations. C'est dans cette logique que des pointeurs ont été développés pour la tomographie de vitesse radar. Messiger (2004) propose tout d'abord l'utilisation d'un détecteur basé sur la moyenne à court terme et la moyenne à long terme pour localiser la première arrivée. Par la suite, un algorithme basé sur l'inter-corrélation (voir §3.2.1) est utilisé pour trouver le temps d'arrivée. Irving et al. (2007) proposent de regrouper tout d'abord les traces radars en plusieurs classes avant d'exécuter le pointeur par inter-corrélation sur chacune d'elle. Ainsi les traces sont classées selon les angles émetteur-récepteur communs. Souvent noté en anglais «common-ray-angle», l'angle émetteur-récepteur représente l'angle que forme avec l'horizontale le rai droit allant de l'émetteur au récepteur. Pour obtenir des classes plus grandes, les traces sont

regroupées dans la pratique en intervalles d'angle avec un pas constant. Par exemple pour un pas de  $5^\circ$  on a les classes :  $[0^\circ, 5^\circ]$ ,  $[5^\circ, 10^\circ]$ , etc.

Ces deux premières approches qu'on vient de voir brièvement sont basées sur l'inter-corrélation qui suppose la similarité entre les différentes traces. Dans la pratique, cette hypothèse n'est pas valide partout car la forme de l'ondelette radar ne dépend pas seulement des positions émetteur-récepteur mais de divers paramètres comme on le verra plus tard. Pour contrer ce problème, Tronicke (2007) utilise une approche basée sur un critère statistique, le AIC, qui traite les traces séparément sans tenir compte de la similarité. Il propose de corriger le temps de pointé obtenu par AIC à l'aide d'une méthode *ad hoc* basée sur l'estimation d'une vitesse apparente. Il note que malgré cette correction, son algorithme ne permet pas de bien pointer les traces bruitées caractérisées par un faible rapport S/N.

### 3.1 Caractéristiques du signal radar

Avant d'aborder les mécanismes de fonctionnement du pointeur proposé, nous allons tout d'abord présenter quelques traces radar et définir quelques paramètres utiles à la compréhension des développements qui vont suivre.

En général, la qualité d'un pointeur dépend beaucoup du rapport S/N. La figure 3.1 présente l'exemple de traces radar typiques et les paramètres utilisés pour le calcul du rapport S/N. Ce dernier est défini ici comme le rapport entre l'écart type sur une fenêtre de temps lorsque le signal radar est présent et l'écart type du bruit. L'écart type du signal radar  $\sigma_s$  est donné par

$$\sigma_s = std \left( r \left[ i_{\max} - \frac{1}{\Delta t_e \cdot f_d}, i_{\max} + \frac{1}{\Delta t_e \cdot f_d} \right] \right) \quad (3.1)$$

où  $r$  est la trace radar,  $std$  est l'écart-type,  $[k_1, k_2]$  est l'intervalle sur lequel l'écart-type est calculé tel que  $k_1$  est la borne inférieure et  $k_2$  est la borne supérieure,  $i_{\max}$  est l'indice correspondant au maximum de l'amplitude de la trace radar,  $\Delta t_e$  est le pas d'échantillonnage et  $f_d$  est la fréquence dominante. Le rapport S/N est défini comme

$$\frac{S}{N} = \frac{\sigma_s}{\sigma_n} \quad (3.2)$$

où  $\sigma_n$  est l'écart-type du bruit (calculé habituellement avec les 100 derniers échantillons de la trace radar).

En tomographie radar, l'énergie électromagnétique émise traverse le milieu investigué en suivant plusieurs chemins possibles. On parle ainsi d'onde directe, réfléchi, réfractée, etc. La trace radar représente par conséquent l'enregistrement de plusieurs arrivées qui parfois se chevauchent ou s'additionnent et parfois arrivent séparément comme le montre la figure 3.1. Il faut noter que le rapport S/N est beaucoup plus faible pour les traces associées à un angle émetteur-récepteur très grand (figure 3.1b). Ceci est dû au fait que l'amplitude du signal radar diminue avec l'augmentation de l'angle émetteur-récepteur.

### 3.2 Les méthodes de pointé

Pour avoir une idée sur la propagation de l'erreur de pointé sur l'estimation de la vitesse, considérons une onde EM traversant un milieu homogène de vitesse  $V$ . Le temps de parcours sur une distance  $l$  est donné, dans ce cas, par  $t=l/V$ . On peut ainsi déduire l'expression de la variation de la vitesse en fonction du temps et de la distance parcourue

$$\frac{\partial V}{\partial t} = -\frac{l}{t^2} \quad \text{et} \quad \frac{\partial V}{\partial l} = \frac{1}{t} \quad (3.3)$$

L'erreur sur la vitesse, en fonction de l'erreur sur le pointé  $\Delta t$  et de l'erreur sur le positionnement  $\Delta l$ , peut être exprimée par

$$\Delta V = \frac{\partial V}{\partial t} \Delta t + \frac{\partial V}{\partial l} \Delta l = -\frac{l}{t^2} \Delta t + \frac{1}{t} \Delta l = -\frac{V}{t} \Delta t + \frac{V}{l} \Delta l. \quad (3.4)$$

Si on considère que l'erreur sur le positionnement est négligeable ( $\Delta l \sim 0$ ), on constate que l'erreur relative sur l'estimation de la vitesse ( $\Delta V/V$ ) est égale, au signe près, à l'erreur relative sur le temps d'arrivée. Par conséquent, une surestimation du temps d'arrivée induit une sous-estimation de la vitesse et vice versa. Il est aussi intéressant de voir que plus le temps de trajet est long plus l'erreur relative est petite.

Avant de présenter l'approche proposée, nous allons tout d'abord commencer par décrire succinctement les différents pointeurs par inter-corrélation qui sont développés dans l'article de Giroux et al. (2009). Cette classe de pointeurs pose comme hypothèse de départ la similarité entre



les différentes traces. Dans la pratique, une telle hypothèse n'est pas toujours respectée. Pour contrecarrer ce problème et renforcer la similarité entre les différentes traces, Giroux et al. (2009) présentent tout d'abord deux modifications au pointeur par inter-corrélation proposé par Irving et al. (2007). Celles-ci portent sur l'isolation du premier cycle (une oscillation) de la trace radar et la mise à l'échelle de ces traces ainsi isolées en uniformisant leur contenu fréquentiel. Comme on le verra plus loin lorsqu'on abordera l'application de ces pointeurs sur des données réelles, de telles modifications ne sont pas efficaces lorsque les ondelettes radars sont très déformées. Pour se soustraire de ce critère de similarité restrictif, Giroux et al. (2009) proposent d'utiliser une version modifiée du pointeur par AIC. Ce dernier a été initialement développé en sismologie pour pointer le temps d'arrivée des ondes P ou S (Maeda, 1985). Le pointeur par AIC opère sur chacune des traces individuellement et de manière automatique. Cependant, celui-ci souffre d'une dégradation rapide de sa précision lorsque le rapport S/N est faible comme ceci est illustré dans la figure 3.5. Pour pallier ce problème, nous proposons de corriger le pointé par AIC à l'aide de la phase de la transformée en ondelette continue complexe. Celle-ci permet de mieux distinguer les changements de phase de l'ondelette radar et de corriger ainsi le pointé par AIC. Il faut noter que tous ces pointeurs ont été ajoutés à bh\_tomo, un programme de tomographie radar 2-D développé dans l'environnement Matlab par Giroux et al. (2007).

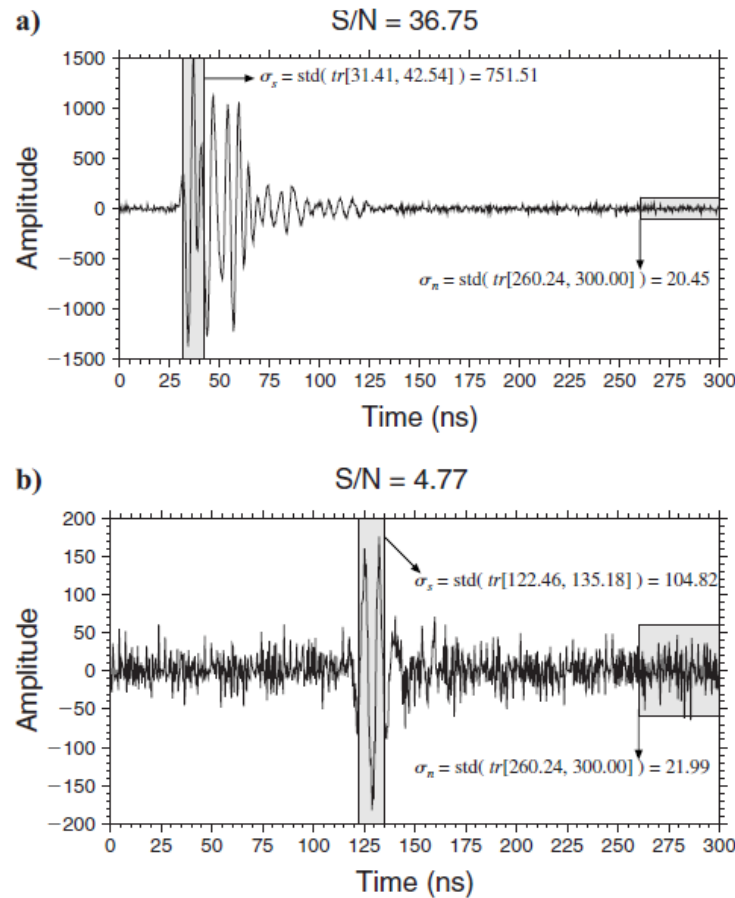


Figure 3.1 : Traces radar enregistrées pour (a) un faible et (b) un grand angle Tx-Rx. Les paramètres utilisés pour le calcul du rapport S/N sont montrés pour les deux traces.

### 3.2.1 Pointeurs par inter-corrélation

La technique d'inter-corrélation nécessite tout d'abord le pointé manuel d'une trace dite 'représentative' ou de 'référence', généralement prise comme la moyenne de toutes les traces ou d'un certain nombre d'entre elles. En utilisant ensuite le délai déduit de l'inter-corrélation, toutes les traces sont alignées par rapport à la trace de référence. La connaissance du délai entre la trace de référence et toutes les autres permet de trouver les temps d'arrivées à toute les traces connaissant le pointé sur la seule trace de référence. Irving et al. (2007) ont proposé d'adapter cette approche pour la tomographie radar de vitesse en exploitant le fait que les traces regroupées par angle émetteur-récepteur commun peuvent être très similaires. Ainsi, le pointeur par inter-

corrélation est appliqué pour chaque regroupement. Pour initialiser l’algorithme, la trace ayant le plus grand rapport S/N est choisie comme référence. Après un premier alignement, la nouvelle trace de référence est prise comme la moyenne des traces alignées. L’opération est répétée plusieurs fois jusqu’à ce que toutes les traces soient très bien alignées.

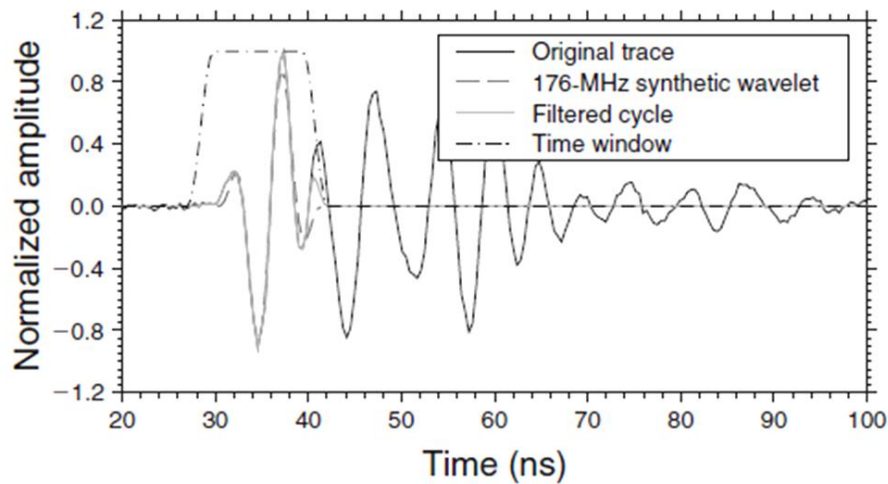


Figure 3.2 : Exemple de l’isolation du premier cycle d’une trace synthétique ayant une fréquence dominante de 176 MHz. Après l’application du fenêtrage, seulement l’ondelette correspondant à la première arrivée est conservée.

Comme cela a été noté par Irving et al. (2007), la similarité entre les différentes traces d’un même groupe n’est pas toujours garantie. Pour pallier ce problème, Giroux et al. (2009) ont proposé deux modifications. La première consiste à isoler le premier cycle de chacune des traces en utilisant un détecteur basé sur l’inter-corrélation et en appliquant un fenêtrage. Le détecteur utilise une trace synthétique qui a pour expression (Arcone, 1991) :

$$w(t) = \sin(2\pi ft) \sin^2\left(\frac{2\pi ft}{4}\right) \text{ avec } 0 \leq t \leq \frac{2}{f} \quad (3.1)$$

où  $f$  est la fréquence dominante du signal.

La deuxième modification consiste à utiliser un facteur d’échelle sur les traces ainsi isolées pour comprimer ou dilater l’ondelette que forme ce premier cycle, comme dans le cas de la

transformée en ondelette. Ceci a pour objectif d'augmenter la similarité entre les traces et d'améliorer ainsi l'alignement par inter-corrélation. Le rapport  $(f_d^i / \bar{f})$  entre la fréquence dominante de chaque trace ( $f_d^i$ ) et la moyenne des fréquences dominantes de toutes les traces d'un même groupe ( $\bar{f}$ ) est utilisé comme facteur d'échelle pour comprimer ou dilater l'axe du temps. Après cette opération, chacune des traces est interpolée sur un même support temporel pour pouvoir réaliser l'inter-corrélation. Les pointés ainsi obtenus sont ensuite ramenés à l'échelle de temps originale. La figure 3.3 montre l'alignement par inter-corrélation de trois traces ayant des fréquences dominantes différentes. On observe clairement l'apport de la mise à l'échelle dans l'amélioration de l'alignement des traces.

### 3.2.2 Pointeur AIC-CWT

La distorsion de la forme de l'ondelette radar (amplitude et phase) est causée par plusieurs phénomènes et dépend des propriétés intrinsèques d'absorption et de diffusion du sous-sol, du diagramme de rayonnement des antennes, de la superposition de plusieurs ondelettes (directe, réfléchi, réfractée) et de la distance émetteur-récepteur. En général, plus le chemin parcouru par l'onde émise est long, plus la distorsion est importante. De plus, le rapport S/N est habituellement très grand pour les faibles angles Tx-Rx (distance émetteur-récepteur courte) et peut être très faible pour les grands angles Tx-Rx (distance émetteur-récepteur plus grande). La figure 3.1b montre l'exemple d'une trace radar enregistrée pour une position émetteur-récepteur présentant un angle élevé. À cause de tous ces facteurs, la similarité entre les traces enregistrées pour différentes positions émetteur-récepteur n'est pas toujours garantie.

Il serait par conséquent avantageux d'utiliser un pointeur qui n'est pas basé sur la forme de l'ondelette radar. Pour ce faire, nous proposons dans ce travail d'utiliser un pointeur basé sur une mesure statistique que l'on appelle le critère d'information d'Akaike (AIC). Celui-ci a l'avantage de la rapidité et de la facilité de mise œuvre ainsi que de la possibilité d'une implémentation automatique. Cependant, le pointeur par AIC est très sensible au bruit, comme cela a été noté par Tronicke (2007).

Pour augmenter le rapport S/N et améliorer, par conséquent, les performances de celui-ci, nous proposons d'appliquer la séquence de pré-traitement suivante : élimination de la tendance,

sélection des traces sur la base du rapport S/N et enfin l'élimination du bruit de fond par débruitage par ondelettes.

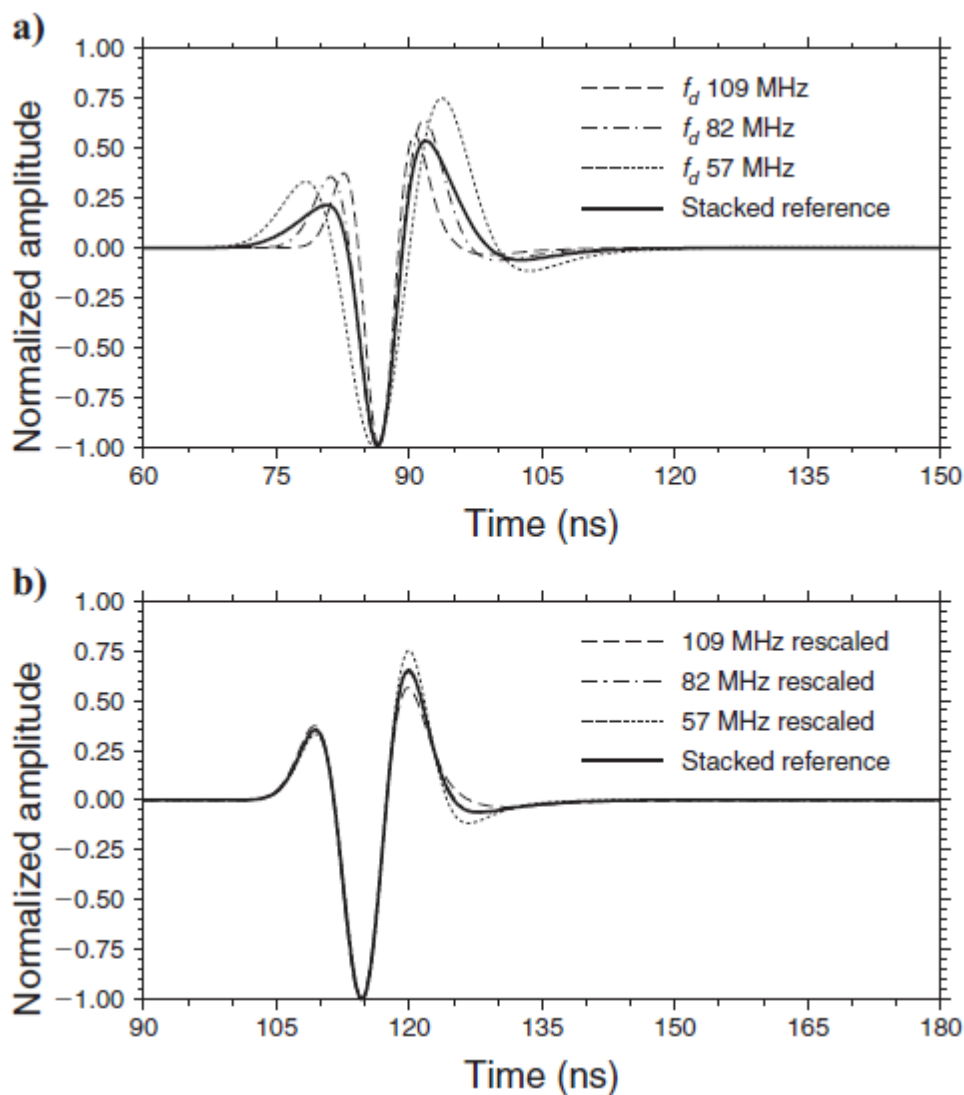


Figure 3.3 : L'effet de la mise à l'échelle pour trois traces possédant des fréquences dominantes différentes. Les traces sont alignées (a) sans et (b) avec mise à l'échelle.

L'élimination de la tendance, appelé aussi filtre «dewow», consiste à éliminer la composante initiale du signal DC, ainsi que le signal très basse fréquence qu'on appelle très souvent en radar «wow» d'où le nom de filtre dewow. En général, le «wow» peut être considéré comme une droite

et est éliminé par une simple interpolation linéaire entre le début et la fin de la trace. Dans de rares cas, la forme du «wow» est compliquée. Dans ces cas, on utilise, en général, une interpolation polynomiale ou un filtre passe-haut.

Par la suite, les traces très bruitées, dont le rapport S/N est inférieur à 5, sont écartées. De telles traces sont en général aussi écartées lors du pointé manuel.

La dernière étape consiste à éliminer le bruit de fond qui affecte essentiellement les hautes fréquences. Pour ce faire, nous proposons d'utiliser le débruitage par ondelettes (Daubechies, 1992; Mallat, 1999) en utilisant la transformée en ondelettes stationnaire (SWT). Comparativement à la transformée en ondelettes discrète (DWT), la SWT est invariante par translation, une propriété désirable pour la reconstruction et le débruitage des signaux (Coifman et Donoho, 1995). Le débruitage par SWT est supérieur à une simple opération de filtrage par un filtre passe-bas lorsque la variance du bruit est importante au voisinage de la fréquence de coupure de ce filtre (Dolabdjian et al., 2002). En effet, les filtres passe-bas, qui sont souvent utilisés pour l'élimination du bruit de fond, introduisent un décalage et une distorsion non linéaire du signal original, contrairement au débruitage par ondelette qui est plus sélectif. Les coefficients en ondelettes du signal radar sont concentrés autour de quelques coefficients de forte amplitude, contrairement au bruit dont l'énergie est répartie sur plusieurs coefficients de faible amplitude.

La technique de débruitage par ondelettes peut être résumée en trois points : la SWT de trace radar est tout d'abord calculée, une stratégie de seuillage est ensuite appliquée aux coefficients de détails et enfin les coefficients ainsi seuillés sont utilisés pour reconstruire la trace radar à l'aide de la transformée inverse de la SWT.

La stratégie de seuillage nécessite la détermination d'un seuil étant donné un modèle de bruit. Les coefficients en-dessous de ce seuil seront considérés comme du bruit et par conséquent mis à zéro, et les coefficients au-dessus de ce seuil seront considérés comme du signal et par conséquent préservés ou légèrement modifiés. Il existe plusieurs types de seuils mais les plus couramment utilisés sont le seuil dur et le seuil mou (Mallat, 1999). Dans notre cas, nous avons choisi le seuil dur qui consiste à garder les coefficients en ondelettes au dessus du seuil sans les modifier et de mettre tous les autres à zéro. Ce seuil permet de mieux préserver la forme du signal radar comparativement au seuil mou qui modifie les coefficients en ondelettes dont l'amplitude est au dessus du seuil, ce qui entraîne parfois un décalage ou une déformation de l'ondelette

radar. La sélection du seuil est basée sur le seuillage universel proposé par Donoho et Johnstone (1994).

Après plusieurs tests, nous avons opté pour l'utilisation de l'ondelette de Daubechie d'ordre 3 (Mallat, 1999). Celle-ci possède un support compact et permet de mieux reconstruire les discontinuités. De plus, nous avons choisi trois niveaux de décomposition de la SWT pour réaliser le débruitage. Il faut noter que le seuil dur qu'on a choisi ne permet pas l'élimination du bruit transitoire caractérisé par une augmentation brusque de l'amplitude. Pour éliminer ce genre de bruit, nous avons ajouté une dernière étape de traitement qui consiste à utiliser un filtre médian de longueur très courte, typiquement égale à 5 échantillons, pour préserver la forme de l'ondelette radar. La figure 3.4 présente le résultat obtenu sur une trace radar typique après l'application de l'opération de prétraitement. On constate que la forme de l'ondelette radar est préservée et que le bruit de fond a été en grande partie éliminé.

Le pointeur par AIC est basé sur l'hypothèse que la trace radar peut être considérée comme deux segments localement stationnaires qui peuvent être modélisés comme des processus autorégressifs différents. Ainsi, les deux segments de la trace radar, qui sont séparés par le temps de la première arrivée, sont considérés comme deux séries temporelles stationnaires. Le AIC (Maeda, 1985) d'un signal  $r(k)$  est défini comme suit

$$\text{AIC}(k) = k \log(\text{var}(r[1,k])) + (N-k-1) \log(\text{var}(r[k+1,N])), \quad (3.2)$$

où  $r$  est une trace radar comprenant  $N$  échantillons et  $\text{var}$  est la variance. La position du minimum de cette fonction correspond au temps de la première arrivée. Cependant, dans le cas de la tomographie radar, plusieurs arrivées sont enregistrées dans une trace. La fonction AIC contient donc plusieurs minima locaux correspondant chacun à une arrivée ou à un changement important de phase (Zhang et al., 2002). Par conséquent, il est nécessaire de guider le pointeur par AIC en choisissant une fenêtre de temps appropriée qui contient le temps de la première arrivée.

On constate dans la grande majorité des cas, que le minimum global de la fonction AIC pour une trace tronquée à partir de l'échantillon correspondant à son amplitude maximale, représente bien la position de la première arrivée. Dans ce travail, toutes les traces sont tronquées comme cela vient d'être décrit.

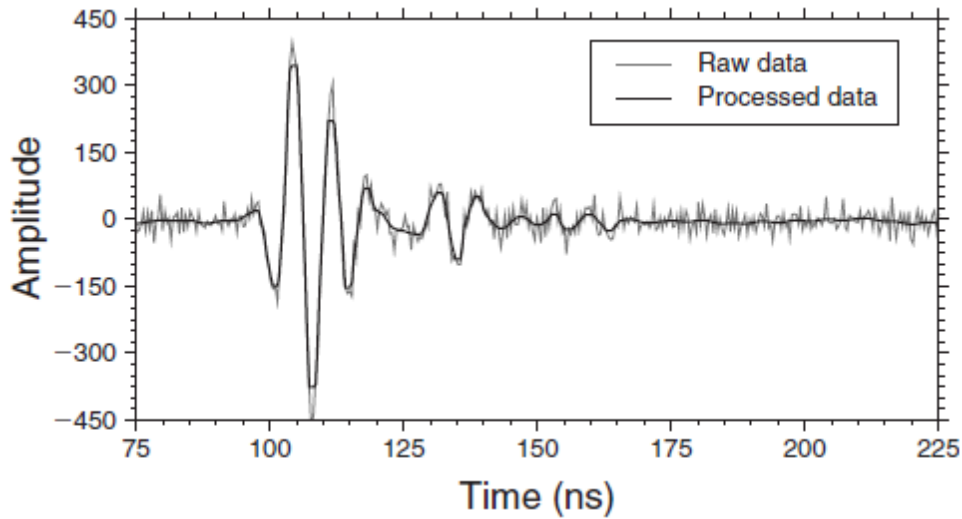


Figure 3.4 : Résultat du débruitage par ondelettes sur une trace radar typique.

Le défaut majeur du pointeur par AIC est sa sensibilité au bruit. Il donne souvent un pointé en retard ou en avance par rapport au vrai temps d'arrivée dépendamment du niveau et du contenu fréquentiel du bruit. Ceci est bien illustré dans la figure 3.5, où on constate que l'erreur sur le temps d'arrivée obtenu par AIC sur une trace synthétique augmente de 0.13% en absence de bruit à 3.29% pour un rapport S/N de 10.5. Pour améliorer la précision de ce pointeur, on propose l'utilisation de la transformée en ondelettes continue complexe (CWT). La transformée en ondelette utilise des fonctions bien localisées en temps et en fréquence, qu'on appelle ondelettes, à la place des sinusoides infinies qu'utilise la transformée de Fourier. Cela permet une analyse temps-fréquence du signal en dilatant et en translatant ce qu'on appelle l'ondelette mère. Contrairement à la SWT, dont le facteur d'échelle est discrétisé sur une échelle dyadique, l'évaluation de la CWT peut être effectuée pour n'importe quel facteur d'échelle dans l'espace des nombres réels. La CWT est définie par (Mallat, 1999)

$$W(a,b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} r(t) \psi^* \left( \frac{t-b}{a} \right) dt, \quad (3.3)$$

où :  $\psi^*((t-b)/a)$  est le conjugué complexe de l'ondelette mère translatée de  $b$  et dilatée par un facteur d'échelle de  $a$ .



Nous avons choisi dans ce travail l'ondelette de Morlet parce qu'elle offre le meilleur compromis entre la localisation en temps et la résolution en fréquence. Elle est définie par (Teolis, 1998)

$$\psi(t) = \frac{1}{\sqrt{\pi f_b}} \exp\left(\frac{-t^2}{f_b}\right) \exp(2\pi i f_c t), \quad (3.4)$$

où  $f_b$  est le paramètre de largeur de bande et  $f_c$  est la fréquence centrale de l'ondelette.

Pour évaluer la CWT à la même échelle que la trace radar, le paramètre  $f_c$  est pris comme étant égal à la fréquence dominante de la trace radar. La phase de la CWT atteint ainsi  $\pi$  aux positions correspondant aux minima du signal radar et passe par zéro à ses maxima. Ceci est illustré dans la figure 3.5 dans le cas d'une trace synthétique. On constate que la phase obtenue par CWT est une bonne estimation de la phase de la trace radar. Par conséquent, il est possible de corriger le pointé par AIC en prenant comme temps d'arrivée la plus proche position à laquelle la phase atteint la valeur  $\pi$ . Sur l'exemple de la figure 3.5, cette correction permet d'améliorer la précision du pointeur par AIC en diminuant l'erreur sur le temps d'arrivée de 3.29% à 1%.

L'approche utilisée peut être résumée comme suit :

1. Après l'étape de prétraitement, toutes les traces sont tronquées à partir du temps correspondant à l'amplitude maximale dans chacune d'elle. Le AIC est ensuite calculé pour chaque trace et le temps d'arrivée  $t_{AIC}$  est déterminé en trouvant la position du minimum.
2. Pour chaque trace, la fréquence dominante  $f_d$  de l'ondelette radar est calculée puis utilisée pour l'estimation de la CWT. La fréquence dominante est estimée en prenant la fréquence correspondant au maximum de la densité spectrale estimée par l'algorithme de Burg comme le proposent Giroux et al. (2009).
3. La position du temps d'arrivée du signal radar  $t_{CWT}$  est déterminée en utilisant la phase de la transformée en ondelette complexe. Si  $t_{AIC} - (a/4f_d) < t_{CWT} < t_{AIC} + (a/4f_d)$ , on choisit  $t_{CWT}$  et la correction est validée, sinon, on choisit  $t_{AIC}$ .
4. La dernière étape consiste à faire un contrôle de qualité visuel en vérifiant les temps d'arrivés affichés sur les radargrammes des traces regroupées par transmetteur commun.

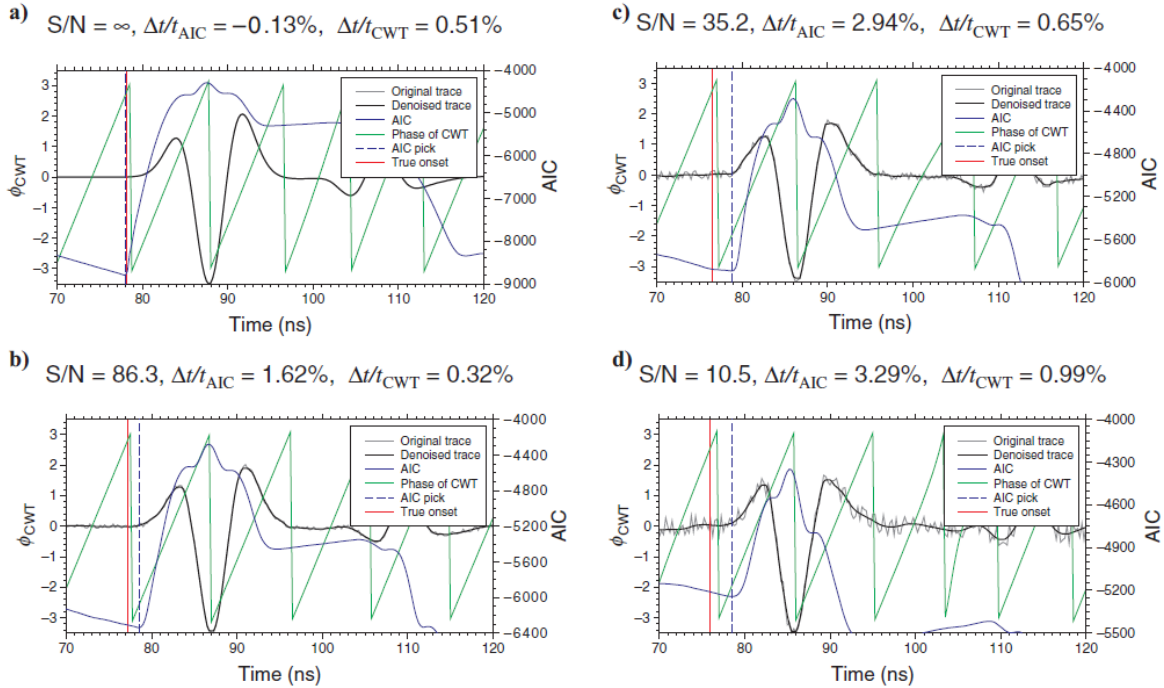


Figure 3.5 : L'influence du bruit sur l'erreur relative du temps d'arrivée du signal pointé par AIC seulement ( $\Delta t / t_{AIC}$ ) et pointé par AIC-CWT ( $\Delta t / t_{CWT}$ ).

### 3.2.3 Performance du pointeur

Dans ce qui suit, nous allons présenter la performance du pointeur AIC-CWT en le comparant aux techniques d'inter-corrélation présentées précédemment. La qualité d'un pointeur sera évaluée en terme de précision du pointé du temps d'arrivée et de la quantité de traces qu'il faut pointer manuellement après le contrôle de qualité. Pour ce faire, un premier test a été réalisé sur deux jeux de données synthétiques générés à l'aide d'un algorithme de modélisation radar par différences finies dans le domaine du temps (FDTD). Dans un deuxième test, les pointeurs ont été utilisés sur deux jeux de données réelles, l'un caractérisé par un faible rapport S/N et l'autre par la présence d'une forte distorsion de la trace radar.

Le temps d'arrivée réel pour les données synthétiques est obtenu en trouvant la position du premier échantillon de la trace dont l'amplitude est non nulle. En ce qui concerne les données réelles, on suppose que le pointé manuel effectué sur toutes les traces constitue le temps d'arrivée

réel. L'erreur relative de pointé est définie comme la différence entre le temps d'arrivée réel et celui trouvé par le pointeur, normalisée par le temps d'arrivée réel. Pour alléger le texte, nous allons utiliser les notations suivantes: XC, XC1, XC2, AIC pour désigner respectivement les pointeurs par inter-corrélation, inter-corrélation avec isolation du premier cycle, inter-corrélation avec isolation du premier cycle et utilisation de la mise à l'échelle et enfin le pointeur par AIC-CWT.

### 3.2.3.1 Données synthétiques

Deux modèles synthétiques<sup>4</sup> ont été générés pour simuler un aquifère sableux hétérogène incluant, dans un premier cas une zone saturée uniquement (modèle 1), et dans un deuxième cas, une zone vadose, une zone saturée et l'interface sol-air (modèle 2). Ces modèles sont illustrés à la figure 3.6. Les propriétés hydrogéophysiques (porosité, profil de saturation, conductivité électrique et permittivité diélectrique relative) associées à ces modèles ont été générées par un programme développé par Giroux et Chouteau (2008). Pour simuler la source radar, une ondelette Ricker à 100 MHz a été utilisée.

Les figures 3.6c et 3.6d montrent, respectivement, les radargrammes obtenus pour le modèle 1 et le modèle 2. Ces radargrammes sont constitués de traces ayant comme transmetteur commun celui à la position Tx=1m. On constate que les traces générées pour le modèle 1 présentent une forte similarité entre-elles. Pour le modèle 2, on observe la superposition de plusieurs arrivées constituées des ondes directe, réfractée et réfléchi sur l'interface air-sol.

Pour étudier l'impact du bruit sur la fiabilité et la précision des différentes méthodes, toutes les traces radars ont été contaminées par un bruit de distribution uniforme avec un écart type de 0.1%, 0.2% et 0.5% du maximum de la valeur absolue de toutes les traces des deux jeux de données. Il faut noter que le pas d'échantillonnage temporel lors de la modélisation par FDTD est beaucoup plus petit que celui utilisé dans la pratique pour réaliser les mesures. Pour être en accord avec l'acquisition des données réelles, les traces ont été sous-échantillonnées d'un pas de 0.05 ns à un pas de 0.25 ns.

---

<sup>4</sup> Les modèles synthétiques ont été générés par Bernard Giroux. Les pointés sur les données synthétiques ont été réalisés par Anaïs Chabano dans le cadre d'un stage à l'École Polytechnique de Montréal.

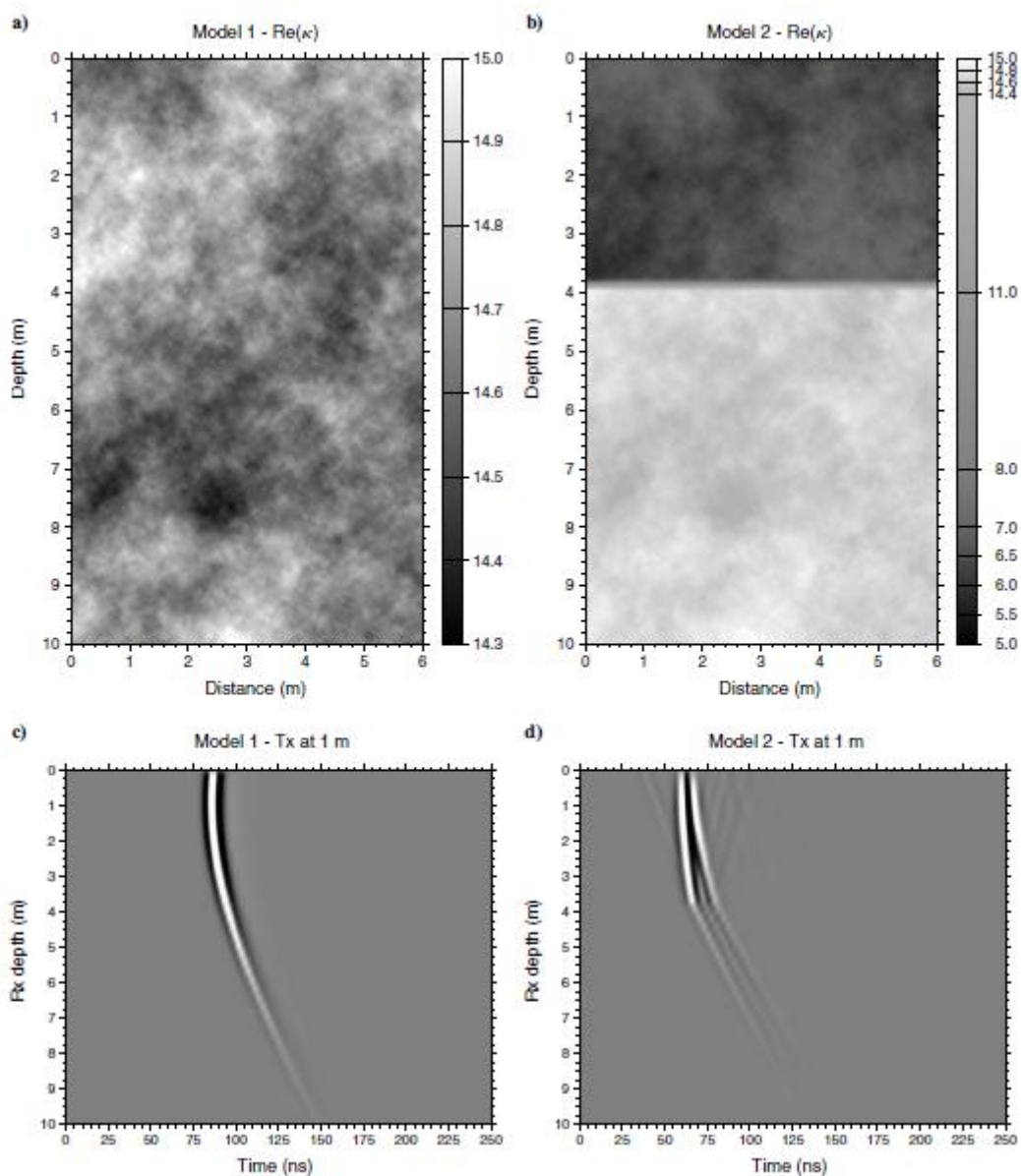


Figure 3.6 : Modèles synthétiques de permittivité relative utilisés pour générer les données synthétiques; (a) modèle 1, (b) modèle 2, (c) et (d) les radargrammes résultants des modèles 1 et 2 pour un transmetteur commun à la position de 1m. L'émetteur est mis dans le forage qui est à la position  $x=0m$  et le récepteur se trouve dans le forage qui est à la position  $x=6m$ .

La figure 3.7 présente les résultats obtenus avec les données du modèle 1 pour deux niveaux de bruit différents. Les figures 3.7a et 3.7b montrent l'erreur de pointé en fonction du rapport S/N. Il faut noter qu'une valeur positive de l'erreur signifie que le pointé est en retard par rapport au

temps d'arrivée réel. Les figures 3.7c et 3.7d présentent les courbes cumulatives de la valeur absolue des erreurs de pointé et du rapport S/N en fonction du nombre de traces. En analysant ces graphiques, on constate tout d'abord que tous les pointeurs sont équivalents pour un niveau de bruit faible (0.1%) où environ 10% des traces possède un rapport S/N inférieur à 20 (figure 3.7c).

Par contre, lorsque le niveau du bruit est plus élevé (0.5%), plus de 35% des traces ont un rapport S/N inférieur à 20, les performances du pointeur par AIC-CWT se dégradent plus rapidement que le pointeur par inter-corrélation (XC).

Les deux méthodes par inter-corrélation modifiée se distinguent par une erreur inférieure à 2% pour pratiquement toutes les traces, comparativement à 82% et 38% des traces pour les pointeurs par inter-corrélation (XC) et AIC-CWT. Cependant, ce pourcentage augmente très rapidement pour le pointeur par AIC-CWT entre 2% et 3% d'erreur telles que 96% de traces pointés possèdent une erreur inférieure à 3%. Par conséquent, la précision des pointeurs par inter-corrélation est meilleure que celle du pointeur par AIC-CWT pour des rapports S/N faibles. Le succès des méthodes par inter-corrélation était prévisible car, comme on l'a déjà mentionné, les traces du modèle 1 sont caractérisées par une forte similarité entre elles.

Lorsqu'on s'intéresse maintenant aux résultats obtenus pour le modèle 2, on constate que certains pointés par inter-corrélation sont aberrants (erreur très importante) malgré un rapport S/N très élevé comme le montre la figure 3.8. Ceci est dû aux ondes réfractées de faible amplitude. Pour un niveau de bruit de 0.1% les résultats obtenus sont semblables à ceux du modèle 1. Lorsque ce niveau augmente à 0.5%, les résultats du pointeur par AIC-CWT sont très médiocres. En effet, seulement 10 % des erreurs de pointé sont inférieures à 2%. Ceci s'explique par un pourcentage élevé du nombre de traces qui ont un rapport S/N faible. Plus précisément, 87 % des traces ont un rapport S/N inférieur à 20.

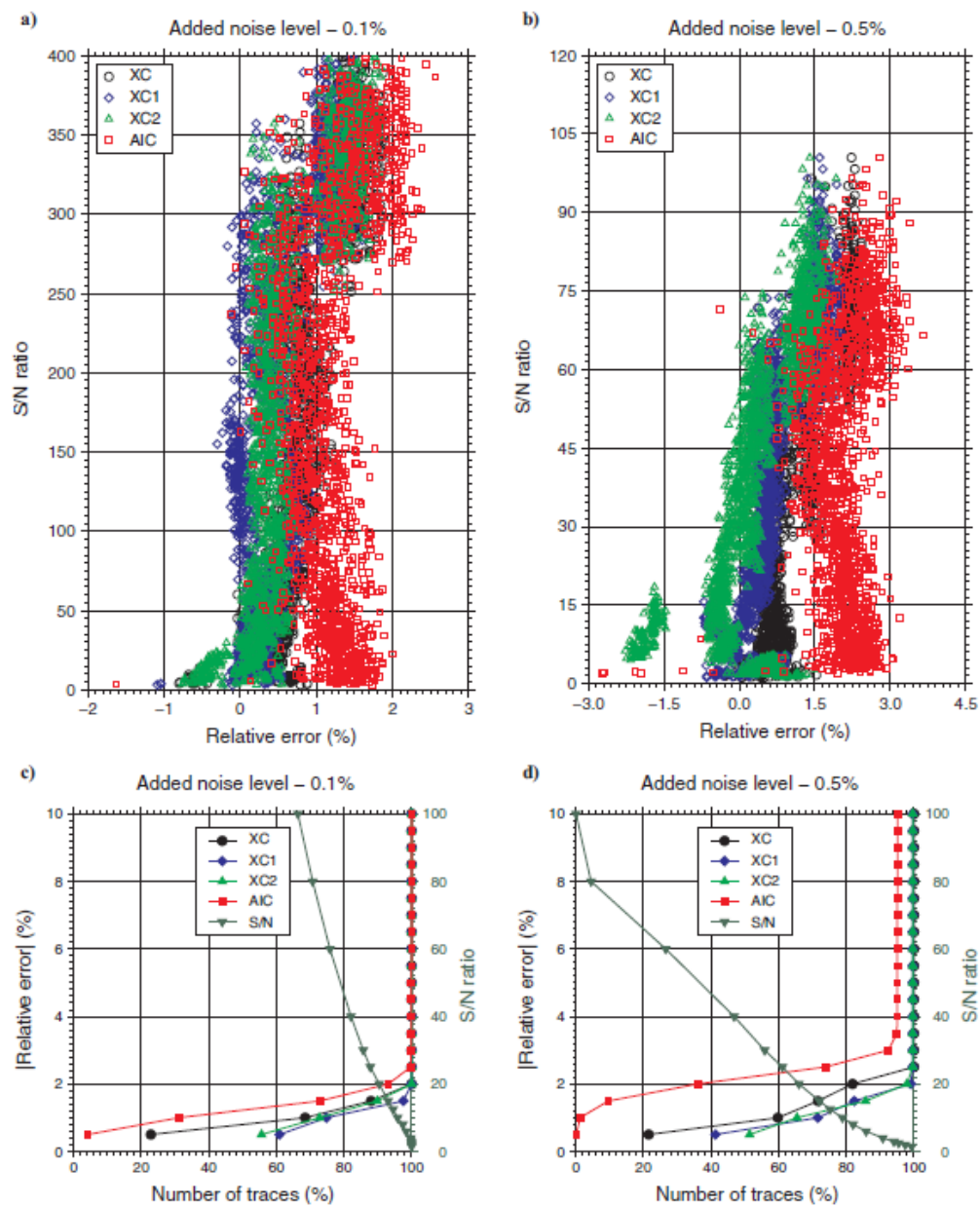


Figure 3.7 : Précision des pointeurs pour modèle 1. (a) et (b) représentent le nuage de points donnant l'erreur de pointé en fonction du rapport S/N. Les valeurs positives indiquent un pointé en retard. (c) et (d) représentent les courbes cumulatives des erreurs de pointé et du rapport S/N en fonction du nombre de traces.

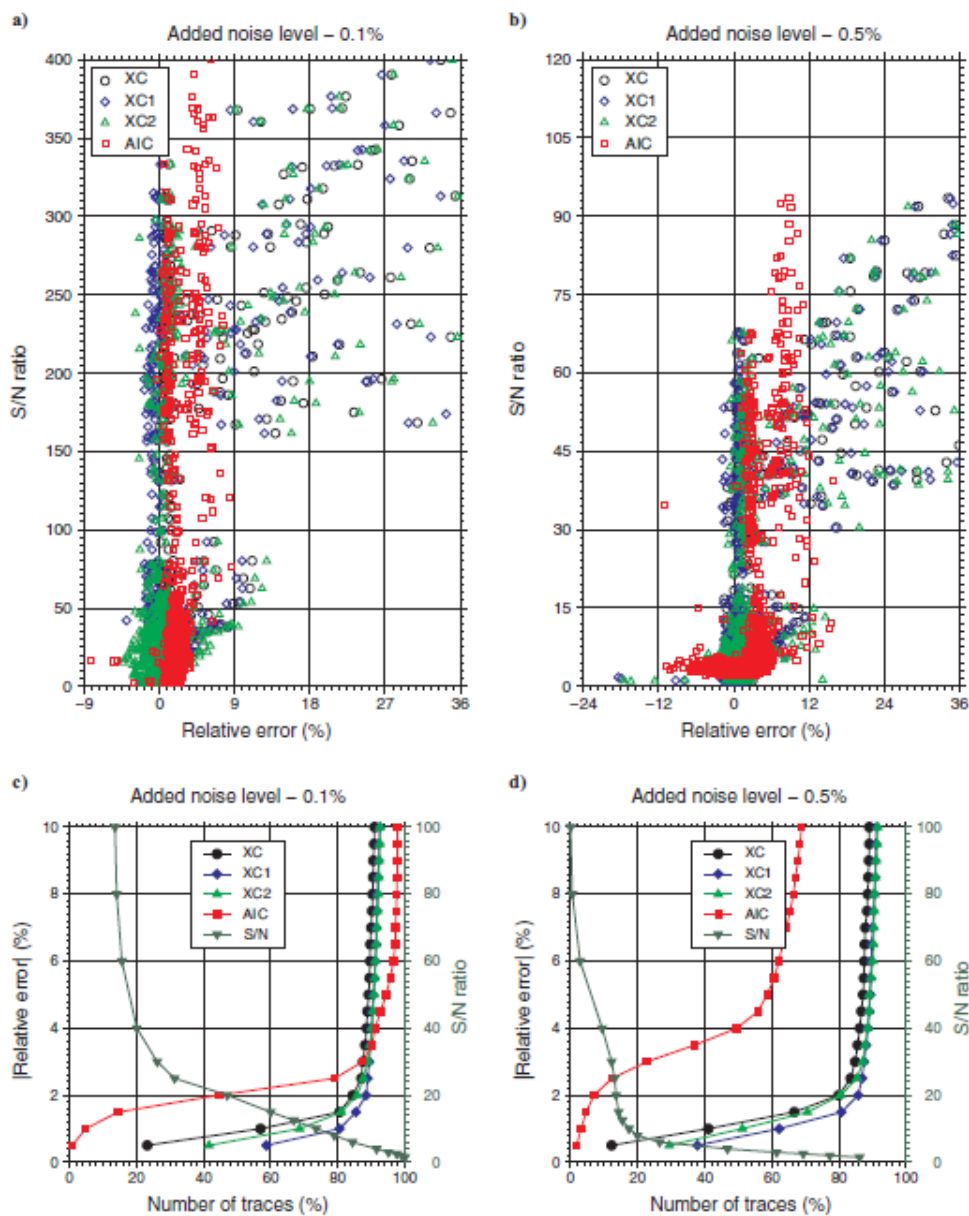


Figure 3.8 : Précision des pointeurs pour modèle 2. (a) et (b) représentent le nuage de points donnant l'erreur de pointé en fonction du rapport S/N. Les valeurs positives indiquent un pointé en retard. (c) et (d) représentent les courbes cumulatives des erreurs de pointé et du rapport S/N en fonction du nombre de traces.

Tous les pointeurs qu'on vient de voir nécessitent un contrôle de qualité visuel pour vérifier la qualité des pointés. Ainsi, plusieurs traces dont le pointé n'est pas satisfaisant sont traitées

manuellement lors du contrôle de qualité. De plus, certaines traces sont écartées avant même l'utilisation du pointeur. En effet, lors du pointé par inter-corrélation l'utilisateur rejette en général les traces ne présentant pas de similarité avec la majorité des traces d'un même regroupement. De même, les traces ayant un faible rapport S/N sont écartées avant l'utilisation du pointeur AIC-CWT. Ainsi, le deuxième critère de performance se base sur le nombre de traces traitées automatiquement, manuellement et le nombre total de traces traitées au final après le contrôle de qualité.

Tableau 3.1 : Statistiques de performance pour les données du modèle 1. [a] indique le pourcentage de traces pointées automatiquement, [m] le pourcentage de traces manuellement ajustées et [f] le pourcentage total des traces pointées. Les pourcentages sont calculés par rapport au nombre de traces pointées manuellement.

Method	Added noise level			
	0%	0.1%	0.2%	0.5%
XC	100.0% a	100.0% a	100.0% a	100.0% a
	0.0% m	0.0% m	0.0% m	0.0% m
	100.0% f	100.0% f	100.0% f	100.0% f
XC1	100.0% a	100.0% a	100.0% a	100.0% a
	0.0% m	0.0% m	0.0% m	0.0% m
	100.0% f	100.0% f	100.0% f	100.0% f
XC2	100.0% a	100.0% a	100.0% a	100.0% a
	0.0% m	0.0% m	0.0% m	0.0% m
	100.0% f	100.0% f	100.0% f	100.0% f
AIC	100.0% a	100.0% a	100.0% a	100.0% a
	0.0% m	0.0% m	0.0% m	0.0% m
	100.0% f	100.0% f	100.0% f	100.0% f

Les tableaux 3.1 et 3.2 présentent le pourcentage des traces traitées automatiquement ou semi-automatiquement, le pourcentage des traces ajustées manuellement lors du contrôle de qualité et le pourcentage total des traces traitées au final pour les modèles 1 et 2 respectivement. Les résultats sont très semblables pour tous les pointeurs sauf dans le cas du AIC-CWT qui nécessite un ajustement manuel plus important lorsque le niveau du bruit augmente.



### 3.2.3.2 Données réelles

Pour valider les résultats obtenus sur les données synthétiques, tous les algorithmes ont été testés sur deux jeux de données réelles. Le premier jeu fait partie d'une importante campagne de mesures sur une carrière de calcaire pour la localisation de zones karstiques remplies d'argile. Ces données sont caractérisées par un faible rapport S/N, où seulement 25% des traces possèdent un rapport S/N supérieur à 20. La forme des ondelettes radar n'est pas très affectée, la plupart des traces présentent une forte similarité avec seulement quelques unes d'entre elles qui présentent la superposition de différentes arrivées.

Le second jeu de données a été enregistré sur une structure en béton comprenant des armatures métalliques (Giroux et al., 2006). Une importante proportion des traces présente une forte distorsion de la forme des ondelettes radar. Ceci est dû d'une part aux propriétés intrinsèques dispersives du béton dont la résistivité moyenne de 66 échantillons de forage est de 100.2 ohm-m avec un écart type de  $\pm 23.6$  ohm-m, et d'autre part à cause de la présence d'armatures métalliques. Comparativement au premier jeu de données, celui-ci présente un niveau du bruit qui peut être considéré comme modéré. Cependant, la présence d'armatures métalliques et les propriétés dispersives du béton sont à l'origine de l'importance du bruit basse fréquence ou «wow». Le système RAMAC de Malå avec des antennes à des fréquences nominales de 250 MHz et 100 MHz a été utilisé pour l'acquisition du premier et du second jeu de données respectivement.

Seulement 68.1% de l'ensemble des données brutes de la carrière de calcaire ont été pointés manuellement. Ce pourcentage est par contre un peu plus faible pour les données de la structure en béton et s'élève à 44.3%. Il faut noter que lors du calcul des statistiques de performance des différents pointeurs, les pourcentages sont calculés par rapport au nombre de traces pointées manuellement. De plus, il arrive que le pourcentage des traces pointées au final pour certaines méthodes dépasse les 100%. Ceci s'explique par le fait que certaines traces rejetées lors du pointé manuel ont été retenues par les pointeurs proposées et validées par la suite lors du contrôle de qualité.

La figure 3.9 montre l'erreur de pointé en fonction du nombre de traces pour les deux jeux de données. En ce qui concerne les données de la carrière de calcaire, on constate que les pointeurs

XC, XC1 et AIC-CWT offrent des performances semblables. En effet, le pourcentage des traces pointées avec une erreur inférieure à 2% pour chacun de ces pointeurs est de 65%, 68% et 72%, respectivement. L'utilisation de la mise à l'échelle a permis d'améliorer la précision du pointeur XC1 tel que le pourcentage des traces ayant une erreur inférieure à 2% est de 80% pour le pointeur XC2. Comme le montre la figure 3.9a, la plupart des valeurs élevées de l'erreur de pointé sont liées à un rapport S/N faible.

Dans le cas des données de la structure en béton, on constate que les méthodes basées sur l'inter-corrélation présentent des résultats médiocres comme le montre la figure 3.9. En effet, pour le pointeur XC, moins de 20% des traces pointées manuellement possèdent une erreur de pointage inférieure à 2%. Ceci est dû principalement à une forte dissimilarité entre les traces regroupées en émetteur-récepteur commun. Malgré les modifications apportées à l'inter-corrélation, les pointeurs XC1 et XC2 n'améliorent pas grandement la précision de XC. La meilleure performance est enregistrée par le pointeur XC2. Seulement 24.5% des traces pointées manuellement ont une erreur de pointé inférieure à 2%. La figure 3.10 montre les traces regroupées par émetteur-récepteur commun pour un angle variant entre 7.5° et 12.5°. On constate que la forme et l'amplitude de la première arrivée, pour environ la moitié des traces, sont très variables. Ce qui explique l'inefficacité du détecteur par inter-corrélation à isoler le premier cycle.

Le pointeur par AIC-CWT, qui est indépendant de la forme de la première arrivée, présente le meilleur résultat : 61% des traces ont une erreur de pointé inférieure à 2%.

Si on s'intéresse maintenant aux statistiques de performance des différents pointeurs qui sont présentées dans le tableau 3.3, on constate que pour les données de la carrière de calcaire les deux pointeurs par inter-corrélation ainsi que celui par AIC-CWT montrent des performances similaires. Ainsi, 10.8%, 12.1% et 15.1% des traces ont été retraitées manuellement, lors du contrôle de qualité, pour les pointeurs XC1, XC2 et AIC-CWT, respectivement.

Pour les données de la structure en béton, la situation est complètement différente. Tous les pointeurs par inter-corrélation présentent des performances très médiocres. En effet, une importante proportion des traces est rejetée lors de l'opération de sommation et d'alignement afin d'obtenir une trace de référence qui soit la plus représentative possible. Ainsi, 67%, 82%, and 76% des traces sont retenues lors du pointé par XC, XC1, et XC2 respectivement. Malgré la mise

à l'écart de certaines traces, plusieurs pointés doivent être repris et le travail manuel exigé pour tous ces pointeurs est considérable (voir tableau 3.3).

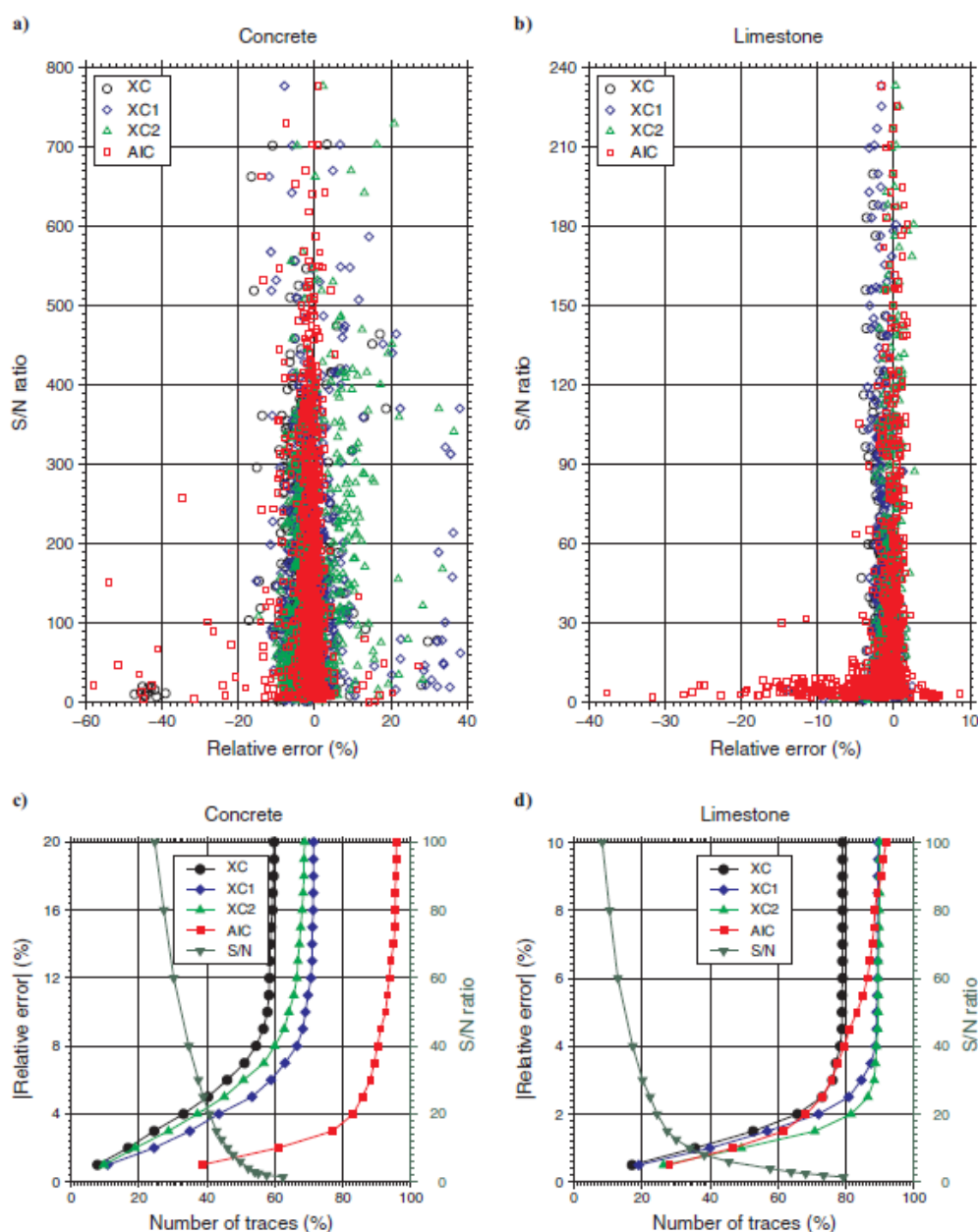


Figure 3.9 : Précision des pointeurs pour les données de la structure en béton (à gauche) et de la carrière de calcaire (à droite). (a) et (b) représentent le nuage de points donnant l'erreur de pointé en fonction du rapport S/N. Les valeurs positives indiquent un pointé en retard. (c) et (d) représentent les courbes cumulatives des erreurs de pointé et du rapport S/N en fonction du nombre de traces.

Tableau 3.2 : Statistiques de performance des données de la structure en béton et de la carrière de calcaire. [a] Indique le pourcentage de traces pointées automatiquement, [m] le pourcentage de traces manuellement ajustées et [f] le pourcentage total des traces pointées. Les pourcentages sont calculés par rapport au nombre de traces pointées manuellement.

Method	Data-set	
	Limestone	Concrete
XC	86.6% a	67.3% a
	24.9% m	49.4% m
	104.9% f	108.1% f
XC1	91.1% a	81.9% a
	10.8% m	40.2% m
	100.9% f	104.9% f
XC2	91.5% a	76.2% a
	12.1% m	50.9% m
	102.4% f	108.0% f
AIC	108.0% a	119.5% a
	15.1% m	26.2% m
	106.1% f	112.8% f

Par contre, le pointeur par AIC-CWT performe mieux et donne des résultats intéressants. Ainsi, 120 % des traces ont été pointées automatiquement et seulement 26 % ont été repris lors du contrôle de qualité. Ce dernier exemple montre clairement la supériorité du pointeur AIC-CWT lorsque la similarité entre les différentes traces est absente.

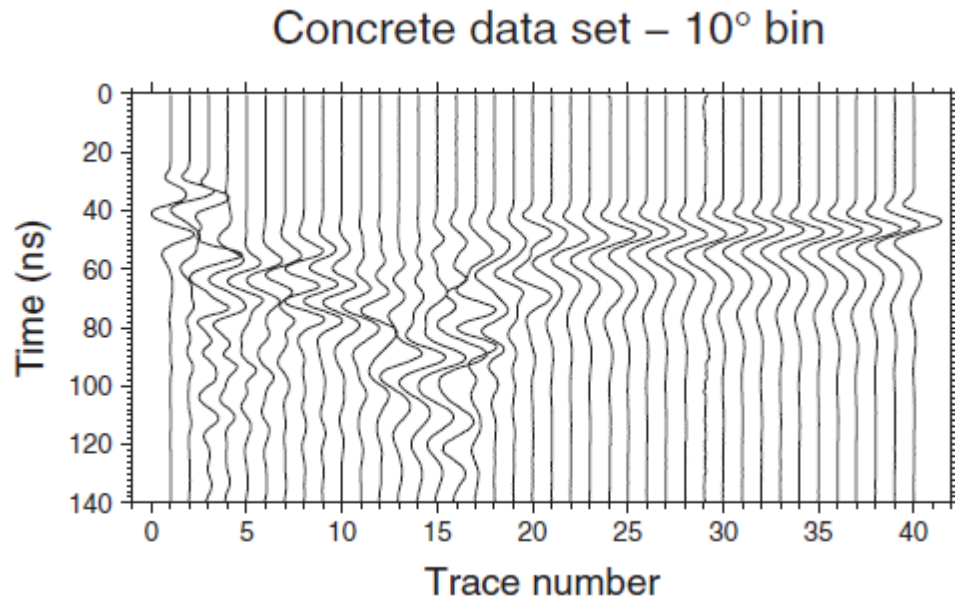


Figure 3.10: Regroupement de traces radar de la structure en béton qui montre la sévérité de la distorsion de la forme des ondelettes radar. Le regroupement a été réalisé avec un angle émetteur-récepteur de 10°.

### 3.3 Sommaire

Dans ce chapitre, nous avons présenté un pointeur automatique basé sur la correction du pointé obtenu par AIC, en utilisant la phase de la transformée en ondelettes continue complexe. Nous avons d'abord présenté les caractéristiques du signal enregistré et les étapes de prétraitement nécessaires avant le pointé. Nous avons ensuite comparé ce pointeur avec trois autres pointeurs basés sur l'inter-corrélation en utilisant des données synthétiques et réelles. Les résultats montrent, pour des rapports S/N importants, que tous les pointeurs performent de manière équivalente. Les performances du pointeur par AIC-CWT se dégradent très vite lorsque le rapport S/N est faible contrairement aux autres pointeurs. Par contre, celui-ci les surpasse lorsque l'ondelette radar est complètement déformée comme dans le cas d'une forte atténuation ou de la superposition de plusieurs arrivées.

## CHAPITRE 4. INVERSION CONJOINTE PAR ÉCHANGE D'INFORMATION STRUCTURALE

Ce chapitre traite de la première méthode développée dans le cadre de cette thèse pour l'inversion conjointe des données de tomographie de vitesse radar et de tomographie électrique. Elle s'inspire en partie des travaux de Günther et Rücker (2006) qui consistent à utiliser, dans un processus itératif, deux inversions séparées durant lesquelles l'information structurale est échangée à chaque itération. Pour ce faire, le problème inverse séparé est résolu à l'aide d'une approche par moindres carrés robuste (Claerbout et Muir, 1973). L'information structurale pour chacune des tomographies est traduite par une matrice de pondération dont les éléments sont proportionnels à l'inverse du gradient dans l'image (voir eq. 4.7). Celle-ci est appliquée à la matrice de rugosité (voir eq. 4.2), ce qui permet de mieux mettre en évidence les discontinuités. Dans notre cas, on propose un schéma un peu différent en abordant tout d'abord le problème inverse dans le domaine des ondelettes à l'aide d'un algorithme itératif par seuillage doux (Daubechies et al., 2004). Ceci permet une meilleure représentation des zones homogènes tout en préservant les discontinuités (Loris et al., 2006). En d'autres termes, les images obtenues par cette inversion présentent un meilleur contraste. Dans ce cas, l'information structurale, qui consiste à localiser les différentes interfaces dans l'image, peut être facilement déduite en utilisant des techniques de détection de contours qui sont largement utilisées en traitement d'images. Cette information structurale est ensuite traduite en une matrice de pondération et est échangée, à l'instar de l'approche proposée par Günther et Rücker (2006). Afin d'éviter tout biais qui peut être introduit par l'une des tomographies dans l'autre, un deuxième niveau de contrôle est utilisé lors de l'opération de seuillage des coefficients en ondelettes. Plus précisément, le seuil est choisi de manière à maximiser une fonction de similarité structurale entre les deux images tomographiques.

Avant d'entrer dans le vif du sujet, nous allons d'abord présenter l'inversion séparée robuste dans le cas de la tomographie radar de vitesse et de la tomographie électrique. L'inversion dans le domaine des ondelettes par seuillage doux sera ensuite expliquée. Finalement, l'algorithme proposé sera détaillé et testé sur plusieurs cas synthétiques afin de valider sa robustesse.

## 4.1 Quelques définitions

Supposons que le milieu investigué puisse être discrétisé par une grille où la propriété physique  $m_i$  ( $i = 1, \dots, M$ ) est constante dans chaque cellule. Le milieu ainsi discrétisé peut être représenté par un vecteur  $m = (m_1, m_2, \dots, m_M)$ . Ce dernier est souvent appelée vecteur des paramètres du modèle<sup>5</sup>. Dans le cas de l'électricité,  $m$  est la distribution de la résistivité; dans le cas de la tomographie radar de vitesse,  $m$  est la distribution de la lenteur et dans le cas de la tomographie radar d'atténuation,  $m$  est la distribution du coefficient d'atténuation. À chaque modèle géophysique correspond  $N$  données<sup>6</sup> qu'on peut mettre sous la forme d'un vecteur  $d = (d_1, d_2, \dots, d_N)$  qu'on appelle vecteur des données.

Considérons maintenant que les ensembles de «paramètres du modèle»  $m$  et de «données»  $d$  sont deux espaces de Hilbert, notés respectivement  $P$  et  $Q$ .

- L'opérateur du problème direct  $F : P \rightarrow Q$  peut s'écrire :

$$d = F(m), \text{ avec } m \in P \text{ et } d \in Q.$$

- Le problème direct est défini comme suit :

Trouver  $d \in Q$  tel que  $d = F(m)$ , étant donné  $m \in P$ .

- Le problème inverse est défini comme suit :

Trouver  $m \in P$  tel que  $F(m) + e = d$ , étant donné  $d \in Q$ ;  $e$  représente les erreurs de modélisation et le bruit.

En général, on fait la distinction entre les données mesurées ou observées et les données calculées qui représentent la réponse théorique calculée par l'opérateur  $F(m)$ . Dans tout ce qui suit  $d$  représentera les données mesurées.

---

<sup>5</sup> On utilise aussi dans la littérature géophysique les termes «modèle» ou «paramètres». On parle aussi d'«image» lorsque les paramètres sont mis sous forme 2-D ou 3-D.

<sup>6</sup> On utilise aussi dans la littérature géophysique les termes «mesures», «données mesurées», «données observées» ou encore «observations», etc.

## 4.2 Problème inverse en tomographie de vitesse radar et en tomographie électrique

La résolution d'un problème inverse mal-posé en géophysique est le plus souvent résolue en utilisant la méthode de régularisation de Thikonov (Thikonov, 1963). Elle consiste à trouver la solution qui minimise la fonctionnelle

$$\Phi(m) = \Phi_d(m) + \beta \Phi_m(m) = \|W_d (d - F(m))\|_2^2 + \beta \|C (m - m_{ref})\|_2^2, \quad (4.1)$$

tel que:

- $W_d$  est la matrice de pondération des données. Si on suppose que le bruit sur les données a une distribution gaussienne et est non corrélé, cette matrice devient diagonale tel que  $W_{dii} = 1/\delta_i$ , avec  $\delta_i$  l'écart type sur la donnée  $d_i$ .
- $\beta$  est le paramètre de régularisation.
- $m_{ref}$  est appelé modèle de référence ou modèle *a priori*. Il représente l'information *a priori*.
- $C$  est appelée opérateur de contrainte ou matrice de régularisation. Elle est donnée dans notre cas par :

$$C = \alpha_x D_x + \alpha_z D_z + \alpha_s I \quad (4.2)$$

où :

- $D_x$  : matrice des dérivées premières selon la direction horizontale  $x$ ,
- $D_z$  : matrice des dérivées premières selon la direction verticale  $z$ ,
- $I$  : matrice identité,
- $\alpha_x, \alpha_z$  : facteurs de pondération du lissage dans la direction  $x$  et  $z$ ,
- $\alpha_s$  : facteur de pondération qui favorise une solution proche de  $m_{ref}$ . Lorsque  $m_{ref}=0$ , ce facteur favorise une solution qui a la plus petite norme euclidienne.



La matrice  $C$  ainsi définie est appelée matrice de rugosité<sup>7</sup>. Lorsqu'on l'utilise en inversion, les modèles obtenus sont lisses. On parle dans ce cas, d'inversion lisse (Constable et al., 1987; de Groot-Hedlin et Constable, 1990; Labrecque et al., 1996). Il faut noter que la matrice des dérivées premières est obtenue en utilisant une formule décentrée d'ordre 1 (de Groot-Hedlin et Constable, 1990).

Comme les opérateurs du problème direct en électrique et en tomographie radar sont non linéaires, l'utilisation d'algorithmes itératifs nécessite la linéarisation de l'opérateur  $F$  en l'approximant par son développement de Taylor d'ordre 1

$$F(m^k + \Delta m) \approx F(m^k) + J \cdot \Delta m, \quad (4.3)$$

où  $J$  représente les dérivées premières de  $F$  par rapport à  $m$ . Elle est souvent appelée matrice jacobienne ou matrice de sensibilité.

Dans le cas de la tomographie électrique, la matrice jacobienne est calculée en utilisant l'approche de l'état adjoint telle que proposée par McGillivray et Oldenburg (1990). Dans le cas de la tomographie radar, la matrice jacobienne est égale à la matrice des trajets parcourus  $L$  (eq. 2.41).

La minimisation de la fonction objectif (4.1) en utilisant un algorithme Gauss-Newton donne la relation itérative de mise à jour à l'itération  $k$

$$\Delta m^k = \left( J^T W_d^T W_d J + \beta \cdot C^T C \right)^{-1} \left( J^T W_d^T W_d (d - F(m^k)) - \beta \cdot C^T C (m^k - m_{ref}) \right) \quad (4.4)$$

Pour contrôler l'amplitude des variations de mise à jour du modèle  $m$ , et assurer ainsi une meilleure convergence, la technique de recherche du pas optimal dite d'Armijo (e.g. Pidliseky et al., 2006) a été utilisée. L'équation de mise à jour est donnée par:

$$m_{i+1} = m_i + \lambda \Delta m_i \quad (4.5)$$

où  $\lambda$  est le pas de descente déterminé par la technique Armijo, tel que  $0 \leq \lambda \leq 1; \lambda \in \mathfrak{R}$ .

---

<sup>7</sup> Elle est aussi appelée matrice de lissage.

L'inversion lisse ne permet pas de préserver les forts contrastes dans un modèle. En effet, en minimisant la norme  $L_2$  des variations spatiales du modèle (fonction parabolique), les valeurs extrêmes sont pénalisées pour faire décroître la fonction objectif. Une alternative est d'utiliser des fonctions qui croissent moins vite qu'une parabole, afin de moins pénaliser les variations élevées. Il existe plusieurs fonctions qui permettent de le faire (Farquharson et Oldenburg, 1998), parmi lesquelles on trouve les estimateurs robustes utilisés en général en régression, et plus récemment en inversion géophysique (Tarantola, 1987). Dans ce travail, on propose d'utiliser l'estimateur robuste, proposé par Claerbout et Muir (1973), qui permet de simuler une norme  $L_1$ . Le nouveau problème inverse peut être résolu en utilisant la formulation (4.1) légèrement modifiée. La nouvelle fonction objectif est donnée par

$$\Phi(m) = \|W_d (d - F(m))\|_2^2 + \beta \|W_c C (m - m_{ref})\|_2^2, \quad (4.6)$$

où  $W_c$  est une matrice de pondération qui permet de pénaliser les variations importantes. Elle est définie par (Günther et Rücker, 2006)

$$w_i^c = \frac{\frac{|c_i|}{\|c\|_1}}{\frac{|c_i|^2}{\|c\|_1^2}} = \frac{\|c\|_1^2}{\|c\|_1} \frac{1}{|c_i|}, \quad (4.7)$$

avec  $c = C(m - m_{ref})$

Pour éviter un renforcement trop fort des contrastes, les valeurs  $w_i^c$  plus grandes que 1 sont ramenées à 1. De plus, pour éviter des problèmes d'instabilité lors de l'inversion de la matrice de l'équation (4.4), les valeurs de  $w_i^c < w_{cutoff}$  sont mises égales à  $w_{cutoff}$ .

#### 4.2.1 Critères d'arrêt

Avant de présenter les critères d'arrêt, nous allons tout d'abord définir quelques paramètres :

- L'erreur rms qui représente la fonction d'ajustement des données normalisée :

$$rms = \sqrt{\frac{(d - F(m^k))^T W_d^T W_d (d - F(m^k))}{N}}, \quad (4.8)$$

où  $N$  est le nombre de données

- L'écart relatif entre les paramètres du modèle à deux itérations consécutives:

$$rmsm = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^M (m_j^k - m_j^{k-1})^2 / (m_j^{k-1})^2}{M}}, \quad (4.9)$$

où  $M$  est le nombre de paramètres.

L'algorithme s'arrête lorsque l'une des conditions suivantes est satisfaite :

1. L'erreur rms est plus petite qu'une valeur prédéfinie.
2. L'erreur rms de deux itérations consécutives est inférieure à 1%.
3. L'écart rmsm est inférieur à 5%.
4. Le nombre maximal d'itérations est atteint.

### 4.3 L'inversion dans le domaine des ondelettes

La transformée en ondelettes consiste en une analyse multirésolution qui permet d'examiner un signal à différentes échelles. Le signal est décomposé en une approximation à une échelle voulue et une série de détails (coefficients en ondelettes) à des échelles plus fines (Mallat, 1999). Dans le cas 2-D, qui nous intéresse, la transformée en ondelettes décompose une image à différentes échelles (niveaux de décomposition) selon trois directions différentes (horizontale, verticale, diagonale). Dans une telle décomposition les structures géométriques de l'image sont assez pauvrement représentées (Mallat, 1999). Pour pallier ce problème, plusieurs transformées ont été proposées durant la dernière décennie. Dans notre cas, nous avons choisi d'utiliser la transformée en ondelettes en arbre dual complexe (Kingsbury, 2001), souvent notée DTCWT (de l'anglais : Dual tree complex wavelet transform). Elle opère une décomposition dans six directions différentes à chaque niveau de décomposition. Elle a donc une meilleure sélectivité directionnelle que la transformée en ondelettes 2-D classique (seulement trois directions). De plus, elle est invariante par translation, une propriété importante dans le débruitage et la restauration d'image. Ceci permet une meilleure capture des caractéristiques géométriques de l'image, ainsi qu'une meilleure reconstruction des images à partir de quelques coefficients seulement. En plus des

propriétés désirées citées ci-dessus notre choix a été motivé par la possibilité de quantifier la similarité structurale entre deux images à l'aide de la phase de la DTCWT comme cela est proposé par Wang et Simoncelli (2005). Enfin, cette transformée est apparue très efficace dans la résolution du problème inverse en tomographie sismologique (Loris et al., 2006). Pour notre code d'inversion, nous avons utilisé la boîte à outils Matlab de la transformées en ondelettes de l'université de Brooklyn développé par Selesnick et al. (2005).

En notation matricielle, la transformée en ondelettes des paramètres du modèle  $m$  peut s'écrire comme suit :

$$w = Wm \text{ et } m = W^T w, \quad (4.6)$$

où  $W$  et  $W^T$  représentent respectivement la matrice de la transformée en ondelettes et son inverse. Le vecteur  $w$  contient les coefficients en ondelettes aux différents niveaux de décomposition et les coefficients d'approximation au dernier niveau de décomposition. À chaque niveau de décomposition, on obtient plusieurs images de coefficients en ondelettes correspondants chacune à une direction de décomposition données.

La résolution du problème inverse dans le domaine des ondelettes en tomographie a fait l'objet de plusieurs publications dans les cas linéaire et non linéaire. Dans notre travail, nous nous sommes intéressés aux algorithmes par seuillage. Daubechies et al. (2004) ont démontré que la résolution d'un problème inverse linéaire, régularisé par un terme de norme  $L_1$  et opérant dans le domaine des ondelettes, consiste à appliquer un seuillage doux à chaque itération de l'algorithme de Landweber (Landweber, 1951). Ramlau et Teschke (2006) ont généralisé cette approche au cas non linéaire. Ceci donne

$$w_{i+1} = S_\tau \left( W \left( m_i + J^T (d - F(m_i)) \right) \right), \quad (4.7)$$

où  $S_\tau$  est l'opérateur de seuillage doux défini par

$$S_\tau(w) = \begin{cases} w - \tau & w \geq \tau \\ 0 & |w| \leq \tau \\ w + \tau & w \leq -\tau \end{cases}; \quad (4.8)$$

où  $\tau$  est le seuil. Sa détermination sera détaillée dans la section § 4.5.1.

Le désavantage principal de l'algorithme de Landweber est sa faible vitesse de convergence. Pour contrer ce problème, plusieurs auteurs ont proposé de modifier la mise à jour de cet algorithme. Byars (2001) propose par exemple de remplacer le terme de projection  $J^T$  par  $J^T (J^T J + \beta I)^{-1}$ . Plus récemment, Eso et al. (2008) ont proposé de remplacer le pas de l'itération de Landweber par le pas obtenu par un l'algorithme Gauss-Newton. Les résultats obtenus par ces derniers, sur des données synthétiques en tomographie électrique, montrent que cet algorithme permet une meilleure reproduction des contrastes de résistivité et une réduction considérable des artefacts.

#### 4.4 L'extraction de l'information structurale

L'hypothèse de départ pour l'inversion conjointe structurale consiste à supposer que le milieu investigué est vu par chacune des tomographies comme un milieu composé de plusieurs zones homogènes où la variation des propriétés physiques d'une zone à l'autre se produit dans certains cas aux mêmes endroits pour les deux tomographies. En d'autres termes, il existe des interfaces (des points où il y a une brusque variation de la propriété physique) communes sur les modèles de résistivité et de lenteur. L'information structurale peut être, par conséquent, caractérisée par les différentes interfaces de chacun des modèles. C'est pour cette raison que l'information structurale peut être représentée par la matrice de pondération de l'inversion robuste, ou encore en combinant les gradients des deux images géophysiques comme cela a été proposé par Lelièvre (2009). Dans notre cas, nous proposons d'exploiter les algorithmes de détection de contours qui sont très abondants dans le domaine du traitement d'images. Nous proposons l'utilisation de l'algorithme de Canny (1986). Ce choix est justifié par sa facilité de mise en œuvre et sa formulation basée sur le gradient de l'image. De plus, celui-ci repose sur la définition de critères d'optimalité de la détection de contours. L'opérateur optimal pour trouver un contour bruité est la dérivée première directionnelle (selon la direction du gradient) d'une fonction gaussienne. Un contour est alors défini comme le maximum local (dans la direction du gradient) de l'image filtrée par un filtre passe-bas gaussien.

Les étapes pour la réalisation d'un détecteur de Canny sont alors

- l'application d'un filtre passe-bas gaussien,

- le calcul de l'amplitude et de l'orientation du gradient,
- l'amincissement des contours en conservant seulement les maxima locaux : La définition d'un contour n'est pas uniquement reliée au dépassement d'un seuil mais dépend des voisins. Dans une zone où les valeurs de plusieurs pixels (et donc des modules du gradient) sont supérieures au seuil, seul le maximum de ces pixels pour une direction donnée du gradient est conservé.
- Le seuillage des contours: deux seuils sont utilisés. Si la norme du gradient est plus grande que le seuil supérieur, c'est un point de contour sûr, qu'on garde. Si la norme du gradient est entre le seuil inférieur et le seuil supérieur, alors c'est un contour potentiel. Il sera accepté s'il est adjacent à un contour sûr. Si la norme est inférieure au seuil inférieur, alors ce n'est pas un point de contour. La valeur du seuil supérieur est déterminée en tenant compte de l'histogramme de l'image. Dans notre cas, celui-ci correspond au 70e centile de la norme du gradient des contours. Le seuil inférieur est 0.4 fois le seuil supérieur. Ce choix est justifié par le fait que les images de résistivité électrique ou de vitesse radar ne contiennent pas autant de contours qu'une image photo. Ainsi, on suppose que seulement 30% des modules des gradients pourraient correspondre à des contours sûrs.

## 4.5 Inversion conjointe : algorithme 1

L'algorithme 1 opère en parallèle deux inversions séparées où, à chaque itération, l'information structurale est échangée entre le modèle de résistivité et celui de la lenteur. La figure 4.1 présente une illustration du fonctionnement de cet algorithme.

Il commence par la discrétisation de la région commune aux modèles de résistivité et de lenteur sur une même grille. À chaque itération l'algorithme 1 effectue trois opérations distinctes.

La première consiste à trouver la solution de l'inversion robuste par un algorithme Gauss-Newton (e.g. Pidliseky et al., 2006). Les images de résistivité et de lenteur ainsi obtenues subissent dans la deuxième étape une opération de seuillage doux par ondelettes. Les seuils sont déterminés par l'algorithme d'optimisation stochastique SPSA (de l'anglais: simultaneous perturbation stochastic approach). Ce dernier recherche la solution qui maximise la fonction de similarité structurale entre les deux modèles. La dernière étape consiste à utiliser le détecteur Canny pour

trouver les différentes interfaces dans chacun des modèles. Les contours obtenus par l'image de résistivité sont utilisés pour construire la matrice de poids ( $Wc_s$ ) de la tomographie radar, et ceux obtenus par l'image de vitesse sont utilisés pour la construction de la matrice de poids ( $Wc_\rho$ ) de la tomographie électrique. Cette matrice est construite en affectant une valeur de 0.1 à la position des contours et une valeur de 1 ailleurs. Une valeur faible de 0.1 a pour effet de ne pas lisser le modèle à la position des contours, et une valeur de 1 permet d'appliquer une contrainte de lissage sur le modèle. Ainsi, le modèle est lissé par bloc, ce qui favorise l'apparition d'interfaces de fort contraste.

Enfin, ces trois étapes sont répétées à chaque itération jusqu'à ce que l'un des critères de convergence cités dans la section §4.2.1 soit satisfait.

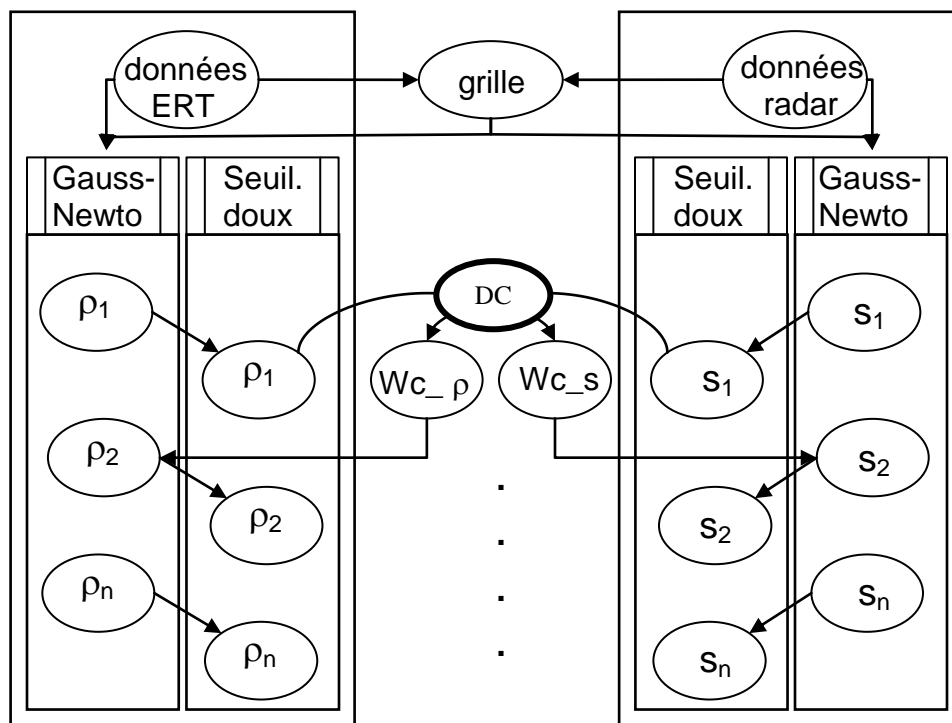


Figure 4.1 : Illustration schématique de l'algorithme 1 proposé pour l'inversion conjointe des données de tomographies électrique et radar. DC est l'abréviation de détecteur de Canny.

### 4.5.1 Détermination du seuil

Généralement, le seuil utilisé lors de l'inversion dans le domaine des ondelettes est choisi par essai et erreur comme cela est proposé dans Loris et al. (2006). Dans le cas présent, nous proposons de le déterminer automatiquement.

L'opération de seuillage doux permet de mettre à zéro certains coefficients d'ondelettes, et par conséquent, d'éliminer certaines structures dans l'image comme les artéfacts. Pour exploiter cette propriété, nous proposons de définir une fonction qui permet de quantifier la similarité structurale entre les images de résistivité et de vitesse. Les seuils seront alors déterminés de manière à maximiser cette fonction. On se propose ici d'utiliser l'indice de la similarité structurale entre images, défini dans le domaine des ondelettes complexes (Wang et Simoncelli, 2005)

Soient  $w_{ERTi}$  et  $w_{RTTi}$  l'ensemble des coefficients en ondelettes de deux zones rectangulaires de taille  $(N_1, N_1)$  correspondant respectivement à l'image de résistivité et de vitesse radar. Ces deux zones se trouvent à la même position spatiale (i) et à la même position (k) dans l'arbre de décomposition de la DT-CWT.

La similarité entre les deux zones peut être quantifiée à travers la cohérence du changement de phase entre  $w_{ERTi}$  et  $w_{RTTi}$  :

$$\phi_{i,k}(\tau_1, \tau_2) = \frac{2 \cdot \left| \sum_{j=1}^{N_1 \times N_1} S_{\tau_1}(w_{RTTj})^* \cdot S_{\tau_2}(w_{ERTj}) \right| + K}{2 \cdot \sum_{j=1}^{N_1 \times N_1} \left| S_{\tau_1}(w_{RTTj})^* \cdot S_{\tau_2}(w_{ERTj}) \right| + K} \quad (4.9)$$

où  $S_{\tau}^*$  est le conjugué complexe de  $S_{\tau}$ ,  $K$  est une constante très petite et  $N_1$  est égal à 2.

La fonction  $\phi_{i,k}$  est comprise entre 0 et 1. Elle vaut 1 lorsque les deux zones sont exactement similaires ou quand tous les coefficients de l'une des zones sont nuls.

La détermination des seuils pour l'image de résistivité et de la lenteur est effectuée en trouvant la solution qui maximise la similarité structurale globale qui est égale à la moyenne de tous les  $\phi_{i,k}$



sur tous les niveaux de décomposition de l'arbre de la DT-CWT. On peut aussi écrire ce problème de maximisation, de façon équivalente, en minimisant la fonction :

$$(\tau_1, \tau_2) \stackrel{\text{def}}{=} \operatorname{argmin} \left\{ 1 - \frac{1}{m n} \sum_{k=1}^n \sum_{i=0}^m \phi_{i,k} \right\}, \quad (4.10)$$

Où  $n$  est le nombre d'images de coefficients en ondelettes (6 par niveau de décomposition) résultant de la décomposition DT-CWT et  $m$  est le nombre de zones dans chacune des images.

Pour résoudre ce problème d'optimisation, on propose d'utiliser l'algorithme stochastique SPSA (de l'anglais: simultaneous perturbation stochastic approach), qui est généralement utilisé pour la résolution des problèmes non linéaires où le gradient de la fonction objectif est difficile ou impossible à calculer (Spall, 2003). Il est basé sur le calcul de la fonction objectif comme dans le cas des algorithmes de recuit simulé ou des algorithmes génétiques.

L'objectif de cette étape est d'améliorer la ressemblance entre les deux modèles géophysiques. Par conséquent, il n'est pas nécessaire de trouver le minimum global.

## 4.6 Application sur des données synthétiques

Dans cette section nous présentons les résultats des tomographies radar et électrique sur trois modèles synthétiques. Nous comparons les inversions séparées et l'inversion conjointe par échange d'information à notre approche. Pour alléger le texte, nous avons appelée l'inversion conjointe par échange d'information, c'est-à-dire l'algorithme 1 sans l'étape du seuillage par ondelettes, l'algorithme 1 modifié.

La figure 4.2 présente les trois premiers modèles synthétiques utilisés qu'on a appelé : modèle 1, modèle 2, modèle 3. Tous les modèles synthétiques ont été générés sur une grille commune de taille  $4m \times 6m$  et discrétisée avec un pas constant de 0.125m dans les deux directions  $x$  et  $z$ . Les trous de forage sont espacés de 4m et possèdent une longueur de 6m. Il faut noter que la grille utilisée en électrique comprend des cellules supplémentaires dont la taille devient de plus en plus grande en s'éloignant des forages pour simuler les conditions aux frontières. Pour la modélisation radar, l'acquisition en mode MOG est réalisée avec un pas de déplacement de 0.25m entre 0.5 et 6m de profondeur. Dans le cas de la tomographie électrique, 12 électrodes sont placées entre

0.5m et 6m de profondeur avec un pas constant de 0.5m dans chacun des forages. De plus, 9 électrodes espacées de 0.5m sont placées en surface entre 0m et 4m. Un dispositif bipole-bipole est utilisé avec des mesures utilisant des électrodes de forage seulement et d'autres combinant les électrodes de forage et de surface.

#### 4.6.1 Le modèle 1

Le modèle 1 en électrique consiste en un milieu homogène d'une résistivité de 100 ohm.m contenant deux zones conductrices rectangulaires d'une résistivité de 10 ohm.m. Le modèle de vitesse consiste en un milieu homogène d'une vitesse de 0.09 m/ns incluant une zone rectangulaire de vitesse plus lente (0.08 m/ns) et correspondant à la zone conductrice du bas sur le modèle de résistivité.

Ce modèle permet, d'une part, de voir à quel point l'information structurale de la zone commune du bas va s'échanger entre les deux modèles. Il faut noter que cette zone correspond à une zone de faible résolution en électrique et de forte résolution en tomographie radar. D'autre part, il permet aussi de voir comment se comporte l'algorithme lorsqu'il n'existe pas de lien structural entre les deux modèles (zone conductrice du haut).

Dans ce qui suit, nous allons présenter deux tests.

Pour le premier test, nous avons pris un écart type pour le bruit de 3%. La figure 4.3 montre les résultats obtenus pour les inversions séparées et conjointes. On constate tout d'abord que les images de vitesse radar donnent des résultats très satisfaisants quelque soit l'approche utilisée. En effet, la zone rectangulaire du bas est bien retrouvée comme le montre les figures 4.3b, 4.3d et 4.3e. Par contre, l'image de résistivité électrique issue de l'inversion séparée présente quelques artefacts dûs au bruit ajouté, et une mauvaise définition de la forme de la zone rectangulaire du bas (figure 4.3a). De plus, la résistivité électrique de cette zone est surestimée.

Lorsqu'on utilise l'algorithme 1 modifié, la résistivité électrique et la délimitation de cette zone sont mieux définies. Cependant, les artefacts que présente l'inversion séparée ne sont pas supprimés. De plus, malgré une bonne délimitation de la zone conductrice du bas, son étalement n'est complètement éliminé.

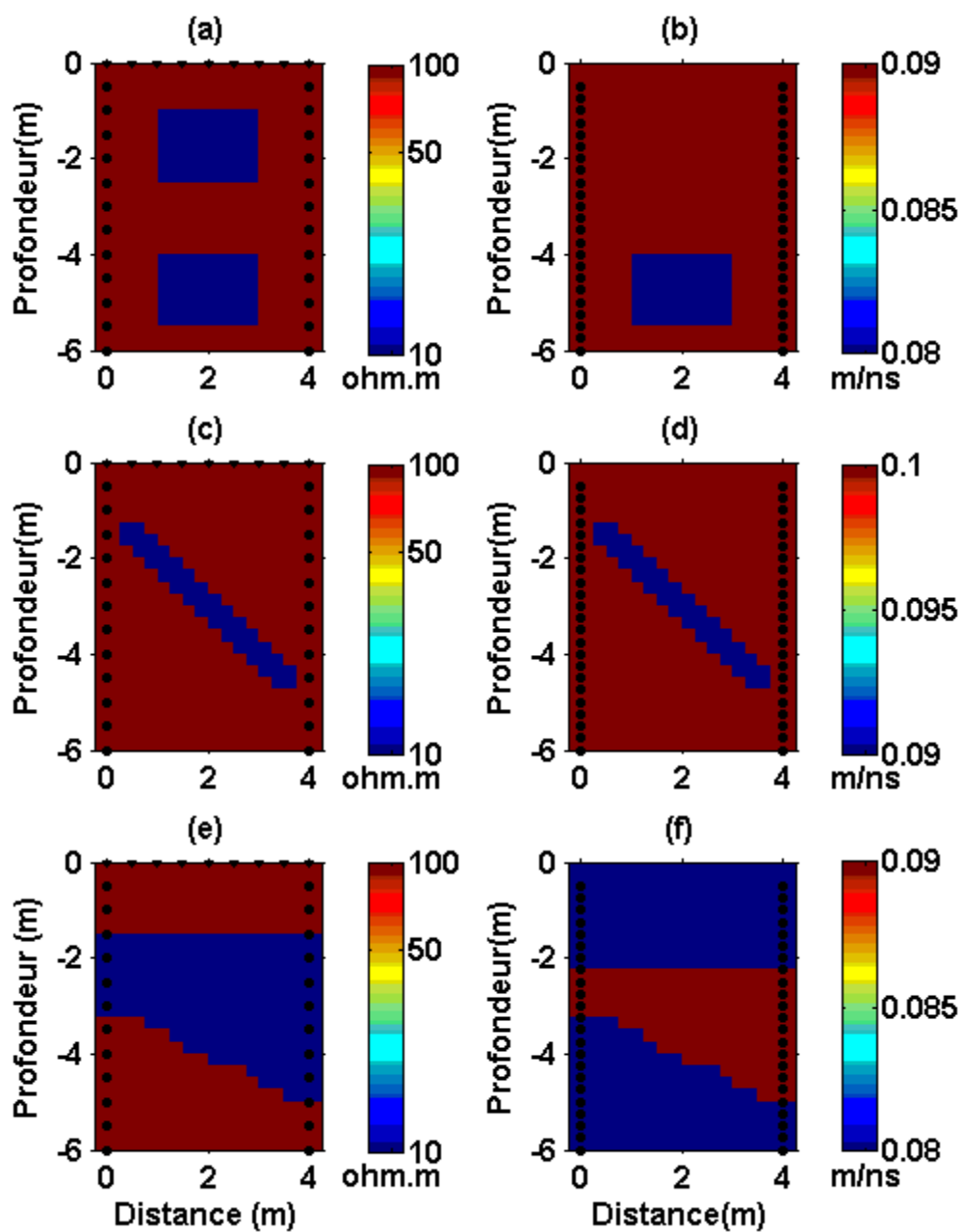


Figure 4.2: Modèles synthétiques. (a) et (b) images de résistivité et de vitesse du modèle 1, (c) et (d) images de résistivité et de vitesse du modèle 2, (e) et (f) images de résistivité et de vitesse du modèle 3.

Lorsqu'on utilise l'algorithme 1, on constate tout d'abord que tous les artéfacts ont été éliminés (figure 4.3e). La résistivité de la zone conductrice du bas est mieux estimée que celle de l'algorithme 1 modifié. Si on intéresse maintenant à la forme, on remarque que l'étalement observé précédemment est en grande partie éliminé. Ceci est dû au fait que le seuillage par ondelettes élimine à chaque itération les artéfacts qui apparaissent sur l'image de résistivité, en plus de contrôler l'information structurale pour que les deux images présentent une meilleure similarité structurale.

Enfin, on peut observer sur les deux images de vitesse radar obtenus à partir des algorithmes 1 et 1 modifié, qu'il n'y a aucun effet de la zone conductrice du haut.

Le tableau 4.1 donne différentes mesures statistiques entre le modèle 1 et les résultats obtenus par les différents algorithmes. Les critères utilisés pour cette évaluation statistique sont : la norme  $L_2$  de la différence entre la résistivité ou la vitesse radar du modèle 1 et celles obtenues par les différentes inversions ( $\|\Delta\rho\|_2$  ou  $\|\Delta v\|_2$ ), la variance associée à cette différence ( $\text{var}(\Delta\rho)$  ou  $\text{var}(\Delta v)$ ), l'indice de similarité structurale (SSIM) ainsi que le coefficient de corrélation ( $\text{corr}$ ) entre le modèle synthétique et celui obtenu par inversion. L'indice de similarité structurale est une mesure de similarité entre deux images numériques (Wang et al., 2004). Il est égal à 1 lorsque deux images sont identiques et vaut 0 lorsqu'il n'existe aucune ressemblance entre-elles.

À partir du tableau 4.1, on constate que l'algorithme 1 permet d'améliorer considérablement le modèle de résistivité comparativement à l'inversion séparée et l'algorithme 1 modifié. En effet, l'algorithme 1 donne une norme de la différence deux fois plus petite que celles des deux autres inversions, la variance la plus faible et les plus grandes valeurs de SSIM et de coefficient de corrélation.

En ajoutant 10% de bruit gaussien, on observe sur les images de l'inversion séparée (figures 4.4a et 4.4b) la présence de plusieurs artéfacts, particulièrement sur l'image de résistivité. La zone conductrice du bas est complètement décalée et sa résistivité est mal estimée. En utilisant l'algorithme 1 modifié, les résultats précédents sont améliorés mais beaucoup d'artéfacts persistent. De plus, la résistivité et la vitesse radar de la zone rectangulaire du bas sont surestimées.

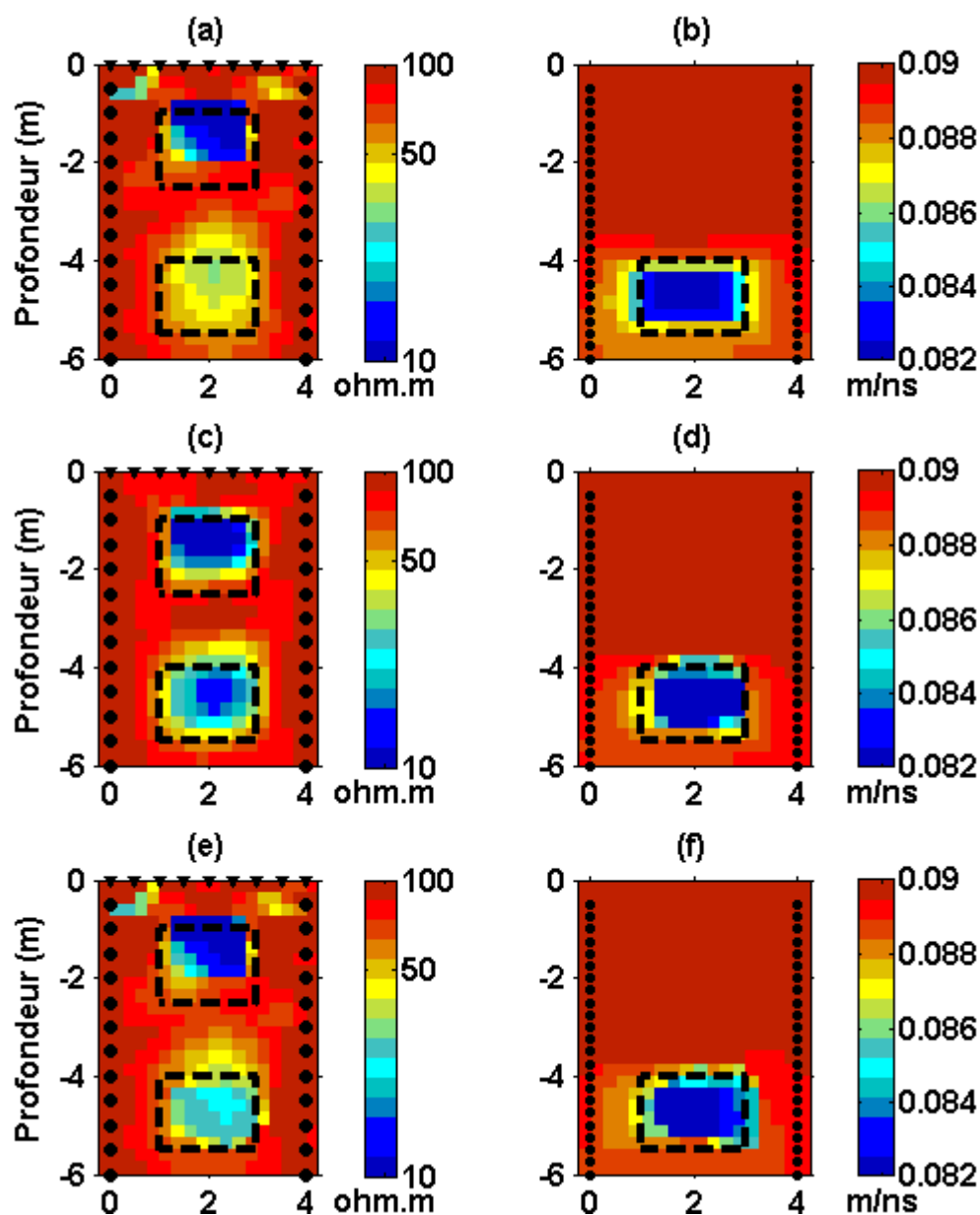


Figure 4.3: Résultats d'inversion obtenus pour le modèle 1 en ajoutant 3% de bruit gaussien. (a) et (b) images de résistivité et de vitesse obtenues par inversion séparée, (c) et (d) images de résistivité et de vitesse obtenues à l'aide de l'algorithme 1, (e) et (f) images de résistivité et de vitesse obtenues à l'aide de l'algorithme 1 modifié.

Tableau 4.1 : Statistiques entre le modèle 1 et les modèles obtenus par inversion séparée, l’algorithme 1 et l’algorithme 1 modifié.

	modèle de résistivité				modèle de vitesse radar			
	$\ \Delta\rho\ _2$	$var(\Delta\rho)$	SSIM	corr	$\ \Delta v\ _2$	$var(\Delta v)$	SSIM	corr
inv. séparée	21005.6	23073.1	0.69	0.1353	0.7053	2.603e-6	0.9169	0.7983
algo.1	11091.8	460.1	0.8119	0.7503	0.5614	2.148e-6	0.9148	0.8255
algo.1 mod.	19069.1	16286.1	0.7115	0.1726	0.6586	2.486e-6	0.9156	0.8055

Lorsqu’on utilise l’algorithme 1, la résolution des zones anomaes sur les deux images est nettement améliorée. En effet, les artéfacts sont supprimés et la forme des zones rectangulaires est mieux retrouvée.

Si l’on s’intéresse maintenant aux statistiques des résultats obtenus (Tableau 4.2), on observe la même tendance qu’auparavant. En d’autres termes, l’algorithme 1 donne les meilleurs résultats. Il faut noter toutefois que la norme de la différence est un peu plus grande et la variance qui lui est associée double par rapport à un niveau de bruit de 3%.

Tableau 4.2 : Statistiques entre le modèle 1 et les modèles obtenus par inversion séparée, l’algorithme 1 et l’algorithme 1 modifié dans le cas de 10% de bruit gaussien.

	modèle de résistivité				modèle de vitesse radar			
	$\ \Delta\rho\ _2$	$var(\Delta\rho)$	SSIM	corr	$\ \Delta v\ _2$	$var(\Delta v)$	SSIM	corr
inv. séparée	25139.4	19951.1	0.5948	0.1658	0.8856	3.520e-6	0.8848	0.6942
algo.1	14268.0	836.8	0.7562	0.6334	0.588	3.461e-6	0.8896	0.6865
algo.1 mod.	22348.3	2539.7	0.5667	0.4216	0.8804	3.682e-6	0.9018	0.6817

En conclusion, on peut dire que l’inversion conjointe par échange d’information structurale permet d’améliorer la résolution lorsque le même objet se retrouve sur les deux tomographies et qu’il est mieux défini dans l’une d’elles.

La procédure de seuillage par ondelettes permet de réduire considérablement les artéfacts et de mieux contrôler l’échange de l’information structurale. Lorsque le niveau du bruit augmente, l’algorithme 1 performe mieux que l’algorithme 1 modifié qui est plus sensible au niveau du bruit.

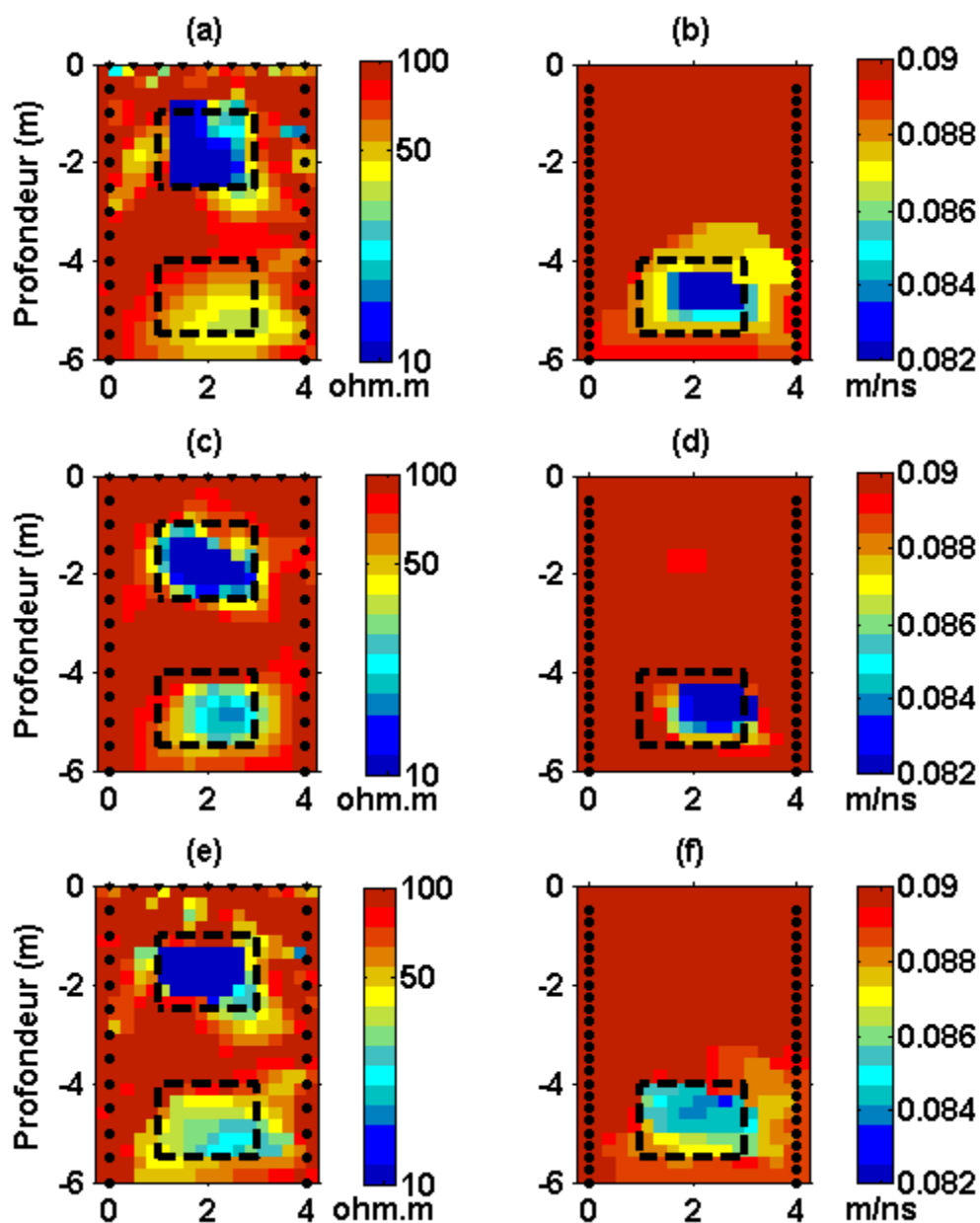


Figure 4.4 : Résultats d'inversion obtenus pour le modèle 1 en ajoutant 10% de bruit gaussien. (a) et (b) images de résistivité et de vitesse obtenues par inversion séparée, (c) et (d) images de résistivité et de vitesse obtenues à l'aide de l'algorithme 1, (e) et (f) images de résistivité et de vitesse obtenues à l'aide de l'algorithme 1 modifié.

## 4.6.2 Modèle 2

Le modèle 2 consiste en un dyke dont la forme est identique dans les modèles de vitesse et de résistivité. Il représente un cas limite pour la tomographie de vitesse radar par tracé de rai où les données mesurées ne sont plus représentatives de la distribution de vitesse recherchée (Berryman, 1991).

La figure 4.5 présente les résultats obtenus par l'algorithme 1, l'algorithme 1 modifié et l'inversion séparée. Comme prévu, la tomographie radar issu de l'inversion séparée est incapable de préciser la forme du dyke, son pendage et la vitesse radar du dyke. La tomographie électrique donne approximativement le pendage et localise très bien le dyke. Par contre, celui-ci apparaît plus épais à cause d'une résolution plus faible au centre du panneau.

L'algorithme 1 permet de mettre en évidence plus clairement le dyke. La position est approximativement retrouvée. En fait, il prend la forme du dyke tel que vu par l'électrique. Finalement, l'algorithme 1 modifié donne des résultats similaires à ceux de l'algorithme 1, avec la présence d'un artéfact dans les images de résistivité électrique et de vitesse radar entre 5m et 6m de profondeur. Il est dû à la très faible résolution dans cette région qui fait que l'information structurale issue de l'image de vitesse radar introduit un biais dans l'image de résistivité.

Le tableau 4.3 présente les statistiques sur les résultats obtenus par les différents algorithmes. On constate que les algorithmes 1 et 1 modifié donnent des résultats meilleurs que l'inversion séparée. L'algorithme 1 donne la plus faible norme de différence et les plus grands SSIM et coefficient de corrélation.

Tableau 4.3 : Statistiques entre le modèle 2 et les modèles obtenus par inversion séparée, l'algorithme 1 et l'algorithme 1 modifié.

	modèle de résistivité				modèle de vitesse radar			
	$\ \Delta\rho\ _2$	$var(\Delta\rho)$	SSIM	corr	$\ \Delta v\ _2$	$var(\Delta v)$	SSIM	corr
inv. séparée	10434.1687	869.5669	0.6865	0.4909	0.8827	4.819e-6	0.8932	0.3904
algo. 1	8181.9565	755.2263	0.7448	0.5716	0.7011	4.217e-6	0.9053	0.5999
algo. 1 mod.	10810.1307	1746.5641	0.6876	0.3909	0.8497	4.746e-6	0.8765	0.4302



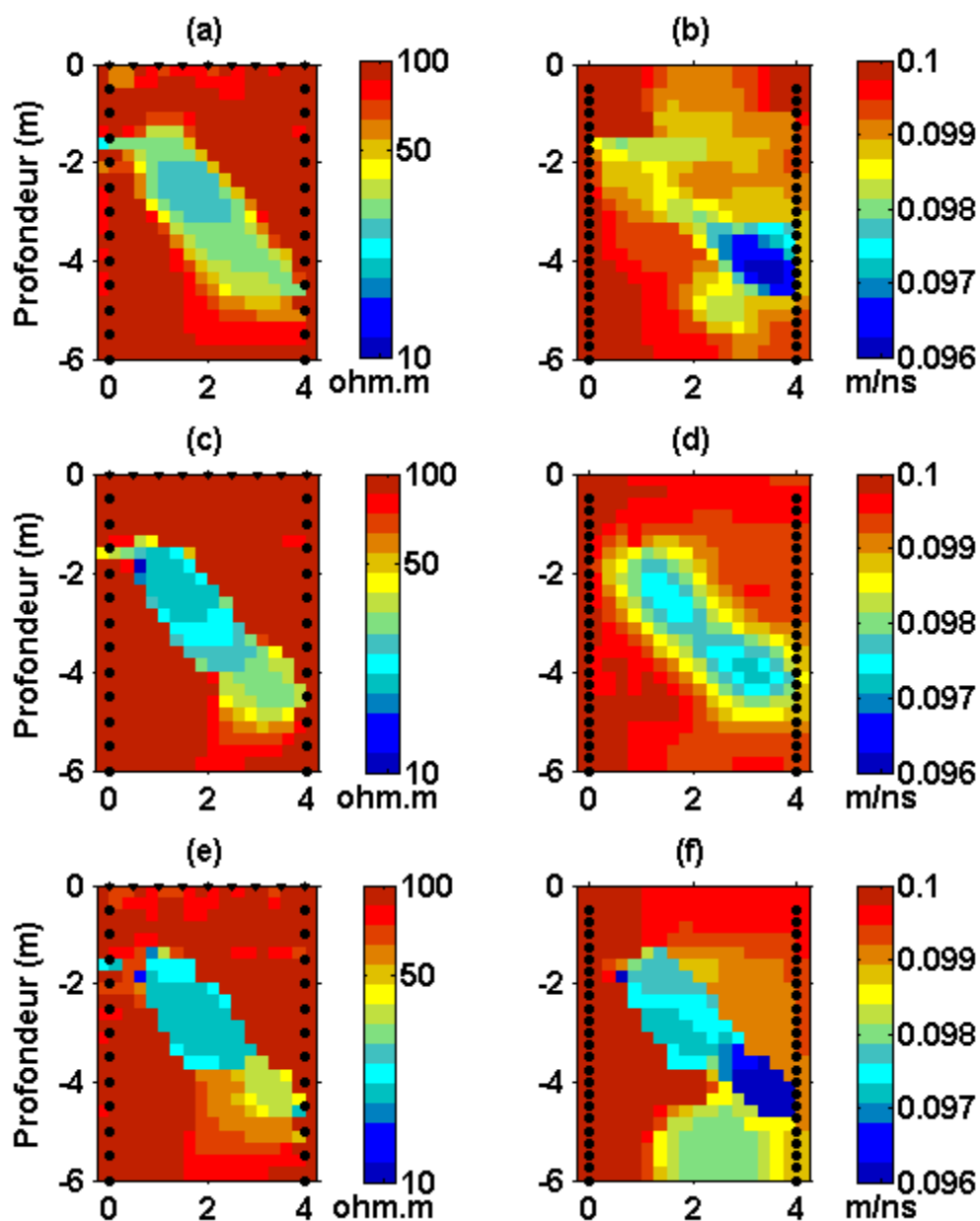


Figure 4.5: Résultats d'inversion obtenus pour le modèle 2 en ajoutant 3% de bruit gaussien. (a) et (b) images de résistivité et de vitesse obtenues par inversion séparée, (c) et (d) images de résistivité et de vitesse obtenues à l'aide de l'algorithme 1, (e) et (f) images de résistivité et de vitesse obtenues à l'aide de l'algorithme 1 modifié.

### 4.6.3 Modèle 3

Le modèle 3 vise à montrer le comportement de l'algorithme proposé lorsqu'il y a interférence d'informations structurales. Plus précisément, lorsqu'une interface détectée sur le modèle de résistivité est très proche d'une interface détectée sur le modèle de la vitesse.

Le modèle 3 en électrique est un modèle à trois couches avec des résistivités de 100 ohm.m, 10 ohm.m et 100 ohm.m, respectivement. De même, le modèle de vitesse est composé de trois couches ayant respectivement des vitesses de 0.08 m/ns, 0.09 m/ns et 0.08 m/ns.

Le mur de la deuxième couche est incliné et se trouve à la même position dans les modèles de vitesse et de résistivité. Par contre, le toit de la deuxième couche dans le modèle de résistivité se trouve à 0.75m au-dessus de celui de la deuxième couche dans le modèle de vitesse radar.

La figure 4.6 présente les résultats d'inversion obtenus pour le modèle 3. L'inversion séparée montre une image de vitesse radar qui reproduit le vrai modèle mais en introduisant des artéfacts le long des forages et une vitesse radar sous-estimée pour la deuxième couche. Ceci est dû aux rais qui ont tendance à passer par la deuxième couche de plus forte vitesse. Sur l'image de résistivité, on observe que le mur de la deuxième couche est très mal défini lorsqu'on s'éloigne des électrodes en forage. En effet, la résolution est beaucoup plus faible au centre du panneau. Par contre, lorsque la résolution est augmentée par la présence des électrodes de surface, le toit de cette couche est bien retrouvé.

En utilisant les algorithmes 1 et 1 modifié, la position du mur de la deuxième couche dans le modèle de résistivité est maintenant bien retrouvée. En effet, comme cette interface est bien localisée en tomographie radar, l'échange de l'information structurale a permis d'améliorer le modèle de résistivité. De plus, on observe que les artéfacts sur les images de vitesse radar ont disparu, ce qui permet une meilleure estimation de la vitesse de la deuxième couche par rapport à l'inversion séparée. Par contre, lorsqu'on utilise l'algorithme 1 modifié, le toit de la deuxième couche, qui était bien localisé sur l'inversion séparée en électrique, ne l'est plus. En effet, l'interface dans l'image de résistivité électrique suit l'information structurale du modèle radar au centre du panneau (résolution faible pour l'électrique) et l'interface dans l'image de vitesse radar suit l'information structurale du modèle électrique dans la zone proche des forages (résolution faible pour le radar). La vraie position est retrouvée par chacune des méthodes que dans les zones

de résolution importante, c'est-à-dire au centre du panneau pour le radar et au voisinage des forages pour l'électrique.

Enfin, lorsqu'on utilise l'algorithme 1, l'interférence structurale que présente l'algorithme 1 modifié est réduite (figures 4.4e et 4.4f).

D'un point de vue statistique (Tableau 4.4), les résultats obtenus par l'algorithme 1 et l'algorithme 1 modifié semblent être équivalents. Ils améliorent tous les deux les résultats de l'inversion séparée. Ceci peut être observé par des coefficients de corrélation plus élevés pour les deux algorithmes d'inversion conjointe par rapport à l'inversion séparée. Par contre, l'indice SSIM ne reflètent pas vraiment l'amélioration du modèle par la bonne localisation du mur de la deuxième couche en électrique.

Tableau 4.4 : Statistiques entre le modèle 3 et les modèles obtenus par inversion séparée, l'algorithme 1 et l'algorithme 1 modifié.

	modèle de résistivité				modèle de vitesse radar			
	$\ \Delta\rho\ _2$	$var(\Delta\rho)$	SSIM	corr	$\ \Delta v\ _2$	$var(\Delta v)$	SSIM	corr
inv. séparée	8136.1446	727.1575	0.8489	0.8175	2.3385	1.620e-5	0.8603	0.7605
algo. 1	5526.6507	328.2955	0.8341	0.9096	1.8167	1.500e-5	0.8578	0.8332
algo. 1 mod.	5700.1778	450.9059	0.8507	0.8784	1.829	1.441e-5	0.8781	0.8641

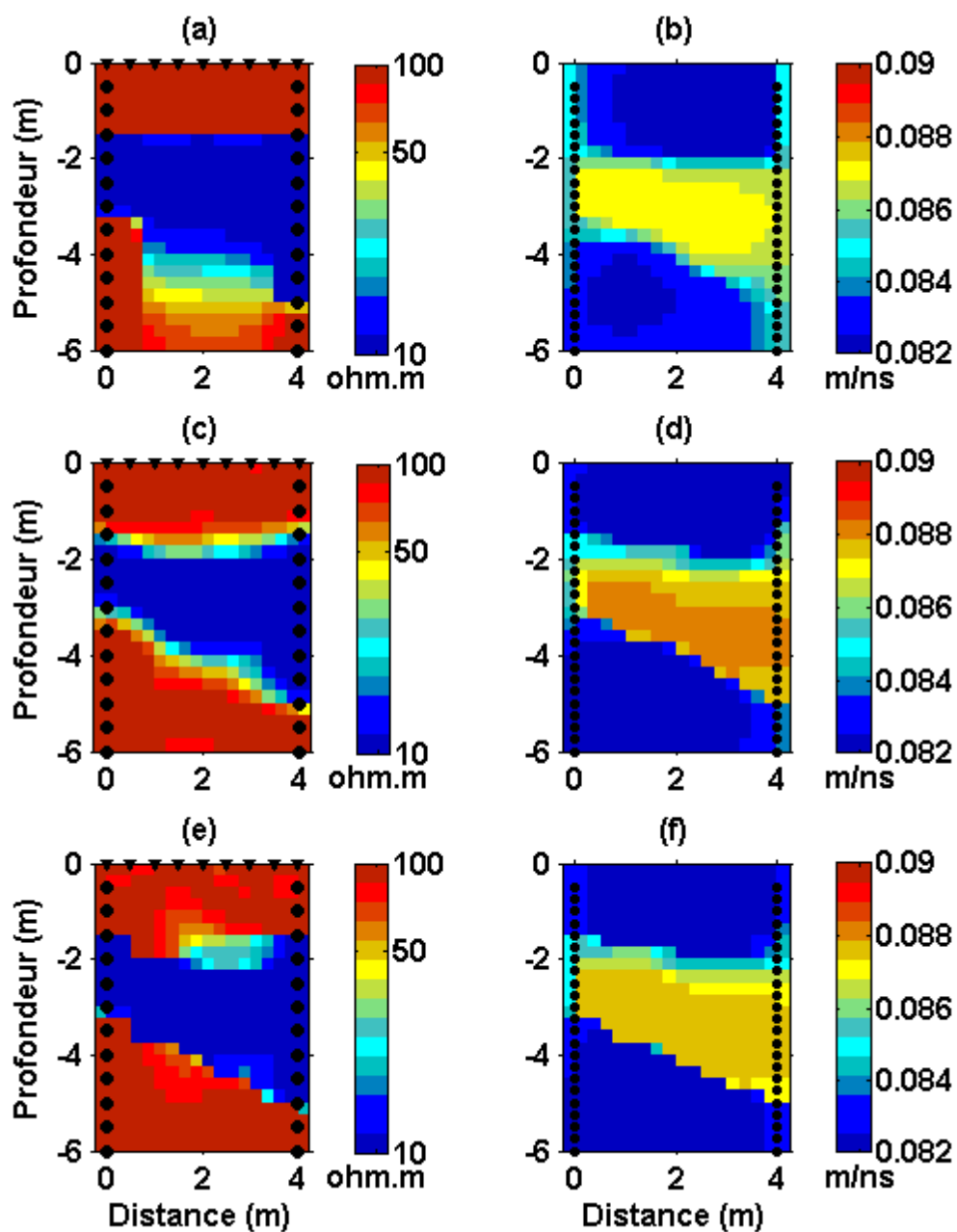


Figure 4.6 : Résultats d'inversion obtenus pour le modèle 3. (a) et (b) images de résistivité et de vitesse obtenues par inversion séparée, (c) et (d) images de résistivité et de vitesse obtenues à l'aide de l'algorithme 1, (e) et (f) images de résistivité et de vitesse obtenues à l'aide de l'algorithme 1 modifié.

## 4.7 Sommaire

Dans ce chapitre, nous avons présenté une approche modifiée de l'inversion conjointe par échange d'information structurale présentée par Günther et Rücker (2006). Nous avons proposé un algorithme qui opère dans le domaine des ondelettes et qui utilise un détecteur de Canny pour mettre en évidence les différentes interfaces.

Les résultats obtenus sur des modèles synthétiques montrent que l'algorithme proposé est plus robuste que l'approche originale et améliore considérablement l'inversion séparée.

## CHAPITRE 5.      INVERSION COOPERATIVE PAR ZONATION ET FORMULATION HIÉRARCHIQUE BAYÉSIENNE

Ce chapitre est consacré à la présentation d'une méthode d'inversion coopérative des données électriques et de radar en forage. Elle consiste à combiner une approche par zonation et une formulation hiérarchique bayésienne de l'inversion séparée. Une approche par zonation, telle que proposée par Paasche et Tronicke (2007), consiste à utiliser une méthode de classification non-hiérarchique sur les modèles de résistivité et de lenteur issus de l'inversion séparée, pour la construction de modèles *a priori*. Ces derniers sont introduits dans une nouvelle étape d'inversion séparée pour chacune des tomographies. Ce processus est répété jusqu'à ce que le nombre maximum d'itérations soit atteint. Contrairement à l'approche par zonation décrite ci-dessus, où le modèle *a priori* reste fixe durant l'inversion séparée, une approche hiérarchique bayésienne (Güven et al., 2005) est une inversion contrainte durant laquelle le modèle *a priori* et son écart type sont estimés à chaque itération. L'approche hiérarchique bayésienne, proposée ici, a été initialement utilisée en imagerie médicale dans le but de rehausser la faible résolution spatiale de la tomographie optique, en utilisant une image anatomique de très haute résolution obtenue par tomographie à rayons X (Güven et al., 2005). L'avantage principal d'une telle approche réside dans le fait que la solution obtenue n'est pas biaisée vers un mauvais *a priori*.

Dans ce chapitre nous allons d'abord décrire l'approche hiérarchique bayésienne pour l'inversion séparée et ensuite présenter une méthode d'analyse par classification pour la zonation des modèles de résistivité et de lenteur. L'algorithme proposé sera par la suite expliqué et testé sur des modèles synthétiques.

### 5.1 Approche bayésienne

On s'attaque au problème inverse par une formulation bayésienne (Idier, 2001; Tarantola, 1987). L'intérêt réside dans le fait de prendre en compte, de la même manière, l'information *a priori* sur la solution et celle sur les données. Ceci se traduit par l'attribution d'une loi de probabilité *a priori* aux mesures afin de prendre en compte leur caractère incertain, ainsi qu'une loi de probabilité *a*

*priori* sur les paramètres du modèle afin d'introduire l'information *a priori*. Formellement, on peut résumer une telle approche à l'aide des points suivants :

1. On explicite un ensemble d'hypothèses  $H$  sur le problème concernant le modèle d'observation, les connaissances *a priori* sur les paramètres du modèle  $m$  et sur le bruit  $e$ .
2. On attribue une loi de probabilité *a priori*  $p(m|\theta_1;H)$  aux inconnues du problème afin de traduire les connaissances *a priori* sur ces inconnues. Cette loi peut dépendre de plusieurs paramètres  $\theta_1$ .
3. On attribue une loi de probabilité  $p(d|m, \theta_2; H)$  aux observations pour introduire les incertitudes qu'elles contiennent. Cette loi peut dépendre de plusieurs paramètres  $\theta_2$ . L'ensemble des paramètres  $\theta = (\theta_1, \theta_2)$  sont appelés les hyperparamètres.
4. On utilise la règle de Bayes pour combiner l'information sur les observations et celle contenue dans la loi *a priori*. Ainsi, la loi *a posteriori* s'exprime comme suit :

$$p(m|d, \theta; H) = \frac{p(d|m, \theta_2; H) \cdot p(m|\theta_1; H)}{p(d|\theta; H)}, \quad (5.1)$$

où 
$$p(d|\theta; H) = \int p(d|m, \theta_2; H) \cdot p(m|\theta_1; H) dm. \quad (5.2)$$

Après cette fusion, l'équation (5.1) contient toute l'information disponible sur  $m$ . Il faut noter que pour arriver à l'équation (5.1), on fait l'hypothèse que  $m$  ne dépend pas de  $\theta_2$ , i.e.  $p(m, \theta_2 | \theta_1; H) = p(m | \theta_1; H) p(\theta_2 | \theta_1; H)$ , et que connaissant  $m$ ,  $d$  ne dépend pas de  $\theta_1$ , i.e.  $p(d | m, \theta; H) = p(d | m, \theta_1; H)$ . La loi de probabilité  $p(d|\theta; H)$  est un terme qui ne dépend pas de  $m$  et qui assure la normalisation de la loi *a posteriori*.

5. On déduit à partir de  $p(m|d, \theta; H)$  une valeur raisonnable de  $m$ . Il existe plusieurs réponses classiques dont la pertinence dépend en partie des caractéristiques particulières du problème traité. Dans notre cas, on s'intéresse à l'estimation au sens du maximum *a posteriori* (MAP) qui consiste à prendre pour estimée la valeur de  $m$  la plus probable, c'est-à-dire celle qui maximise la densité de probabilité *a posteriori* de  $m$ . On a donc

$$\hat{m}_{MAP} = \underset{m}{\operatorname{argmax}} \{p(m|d, \theta, H)\} \quad (5.3)$$

### 5.1.1 Formulation bayésienne hiérarchique

Dans une approche bayésienne hiérarchique, on peut distinguer deux étapes d'inférence. La première infère sur les paramètres du modèle  $m$ , pour une valeur donnée de  $\theta$ , au travers la distribution *a posteriori*. Le second infère sur  $\theta$  grâce à une formulation analogue.

Plus précisément, on appelle modèle bayésien hiérarchique la donnée d'un modèle bayésien  $(p(m|\theta), p(\theta))$ , où la loi *a priori*  $p(\theta)$  est décomposée en distribution conditionnelle

$$\pi_1(\theta_1 | \theta_1), \pi_2(\theta_1 | \theta_2), \dots, \pi_n(\theta_{n-1} | \theta_n)$$

et en une distribution marginale  $\pi_n(\theta_n)$ . Les paramètres  $\theta_i$ , pour  $i=1, \dots, n$  sont dits hyperparamètres.

### 5.1.2 Formulation de l'estimateur bayésien hiérarchique

En utilisant une formulation bayésienne pour résoudre le problème inverse dans le cas de la tomographie radar ou de la tomographie électrique, on définit l'estimateur MAP de  $m$  par

$$\hat{m}_{MAP} = \underset{m}{\operatorname{argmax}} \{p(m|d)\} = \underset{m}{\operatorname{argmax}} \{p(d|m) \cdot p(m)\}, \quad (5.4)$$

où  $p(m|d)$  est la distribution *a posteriori* des paramètres du modèle  $m$  étant donnée les mesures  $d$ ,  $p(d|m)$  représente la vraisemblance des données, et  $p(m)$  est l'*a priori* sur les paramètres du modèle  $m$ . Dans le cas de la tomographie radar de vitesse, les paramètres du modèle  $m$  sont les lenteurs  $s$ . Les mesures  $d$  sont les temps de trajet de la première arrivée. Dans le cas de la tomographie électrique, les paramètres du modèle  $m$  sont les résistivités  $\rho$ . Les mesures  $d$  sont représentées soit par la résistivité apparente ou par son logarithme népérien ou encore par la résistance.

En introduisant l'information structurale  $S$ , l'estimateur MAP devient

$$\hat{m}_{MAP} = \underset{m}{\operatorname{argmax}} \{p(m|d, S)\} = \underset{m}{\operatorname{argmax}} \{p(d|m, S) \cdot p(m|S)\}, \quad (5.5)$$



où  $p(d|m,S)$  est la vraisemblance des données et  $p(m|S)$  est la densité de probabilité conditionnelle de  $m$  étant donnée l'information structurale  $S$ . Si l'on suppose que le bruit sur les données est indépendant des paramètres du modèle, la vraisemblance des données est par conséquent indépendante de l'information structurale  $S$ . On a alors

$$\hat{m}_{MAP} = \arg \max_m \{p(d|m) \cdot p(m|S)\}. \quad (5.6)$$

Pour introduire les hyperparamètres, on suppose que la densité de probabilité conditionnelle  $p(m|S)$  dépend du vecteur d'hyperparamètres  $Q$  associé à la moyenne  $\mu$  et la variance  $v^2$  de l'information structurale  $S$ . Afin d'estimer les paramètres du modèle  $m$  ainsi que les différents hyperparamètres, on utilise la distribution conditionnelle conjointe  $p(d,m,Q|S)$ . Sous l'hypothèse d'indépendance conditionnelle de  $d$  par rapport à  $m$  et  $Q$  sachant  $S$ , cette distribution est définie par

$$p(d,m,Q|S) = p(d|m) p(m,Q|S), \quad (5.7)$$

qu'on peut exprimer aussi par

$$p(d,m,Q|S) = p(d|m) p(m|Q,S) p(Q|S). \quad (5.8)$$

## 5.2 Mise en œuvre d'une approche bayésienne hiérarchique pour l'inversion en ERT et RTT

### 5.2.1 Modélisation de la vraisemblance des données

Sous les hypothèses de normalité et d'indépendance du bruit, la vraisemblance des données mesurées peut être exprimée par (Tarantola, 1987)

$$p(d|m) \propto \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( (d - F(m))^T C_d^{-1} (d - F(m)) \right) \right], \quad (5.9)$$

où  $F(m)$  est l'opérateur du problème direct et  $C_d^{-1}$  est la matrice de covariance des données. Si l'on considère un bruit blanc, la matrice de covariance des données peut être exprimée par  $C_d^{-1} = W_d^T W_d$ , avec  $W_d$  la matrice de pondération des données définie au chapitre précédent (eq. 4.1).

### 5.2.2 Formulation hiérarchique de la distribution *a priori*

Le premier niveau hiérarchique infère les paramètres du modèle  $m$ . Si ces derniers sont modélisés par un champ uniforme gaussien de moyenne  $\mu$  et de matrice de covariance  $C_m$ , alors nous avons (Tarantola, 1987)

$$p(m|Q, S) = p(m|\mu, \delta, S) \propto \exp \left[ -\frac{1}{2} (m - \mu)^T C_m^{-1} (m - \mu) \right], \quad (5.10)$$

où  $S$  représente l'information structurale ou plus précisément le modèle *a priori* issu de la classification k-means (détaillée en §5.3),  $Q$  le vecteur des hyper-paramètres composé des vecteurs moyenne  $\mu$  et écart-type  $\delta$  de chaque cellule du modèle de résistivité ou de la lenteur et  $C_m$  est la matrice de covariance du modèle.

En utilisant l'analyse par classification k-means, il est possible de différencier les principales lithologies qui composent le modèle  $m$  (résistivité ou lenteur). On peut ainsi diviser le modèle  $m$  en  $K$  sous-images (zones) sans chevauchement correspondant chacune à une lithologie particulière. On peut ainsi exprimer les vecteurs moyenne  $\mu$  et écart-type  $\delta$  comme suit :

$$\mu = \left[ \underbrace{\mu_1, \dots, \mu_1}_{N_1}, \underbrace{\mu_2, \dots, \mu_2}_{N_2}, \dots, \underbrace{\mu_K, \dots, \mu_K}_{N_K} \right]^T, \quad (5.11)$$

$$\delta = \left[ \underbrace{\delta_1, \dots, \delta_1}_{N_1}, \underbrace{\delta_2, \dots, \delta_2}_{N_2}, \dots, \underbrace{\delta_K, \dots, \delta_K}_{N_K} \right]^T, \quad (5.12)$$

où  $N_i$  est le nombre de cellules dans la zone  $i$ ,  $i = 1, \dots, K$ .

En prenant cette définition de l'écart type et de la moyenne, on suppose implicitement dans l'équation (5.10) une distribution gaussienne pour chacune des  $K$  sous-images ainsi qu'une indépendance statistique entre chacune d'elle.

Pour pouvoir utiliser une version légèrement modifié de l'algorithme Gauss-Newton du chapitre 4 (eq. 4.5), on définit l'inverse de la matrice de covariance  $C_m$  par

$$C_m^{-1} = C_1^T C_1 + C_2^{-1}(\delta), \quad (5.13)$$

avec

$C_1 = \alpha_x D_x + \alpha_z D_z$ ; les paramètres de  $C_1$  sont définis dans l'équation (4.2).

$$C_2 = \begin{bmatrix} \delta_1^2 I_{N_1 \times N_1} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \delta_2^2 I_{N_2 \times N_2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & \ddots & \\ \vdots & & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \delta_K^2 I_{N_K \times N_K} \end{bmatrix}^T,$$

où  $I_{N_i \times N_i}$  la matrice identité de taille  $N_i \times N_i$  pour  $i=1, \dots, K$ .

Le second niveau hiérarchique infère les paramètres  $\mu$  et  $\delta$  étant donné le modèle *a priori*  $S$ . Si on suppose que le vecteur moyenne  $\mu$  a une distribution gaussienne, on peut écrire

$$p(\mu|S) \propto \exp \left[ -\frac{1}{2} (\mu - \tilde{\mu})^T C_\mu^{-1} (\mu - \tilde{\mu}) \right], \quad (5.14)$$

où  $\tilde{\mu}$  est un vecteur qui contient les valeurs moyennes des paramètres du modèle  $m$ . Dans notre cas, il s'agit du modèle de résistivité ou du modèle des lenteurs, issus de la classification k-means. La construction de ces modèles sera abordée à la section §5.4. La matrice de covariance  $C_\mu$  est une matrice diagonale où chaque élément de sa diagonale principale est égal à la variance  $\vartheta_i^2$  de la moyenne  $\tilde{\mu}_i$ , avec  $i = 1, \dots, K$ .

De même, si l'on suppose que le vecteur écart-type  $\delta$  suit une distribution gaussienne de moyenne  $\mu_\delta$  et de matrice de covariance  $C_\delta$ , on peut également écrire

$$p(\sigma|S) \propto \exp \left[ -\frac{1}{2} (\delta - \mu_\delta)^T C_\delta^{-1} (\delta - \mu_\delta) \right], \quad (5.15)$$

où la matrice de covariance  $C_\delta$  est une matrice diagonale dont chaque élément de sa diagonale principale est égal à la variance  $\gamma_i^2$  de la moyenne  $\mu_{\delta i}$ , avec  $i = 1, \dots, K$ .

Le second niveau hiérarchique peut être maintenant exprimé comme suit si on considère que  $\mu$  et  $\delta$  sont statistiquement indépendants

$$p(Q|S) = p(\mu, \delta|S) = p(\mu|S) p(\delta|S) \quad (5.16)$$

### 5.2.3 Estimation du modèle et des hyperparamètres

L'estimation MAP des paramètres du modèle et des hyperparamètres est obtenue par la maximisation de la distribution conjointe des différentes inconnues. Cette dernière est obtenue en remplaçant (5.9), (5.10), (5.14), (5.15) et (5.16) dans (5.8), ce qui donne

$$\begin{aligned} p(d, m, \mu, \delta|S) &= p(d|m) p(m|\mu, \delta, S) p(\mu|S) p(\delta|S) \\ &\propto \exp \left( -\frac{1}{2} (d - F(m))^T C_d^{-1} (d - F(m)) - \frac{1}{2} (m - \mu)^T C_m^{-1} (m - \mu) \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} (\mu - \tilde{\mu})^T C_\mu^{-1} (\mu - \tilde{\mu}) - \frac{1}{2} (\delta - \mu_\delta)^T C_\delta^{-1} (\delta - \mu_\delta) \right) \end{aligned} \quad (5.17)$$

La maximisation de (5.13) revient à minimiser la fonctionnelle

$$\underset{(m, \mu, \delta)}{\operatorname{argmin}} \{U(m, \mu, \delta)\} \stackrel{\text{def}}{=} \underset{(m, \mu, \delta)}{\operatorname{argmin}} \{-\log(p(d, m, \mu, \delta|S))\} \quad (5.18)$$

Pour simplifier les calculs, la fonction objectif  $U$  est légèrement modifiée comme suit

$$\begin{aligned}
U(m, \mu, \delta) = & \left( \frac{1}{2} (d - F(m))^T C_d^{-1} (d - F(m)) + \frac{1}{2} (m - \mu)^T C_2^{-1} (m - \mu) \right. \\
& + \frac{1}{2} m^T C_1^T C_1 m + \frac{1}{2} (\mu - \tilde{\mu})^T C_\mu^{-1} (\mu - \tilde{\mu}) \\
& \left. + \frac{1}{2} (\delta - \mu_\delta)^T C_\delta^{-1} (\delta - \mu_\delta) \right)
\end{aligned} \tag{5.19}$$

Pour résoudre ce problème d'optimisation, nous avons utilisé une approche bayésienne empirique telle que proposée par Guven et al. (2005). Cette approche est basée sur une estimation successive des différents paramètres.

Ainsi, étant donné les paramètres du modèle  $\hat{m}$  et l'estimation actuelle de l'écart-type  $\hat{\delta}$  considérées comme variables cachées de la distribution conditionnelle  $p(m|\mu, S)$ , on peut écrire l'estimateur MAP de  $\mu$  de la manière suivante

$$\hat{\mu} = \underset{(\mu)}{\operatorname{argmin}} \{U(\hat{m}, \mu, \hat{\delta})\} \tag{5.20}$$

On procède de la même manière pour l'estimation de  $\delta$ . En considérant les deux autres paramètres comme des variables cachées, l'estimateur MAP de  $\delta$  peut être exprimé de la manière suivante

$$\hat{\delta} = \underset{(\delta)}{\operatorname{argmin}} \{U(\hat{m}, \hat{\mu}, \delta)\} \tag{5.21}$$

Le calcul de  $\hat{\mu}$  et  $\hat{\delta}$  est détaillé dans l'annexe 1.

Enfin l'estimation de  $m$  est effectuée en prenant en compte les paramètres estimés ci-dessus. L'estimateur MAP de  $m$  peut être exprimé comme suit

$$\hat{m} = \underset{(m)}{\operatorname{argmin}} \{U(m, \hat{\mu}, \hat{\delta})\} \tag{5.22}$$

Maintenant, si on compare l'équation (5.19) et (4.1), on observe que les deux fonctions objectifs sont équivalentes telle que  $\hat{\mu} \equiv m_{ref}$  et  $\alpha_s \equiv \frac{1}{\delta^2}$ .

La minimisation de la fonction objectif de l'équation (5.19) en utilisant un algorithme Gauss-Newton donne la relation itérative de mise à jour à l'itération  $k$

$$\Delta m^k = \left( J^T W_d^T W_d J + \beta \cdot (C_1^T C_1 + C_2^{-1}) \right)^{-1} \left( J^T W_d^T W_d (d - F(m^k)) - \beta \cdot C_1^T C_1 m^k - \beta \cdot C_2^{-1} (m^k - \mu) \right) \quad (5.23)$$

### 5.3 Zonation par classification non-hiérarchique k-means

L'analyse par classification est une étape de base de l'inversion coopérative qui a pour but la zonation des modèles de résistivité et de lenteur. La zonation consiste à identifier les zones homogènes dans une image. Pour ce faire, nous proposons d'utiliser la technique de classification non-hiérarchique k-means. Celle-ci a déjà été utilisée comme outil de zonation par Tronicke et al. (2004) dans le cas des tomographies radar de vitesse et d'atténuation, et par Günther et Rücker (2006) dans le cas de la tomographie électrique et de la sismique réfraction.

La technique k-means consiste à partitionner des données en  $M$  classes, représentées chacune par un centre, en minimisant un critère de dispersion. Elle utilise successivement deux techniques de mise à jour des centres. La première, appelée la mise à jour par lot, consiste à réassigner chaque observation au centre le plus proche. Une fois que toutes les observations ont été assignées, on recalcule les nouveaux centres, puis on réassigne toutes les observations aux nouveaux centres, et ainsi de suite. La deuxième technique, appelée mise à jour au-fur-et-à-mesure, consiste à actualiser les centres au fur et à mesure que les observations sont réassignées. Autrement dit, la première étape permet d'identifier rapidement, mais approximativement, les centres, et la deuxième étape permet de raffiner la solution. L'algorithme implémenté dans Matlab garantit que k-means converge au moins vers un minimum local. Pour plus de détails sur cet algorithme, on peut consulter entre autres Seber (1984).

Nous avons choisi la distance euclidienne comme critère de dispersion. Le centre de chaque classe est pris comme sa moyenne. L'algorithme est initialisé 10 fois afin d'éviter les minima locaux. La solution ayant le plus petit critère de dispersion est choisie.

## 5.4 Inversion coopérative: algorithme 2

L'algorithme proposé peut être subdivisé en trois grandes étapes. Une illustration schématique est proposée à la figure 5.1. La première consiste à inverser séparément les données des deux tomographies. Les modèles de résistivité et de lenteur ainsi obtenus sont utilisés dans une deuxième étape, dite de zonation, pour créer des modèles *a priori*. L'étape de zonation commence par une analyse par classification appliquée à chacun des modèles séparément. Le résultat obtenu permet d'identifier les différentes zones lithologiques de chacun des modèles. Pour construire le modèle de résistivité *a priori*, on utilise la zonation issue du modèle de la lenteur, ainsi que le modèle de résistivité résultant de l'inversion séparée. Le modèle de résistivité *a priori* est construit en prenant la moyenne des résistivités dans chaque zone identifiée sur le modèle de la lenteur. De la même façon, le modèle de la lenteur *a priori* est construit en utilisant la zonation issue du modèle de résistivité, ainsi que le modèle de la lenteur résultant de l'inversion séparée. La troisième et dernière étape consiste à utiliser ces modèles *a priori* dans une inversion bayésienne hiérarchique.

Les deux dernières étapes peuvent être répétées jusqu'à ce que les modèles obtenus pour chaque méthode ne varient plus ou que le nombre maximal d'itérations soit atteint. En général, l'algorithme converge après une ou deux itérations.

Dans la pratique, le nombre de classes utilisé dans l'algorithme k-means n'est pas connu à l'avance. Il faut par conséquent le spécifier avant l'inversion, mais comment peut-on le choisir? Paasche et Tronicke (2007) proposent de réaliser plusieurs inversions coopératives, chacune avec un nombre de classes différents. La solution est ensuite choisie sur la base de critères statistiques. Comme on le verra en pratique sur un modèle synthétique, dans le cas de l'approche bayésienne hiérarchique, le choix de ce paramètre est moins crucial.

Il faut noter que la zonation proposée ici est différente de celle de Paasche et Tronicke (2007). En effet, ces derniers utilisent une analyse par classification non-hiérarchique pour déterminer le lien entre deux propriétés physiques. Cette technique a été initialement utilisée pour l'intégration des propriétés hydrogéophysiques (Paasche et al., 2006). Dans notre cas, la classification est réalisée sur chaque propriété physique indépendamment l'une de l'autre.

## 5.5 Application sur des données synthétiques

Dans ce qui suit, l'algorithme 2 sera testé sur les modèles synthétiques utilisés au chapitre 4. Pour montrer l'apport de l'approche bayésienne hiérarchique, celle-ci est comparée à une approche d'inversion séparée classique, où le modèle *a priori* et le poids qui lui est assigné restent fixes durant l'inversion. Plus précisément, l'approche bayésienne hiérarchique dans le diagramme de la figure 5.1 est remplacée par une inversion séparée. On appellera l'algorithme 2 ainsi modifié par « algorithme 2 modifié ». Les résultats obtenus par tous les algorithmes, y compris l'inversion séparée, sont ensuite comparés.

Pour le calcul de matrice de rugosité, les facteurs de lissage dans la direction horizontale et verticale sont pris égaux à 1. Le coefficient de régularisation utilisé pour la tomographie électrique est compris entre 1 et 0.01, et celui de la tomographie radar est de 5. Ils ont été déterminés par essai et erreur. Le coefficient de régularisation pour l'électrique est divisé par deux à chaque itération. Celui de la tomographie radar reste fixe durant l'inversion. Le paramètre utilisé pour l'inversion en électrique est le log de la résistivité. Toutes les inversions convergent après cinq itérations.

### 5.5.1 Modèle 1

#### 5.5.1.1 Le choix du nombre de classes

Comme on l'a déjà mentionné dans la présentation de l'algorithme 2, le nombre de classes doit être spécifié avant l'inversion. Pour montrer l'effet de ce paramètre sur les résultats de l'inversion, nous avons choisi d'inverser les données du modèle 1 en utilisant un nombre de classes différent: 2, 3,4 et 10.

Les figures 5.2 à 5.5 présentent les résultats obtenus pour chacune de ces classes. On observe que plus le nombre de classes augmente plus le modèle *a priori* présente plusieurs structures qui n'existent pas sur les vrais modèles. Cet effet est plus important sur le modèle *a priori* de la lenteur que sur celui de la résistivité.

Comme l'image de la vitesse radar issue de l'inversion séparée ressemble plus au vrai modèle, sa zonation donne un modèle de résistivité *a priori* qui présente peu d'artéfacts et des variations faibles quelque soit le nombre de classes utilisées. Cependant, lorsque le nombre de classes



augmente (à 4 puis à 10) par rapport au nombre de zones réelles (2), la zonation donne des structures qui n'existent pas. Il faut noter que seulement la zone conductrice du bas est mise en évidence car le modèle de vitesse ne contient que cette zone. Par contre, comme l'image de résistivité électrique issue de l'inversion séparée ne définit pas très bien la zone conductrice du bas et présente quelques artéfacts, le modèle *a priori* de vitesse radar est donc plus affecté. De plus, on observe une zone de vitesse très élevée qui correspond à la zone conductrice du haut sur le modèle de résistivité. Il faut noter que dans tous les cas, la zone conductrice du bas se retrouve dans les modèles *a priori*. Sa résistivité est mal définie puisqu'elle est calculée à partir de l'image issue de l'inversion séparée.

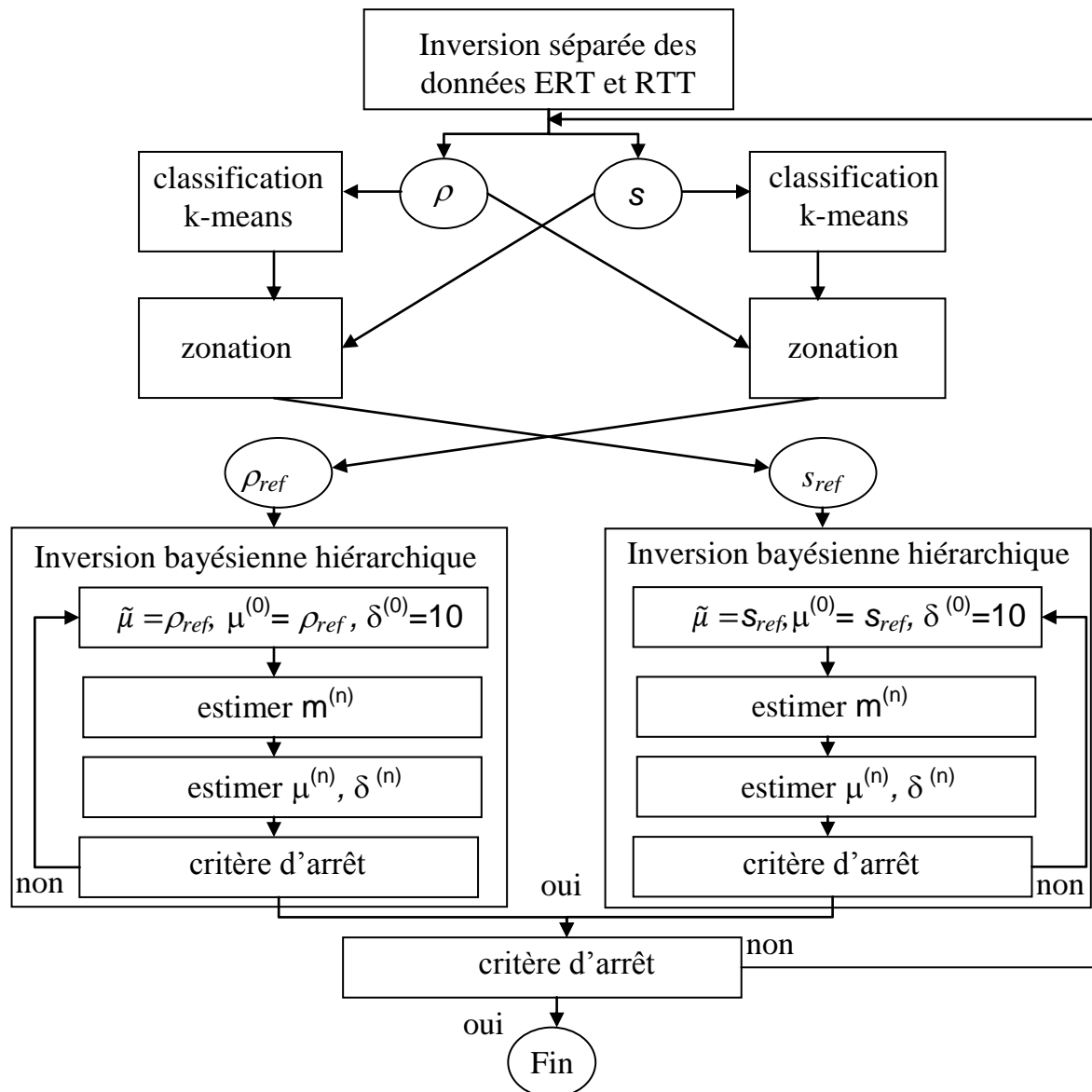


Figure 5.1 : Illustration schématique de l’algorithme 2 proposé pour l’inversion coopérative des données de tomographies électrique et radar. L’algorithme est initialisé avec un écart-type  $\delta^{(0)}$  élevé pour empêcher la solution d’être biaisé vers l’*a priori* dès la première itération.

Lorsqu’on utilise une inversion séparée classique pour l’introduction de l’*a priori* (algorithme 2 modifié), les résultats obtenus sont systématiquement biaisés vers le modèle *a priori*. En effet, on peut voir sur les figures 5.2f à 5.5f que les images de vitesse radar obtenues, quelque soit le nombre de classes, contiennent des artefacts. Ces artefacts proviennent du modèle de vitesse *a priori*, qui présente beaucoup de zones non identifiées sur le vrai modèle de vitesse. Par contre,

les images de résistivité électrique (figures 5.2e, 5.3<sup>e</sup> et 5.4e) obtenues avec un nombre de classes de 2, 3 et 4 ont été améliorées par rapport à l'inversion séparée toute seule. Ceci était prévisible puisque le modèle de résistivité *a priori* représente bien la zonation du vrai modèle de résistivité. Cependant, lorsque le nombre de classes est élevée (10), le résultat est affecté.

Lorsqu'on utilise une approche bayésienne hiérarchique (algorithme 2), on constate qu'indépendamment du nombre de classe, les images de résistivité (figure 5.2c à 5.5c) et de vitesse radar (figure 5.2 d à 5.5d) sont améliorées par rapport à l'inversion séparée uniquement. L'inversion n'est pas biaisée vers les mauvais *a priori* contenus dans chacun des modèles *a priori*. La zone conductrice du bas ainsi que sa résistivité sont mieux définies dans tous les cas.

Le tableau 5.1 présente les statistiques sur les résultats obtenus par l'algorithme 2 et l'algorithme 2 modifié en utilisant trois classes pour la zonation. On observe dans le cas de l'électrique que ces deux algorithmes améliorent l'inversion séparée. Dans le cas de la tomographie radar, la performance de l'algorithme 2 modifié est par contre moins satisfaisante que l'inversion séparée. En effet, celui-ci donne la plus grande norme de la différence et les plus faibles SSIM et coefficient de corrélation. L'algorithme 2 performe mieux et améliore légèrement les statistiques de l'inversion séparée.

Tableau 5.1 : Statistiques entre le modèle 1 et les modèles obtenus par inversion séparée, l'algorithme 2 et l'algorithme 2 modifié dans le cas de l'utilisation de trois classes pour la zonation.

	modèle de résistivité				modèle de vitesse radar			
	$\ \Delta\rho\ _2$	$var(\Delta\rho)$	SSIM	corr	$\ \Delta v\ _2$	$var(\Delta v)$	SSIM	corr
inv. séparée	21005.6	23073.0	0.69	0.1353	0.7053	2.603e-6	0.9169	0.7983
algo. 2	9455.6	485.9	0.817	0.7538	0.5992	3.490e-6	0.9441	0.8285
algo. 2 mod.	9103.4	413.6	0.8336	0.7705	0.925	3.756e-6	0.8746	0.6891

L'approche bayésienne hiérarchique permet par conséquent de relaxer la contrainte du choix du nombre de classes. Il faut cependant que le nombre de classes soit au moins supérieur au nombre de zones que contient une image pour pouvoir bien les représenter. Ainsi, en prenant un nombre de classes plus grand que le nombre de zones existantes, il apparait des zones fictives sur le modèle *a priori* sans que cela n'affecte trop le résultat de l'inversion.

### 5.5.1.2 Robustesse au bruit

Pour ce test, on a ajouté aux données synthétiques du modèle 1 un bruit gaussien avec un écart type de 10%. Nous avons choisi 3 classes pour l'algorithme k-means.

Les résultats obtenus par les deux algorithmes et par l'inversion séparée sont présentés dans la figure 5.6. On observe que les images radar obtenues par les différents algorithmes sont presque semblables et ne permettent pas de bien délimiter la zone de faible vitesse du bas. Cependant, l'image radar de l'algorithme 2 modifié présente quelques artéfacts.

Le bruit affecte plus les images de résistivité électrique. L'algorithme 2 modifié donne le même résultat que l'inversion séparée. L'algorithme 2 améliore la résolution de l'image de résistivité électrique en mettant en évidence la zone conductrice du bas sans pour autant bien la délimiter.

Le tableau 5.2 présente les statistiques sur les résultats des différentes inversions. On observe que pour le modèle de résistivité, les algorithmes 2 et 2 modifié ont une norme de la différence plus petite que celle de l'inversion séparée. Par contre, si on regarde la variance associée, on constate qu'elle est très grande dans le cas des deux algorithmes, en comparaison aux résultats obtenus par l'algorithme 1 (Tableau 5.2). Dans le cas du modèle de vitesse radar, on constate que les deux algorithmes détériorent un peu la solution de l'inversion séparée. Cet effet est un peu plus important pour l'algorithme 2 modifié comparativement à l'algorithme 2.

Tableau 5.2 : Statistiques entre le modèle 1 et les modèles obtenus par inversion séparée, l'algorithme 2 et l'algorithme 2 modifié dans le cas de l'utilisation de trois classes pour la zonation et de 10% de bruit gaussien.

	modèle de résistivité				modèle de vitesse radar			
	$\ \Delta\rho\ _2$	$var(\Delta\rho)$	SSIM	corr	$\ \Delta v\ _2$	$var(\Delta v)$	SSIM	corr
inv. séparée	25139.4	19951.1	0.5948	0.1658	0.8856	3.520e-6	0.8848	0.6942
algo. 2	14248.9	3488.8	0.576	0.3706	1.6601	4.868e-5	0.8707	0.638
algo. 2 mod.	11486.2	2446.4	0.6936	0.3376	1.8039	5.032e-5	0.723	0.5785

D'après ces résultats, on peut dire que l'algorithme 2 améliore les résultats de l'inversion séparée et donne une meilleure estimation de l'image de résistivité électrique. Cependant, cela reste insuffisant car la forme et les propriétés réelles ne sont pas retrouvées.

### 5.5.1 Modèle 2

La figure 5.7 montre les résultats d'inversion obtenus pour le modèle 2 (dyke). Nous remarquons tout d'abord que l'image de vitesse radar (figure 5.7d) obtenue par l'algorithme 2 n'apporte aucune amélioration par rapport à celle de l'inversion séparée (figure 5.7b), ceci malgré l'information introduite par la tomographie électrique qui donne une meilleure définition de la forme du dyke (figure 5.7a). On peut expliquer ce phénomène par le fait que l'information *a priori* n'apporte aucune amélioration à l'ajustement des données, et par conséquent, l'approche bayésienne hiérarchique ne force pas la solution à aller vers le modèle *a priori*. Par contre lorsqu'on utilise l'algorithme 2 modifié, la forme du dyke sur l'image de vitesse radar est mieux définie. Cependant, plusieurs artéfacts apparaissent aussi sur l'image. Ce résultat était prévisible puisque l'algorithme 2 modifié force la solution à suivre le modèle *a priori*.

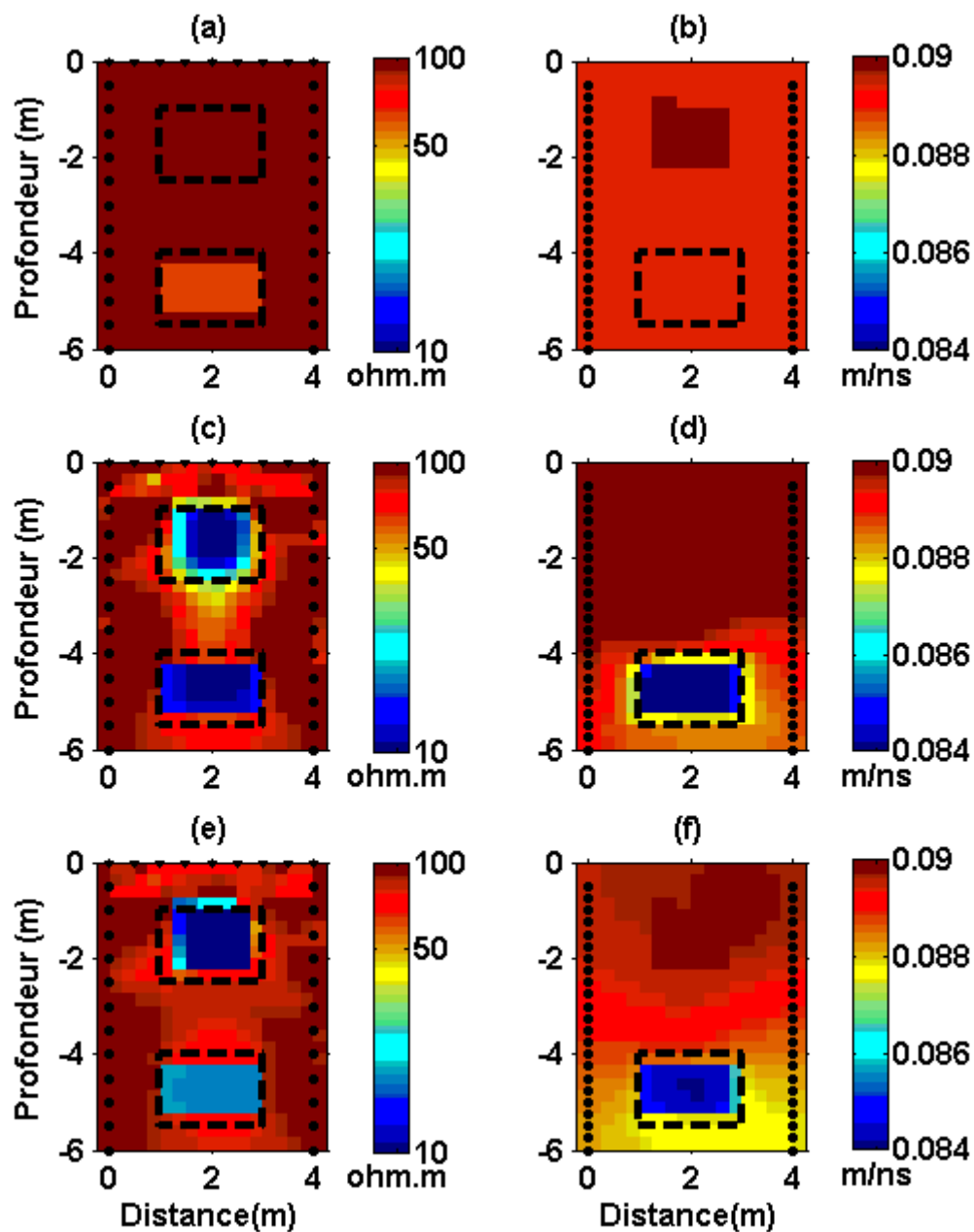


Figure 5.2 : Résultats d'inversion obtenus pour le modèle 1 en utilisant deux classes. (a) Modèle de résistivité *a priori*, (b) modèle de vitesse *a priori*, (c) et (d) images de résistivité et de vitesse obtenues à l'aide de l'algorithme 2, (e) et (f) images de résistivité et de vitesse obtenues à l'aide de l'algorithme 2 modifié.

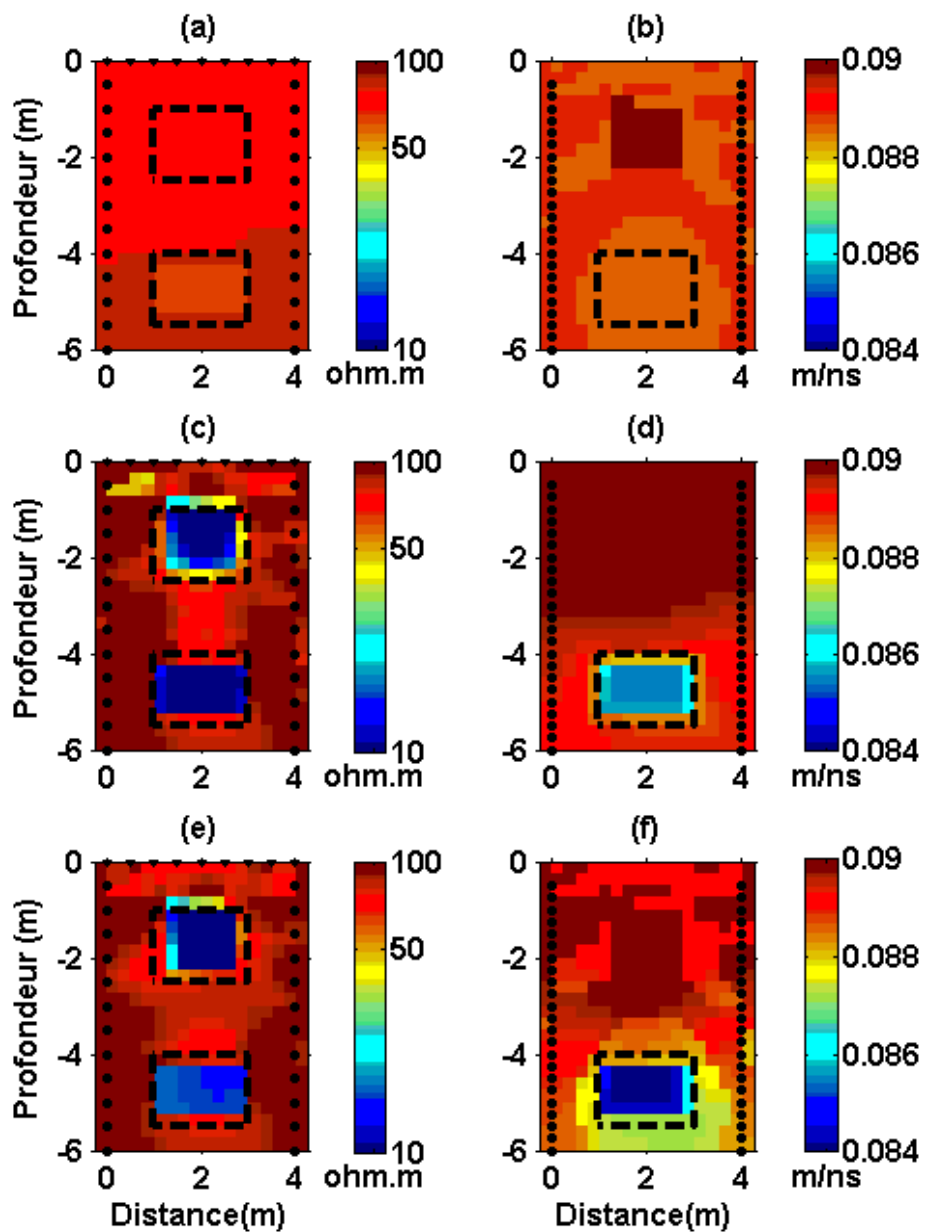


Figure 5.3 : Résultats d'inversion obtenus pour le modèle 1 en utilisant trois classes. (a) Modèle de résistivité *a priori*, (b) modèle de vitesse *a priori*, (c) et (d) images de résistivité et de vitesse obtenues à l'aide de l'algorithme 2, (e) et (f) images de résistivité et de vitesse obtenues à l'aide de l'algorithme 2 modifié.

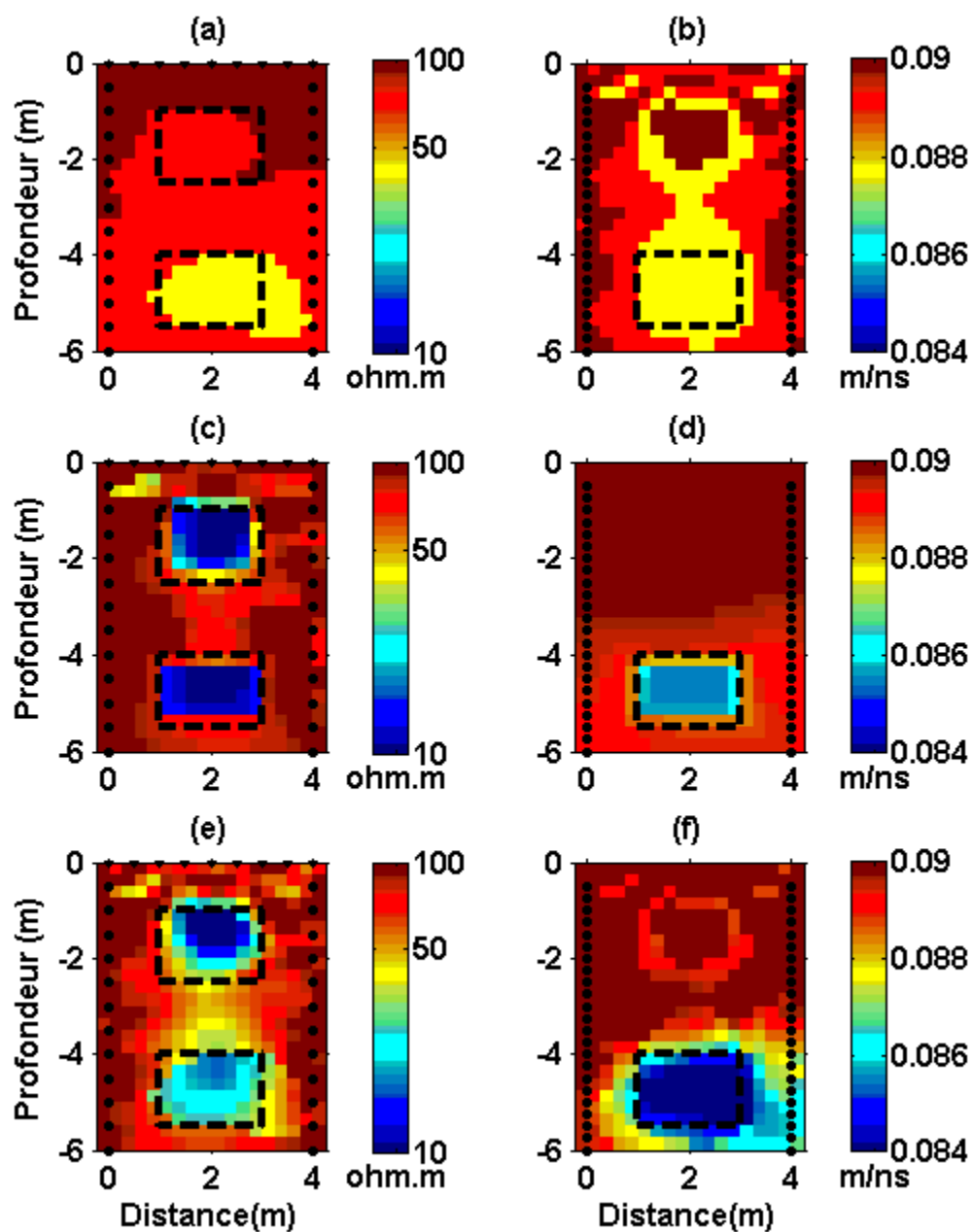


Figure 5.4 : Résultats d'inversion obtenus pour le modèle 1 en utilisant quatre classes. (a) Modèle de résistivité *a priori*, (b) modèle de vitesse *a priori*, (c) et (d) images de résistivité et de vitesse obtenues à l'aide de l'algorithme 2, (e) et (f) images de résistivité et de vitesse obtenues à l'aide de l'algorithme 2 modifié.



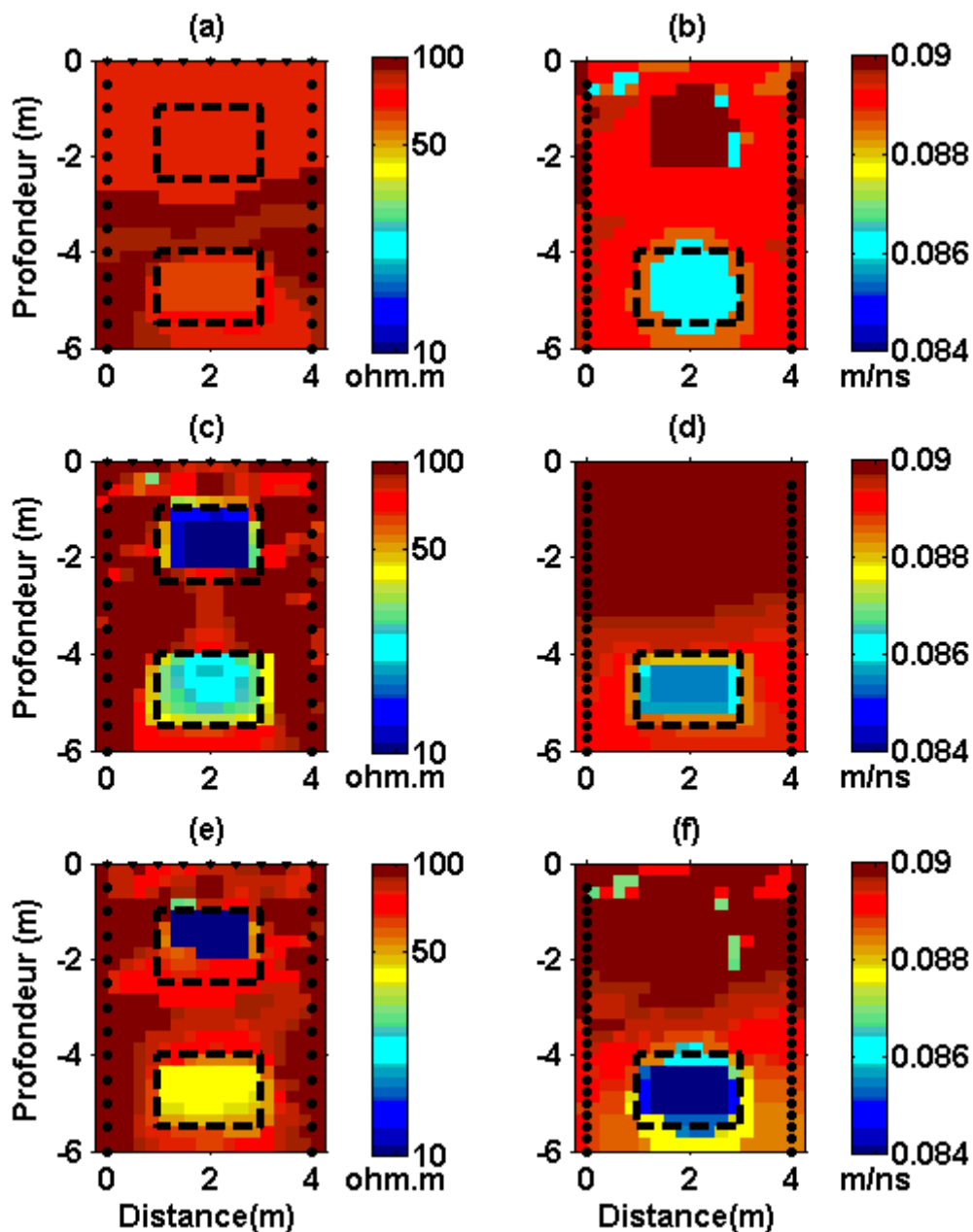


Figure 5.5 : Résultats d'inversion obtenus pour le modèle 1 en utilisant dix classes. (a) Modèle de résistivité *a priori*, (b) modèle de vitesse *a priori*, (c) et (d) images de résistivité et de vitesse obtenues à l'aide de l'algorithme 2, (e) et (f) images de résistivité et de vitesse obtenues à l'aide de l'algorithme 2 modifié.

Le tableau 5.3 présente les statistiques sur les résultats obtenus par les différentes inversions. On constate que les algorithmes 2 et 2 modifié n'apportent pas d'amélioration par rapport à l'inversion séparée.

Tableau 5.3 : Statistiques entre le modèle 2 et les modèles obtenus par inversion séparée, l'algorithme 2 et l'algorithme 2 modifié dans le cas de l'utilisation de trois classes pour la zonation.

	modèle de résistivité				modèle de vitesse radar			
	$\ \Delta\rho\ _2$	$var(\Delta\rho)$	SSIM	corr	$\ \Delta v\ _2$	$var(\Delta v)$	SSIM	corr
inv. séparée	10434.1	869.5	0.6865	0.4909	0.8827	4.819e-6	0.7817	0.3904
algo. 2	12638.8	1201.3	0.5971	0.4608	0.9131	4.858e-6	0.7424	0.4062
algo. 2 mod.	12051.8	1024.8	0.6248	0.4671	1.0236	4.878e-6	0.595	0.3757

En conclusion, on peut dire que l'approche bayésienne hiérarchique n'apporte aucune amélioration dans une image si les données sont insensibles à l'information *a priori*. Par ailleurs, elle permet de ne pas introduire d'artéfacts dans l'image. À l'inverse, une approche classique permet de mettre en évidence l'information *a priori* au prix de l'introduction de plusieurs artéfacts.

### 5.5.3 Modèle 3

Comme on l'a déjà mentionné dans le chapitre précédent, le modèle 3 présente le problème de l'interférence structurale qui arrive lorsque des interfaces dans l'image de résistivité et de vitesse radar sont proches les unes des autres.

La figure 5.7 montre les résultats obtenus à l'aide des algorithmes 2 et 2 modifié en utilisant 3 classes pour la construction des modèles *a priori*. On constate que les deux algorithmes améliorent l'image de résistivité obtenue par inversion séparée. Cependant, l'algorithme 2 modifié présente une interférence entre l'interface à 1.5m de profondeur de l'image de résistivité et l'interface à 2.25m de l'image de vitesse.

En effet l'algorithme 2 modifié met, au centre du panneau, l'interface à 1.5m de profondeur à une position de 2.25m de profondeur. Par contre, cette interface est bien positionnée près des électrodes. Ceci est dû à ce que la sensibilité de la méthode électrique est plus forte près des

électrodes et beaucoup plus faible au centre du panneau. Ainsi, la solution obtenue par l'algorithme 2 modifié est biaisée vers un mauvais *a priori* dans les zones de faible sensibilité.

L'algorithme 2 donne des résultats meilleurs mais n'élimine pas complètement l'interférence structurale entre les deux modèles. Ceci est dû au fait que la variation de l'épaisseur de la première couche entre 1.5m et 2.25m de profondeur n'a pas beaucoup d'effet sur l'ajustement des données. L'interface du bas est bien retrouvée par les deux algorithmes.

Si on s'intéresse maintenant aux statistiques sur les résultats de l'inversion (tableau 5.4), on constate que tous les résultats sont statistiquement équivalents. La bonne localisation du mur de la deuxième couche n'est pas reflétée par une augmentation significative de l'indice SSIM ou du coefficient de corrélation. Ceci est dû à l'interférence structurale qui élimine l'effet de cette amélioration.

Tableau 5.4 : Statistiques entre le modèle 3 et les modèles obtenus par inversion séparée, l'algorithme 2 et l'algorithme 2 modifié dans le cas de l'utilisation de trois classes pour la zonation.

	modèle de résistivité				modèle de vitesse radar			
	$\ \Delta\rho\ _2$	$var(\Delta\rho)$	SSIM	corr	$\ \Delta v\ _2$	$var(\Delta v)$	SSIM	corr
inv. séparée	8136.1	727.1	0.8489	0.8175	2.3385	1.620e-5	0.8603	0.7605
algo. 2	7917.7	713.2	0.7813	0.8526	2.5644	1.256e-5	0.8997	0.7886
algo. 2 mod.	7261.1	619.3	0.8332	0.853	1.9826	0.959e-5	0.8695	0.8252

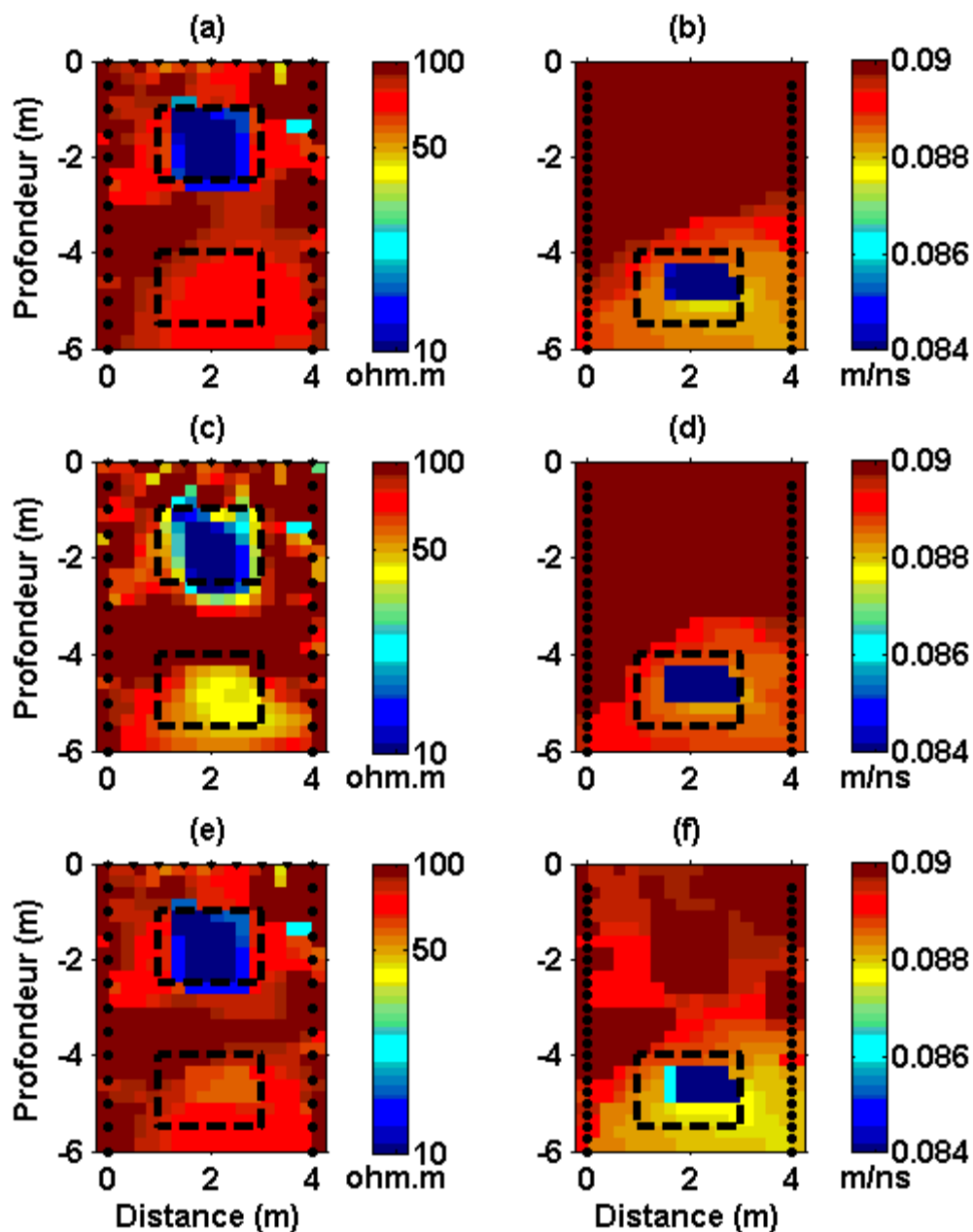


Figure 5.6 : Résultats d'inversion obtenus pour le modèle 1 avec 10% de bruit gaussien. (a) et (b) Images de résistivité et de vitesse obtenues par inversion séparée, (c) et (d) images de résistivité et de vitesse obtenues à l'aide de l'algorithme 2, (e) et (f) images de résistivité et de vitesse obtenues à l'aide de l'algorithme 2 modifié.

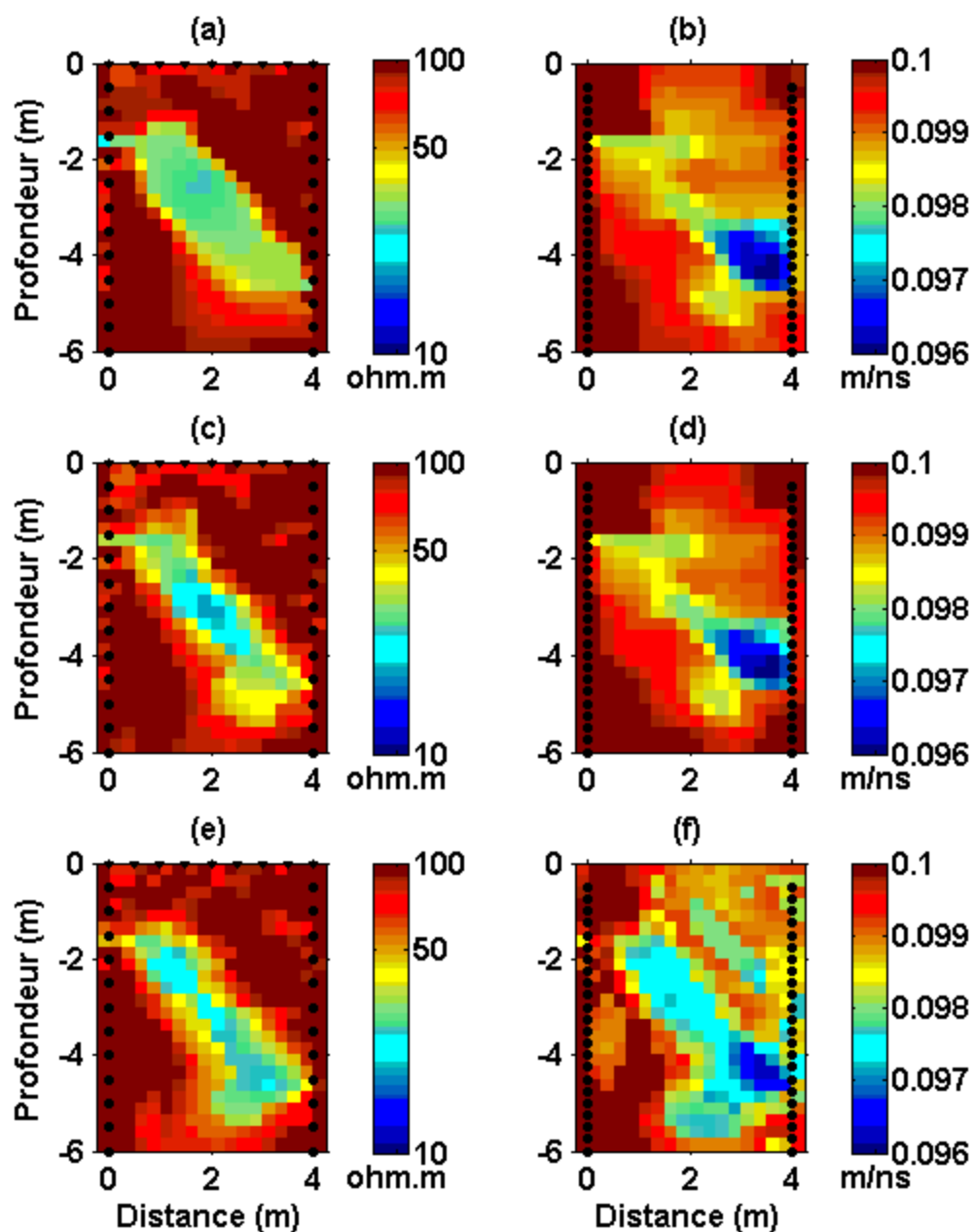


Figure 5.7 : Résultats d'inversion obtenus pour le modèle 2 en utilisant trois classes. (a) et (b) Images de résistivité et de vitesse obtenues par inversion séparée, (c) et (d) images de résistivité et de vitesse obtenues à l'aide de l'algorithme 2, (e) et (f) images de résistivité et de vitesse obtenues à l'aide de l'algorithme 2 modifié.

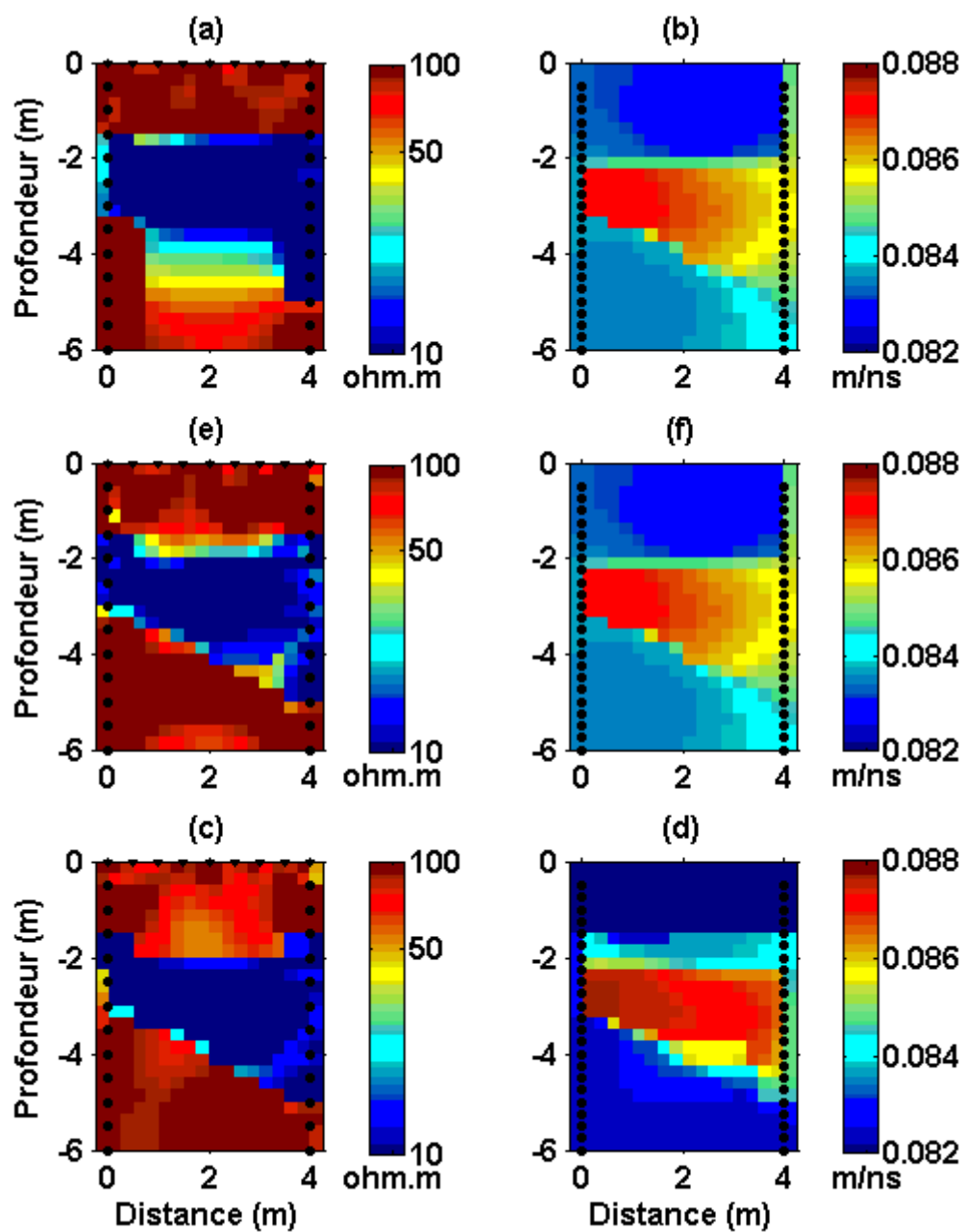


Figure 5.8 : Résultats d'inversion obtenus pour le modèle 3 en utilisant trois classes. (a) et (b) Images de résistivité et de vitesse obtenues par inversion séparée, (c) et (d) images de résistivité et de vitesse obtenues à l'aide de l'algorithme 2, (e) et (f) images de résistivité et de vitesse obtenues à l'aide de l'algorithme 2 modifié.

## 5.6 Sommaire

Dans ce chapitre, nous avons présenté une approche modifiée de l'inversion coopérative par zonation de Paasche et Tronicke (2007) en abordant la résolution du problème inverse par une approche hiérarchique bayésienne. Les résultats obtenus sur des modèles synthétiques montrent que l'algorithme proposé est plus robuste que l'approche originale. En effet, celui-ci a l'avantage de trouver des solutions non biaisées vers un mauvais *a priori*, contrairement à celui de Paasche et Tronicke (2007). L'approche proposée permet une plus grande flexibilité pour le choix du nombre de classes dans la construction des modèles *a priori* par classification k-means. Ainsi, il suffit de prendre un nombre supérieur au nombre de zones identifiées sur l'inversion séparée de la première itération de l'inversion coopérative. Lorsque les données sont insensibles au modèle *a priori*, cette approche ne permet pas d'améliorer la solution même si l'information *a priori* est pertinente. Par ailleurs, elle a l'avantage de ne pas détériorer la solution comme cela est le cas de l'approche de Paasche et Tronicke (2007).

## **CHAPITRE 6. APPLICATION SUR DES DONNÉES RÉELLES**

Ce chapitre traite de l'application des techniques d'inversion conjointe développées dans le cadre de cette thèse sur des données réelles. Ces dernières ont été fournies par le professeur Andrew Binley de l'université de Lancaster, Grande-Bretagne. L'inversion de ces mesures a déjà fait l'objet d'une publication par Linde et al. (2006). Ces auteurs ont utilisés l'inversion conjointe à l'aide de la contrainte du produit vectoriel des gradients égal à zéro. Dans ce qui suit, nous allons présenter tout d'abord la problématique posée, la description du site d'étude et l'acquisition tomographique. Ensuite, on fera une revue des différentes études hydrogéologiques réalisées sur le site d'étude suivie d'une interprétation des mesures diagraphiques réalisées dans les différents forages. Enfin, les résultats obtenus à l'aide des algorithmes des chapitres 4 et 5 ainsi que ceux obtenus par Linde et al. (2006) seront comparés entre eux et validés à l'aide des mesures diagraphiques et des études hydrogéologiques.

### **6.1 Problématique et objectif de l'étude**

La protection de la qualité des eaux souterraines est devenue un enjeu majeur car beaucoup d'aquifères régionaux sont de plus en plus menacés par l'activité humaine comme, par exemple, l'utilisation abusive d'engrais chimiques et de pesticides ou le stockage des déchets. La caractérisation des écoulements dans la zone non-saturée constitue un élément important dans la mise en œuvre de cette protection car cette zone représente le milieu récepteur par lequel les polluants transitent vers la nappe phréatique.

Cette étude s'inscrit dans le cadre d'un programme de recherche qui vise à améliorer la modélisation hydrogéologique des écoulements dans la zone non-saturée des aquifères gréseux de Sherwood en Grande-Bretagne à l'aide de la tomographie géophysique entre trous de forage, plus particulièrement, avec les tomographies électrique et radar. Les grès de Sherwood constituent le deuxième plus important aquifère en Grande-Bretagne. Celui-ci alimente environ 25% du captage des eaux souterraines du pays.

Deux sites tests situés au nord-est de la Grande-Bretagne, près des villes de Hatfield et d'Eggborough (figure 6.1), ont été choisis. Les travaux réalisés dans le cadre de ce programme



ont déjà fait l'objet de plusieurs publications (Binley et al. 2001, 2002a,b; West et al. 2003 ; Cassiani et al., 2005 ; West et Truss, 2006; Linde et al., 2006).

L'objectif de cette étude est, d'une part, de préciser la lithologie de la zone non-saturée du site d'Eggborough et, d'autre part, de décrire qualitativement sa structure hydrogéologique. Un peu en marge de l'interprétation hydrogéophysique, cette étude permettra de valider les algorithmes développés dans le cadre de cette thèse sur des données réelles. Pour ce faire, les résultats de ces algorithmes seront comparés aux résultats publiés par Linde et al. (2006). L'interprétation sera validée à l'aide des diagraphies géophysiques et du modèle d'écoulement proposé par West et Truss (2006).

## 6.2 Description du site

Le site d'étude se situe à côté de la ville d'Eggborough au Nord du Yorkshire en Grande-Bretagne, près d'une carrière de sable (figure 6.1). Durant l'été 1999, onze forages ont été réalisés pour les besoins des tomographies radar et électrique. La figure 6.1 montre l'emplacement des forages utilisés en tomographie électrique, notés ici E1, E2, E3, E4 et C, ainsi que ceux utilisés en tomographie radar, notés ici R1, R2, R3, R4, A et B. En mars 2000, un nouveau forage, noté D sur la figure 6.1, a été ajouté pour la réalisation d'une description stratigraphique et des tests pétrophysiques. Un tubage en PVC d'un diamètre de 76mm a été installé dans tous les forages utilisés pour la tomographie radar. Dans le cas de la tomographie électrique, des électrodes métalliques circulaires d'un diamètre de 30mm ont été placées le long d'un tubage en PVC à intervalle constant de 0.75m, entre 0.75 m et 15.75m de profondeur.

Les mesures de tomographie radar ont été réalisées sur deux panneaux différents délimités respectivement par les forages R1-R2 et R3-R4. De la même manière, les panneaux délimités par les forages E1-E2 et E3-E4 ont été utilisés pour les mesures de tomographie électrique. La distance qui sépare E1 de E2 et E3 de E4 est de 10m et la distance qui sépare R1 de R2 et R3 de R4 est de 6m. Les panneaux R1R2 et R3R4 sont respectivement dans le même plan que les panneaux E1E2 et E3E4.

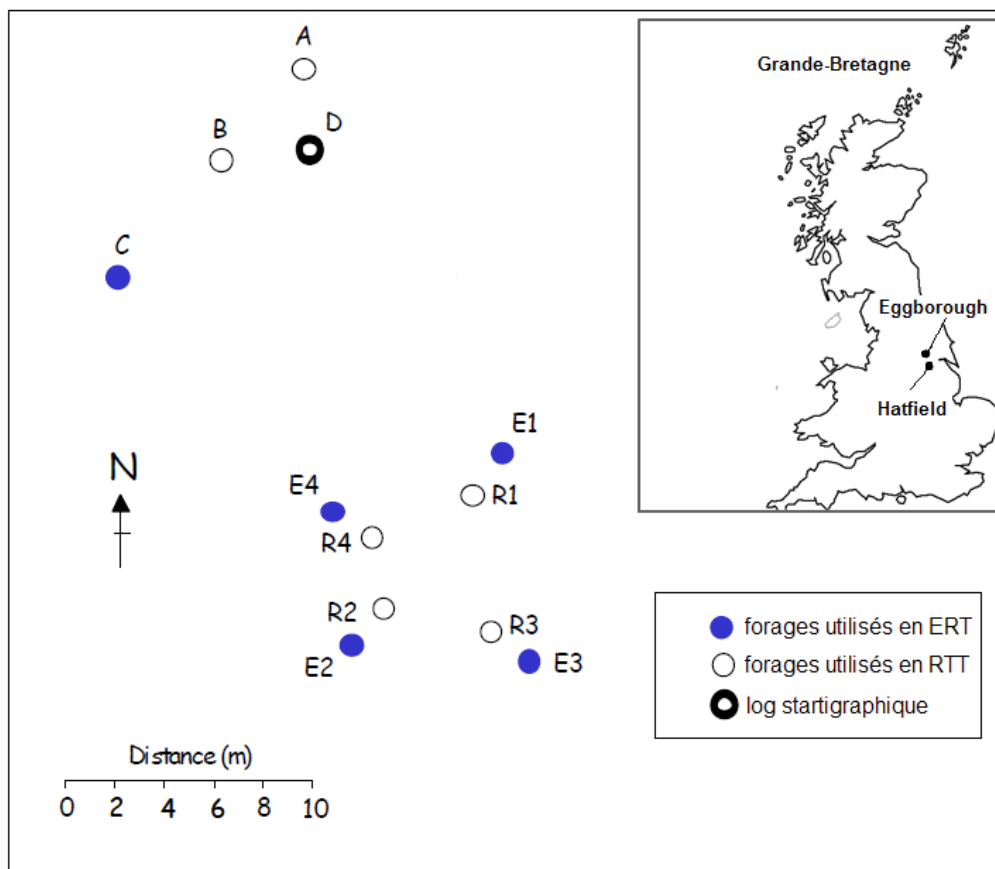


Figure 6.1: Localisation du site d'étude et disposition des forages réalisés (adaptée de Binley et al., 2001).

### 6.3 Acquisition des données tomographiques

L'acquisition des données tomographiques s'est déroulée en septembre 1999. La tomographie radar a été réalisée à l'aide du système de radar en forage PulseEKKO de Sensosoft & Software (Canada) avec une antenne à 50 MHz. Des mesures tests effectuées avec une antenne à 100 MHz ont montré une forte atténuation du signal. L'acquisition tomographique en mode MOG a été réalisée en utilisant un pas constant de 0.25 m entre 1m et 16m de profondeur. Elle a été exécutée sur les deux panneaux R1R2 et R3R4.

Le système multi-électrodes Tomoplex Meter à 64 canaux de Campus Instruments (Grande Bretagne) a été utilisé pour les mesures de la résistance en tomographie électrique. Les mesures tomographiques ont été réalisées sur les deux panneaux E1E2 et E3E4. Chaque panneau comprend 21 électrodes dans chaque forage, entre 0.75m et 15.75m de profondeur, et 16 électrodes en surface espacées de 1.1m le long de la ligne qui est formée par les deux forages, ce qui donne un total de 58 électrodes. Le protocole de mesures a été généré en mettant l'électrode de courant (C-) et l'électrode de potentiel (P-) à trois profondeurs de bases: 4.5m, 8.25m et 12m. À chacune de ces profondeurs, l'électrode de courant (C+) circule entre les 56 électrodes qui restent et pour chaque position de (C+) l'électrode de potentiel (P+) circule sur les 55 autres électrodes, ce qui donne un protocole de 9046 mesures pour un seul panneau.

Puisque les panneaux R1R2 et R3R4 sont au centre et dans le même plan que les panneaux E1E2 et E3E4, l'inversion conjointe sera effectuée en utilisant la combinaison des panneaux R1R2 avec E1E2 et R3R4 avec E3E4.

## 6.4 Caractérisation hydrogéologique du site

Les grès de Sherwood du site d'étude sont des dépôts fluviaux qui sont composés d'une alternance de couches de grès à grains moyens et de couches de grès laminés. Les couches de grès à grains moyens ont une épaisseur variant entre 1m et 3m. Les grès laminés sont composés de grès à grains fins et moyens consolidés par un ciment à base d'argile et de feldspath. Ils ont une épaisseur allant de 0.1m à 1m.

La figure 6.2a présente l'analyse du carottage stratigraphique réalisé au forage D. En plus des couches de grès sus mentionnées, on note la présence de deux couches formées de siltstone et de grès à grains fins.

La couverture superficielle, d'une épaisseur variant de 1 à 2m, est composée de sables et de graviers. Il faut aussi noter la présence d'un volume d'argile allant de 1% à 5% sous la forme d'un ciment à différents niveaux de la séquence lithologique. La nappe phréatique se trouve à une profondeur de 17m.

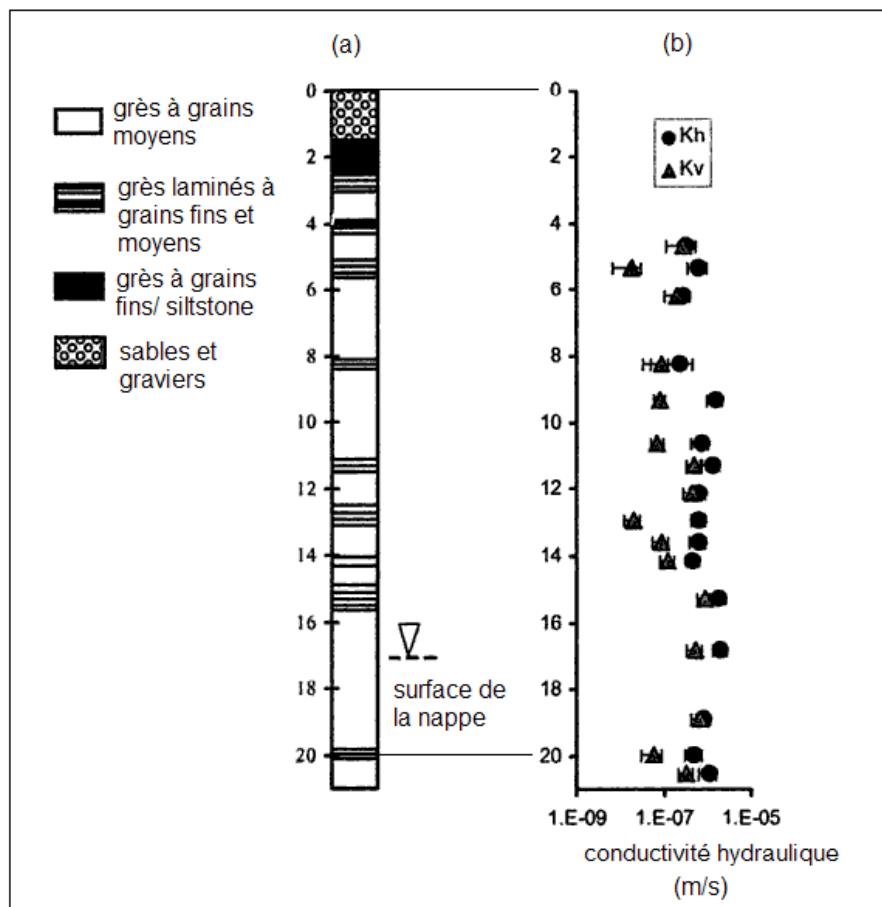


Figure 6.2 : (a) Séquence stratigraphique et (b) conductivités hydrauliques mesurées sur des échantillons prélevés le long du forage D. Kh et Kv sont, respectivement, les conductivités hydrauliques horizontales et verticales (adaptée de Pokar et al., 2006).

Plusieurs tests pétrophysiques ont été réalisés sur les échantillons, prélevés le long du forage D ainsi qu'au site de Hatfield, dans le but de déterminer les paramètres physiques qui contrôlent les variations de la conductivité hydraulique dans la zone non-saturée des aquifères gréseux de Sherwood. Ce volet du programme de recherche a fait l'objet d'une thèse de doctorat soutenue par Magdelaine Pokar (Pokar, 2002) à l'université de Leeds ainsi que de plusieurs publications (Pokar et al., 2001; Pokar et al., 2006). Les paramètres étudiés sont la taille des grains, la

dimension des pores, le volume d'argile, la minéralogie et la porosité. Pokar et al. (2006) trouvent des conductivités hydrauliques horizontales (parallèles à la lamination des grès) variant de 0.01 à 0.17 m/jour et des conductivités hydrauliques verticales variant entre 0.004 à 0.12 m/jour, donnant ainsi une anisotropie de la conductivité hydraulique variant entre 0.6 à 35. Ils attribuent ces fortes valeurs d'anisotropie à la présence d'une lamination, à une échelle millimétrique, sous forme de fines couches de sable et de silt très fins, de débris de feldspath ou d'argile. La figure 6.1b présente les variations au forage D des conductivités hydrauliques verticales et horizontales en fonction de la profondeur. On constate qu'il existe une forte anisotropie de la conductivité hydraulique à environ 5.5m, 9m et 13m de profondeur avec des valeurs très faibles de la conductivité hydraulique verticale.

D'autres travaux hydrogéologiques réalisés par West et Truss (2006) sur un site proche d'Eggborough ont permis de mettre en évidence les mécanismes d'écoulement dans la zone non-saturée. Pour ce faire, un suivi de la variation de la teneur en eau à différentes profondeurs, sur une période d'un an, a été réalisé en utilisant des sondes TDR (de l'anglais: time domain reflectometry) en forage. D'après ces auteurs, des aquifères perchés saisonniers se forment lorsque l'eau qui s'infiltré rencontre les couches peu perméables de grès laminés. Ces couches restent saturées tout au long de l'année contrairement aux couches de grès à grains moyens qui ont une teneur en eau plus faible. La figure 6.3 présente un diagramme schématique du modèle d'écoulement tel que proposé par West et Truss (2006). La zone non-saturée est composée d'une alternance de couches perméables et peu perméables avec la présence d'écoulements latéraux et verticaux. Les écoulements latéraux se font à travers des discontinuités dans les couches peu perméables.

## 6.5 Analyse des diagraphies géophysiques

En juin 1999, des diagraphies de radioactivité naturelle et de conductivité électrique ont été réalisées dans tous les trous de forage du site à l'exception du forage E1. Ce dernier présentait des risques d'effondrement. La conductivité électrique a été mesurée à l'aide d'une sonde à induction électromagnétique opérant à une fréquence de 39 kHz. La sonde nucléaire de gamma naturel de Mount Sopris Instrument Company (État-Unis) a été utilisée pour mesurer l'ensemble des émissions de rayonnement gamma produites par le potassium, l'uranium et le thorium

présents dans la formation. La diagraphie par rayons gamma met en évidence les couches de grès laminés caractérisées par la présence d'argiles qui contiennent du potassium. Par ailleurs, la diagraphie de conductivité électrique permet de mettre en évidence l'effet des couches de grès laminés sur la teneur en eau puisque cette dernière contrôle les variations de la conductivité électrique de volume. Il est très difficile de quantifier la contribution de la conductivité de surface à la conductivité totale. Néanmoins, on peut supposer que son effet est négligeable devant la conductivité de volume pour les couches de grès laminés de faible épaisseur. De fait, on peut observer sur les figures 6.4 et 6.5 qu'une augmentation importante des valeurs de rayons gamma ne s'accompagne pas forcément d'une augmentation significative de la conductivité électrique.

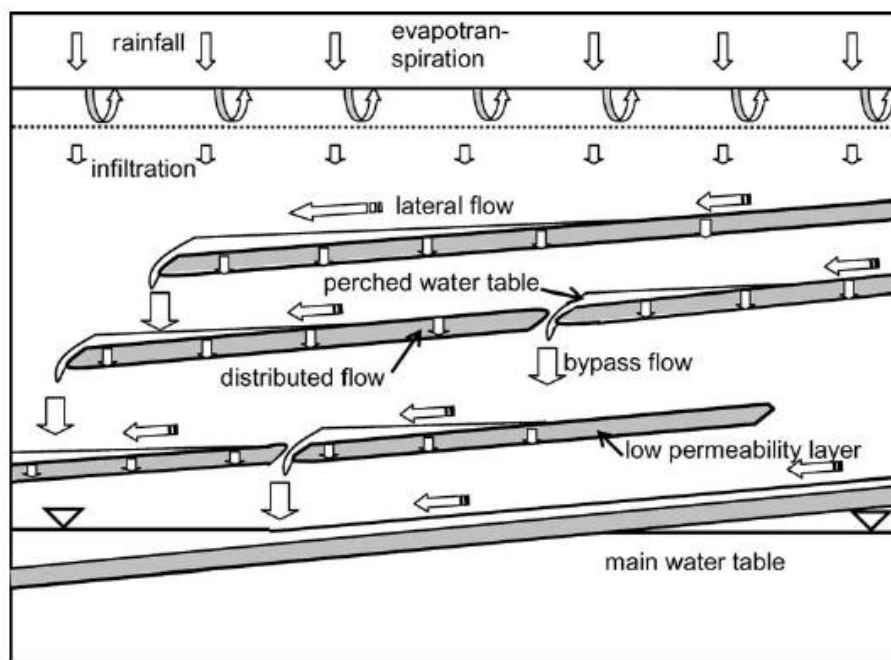


Figure 6.3 : Diagramme schématisant des mécanismes d'écoulement dans la zone non-saturée de l'aquifère gréseux de Sherwood, tel que proposé par West et Truss (2006).

La figure 6.4 montre les résultats obtenus dans les forages E3, R3, R4, E4. L'analyse des différentes diagraphies montre l'existence de plusieurs zones de conductivité plus au moins élevée, correspondant en général à une valeur relativement élevée de rayons gamma. Ces zones

se retrouvent sur toutes les diagraphies à des profondeurs de 2m, 5.5m, 12.5m et 15.5m (figure 6.4). Il faut noter que les deux premières couches conductrices (2m et 5.5m) apparaissent sur la diagraphie de conductivité du forage E3 comme une seule couche. On observe aussi d'autres couches qui sont seulement identifiées sur les diagraphies par rayons gamma aux positions de 4m, 8.5m et 14.5m de profondeur.

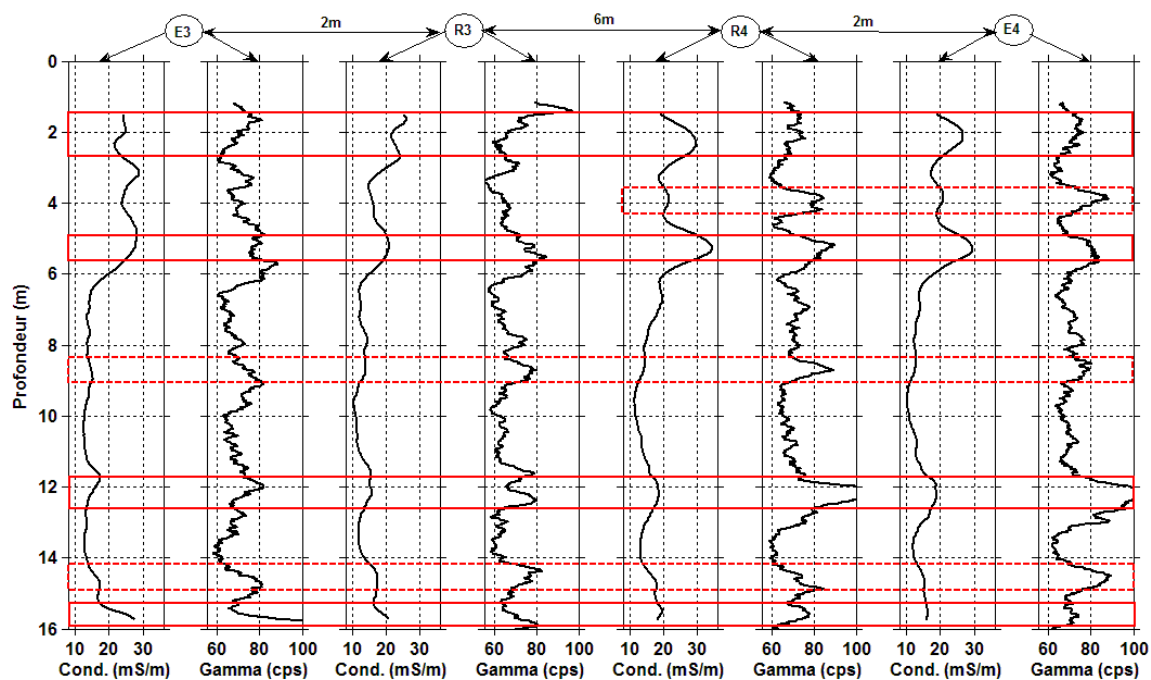


Figure 6.4 : Diagraphies de conductivité EM et par rayons gamma réalisées dans les forages E3, R3, E4 et R4 pendant la période de juin 1999. Les rectangles en trait plein délimitent les zones de forte émission de rayonnement gamma et de forte conductivité et ceux en tireté correspondent uniquement à des valeurs importantes d'émissions de rayonnement gamma.

En analysant les diagraphies des forages R1, R2 et E2 (figure 6.5), on observe les mêmes zones que précédemment. Il faut noter que la couche identifiée à 4m entre les forages R4 et E4 s'étend du forage R1 jusqu'au forage E2.

Cette zonation suggère une stratification en couches parallèles du milieu investigué. De plus, la conductivité des six premiers mètres est deux à trois fois plus élevée que celles du reste. Cette augmentation de la conductivité peut s'expliquer par une saturation en eau plus élevée.

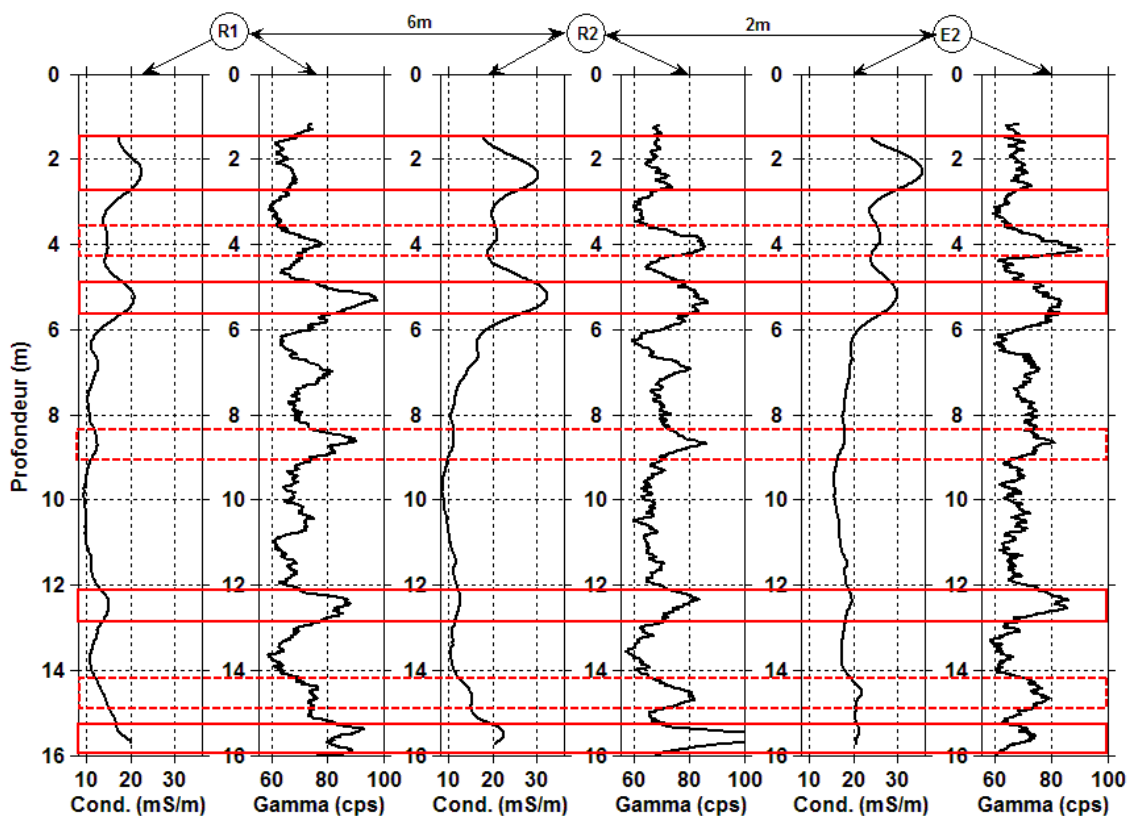


Figure 6.5 : Diagraphies de conductivité EM et par rayons gamma réalisées dans les forages R1, R2 et E2 pendant la période de juin 1999. Les rectangles en trait plein délimitent les zones de fortes émissions gammas et de fortes conductivités et ceux en tireté correspondent uniquement à des valeurs importantes d'émissions gammas.

En comparant maintenant la zonation observée avec la séquence stratigraphique et la variation de la conductivité hydraulique en fonction de la profondeur (figure 6.2), on constate que les couches identifiées sur les diagraphies par rayons gamma correspondent aux bancs de grès laminés sur la séquence stratigraphique. De plus, comme les couches à 5.5m et 12m de profondeur possèdent de



fortes valeurs d'anisotropie de la conductivité hydraulique, l'augmentation de la conductivité électrique dans ces zones pourrait donc s'expliquer par la formation de nappes perchées.

## 6.6 Résultats

Pour l'inversion des données électriques et de radar, le sous-sol a été discrétisé à l'aide d'une grille rectangulaire avec un pas de 0.375m dans la direction verticale (z) et un pas de 0.555m dans la direction horizontale (x). Pour le calcul de matrice de rugosité, le facteur de lissage dans la direction z est pris dix fois plus petit que celui de la direction horizontale. Le coefficient de régularisation utilisé pour la tomographie électrique est de 0.001 et celui de la tomographie radar est de 10. Ils ont été déterminés par essai et erreur. Le coefficient de régularisation pour l'électrique est divisé par deux à chaque itération. Par contre, celui de la tomographie radar reste fixe durant l'inversion.

Pour une fréquence radar de 50 MHz et dans le cas d'un matériau sec, la constante diélectrique relative des grès à grains moyens est de 5 (vitesse de 0.134 m/ns) et celle des grès laminés peut atteindre une valeur de 15 (vitesse de 0.077 m/ns) (West et al., 2003). La valeur élevée pour les grès laminés est attribuée à des effets de relaxation causés par la présence de l'argile (West et al., 2003).

Avant de présenter les résultats obtenus pour l'inversion conjointe, nous allons tout d'abord exposer dans ce qui suit, les résultats de l'inversion séparée.

### 6.6.1 Inversion séparée

La figure 6.6 présente les images de résistivité électrique et de vitesse radar obtenues par inversion séparée des données électriques et de radar, mesurées respectivement sur les panneaux E1E2 et R1R2. Il faut noter que les vitesses radar obtenues en dehors des panneaux R1R2 ou R3R4 ne sont pas contraintes par les mesures.

Tout d'abord, on constate qu'il existe quelques similarités structurales entre les images de résistivité et de vitesse radar. En effet, il est facile de voir que les couches de grès laminés et de grès à grains moyens partiellement ou totalement saturés sont caractérisées par des vitesses et des résistivités relativement faibles contrairement aux grès à grains moyens faiblement saturés ou secs qui sont caractérisées par des résistivités et des vitesses plus élevées. Ces couches ont

souvent les mêmes limites dans les deux images mais sont mieux définies sur l'image de vitesse radar. La zonation établie sur les diagraphies géophysiques est grossièrement respectée. Sur les premiers 6m on retrouve les deux couches conductrices délimitées auparavant. Cependant, la couche à 4m qui sépare les deux couches conductrices possède des résistivités beaucoup plus élevées que celles des diagraphies de conductivité. De plus, elle apparaît avec une très faible épaisseur sur l'inversion robuste.

On observe une forte ressemblance entre les images de vitesse radar obtenues par inversion lisse et robuste. Par conséquent, l'inversion est bien contrainte par les temps d'arrivées mesurés. Ceci n'est pas le cas des données électriques car les images des inversions lisse et robuste présentent quelques différences importantes. En effet, on observe par exemple une couche de faible vitesse ( $< 0.07$  m/ns) entre 4m et 6m de profondeur. Elle correspondrait vraisemblablement à une nappe perchée. Avec l'inversion robuste, celle-ci apparaît sur l'image électrique comme une seule couche très conductrice. Par contre, l'inversion lisse fait apparaître deux couches, une très conductrice en dessous d'une couche beaucoup plus résistante. Dans les deux cas, la tomographie électrique ne donne pas de résultats cohérents avec les diagraphies de conductivité.

### 6.6.2 Inversion conjointe

Pour alléger le texte, nous allons utiliser les notations suivantes pour présenter les résultats des différents algorithmes d'inversion conjointe utilisés:

- Algorithme 1 : inversion conjointe par échange d'information et régularisation dans le domaine des ondelettes.
- Algorithme 2 : inversion coopérative par zonation en utilisant une formulation bayésienne hiérarchique.
- Algorithme 3 : inversion conjointe utilisant la contrainte du produit vectoriel des gradients égal à zéro.

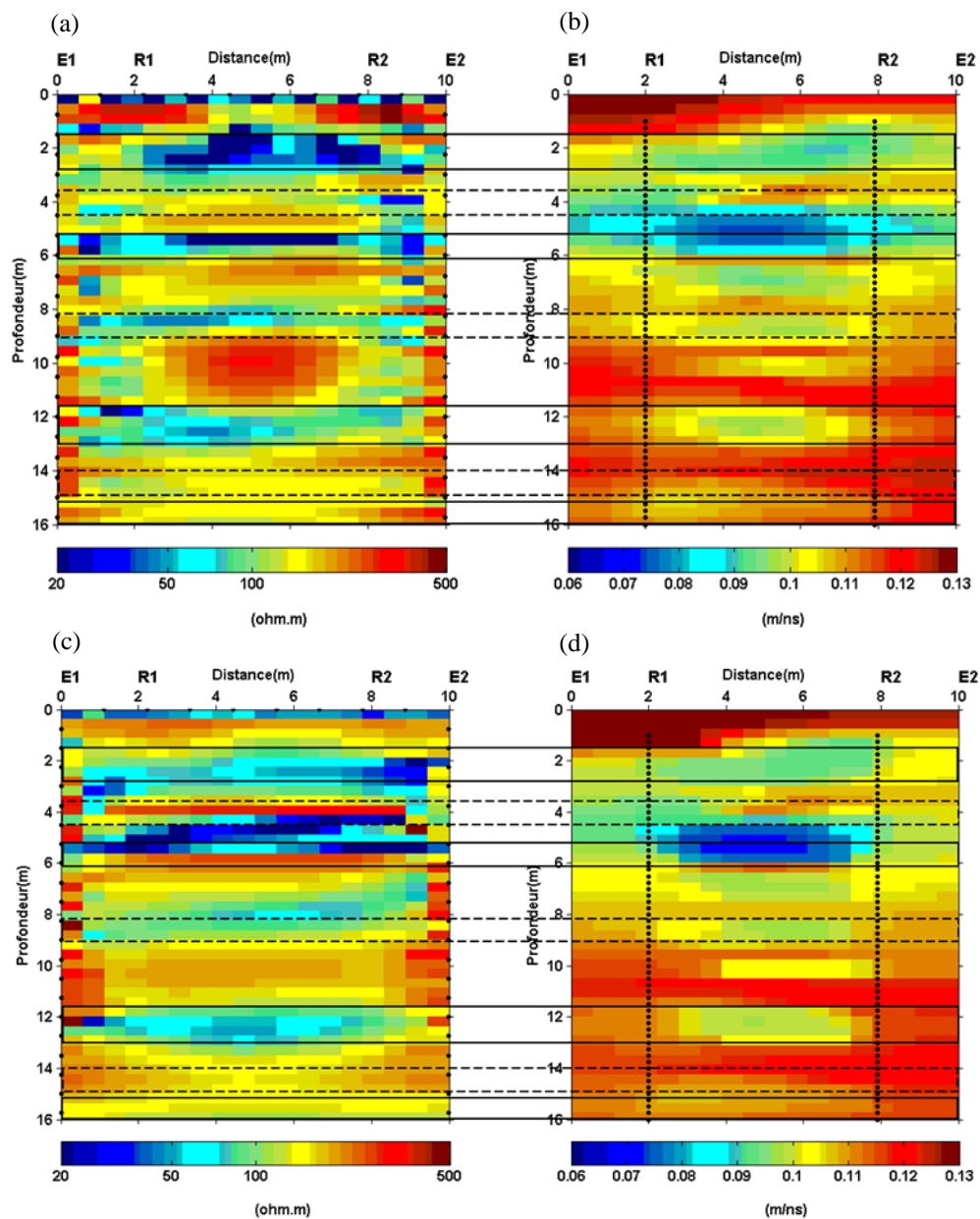


Figure 6.6 : Modèles obtenus par inversion séparée des données des tomographies radar et électrique des panneaux E1E2 et R1R2. (a) et (c) Images de résistivité électrique obtenues respectivement par inversion lisse et robuste, (b) et (d) images de vitesse radar obtenues respectivement par inversion lisse et robuste. La zonation réalisée à partir des diagraphies géophysiques est représentée sur les images de résistivité et de vitesse.

Les inversions obtenues à l'aide de l'algorithme 3 n'ont pas été réalisées par l'auteur de cette thèse. Elles font partie des travaux publiés par Linde et al. (2006). La région d'intérêt a été discrétisée avec un pas de 0.375m dans la direction z et un pas de 1.1m dans les directions x et y. Pour la régularisation, Linde et al. (2006) proposent de comparer les résultats obtenus avec une contrainte de lissage (matrice de rugosité) et un opérateur basé sur un modèle stochastique (une matrice de covariance). Pour le calcul de la matrice de rugosité, le facteur de lissage dans la direction z est pris huit fois plus petit que ceux des directions horizontales. Dans le cas de régularisation stochastique, un modèle de covariance exponentiel a été choisi. Ces paramètres, dans le cas de la tomographie électrique, ont été calculés à partir des diagraphies de conductivité EM. Dans le cas de la tomographie de vitesse radar, les paramètres dans la direction verticale ont été déterminés à partir des vitesses calculées à l'aide des mesures en mode ZOP. Le coefficient de corrélation dans les directions horizontales a été choisi empiriquement comme étant égal à huit fois celui trouvé dans la direction verticale.

Les résultats de l'inversion conjointe des trois algorithmes sont présentés dans les figures 6.7 à 6.10.

### **Algorithme 3 :**

De façon générale, on observe la suppression de certaines zones de grès laminés identifiées sur les diagraphies géophysiques ainsi que sur les inversions séparées. En utilisant une matrice de régularisation stochastique (figures 6.7 c,d et figures 6.9 c,d), cet effet est beaucoup plus prononcé mais les résistivités estimées sont plus proches des valeurs mesurées par la sonde EM. Dans le cas d'une régularisation avec une contrainte de lissage (figures 6.8 c,d et figures 6.10 c,d), la zonation est un peu meilleure que précédemment mais les images présentent beaucoup de variations. Plusieurs artéfacts apparaissent sur les images de résistivité et de vitesse radar. Par exemple, on observe une zone de faible résistivité et de vitesse importante entre 12m et 14m de profondeur. Celle-ci n'existe pas sur les diagraphies géophysiques ainsi que sur les images de l'inversion séparée. De plus, il est plus difficile de distinguer les deux couches identifiées sur les diagraphies de conductivité EM entre 2m et 6m de profondeur.

La suppression des structures peut être attribuée à la nature même de la contrainte imposée par l'algorithme 3. En effet, le produit vectoriel des gradients s'annule lorsque l'une des images est homogène ou que les deux images contiennent les mêmes structures. Si l'algorithme converge

vers la première solution, la structure de l'une des images sera par conséquent supprimée et paraîtra comme une zone homogène. Cet effet a été aussi constaté par Lelievre (2009) dans le cas de l'inversion conjointe des données sismiques et gravimétriques.

### **Algorithme 2:**

En terme de zonation, les résultats obtenus par cet algorithme sont meilleurs que ceux de l'algorithme 3 comme le montrent les figures 6.8 et 6.9. En effet, on distingue mieux les différentes couches de grès laminés sur les deux types d'images. Cependant, les images de résistivité électrique sont surtout améliorées dans les zones délimitées par les forages R1 et R2 ou R3 et R4. En dehors de ces zones les images ressemblent aux résultats obtenus par l'inversion séparée. Ceci était prévisible puisque la tomographie radar apporte une information consistante seulement dans la zone délimitée par les forages de tomographie radar.

Les résistivités estimées sont en général consistantes avec les valeurs des diagraphies de conductivité électrique à l'exception de deux zones où elles sont un peu élevées. La première se situe entre 3m et 5m de profondeur et a une résistivité estimée autour de 400 ohm.m comparativement à 100 ohm.m sur la diagraphie de conductivité EM. La deuxième se trouve entre 8m et 12m de profondeur et a une résistivité estimée à environ 100 ohm.m comparativement à 50 ohm.m sur la diagraphie de conductivité électrique.

### **Algorithme 1 :**

Contrairement aux deux algorithmes précédents, l'algorithme 1 donne une zonation qui correspond mieux à celle des diagraphies géophysiques comme le montrent les figures 6.7 et 6.9. De plus, les modèles de résistivité et de vitesse sont cohérents avec la structure hydrogéologique de la figure 6.3. En effet, on observe la présence de couches très minces d'une épaisseur variant entre .375 et 0.75m et d'une résistivité très faible ( $< 30$  ohm.m). Ces couches correspondraient aux couches de grès laminés de faible conductivité hydraulique.

En accord avec les diagraphies de conductivité EM, les images de résistivité montrent une zone plus conductrice entre 2m et 6m de profondeur. Cette zone peut être divisée en trois couches. La première, entre 2m et 3m, possède une résistivité très faible ( $< 30$  ohm.m). Elle correspond à la couche de siltstone sur la séquence stratigraphique. On observe que l'épaisseur de cette couche est plus faible vers l'est, c'est-à-dire vers les forages E3 et E1. Ce qui suggère la présence d'un

court circuit hydraulique qui favoriserait plus les écoulements vers le bas dans la direction est. Ceci semble confirmé par l'image de vitesse radar qui montre distinctement une zone de faible vitesse (teneur en eau importante) qui s'élargit en allant vers les forages E1 et E3. Cet écoulement alimenterait une nappe perchée identifiée entre 4m et 6m sur les images de vitesse radar. La formation de cette nappe serait due à une couche de grès laminés de faible épaisseur identifiée à 5.25m sur les images de résistivité. Elle a une conductivité hydraulique verticale très faible comme le montre la figure 6.2.

Entre 6m et 16m de profondeur, les couches de grès à grains moyens sont identifiées sur les images de résistivité et de radar par une forte résistivité et une vitesse élevée. Ces valeurs s'expliquent par une très faible saturation. Par contre, les couches de grès laminés peu perméables, à 8m, 12m et 15m de profondeur, sont caractérisées par une faible résistivité et une faible vitesse. Ceci s'expliquerait par le fait que ces couches restent saturées tout au long de l'année comme cela été mentionné par West et Truss. (2006).

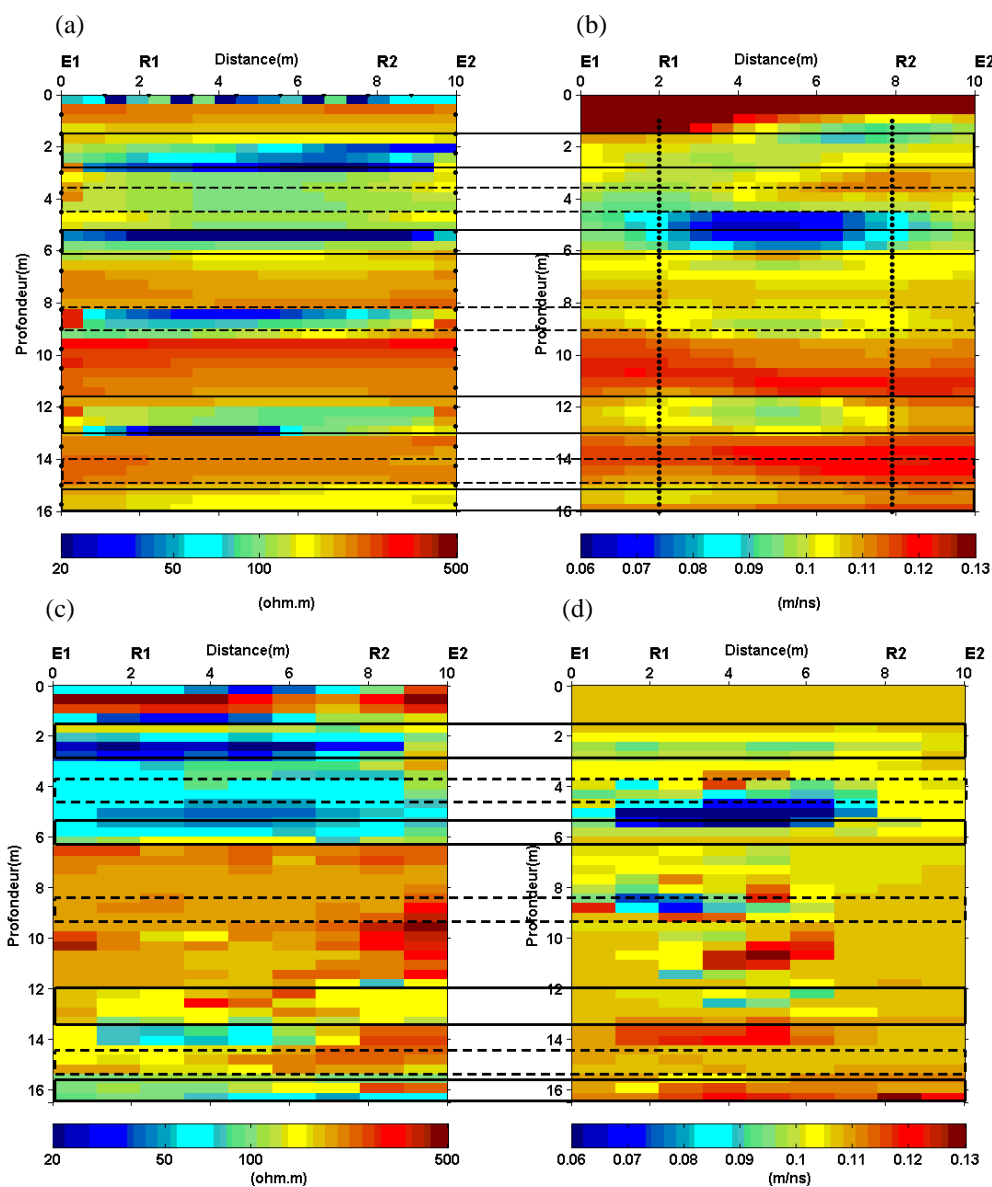


Figure 6.7 : Modèles obtenus par inversion conjointe des données des tomographies radar et électrique des panneaux E1E2 et R1R2. (a) et (b) Images de résistivité électrique et de vitesse radar obtenues en utilisant l’algorithme 1, (c) et (d) images de résistivité électrique et de vitesse radar obtenues en utilisant l’algorithme 3 avec une régularisation stochastique. La zonation réalisée à partir des diagraphies géophysiques est représentée sur les images de résistivité et de vitesse.

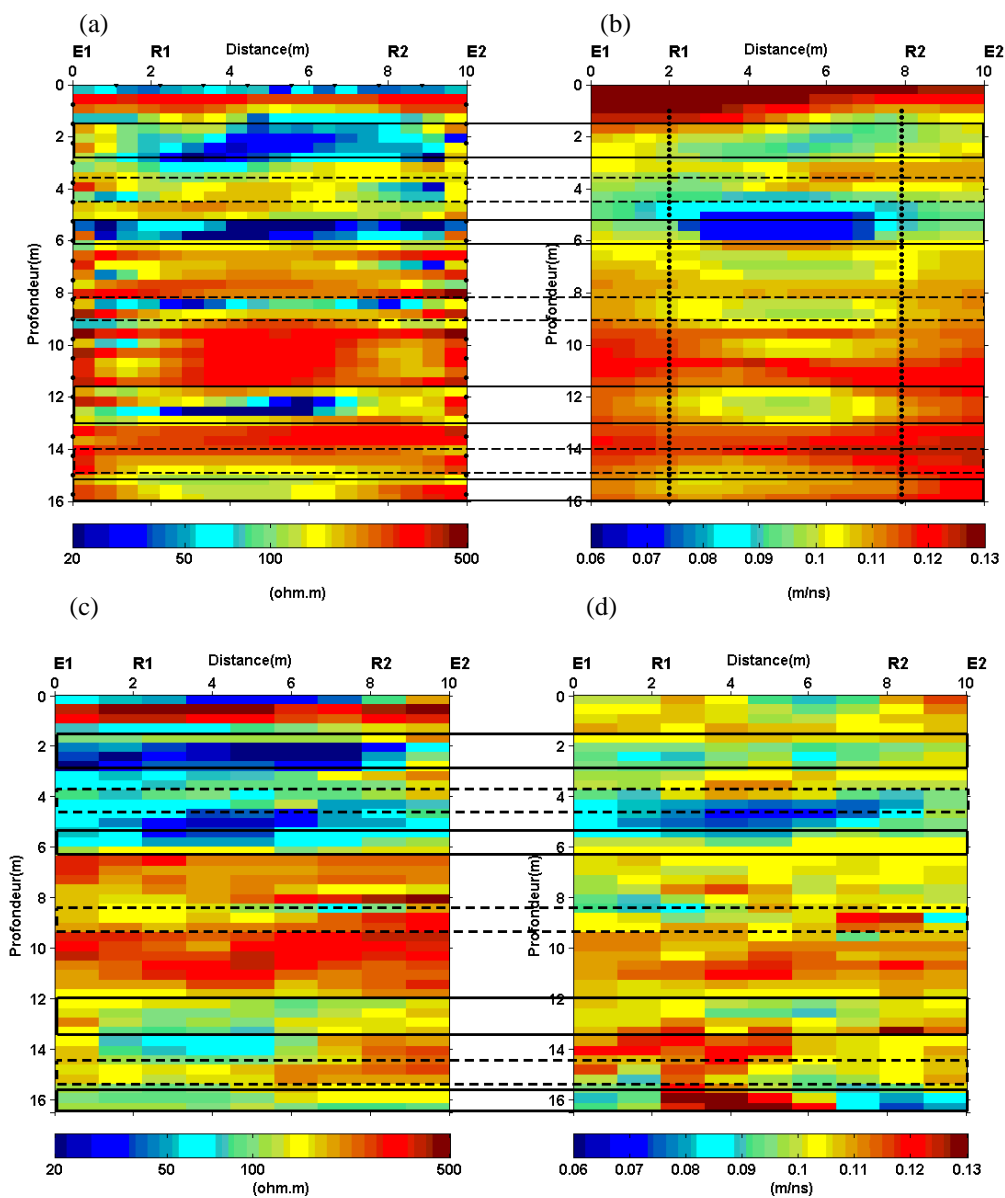


Figure 6.8 : Modèles obtenus par inversion conjointe des données des tomographies radar et électrique des panneaux E1E2 et R1R2. (a) et (b) Images de résistivité électrique et de vitesse radar obtenues en utilisant l’algorithme 2, (c) et (d) images de résistivité électrique et de vitesse radar obtenues en utilisant l’algorithme 3 avec une contrainte de lissage. La zonation réalisée à partir des diagaphies géophysiques est représentée sur les images de résistivité et de vitesse.



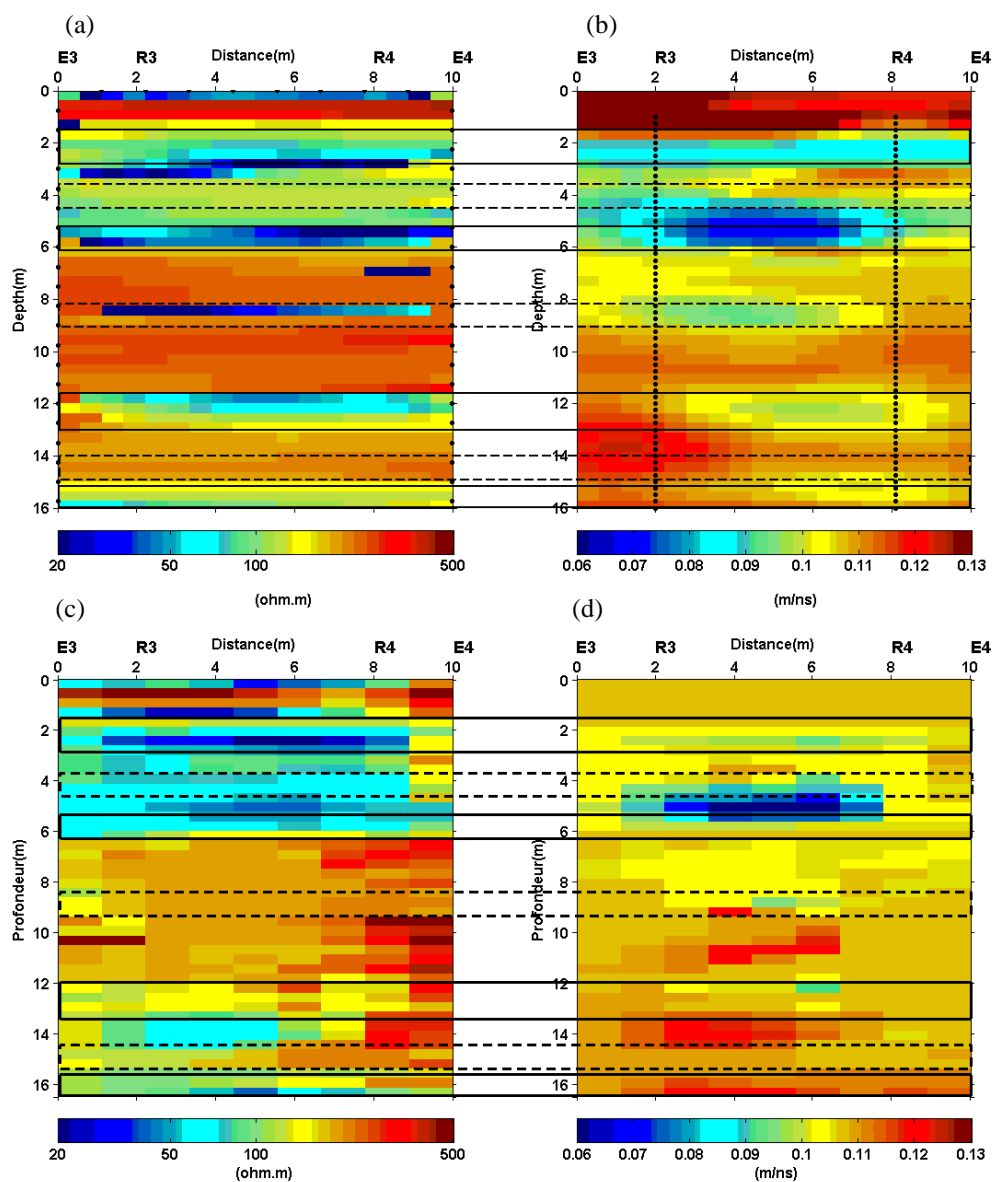


Figure 6.9 : Modèles obtenus par inversion conjointe des données des tomographies radar et électrique des panneaux E3E4 et R3R4. (a) et (b) Images de résistivité électrique et de vitesse radar obtenues en utilisant l’algorithme 1, (c) et (d) images de résistivité électrique et de vitesse radar obtenues en utilisant l’algorithme 3 avec une régularisation stochastique. La zonation réalisée à partir des diagraphies géophysiques est représentée sur les images de résistivité et de vitesse.

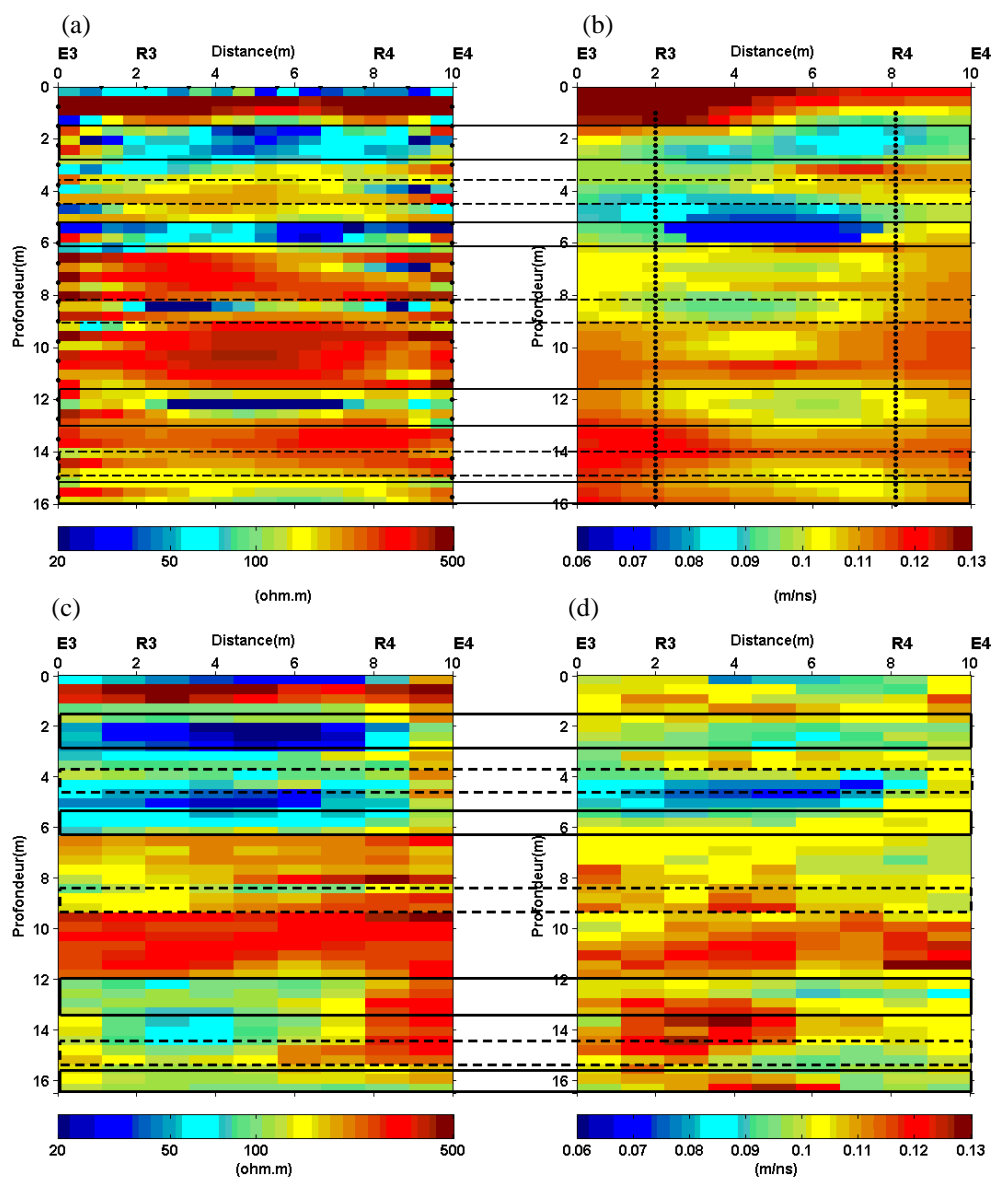


Figure 6.10 : Modèles obtenus par inversion conjointe des données des tomographies radar et électrique des panneaux E3E4 et R3R4. (a) et (b) Images de résistivité électrique et de vitesse radar obtenues en utilisant l’algorithme 2, (c) et (d) images de résistivité électrique et de vitesse radar obtenues en utilisant l’algorithme 3 avec une contrainte de lissage. La zonation réalisée à partir des diagraphies géophysiques est représentée sur les images de résistivité et de vitesse.

## 6.7 Sommaire

Dans ce chapitre, les algorithmes 1 et 2, présentés aux chapitres 4 et 5, ont été appliqués à des données réelles provenant du site d'Eggborough. Pour des fins de comparaison, les travaux de Linde et al. (2006) ont aussi été présentés (algorithme 3).

L'algorithme 1, qui est une inversion conjointe par échange d'information structurale, a donné les résultats qui sont les plus cohérents avec les diagraphies géophysiques et les informations hydrogéologiques. Il a permis d'une part de préciser la lithologie de la zone non-saturée du site d'Eggborough et, d'autre part, de décrire qualitativement sa structure hydrogéologique.

L'algorithme 2, qui est une inversion coopérative par une approche bayésienne hiérarchique, améliore l'image de résistivité obtenue par inversion séparée, mais seulement dans la région couverte par le panneau radar. Il donne une zonation semblable à l'algorithme 1. Cependant, les résistivités estimées sont un peu élevées par rapport aux diagraphies de conductivité EM. Cet effet est dû aux zones qui ne sont pas couvertes par la tomographie radar.

Finalement l'algorithme 3 de Linde et al. (2006), qui est une inversion conjointe par la contrainte du produit vectoriel des gradients égal à zéro, donne une assez bonne estimation des propriétés physiques des grandes structures. Toutefois, il ne permet pas de décrire la structure de la zone investiguée.

## CHAPITRE 7. DISCUSSION

Au cours de cette thèse nous avons développé et présenté deux nouvelles techniques d'interprétation conjointe des données électriques et de radar en forage, ainsi qu'une technique de pointé automatique des temps de la première arrivée en tomographie radar de vitesse. Nous avons exploré sur des données synthétiques et un cas réel l'intérêt de l'inversion conjointe des données des tomographies électriques et de radar de vitesse. Cette synthèse présente une discussion sur les avantages et les inconvénients concernant : (1) l'inversion conjointe par l'algorithme 1; (2) l'inversion coopérative par l'algorithme 2; (3) le pointeur automatique par AIC-CWT. Elle présente aussi une comparaison entre les algorithmes 1 et 2.

### 7.1 Inversion conjointe par l'algorithme 1

Ce premier algorithme représente une modification de l'algorithme basé sur l'échange de l'information structurale proposé par Gunther et Rucker (2006). Nous avons tout d'abord introduit un détecteur de contour basé sur l'estimation du gradient de l'image. Ensuite, nous avons ajouté une étape de seuillage par ondelettes afin de maximiser la similarité structurale entre les deux tomographies. Les conclusions suivantes ont été dégagées :

- D'un point de vue algorithmique, l'implémentation de l'algorithme 1 ne nécessite pas de grands changements par rapport à l'inversion séparée. Il bénéficie ainsi de la rapidité et de la facilité de mise en œuvre de l'inversion séparée.
- L'ajustement des données est réalisé pour chacune des tomographies de façon indépendante. En effet, comme les deux inversions progressent en parallèle, en échangeant de l'information structurale à chaque itération, l'ajustement n'est pas global comme dans le cas de l'inversion simultanée.
- Il ne présente pas de biais important lorsque l'information *a priori* est de mauvaise qualité.
- Il est très robuste au bruit. Il permet de retrouver la résistivité et la forme approximative des objets lorsque le niveau du bruit est élevé.

- La discrétisation de la grille est dictée par la transformée en ondelettes. En effet, la DTCWT est définie sur une grille dont la taille est un multiple de deux dans les deux directions  $x$  et  $z$ . Une solution serait d'utiliser l'analyse en ondelettes M-bande en arbres dual (Chavaux et al., 2006) qui permet une décomposition sur une grille dont la taille est un multiple de  $M$  ( $M$  plus grand que 2).
- Les cellules de la grille dans la région commune aux deux tomographies sont de taille constante. En effet, les cellules sont considérées comme des pixels dans une image lors de l'utilisation de la transformée en ondelettes.
- Il nécessite l'utilisation d'un algorithme stochastique qui permet de maximiser la fonction de similarité entre l'image de résistivité et celle de la vitesse radar.

## 7.2 Inversion conjointe par l'algorithme 2

L'algorithme 2 est une version modifiée de l'inversion séquentielle par zonation proposée par Paasche et Tronike (2007). Les modèles *a priori* obtenus par zonation sont utilisés dans une approche bayésienne hiérarchique. Les résultats obtenus sur les modèles synthétiques et un cas réel permettent de tirer les conclusions suivantes sur l'algorithme 2:

- Il permet de trouver des solutions non biaisées vers un mauvais *a priori*, contrairement à celui de Paasche et Tronike (2007).
- Le nombre de classes dans l'algorithme de classification n'est pas un paramètre très crucial comme dans le cas de l'approche de Paasche et Tronike (2007). Il suffit de prendre un nombre supérieur au nombre de zones identifiées sur l'inversion séparée de la première itération de l'inversion coopérative.
- Lorsque les données sont insensibles au modèle *a priori*, cette approche ne permet pas d'améliorer la solution même si l'information *a priori* est pertinente. Par ailleurs, lorsque l'information *a priori* n'est pas pertinente elle a l'avantage de ne pas détériorer la solution de l'inversion séparée comme cela est le cas de l'approche de Paasche et Tronike (2007).
- Il est plus sensible au bruit que l'algorithme 1. Lorsque le niveau de celui-ci est important, la reconstruction des objets est affectée dans les régions de faible résolution et le nombre d'artéfacts dans l'image de résistivité augmente.

- Il nécessite un temps de calcul un peu plus important que l'algorithme 1. Comme l'inversion séparée est répétée au moins deux à trois reprises, l'algorithme 2 est deux à trois fois moins rapide que l'algorithme 1.
- La classification k-means ne prend pas en compte la position des cellules. Le résultat de la classification peut dépendre du choix initial des centres.

### 7.3 Comparaison entre l'algorithme 1 et l'algorithme 2

Les algorithmes 1 et 2 utilisent l'inversion séparée mais opèrent différemment. L'algorithme 1 permet un échange d'information durant l'inversion séparée de chacune des tomographies, par contre, dans l'algorithme 2 cet échange se fait après la convergence de l'inversion séparée. Ainsi, le temps nécessaire pour l'algorithme 1 est plus faible que celui de l'algorithme 2.

L'algorithme 1 utilise directement l'information structurale extraite par le détecteur de contour. Elle est introduite dans le système d'inversion à l'aide d'une matrice de pondération sur la fonction de rugosité du modèle. L'algorithme 2 utilise des modèles *a priori* qui sont construits en utilisant l'analyse par classification k-means. Ces modèles sont ensuite utilisés dans une nouvelle étape d'inversion séparée par une approche bayésienne hiérarchique. En procédant ainsi, on impose une contrainte sur la propriété physique et la structure du modèle.

Les résultats obtenus sur les modèles synthétiques ont montré que les deux algorithmes ont l'avantage de ne pas trop biaiser la solution vers un mauvais *a priori*. De plus, l'algorithme 1 est plus robuste au bruit que l'algorithme 2.

Dans le cas des données réelles, l'algorithme 1 a produit les meilleurs résultats. Il a permis la mise en évidence d'une structure de la zone non saturée la plus cohérente avec les informations hydrogéologiques et stratigraphiques. De plus, la résistivité estimée est en accord avec les diagraphies de conductivité électrique. L'algorithme 2 a permis d'améliorer l'inversion séparée seulement au centre du panneau électrique, là où la tomographie radar a été réalisée. La résistivité électrique a été surestimée à cause des artéfacts que produit l'inversion dans les régions non couvertes par la tomographie radar. L'algorithme utilisant la contrainte du produit vectoriel des gradients nul a quant à lui donné une bonne estimation de la résistivité des grandes structures. Par contre, toutes les structures de faible épaisseur ont été éliminées.

Dans le cas des deux algorithmes, la tomographie électrique semble en général bénéficier d'avantage de l'information issue de la tomographie radar que l'inverse, l'exception étant le modèle 2 (dyke) en utilisant l'algorithme 1.

#### **7.4 Le pointeur par AIC-CWT**

Le pointeur par AIC-CWT consiste en un pointeur par AIC corrigé à l'aide de la phase de la CWT. Les applications sur des données synthétiques et réelles, nous ont permis de tirer les conclusions suivantes:

- Il est facile et rapide à mettre en œuvre.
- Il est complètement automatique, il ne nécessite aucun pointé préalable comme dans le cas de l'inter-corrélation.
- Il est très performant lorsque la forme de l'ondelette radar est très affectée.
- L'inconvénient principal de ce pointeur est sa sensibilité au bruit. En effet, la correction par CWT n'est efficace que lorsque le pointé par AIC n'est pas trop mauvais.
- Malgré l'aspect automatique du pointeur, il est nécessaire de faire un contrôle de qualité visuel pour vérifier la qualité des pointés.

## CONCLUSION ET PERSPECTIVES

L'objectif de cette thèse de doctorat était de développer des algorithmes rapides et faciles à utiliser pour l'inversion conjointe des données électriques et de radar en forage. Ces techniques d'imagerie géophysique trouvent, dans plusieurs domaines des sciences de la Terre et du génie, des applications spécifiques intéressantes. L'inversion conjointe permet d'améliorer les résultats de l'inversion séparée en exploitant la complémentarité des résolutions et le lien structural qui existe entre les deux tomographies. Dans ce cadre, deux algorithmes ont été développés.

Le premier algorithme est basé sur l'échange de l'information structurale à l'aide de matrices de pondération. Ces dernières sont construites, à chaque itération, à partir des contours détectés, sur les images de résistivité et de vitesse radar, par un détecteur de Canny. Les tests sur des cas synthétiques montrent une certaine robustesse de l'algorithme même en présence d'un niveau de bruit important ou en présence d'interférences structurales.

Le deuxième algorithme utilise une inversion coopérative dans laquelle l'information *a priori* est introduite par une approche bayésienne hiérarchique. La structure est introduite dans le système d'inversion à l'aide de modèles obtenues par zonation. Cette dernière est réalisée à l'aide d'une méthode de classification non-hiérarchique, k-means, qui est appliquée aux modèles obtenus par inversion séparée. Les modèles ainsi obtenus sont ensuite considérés comme la valeur moyenne du modèle *a priori* qui est réestimée à chaque itération. Les résultats obtenus sur les données synthétiques montrent que la solution n'est pas biaisée par un mauvais *a priori*, contrairement à l'approche par zonation proposée par Paasche et Tronicke (2007). Cependant, cet algorithme n'est pas très robuste dans le cas d'un niveau de bruit élevé. De plus, il ne permet pas de séparer l'effet de deux interfaces proches entre elles.

Au chapitre 6, nous avons montré l'intérêt et la faisabilité des algorithmes développés pour la caractérisation de la zone non-saturée d'un aquifère gréseux. Il ressort de l'interprétation que le premier algorithme est le meilleur. Il reproduit mieux la zonation établie à partir des diagraphies géophysiques et ses résultats sont conformes à l'information hydrogéologique. Le deuxième algorithme donne une assez bonne définition de la structure du milieu investigué dans la région couverte par le radar. En dehors de cette région, l'inversion n'est pas bien contrainte, ce qui



donne des valeurs de résistivité un peu élevées. Nous avons comparé nos résultats à ceux de Linde et al. (2006). Leur algorithme basée sur l'inversion conjointe par la contrainte du produit vectoriel des gradients égal à zéro, donne une assez bonne estimation des propriétés physiques des grandes structures. Mais, contrairement à nos algorithmes, il ne permet pas de décrire la structure de la zone investiguée.

Un peu en marge de l'inversion conjointe, un pointeur par AIC-CWT a été développé. Il est entièrement automatique. Il performe bien lorsque le niveau de bruit n'est pas élevée. De plus, il surpasse les approches par inter-corrélation lorsque la forme de l'ondelette radar est très affectée.

Enfin nos travaux ont nécessité l'écriture, en langage Matlab, d'un logiciel de modélisation et d'inversion pour l'électrique. Il a fait l'objet d'un article soumis à *Computer and Geosciences*. Dans un futur proche, nous allons lui ajouter les algorithmes d'inversion conjointe.

Les résultats obtenus dans cette thèse sont très satisfaisants. Toutefois, plusieurs travaux futurs sont envisageables.

Tout d'abord, il serait intéressant d'appliquer ces algorithmes un nombre de types de données supérieur à deux. Bien sûr, on pense dans le cas des tomographies de vitesse radar et électrique à l'ajout de la tomographie d'atténuation radar. Cette dernière est très peu utilisée car elle donne souvent des résultats peu robustes. De notre avis, l'inversion conjointe pourrait l'améliorer substantiellement.

Il serait aussi intéressant d'utiliser une approche stochastique pour l'inversion électrique et radar en cherchant les paramètres de la fonction de covariance du modèle à partir des données mesurées (Gloaguen et al., 2004; Boulanger, 2004). Dans ce cas, on pourrait utiliser le cokrigage avec contrainte de gradient dans l'algorithme 1.

L'ajout de contraintes le long des forages et en surface serait un atout supplémentaire pour améliorer la solution. En fait, comme on utilise un algorithme Gauss-Newton, il est possible de fixer ou de restreindre les variations de la propriété physique dans certaines cellules.

Tout naturellement, il faudrait étendre l'inversion conjointe au cas 3-D. De notre avis, cela ne nécessitera pas de grands changements aux algorithmes déjà développés. Il faudra par contre développer de nouveaux programmes pour le problème direct en tomographie électrique et en tomographie de vitesse radar dans le cas 3-D. Pour l'algorithme 1, il faudra aussi trouver un

détecteur de surface qui permet de bien délimiter les changements lithologiques. La DTCWT en 3-D existe déjà (Selesnick et al, 2005) et ne nécessite aucune adaptation.

Finalement, les domaines d'application des outils développés ici sont nombreux. Il serait intéressant de voir les résultats qu'ils donneraient pour les différentes applications énumérées au chapitre 2. Notamment, on pense que ces algorithmes seraient très efficaces pour des problèmes où l'on s'intéresse à la forme de l'objet et pour lesquels une fine résolution est exigée.

## BIBLIOGRAPHIE

Afnimar, A., Koketsu, K. et Nakagawa, K. (2002). Joint inversion of refraction and gravity data for the three-dimensional topography of a sediment-basement interface. *Geophysical Journal International*, 151, 243–254.

Albouy, Y., Andrieux, P., Rakotondrasoa, G., Ritz, M., Descloitres, M., Join, J.-L. et Rasolomanana, E. (2001). Mapping coastal aquifers by joint inversion of DC and TDEM soundings - Three case histories. *Ground Water*, 39, 87-97.

Arcone, S. A. (1991). Dielectric constant and layer-thickness interpretation of helicopter-borne short-pulse radar waveforms reflected from wet and dry river-ice sheets. *IEEE Transactions on Geosciences and Remote Sensing*, 29, 768–777.

Archie, G. E. (1942). The electrical resistivity log as an aid in determining some reservoir characteristics. *Petr. Tech.*, 1, 55-62.

Berryman, J. G. (1991). *Lecture notes on nonlinear tomography*, Lawrence Livermore National Laboratory, University of California.

Binley, A.M., Ramirez, A. et Daily, W. (1995). Regularised Image Reconstruction of Noisy Electrical resistance Tomography Data, In: *Process Tomography - 1995*, by Beck, M.S. et al. (Eds.), Proc. Fourth Workshop of the European Concerted Action on Process Tomography, Bergen, Norway, 401-410.

Binley, A., Winship, P., Middleton, R., Pokar, M. et West, J. (2001). High resolution characterization of vadose zone dynamics using cross-borehole radar. *Water Resources Research*, 37, 2639-2652.

Binley, A., Cassiani, G., Middleton, R. et Winship, P. (2002a). Vadose zone model parameterisation using cross-borehole radar and resistivity imaging. *Journal of Hydrology*, 267,147-159.

Binley, A., Winship, P., West, L.J., Pokar, M. et Middleton, R. (2002b). Seasonal variation of moisture content in unsaturated sandstone inferred from borehole radar and resistivity profiles. *Journal of Hydrology*, 267, 160-172.

Binley, A. et Kemna, A. (2005). Electrical Methods. In Rubin and Hubbard (éd.), *Hydrogeophysics* (p. 129-156). Netherlands : Springer.

Bosch, M. (1999). Lithologic tomography : from plural geophysical data to lithology estimation. *Journal of Geophysical Research*, 104, 749-766.

Bosch, M. et McGaughey, J. (2001). Joint inversion of gravity and magnetic data under lithologic constraints. *The Leading Edge*, 20, 877–881.

Bouchedda, A., Chouteau, M. et Giroux, B., (2008). 2-D joint inversion in wavelet domain of cross-hole electrical resistance and ground penetrating radar travel time data. *Proceedings of the 12th International Conference on Ground-Penetrating Radar*, Birmingham, UK.

Boulianger, O. (2004). Modélisation et inversions tri-dimensionnelles en prospection gravimétrique et électrique. Ph.D. École polytechnique de Montréal, Québec, Canada.

Buursink, M. L., Johnson, T. C., Routh, P. S. et Knoll, M. D. (2008). Crosshole radar velocity tomography with finite-frequency Fresnel volume sensitivities. *Geophysical Journal International*, 172, 1–17.

Canny, J.F. (1986). A computational approach to edge detection. *IEEE Trans Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 8, 679-698.

Cassiani, G. et Binley, A. (2005). Modeling unsaturated flow in a layered formation under quasi-steady state conditions using geophysical data constraints. *Advances in Water Resources*, 28, 467-477.

Chaux, C., Duval, L. et Pesquet, J., Image Analysis Using a Dual-Tree M-Band Wavelet Transform, *IEEE Transactions on Image Processing*, 15, 2397-2412.

Coifman, R. R. et Donoho, D. L. (1995). Translation invariant de-noising, in A. Antoniadis et G. Oppenheim (ed.), *Wavelets and statistics* (pp. 125-150). Springer-Verlag.

Constable, S.C., Parker, R.L. & Constable, C.G., 1987. Occam's inversion: A practical algorithm for generating smooth models from electromagnetic sounding data, *Geophysics*, 52, 289-300.

Chundurur, R. K., Sen, M. K., et Stofa, P. L. (1996). 2-D resistivity inversion using spline parametrization and simulated annealing. *Geophysics*, 61, 151-161.

Chundurur, R. K., Sen, M. K., Stofa, P. L., et Nagendra, R. (1995). Non-linear inversion of resistivity profiling data for some regular geometrical bodies. *Geophysical Prospecting*, 43, 979-1003.

Claerbout, J. F. et Muir, F. (1973). Robust modeling with erratic data. *Geophysics*, 38, 826-844.

Constable, S. C., Parker, R. L. et Constable, C. G. (1987). Occam's inversion: A practical algorithm for generating smooth models from electromagnetic sounding data. *Geophysics*, 52, 289-300.

Daily, W. et Owen, E. (1991). Cross-borehole resistivity tomography. *Geophysics*, 56, 1228-1235.

Dal-Moro, G. et Pivan, M. (2007). Joint inversion of surface wave dispersion curves and reflection travel times via multi-objective evolutionary algorithms. *Journal of Applied Geophysics*, 61, 56–81.

Daubechies, I. (1992). *Ten lectures on wavelets*. USA: Society for Industrial and Applied Mathematics.

Daubechies, I., Defrise, M. et De Mol, C. (2004). An iterative thresholding algorithm for linear inverse problems with a sparsity constraint. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 57, 1413-1457.

Davis, J. L. et Annan, A. P. (1989). Ground-penetrating radar for high-resolution mapping of soil and rock stratigraphy. *Geophysical Prospecting*, 37, 531–551.

Day-lewis, F. D. et Lane Jr, J.W. (2004). Assessing the resolution dependent utility of tomograms for geostatistics. *Geophysical Research Letters*, 31, L07503.

Day-Lewis, F. D., Singha, K. et Binley, A.M. (2005). Applying petrophysical models to radar travel time and electrical resistivity tomograms: Resolution - dependent limitations. *Journal of Geophysical Research*, 110, B08206.

de Groot-Hedlin, C.&Constable, S.C., 1990. Occams inversion: to generate smooth two-dimensional models from magnetotelluric data, *Geophysics*, 55, 1613–1624.

Dines, K. A. et Lytle, R. J. (1979). Computerized geophysical tomography. *Proceedings of the IEEE*, (vol. 67, pp. 1065-1073).

Dines, K. A. et Lytle, R. J. (1981). Analysis of electrical conductivity imaging. *Geophysics*, 46, 1025-1036.

Dolabdjian, C., Fadili, J. et Leyva, E. H. (2002). Classical low-pass filter and real-time wavelet-based denoising technique implemented on a DSP: A comparison study. *EPJ Applied Physics*, 20, 135–140.

Donoho, D. L. et Johnstone, J. M. (1994). Ideal spatial adaptation by wavelet shrinkage. *Biometrika*, 81, 425–455.

Ellis, R. G. et Oldenburg, D. W. (1994). The pole-pole 3-D DC-resistivity inverse problem: a conjugate-gradient approach. *Geophysical Journal International*, 119, 187-194.

Endres, A. L. et Knight, R. (1992). A theoretical treatment of the effect of microscopic fluid distribution on the dielectric properties of partially saturated rocks. *Geophysical Prospecting*, 40, 307–324.

Ernst, J. R., Holliger, K. et Maurer, H. (2006). Realistic FDTD modelling of borehole georadar antenna radiation : Methodology and application. *Near Surface Geophysics*, 4, 19–30.

Ernst, J. R., Green, A. G., Maurer, H. et Holliger, K. (2007). Application of a new 2D time-domain full-waveform inversion scheme to crosshole radar data. *Geophysics*, 72, J53-J64.

Eso, R. A., Napier, S., Herrmann, F. J. et Oldenburg, D.W. (2008). Iterative reconstruction algorithm for non-linear operators. *SEG Las Vegas 2008 Annual Meeting*, Las Vegas (pp. 579-583). USA: SEG.

Farquharson, C. G. et Oldenburg, D. W. (1998). Non-linear inversion using general measures of data misfit and model structure. *Geophysical Journal International*, 134, 213–227.

Friedel, S. (2003). Resolution, stability and efficiency of resistivity tomography estimated from a generalized inverse approach. *Geophysical Journal International*, 153, 305–316.

Gallardo, L. A. et Meju, M. A. (2003). Characterization of heterogeneous near-surface materials by joint 2d inversion of dc resistivity and seismic data. *Geophysical Research Letters*, 30, 244–256.

Gallardo, L. A. et Meju, M. A. (2004). Joint two-dimensional dc resistivity and seismic travel time inversion with cross-gradients constraints. *Journal of Geophysical Research*, 109, 1–11.

Gallardo, L. A., Meju, M. A. et Pérez-Flores, M. A. (2005). A quadratic programming approach for joint image reconstruction : mathematical and geophysical examples. *Inverse problems*, 21, 435–452.

Giroux, B. et Gloaguen, E. (2010). Crosshole GPR traveltimes tomography in elliptically anisotropic media. *XIII International Conference on Ground Penetrating Radar*, Lecce (pp. 21–25).

Giroux, B., Bouchedda, A. and Chouteau M. (2009). Assisted traveltimes picking of crosshole GPR data. *Geophysics*, 74, J35–J48.

Giroux, B. et Chouteau, M. (2008). A hydrogeophysical synthetic model generator. *Computers & Geosciences*, 34, 1080–1092.

Giroux, B., Chouteau, M. et Bouchedda, A., (2008). Improvements to the borehole radar tomography package bh tomo, *Proceedings of the 12th International Conference on Ground-Penetrating Radar*, Birmingham, UK.

Giroux, B., Gloaguen, E. et Chouteau, M. (2007). bh\_tomo—A Matlab borehole georadar 2D tomography package. *Computers & Geosciences*, 33, 126–137.

Giroux, B., Rivard, P., Gloaguen, E. et Chouteau, M. (2006). State-of-the-art radar tomography for concrete structure assessment. *8th CANMET/ACI International Conference on Recent Advances in Concrete Technology*, (pp. 31–49), American Concrete Institute.



Gloaguen, E. (2004). Reconstruction des images bidimensionnelles de levés de radar géologique en forage, Ph.D. École Polytechnique de Montréal, Québec, Canada.

Gloaguen, E., Marcotte, D. et Chouteau, M. (2004). A new constrained velocity tomography algorithm using geostatistical simulation. *Proceedings of the Tenth International Conference Ground Penetrating Radar*, Delft, The Netherlands (vol. 1, pp. 75-78).

Gloaguen, E., Marcotte, D., Chouteau, M. et Perroud, H. (2005). Borehole radar velocity inversion using cokriging and cosimulation. *Journal of Applied Geophysics*, 57, 242–259.

Gloaguen, E., Marcotte, D., Giroux, B., Dubreuil-Boisclair, C., Chouteau, M. et Aubertin, M. (2007). Stochastic borehole radar velocity and attenuation tomographies using cokriging and cosimulation. *Journal of Applied Geophysics*, 62, 141–157.

Goltsman, M. F. (1982). *Physical experiment and statistical conclusions*. URSS: St-Petersburg University (en russe).

Gruber, T. et Greenhalg, S. A. (1998). Short Note: Precision Analysis of First-break times in Grid Models. *Geophysics*, 63, 1062–1065.

Guérin, R. (2005). Contribution à l'hydrogéophysique. Habilitation à diriger des recherches, Université Pierre et Marie Curie – département de géophysique appliquée, Paris, France.

Günther, T. et Rücker, C. (2006). A general approach for introducing information into inversion and examples from dc resistivity inversion. *EAGE Near Surface Geophysics*, Helsinki (Finland).

Günther, T., Rücker, C. et Spitzer, K. (2006). 3-D modeling and inversion of DC resistivity data incorporating topography - Part II: Inversion. *Geophysical Journal International*, 166, 506-517.

Güven M., Yazıcı B., Intes X. et Chance B. (2005). Diffuse optical tomography with a priori anatomical information. *Physics in Medicine and Biology*, 50, 2837-2858

Haber, E. et Oldenburg, D. (1997). Joint inversion: a structural approach. *Inverse Problems*, 13, 63–77.

Hadamard, J. (1902). Sur les problèmes aux dérivées partielles et leur signification physique. *Princeton University Bulletin*, 49-52.

Holliger, K. et Bergmann, T. (2002). Numerical modeling of borehole georadar data. *Geophysics*, 67, 1249–1257.

Hyndman, D. W., Harris, J. M. et Gorelick, S. M. (1994). Coupled seismic and tracer test inversion for aquifer property characterization. *Water Resources Research*, 30, 1965-1977.

Idier, J. (2001). *Approche bayésienne pour les problèmes inverses*. Paris : Hermès Science Publications.

Inman, J. R. (1975). Resistivity inversion with ridge regression. *Geophysics*, 40, 798-17.

Irving, J. D., Knoll, M. D. et Knight, R. J. (2007). Improving crosshole radar velocity tomograms: A new approach to incorporating high-angle traveltimes. *Geophysics*, 72, J31–J41.

Johnson, T. C., Routh, P. S., Barrash, W. et Knoll, M. D. (2007). A field comparison of Fresnel zone and ray-based GPR attenuation-difference tomography for time-lapse imaging of electrically anomalous tracer or contaminant plumes. *Geophysics*, 72, G21–G29.

Jol, H. (2009). *Ground penetrating radar: Theory and applications*. Amsterdam : Elsevier.

Knight, R. J. (2001). Ground penetrating radar for environmental applications. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, 29, 229-255.

Kozlovskaya, E. (2001). *Theory and application of joint interpretation of multimethod geophysical data*. Ph.D. Department of Geophysics, University of Oulu, Finland.

Kuroda, S., Takeuchi, M. et Kim, H. J. (2007). Full-waveform inversion algorithm for interpreting crosshole radar data : A theoretical approach. *Geosciences Journal*, 11, 211–217.

Labrecque, D. J., Miletto, M., Daily, W., Ramirez, A. et Owen, E. (1996). The effects of noise on Occam's inversion of resistivity tomography data. *Geophysics*, 61, 538-548.

Labrecque, D. J. et Ward, S. H. (1990). Two-dimensional cross-borehole resistivity model fitting. In S. H. Ward (éd.), *Geotechnical and Environmental Geophysics* (III, pp. 51-74). SEG.

Leidenfrost, A., Ettrich, N., Gajewski, D., et Kosloff, D. (1999). Comparison of six different methods for calculating traveltimes. *Geophysical Prospecting*, 47, 269-297.

Lelièvre, P. (2009). Integrating geological and geophysical data through advanced constrained inversions. Ph.D. University of British Columbia, British Columbia, Canada.

Li, Y. et Oldenburg, D. W. (1992). Approximate inverse mappings in DC resistivity problems. *Geophysical Journal International*, 109, 343-362.

Linde, N., Binley, A., Tryggvason, A., Pedersen, L. B. et Revil, A. (2006a). Improved hydrogeophysical characterization using joint inversion of crosshole electrical resistance and ground penetrating radar traveltime data, *Water Resources Research*, 42, W12404.1- W12404.16.

Linde, N., Binley, A., Tryggvason, A., Pedersen, L. B. et Revil, A. (2006b). Structural approach to joint inversion of hydrogeophysical. *Computational Methods for Water Resources*, Copenhagen (pp. 31-33).

Lines, L. R., Schultz, A. K. et Treitel, S. (1988). Cooperative inversion of geophysical data. *Geophysics*, 53, 8–20.

Loke, M. H. (2009). *Lecture notes on 2D & 3D electrical imaging surveys*, tiré de <http://www.geoelectrical.com>.

Loke, M.H. et Barker, R.D. (1995). Least-squares deconvolution of apparent resistivity pseudosections. *Geophysics*, 60, 1682-1690.

Loke, M.H. et Barker, R.D. (1996). Rapid least-squares inversion of apparent resistivity pseudosections by a quasi-Newton method. *Geophysical Prospecting*, 44, 131-152.

Loris, L., Nolet, G., Daubechies, I et Dahlen, F. A. (2006). Tomographic inversion using l1-norm regularisation of wavelet coefficients. *Geophysical Journal International*, 170, 359-370.

Luo, Y., Xia, J., Liu, J., Liu, Q. et Xu, S. (2007). Joint inversion of high-frequency surface waves with fundamental and higher modes. *Journal of Applied Geophysics*, 62, 375–384.

Lytle, R. J., Okada, J. T. et Concepcion, C. (1980). The potential field around subsurface electrically excited conductors. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, GE-18, 240-243.

Mackie, R. L., Bennett, B. R. et Madden, T.R. (1988). Long-period magnetotelluric measurements near the central California coast: a land-locked view of the conductivity structure under the Pacific Ocean. *Geophysical Journal*, 95, 181-194.

Maeda, N. (1985). A method for reading and checking phase times in autoprocessing system of seismic wave data. *Zisin (Journal of the Seismological Society of Japan)*, 38, 365–380. (in Japanese, with English abstract).

Maillot, J. M., Seguin, M.-K., Gupta, O. P., Akhauri, H. M. et Sen, N. (1999). Electrical resistivity tomography survey for delineating uncharted mine galleries in West Bengal, India. *Geophysical Prospecting*, 47, 103-116.

Mallat, S. (1999). *A wavelet tour of signal processing (2nd. ed)*. San Diego : Academic Press.

Marple, S. L. (1987). *Digital spectral analysis*. Prentice-Hall P.T.R.

Marquardt, D. W. (1970). Generalized inverses, ridge regression, biased linear estimation, and nonlinear estimation. *Technometrics*, 12, 591-612.

McGillivray, P. R. et Oldenburg, D. W. (1990). Methods for calculating Frechet derivatives and sensitivities for the non-linear inverse problem: a comparative study. *Geophysical Prospecting*, 38, 499-524.

McGillivray, P. R. (1992). *Forward modeling of DC resistivity and MMR data*. Ph.D. University of British Columbia, British Columbia, Canada.

Meju, M. A. (1994). *Geophysical data analysis: Understanding inverse problem, theory and practice*. Course notes series (vol. 6), SEG.

Meju, M. et Gallardo, L. A. (2006). Joint 2D audiofrequency magnetotelluric and seismic refraction cross-gradients imaging: implications for lithofacies and structural classification. *IAGA WG 1.2 on Electrom. Induction in the Earth* , 17-23.

Menke, W. (1984). *Geophysical data analysis : discrete inverse theory*. Academic press.

Messinger, J. (2004). Effective automatic picking of travelttime data with high precision. *Proceedings of the 10th International Conference on Ground-Penetrating Radar*.

Modin I.N., Shevnin V.A., Pervago E.V., Bobatchev A.A., Marchenko M.N. et Lubchikova, A.V. (1994). Distortion of VES data caused by subsurface inhomogeneities. *56th EAGE meeting*, Vienna, Austria, Expanded Abstracts, 129.

Mohammad-Djafari, A. (1999). *Inférence bayésienne pour les problèmes inverses*, Notes de cour, tiré de <http://djafari.free.fr/html/teaching.htm#proba>.

Monteiro Santos, F. A., S. A. Sultan, P. Represesas, and A. L. El Sorady. (2006). Joint inversion of gravity and geoelectrical data for groundwater and structural investigation: Application to the northwestern part of Sinai, Egypt, *Geophysical Journal International*, 165, 705–718.

Moorkamp, M., Jones, A. G. et Eaton, D. W. (2007). Joint inversion of teleseismic receiver functions and magnetotelluric data using a genetic algorithm : Are seismic velocities and electrical conductivities compatible ? *Geophysics Research Letters*, 34, 1–5.

Moser, T. J. (1991). Shortest path calculation of seismic rays. *Geophysics*, 56, 59-67.

Nolet. G. (1987). Seismic wave propagation and seismic tomography, In Nolet (éd.), *Seismic tomography with applications in global seismology and exploration geophysics* (p1-24), D. Reidel publishing company.

Oldenburg, D. W. (1978). The joint inversion of magnetotelluric and direct current observations. *Eos, Trans., Am. Geophy. Union*, 59, 1036.

Olhoeft, G. R. (1981). Electrical properties of rocks, in Y. S. Touloukian, Y. S. Judd, R. F. Roy (éd.), *Physical properties of rocks and minerals* (pp. 257-330). McGraw-Hill Book.

Olhoeft, G. R. (1998). Electrical, magnetic and geometric properties that determine ground penetrating radar performance. *7<sup>th</sup> International Conference Ground Penetrating Radar*, Lawrence, 177-82.

Olsson, O., Falk, L., Forslund, O. et Sandberg, E. (1992). Borehole radar applied to the characterization of hydraulically conductive fracture zones in crystalline rock. *Geophysical Prospecting*, 40, 109–142.

Paasche, H., Tronicke, J., Holliger, K., Green, A.G., Maurer, H. (2006). Integration of diverse physical-property models: Subsurface zonation and petrophysical parameter estimation based on fuzzy c-means cluster analyses. *Geophysics*, 71, H33-H44.

Paasche, H. et Tronicke, J. (2007). Cooperative inversion of 2D geophysical data sets: A zonal approach based on fuzzy c-means cluster analysis. *Geophysics*, 72, A35-A39.

Park, S. K. et Van, G. P. (1991). Inversion of pole-pole data for 3-D resistivity structure beneath arrays of electrodes. *Geophysics*, 56, 951-960.

Parker, R. L. (1994). *Geophysical inverse theory*. Princeton University Press.

Pessel, M. et Gibert, D. (2003). Multiscale electrical impedance tomography. *Journal of Geophysical Research*, 108, 2054-2065.

Pokar, M. (2002). Investigation of the unsaturated zone of the Sherwood Sandstone using petrophysical and geophysical monitoring methods, Ph.D. University of Leeds, Leeds, Grande Bretagne.

Pokar, M., West, L. J., Winship, P. et Binley, A.M. (2001). Estimating petrophysical data from borehole geophysics, *Proc. Symp. Applications of Geophysics to Engineering and Environmental Problems*. Denver (p.10).

Pokar, M., West, L. J. et Odling, N. E. (2006). Petrophysical characterization of the Sherwood Sandstone from East Yorkshire. In R.D. Barker and J. H. Tellam (éd.), *Fluid flow and solute movement in Sandstones: The onshore UK permo-triassic red bed sequence (pp. 103-118)*. London : The Geological Society.

Pous, J., Marcuello, A., et Queralt, P. (1987). Resistivity inversion with a priori information. *Geophysical Prospecting*, 35, 590-603.

Powers, M. (1997). Modeling frequencydependent GPR. *Leading Edge*. 16, 1657–1662.

Raiche, A. P., Jupp, D. L. B., Rutter, H. et Vazoff, K. (1985). The joint use of coincident loop transient electromagnetic and schlumberger sounding to resolve layered structures. *Geophysics*, 50, 1618–1627.

Reynolds, J. M. (1997). *An Introduction to applied and environmental geophysics*. England : Wiley.

Rhoades, J. D., Raats, P.A.C. et Prather, R. J. (1976). Effects of liquid-phase electrical conductivity, water content, and surface conductivity on bulk soil electrical conductivity. *Soil Science Society of America Journal*, 40, 651-655.

Ritz M., Robain H., Pervago E., Albouy Y., Camerlynck C., Descloitres M. et Mariko A. (1999). Improvement to resistivity pseudosection modelling by removal of near-surface inhomogeneity effects : application to a soil system in South Cameroon. *Geophysical Prospecting*, 47, 85-101.

Saarenketo, T. (1998). Electrical properties of water in clay and silt soils. *Journal of Applied Geophysics*, 40, 73-88.

Sasaki, Y. (1989). Two-dimensional joint inversion of magnetotelluric and dipole-dipole resistivity data. *Geophysics*, 54, 254-262.

Seber, G. A. F. (1984). *Multivariate Observations*. Hoboken, NJ : John Wiley & Sons, Inc.



Selesnick, I. W., Baraniuk, R. G. & Kingsbury, N. (2005). The dual-tree complex wavelet transform — A coherent framework for multiscale signal and image processing, *IEEE Signal Processing Magazine*, 22, 123-151.

Sen, M. K. et Stoffa, P. L. (1995). *Global Optimization Methods in Geophysical Inversion*. Netherlands : Elsevier Science Publications.

Shima, H. (1992). 2-D and 3-D resistivity image reconstruction using crosshole data. *Geophysics*, 57, 1270-1281.

Sihvola, A. (2000). Mixing rules with complex dielectric coefficients. *Subsurface Sensing Technologies and Applications*, 1, 393–415.

Slater, L., Binley, A., Daily, W. et Johnson, R. (2000). Cross-hole electrical imaging of a controlled saline tracer injection, *Journal of Applied Geophysics*, 44, 85-102.

Smith, N. C. et Vozoff, K. (1984). Two-dimensional DC resistivity inversion for dipole-dipole data. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, GE-22, 21-28.

Tarantola, A. (1987). *Inverse problem theory*. New-York : Elsevier.

Tarantola, A. et Valette, B. (1982). Generalized non linear inverse problem using the least squares criterion. *Review of Geophysics and Space Physics*, 20, 219-232.

Teolis, A. (1998). *Computational signal processing with wavelets*. Boston : Birkhäuser.

Tikhonov, A. N. (1963). The regularization of ill-posed problems. *Dokl. Akad. Nauk., SSR* 153, 49–52.

Tikhonov, A. N., et Arsenin, V. Y. (1977). *Solutions of Ill-Posed Problems*, John Wiley, Hoboken, N. J.

Tondi, R., Franco, R. D. et Barzaghi, R. (2000). Sequential integrated inversion of refraction and wide-angle refraction traveltimes and gravity data for two-dimensional velocity structures. *Geophysical Journal International*, 141, 679–698.

Topp, G. C., Davis, J. L. et Annan, A. P. (1980). Electromagnetic determination of soil water content: Measurements in coaxial transmission lines. *Water Resources Research*, 16, 574–582.

Tronicke, J. (2007). The influence of high frequency uncorrelated noise on first-break arrival times and crosshole traveltimes tomography. *Journal of Environmental and Engineering Geophysics*, 12, 173–184.

Tronicke, J., Holliger, K., Barrash, W et Knoll, M. D. (2004). Multivariate analysis of cross-hole georadar velocity and attenuation tomograms for aquifer zonation. *Water Resources Research*, 40, W01519.

Tronicke, J., Tweeton, D. R., Dietrich, P. et Appel, E. (2001). Improved crosshole radar tomography by using direct and reflected arrival times. *Journal of Applied Geophysics*, 47, 97–105.

Valle, S., Zanzi, L. et Rocca, F. (1999). Radar tomography for NDT: comparison of techniques. *Journal of Applied Geophysics*, 41, 259-269.

Van der Sluis A. et Van der Vorst, H. A. (1987). Numerical solution of large sparse linear algebraic systems arising from tomographic problems, In Nolet (éd.), *Seismic tomography with applications in global seismology and exploration geophysics* (p. 49-84), D. Reidel publishing company.

Vidale J. (1988). Finite-difference calculation of traveltimes. *Bulletin of the seismological society of America*, 78, 2062-2076.

Vozoff, K. et Jupp, D. L. B. (1975). Joint inversion of geophysical data. *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society*, 42, 977–991.

Wang, Z., Bovick, A., C, Sheick, H.R, et Simoncelli, E.P. (2004). Image quality assessment: From error visibility to structural similarity, *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 13, no. 4, 600-612.

Wang, Z et Simoncelli, E. P. (2005). Translation insensitive image similarity in complex wavelet domain, *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, & Signal Processing*, Philadelphia (vol. II, 573-576).

Ward, S. H et Hohmann, G.W. 1988. Electromagnetic theory for geophysical applications. In M.N. Nabighian (éd.), *Electromagnetic Methods in Applied Geophysics* (v1, pp.130–311). SEG.

West, L. J., Handley, K., Huang, Y. et Pokar, M. (2003). Radar frequency dielectric dispersion in sandstone: Implications for determination of moisture and clay content. *Water Resources Research*, 39, 1026-1037.

West, L. J. et Truss, S. W. (2006). Borehole time domain reflectometry in layered sandstone: Impact of measurement technique on vadose zone process identification. *Journal of Hydrology*, 319, 143-162.

Yang, X. et Labrecque, D. J. (1998). Stochastic inversion of 3D ERT data. *SAGEEP*, Chicago.

Yi, M.-J., Kim, J.-H. et Chung, S.-H. (2003). Enhancing the resolving power of least-squares inversion with active constraint balancing. *Geophysics*, 68, 931– 941.

Zeyen, H. et Achauer, U. (1997). Deep structure of the baikal rift zone revealed by joint inversion of gravity and seismology. In K. Fuchs (ed.), *Upper Mantle Heterogeneities from active and passive seismology* (pp.155–168). Kluwer Academic Publishers.

Zhang, J., Mackie, R. L. et Madden, T. R. (1995). Three-dimensional resistivity forward modeling and inversion using conjugate gradients. *Geophysics*, 60, 1313-1325.

Zhang, J., Rodi, W., Mackie, R. L. et Shi, W. (1996). Regularization in 3-DC resistivity tomography. *Proceeding of the Symposium on the Application of Geophysics to Engineering and Environmental Problems*, SAGEEP 96, Colorado (687-694).

Zhang, H., Thurber, C. et Rowe, C. (2002). Automatic P-wave arrival detection and picking with multiscale wavelet analysis for single-component recordings. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 93, 1904–1912.

Zhdanov, M. S. (2001). Geophysical inverse theory and regularization problems. *Methods in Geochemistry and Geophysics*, 36, Elsevier.

Zhou, B. et Fullagar, P. K. (2001). Delineation of sulphide ore-zones by borehole radar tomography at Hellyer mine, Australia. *Journal of Applied Geophysics*, 47, 261–269.

Zhou, B. et Greenhalgh, S. A. (1997). A synthetic study of crosshole resistivity imaging with different electrode arrays. *Exploration Geophysics*, 28, 1-5.

Zhou, B. et Greenhalgh, S. A. (2000). Crosshole resistivity tomography using different electrode configurations. *Geophysical prospecting*, 48, 887-912.

## ANNEXE 1 – Calcul des hyperparamètres

Les résultats exposés dans cette annexe peuvent être retrouvés dans Guven et al. (2005). Comme on pose l'hypothèse que  $\mu$  est indépendant des valeurs estimées de  $\hat{m}$  et de  $\hat{\delta}$ , l'équation (5.20) peut être exprimée en utilisant l'équation (5.17) comme suit :

$$\hat{\mu} = \underset{(\mu)}{\operatorname{argmin}} \left\{ \left( \frac{1}{2} (m - \mu)^T C_2^{-1} (m - \mu) + \frac{1}{2} (\mu - \tilde{\mu})^T C_\mu^{-1} (\mu - \tilde{\mu}) \right) \right\} \quad (\text{A2.1})$$

Si l'on considère maintenant, la formulation (A2.1) pour une sous-image ou une zone  $i$ , on peut écrire :

$$\hat{\mu}_i = \underset{(\mu_i)}{\operatorname{argmin}} \left\{ \left( \frac{1}{2\hat{\delta}_i} (\hat{m}_{Ni} - \mu_i)^T (\hat{m}_{Ni} - \mu_i) + \frac{1}{2\vartheta_i^2} (\mu_i - \tilde{\mu}_i)^T (\mu_i - \tilde{\mu}_i) \right) \right\} \quad (\text{A2.2})$$

où  $\hat{m}_{Ni}$  est un vecteur de taille  $N_i$  et représente les paramètres estimés dans la zone  $i$ .  $N_i$  est le nombre de cellules dans la zone  $i$ .

La minimisation de (A2.2) en fonction de  $\mu_i$  donne :

$$\hat{\mu}_i = \frac{1}{2N_i} \left( \frac{\vartheta_i^2}{\vartheta_i^2 + \delta_i^2} \sum_{k=1}^{N_i} \hat{m}_{Ni,k} + \frac{\delta_i^2}{\vartheta_i^2 + \delta_i^2} N_i \tilde{\mu}_i \right) \quad (\text{A2.3})$$

On procède de la même manière pour l'estimation de  $\delta$ . En considérant  $\delta$  indépendant des deux autres paramètres et en utilisant une formulation de (5.19) pour une sous-image ou une zone  $i$ , on peut écrire :

$$\hat{\delta}_i = \underset{(\delta_i)}{\operatorname{argmin}} \left\{ \left( \log(\delta_i^{N_i}) + \frac{1}{2\delta_i^2} (\hat{m}_{N_i} - \hat{\mu}_i)^T (\hat{m}_{N_i} - \hat{\mu}_i) + \frac{1}{2\gamma_i^2} (\delta_i - \mu_{\delta_i})^T (\delta_i - \mu_{\delta_i}) \right) \right\} \quad (\text{A2.4})$$

La minimisation de (A2.4) par rapport à  $\hat{\delta}_i$  donne l'équation polynomiale suivante (Guyen et al., 2005):

$$N_i \delta_i^2 - (\hat{m}_{N_i} - \hat{\mu}_i)^T (\hat{m}_{N_i} - \hat{\mu}_i) + \frac{N_i}{2\gamma_i^2} \delta_i^3 (\delta_i - \mu_{\delta_i}) = 0 \quad (\text{A2.5})$$

Cette équation polynomiale d'ordre 4 peut être résolue numériquement. Pour simplifier les calculs, Guven et al. (2005) proposent de faire l'approximation  $\delta_i^2 \approx \mu_{\delta_i}$ , ce qui transforme l'équation (A2.5) en une équation polynômiale d'ordre 2 en fonction de  $\delta_i^2$ .

## ANNEXE 2 – Articles

- Article 1

Giroux. B., Bouchedda. A. and Chouteau M., 2009, Assisted travelttime picking of crosshole GPR data. *Geophysics*, 74, J35-J48, doi:10.1190/1.3141002.

- Article 2

Bouchedda. A., Chouteau M., Giroux. B, 2009, ERT2D- A 2.5-D Matlab electrical resistivity tomography package, *soumis à Computer and Geosciences*.

L'article 1 peut être consulté sur le journal *Geophysics*. L'article 2 qui a été soumis à la revue *Computer and Geosciences* est présenté ci-dessous.

## **ERT2D- A 2.5-D electrical resistivity tomography package in MATLAB**

Corresponding author:

Abderrezak Bouchedda

Departement CG&M, Ecole Polytechnique, CP 6079 succ. Centre-Ville, Montreal, Quebec, Canada, H3C 3A7.

Phone: 514-340-4711 ext. 4563

Fax: +001-514-340-3970

E-mail: bouchedda@geo.polymtl.ca

Michel Chouteau

Departement CG&M, Ecole Polytechnique, CP 6079 succ. Centre-ville, Montreal, Quebec, Canada, H3C 3A7.

E-mail: chouteau@geo.polymtl.ca

Bernard Giroux

Institut national de recherche scientifique, Centre eau-terre-environnement, 490, de la Couronne, Québec, Québec, G1K 9A9

E-mail: bernard.giroux@ete.inrs.ca

Date: August 2010

**Left Running Heading:** Bouchedda, Chouteau and Giroux.



## **ABSTRACT**

The Matlab implementation of a 2-D electrical resistivity tomography algorithm is presented. The software, called ERT2D, is designed to perform forward modelling and inversion of direct current electrical resistivity data accurately, efficiently and in a user-friendly manner. The forward modelling problem is solved by finite differences. Several electrode geometries can be used: pole-pole, pole-dipole and the various four-electrode configurations either on surface or in boreholes. The inverse problem is solved using a constrained nonlinear least-square Gauss-Newton algorithm. Smooth, minimum structures and stochastic inversion can be selected. ERT2D allows the addition of a number of constraints to the inversion system in order to enhance the final result, namely: starting model, reference model, resistivity freezing, sharp interface, and resistivity bounds. The regularization parameter can be selected manually or calculated automatically by the L-curve scheme or by applying an active constraints balancing technique. In addition, confidence analysis is carried out by calculation of the resolution matrix and depth of investigation index. The effectiveness and reliability of ERT2D has been tested with synthetic and field data. The results demonstrate the accuracy of the forward modelling code, whereas the consistency of inversion results is assessed by comparison with a commercial software. ERT2D comes with a powerful graphical user interface tool for forward modelling and inversion that is not common in other academic codes. The code is open source and can be used for any purpose including educational, research and commercial applications.

**Key Words:** Electrical resistivity tomography, inversion, forward modelling, Matlab.

## **Introduction**

Electrical Resistivity tomography (ERT), or electrical imaging, is a high resolution geophysical techniques that is among the most commonly used in a number of geosciences domains, such as for instance hydrogeophysics (Binley and Kemna, 2006), engineering geophysics (Ramirez et al., 1996), and mining exploration (Oldenburg et al., 1997). ERT consists in the resolution of an inverse problem by determining the electrical resistivity distribution of complex geological structures, from the measurements of the electric potential caused by the injection of a DC current. In practice, many sets of array electrodes measurements are collected, either on the

surface or in boreholes, to cover the investigated area. This inverse problem is nonlinear, ill-posed and generally underdetermined.

Numerous two- and three-dimensional modelling and inversion codes have been developed over the last 30 years. Although three-dimensional (3D) modeling and inversion algorithms are now available, most field applications are in 2-D. There are a few academic modelling/inversion codes available. Binley (2009) proposed a modelling and inversion freeware (R2) that uses quadrilateral or triangular mesh, works for surface and borehole measurements, demands the preparation of a few input files, and relies on external software for visualization. Gunther and Rucker (2009) present a complete set of 2-D/3-D ERT inversion codes (BERT) which must be compiled with a few external libraries. Pidliseky et al. (2006) proposed an open source Matlab code for 3-D ERT inversion using a Gauss-Newton algorithm and Pidliseky et al. (2008) developed another open source Matlab 2-D ERT modelling code, called FW2\_5D, using finite volumes. EIDORS (Polydorides and Lionheart, 2002) is another Matlab toolkit designed for two and three dimensional electrical impedance tomography applied to industrial and medical electrical imaging problems but not well adapted to earth science applications. Hence, open source, user friendly modelling, constrained inversion and confidence analysis ERT codes are not available. In this paper, we present a 2.5-D modelling and constrained inversion code called ERT2D, which is implemented in Matlab, a computing environment developed and commercialized by The MathWorks Inc. Numerous geophysical modeling and inversion programs have been developed in Matlab (Giroux et al., 2007, Irving and Knight, 2006, Pidlisecky et al., 2007, Pidlisecky and Knight, 2009, Lee et al., 2009).

ERT2D has many advantages:

- 1) it can be used for any purpose including educational, research and commercial applications. The fact that the code is open source can help the initiation of student to research.
- 2) ERT2D can be used under any operating system supported by The MathWorks, including Linux, Solaris, Windows or Mac OS X,

- 3) Several user-friendly graphical interfaces are developed to provide easy use of the code.
- 4) ERT2D can be used for modelling or for least-square constrained blocky, smooth or stochastic inversion. Several inversion parameters can be used to assess the non-uniqueness of the inverse problem. Inversion confidence can be estimated by calculation of the resolution matrix and depth of investigation index.
- 5) ERT2D being entirely written in Matlab, a great effort was deployed to «vectorize» the code in order to accelerate calculations as much as possible<sup>8</sup>.

The paper is divided into three main sections. In the first part we provide a review of the theory for ERT modelling and inversion. The finite difference method (Dey and Morrison, 1979) is used to solve the forward problem. The regularized ERT inverse problem is presented as the minimization of the Tikhonov parametric functional with a Gauss-Newton algorithm. Constraints such as positivity, resistivity bounds, resistivity freezing, and interface delimitation are introduced in the inversion system. In the second section of the paper we give a complete description of the modelling and inversion modules. Finally, in the third part, ERT2D is applied to synthetic and field data to test its reliability and performance.

## 2. Forward modelling

DC resistivity forward modelling consists in the numerical resolution of elliptic partial differential equations or integral equations, with the exception of simple model like stratified media, sphere and dyke, for which analytic solutions can be obtained. Many numerical 2D/3D approaches based on either finite difference (Dey and Morrison, 1979), finite element (Coggon, 1971), finite volume (Pidlisecky et al., 2007), integral equation (Snyder, 1976) or moment

---

<sup>8</sup> In recent versions of Matlab, vector-vector, matrix-vector and matrix-matrix products are multi-threaded automatically, which increases the computation speed further.

method (Das and Parasnis, 1987) have been developed during the last 50 years. In the present case, we used finite differences with surface elements (weak finite volume method) as proposed by Dey and Morrison (1979). The advantages of this method are its intuitive and easy implementation, good accuracy and fast computation.

Assuming a 3-D point source current at position  $(x_s, y_s, z_s)$  in a 2-D earth model of resistivity  $\rho(x, z)$  where the strike direction is given by the  $y$ -axis, the forward model governing equation in Fourier domain (Dey and Morrison, 1979) can be expressed as

$$-\nabla \cdot \left( \frac{\mathbf{1}}{\rho(x, z)} \nabla V(x, k, z) \right) - k^2 V(x, k, z) = \frac{I}{2} \delta(x - x_s, y - y_s) \text{ for } (x, z) \in \Omega; \Omega = \Gamma_s \cup \Gamma_\infty \quad (1)$$

subject to the boundary conditions applied to  $\partial\Omega = \Gamma_s \cup \Gamma_\infty$

$$\frac{\mathbf{1}}{\rho(x, z)} \frac{\partial V}{\partial n} + \lambda V = 0 \quad (2)$$

where  $I$  is the current intensity,  $\delta$  the Dirac function,  $k$  the wave number,  $n$  the outward normal and  $\lambda$  determines the boundary type.

The transformed potential  $V$  and its inverse  $v$  are related by

$$\begin{aligned} V(x, k, z) &= \int_0^\infty v(x, y, z) \cdot \cos(k \cdot y) dy \\ v(x, z) &= \frac{2}{\pi} \int_0^\infty V(x, y, z) \cdot \cos(k \cdot y) dk \end{aligned} \quad (3)$$

The closed domain  $\Omega$  is delimited by the air–earth interface ( $\Gamma_s$ ) and a fictitious boundary ( $\Gamma_\infty$ ). Homogeneous Neumann boundary conditions are applied at the air–earth interface ( $\lambda = 0$ ) and homogeneous mixed boundary conditions are applied on the subsurface boundary based on the physical behaviour of the potential at a given distance  $r$  from the point source.

The detailed discretization of equations (2) and (3) has been discussed in Dey and Morrison (1979) and will not be presented here. The resulting linear system of equations is given by

$$A V = q \quad (4)$$

where  $A$  is a symmetric definite positive matrix containing the coupling coefficients that depend on grid geometry and associated resistivity;  $q$  is the source vector containing  $I/2$  at the source position and zero elsewhere and  $V$  is the vector of the transformed potential at grid nodes. The solution of the linear system (4) is obtained by Cholesky decomposition. The principle of superposition is used to compute the voltage measurements for three or four electrode configurations. Hence, the linear system (4) is solved for each wave number and each source position. Define  $N$  the number of electrodes,  $K$  the number of wave number (in our implementation equal to 14) and  $M$  the number of measurements. Generally,  $M$  is much greater than  $N$ . With our algorithm, the Cholesky decomposition is done  $N$  times rather than  $M$  times, as illustrated in the following pseudo-code:

Simplified ERT forward modelling algorithm

For  $i=1$  to  $N$  (electrode position loop)

do Cholesky decomposition of  $A$

For  $j=1:K$  (wave number loop)

Solve  $A V_j = q_i$

end

end

To speed the algorithm further, a common source reference is used for boundary conditions (Schwarzbach et al., 2005), which allows the permutation of the electrode position loop with the wave number loop. In that way, only  $K$  Cholesky decompositions are calculated. To calculate the potential  $v$ , the integral of equation (3) is evaluated by Gauss-quadrature integration as described in Labrecque et al. (1996).

### 3. Inverse Problem

The ERT forward modeling operator is nonlinear, i.e. the relationship between resistivity and potential is nonlinear. Therefore, the resolution of the inverse problem using a descent like algorithm requires the linearization of the forward operator by its first order Taylor expansion,

$$F(m_i + \Delta m) \approx F(m_i) + J \cdot \Delta m \quad (5)$$

where we denote the forward modeling operator as  $F$ , the model parameter as  $m$ , and the Jacobian (or sensitivity matrix) as  $J$ .

The mathematical formalism of the regularized ERT linearized inverse problem is a minimization of the Tikhonov parametric functional (Tikhonov and Arsenin, 1977) that can be expressed in two ways (Menke, 1989). Firstly, when the regularization is to be applied directly on model parameters, the objective function is written as follow

$$\phi(m) = \|W_d(\Delta d - J\Delta m)\|_2^2 + \beta \|C \cdot (m - m_{ref})\|_2^2 \quad (6)$$

where we denote the data as  $d$ , the reference or *a priori* model  $m_{ref}$ , the matrix related to stabilizing functional as  $C$  and where  $\beta$  is the regularization parameter.

Secondly, the regularization is to be applied on model perturbation, such that

$$\phi(\Delta m) = \|W_d(\Delta d - J\Delta m)\|_2^2 + \beta \|C \cdot (\Delta m)\|_2^2 \quad (7)$$

The first term in equations (6) and (7) is the misfit functional, which is responsible for matching the theoretical values  $F(m)$  to the observed data  $d$ . The second term is the model objective function or stabilizing functional, which shapes the resulting distribution of model parameters for equation (6) and model perturbation parameters for equation (7), and  $\beta$  determines the relative importance of the data misfit and the model objective function. The solution is obtained by minimizing the function (6) or (7). Note that in ERT2D, the observed data  $d$  can be chosen as the logarithm of apparent resistivity, apparent resistivity or resistance. The use of the logarithm of both apparent resistivity and model resistivity allows scaling of both observed data and model parameters, in addition to guarantee the positiveness of model resistivity. However, with this change of variable, negative apparent resistivity that can be measured from borehole to borehole acquisition or some nonconventional surface arrays are discarded. To overcome this problem, apparent resistivity can be selected as observed data. Another alternative is to use the resistance, especially in presence of topography where the geometric factor (needed to compute the apparent resistivity) should be calculated numerically. Besides, in ERT2D, the regularization matrix  $C$  is defined as the combination of the identity matrix and the matrix of the first or second derivative of the parameter. It can be written as

$$C = \alpha_x D_x + \alpha_z D_z + \alpha_s I, \quad (8)$$

where:

$D_x$ : first or second derivative matrix in x direction

$D_z$ : first or second derivative matrix in z direction

$I$ : identity matrix

$\alpha_x, \alpha_z$ : smoothing weight factor in x and z direction respectively

$\alpha_s$ : smallness or closeness weight factor.

Spatially smooth or flat models result from the application of the first derivative or second derivative regularization matrix respectively. If there is no reference model ( $m_{ref}=0$ ), the identity matrix attempts to force the inversion to recover a smallness model, that is a model with low resistivity values. In the case of equation (7), it encourages low model perturbation values at each iteration. When a reference model is incorporated in the equation (6), this term ensures that the inversion result model has a small departure from reference model  $m_{ref}$ .

Using the linearization (5), the minimization of the objective functions (6) and (7) using a Gauss-Newton algorithm result the following iterative equations:

- for regularized model parameters

$$\Delta m_i = \left( J^T W_d^T W_d J + \beta \cdot C^T C \right)^{-1} \left( J^T W_d^T W_d (d - F(m_i)) - \beta \cdot C^T C (m_i - m_{ref}) \right) \quad (9)$$

- for regularized model perturbation

$$\Delta m_i = \left( J^T D^T D J + \beta \cdot C^T C \right)^{-1} J^T W_d^T W_d (d - F(m_i)) \quad (10)$$

Equations (9) and (10) represent the regularized normal equations that can be solved either by LU decomposition for small size problems or preconditioned conjugate gradient method for larger systems.

For some applications it is desirable to have blocky structures. However, such models are hard to obtain when using the minimization of the  $L_2$  norm of the spatial changes in the model resistivity. An alternate method is to use a general measure, like the  $L_1$  norm, that tends to produce models consisting of areas with piecewise constant resistivity values. Other measures of model structure in non-linear ERT blocky or minimum-structure inversions can be found in Farquharson and

Oldenburg (1998). In ERT2D, we have restricted our choice to three forms of measure: the  $L_1$  norm (Claerbout and Muir, 1973, Gunther et Rucker, 2006), the perturbed p-norm-like measure of Ekblom (1987), and the minimum support functional of Last and Kubik (1983) and Portniaguine and Zhdanov (1999). To use the standard least-squares formulation, the inverse problem can be solved using iterative re-weighted least-squares techniques applied to the minimization of the following weighted model functional

$$\phi(m) = \|W_d(\Delta d - J\Delta m)\|_2^2 + \beta \|W_c C \cdot (m - m_{ref})\|_2^2 \quad (11)$$

where  $W_c$  is weighting diagonal matrix that represents a penalty factors for the different model cell boundaries.

At this point it is interesting to note that the update equations (9) and (10) are a special case of the Bayesian formulation of Tarantola and Valette (1982), which writes in terms of covariance data matrix  $C_d$  and a priori model covariance matrix  $C_m$

$$\Delta m_i = \left( J^T W_d^T W_d J + \beta \cdot C_m^{-1} \right)^{-1} \left( J^T C_d^{-1} (d - F(m_i)) - C_m^{-1} (m_i - m_{ref}) \right) \quad (12)$$

$$\Delta m_i = \left( J^T W_d^T W_d J + \beta \cdot C_m^{-1} \right)^{-1} \left( J^T C_d^{-1} (d - F(m_i)) \right) \quad (13)$$

where

$$C_m^{-1} = \beta \cdot C^T C$$

$$C_d^{-1} = W_d^T W_d$$

Note that the covariance function and its parameters can be estimated by variogram fitting using electrical well logs data (Linde et al., 2006).

The regularization parameter  $\beta$  controls the trade-off between the stability and the resolution of the inversion. A few methods exist to choose the appropriate value of this parameter. Apart from trial and error adjustment, two methods are presented here. One is based on the L-curve method that consists in a log-log plot of the misfit function versus the model objective function, as the regularization parameter is varied. The optimal regularization parameter is related to the corner of the curve, which has the shape of an L. Note that the L-curve criterion has been developed for



linear problem and extended to nonlinear problem with some success (Farquharson and Oldenburg, 2004). However, as Vogel (1996) point out, this technique is not always efficient. In addition, there is no guarantee to obtain an L-shaped curve in the case of nonlinear inversion. To find the corner of the curve, the Matlab Regularization tools of Hansen (2007) are used. Note that the L-curve technique is applied at each iteration, for regularized model perturbation parameters and only in the first iteration in the case of regularized model parameters. In fact, at the first iteration, the misfit functional is the same for the two cases, while it depends on the step length and the regularization parameters for regularized model parameters. The other method is the constraint balancing technique (Yi *et al.*, 2003), that account for balancing between stability and the spatial resolution of the inverse problem using spread functions of the parameter resolution matrix. The regularization parameters as function of spread function (SF) is defined by the following formula (Yi *et al.*, 2003)

$$\log(\beta_i) = \log(\beta_{\min}) + \frac{\log(\beta_{\max}) - \log(\beta_{\min})}{\log(SP_{\max}) - \log(SP_{\min})} (\log(SP_i) - \log(SP_{\min})) \quad (14)$$

where  $\beta_i$  is the regularization coefficient of parameter  $i$ ,  $SP_i$  is the spread function of parameter  $i$ ,  $\beta_{\min}$  and  $\beta_{\max}$  are the minimum and maximum preselected values of the regularization coefficient, respectively, and  $SP_{\min}$  and  $SP_{\max}$  are the minimum and maximum preselected values of the spread functions, respectively.

To control the magnitude of model perturbation at each iteration and ensure convergence, line search techniques are introduced in the inversion system. The update equation is expressed as follows

$$m_{i+1} = m_i + s\Delta m_i \quad (15)$$

where  $s$  is line search parameter and  $\mathbf{0} \leq s \leq \mathbf{1}$ ;  $s \in \Re$

Two line search techniques that have been applied for least-square ERT inverse problem are implemented in ERT2D, namely the Armijo rule as described in Pidliseky *et al.* (2006) and the quadratic line search as proposed by Labrecque and Ward (1990).

### 3.1 Constraints

The more information about the desired properties of the solution is included in the inversion system, the more stable is the inversion (Menke, 1989). Hence, the addition of constraints can improve considerably the inversion results. In practice, useful information about the desired geological model can be obtained through many ways such as well logging, other geophysical methods, surface geology survey, etc. This information can be introduced in the inversion system as an *a priori* model, or as equality and inequality constraints. In this section, we will present a short theoretical overview of the constraints implemented in ERT2D. Further details can be found in (Kim et al., 1999; Günther and Rücker, 2006).

An *a priori* resistivity model ( $m_{ref}$ ) can be constructed based on the known geology, wells information and other geophysical methods. To ensure small departure from  $m_{ref}$ , a high value of closeness factor  $\alpha_s$  in equation (8), typically between 1 and 10, should be chosen. Note that to improve the convergence, the starting model can be selected as  $m_{ref}$ .

If the resistivities for some blocks are known, from well logging for example, it is possible to freeze their values in the inversion. The simplest way to implement this constraint consists in directly affecting the resistivity of the corresponding blocks in the starting model and in forcing the corresponding model perturbation to zero. In practice, this can be done by considering the following change of variable in the resolution of normal equation (8) to (9)

$$\Delta m_i = P \Delta m_i \quad (16)$$

where P is a diagonal matrix where the diagonal contains 0 where the resistivity should be fixed and 1 otherwise.

In some cases the boundary positions between geological units with sharp discontinuities can be known, for example from radar reflection or seismic refraction techniques. This information can be incorporated in the inversion using very small smoothing weight factors ( $\alpha_x, \alpha_z$ ) that allow for sharp boundaries. In that way, the resistivity model is smoothed by blocks. Note that we used the term maximum gradient in x and/or z direction to refer to this constraints in ERT2D.

Finally, the inverted resistivities can be bounded between lower and upper *a priori* resistivity values using the following change of variable (Kim et al., 1999)

$$m = \log\left(\frac{\rho - \rho_l}{\rho_u - \rho}\right) \quad (17)$$

where  $m$  is model parameters and  $\rho_l$  lower resistivity limits and  $\rho_u$  upper resistivity limits.

### 3.2 Confidence analysis

The reliability of ERT imaging is based primarily on calculating the model resolution (Binley and Kemna, 2005). However, as Snieder (1991) and Snieder and Trampert (2000) point out, the model resolution has been developed for linear inverse problems and can only be applied to weakly nonlinear problems; the nonlinearity affects both solution and resolution matrix. To our knowledge, there is presently no theory available to describe the appraisal problem for nonlinear inverse problems.

The resolution model describes how the estimated model is related to the true model, as described by the following equation

$$m = R \cdot m_{true} \quad (18)$$

where  $m$  is the estimated model vector,  $m_{true}$  is the true model vector and  $R$  is model resolution matrix defined as

$$R = \left( J^T W_d^T W_d J + \beta \cdot C^T C \right)^{-1} J^T W_d^T W_d J \quad (19)$$

In the ideal case, the model resolution matrix is equal to the identity matrix. Another approach for confidence analysis is to use the depth of investigation index (DOI) as described by Oldenburg and Li (1999). The idea behind DOI starts with the inversion from two different reference models. The regions of the model that are not well constrained by the data will have the resistivity of the respective reference model. Hence, the DOI can be defined as

$$DOI_i = \frac{|m_i^a - m_i^b|}{|m_{ref}^a - m_{ref}^b|} \quad (20)$$

where  $m_i^a$  the estimated model with the reference model  $m_{ref}^a$  and  $m_i^b$  is the estimated model with the reference model  $m_{ref}^b$ .

DOI values close to unity indicate the low sensitivity regions and consequently allow the identification of suspicious estimated model parameters. Inversely, low DOI values correspond to high sensitivity and consequently to the parts of the model that are better resolved. More details about the use of the model resolution matrix and DOI for confidence analysis in the case of ERT problems can be found in (Friedel, 2003; Miller and Routh, 2007).

Another important way to assess the reliability of a model is to determine the model in different ways using for example different regularization function, different regularization parameters, constraints, etc. The comparison of different results can show the most robust structures in the model and indicate its validity.

#### **4. Software Package description**

The ERT2D package is divided into two main GUI programs: *modelling\_dc* to create and calculate the forward response of any resistivity model and *inversion\_dc* to perform the inversions. These programs are accessible from the main ERT2D window or from the Matlab command line.

##### **4.1 Modelling**

The forward modelling is carried out using *calcul\_u\_S.m* Matlab function. The latter calculates the potential and sensitivity matrix using two structured variables, *XYZ* and *param*, that are defined in data management section below.

Forward modelling can be done using a GUI (*modelling\_dc.m*, shown in Fig. 1) or a Matlab script code (*script\_modelling.m*). The *modelling\_dc* program allows to interactively create a complex resistivity model and to calculate the corresponding forward response, while the modelling parameters and resistivity model must be entered by hand in *script\_modelling*.

The forward modelling procedure using *modelling\_dc* program can be summarized in five steps:

1. Reading of array geometry file: the user can read Res2Dinv files with general array format. The program *read\_data.m* is used for this purpose and can be easily modified to handle other file formats. Note that the same file format is used for inversion and modelling.
2. Grid parameters: the earth model is divided in a foreground, or region of interest that represent the resistivity model, and background region that represent the extension of resistivity model, needed to apply boundary conditions. The region of interest is sampled with a small step size while the block size in background region is extended with power increment toward the extremities.
3. Resistivity model: Resistivity models can be generated interactively. In the first step, a homogeneous model is created with a specified background resistivity. Any layer can then be added by defining its resistivity and the depth of its top and bottom limits. The “insert” resistivity button can also be used to add interactively resistivity blocks and hence create a complicated geometry.
4. Modelling parameters: In this section, the user can choose the number of wave number  $K$  used in the numerical calculation of the integral of equation (3). In addition, the calculation of sensitivity matrix can be selected.
5. Modelling: after defining all modelling parameters, forward modelling can be run. Progress status is displayed in a toolbar. The results can then be displayed using a visualization tool, *modelling\_visualization.m*, specially crafted for that purpose.

Figure 1: GUI of modelling\_dc program.

## 4.2. Inversion

Before carrying out inversion of ERT data, the inversion grid must be created. The program *mesh\_dc* called from ERT2D window allows to design the grid. Note that the GUI of *grid\_dc* is same as the GUI of *modelling\_dc* program except that panels 3 and 5 are not displayed. Once the data and inversion grid parameters are saved in a structured Matlab variable, the inversion can be done using the *inversion\_dc* program. It is designed to choose interactively all inversion parameters following 11 steps:

1. File input: the first step is reading the data file that has been created with the *grid\_dc.m* GUI for real data or with *modelling\_dc.m* for synthetic data.
2. Inversion variable: logarithm of apparent resistivity, apparent resistivity or resistance can be selected as the inversion variable.
3. Regularization function: the first (flatness) or second (smoothness) derivative can be chosen.
4. Inversion type: smooth, blocky or stochastic inversion can be selected. Three blocky inversion types are proposed, namely,  $L_1$ , minimum support and perturbed p-norm-like Ekblom's measure.
5. Regularization term: the regularization function can be applied on resistivity or on resistivity perturbation.
6. Constraints: the *constraints\_dc.m* program can be activated from the *inversion\_dc* GUI. Several constraints can be added to the inversion system, in particular the starting resistivity model, the reference resistivity model or the *a priori* model, the possibility to set and freeze resistivity values for given blocks, the capacity to maximize the gradient and finally the option to bound resistivity values. The starting resistivity model can be selected as homogeneous with specified resistivity or user defined using a text file, which

contains three columns: x position, z position and corresponding resistivity. The reference resistivity can be either homogeneous with specific resistivity defined by the user, the same as starting model or user defined using a text file in the same format as the user defined starting resistivity. If the resistivity of some blocks is known, for example from borehole logging, it is possible to freeze their values during the inversion. This can be done either by inputting a text file that has the same format as the user defined starting resistivity, or with an interactive tool. Geological boundary interfaces can be added interactively using the “maximize gradient” button, either in x or z direction. In addition, the resistivity can be bounded between predefined minimum and maximum values.

7. Data weights: ERT2D use a simple error model first proposed by Slater et al. (2000). Additive noise is assumed to be Gaussian and uncorrelated with zero mean. It can be written as  $\sigma_i = a|R_i| + b$ , where R is measured resistance,  $a$  is a constant that represents the standard deviation of R in percent, and  $b$  is the minimum resistance error in ohm. Note that all resistance values less than  $b$  are discarded from the inversion process. The constants  $a$  and  $b$  can be determined by reciprocity measurements (Binley et al., 1995) or chosen on an *ad hoc* basis. Following data weights model definition, the program ERT2D offers to preserve data weights to constant values, or to update the weights as the inversion progresses based on two robust estimation methods:  $L_1$  norm (Claerbout and Muir, 1973) and W-estimator (Labrecque and Ward, 1990) respectively. These robust estimators have the advantage to be insensitive to the existence of outliers. The W-estimator is more suitable for normally distributed data error, whereas the  $L_1$  norm estimation method is more appropriate for long-tailed distribution data error.

8. Inversion parameters: three inversion parameters can be adjusted: the regularization coefficient, weighting factors, and the line search method. The regularization parameter describes the trade-off between the stability and the resolution of the inversion. In our case, it can be chosen either by trial and error, by the L-curve approach (Hansen, 1992), or by active constraint balancing (ACB) approach (Yi et al., 2003). In the first case, the regularization coefficient for the first iteration is decreased by a factor of 2 at each iteration. A typical starting value is 1. The other two methods are described in section 3. Two line search techniques are proposed, namely, the Armijo line search and the quadratic line search commonly named two point parabola.

9. Convergence:

The rms values of the normalized residuals of the fitted data are computed as

$$\text{rms} = \sqrt{\frac{(F(m_i) - d)^T W_d^T W_d (F(m_i) - d)}{n}}, \quad (21)$$

where  $n$  is number of data.

The relative differences between the parameters of the model at two consecutive iterations  $m_{i-1}$  and  $m_i$  are computed as

$$\text{rmsm} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^N (m_{i,j} - m_{i-1,j})^2}{\sum_{j=1}^N m_{i-1,j}^2}}, \quad (22)$$

where  $N$  is number of parameters.

The algorithm is stopped if one of the following conditions is satisfied:

- a. rmsm is less than a predefined threshold, typically 5%;
- b. rms is less than a predefined value, typically 1;
- c. The gradient of the objective function is less than a specified value, typically 0.001.



- d. The number of iterations is reached;
10. Display: a display panel allows showing the inverted resistivity model, the DOI and the diagonal of the resolution matrix.
  11. Appraisal analysis: the DOI can be calculated by specifying two reference resistivity models. If the resolution model is calculated, its diagonal can be displayed using display panel tool

Figure 2: GUI of inversion\_dc program

Figure 3 : GUI of contraintes\_dc program

### 4.3 Data management:

Three structured variables are used in ERT2D: *XYZ*, *param* and *Inv*. *XYZ* defines the position of electrodes and measurements protocol. *Param* contains all the modelling and inversion parameters. The results of inversion are stored in the *Inv* structured variable. The detailed description of all structures contains can be found in the Matlab file *variables\_description.m*.

## 5. Validity test of ERT2D

In this section the reliability and effectiveness of the ERT2D modelling and inversion modules are tested. For forward modelling, the response of two models are examined and compared to the results given by ERT2D. In the case of inversion, the ERT2D results are compared to the output of the commercial software Res2Dinv by GEOTOMO SOFTWARE (Loke, 2010).

### 5.1 Modelling

To demonstrate the accuracy of the forward modeling code, two synthetic examples are used. In the first one, ERT2D is used to model an electrical resistivity profile response carried out perpendicularly to a vertical contact model with dipole-dipole measurements, as illustrated in Figure 4. The analytic solution can be found in Telford et al. (1990). The spacing between current electrodes C1-C2 and potential electrodes P1-P2 is equal to unity. The measurements are made on a 60 m long profile, with a 0.5 m displacement step. As illustrated in figure 4, the relative

errors in apparent resistivity between the analytic solution and the numerical response from ERT2D are less than 0.8%.

Figure 4

For the second experiment, synthetic data are generated by the forward modeling code of the academic software R2 developed at Lancaster University (Binley, 2009). A forward model for a cross borehole survey scenario such as the one illustrated in Binley and Kemna (2005) is used to test the ERT2D forward modelling code. This model consists in a conductive zone of 10 Ohm.m embedded in a 100 Ohm.m half space. Measurements are made between two boreholes 8 m apart with circulating dipole-dipole protocol where the distance between each current dipole and potential dipole are equal to 8 times of the minimum electrode spacing. R2 is used with the singularity removal technique option turned on. As shown in figure 5, the relative deviation in apparent resistivity between ERT2D and R2 codes is less than approximately 1.5%. In fact, 80% of data have less than 0.5 % relative deviation and only 1.2% have a relative deviation greater than 1%.

Figure 5

## 5.2 Inversion

In this section two examples will be presented to illustrate the main capabilities of the ERT2D inversion code. Because there are several options offered by the ERT2D inversion code and to avoid an unnecessary lengthy discussion, we will focus only on its main features.

For the first test, let us define a synthetic model that consists of a conductive zone embedded in a two layers model, as shown in figure 6. Crosshole data are generated by the ERT2D forward modeling code for two boreholes 4 m apart, with the dipole-dipole protocol (Binley and Kemna, 2006). A 3% white Gaussian noise was added to the data. Three smooth inversions were done using a constant regularization parameter, the ACB approach, and maximum gradient constraints at the interface between the two layers, respectively. As expected the inversions results with the ACB approach and constraints are better than the constant regularization inversion results. As

shown in figure 6, the layer interface is better defined and the extension of the conductive zone is less pronounced. Hence, the ACB for regularization parameters selection and the addition of constraints can improve the quality of resistivity image.

Figure 6

In the second example, ERT2D is applied to the inversion of field data and compared to the results provided by the commercial software Res2Dinv. The data presented here were collected to image an aquifer located near a wastewater treatment plant. The aquifer is embedded in unconsolidated sediments. Dipole-dipole measurements were carried out on 80m profile length using 2m unit electrode spacing. For inversion, all models were parameterized using cells of  $\Delta x = \Delta z = 1\text{m}$ .

Figure 7 shows the inversion results using the two independent programs, ERT2D and Res2Dinv, respectively. Two resistivity models are generated from ERT2D using first order smoothness constraints with a constant regularization parameter and ACB approach, respectively. Note that the regularization parameter is increased with depth automatically in Res2Dinv. Generally, the models show only slight differences. The more important differences occur at deeper layers ( $> 5\text{m}$ ) where the resolution is very low and DOI is near the value of 1. However, the ACB model result is closest to Res2Dinv model compared to ERT2D model result from a constant regularization parameter. As the resolution of surface resistivity imaging decreases with depth, the regularization parameter is increased heuristically by specific factor in Res2Dinv and automatically in ACB method using resolution matrix. In the two cases, the constraints of least-squares inversion are balanced according to the sensitivity of surface resistivity imaging with the depth. From the top to the bottom three discontinued resistivity layer can be recognized. The resistivity and depth of the third layer are not well resolved when comparing different inversion results. In fact, the depth of investigation and resolution for this layer are around 0.9 and 0.01, respectively. Hence, inversion results in this region are not well constrained by the data.

Figure 7

## 6 Conclusion

Electrical resistivity tomography is a geophysical imaging technique that has been widely used in the last decade, specifically in the field of hydrogeophysics. The main contribution of this work is an open source Matlab code developed for the forward modelling and constrained inversion of DC resistivity data, which can be used with any specific electrodes configurations, either in surface and/or boreholes. The package is divided into two interactive modules that allow solving the forward and inverse DC resistivity problem. The inversion module contains several optional inversion parameters, various regularization functions and different types of constraints, as well as confidence analysis capabilities that allow assessing the non-uniqueness of the inverse problem. The effectiveness and reliability of ERT2D has been validated with synthetic and field data.

## Acknowledgements

The authors acknowledge the financial support from FQRNT (Quebec) under grant ER-115473 and PR-134324.

## References

- Binley, A., 2009. R2 (version 2.5). Lancaster University, Lancaster, UK., 20pp.  
[http://www.es.lancs.ac.uk/people/amb/Freeware/R2/R2\\_readme.htm](http://www.es.lancs.ac.uk/people/amb/Freeware/R2/R2_readme.htm), [Accessed June 10, 2010].
- Binley, A., Kemna, A., 2005. Electrical methods. In: Rubin and Hubbard (Eds.) Hydrogeophysics., Springer, pp. 129-156.
- Binley, A.M., A.Ramirez and W.Daily, 1995, Regularised Image Reconstruction of Noisy Electrical resistance Tomography Data. In: Process Tomography - 1995, by Beck, M.S. et al. (Eds.), Proceeding Fourth Workshop of the European Concerted Action on Process Tomography, Bergen, Norway, pp. 401-410.

Claerbout, J.F., Muir, F., 1973. Robust modeling with erratic data. *Geophysics* 38, 826–844.

Coggon, J. H., 1971. Electromagnetic and electrical modeling by the finite-element method. *Geophysics* 36, 132-155.

Daily, W., Ramirez, A., Binley, A., LaBrecque, D., 2004. Electrical Resistance Tomography - Theory and Practice. Published in :Near Surface Geophysics, Investigations in Geophysics No. 13, Society of Exploration Geophysicists, pp. 525-550.

Das, U.C, Parasnis, D.S., 1987. Resistivity and induced polarisation responses of arbitrarily shaped 3-D bodies in two-layered earth. *Geophysical Prospecting* 35, 98-109.

Dey, A., Morrison, H. F., 1979. Resistivity modeling for arbitrarily shaped two-dimensional structures. *Geophysical Prospecting* 27, 106–136.

Eklblom, H., 1987, The  $L_1$ -estimate as limiting case of an  $L_p$ - or Huber-estimate. In: Dodge, Y. (Ed.) *Statistical Data Analysis Based on the  $L_1$ -Norm and Related Methods*, Elsevier, Amsterdam, pp. 109–116.

Farquharson, C.G., Oldenburg, D.W., 1998. Non-linear inversion using general measures of data misfit and model structure. *Geophysical Journal International* 134, 213–227.

Farquharson, C. G., Oldenburg, D. W., 2004. A comparison of automatic techniques for estimating the regularization parameter in non-linear inverse problems. *Geophysical Journal International* 156, 411–425.

Friedel, S., 2003. Resolution, stability and efficiency of resistivity tomography estimated from a generalized inverse approach. *Geophysical Journal International* 153, 305-316.

Giroux, B., Gloaguen, E., Chouteau, M., 2007. bh\_tomo—a Matlab borehole georadar 2D tomography package. *Computers & Geosciences* 33, 126-137.

Günther, T., Rücker, C., 2009. Boundless Electrical Resistivity Tomography BERT- the user tutorial (version 1.0). 28pp.

[http:// www. resistivity.net](http://www.resistivity.net), [Accessed June 10, 2010].

Günther, T., Rücker, C., 2006. A general approach for introducing information into inversion and examples from dc resistivity inversion, EAGE Near Surface Geophysics, Helsinki (Finland), 1197-1202.

Hansen, P., 1992. The L-curve and its use in the numerical treatment of inverse problems. In: P. Johnston (Ed.) Computational inverse problems in electrocardiology, Advances in Computational Bioengineering, WIT Press, Southampton, 4, pp. 119-142.

Hansen, P.C, 2007. Regularization Tools Version 4.0 for Matlab 7.3, Numerical Algorithms 46, 189-194.

Irving, J., Knight, R., 2006. Numerical modeling of ground-penetrating radar in 2-D using MATLAB. Computers & Geosciences 32, 1247-1258.

LaBrecque, D.J., Miletto, M., Daily, W., Ramirez, A., Owen, E., 1996. The effects of noise on Occam's inversion of resistivity tomography data, Geophysics 61, 538-548.

LaBrecque, D. J., and Ward, S. H., 1990, Two-dimensional cross-borehole resistivity model fitting. In: Ward, S., (Ed.) Geotechnical and Environmental Geophysics, Society of Exploration Geophysicists 3, pp. 51-74.

Last, B.J., Kubik, K., 1983. Compact gravity inversion, Geophysics 48, 713-721

Lee, S. K., Kim, H. J, Song, Y., Lee, C., 2009. MT2DinvMatlab-A program in MATLAB and FORTRAN for two-dimensional magnetotelluric inversion, Computers & Geosciences 35, 1722-1734.

Linde, N., Binley, A., Tryggvason, A., Pedersen, L.B, Revil, A., 2006. Improved hydrogeophysical characterization using joint inversion of crosshole electrical resistance and ground penetrating travelttime data. *Water Resources Research* 42, W12404, doi: 12410.11029/12006WR005131.

Loke, M.H., 2010. RES2DINV (Version 3.59), Rapid 2-D resistivity and IP inversion using the least square method. pp. 148.

<http://www.geoelectrical.com>, [Accessed June 10, 2010].

Menke, W., 1989. *Geophysical Data Analysis: Discrete Inverse Theory*, revised edn., Academic Press Inc, San Diego, CA, 289pp.

Miller, C. R., Routh, P. S., 2007. Resolution analysis of geophysical images: Comparison between point spread function and region of data influence measures. *Geophysical Prospecting* 55, 835–852.

Oldenburg D.W., Li Y., 1999. Estimation depth of investigation in dc resistivity and IP surveys. *Geophysics* 64, 403-416.

Oldenburg, D.W., Y. Li, Ellis, R.G., 1997. Inversion of geophysical data over a copper gold porphyry deposit: A case history for Mt.Milligan. *Geophysics* 62, 1419–1431.

Pidlisecky, A., Haber, E., and Knight, R., 2007. RESINVM3D: A MATLAB 3-D Resistivity Inversion Package, *Geophysics* 72, H1-H10.

Pidlisecky, A., Knight, R., 2008. A Rapid 2.5 Forward Modeling Algorithm for Electrical Resisitvity Modeling. *Computers and Geosciences* 34, 1645-1654.

Polydorides, N., Lionheart, W.R.B., 2002. A Matlab toolkit for 3-dimensional electrical impedance tomography: a contribution to the Electrical Impedance and Diffuse Optical Reconstruction Software project. *Measurement Science and Technology* 13, 1871-1883.

Portniaguine, O., Zhdanov, M.S., 1999. Focusing geophysical inversion images, *Geophysics* 64, 874-887.

Ramirez, A. L., Daily, W. D., Binley, A., LaBrecque, D. J., Roelant, D., 1996. Detection of leaks in underground storage tanks using electrical resistance methods. *Journal of Environmental and Engineering Geophysics* 1, 189-203.

Schwarzbach, C., Börner, R., Spitzer, K., 2005, Two-dimensional inversion of direct current resistivity data using a parallel, multi-objective genetic algorithm. *Geophysical Journal International* 162, 685-695.

Slater, L., Binley, A., Daily, W., Johnson, R., 2000. Cross-hole electrical imaging of a controlled saline tracer injection, *Journal of Applied Geophysics* 44, 85-102.

Snyder D.D., 1976. A method for modeling the resistivity and IP response of two-dimensional bodies. *Geophysics* 41, 997-1015.

Snieder, R., Trampert, J., 2000, Linear and nonlinear inverse problems, In: A. Dermanis, A. Grun and F. Sanso (EDs.) *Geomatic Methods for the Analysis of Data in the Earth Sciences*, Springer, Berlin, pp. 93-164.

Snieder, R., 1991. An extension of Backus-Gilbert theory to nonlinear inverse problems, *Inverse Problems* 7, 409-433.

Tarantola, A. and Valette, B., 1982, Generalized Nonlinear Inverse Problems Solved Using the Least Squares Criterion, *Rev. Geophys. Space Phys.* 20, 219-232



Telford, W.M, Geldart, L.P., Sheriff, R.E., 1990. Applied Geophysics, Second Edition, Cambridge University Press, Cambridge, 790pp.

Tikhonov, A. N., Arsenin, V. Y., 1977. Solutions of ill-posed problems, W. H. Winston and Sons, Wiley, New York, 258pp.

Vogel, C. R., 1996. Non-convergence of the L-curve regularization parameter selection method. Inverse Problems 12, 535-547.

Yi, M.-J., Kim, J.-H., Chung, S.-H., 2003. Enhancing the resolving power of least-squares inversion with active constraint balancing. Geophysics 68, 931–941.

Figures

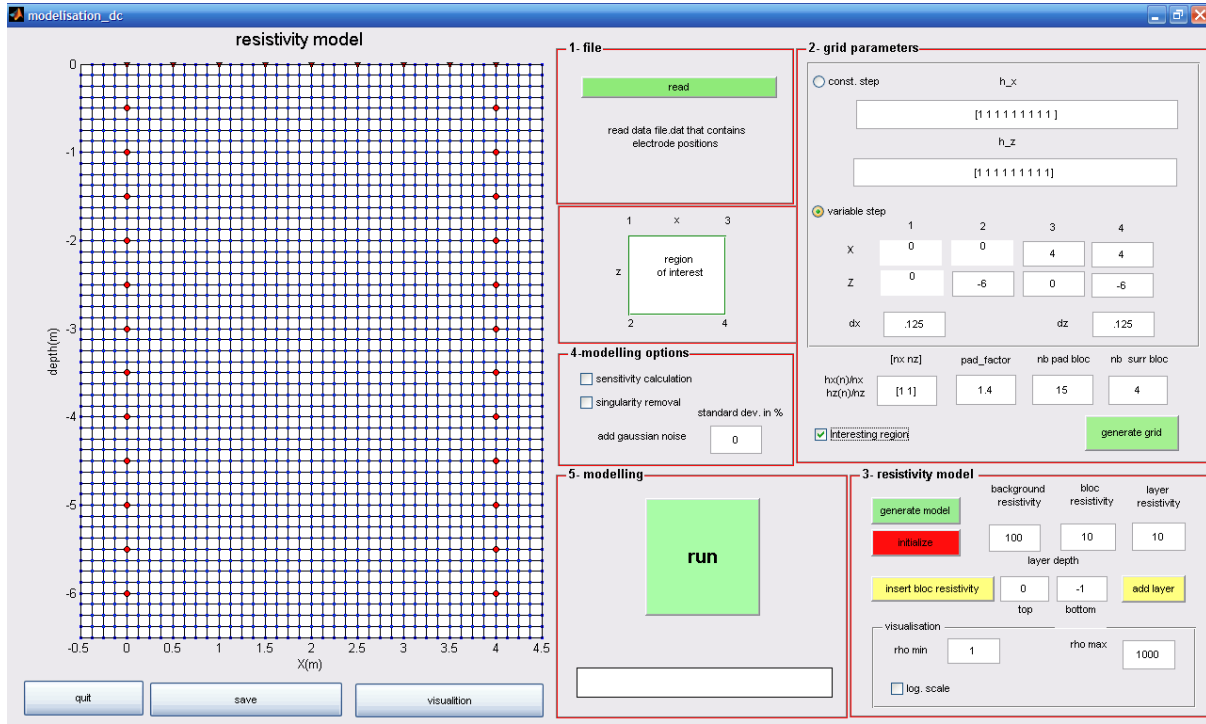


Fig. 1: GUI of modelling\_dc program.

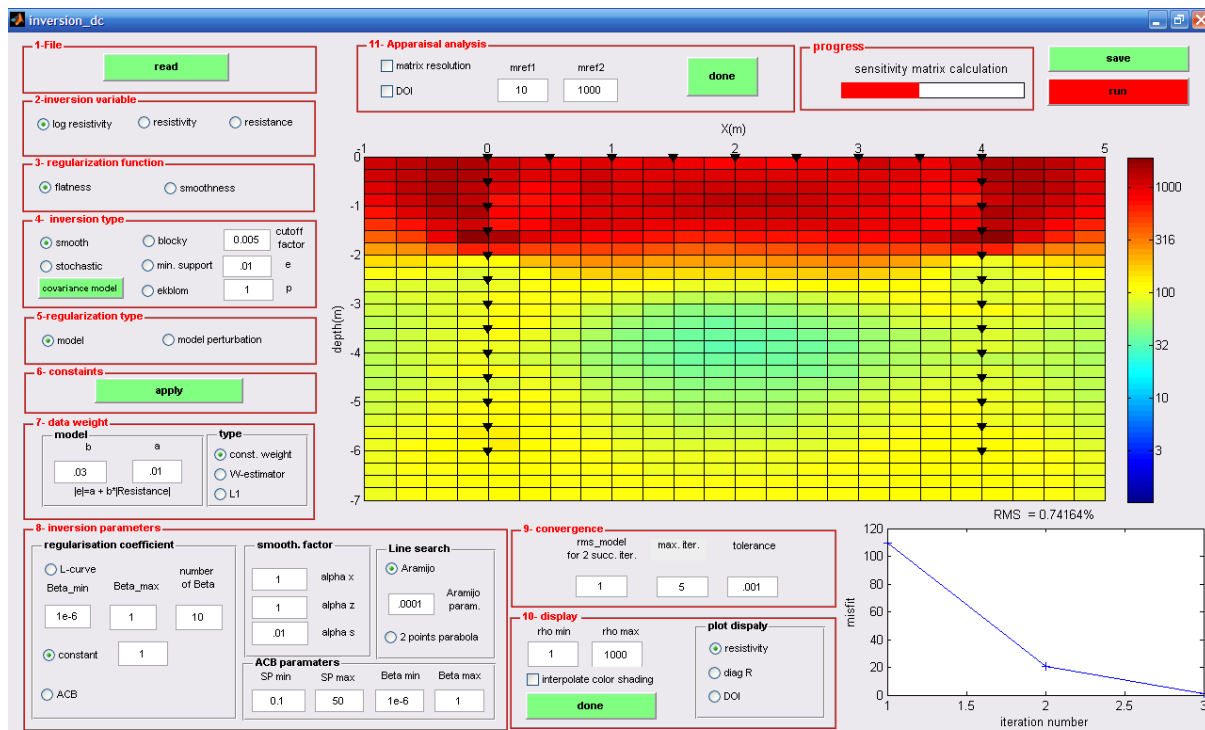
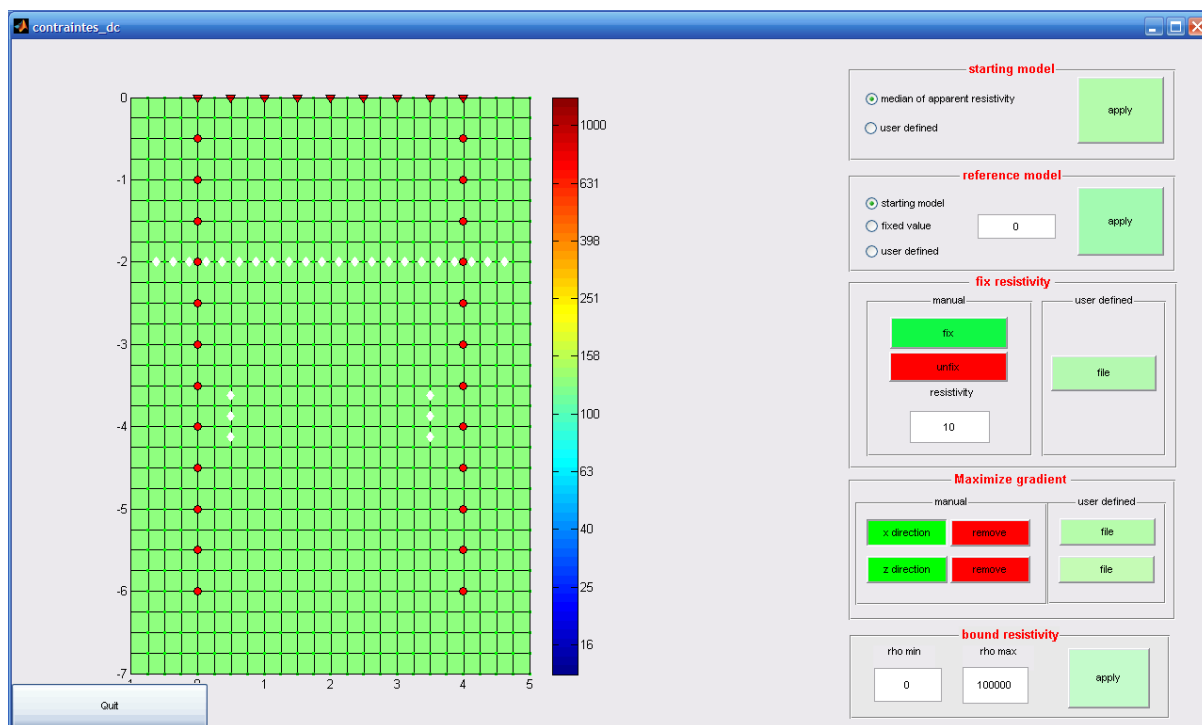
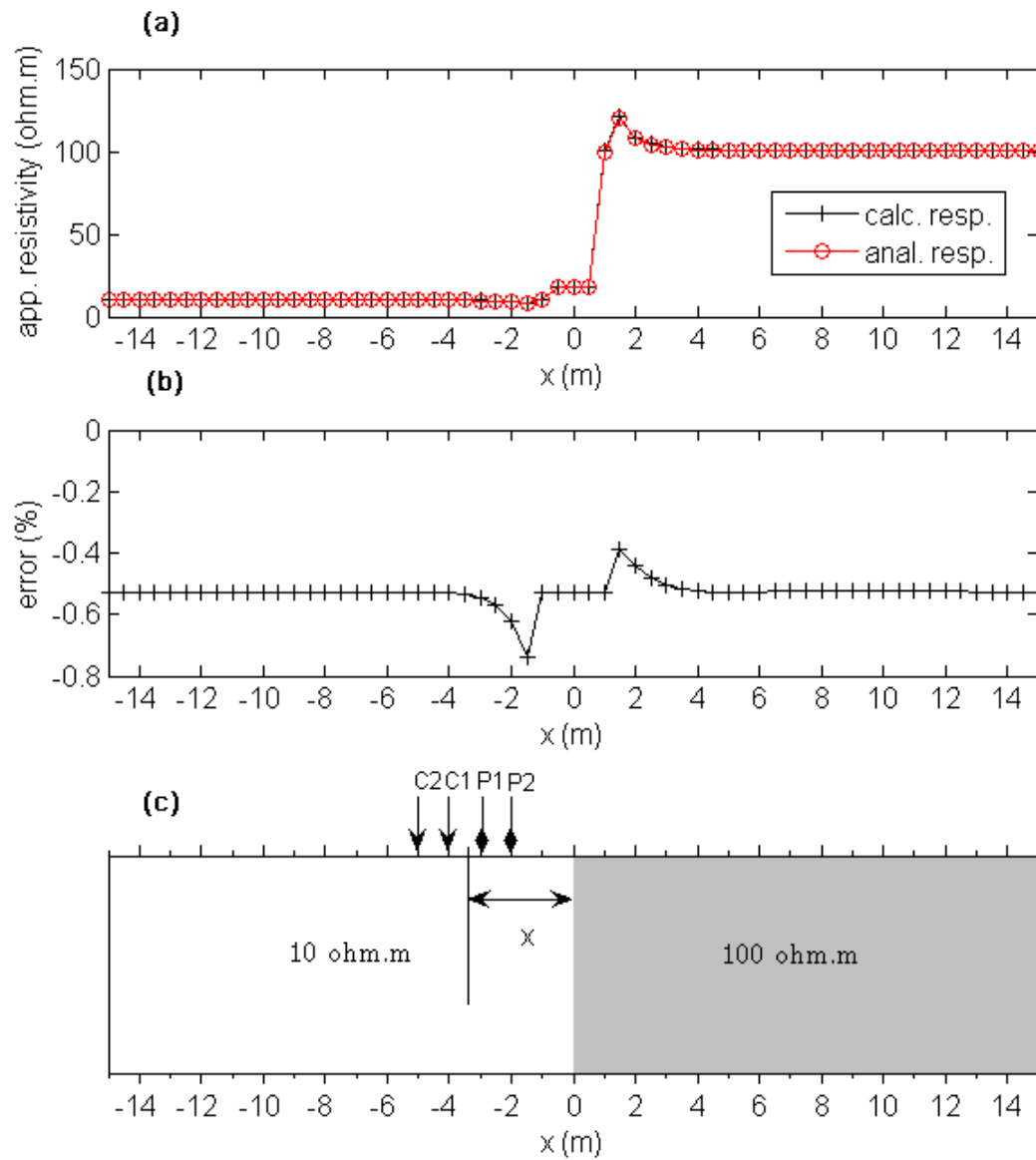


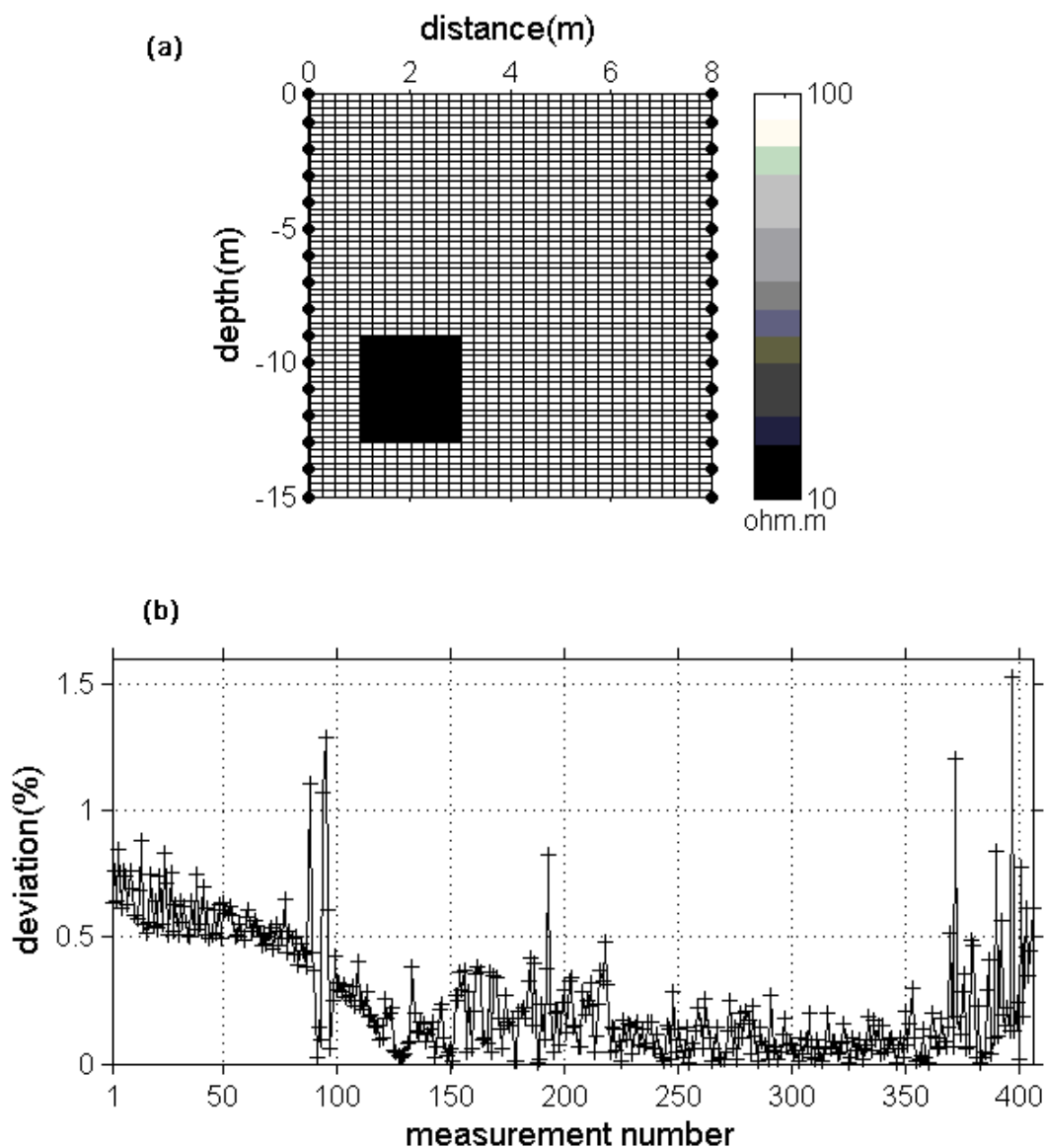
Fig. 2: GUI of `inversion_dc` program.



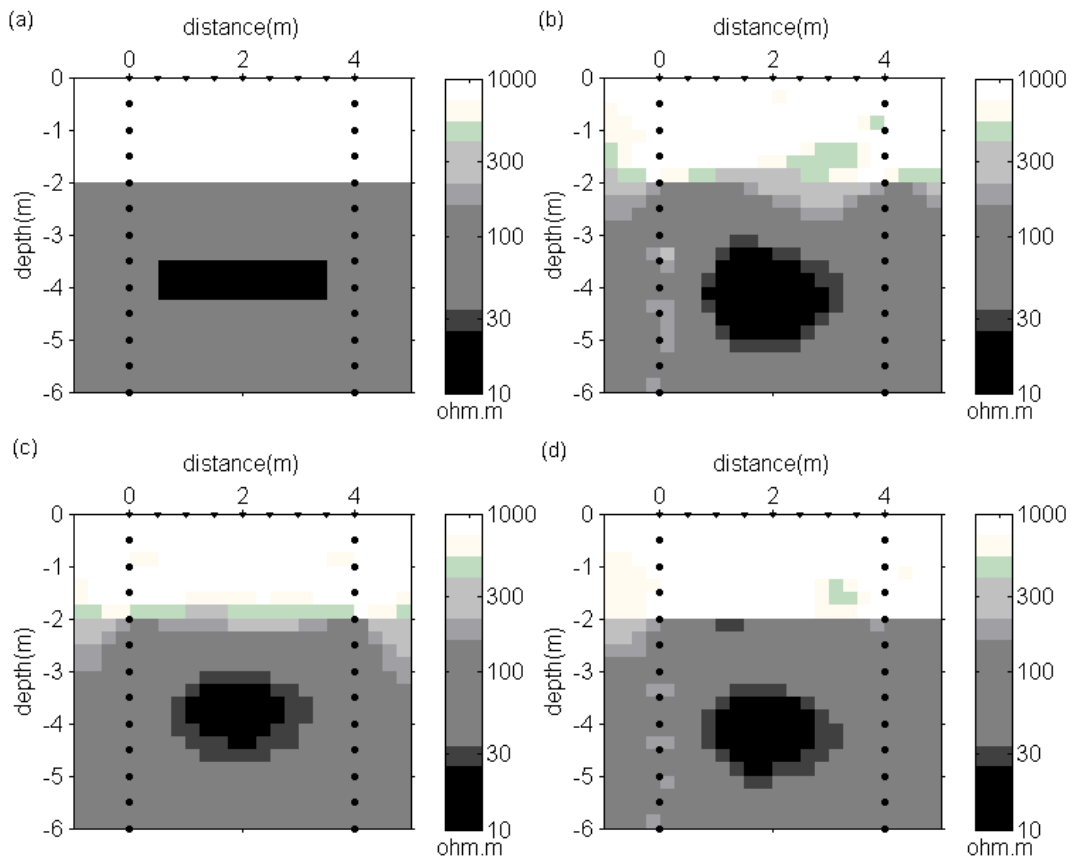
**Fig. 3:** GUI of contraintes\_dc program.



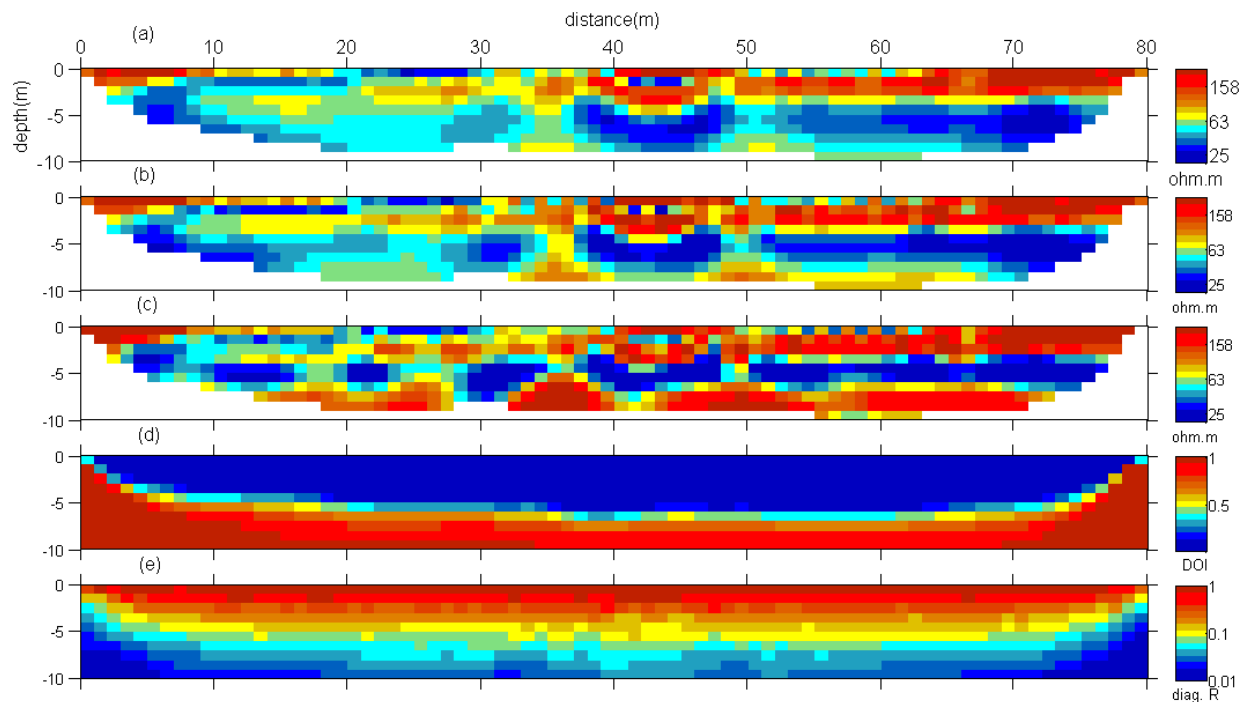
**Fig. 4.** Validity test of the 2.5D ERT forward response for a vertical contact model. (a) Apparent resistivity with the circle mark indicates analytic response and plus mark indicates ERT2D forward response. (b) The relative error in apparent resistivity between analytic and numerical response and (c) sketch of the vertical contact model with electrode positions.



**Fig. 5.** Performance test of ERT2D forward response for a model identical to the one illustrated in Binley and Kemna (2005). (a) A conductive zone of 10 Ohm.m is embedded in the 100 Ohm.m half space. Measurements are made between two boreholes 8m apart with “skip7” dipole-dipole protocol and (b) the relative deviation in apparent resistivity between ERT2D and R2 codes. Note that, R2 is used with singularity removal and ERT2D without singularity removal.



**Fig. 6:** Inversion results of synthetic data using ERT2D. (a) the synthetic model, (b) inversion result using constant regularization parameters  $\beta=1$ , (c) inversion result using the ACB technique with  $SP_{\min}=0.01$ ,  $SP_{\max}=5$ ,  $\beta_{\min}=0.01$  and  $\beta_{\max}=5$ , (d) inversion result using a constant regularization parameters ( $\beta=1$ ) with a maximum gradient constraint in the z direction at  $z=2$  m.



**Fig. 7:** Inversion results of field data using ERT2D and Res2Dinv. (a) ERT2D model result using smoothness constraints of first order and constant regularization parameter  $\beta=1$ , (b) ERT2D model result using smoothness constraints of first order and ACB approach, (c) Res2Dinv model result using smoothness constraints of first order, (d) DOI index and (e) diagonal of resolution matrix.