В ДИСКАХ ПЕРЕКРЫТИЙ, ВОЗНИКАЮЩИХ В СТРУКТУРЕ КАРКАСНОГО ЗДАНИЯ

Д. Н. Трубенок

Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого», Беларусь

Научный руководитель К. С. Курочка

Расчет конструкций на разрушительные воздействия в настоящее время широко используется во многих отраслях производства. В строительных конструкциях самыми разрушительными считаются собственные колебания, которые возникают под воздействием внешней нагрузки. Поэтому моделирование данного физического процесса является востребованным.

Ввиду того что на строительные конструкции воздействуют нагрузки, которые в свою очередь вызывают разрушительные собственные колебания, нужно учитывать данный физический процесс при проектировании.

По этой причине в настоящее время в строительной отрасли актуальны математические методы, позволяющие моделировать данную задачу на компьютере. Одним из наиболее эффективных и распространенных методов является метод конечных элементов [1].

В качестве математической модели [1]–[3], описывающей поведение многопустотной плиты, выбрано матричное дифференциальное уравнение:

$$[K]\{\delta\}+[C]\frac{\partial\{\delta\}}{\partial t}+[M]\frac{\partial^2}{\partial t^2}\{\delta\}+\{F\}=0, \tag{1}$$

где $[K]$ – матрица жесткости; $[C]$ – матрица демпфирования; $[M]$ – матрица масс; $\{\delta\}$ – вектор узловых перемещений; $\{F\}$ – вектор нагрузки.

Рассмотрим вектор узловых перемещений $\{\delta\}$ из уравнения (1) и предположим, что решение существует и имеет следующую форму:

$$\{\delta(t)\}=\{\delta_0\}e^{\alpha t}, \tag{2}$$

произведем подстановку этого выражения в уравнение (1) и получим уравнение [2]:

$$([K]+a[C]+a^2[M])\{\delta_0\}+\{F\}=0, \tag{3}$$

где a – мнимая величина, т. е. имеет вид:

$$a=i\omega, \tag{4}$$

тогда

$$e^{at}=e^{i\omega t}=\cos(\omega t)+i\sin(\omega t). \tag{5}$$

В общем случае вектор $\{\delta_0\}$ является комплексным, следовательно:

$$\{\delta_0\}=\{\delta_x\}+i\{\delta_y\}. \tag{6}$$

В ходе преобразований [1, с. 371–372] уравнение (3) приводится к виду:

$$\begin{bmatrix}[K]-\omega^2[M] & -\omega[C]\\ -\omega[C] & [K]-\omega^2[M]\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\delta_x\\ \delta_y\end{Bmatrix}=-\begin{Bmatrix}F\\ 0\end{Bmatrix}, \tag{7}$$

где δ_x – вещественная; δ_y – мнимая части вектора узловых перемещений; ω – период колебаний.

Для нахождения форм собственных колебаний в начальный момент времени следует подставить полученные значения, в ходе решения методом Гаусса уравнения (7), в формулу

$$\{\delta\} = \{\delta_x\}\cos(0) + \{\delta_y\}\sin(0). \quad (8)$$

Результаты уравнения (8) используются для нахождения форм собственных колебаний [2]:

$$U_{ji} = \frac{\delta_{ji}}{\omega}\sum_{r=1}^{m}\varepsilon\left(\frac{\tau\omega}{2\pi}\right)\delta_{jr}S, (j=1,..,n; i=1,...,n). \quad (9)$$

Найденные формы собственных колебаний (U_{ji}) подставляются в следующее уравнение для нахождения значений перемещений (u_j), затухающих с течением времени:

$$u_j = \sum_{i=1}^{n} U_{ji} e^{-\frac{\gamma}{2}\omega t}\sin(\omega t), (j=1,...,n). \quad (10)$$

Верификация осуществлялась на исследовании колебаний железобетонной многопустотной плиты перекрытий ПК63.15.8АТ-800-аТ-2 со следующими характеристиками: длина – 6,2 м, ширина – 1,49 м, высота – 0,22 м, плита имеет 7 отверстий с диаметром 159 мм каждое. При нагрузке 3283 Па прогиб в нижней растянутой зоне в середине пролета равен 15,14 мм [4, с. 61], в ходе вычислительного эксперимента он составил 14,65 мм. При нагрузке 4528 Па прогиб в середине пролета составил 20,6 мм [4, с. 61], в ходе вычислительного эксперимента он составил 19,9 мм.

На рис. 1 приведены максимальные прогибы многопустотной плиты в течение времени исследования. Во время исследования данная плита дискретизировалась по длине на 20 конечных элементов, по ширине – на 14 (т. е. на 280 конечных элементов). Результат моделирования с величиной нагрузки 4528 Па представлен на рис. 1.

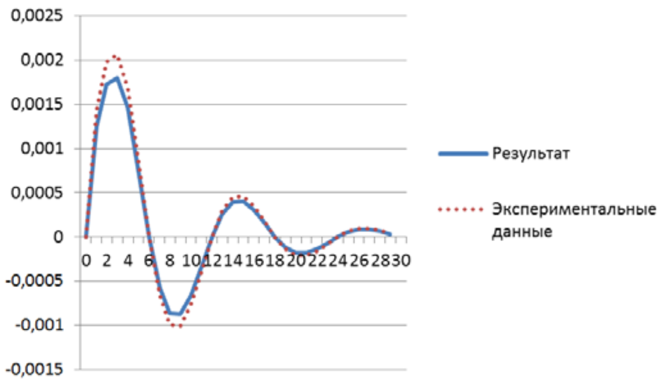

Рис. 1. Амплитуды колебаний, возникающих под действием внешней нагрузки

Результаты моделирования сравнивались с решением, описанным в статье [4, с. 59]. Расхождение полученных результатов не превысило 13 %. Из этого следует, что результаты, производимые по представленной математической модели, имеют небольшое расхождение с вычислениями, полученными экспериментально [4].

Литература

1. Зенкевич, О. С. Метод конечных элементов в технике : учебник / О. С. Зенкевич. – М. : МИР, 1975. – 541 с.

2. Перельмутер, А. В. Расчетные модели сооружений и возможность их анализа : учебник / А. В. Перельмутер, В. И. Сливкер. – Киев : Сталь, 2002. – 596 с.
3. Курочка, К. С. Численное моделирование деформаций многопустотных плит / К. С. Курочка // Изв. ГГУ им. Ф. Скорины. – 2002. – № 6 (15). – С. 44–48.
4. Пространственные конструктивные системы зданий и сооружений, методы расчета, конструирования и технология возведения : тр. междунар. науч.-техн. конф., Минск, 10–12 окт. 2001 г. / Ин-т БелНИИС ; редкол.: А. И. Мордич [и др.]. – Минск, 2002. – 287 с.