

# Modelos continuos de sondas de perforación para la industria petrolera: Análisis de enfoques y su discretización

Marcelo Tulio Piovan

Centro de Investigaciones de Mecánica Teórica y Aplicada (CIMTA)  
Universidad Tecnológica Nacional, 11 de abril 461  
B8000LMI, Bahía Blanca, BA, Argentina  
Tel.: 54 291 4555220, Fax: 54 291 4555311  
email: mpiovan@frbb.utn.edu.ar

Rubens Sampaio

Departamento de Engenharia Mecânica, PUC-Rio  
Rua Marquês de São Vicente 225, Rio de Janeiro, RJ, Brasil  
Tel.: 55 21 3527 1172; Fax: 55 21 3527 1165  
email: rsampaio@puc-rio.br

## Resumen

En este trabajo se presenta un modelo continuo que, por discretización mediante el método de elementos finitos, se emplea para analizar las vibraciones acopladas extensionales, flexionales y torsionales de una sonda de perforación. La sonda se describe como una viga axialmente rotante confinada a moverse dentro de un cilindro rígido que simula el pozo de perforación. La estructura se halla sujeta a fuerzas distribuidas asociadas a su propio peso, fuerzas de reacción y momentos de perturbación donde actúa el trépano. La fricción y los impactos laterales de la sonda de perforación se consideran mediante formas de penalización simplificadas. Por su complejidad la dinámica de sondas de perforación suele analizarse por medio de modelos de parámetros condensados equivalentes que se obtienen a partir de correlaciones experimentales de datos de campo. Sin embargo estos modelos de parámetros condensados no incluyen fehacientemente los efectos de no linealidad geométrica, misma que tiene una importante influencia en la dinámica de estructuras esbeltas. Otros modelos de sondas se basan en enfoques continuos pero bajo hipótesis de comportamiento lineal. En este contexto el objetivo de este trabajo es analizar la influencia de la no linealidad geométrica en la dinámica de las sondas de perforación junto con los patrones de vibro-impacto comparando los presentes resultados con otro tipo de predicciones. El modelo de sonda de perforación se discretiza con elementos finitos tipo viga con 12 grados de libertad por elemento. Los resultados de este estudio muestran la influencia de los aspectos considerados en la respuesta dinámica de las sondas, especialmente cuando se presentan impactos con los bordes del pozo o la formación rocosa del fondo.

**Palabras clave:** *dinámica no lineal, modelos de sondas de perforación, acoplamiento, geométrico, impactos, estructuras flexibles, stick-slip.*

## CONTINUOUS MODELS FOR DRILL-STRINGS OF THE OIL INDUSTRY: ANALYSIS OF APPROACHES AND DISCRETIZATION SCHEMES.

## Summary

In this paper a continuous model is presented that by finite element discretization is employed in the analysis of coupled extensional flexural and torsional vibrations of a drill-string. The drill-string is described as an axially rotating beam constrained to move inside a rigid cylinder that simulates the walls of the perforation hole. The beam is subjected to its own weight, reaction forces and perturbation bending moments acting in the drill-bit. The friction and the lateral impacts of the drill-string are considered by means of simplified schemes. Due to its inherent complexity, the dynamics of a drill-string is normally analyzed by means of models with lumped parameters, whose features are obtained by correlation with experimental data collected in the oil fields. However these lumped-parameter models do not include in a realistic way effects, such as geometric stiffening among others, that are quite important in flexible structures. There are some continuous models of drill-strings based on linear approaches and also accounting for geometric stiffening. Under this context, the objective of the present work is devoted to analyze, and compare with other approaches, the influence of geometric non-linearity together with patterns of vibro-impact in the dynamics of drill-strings.

The continuous drill-string model is discretized by means of a beam-type finite element with 12 degrees of freedom per element. The results of this study show the influence of the considered effects in the dynamic response of drill-strings, especially when they are subjected to strong vibro-impact patterns with the walls and the bottom rock formation.

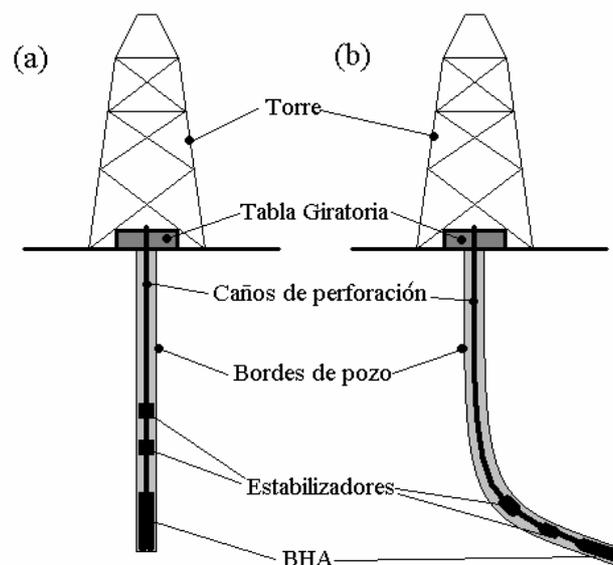
**Keywords:** *non-linear dynamics, drill-string models, geometric coupling, impacts, flexible structures, stick-slip.*

## INTRODUCCIÓN

La presencia de vibraciones intensas en las sondas de perforación, desde hace muchos años es considerada como la causa más importante en el deterioro de su desempeño. En la industria de perforación petrolera, tal cometido posee un interés superlativo por sus implicaciones económicas. En este sentido, durante los últimos veinte años se han redoblado los esfuerzos para investigar las vibraciones que ocurren en las sondas de perforación y la forma de mitigar los diferentes aspectos que afectan negativamente a la dinámica de las sondas<sup>1,2,3,4,5</sup>. En la Figura 1 se puede apreciar una descripción esquemática de los componentes de un proceso de perforación. Se ha podido observar que la intensidad de vibración es más severa en el comando inferior o Bottom-Hole Assemblies (BHA) cercanos al trépano, lugar donde existe mayormente compresión de los tubos. Por otro lado, las causas de vibraciones y de impactos en toda la estructura se deben principalmente al contacto de las líneas de transmisión (formadas por caños livianos) con las paredes y a los impactos del BHA contra los bordes del fondo del pozo. A su vez la desalineación de los caños de transmisión suele jugar un papel importante<sup>5</sup> bajo condiciones operativas. En términos generales, las características de la dinámica de este tipo de estructuras incluyen el acoplamiento entre ondas longitudinales, flexionales y torsionales.

Existen diferentes enfoques o metodologías con las cuales se puede analizar la dinámica de las sondas de perforación. Algunos recurren a la adopción de modelos discretos de parámetros condensados<sup>6,7,8</sup> mientras que otros recurren a modelos continuos<sup>4,9,10,11</sup>.

Autores como Yigit y Christoforou<sup>7</sup> o Richard y colaboradores<sup>12</sup> estudiaron los problemas de vibraciones en sondas de perforación empleando modelos de parámetros condensa-



**Figura 1.** Esquema de una sonda de perforación. a) Vertical. b) Direccional

dos. Tales modelos permiten el estudio de vibraciones acopladas a partir emplear resortes, masas condensadas y otros elementos como amortiguadores e interacciones y solicitaciones puntuales no-lineales para simular el contacto roca/estructura. También por su simplicidad conceptual, tales modelos discretos facilitan la incorporación de esquemas de control de vibraciones. Es interesante destacar que Yigit y Christoforou<sup>6,7</sup> estudiaron cualitativa y cuantitativamente los aspectos de vibraciones acopladas flexionales y torsionales incorporando un sistema de control lineal para mitigar las vibraciones. Posteriormente, Christoforou y Yigit<sup>8</sup> ampliaron su modelo para incorporar el acoplamiento axial, añadiendo al sistema una ecuación diferencial ordinaria y efectuando el control sobre todo el sistema.

Un aspecto importante de la dinámica de las sondas de perforación es el fenómeno denominado stick-slip (atascamiento-deslizamiento), el cual se produce cuando el trépano se atasca en la roca debido a la fuerte fricción que resiste el avance; superado cierto umbral el trépano vuelve a rotar pero con una importante aceleración. Tal fenómeno, si es persistente, provoca la fatiga del metal y eventualmente conduce a la rotura de los caños y/o pérdida del pozo. Richard y colaboradores<sup>12</sup> estudiaron el fenómeno de stick-slip por medio de un modelo simplificado de parámetros condensados que contemplaba la interacción roca/estructura junto con el acoplamiento axial/torsional; a su vez estos autores estudiaron en forma paramétrica uno de los aspectos operativos más importantes como lo es la tasa de penetración de la sonda.

El interés por el uso de modelos continuos de sondas de perforación es más bien reciente, en parte porque la capacidad computacional requerida para algunos enfoques comenzó a ser cada vez más accesible y rápida a partir de la década de 1980. Trabajos como los de Tucker y Wang<sup>4,9</sup> están basados en la teoría de vigas de Cosserat. Otros modelos como los desarrollados por Trindade y colaboradores<sup>10</sup>, Kulief y Al-Naser<sup>5</sup>, Khulief y colaboradores<sup>13</sup> o Sampaio y colaboradores<sup>11</sup> fueron deducidos a partir del Principio de Trabajos Virtuales u otras formulaciones energéticas.

La necesidad de recurrir a modelos continuos se pone de manifiesto cuando se pretenden analizar situaciones, cada vez más frecuentes en la práctica de campo, donde la sonda de perforación debe realizar un recorrido curvo como se muestra en la Figura 1b. La necesidad de emplear un recorrido curvo para la perforación en contraposición a la perforación estrictamente vertical surge como exigencia de campo para evitar formaciones rocosas duras que pondrían en peligro el trépano, la integridad estructural de la sonda como tal y generarían demoras importantes antes de alcanzar las cuencas petrolíferas. Imponiendo, todo ello un costo superlativo, que las empresas de prospección siempre desean reducir.

Es necesario destacar que si bien los modelos de parámetros condensados han permitido resolver o encarar ciertos problemas de las sondas de perforación, tales enfoques traen, de suyo, algunas limitaciones de representación en comparación con los modelos continuos. Esto se debe a que los parámetros condensados que se emplean en las ecuaciones diferenciales (normalmente un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales) se obtienen a partir de simplificaciones o deducciones efectuadas sobre modelos estructurales continuos<sup>8</sup> y se necesitan establecer validaciones experimentales adecuadas. Por otro lado, varios modelos de parámetros condensados solamente contemplan los grados de libertad del BHA como si se tratara de una masa puntual que se desplaza y rota respecto a un eje<sup>12</sup>, sin embargo se sabe que modelos como estos no pueden predecir apropiadamente la dinámica mucho más rica y compleja de las sondas de perforación máxime cuando la estructura sufre continuos impactos o contacto con los bordes del pozo.

En este trabajo se desarrolla un modelo continuo que contempla no linealidad geométrica y diversas interacciones roca-estructura, tales como fricción, impacto, etc. Se emplea el método de elementos finitos para discretizar el dominio y luego resolver las ecuaciones en dominio temporal. Se muestran simulaciones bajo diferentes condiciones operativas.

## UN MODELO CONTINUO PARA SIMULACIÓN DE SONDAS DE PERFORACIÓN

Considérese una viga que rota, inicialmente recta de longitud  $L$  y con sección anular tal como se ve en la Figura 2. La viga se referencia con respecto a una terna  $\{O:XYZ\}$  solidaria a la estructura no deformada, en tanto que los desplazamientos y las deformaciones se miden con respecto a una terna  $\{O:xyz\}$ . En la Figura 3 se puede ver que la terna  $\{O:xyz\}$  está rotada con respecto a la terna  $\{O:XYZ\}$  siguiendo la típica secuencia de rotación angular empleada en dinámica de rotores<sup>14,15,16</sup>. La viga es de un material de acero aleado típico para las aplicaciones de perforación petrolera. Debido a la gran esbeltez de la estructura (téngase presente que una sonda de mil metros de longitud es más esbelta que un cabello humano) se emplean las hipótesis de Bernoulli-Euler, es decir que se supone que la sección se mantiene indeformable en su propio plano y se desprecia la flexibilidad por corte. A su vez se desprecian algunos términos de orden superior tanto inerciales como de deformación para simplificar el modelo.

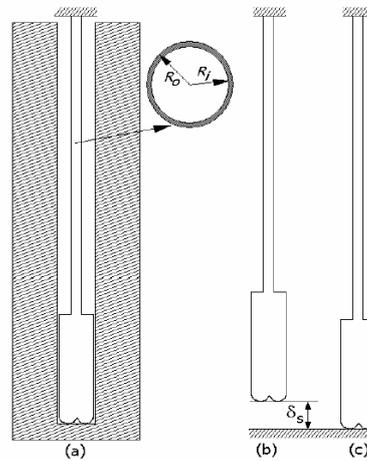


Figura 2. a) Modelo de la sonda y las condiciones, b) Inicial y c) Deformada

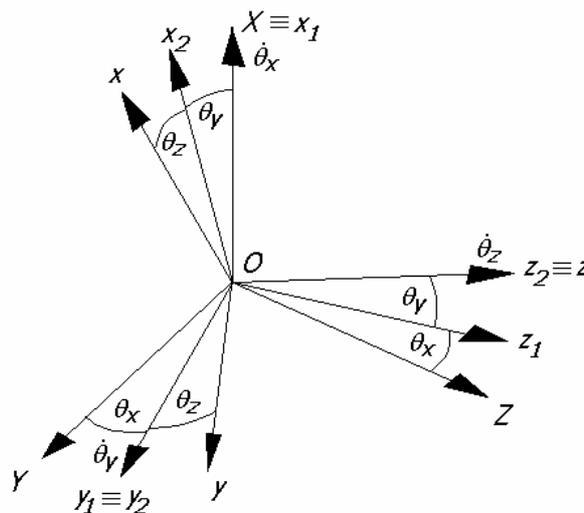


Figura 3. Sistemas de referencia de los ángulos de rotación

Así pues, el vector velocidad angular instantánea para un elemento diferencial dentro de la sonda de perforación se puede definir de la siguiente manera<sup>16</sup>:

$$\bar{\omega} = \dot{\theta}_x \hat{X} + \dot{\theta}_y \hat{y}_1 + \dot{\theta}_z \hat{z}_2 \quad (1)$$

Transformando la expresión (1) en el sistema  $\{O:XYZ\}$  y teniendo en cuenta que los ángulos de rotación flexional son pequeños ya que la estructura está confinada a moverse dentro de un cilindro (supuesto rígido), entonces se puede describir el vector de rotación de la siguiente manera:

$$\bar{\omega} = \begin{Bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{\theta}_x - \dot{\theta}_z \theta_y \\ \dot{\theta}_y \text{Cos} [\theta_x] - \dot{\theta}_z \text{Sen} [\theta_x] \\ \dot{\theta}_y \text{Sen} [\theta_x] + \dot{\theta}_z \text{Cos} [\theta_x] \end{Bmatrix} \quad (2)$$

Luego la energía cinética de la estructura puede calcularse como<sup>15,16</sup>:

$$K = \frac{1}{2} \int_0^L \int_A (\dot{\bar{R}}^T \dot{\bar{R}}) dA dx = \frac{1}{2} \int_0^L [\rho A(x) \dot{\bar{r}}_o^T \dot{\bar{r}}_o + \rho \bar{\omega}^T \bar{I}(x) \bar{\omega}] dx \quad (3)$$

Donde  $\dot{\bar{R}}$  representa el vector velocidad de un punto genérico de la sección de la sonda,  $\dot{\bar{r}}_o$  identifica a la velocidad de traslación de la sección, mientras que  $A(x)$  es el área de la sección y  $\bar{I}(x)$  es el tensor de inercia y se trata de una matriz diagonal,  $\bar{I}(x) = \text{Diag} [I_0(x), I(x), I(x)]$ , puesto que los momentos de inercia se calculan con respecto a ejes principales de inercia. Ahora bien, el vector  $\dot{\bar{r}}_o$  viene dado por la siguiente expresión:

$$\dot{\bar{r}}_o = \{\dot{u}, \dot{v}, \dot{w}\} \quad (4)$$

Donde  $u$  identifica el desplazamiento longitudinal de la sonda, mientras que  $v$  y  $w$  son los desplazamientos laterales de la misma. Teniendo presente las hipótesis de la viga Bernoulli-Euler, las rotaciones flexionales se obtienen como sigue:

$$\theta_z = v' \text{y } \theta_y = -w' \quad (5)$$

De tal manera que substituyendo (5) en (2) y esta junto a (4) en la (3), luego de una manipulación algebraica y despreciando términos de orden superior se obtiene la energía cinética de la estructura como:

$$K = \frac{1}{2} \int_0^L [\rho A (\dot{u}^2 + \dot{v}^2 + \dot{w}^2) + \rho I (\dot{v}'^2 + \dot{w}'^2) + \rho I_0 \dot{\theta}_x^2 + 2\rho I_0 \dot{\theta}_x \dot{v}' w'] dx \quad (6)$$

Téngase presente que en las expresiones anteriores, los apóstrofes y los puntos corresponden a derivaciones con respecto a las variables espacial y temporal respectivamente. Las características seccionales son tales que  $A = A(x)$ ,  $I = I(x)$  e  $I_0 = I_0(x)$ .

Ahora bien la energía de deformación de una viga puede describirse mediante la siguiente expresión:

$$H = \frac{1}{2} \int_V [E \varepsilon_{xx}^2 + 4G \varepsilon_{xy}^2 + 4G \varepsilon_{xz}^2] dV \quad (7)$$

Donde  $E$  y  $G$  son los módulos de elasticidad longitudinal y transversal respectivamente y las deformaciones se definen como:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{xx} &= \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_x}{\partial x} \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) \\ \varepsilon_{xy} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_x}{\partial x} \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) \\ \varepsilon_{xz} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_x}{\partial x} \frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \frac{\partial u_z}{\partial z} \right)\end{aligned}\quad (8)$$

La expresión (8) puede escribirse en términos de los desplazamientos y rotaciones de acuerdo a la siguiente expresión:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{xx} &= (u' - yv'' + zw'') + \frac{1}{2} \left[ (u' - yv'' + zw'')^2 + (v' - z\theta'_x)^2 + (w' + y\theta'_x)^2 \right] \\ \varepsilon_{xy} &= \frac{1}{2} \left[ -v' (u' - yv'' + zw'') + (w' + y\theta'_x) \theta_x - z\theta'_x \right] \\ \varepsilon_{xz} &= \frac{1}{2} \left[ -w' (u' - yv'' + zw'') + (v' - z\theta'_x) \theta_x + y\theta'_x \right]\end{aligned}\quad (9)$$

Ahora, substituyendo (9) en (7) e integrando en el área, se puede obtener la expresión de la energía de deformación de la sonda de perforación. Se debe destacar que en este trabajo y bajo las hipótesis expuestas anteriormente solamente se consideran las contribuciones hasta orden cúbico. Así pues la expresión simplificada de la energía de deformación toma la siguiente forma:

$$\begin{aligned}H_S &= \frac{1}{2} \int_0^L \left[ EAu'^2 + EI(v''^2 + w''^2) + GI_0\theta_x'^2 \right] dx + \\ &\frac{1}{2} \int_0^L \left[ GI_0(v''w' - v'w'') \theta'_x + EA(u'^3 + u'v'^2 + u'w'^2) \right] dx + \\ &\frac{1}{2} \int_0^L \left[ EI_0(v'w'' - v''w' + \theta'_x u') \theta'_x + 3EIu' (v''^2 + w''^2) \right] dx\end{aligned}\quad (10)$$

La expresión precedente consta de tres términos integrales. El primero corresponde a las componentes lineales de la energía de deformación simplificada, mientras que los dos términos subrayados corresponden a los aportes no lineales de la misma.

A su vez la sonda es sometida a la acción de su propio peso, en consecuencia la expresión del trabajo externo por fuerzas gravitatorias sobre la estructura viene dado por:

$$W_g = \int_0^L [(\rho g A) u] dx \quad (11)$$

Al trabajo de las fuerzas gravitatorias se le suman los aportes de las fuerzas que se ejercen cuando la sonda de perforación está en funcionamiento, tales como los impactos, fricción, resistencia a la penetración, etc., de tal manera que el trabajo virtual de todas las fuerzas externas vendrá dado por

$$W_T = W_g + W_E \quad (12)$$

Siendo  $W_E$  el trabajo de las fuerzas externas asociadas a los impactos, fricción, interacción roca-estructura, etc. Estos aportes serán contemplados apropiadamente más adelante en la formulación discretizada.

## DISCRETIZACIÓN MEDIANTE EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

A continuación se desarrolla el modelo de cálculo empleando el método de elementos finitos para discretizar las expresiones correspondientes a la energía de deformación, la energía cinética y el trabajo virtual de las fuerzas externas. La discretización se lleva a cabo empleando un elemento finito que con funciones de forma lineales para el desplazamiento longitudinal  $u$  y la rotación torsional  $\theta_x$ , mientras que se emplean polinomios cúbicos para los desplazamientos laterales  $v$  y  $w$ . Así pues las variables mencionadas se discretizan como:

$$u = \mathbf{N}_u \mathbf{q}_e, \quad v = \mathbf{N}_v \mathbf{q}_e, \quad w = \mathbf{N}_w \mathbf{q}_e, \quad \theta_x = \mathbf{N}_\theta \mathbf{q}_e \quad (13)$$

Donde, definiendo con  $l_e$  la longitud del elemento y  $\xi = x/l_e$  la variable adimensional dentro del elemento viga, los vectores en la expresión (13) vienen dados por:

$$\begin{aligned} \mathbf{N}_u &= \{1 - \xi, 0, 0, 0, 0, 0, \xi, 0, 0, 0, 0, 0\} \\ \mathbf{N}_v &= \left\{0, 1 - 3\xi^2 + 2\xi^3, l_e(1 - \xi)^2 \xi, 0, 0, 0, 0, \xi^2(3 - 2\xi), l_e(\xi - 1)\xi^2, 0, 0, 0\right\} \\ \mathbf{N}_w &= \left\{0, 0, 0, 1 - 3\xi^2 + 2\xi^3, l_e(1 - \xi)^2 \xi, 0, 0, 0, 0, \xi^2(3 - 2\xi), l_e(\xi - 1)\xi^2, 0\right\} \\ \mathbf{N}_\theta &= \{0, 0, 0, 0, 0, 1 - \xi, 0, 0, 0, 0, 0, \xi\} \\ \mathbf{q}_e &= \{u_1, v_1, v'_1, w_1, w'_1, \theta_{x1}, u_2, v_2, v'_2, w_2, w'_2, \theta_{x2}\} \end{aligned} \quad (14)$$

Se resuelve la siguiente expresión variacional para hallar la ecuación del elemento finito considerado:

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} \left[ K^{(e)} - H_S^{(e)} + W_T^{(e)} \right] dt = 0 \quad (15)$$

Donde  $K^{(e)}$ ,  $H_S^{(e)}$  y  $W_T^{(e)}$  son respectivamente la energía cinética, la energía de deformación y el trabajo de las fuerzas dentro de un elemento. Ahora bien, substituyendo (14) en (15) y operando variacionalmente se obtiene la ecuación del elemento finito genérico:

$$\mathbf{M}^{(e)} \ddot{\mathbf{q}}_e + \mathbf{G}^{(e)} \dot{\mathbf{q}}_e + \left[ \mathbf{K}_e^{(e)} + \mathbf{K}_g^{(e)}(\mathbf{q}_e) \right] \mathbf{q}_e = \mathbf{F}_g^{(e)} + \mathbf{F}_E^{(e)} \quad (16)$$

Donde  $\ddot{\mathbf{q}}_e$  y  $\dot{\mathbf{q}}_e$  son respectivamente la aceleración y velocidad nodales del elemento genérico, mientras que  $\mathbf{M}^{(e)}$ ,  $\mathbf{G}^{(e)}$ ,  $\mathbf{K}_e^{(e)}$  y  $\mathbf{K}_g^{(e)}$  son respectivamente la matriz de masa, matriz giroscópica, matriz de rigidez elástica y matriz de rigidez geométrica del elemento.  $\mathbf{F}_g^{(e)}$  es el vector de fuerzas de gravedad del elemento y  $\mathbf{F}_E^{(e)}$  es el vector de fuerzas externas (que se verá con mayor detalle más adelante). Así pues, tales matrices y vectores se calculan de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{(e)} &= \int_0^1 [\rho A l_e (\mathbf{N}_u^T \mathbf{N}_u + \mathbf{N}_v^T \mathbf{N}_v + \mathbf{N}_w^T \mathbf{N}_w)] d\xi + \\ &\int_0^1 \left[ \rho I_0 l_e \mathbf{N}_\theta^T \mathbf{N}_\theta + \frac{\rho I}{l_e} (\mathbf{N}'_v{}^T \mathbf{N}'_v + \mathbf{N}'_w{}^T \mathbf{N}'_w) \right] d\xi \end{aligned} \quad (17)$$

$$\mathbf{G}_{(e)} = \int_0^1 \frac{\omega^{(e)} \rho I_0}{l_e} (\mathbf{N}'_w{}^T \mathbf{N}'_v - \mathbf{N}'_v{}^T \mathbf{N}'_w) d\xi \quad (18)$$

$$\mathbf{K}_e^{(e)} = \int_0^1 \left[ \frac{EA}{l_e} \mathbf{N}'_u{}^T \mathbf{N}'_u + \frac{GI_0}{l_e} \mathbf{N}'_\theta{}^T \mathbf{N}'_\theta + \frac{EI}{l_e^3} (\mathbf{N}''_v{}^T \mathbf{N}''_v + \mathbf{N}''_w{}^T \mathbf{N}''_w) \right] d\xi \quad (19)$$

$$\mathbf{F}_g^{(e)} = \int_0^1 [\rho g A l_e \mathbf{N}'_u{}^T] d\xi \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_g^{(e)} = & \int_0^1 \left[ \frac{EA}{2l_e^2} (3\mathbf{N}'_u{}^T \mathbf{N}'_u \mathbf{q}_e \mathbf{N}'_u) \right] d\xi + \\ & \int_0^1 \left[ \frac{EA}{2l_e^2} (\mathbf{N}'_u{}^T \mathbf{N}'_v \mathbf{q}_e \mathbf{N}'_v + \mathbf{N}'_v{}^T \mathbf{N}'_u \mathbf{q}_e \mathbf{N}'_v + \mathbf{N}'_v{}^T \mathbf{N}'_v \mathbf{q}_e \mathbf{N}'_u) \right] d\xi + \\ & \int_0^1 \left[ \frac{EA}{2l_e^2} (\mathbf{N}'_u{}^T \mathbf{N}'_w \mathbf{q}_e \mathbf{N}'_w + \mathbf{N}'_w{}^T \mathbf{N}'_u \mathbf{q}_e \mathbf{N}'_w + \mathbf{N}'_w{}^T \mathbf{N}'_w \mathbf{q}_e \mathbf{N}'_u) \right] d\xi + \\ & \int_0^1 \left[ \frac{3EI}{2l_e^4} (\mathbf{N}'_u{}^T \mathbf{N}''_v \mathbf{q}_e \mathbf{N}''_v + \mathbf{N}'_v{}^T \mathbf{N}'_u \mathbf{q}_e \mathbf{N}''_v + \mathbf{N}'_v{}^T \mathbf{N}''_v \mathbf{q}_e \mathbf{N}'_u) \right] d\xi + \\ & \int_0^1 \left[ \frac{3EI}{2l_e^4} (\mathbf{N}'_u{}^T \mathbf{N}''_w \mathbf{q}_e \mathbf{N}''_w + \mathbf{N}'_w{}^T \mathbf{N}'_u \mathbf{q}_e \mathbf{N}''_w + \mathbf{N}'_w{}^T \mathbf{N}''_w \mathbf{q}_e \mathbf{N}'_u) \right] d\xi + \\ & \int_0^1 \left[ \frac{EI_0}{2l_e^2} (\mathbf{N}'_u{}^T \mathbf{N}'_\theta \mathbf{q}_e \mathbf{N}'_\theta + \mathbf{N}'_\theta{}^T \mathbf{N}'_u \mathbf{q}_e \mathbf{N}'_\theta + \mathbf{N}'_\theta{}^T \mathbf{N}'_\theta \mathbf{q}_e \mathbf{N}'_u) \right] d\xi + \\ & \int_0^1 \left[ \frac{EI_0 - GI_0}{2l_e^3} (\mathbf{N}'_\theta{}^T \mathbf{N}'_v \mathbf{q}_e \mathbf{N}''_w + \mathbf{N}'_v{}^T \mathbf{N}''_w \mathbf{q}_e \mathbf{N}'_\theta + \mathbf{N}''_w{}^T \mathbf{N}'_\theta \mathbf{q}_e \mathbf{N}'_v) \right] d\xi + \\ & \int_0^1 \left[ \frac{GI_0 - EI_0}{2l_e^3} (\mathbf{N}'_\theta{}^T \mathbf{N}''_v \mathbf{q}_e \mathbf{N}'_w + \mathbf{N}'_v{}^T \mathbf{N}'_w \mathbf{q}_e \mathbf{N}'_\theta + \mathbf{N}'_w{}^T \mathbf{N}'_\theta \mathbf{q}_e \mathbf{N}''_v) \right] d\xi \end{aligned} \quad (21)$$

Se puede ver que las expresiones (17) y (19) son las matrices de masa y rigidez elástica de un elemento finito típico para la viga Bernoulli-Euler. Se debe recordar que al emplear una simplificación en la energía de deformación, varios términos no están en la matriz de rigidez geométrica, sin embargo se mantienen las contribuciones principales conducentes al acoplamiento axial, flexional y torsional. Es necesario mencionar que por simplificación en la deducción de la matriz giroscópica  $\mathbf{G}_{(e)}$  se supone la aproximación de considerar que la velocidad de rotación es constante en todo el elemento según se estila en las clásicas de rotores. En las sondas de perforación la velocidad de rotación puede ser constante (de acuerdo con las condiciones operativas) aun cuando por lo general no es constante (fenómenos de stick-slip, etc.), circunstancia en la que se debe efectuar una discretización más densa.

Ahora bien, efectuando el ensamble de todas las matrices elementales se obtiene la siguiente expresión del modelo discretizado:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}\dot{\mathbf{q}} + [\mathbf{K}_e + \mathbf{K}_g(\mathbf{q})] \mathbf{q} = \mathbf{F}_g + \mathbf{F}_E \quad (22)$$

Donde las matrices y vectores de la expresión precedente son las matrices y vectores globales del modelo ensamblado.

Para la determinación del vector de fuerzas externas  $\mathbf{F}_E$  es necesario efectuar una explicación del proceso de inserción y funcionamiento de la sonda de perforación. Así pues, la sonda de perforación se hace descender hasta que el trépano haga contacto con el suelo

ejerciendo una cierta reacción sobre la sonda. La sonda es liberada algo más hasta alcanzar una determinada reacción en el trépano (determinada con sensores y registrada en los comandos superiores de la torre de perforación). Esta reacción es identificada con  $\mathbf{F}_S$ . Luego la sonda comienza su movimiento de rotación alimentado por la mesa giratoria. Las Figuras 2b y 2c muestran las idealizaciones de las configuraciones no deformada y deformada inicial de la sonda. Esta última se emplea para efectuar el análisis en torno a ella. Con la sonda en funcionamiento se añaden otras cuatro fuerzas, a saber: una fuerza de contacto  $\mathbf{F}_C$  para simular los impactos de la estructura contra la superficie rocosa, una fuerza de fricción  $\mathbf{F}_F$  relacionada con la fuerza de contacto  $\mathbf{F}_C$ , una fuerza de perturbación  $\mathbf{F}_P$  asociada a vibraciones inducidas por el contacto del trépano con la roca y finalmente un momento reactivo  $T_{bit}$  que se aplica a través del vector  $\mathbf{F}_T$ . Así pues el vector de fuerzas externas  $\mathbf{F}_E$  vendrá representado por:

$$\mathbf{F}_E = \mathbf{F}_S + \mathbf{F}_T + \mathbf{F}_C + \mathbf{F}_F + \mathbf{F}_P \quad (23)$$

Ahora bien, en este trabajo se supone que luego del descenso quasi estático de la sonda hasta que se logre una reacción  $\mathbf{F}_S$  prescrita comienza el movimiento rotacional con respecto a la configuración inicialmente deformada. Tal configuración inicialmente deformada se obtiene de (22) con la siguiente expresión:

$$\mathbf{q}_S = \mathbf{K}_e^{-1} (\mathbf{F}_g + \mathbf{F}_S) \quad (24)$$

La (24) es válida puesto que los vectores  $\mathbf{F}_T, \mathbf{F}_C, \mathbf{F}_F$  y  $\mathbf{F}_P$  son inicialmente nulos. Además en la (24) se ha supuesto que los términos de la matriz de rigidez geométrica son muy pequeños y despreciables en comparación con los homónimos de la matriz de rigidez elástica para la condición de carga axial inicial<sup>10,17</sup>.

Ahora bien, definiendo un nuevo vector de desplazamiento  $\bar{\mathbf{q}}$  relativo al desplazamiento estático  $\mathbf{q}_S$ , de acuerdo a la siguiente expresión:

$$\bar{\mathbf{q}} = \mathbf{q} - \mathbf{q}_S \quad (25)$$

Luego substituyendo  $\mathbf{q}$  (según la expresión precedente) en la (22) y teniendo presente la expresión (24) se obtiene la siguiente expresión en términos de  $\bar{\mathbf{q}}$ , o sea en términos del desplazamiento relativo:

$$\mathbf{M}\ddot{\bar{\mathbf{q}}} + \mathbf{G}\dot{\bar{\mathbf{q}}} + [\mathbf{K}_e + \mathbf{K}_g (\bar{\mathbf{q}} + \mathbf{q}_S)] \bar{\mathbf{q}} = \mathbf{F}_T + \mathbf{F}_C + \mathbf{F}_F + \mathbf{F}_P \quad (26)$$

Ahora bien, el desplazamiento axial del trépano en el punto de contacto con el fondo es fijado en su valor estático, es decir que se impone la condición  $\bar{u}^{(L)} = 0$  o bien  $u^{(L)} = u_S^{(L)}$ . Los desplazamientos laterales en el mismo punto también se fijan en sus valores estáticos (o sea  $\bar{v}^{(L)} = \bar{w}^{(L)} = 0$ ). Por otro lado, en el extremo superior se fijan el desplazamiento axial, los desplazamientos laterales y las rotaciones flexionales, en tanto que se impone una velocidad de rotación constante  $\Omega$ . Nótese que las condiciones de borde de la estructura corresponden a un caso empotrado-articulado de una viga.

La expresión (26) puede modificarse para considerar una forma aproximada de amortiguamiento estructural, según la siguiente expresión:

$$\mathbf{M}\ddot{\bar{\mathbf{q}}} + (\mathbf{G} + \mathbf{C}_{RD}) \dot{\bar{\mathbf{q}}} + [\mathbf{K}_e + \mathbf{K}_g (\bar{\mathbf{q}} + \mathbf{q}_S)] \bar{\mathbf{q}} = \mathbf{F}_T + \mathbf{F}_C + \mathbf{F}_F + \mathbf{F}_P \quad (27)$$

La matriz  $\mathbf{C}_{RD}$  es la matriz de amortiguamiento estructural del sistema, correspondiente al amortiguamiento proporcional de Rayleigh calculada en función de la matriz de masa del sistema y la matriz de rigidez del sistema como:

$$\mathbf{C}_{RD} = \alpha \cdot \mathbf{M} + \beta \cdot (\mathbf{K}_e + \mathbf{K}_g (\mathbf{q}_S)) \quad (28)$$

Los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$  se calculan empleando dos valores experimentales de la función de amortiguamiento modal<sup>18,19</sup> para la estructura cargada bajo su propio peso.

El programa Matlab se emplea para simular numéricamente el modelo de elementos finitos, por esta razón la ecuación (27) se representa en la siguiente expresión:

$$\mathbf{A}\dot{\mathbf{W}} + \mathbf{B}\mathbf{W} = \mathbf{f} \quad (29)$$

Siendo:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{G} + \mathbf{C}_{RD} & \mathbf{M} \\ \mathbf{M} & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_e + \mathbf{K}_g(q) & 0 \\ 0 & -\mathbf{M} \end{bmatrix} \quad (30)$$

$$\mathbf{W} = \left\{ \begin{array}{c} \bar{\mathbf{q}} \\ \dot{\mathbf{q}} \end{array} \right\}, \quad \mathbf{f} = \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ \mathbf{F}_T + \mathbf{F}_C + \mathbf{F}_F + \mathbf{F}_P \end{array} \right\} \quad (31)$$

Debido a que el problema contiene vibro-impactos y otro tipo de no linealidades, se empleará un método de integración implícito como el "ode15s".

Se debe tener presente que el modelo caracterizado en (26) consta de dos casos, a saber: el modelo que contempla la no linealidad geométrica ( $\mathbf{K}_g \neq 0$ ) y el que no contempla la no linealidad geométrica ( $\mathbf{K}_g = 0$ ).

## DESCRIPCIÓN DE LAS FUERZAS DE IMPACTO, FRICCIÓN Y PERTURBACIÓN

El momento torsor reactivo  $T_{bit}$  se aplica a través de  $\mathbf{F}_T$  en el nodo del fondo  $N$ , es decir en el  $(6N)$ -ésimo grado de libertad, definiéndolo por medio de una forma simplificada<sup>9</sup> que contempla el efecto de fricción de Coulomb:

$$T_{bit} = \alpha_T F_{bit} \left[ \frac{\dot{\theta}_{x_{bit}}^3}{\left(\dot{\theta}_{x_{bit}}^2 + \kappa^2\right)^2} \right] \quad (32)$$

Donde  $F_{bit}$  es la reacción estática,  $\alpha_T$  es un coeficiente (cuyas dimensiones son  $[m s^{-1}]$ ) que puede ser obtenido a partir de mediciones de campo en condiciones operativas. El coeficiente  $\kappa$  se emplea para aproximar las características de la fricción de Coulomb. En algunos trabajos se sugieren valores típicos para tal coeficiente, normalmente entre 2 a 3 rad/seg<sup>9,17</sup>.

La fuerza de contacto  $\mathbf{F}_C$  se compone de fuerzas de impacto locales  $F_C^{(i)}$  que depende de si el nodo  $i$ -ésimo está en contacto o no con los bordes del agujero. Estas fuerzas se calculan por medio de la siguiente ley:

$$F_C^{(i)} = \begin{cases} 0, & \forall \sqrt{(v^{(i)})^2 + (w^{(i)})^2} \leq \chi \\ -k \left( \sqrt{(v^{(i)})^2 + (w^{(i)})^2} - \chi \right), & \forall \sqrt{(v^{(i)})^2 + (w^{(i)})^2} > \chi \end{cases} \quad (33)$$

Donde  $k$  es una constante de resorte para simular la fuerza de impacto,  $\chi = (D_H - D_e)/2$  es la distancia entre la superficie del agujero y la superficie del caño de perforación,  $\sqrt{(v^{(i)})^2 + (w^{(i)})^2}$  es el desplazamiento de la sonda de perforación en la dirección radial. Nótese que la expresión (33) corresponde a una fuerza en la dirección radial, consecuentemente debe ser proyectada en las direcciones laterales  $z$  e  $y$ .

Ahora bien, con relación a la presencia de contacto se puede simular a su vez la fuerza de fricción según la siguiente ley:

$$F_F^{(i)} = -\mu k \left( \sqrt{(v^{(i)})^2 + (w^{(i)})^2} - \chi \right) \text{Sign} \left[ \dot{\theta}_x^{(i)} \right] \quad (34)$$

Siendo  $\mu$  un tipo de coeficiente de fricción y  $\dot{\theta}_x^{(i)}$  la velocidad de rotación en el  $i$ -ésimo nodo con contacto. Nuevamente nótese que la fuerza (34) es tangencial y debe proyectarse en las direcciones correspondientes, así como el momento torsor que genera.

La fuerza de perturbación en el trépano, inducida por vibraciones laterales, puede simularse por medio de momentos actuantes en el extremo asociados a la fuerza reactiva  $F_{bit}$ .<sup>10</sup> Estos momentos se aplican en la articulación impuesta en el nodo del fondo, de acuerdo a la siguiente ley de variación sinusoidal:

$$M_{y_{bit}} = \alpha_M F_{bit} \text{Sen}[\Omega_P t] \text{Sen}[\theta_{x_{bit}}] \quad (35)$$

$$M_{z_{bit}} = \alpha_M F_{bit} \text{Sen}[\Omega_P t] \text{Cos}[\theta_{x_{bit}}] \quad (36)$$

En las expresiones precedentes,  $\alpha_M$  (con dimensiones [m]) es un factor de que magnifica la influencia de la perturbación para una reacción prescrita y un determinado tipo de formación rocosa.  $\Omega_P$  es la frecuencia de perturbación que suele depender del tipo de trépano que se usa<sup>10</sup>. En este trabajo  $\Omega_P$  se supone con un valor determinado a los fines de simulación.

Como aspecto final del desarrollo se desea destacar que en el modelo no se ha considerado el acoplamiento entre la estructura y el medio fluido que sirve de lubricante al proceso de perforación. Este aspecto se fundamenta en que se ha constatado<sup>21,22</sup> que la presencia de fluido posee un efecto estabilizador en la estructura y el interés de este estudio es la simulación de la estructura bajo condiciones extremas.

## ANÁLISIS DE SIMULACIONES NUMÉRICAS

En esta sección se efectúan una serie de estudios en sondas de perforación típicas empleando la formulación no lineal de elementos finitos presentada en los apartados anteriores. El material, las propiedades geométricas así como las condiciones operativas de la sonda de perforación se adaptan de los datos suministrados en la literatura abierta internacional<sup>10</sup>. Tales propiedades se suministran en la siguiente Tabla 1. Con el propósito de simplificar un poco la geometría de la sonda se consideran solamente dos segmentos tales como los que se muestran en la Figura 2a. El segmento superior está compuesto por caños de perforación livianos, los cuales son sometidos a tracción por su propio peso y el peso de los comandos inferiores (BHA). En cambio el segmento inferior está constituido por los comandos inferiores, caños pesados y el trépano, los cuales están sometidos a tracción y en su parte más baja a compresión<sup>13</sup>. Se debe recalcar que en estas circunstancias, los comandos inferiores están sujetos a vibraciones e impactos que conducen a un acoplamiento entre los movimientos longitudinal, flexional y torsional.

Propiedad	Secciones Superiores	Secciones Inferiores
Módulo de Elasticidad Longitudinal $E$ [GPa]	210	210
Módulo de Elasticidad Trasversal $G$ [GPa]	80	80
Densidad Másica $\rho$ [Kg/m <sup>3</sup> ]	7850	7850
Diámetro Interno $D_I$ [m]	0.108	0.076
Diámetro Externo $D_E$ [m]	0.128	0.204
Longitud [m]	1800	200

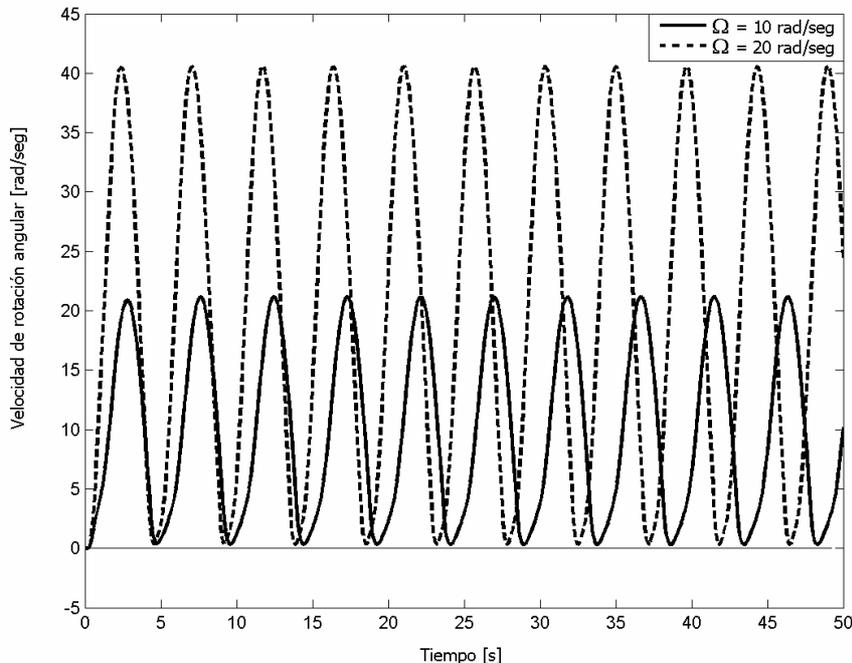
**Tabla I.** Propiedades geométricas y material de la sonda de perforación

La sonda de perforación esta confinada a evolucionar entre las paredes del pozo cuyo diámetro promedio es de  $D_H = 0.312$  m. Normalmente en los comandos inferiores se disponen estabilizadores para disminuir las oscilaciones laterales y así mantener estable el

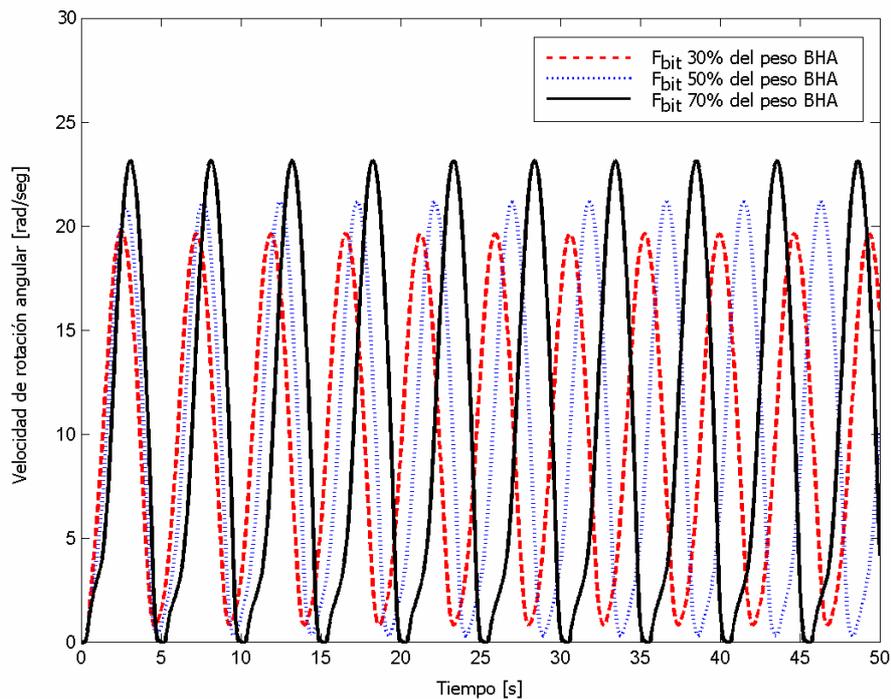
proceso de perforación. En el presente análisis se emplean dos estabilizadores ubicados a 20 m y 40 m medidos desde el fondo del pozo (o bien 1980 m y 1960 m medidos desde la tabla giratoria de accionamiento según se muestra en la Figura 1). Tales estabilizadores se simulan anulando los desplazamientos laterales en los nodos correspondientes del modelo de elementos finitos.

Tal como se ha mencionado en el apartado de introducción, existen algunos modelos estructurales lineales continuos<sup>17,20</sup> que consideran el acoplamiento entre los movimientos axial y torsional por medio de la interacción del suelo y la estructura actuante en el trépano, de manera que  $F_{bit}$  varía a lo largo del tiempo. En este trabajo,  $F_{bit}$  se supone invariable con el tiempo con el objetivo de esclarecer el tipo de acoplamiento estructural producido por la rigidez geométrica considerada. Sin embargo, tal como se desprende de la expresión (32), el momento torsor  $T_{bit}$  no será invariable en el tiempo.

Los parámetros correspondientes a las fuerzas de impacto, fricción y perturbación se han fijado en los siguientes valores:  $\alpha_T = 0.1$ ,  $\alpha_M = 0.1$ ,  $\Omega_P = 2\pi$ , empleando  $k = 10^8$  N/m como constante para la simulación de las fuerzas de impacto<sup>10</sup>. El factor de fricción  $\mu g$  tomará diversos valores con fines comparativos. Por otro lado, los coeficientes  $\alpha$  y  $\beta$  correspondientes al amortiguamiento estructural proporcional se calculan<sup>18</sup> admitiendo conocidos, solo con fines de simulación, los coeficientes de amortiguamiento  $\xi_1$  y  $\xi_2$  para la primera y segunda frecuencias respectivamente. Se emplean modelos de elementos finitos de 126 grados de libertad, pues se ha observado que los mismos son suficientes para simular adecuadamente la respuesta dinámica del sistema<sup>11</sup>. Recuérdese que la sonda de perforación se hace descender hasta que el trépano toque el fondo y se llegue a una determinada reacción necesaria para la operación. Esta reacción es identificada por un porcentaje del peso de los comandos inferiores o BHA. Los valores convencionales oscilan entre 30 % y 70 % del BHA, pudiendo llegar hasta el 80 % del peso del BHA. Luego se impone una velocidad  $\Omega$  en la tabla giratoria con valor constante.



**Figura 4.** Variación de la velocidad de rotación en el trépano para dos condiciones de operación  $\Omega$  en la mesa rotatoria y para una misma carga reactiva vertical en el BHA

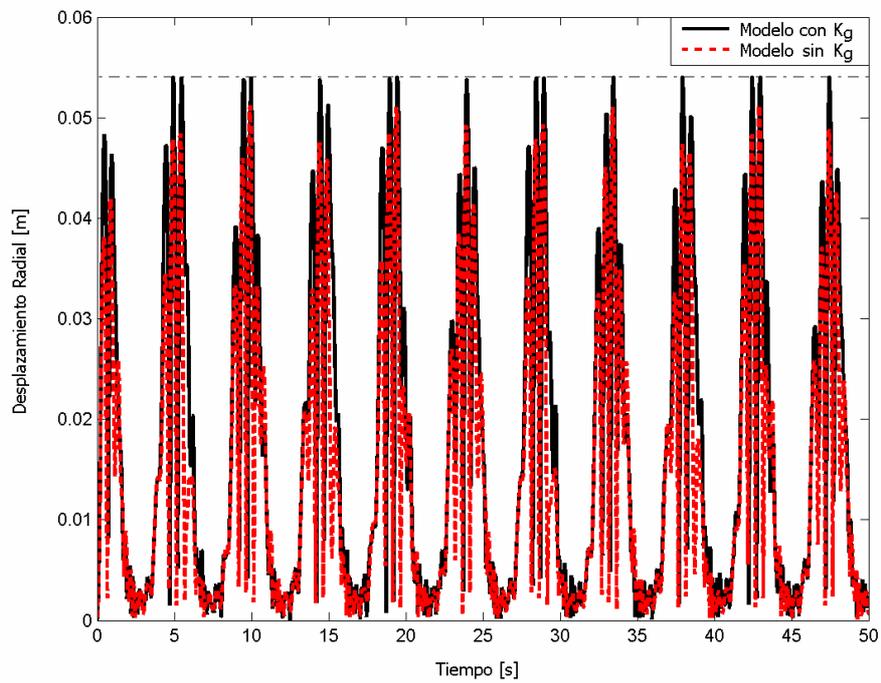


**Figura 5.** Variación de la velocidad de rotación en el trépano para  $\Omega = 10$  rad/seg y tres casos de reacción vertical en el BHA

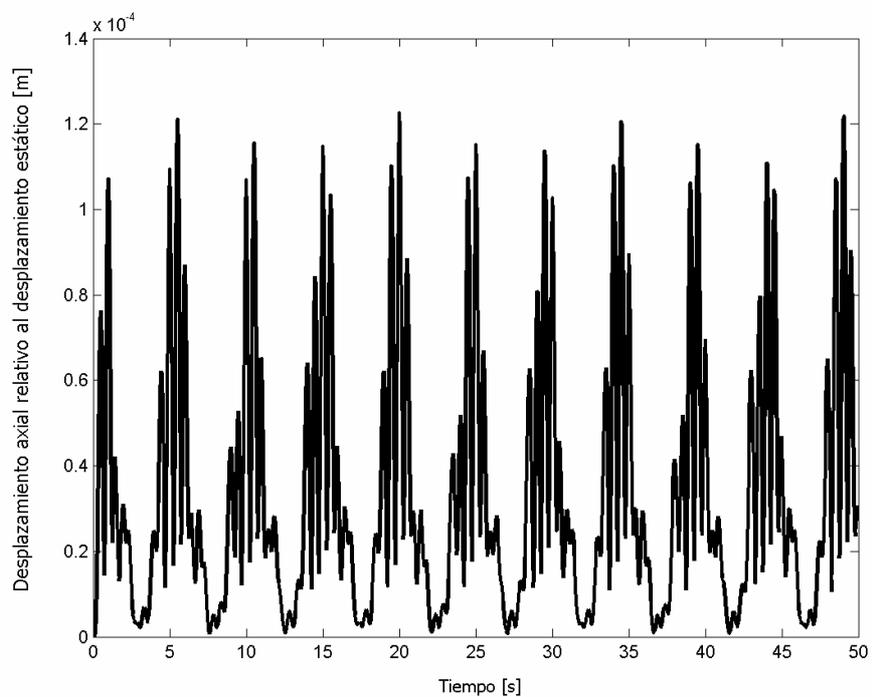
### El problema de stick-slip y los patrones de vibraciones con impactos

Ya se ha mencionado en la Introducción que uno de los fenómenos no deseados durante el proceso de perforación es el denominado stick-slip o de atascamiento-resbalamiento. La presencia de este fenómeno conduce tanto a mermas en la tasa de penetración<sup>21</sup> como a potenciales casos de falla por fatiga en los mandos inferiores. En la Figura 4 se puede observar la variación de la velocidad de rotación del trépano de dos casos para una reacción del lecho rocoso  $F_{bit}$  del 30 % del peso del BHA. Los casos evaluados son para velocidades de rotación de  $\Omega$ g 10 rad/seg y  $\Omega$ g 20 rad/seg en la tabla giratoria, el coeficiente de fricción y los coeficientes de amortiguamiento se fijaron en  $\mu$ g 0.05,  $\xi_1 = \xi_2 = 0,005$ . Nótese que la amplitud de variación de la velocidad, en ambos casos, casi duplica la velocidad de operación, aun cuando en ningún instante la velocidad se anula. El fenómeno de atascamiento se presenta principalmente asociado al aumento de la reacción del lecho rocoso sobre el trépano. Esto se puede observar en la Figura 5 donde se dispone la variación de la velocidad de rotación del trépano para tres casos de reacción del lecho rocoso y una velocidad en la tabla rotatoria de  $\Omega=10$  rad/seg, fijando los siguientes valores  $\mu$ g 0.05,  $\xi_1 = \xi_2 = 0,001$ . Nótese que en el caso en el caso que la reacción sobre el trépano sea del 70 % del peso del BHA ya hay momentos donde se presenta atascamiento del trépano.

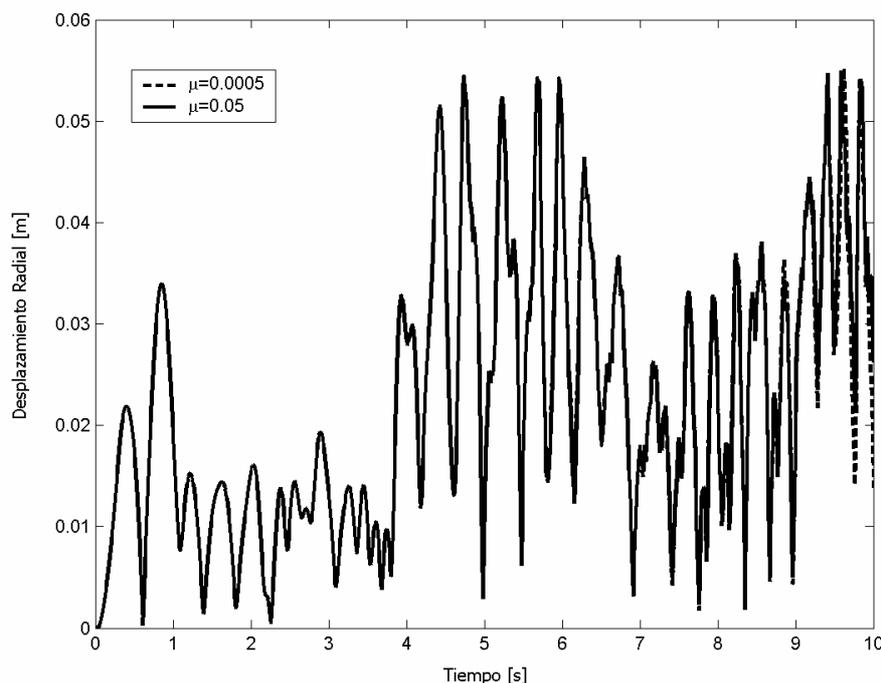
Vinculado con el fenómeno de stick-slip se tiene la presencia de patrones de vibro-impacto. En la Figura 6 se muestra la variación temporal del desplazamiento radial de una sección del BHA medido a  $x_m = 1993.33$  m desde la tabla giratoria (o 6.67 m medido desde el extremo inferior del trépano). Se considera una fuerza reactiva en el trépano del 50 % del peso del BHA. Para tal caso se estableció una velocidad en la tabla rotatoria de  $\Omega=10$  rad/seg, fijando los siguientes valores  $\mu$ g 0.05,  $\xi_1 = \xi_2 = 0,001$ . En tal figura se comparan la situación de considerar o no el acoplamiento entre movimientos axial, flexional y torsional asociado a la rigidez geométrica. Es posible observar que en el modelo que contempla el



**Figura 6.** Variación del desplazamiento radial de una sección a  $x_m=1993.33$  m, para  $F_{bit}$  del 50% del peso del BHA con amortiguamiento estructural medio



**Figura 7.** Variación del desplazamiento axial relativo de una sección a  $x_m=1993.33$  m, para  $F_{bit}$  del 50% del peso del BHA



**Figura 8.** Variación del desplazamiento radial de una sección a  $x_m=1993.33$  m, para  $F_{bit}$  del 30 % del peso del BHA. Comparación de distintos patrones de fricción para el modelo sin acoplamiento geométrico

acoplamiento geométrico se evidencian los primeros impactos con el borde del pozo, a diferencia del modelo sin rigidez geométrica que no puede predecir impactos. El fenómeno de acoplamiento entre movimientos axial y flexional asociado a la rigidez geométrica puede observarse con mayor claridad en la Figura 7 que muestra la variación temporal del desplazamiento longitudinal relativo al homónimo valor estático medido en la misma cota que la anterior figura. De manera que el patrón de movimiento flexional es seguido por el desplazamiento longitudinal. Obsérvese que en el caso que la matriz  $\mathbf{K}_g$  no se incluya en el modelo, no se manifiesta ninguna variación del desplazamiento relativo respecto a su homónimo valor estático, pues no hay acoplamiento alguno.

Otro aspecto de sensibilidad del modelo es el aspecto de la fricción en el impacto. Así pues que a continuación se efectúa una comparación de los coeficientes relacionados con la simulación de la fricción entre la sonda y la pared rocosa, para establecer la sensibilidad del modelo con acoplamiento geométrico y su contraparte sin acoplamiento geométrico. En la Figura 8 se muestra, para el modelo sin no linealidad geométrica, la variación temporal del desplazamiento radial a una cota de  $x_m=1993.33$  m, fijando una reacción sobre el trépano del 30 % del peso del BHA con una velocidad en la tabla rotatoria de  $\Omega=10$  rad/seg, fijando los siguientes valores  $\xi_1 = \xi_2 = 0,001$ . En la Figura 9 se hace lo propio pero para el modelo con acoplamiento geométrico. Nótese que en el caso de la Figura 8 el parámetro de fricción se incremento 100 veces y la respuesta es prácticamente la misma es decir sin perturbación ostensible. Por otro lado en el caso de la Figura 9, se nota que ante un incremento de 10 veces en el valor del parámetro de fricción, se evidencia una variación notoria, marcada por un patrón de impactos más frecuentes. Esto evidencia la sensibilidad del modelo con acoplamiento geométrico ante las perturbaciones en otros lugares de la sonda de perforación, pues en efecto los primeros impactos aparecen en los caños de perforación.

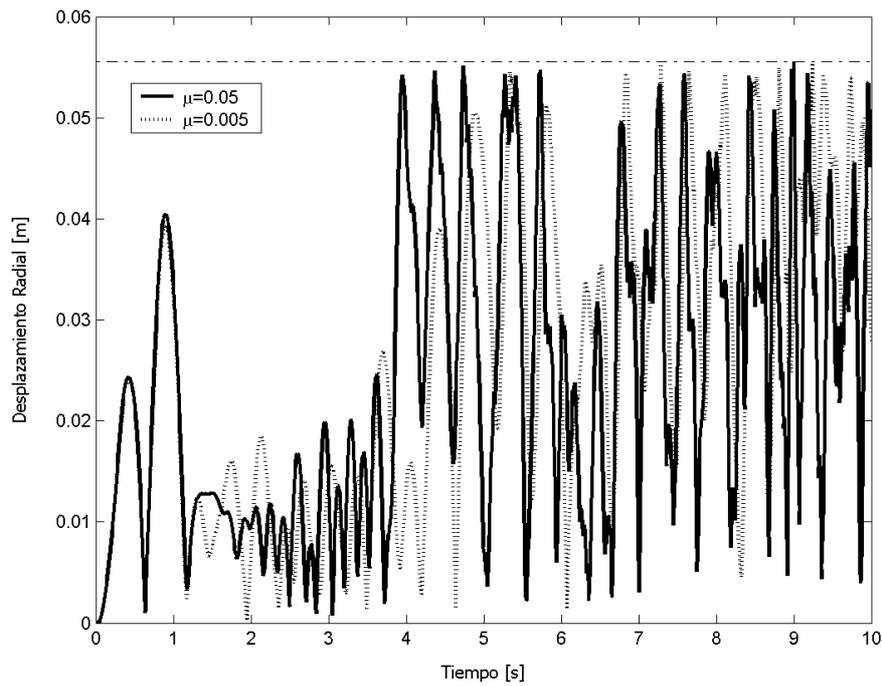


Figura 9. Variación del desplazamiento radial de una sección a  $x_m=1993.33$  m, para  $F_{bit}$  del 30% del peso del BHA. Comparación de distintos patrones de fricción para el modelo con acoplamiento geométrico

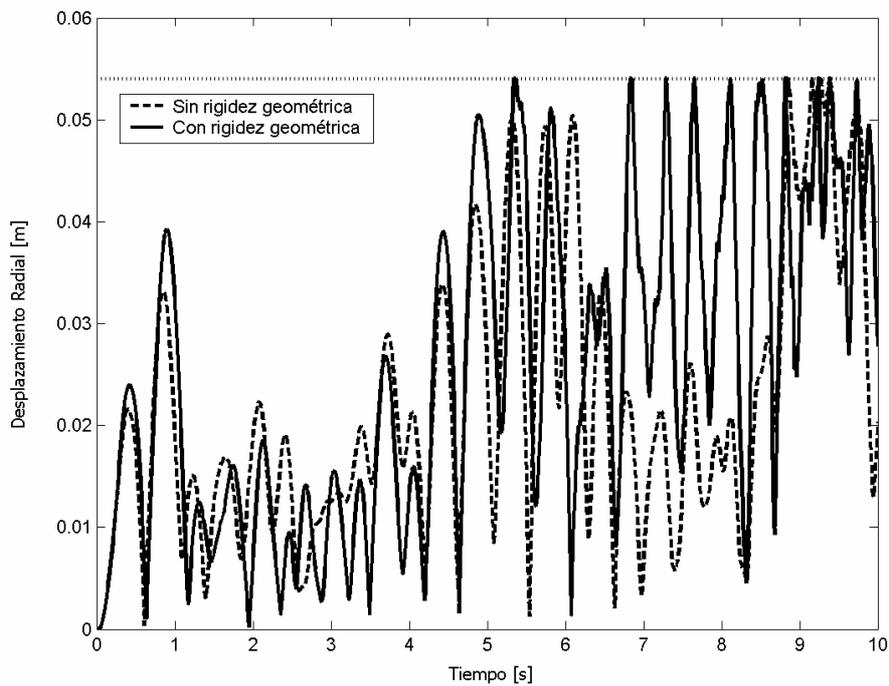
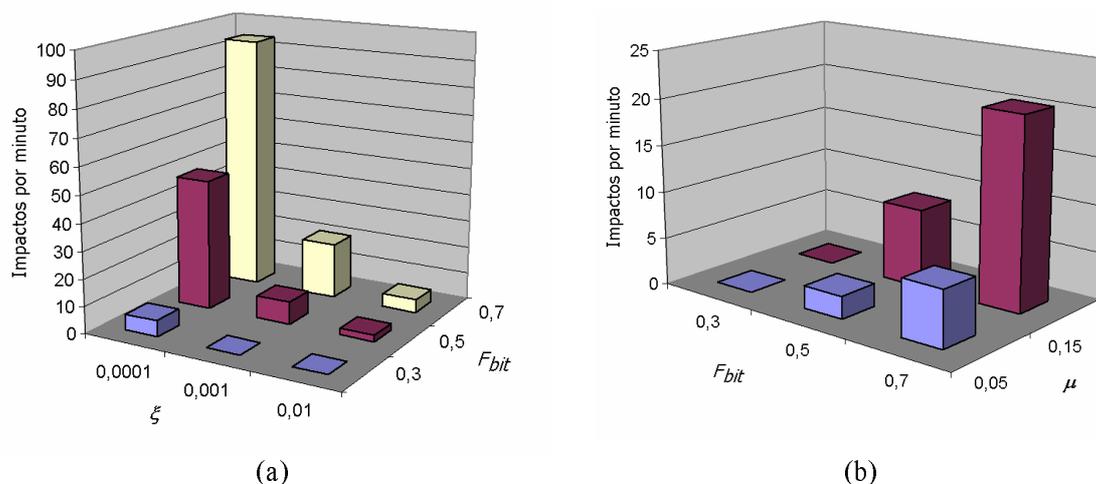


Figura 10. Variación del desplazamiento radial de una sección a  $x_m=1993.33$  m, para  $F_{bit}$  del 50% del peso del BHA y con muy bajo amortiguamiento estructural



**Figura 11.** Influencia de los distintos parámetros en el patrón de impactos del BHA. (a) Respecto de  $F_{bit}$  y  $\xi$  (b) Respecto de  $F_{bit}$  y  $\mu$

El amortiguamiento estructural también juega un papel importante en la modelación. En los casos anteriores, la dinámica fue modelada suponiendo coeficientes de amortiguamiento relativamente altos. Ahora bien en la Figura 10 se muestra la variación del desplazamiento radial a una cota de  $x_m=1993.33$  m, fijando una reacción sobre el trépano del 30 % del peso del BHA con una velocidad en la tabla rotatoria de  $\Omega=10$  rad/seg, pero fijando los siguientes valores para el amortiguamiento  $\xi_1 = \xi_2 = 0,0001$ , es decir 10 veces mas pequeño que en los casos previos. Nótese la mayor ocurrencia de impactos que el modelo con acoplamiento geométrico permite predecir en un corto lapso de tiempo en contraposición con el enfoque que anula tales aportes.

A modo comparativo de la sensibilidad del modelo con acoplamiento geométrico con respecto a los varios parámetros incluidos en el modelo, en la Figura 11 se muestra la intensidad de ocurrencia de impactos del BHA con la pared rocosa medida a una cota de  $x_m=1993.33$  m, para una velocidad de operación de  $\Omega=20$  rad/seg, medida en la tabla giratoria. Así pues en la Figura 11a se muestra, para un coeficiente de fricción  $\mu=0.05$ , la influencia del peso sobre la roca  $F_{bit}$  (como porcentaje del peso del BHA) y de los parámetros de amortiguamiento  $\xi_i$ , mientras que en la Figura 11b se muestra, para coeficientes de amortiguamiento  $\xi_1 = \xi_2 = 0,001$ , la influencia del factor de fricción  $\mu$  y influencia del peso sobre la roca  $F_{bit}$ .

## CONCLUSIONES

En este trabajo se ha efectuado una discusión sobre diferentes enfoques para modelar la dinámica de sondas de perforación y se ha presentado una alternativa de modelo continuo discretizado mediante el método de elementos finitos. Se han analizado los patrones de vibración no lineales de sondas de perforación rotantes representadas por una estructura de viga esbelta. Tal viga se supuso empotrada en el extremo superior, articulada en el extremo inferior y siendo sujeta a evolucionar dentro de un cilindro rígido que simula la formación rocosa. El confinamiento de los desplazamientos laterales conduce eventualmente a la presencia de impactos especialmente en la parte baja de la columna de perforación (o Bottom Hole Assemblies, BHA). Las fuerzas gravitatorias actuantes en la columna junto con la consideración de una cinemática de grandes rotaciones y desplazamientos producen

un efecto de rigidización geométrica en los caños superiores sometidos a tracción, mientras que en la parte baja, tales fuerzas conllevan a una des-rigidización geométrica puesto que una parte importante del BHA se halla bajo compresión. En este estudio se analizaron especialmente los varios efectos de impacto, fricción, amortiguamiento estructural y otros efectos de perturbación en la columna de perforación. Estas interacciones se modelaron con formas simplificadas y aunque se podrían haber empleado formas más sofisticadas para simular las mismas, ello hubiera comportado mayor dificultad pues el interés particular del trabajo residió en evaluar los aspectos asociados a las no linealidades geométricas. En este sentido se ha podido observar que los patrones de impacto y las variaciones en la dinámica estructural vinculadas a perturbaciones (de impacto lateral y/o fricción) se pueden registrar con mejor sensibilidad mediante un modelo que contemple no linealidad geométrica. Otro aspecto notorio es que en la medida que las reacciones operativas en el trépano crecen (es decir para porcentajes mayores al 30 % del BHA) es evidencian patrones de impactos muy intensos, lo cual ha sido observado con el modelo que contempla no linealidad geométrica a diferencia del enfoque que no considera los aportes de la no linealidad geométrica en los cuales prácticamente no se observan patrones muy marcados de impactos de la columna contra la pared aun para reacciones del lecho rocoso cercanos al 70 % del peso del BHA.

## AGRADECIMIENTOS

El presente trabajo fue solventado por la Secretaría de Ciencia y Tecnología de la Universidad Tecnológica Nacional y por el CONICET de la Argentina y por el CNPq y FAPERJ de Brasil.

## REFERENCIAS

- 1 J.D. Jansen, "Non-linear rotordynamics as applied to oil-well drillstring vibrations", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. **147**, pp. 115–135, (1991).
- 2 J.D. Jansen y L. van den Steen, "Active damping on self-excited torsional vibrations of oil well drill-string", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. **179**, pp. 647–668, (1995).
- 3 S.L. Chen y M. Géradin, "An improved transfer matrix technique as applied to BHA lateral vibration analysis", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. **185**, pp. 93–106, (1995).
- 4 R.W. Tucker y C. Wang, "An integrated model for drill-string dynamics", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. **32**, pp. 2223–2241, (1999).
- 5 Y.A. Khulief y H. Al-Naser, "Finite element dynamic analysis of drillstrings", *Finite elements in analysis and design*, Vol. **41**, pp. 1270–1288, (2006).
- 6 A.S. Yigit y A.P. Christoforou, "Coupled torsional and bending vibrations of drillstrings subjected to impact with friction", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. **215**, pp. 167–181, (1998).
- 7 A.S. Yigit y A.P. Christoforou, "Coupled bending and torsional vibrations of actively controlled drillstrings", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. **234**, pp. 76–83, (2000).
- 8 A.P. Christoforou y A.S. Yigit "Fully coupled vibrations of actively controlled drillstrings", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. **267**, pp. 1029–1045, (2003).
- 9 R.W. Tucker y C. Wang, "Torsional vibrations control and cosserat dynamics of a drill-rig assembly", *Meccanica*, Vol. **38**, pp. 143–159, (2003).
- 10 M.A. Trindade, C. Wolter y R. Sampaio, "Karhunen-Loève decomposition of coupled axial/bending vibrations of beams subject to impacts", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. **279**, pp. 1015–1036, (2005).

- 11 R. Sampaio, M.T. Piovan y G. Venero, “Coupled axial/torsional vibrations of drill-strings by means of a non-linear model”, *Mechanics Research Communications*, Vol. **34**, pp. 497-502, (2007).
- 12 T. Richard, C. Germy y E. Detournay, “Self-excited stick-slip oscillations of drill-bit”, *Comptes Rendus Mecanique*, Vol. **332**, pp. 619–626, (2004).
- 13 Y.A. Khulief, F.A. Alsulaiman y S. Bashmal, “Vibration analysis of drillstrings with self-excited stick-slip oscillations”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. **229**, pp. 540-558, (2007).
- 14 H.B.H. Gubran y K. Gupta, “The effect of stacking sequence and coupling mechanisms on the natural frequencies of composite shafts”, *Journal of Sound and Vibration*, vol. 282 págs. 231–248. (2005).
- 15 M.A. Mohiuddin and Y.A. Khulief, “Coupled bending torsional vibration of rotors using finite element”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. **223**, pp. 297–316, (1999).
- 16 M. Lalanne y G. Ferraris, “*Rotordynamics Prediction in Engineering*”, John Wiley and Sons, Chichester, West Sussex, England, (1990).
- 17 M.A. Trindade and R. Sampaio, Modeling of axial-torsional coupled vibrations of drill-strings. 13th International Workshop on Dynamics and Control, Daimler–Chrysler Training Center, Wiesenteig, Germany, Shaker Verlag. (2005).
- 18 K.J. Bathe, “*Finite Element procedures in Engineerng Analysis*”, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, (1982).
- 19 L. Meirovitch, “*Principles and Techniques of Vibrations*”, Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey, (1997).
- 20 E. Kreuzer and O. Kust, “Analysis of torsional strings by proper orthogonal decomposition”, *Archive of Applied Mechanics*, Vol. 67, págs. 68-80. (1996).
- 21 T. Ritto, R. Sampaio y C. Soize, “A drill-string model: deterministic and stochastic analysis”, *Anales del Primer Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica*, Bahía Blanca, Argentina, (2008).
- 22 ASME. “*Handbook: Drilling fluids processing*”, Elsevier, Inc., (2005).