

# USO DA GEOMETRIA FRACTAL NA AVALIAÇÃO DA VARIABILIDADE ESPACIAL DE PARÂMETROS DE AGREGAÇÃO DO SOLO EM SÃO PAULO

J. R. P. DE CARVALHO<sup>1</sup>, S. C. F. DECHEN<sup>2</sup>, G. DUFRANC<sup>3</sup>

2<sup>o</sup> Simpósio Internacional de Agricultura de Precisão  
Viçosa, MG, 12 a 14 de junho de 2002

**RESUMO:** A geometria de fractais tem sido proposta recentemente como um modelo para a distribuição de tamanho de partículas. Neste trabalho, a distribuição do tamanho de agregados de solo secos expressos em termos de sua massa foi estimada. Os parâmetros do modelo representados pela dimensão fractal  $D$  a qual é uma medida da fragmentação do solo (maior seu valor, maior a fragmentação) e o tamanho do maior agregado  $R_L$  foram definidos como ferramentas descritivas para a agregação do solo. Os agregados foram coletados em uma profundidade de 0-10 cm de um Latossolo Vermelho Distrófico típico, álico, textura argilosa em Angatuba, São Paulo. Uma grade regular de 50 x 50 m foi usada e amostragem coletada em 76 pontos e a distribuição de agregados obtida. Os valores de  $D$  e  $R_L$  foram estimados e modelos gaussiano para  $R_L$  e esférico para  $D$  foram ajustados. Através do exame dos semivariogramas, a dependência espacial foi encontrada. Krigagem simples foi usada como interpolador e mapas de isolinhas construídos mostrando ser uma ferramenta útil em descrever a variabilidade espacial de agregação do solo.

**PALAVRAS CHAVES:** Dimensão fractal, geoestatística, distribuição do tamanho de partículas.

## USE OF FRACTAL GEOMETRY IN THE EVALUATION OF THE SPATIAL VARIABILITY OF SOIL AGGREGATE PARAMETERS IN SÃO PAULO

**ABSTRACT:** Fractal geometry has recently become a model for soil size particle distribution. In this work, the distribution of dry soil aggregates in terms of its mass was obtained and the parameters model such as the dimension fractal  $D$  which is a measure of the fragmentation of the soil (larger its value, larger the fragmentation) and the largest aggregate size  $R_L$  were defined as descriptive tools for the soil aggregation. The aggregates were collected in a depth of 0-10 cm of a Clayey Ferrasol in Angatuba, São Paulo. A regular grid of 50 x 50 m was used and sampling collected in 76 points and the distribution of aggregates obtained. The values of  $D$  and  $R_L$  were obtained and gaussian model for  $R_L$  and spherical model for  $D$  they were adjusted. Through the exam of the semivariogramas, spatial dependence was found. Simple krigagem was used as interpolator and contours maps were built showing to be an useful tool in describing the spatial variability of soil aggregation.

**KEYWORDS:** Fractal dimension, geostatistic, particle size distribution.

**INTRODUÇÃO:** Variabilidades espacial e temporal de solos e plantas têm sido motivo de muitos estudos devido à dificuldade de sua caracterização e quantificação. A Geoestatística através da análise de semivariogramas tem sido a técnica mais utilizada para a caracterização das variabilidades espacial e temporal (ISAAKS & SRIVASTAVA, 1989; EGHBALL et al., 1999). A obtenção de

---

<sup>1</sup> Pesquisador - Embrapa Informática Agropecuária, Caixa Postal 6041, 13083-970, UNICAMP, Campinas, São Paulo, Brasil; email: [jruy@cnptia.embrapa.br](mailto:jruy@cnptia.embrapa.br).

<sup>2</sup> Pesquisadora – Instituto Agrônomo, Caixa Postal 28, 13001-970, Campinas, São Paulo, Brasil; e-mail: [dechen@ccc.iac.br](mailto:dechen@ccc.iac.br)

<sup>3</sup> Pós - Graduando – Instituto Agrônomo, Caixa Postal 28, 13001-970, Campinas, São Paulo, Brasil.

semivariogramas representativos depende fundamentalmente do número de pares de pontos, para diferentes distâncias, encontrado numa determinada direção. Uma grande preocupação dos cientistas da área de solo é a caracterização da estrutura do solo com um único parâmetro o qual retém a maioria das informações. Tradicionalmente, as pesquisas têm sido direcionadas para a distribuição do tamanho do poro e dos agregados. A análise fractal tem sido recentemente usada como um modelo para a distribuição de agregados do solo. Na análise de fractais, a dimensão fractal (D) que é independente de escala, é um indicador da geometria do parâmetro fractal em estudo. A dimensão fractal tem sido estudada na distribuição espacial de pH no solo (BURROUGH, 1983), na contenção de nutrientes (BURROUGH, 1981), na retenção de água (PACHEPSKY et al., 1995) e na condutividade elétrica saturada (KEMBLOWSKI & CHANG, 1993).

O objetivo deste estudo foi explorar a aplicabilidade da teoria de fractais no estudo da variabilidade espacial em agregação de solo. A dimensão fractal D junto com  $R_L$  que é o parâmetro que estima o tamanho do maior agregado foram usados como descritores de fragmentação. Estes valores estimados em diferentes locais na área experimental foram interpolados usando krigagem simples e mapas de isolinhas construídos.

**MATERIAL E MÉTODOS:** O trabalho foi desenvolvido em uma propriedade particular de aproximadamente 90 ha, localizada no município de Angatuba, São Paulo, onde é feito plantio convencional em rotação com soja, milho e batata, sendo esta última cultura introduzida na área a cada três anos. A área experimental é irrigada por meio de um pivô-central, cujo raio atinge 500 m. O solo é um Latossolo Vermelho Distrófico típico, álico, textura argilosa, A moderado. A área foi amostrada em grade retangular uniforme de 50 x 50 m, totalizando 76 pontos. Após a colheita da cultura de verão, foi feita a retirada de amostras do solo, na profundidade de 0-10 cm, para a análise de estabilidade dos agregados por via úmida.

O método empregado para obtenção dos agregados é descrito em DUFRANC (2001) e foi realizado no Centro de Solos e Recursos Agroambientais do Instituto Agronômico. Aproximadamente 50 g do material seco em estufa a 105-110°C, em triplicata, sofreram o pré-tratamento com água durante 10 minutos. O peneiramento foi feito com peneiras de malhas 7,93 mm, 6,35 mm, 4,00 mm, 2,00 mm, 1,00 mm e 0,50 mm de diâmetro, durante 10 minutos. Os pesos dos agregados retidos nas peneiras foram secados em estufa a 105-110°C por 48 horas ou até peso constante.

Fractais são sistemas de modelos espaciais e temporais que exibem simetria de escala, isto é, eles são construídos por repetidamente copiarem um modelo ou “gerador” em um objeto de início chamado “iniciador” (CASTRIGNANÒ & STELLUTI, 1999). Esta teoria tem sido aplicada para a caracterização da distribuição do tamanho de agregados no solo, conforme a equação (TURCOTTE, 1986):

$$N(r>R) = KR^{-D} \quad (1)$$

Onde  $N(r>R)$  é o número cumulativo de objetos de tamanho r maior do que uma escala R determinada pelo diâmetro da peneira, K é uma constante igual a N para R=1, relacionada com a forma dos objetos e D é a dimensão fractal. Na maioria das análises de solos, equação (1) não pode ser diretamente aplicada, pois não é prático contar o número de agregados, cujo tamanho varia entre limites inferiores e superiores definidos pelo diâmetro das peneiras. É considerado mais apropriado investigar a distribuição do tamanho dos agregados (CASTRIGNANÒ & STELLUTI, 1999; TYLER & WHEATCRAFT, 1992) expresso em termos de sua massa, a qual é facilmente obtida pelo seguinte modelo:

$$M(r<R) / M_T = (R / R_L)^{3-D} \quad (2)$$

Onde M é massa acumulada dos agregados de tamanho r menores do que R determinado pelo diâmetro das peneiras,  $M_T$  é a massa total,  $R_L$  é o parâmetro que estima o tamanho do maior agregado e D é a dimensão fractal da massa. Equação (2) é limitada pela variação de D de  $0 < D < 3$ . O modelo de massa fractal (equação 2) é aplicado para descrever a distribuição do tamanho da partícula do solo seco. Os dois parâmetros do modelo, a dimensão fractal D e o tamanho do maior agregado  $R_L$  são definidas como ferramentas descritivas para a agregação de solo.

As estimativas não viciadas de D e  $R_L$ , para cada ponto amostral, são obtidas por regressão não-linear através do método de Gauss-Newton para o cálculo de estimadores de mínimos quadrados (SAS/STAT, 1985; PERFECT et al., 1992), com um diâmetro médio das peneiras  $R=5,76$ .

A geoestatística foi utilizada para avaliar a variabilidade espacial dos atributos estudados. Segundo VIEIRA (1997), é necessário conhecer o grau de dependência espacial entre as amostras, que pode ser avaliado pelo semivariograma, possibilitando construir mapas de isolinhas ou tridimensionais para exame e interpretação da variabilidade espacial.

Vieira et al (1983) afirmam que a dependência espacial entre as observações pode ser expressa através do semivariograma, estimado pela seguinte equação:

$$\gamma^*(h) = \frac{1}{2 N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [Z(x_i) - Z(x_i + h)]^2$$

onde  $N(h)$  é o número de pares de valores medidos  $Z(x_i)$ ,  $Z(x_i+h)$ , separado pela distância  $h$ , se a variável for escalar. O gráfico de  $\gamma^*(h)$  versus os valores correspondentes de  $h$ , chamado semivariograma, é uma função do vetor  $h$ , e, portanto depende de ambos, magnitude e direção de  $h$ . Modelos esférico, exponencial e gaussiano foram ajustados aos semivariogramas, os quais permitem visualizar a natureza da variação espacial das variáveis estudadas, além de serem necessários para outras aplicações, como por exemplo, krigagem.

Os valores obtidos através da krigagem são não viciados e têm variância mínima (VIEIRA et al., 1983) e ideais para a construção de mapas de isolinhas ou tridimensionais para verificação e interpretação da variabilidade espacial.

**RESULTADOS E DISCUSSÃO:** O exame dos semivariogramas para  $R_L$  e  $D$  revela que existe dependência espacial para as variáveis. O alcance para  $D$  e  $R_L$  são iguais ( $a=150$ ), bem como a dependência espacial, como pode ser visto na Figura 1, onde o efeito pepita é o mesmo para as duas variáveis ( $C_0=0,05$ ). O efeito pepita de 0,05 significa que existe uma descontinuidade entre valores separados por distância menores do que o usado no intervalo de amostragem, ou seja, em torno de 50 m. A proporção deste valor para o patamar do semivariograma ( $C_0 + C_1$ ), no caso, 7% para  $R_L$  e  $D$ , é um indicativo da quantidade de variação ao acaso de um ponto para outro, e quanto menor seu valor, mais parecidos são os valores vizinhos. O alcance ( $a$ ) de 150 m significa que todos os vizinhos dentro de um raio de 150 m podem ser usados na estimativa de valores em espaçamentos mais próximos.

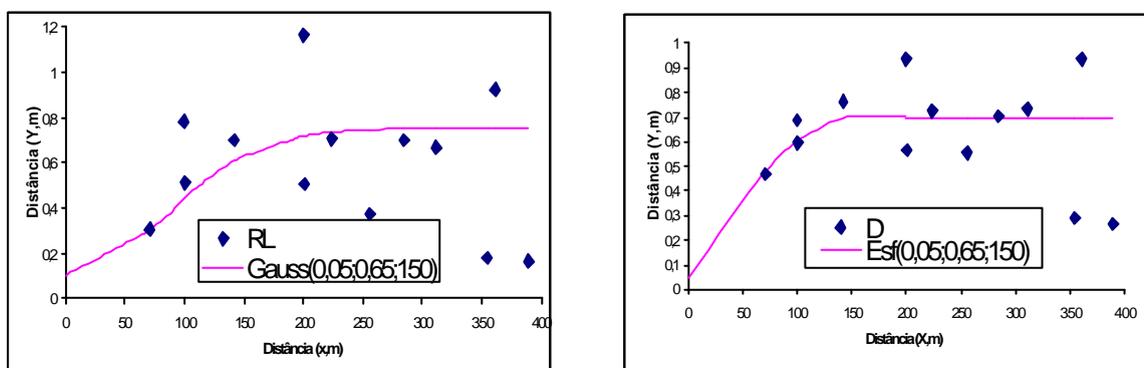


Figura 1 - Semivariogramas experimentais: maior tamanho de agregado  $R_L$ , modelo gaussiano ajustado com  $R^2=0,89\%$  e para a dimensão da massa fractal  $D$ , modelo esférico ajustado com  $R^2=0,93\%$ .

Os resultados da aplicação da geoestatística sugerem que a variabilidade espacial na fragmentação do solo pode ser detectada na área em questão. Como pode ser visto na Figura 2, o mapa de contorno para  $R_L$  e  $D$  foi produzido por interpolação dos valores calculados para as duas variáveis usando os modelos de semivariograma conforme obtidos na Figura 1 e o método de estimação de krigagem simples (VIEIRA et al., 1983). A variabilidade na fragmentação do solo é bem clara quando da observação dos dois mapas, especialmente para  $R_L$ .

Mesmo assim, é possível detectar, examinando a Figura 2, variação espacial. Os agregados de maior tamanho estão presentes no canto inferior direito e existe uma variação homogênea de baixos valores do tamanho do agregado na direção da diagonal principal ( $45^\circ$ ). Como sugerido pelo alto valor do coeficiente de correlação ( $r=-0,98$ ) negativo entre os dois parâmetros, os menores valores de zonas fragmentadas (baixo  $D$ ), correspondem às zonas aonde existem maiores quantidades de cascalho

(maior  $R_L$ ). Neste caso, tanto a estatística clássica como a geoestatística demonstram uma correlação espacial entre os dois parâmetros.

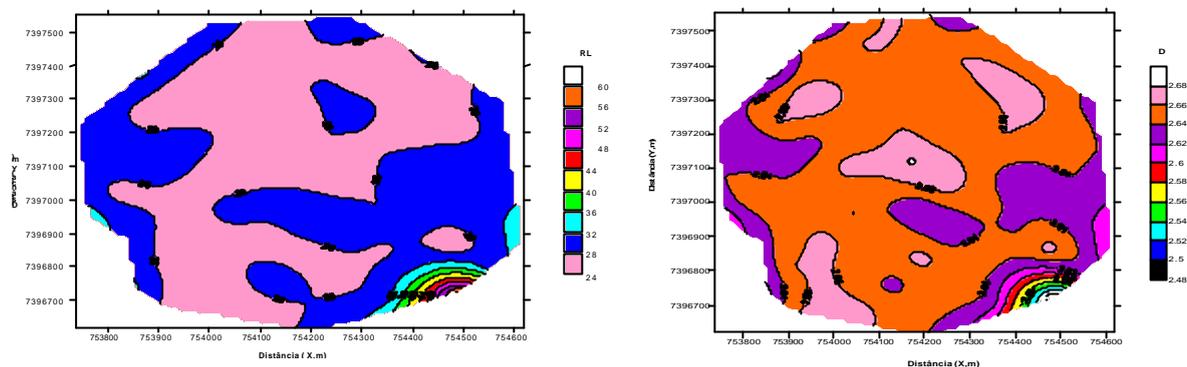


Figura 2 - Mapas de isolinhas usando krigagem simples para o maior tamanho de agregado  $R_L$  e para a dimensão da massa fractal  $D$ .

### CONCLUSÕES:

- 1 - A distribuição espacial dos agregados de diferentes tamanhos não é devido ao acaso, mas sim resultado de processo natural e práticas culturais que definem a correlação espacial no solo;
- 2 - O uso da geometria fractal permite a interpretação das informações provenientes de diferentes tipos de solo;
- 3 - O uso conjunto da teoria dos fractais com geoestatística permite a definição de áreas homogêneas, as quais podem receber as mesmas práticas culturais diminuindo, por exemplo, a contaminação na água e no ambiente, devido à aplicação de produtos químicos;
- 4 - A variabilidade na fragmentação do solo é bem definida na área em estudo.

### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

- BURROUGH, P.A. Fractal dimensions of landscapes and other environmental data. *Nature* 294, 240-242, 1981.
- BURROUGH, P.A. Multiscale sources of spatial variation in soil: I. The application of fractal concepts to nested levels of soil variation. *J. Soil Sci* 34, 577-597, 1983.
- CASTRIGNANÒ, A.; STELLUTI, M. Fractal geometry and geostatistics for describing the field variability of soil aggregation. *J. Agric. Engng Res.*, 73: 13-18, 1999.
- DUFRANC, G. Atributos físicos, químicos e biológicos relacionados com a estabilidade de agregados de dois latossolos vermelhos em plantio direto no Estado de São Paulo. Campinas, 2001. 143 p. Tese (Mestrado) – Instituto Agrônomo - Pós-Graduação.
- EGHBALL, B.; HERGERT, G. W.; LESOING, G. W.; FERGUSON, R.B. Fractal analysis of spatial and temporal variability. *Geoderma*, 88, 349-362, 1999.
- ISAAKS E. H.; SRIVASTAVA, R. M. An introduction to applied geostatistics. Oxford University Press, New York, 1989, 561p.
- KEMBLOWSKI, M.W.; CHANG, C.M. Infiltration in soils with fractal permeability distribution. *Groundwater* 31, 187-192, 1993.
- PACHEPSKY, Y.A.; SHCHEBAKOV, R.A.; KORSUNSKAYA, L.P. Scaling of soil water retention using fractal model. *Soil Sci.*, 159, 99-104, 1995.
- PERFECT E.; RASIAH V.; KAY, B. D. Fractal dimension of soil aggregate-size distributions calculated by number and mass. *Soil Science Society American Journal*, 56: 1407-1409, 1992.
- SAS INSTITUTE INC. SAS User's Guide: Statistics, Version 5 Edition. Cary, NC. 1985. 956p.
- TURCOTTE, D. L. Fractals and fragmentation. *Journal of Geophysical Research.*, 91(B2): 1921-1926, 1986.
- TYLER, S. W.; WHEATCRAFT, S. W. Fractal scaling of soil particle size distributions: Analysis and limitations. *Soil Science Society American Journal*, 56: 362-369, 1992.
- VIEIRA, S.R.; HATFIELD, J.L.; NIELSEN, D.R. & BIGGAR, J.W. Geostatistical theory and application to variability of some agronomical properties. *Hilgardia*, Berkeley, 51 (3): 1-75. June 1983.

VIEIRA, S.R. Variabilidade espacial de argila, silte e atributos químicos em uma parcela experimental de um latossolo roxo de Campinas, SP. *Bragantia*, Campinas, 56(1): p. 181 – 190, 1997.