

Primljen / Received: 14.2.2017.

Ispravljen / Corrected: 12.5.2017

Prihvaćen / Accepted: 4.7.2017.

Dostupno online / Available online: 10.3.2019.

Utjecaj hrapavosti na spregnutu dubinu kod vodnih skokova na neravnoj podlozi

Autori:



Dr.sc. **Arpan Arunrao Deshmukh**, dipl.ing.grad.
Državni tehnološki institut Visvesvaraya
Nagpur, Indija
arpan_deshmukh@yahoo.com



Naveen Sudharsan, dipl.ing.grad.
Državni tehnološki institut Visvesvaraya
Nagpur, Indija
naveensudharsan@live.in



Doc.dr.sc. **Avinash D Vasudeo**, dipl.ing.grad.
Državni tehnološki institut Visvesvaraya
Nagpur, Indija
avasudeo@yahoo.com



Prof.dr.sc. **Aniruddha Dattatraya Ghare**, dipl.ing.grad.
Državni tehnološki institut Visvesvaraya
Nagpur, Indija
adghare@yahoo.co.in

Prethodno priopćenje

Arpan Arunrao Deshmukh, Naveen Sudharsan, Avinash D Vasudeo, Aniruddha Dattatraya Ghare

Utjecaj hrapavosti na spregnutu dubinu kod vodnih skokova na neravnoj podlozi

Vodni skok je značajna pojava karakteristična za otvorene tokove kao što su rijeke i preljevi. Vodni se skokovi uglavnom koriste za raspršivanje kinetičke energije na nizvodnoj strani preljeva i to uz pomoć glatkog korita koristi hrapavo korito. U ovom se radu prikazuje eksperimentalno istraživanje koje ocjenjuje utjecaj drobljenog kamenog materijala na vodni skok. U istraživanju je korišteno pet serija drobljenog kamena definiranih prema veličini kamena. Rezultati pokazuju da se utjecaj hrapavog korita ne povećava nakon određene visine kamene obloge.

Ključne riječi:

vodni skok, spregnuta dubina, hrapavo korito, visina nabora

Preliminary note

Arpan Arunrao Deshmukh, Naveen Sudharsan, Avinash D Vasudeo, Aniruddha Dattatraya Ghare

Effect of roughness on sequent depth in hydraulic jumps over rough bed

Hydraulic jump is an important phenomenon in open channel flows such as rivers and spillways. Hydraulic jump is mainly used for kinetic energy dissipation at the downstream side of a spillway with the assist of baffle blocks. It has been demonstrated that corrugated or rough beds show considerably more energy dissipation than smooth beds. The experimental research evaluating the effect of crushed stones on the hydraulic jump is presented in this paper. Five different-size sets of crushed stones were used. Results show that the effect of rough bed does not increase after a certain height of crushed stone is reached.

Key words:

hydraulic jump, sequent depth, rough bed, height of roughness

Vorherige Mitteilung

Arpan Arunrao Deshmukh, Naveen Sudharsan, Avinash D Vasudeo, Aniruddha Dattatraya Ghare

Auswirkung der Rauheit auf die kombinierte Tiefe bei Wassersprüngen auf unebenen Untergründen

Der Wassersprung ist eine bedeutende Erscheinung, die für offene Strömungen wie Flüsse und Überläufe charakteristisch ist. Die Wassersprünge werden hauptsächlich für die Verteilung der kinetischen Energie auf der stromabwärtigen Seite des Überlaufs genutzt, und dies mithilfe von Lenkblöcken. Es hat sich gezeigt, dass die Energieverteilung weitaus wirksamer ist, wenn man statt eines glatten Flussbettes ein raues Bett verwendet. In dieser Abhandlung wird eine experimentelle Untersuchung dargestellt, welche die Auswirkung von gebrochenen Steinmaterial auf den Wassersprung beurteilt. In der Untersuchung wurden fünf Serien von Schotter verwendet, definiert gemäß der Steingröße. Die Ergebnisse zeigen, dass sich die Auswirkung des rauhen Bettes nach einer bestimmten Höhe der Steinauskleidung nicht erhöht.

Schlüsselwörter:

Wassersprung, kombinierte Tiefe, raues Flussbett, Faltenhöhe

1. Uvod

Vodni skok je pojava koja se u većini hidrauličkih građevina primjenjuje u svrhu raspršivanja energije. Vodni se skok javlja na mjestima gdje siloviti režim strujanja prelazi u mirni režim. Skok koji se formira u glatkom koritu, tj. u širokom i horizontalnom pravokutnom koritu, obično nazivamo normalnim vodnim skokom. Takav normalni skok analizirali su brojni autori (Hager [1], Rajaratnam [2]). Sila teža je pokretač toka u otvorenim kanalima. Iz toga logično slijedi da omjer inercijskih i gravitacijskih sila ima značajnu ulogu u analizi otvorenih tokova. Nedimenzijski broj, tj. Froudeov broj, definira se prema konvenciji o primjeni prvog zakona o brzini. Ako je y_1 prva spregnuta dubina, y_2 druga spregnuta dubina te F_{r1} Froudeov broj u profilu prve spregnute dubine, tada se odnos spregnute dubine vodnog skoka dobiva pomoću Bélangerove jednadžbe momenta [3] kako slijedi u izrazu (1):

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2} \left[\sqrt{1 + 8F_{r1}^2} - 1 \right] \quad (1)$$

gdje je:

F_r - Froudeov broj

F_{r1} - Froudeov broj za nadolazeći tok

y_1 - dubina uzvodnog toka

y_2 - dubina nizvodnog toka.

Istraživanja brojnih autora pokazala su da je u slučaju hrapavog korita druga spregnuta dubina y_2 znatno manja od izračunane vrijednosti y_2 temeljem izraza (1), prema [4, 5]. Mnogi su istraživači također potvrdili da se značajno smanjuje i dužina skoka. To je dovelo do ideje da se dužina skoka može smanjiti izvođenjem hrapavog korita što će u konačnici dovesti do

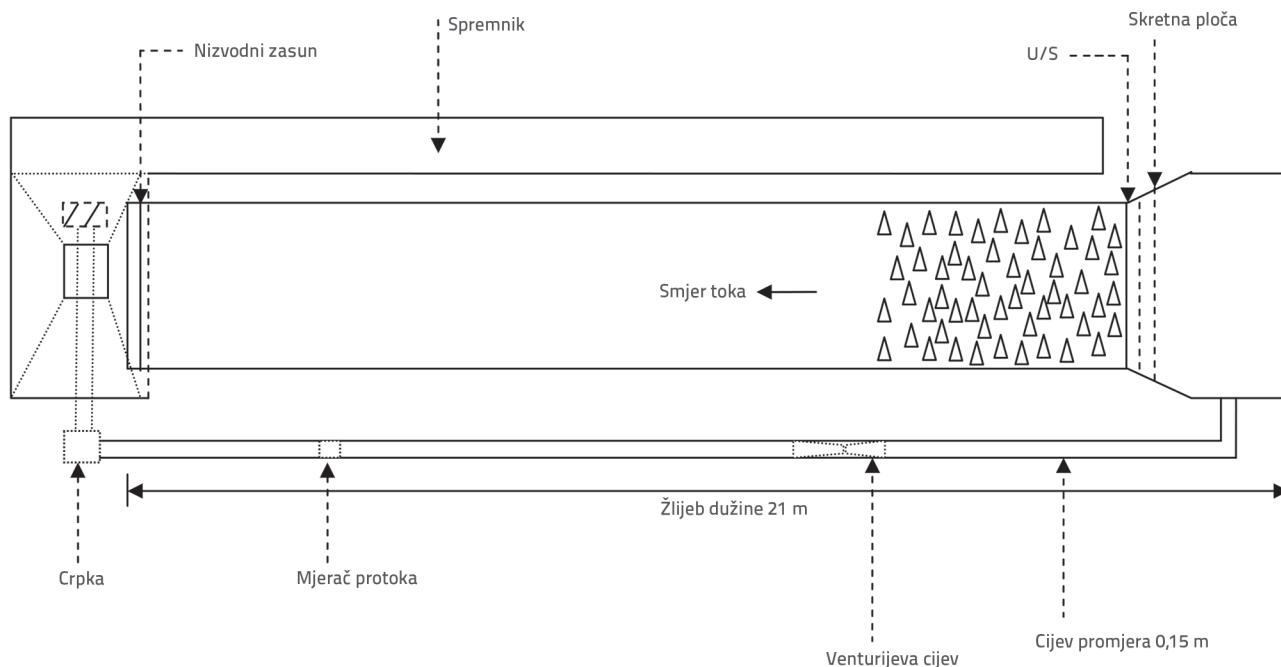
smanjenja dužine slapišta koje se koristi za kontrolu vodnog skoka na hidrotehničkim građevinama.

Glavna poteškoća u vezi s vodnim skokom na hrapavom koritu sastoji se u činjenici da je hrapavost u gornjem toku podložna kavitaciji. Dodatna istraživanja koja su proveli Ead i dr. [3] upućuju na zaključak da se kavitacijsko djelovanje može smanjiti održavanjem vrha hrapave površine na razini korita tako da hrapava površina ni u kojem dijelu ne strši iznad razine korita. Osim toga, nekoliko istraživača (Carollo, Ferro, i Pampalone [6], Ead i Rajaratnam [3], Ghorbani i Bazaz [7]) prikazali su utjecaj "oblika hrapavosti" te su, kako bi ostvarili hrapavost podloge, koristili trokutaste, trapezoidne i polukružne trake izrađene od drva, plastike itd.

U ovom se radu istražuje utjecaj hrapavosti na spregnutu dubinu vodnog skoka za elemente različite hrapavosti. Za te je potrebe provedeno eksperimentalno istraživanje vodnog skoka na hrapavoj podlozi te su prikazani postignuti rezultati u nadi da će se ova ideja pokazati korisnom u budućim istraživanjima iz ovog područja.

2. Eksperimentalni opis i ispitivanja

Eksperimenti su provedeni u Laboratoriju za hidrotehniku i mehaniku fluida Zavoda za graditeljstvo pri Državnom tehnološkom institutu Visvesvaraya u Napuru, Maharashtra, Indija. Eksperimentalni žlijeb korišten u ispitivanju pravokutnog je oblika, a postavljen je horizontalno, mogućnošću podešavanja nagiba korita (mehanizam za naginjanje). Žlijeb je širok 0,6 m te dužine 21 m, kao što se može vidjeti na slici 1. Crpka od 30 KS odgovarajuće krivulje protoka i standardne izvedbe pokreće cirkulacijski mehanizam koji omogućuje djelotvorno korištenje



Slika 1. Tlocrtni prikaz postava eksperimenta

Tablica 1. Karakteristike hrapave podloge

Broj serije	Svojstva hrapave podloge		Broj očitavanja	Raspon Froudeovog broja
	Veličina agregata [mm]	Naziv		
1	25 - 31,5	Serija A	46	3,00 - 7,00
2	31,5 - 40	Serija B	48	2,00 - 7,00
3	40 - 50	Serija C	52	2,50 - 10,00
4	50 - 63	Serija D	42	2,50 - 9,50
5	63 - 75	Serija E	48	3,00 - 9,00

žlijeba. Na stranama su ugrađene stranice od pleksiglasa za vizualizaciju eksperimenta, slika 2. Mjerenje izlaznog mlaza provedeno je pomoću elektromagnetnog mjerača protoka povezanog pomoću cijevi promjera 0,15 m. Na nizvodnom kraju žlijeba voda je prikupljena u spremnik širine 3 m i dubine 1 m. Kako bi se spriječila pogreška u mjerenju, prije svakog pojedinog eksperimenta provedeno je baždarenje. Protok je održavan za pojedinačne eksperimente.

Vodni skok formiran je u žlijebu dimenzija 21 x 0,6 x 0,5 m, s bočnim stranicama od pleksiglasa. Hrapavo korito izvedeno je pomoću drobljenog kamena, slika 3. Prilikom odabira drobljenog kamena prihvaćeno je načelo primjene krupnozrnatog agregata za beton koji se koristi u izradi kanala s betonskom oblogom. Taj je kamen lokalno dostupan i može se usitniti do potrebnih dimenzija. Dodatna prednost tog kamena je u vrlo visokom "stupnju uglatosti", pa je stoga površina po kojoj će teći voda još hrapavija. Uglatost tog kamena isto tako omogućuje jednostavno polaganje u korito kanala jer se može postići visok stupanj sidrenja, tj. povezivanja s podlogom. Kamen se postavlja u korito žlijeba tako da niti jedan dio kamena ne utječe na uzvodno korito gdje dolazi do stvaranja silovitog tečenja. Tako se šupljina između pojedinačnih zrna kamena ponaša kao uleknučje u koritu. Takvim rasporedom formiran je sustav turbulentnih vrtloga koji može dovesti do povećanja posmičnih naprezanja u koritu [3]. U čitavom je eksperimentu korišteno pet serija drobljenog kamena. Pojedinačne serije formirane su prosijavanjem s višeg sita na niže. Nakon prosijavanja, agregat je sustavno klasificiran u odgovarajuće skupine. Dodatni su detalji prikazani u tablici 1.

Kako bi se olakšalo formiranje skoka, uzvodni zasun žlijeba u svim je eksperimentima podešen tako da se dobije silovito tečenje, a hrapava podloga postavljena je neposredno nakon uzvodnog zasuna, slika 4. Prikaz formiranog vodnog skoka vidljiv je na slici 5. Ukupno je provedeno 236 očitavanja (za svih 5 serija). Izmjerene su uzvodne i nizvodne dubine pri prolasku preko hrapave podloge čija je debljina iznosila 28 mm za seriju A, 35,5 mm za seriju B, 45 mm za seriju C, 56,5 mm za seriju D, te 69 mm za seriju E. Pritom je korišten mjerni uređaj točnosti 0,1 mm, slika 6. Tijekom pokusa Froudeov je broj uglavnom varirao od 3 do 10.

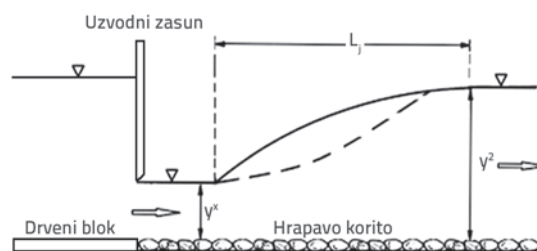
Voda je ulazila u žlijeb ispod zasuna čime je postignuto ravnomjerno silovito tečenje. Zasun smješten na nizvodnom dijelu služio je za kontrolu druge spregnute dubine.



Slika 2. Fotografija nagibnog žlijeba koji je korišten u eksperimentima



Slika 3. Fotografija drobljenog agregata zalijepljenog na dno žlijeba kako bi se dobilo hrapavo korito



Slika 4. Shematski prikaz hrapavog korita



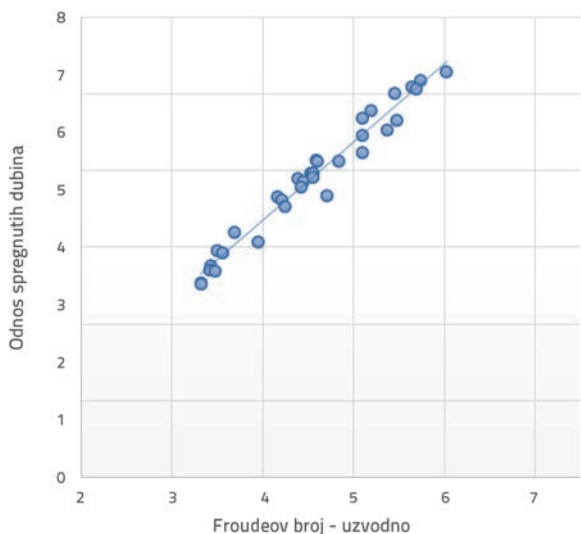
Slika 5. Stvarna fotografija vodnog skoka



Slika 6. Fotografija elektromagnetskog mjerača protoka koji je korišten u eksperimentima

3. Rezultati i analiza

Prve i druge spregnute dubine izmjerene su na pojedinačnim dionicama kako je prikazano na slici 4. Prva spregnuta dubina izmjerena je neposredno prije početka skoka, a druga, odnosno normalna dubina izmjerena je na kraju skoka, u prostoru koji se može definirati kao zona iza koje je površina vode gotovo horizontalna.

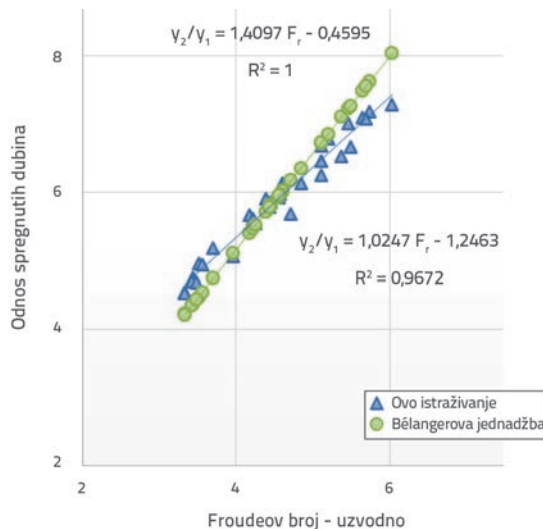


Slika 7. Varijacija odnosa spregnutih dubina ovisno o Froudeovom broju

Za svaku je seriju varijacija odnosa spregnutih dubina i Froudeovog broja uspoređena s vrijednostima koje su očitane u prethodnim ispitivanjima. Varijacija odnosa spregnutih dubina ovisno o Froudeovom broju prikazana je na slici 7. za glatko korito. Varijacija je izrazito linearna. Situacija je gotovo identična u vezi s Bélangerovom jednačzbom. Regresija dobivena prema grafikonu iznosi $R^2 = 0,9672$ za

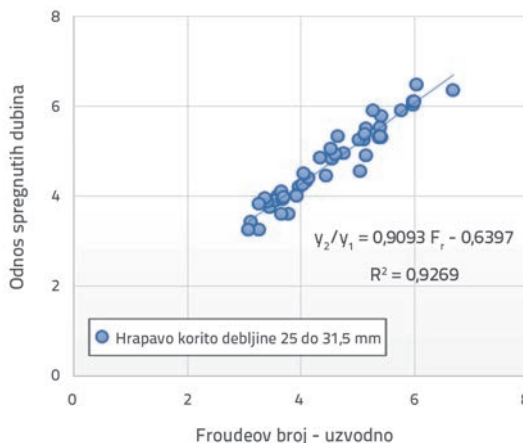
$$\frac{y_2}{y_1} = 1,0247 \cdot F_{r1} + 1,2463 \tag{2}$$

Na slici 8. prikazana je usporedba varijacije odnosa spregnutih dubina ovisno o Froudeovom broju za glatko korito i Bélangerove jednačzbe.



Slika 8. Usporedba ovog ispitivanja i Bélangerove jednačzbe za glatko korito

Ta usporedba pokazuje da su rezultati dobiveni u ovom ispitivanju vrlo bliski teoretskim vrijednostima prema Bélangerovoj jednačzbi za odnos spregnutih dubina u pravokutnom kanalu glatkog korita. Slika 9. prikazuje varijaciju odnosa spregnutih dubina ovisno o Froudeovom broju za seriju A.



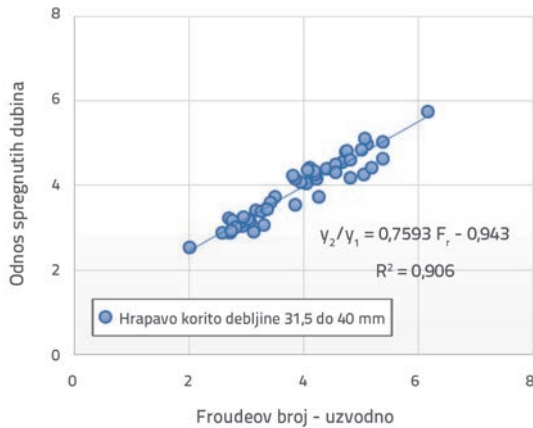
Slika 9. Varijacija odnosa spregnutih dubina ovisno o Froudeovom broju za seriju A (25 to 31,5 mm)

Dobiveni rezultati upućuju na linearan trend, a regresija dobivena u ovom slučaju iznosi

$$\frac{y_2}{y_1} = 0,9093 \cdot F_{r1} + 0,6397 \quad (3)$$

Vrijednost R^2 iznosi 0,9269, a vrijednosti Froudeovog broja variraju od 3 do 7.

Slika 10. prikazuje varijaciju odnosa spregnutih dubina ovisno o Froudeovom broju za seriju B.



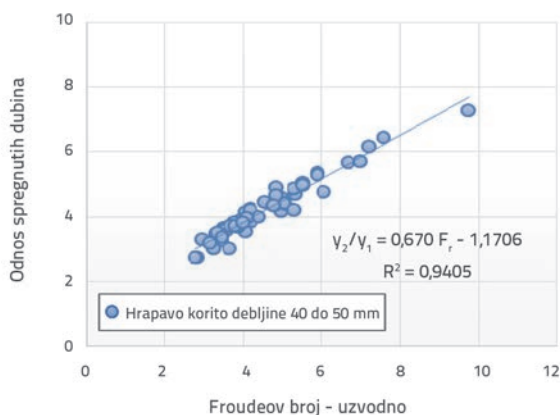
Slika 10. Varijacija odnosa spregnutih dubina ovisno o Froudeovom broju za seriju B (31,5 do 40 mm)

Linearan trend zabilježen je i kod serije B, a regresija iznosi

$$\frac{y_2}{y_1} = 0,759 \cdot F_{r1} + 0,943 \quad (4)$$

Vrijednost R^2 iznosi 0,906, a vrijednost Froudeovog broja varira od 2 do 7.

Slika 11. prikazuje varijaciju odnosa spregnutih dubina ovisno o Froudeovom broju za seriju C.



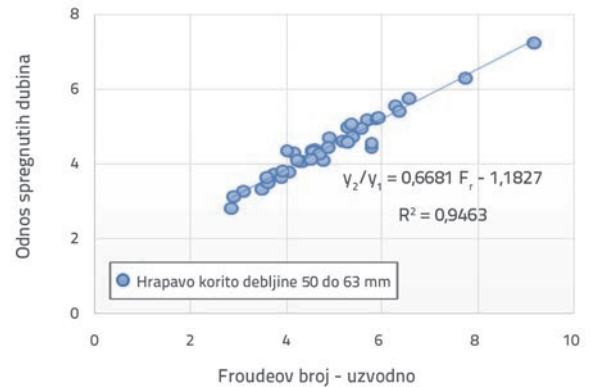
Slika 11. Varijacija odnosa spregnutih dubina ovisno o Froudeovom broju za seriju C (40 do 50 mm)

U seriji C vrijednost regresije iznosi

$$\frac{y_2}{y_1} = 0,6704 \cdot F_{r1} + 1,1706 \quad (5)$$

Vrijednost R^2 iznosi 0,9405, a Froudeov broj varira od 2,5 do 10. Ovdje je trend također linearan.

Slika 12. prikazuje varijaciju odnosa spregnutih dubina ovisno o Froudeovom broju za seriju D.

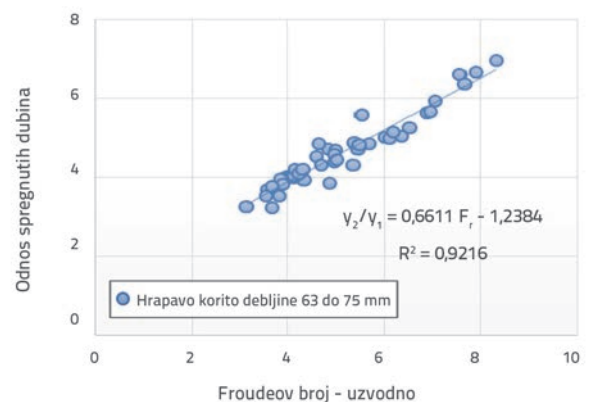


Slika 12. Varijacija odnosa spregnutih dubina ovisno o Froudeovom broju za seriju D (50 do 63 mm)

U seriji D jednadžba dobivena regresijskom analizom glasi

$$\frac{y_2}{y_1} = 0,6681 \cdot F_{r1} + 1,1827 \quad (6)$$

Vrijednost R^2 iznosi 0,9463, a Froudeov broj varira između 2,5 i 9,5. Slika 13. prikazuje varijaciju odnosa spregnutih dubina ovisno o Froudeovom broju za seriju E.



Slika 13. Varijacija odnosa spregnutih dubina ovisno o Froudeovom broju za seriju E (63 do 75 mm)

U seriji E jednadžba dobivena regresijskom analizom glasi

$$\frac{y_2}{y_1} = 0,6611 \cdot F_{r1} + 1,2384 \quad (7)$$

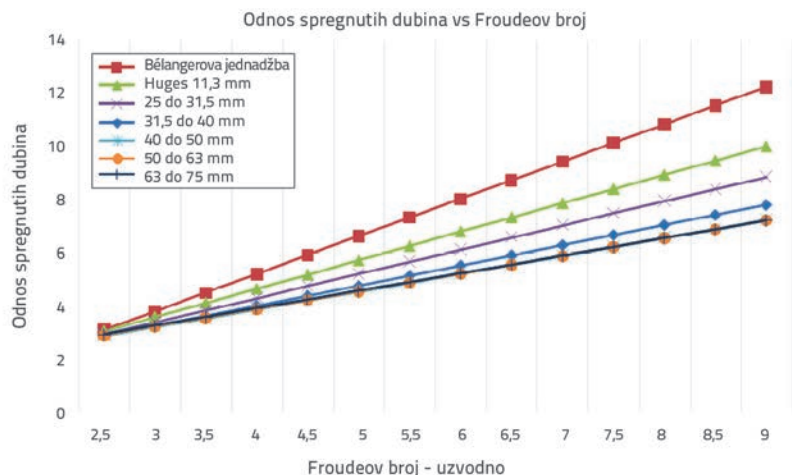
Vrijednost R^2 iznosi 0,9216, a Froudeov broj varira između 3 i 9. I u ovom slučaju je trend linearan.

Usporedba svih serija s Bélangerovom jednadžbom i Hughesovim podacima prikazana je na slici 14. Bélangerovom jednadžbom predstavljeno je stanje u glatkom koritu, a podaci iz rada W.C. Hughesa korišteni su kako bi se pokazao istovjetan trend s trendom iskazanim u ovom radu. Usporedba pokazuje da linije koje predstavljaju varijacije u hrapavom koritu odstupaju od glatkog korita pri većim vrijednostima Froudeovog broja. Također se može uočiti da se odstupanja iz pripadajućih grafičkih prikaza smanjuju s povećanjem visine hrapavosti. Grafički prikazi za serije D i E su podudarni. To znači da postoji granica smanjenja odnosa spregnutih dubina, tj. da nakon neke određene visine neravnine ne dolazi do dodatnog smanjenja odnosa spregnutih dubina, čak ni u slučaju porasta visine neravnina.

4. Zaključak

U ovom se radu analiziraju svojstva vodnog skoka za slučaj hrapavog korita. Visina neravnina mijenjana je u svakoj seriji kako bi se odredile promjene ponašanja vodnog skoka pri povećanju visine neravnina. Iz svega se mogu izvesti sljedeći zaključci:

- Uvođenje hrapavog korita u svim slučajevima bitno smanjuje drugu spregnutu dubinu. Tome je razlog posmična sila koja se razvija na razini korita zbog umjetno izvedenih neravnina.
- Druga spregnuta dubina smanjuje se s povećanjem visine neravnina.



Slika 14. Usporedba ovog ispitivanja s Bélangerovom jednadžbom i W.C. Hughesovim podacima

- Uočeno je da se linije koje predstavljaju pojedinačne visine hrapavosti približavaju jedne drugima usporedno s povećanjem visine neravnina. To znači da postoji granična vrijednost visine neravnina nakon koje daljnje povećanje visine nije djelotvorno. U serijama D i E uočeno je da su linije toliko bliske jedna drugoj da se mogu razlikovati samo primjenom jednadžbe u okviru regresijske analize.
- Hrapava se korita mogu koristiti kao djelotvorna zamjena za bučnice sa skretnim blokovima, jer su potonje mnogo skuplje od hrapavih korita. Iako je ovaj nalaz eksperimentalno dokazan u laboratorijskim uvjetima, ipak je potrebna provjera na velikom modelu prije praktične primjene.

U ovom je radu analizirana samo jedna karakteristika vodnog skoka, tj. druga spregnuta dubina ili odnos spregnutih dubina. Daljnja istraživanja trebala bi se usredotočiti na druge karakteristike skoka kao što su dužina skoka, dužina valjka i posmično naprezanje koje se javlja uslijed hrapavosti korita.

LITERATURA

- [1] Hager, W.H.: Energy Dissipaters and Hydraulic Jump, Kluwer Academic, Dordrecht, 1992, <https://doi.org/10.1007/978-94-015-8048-9>
- [2] Rajaratnam, N.: Hydraulic jumps, Advances in Hydroscience, 4 (1967), pp. 197-280, <https://doi.org/10.1016/B978-1-4831-9935-1.50011-2>
- [3] Ead, S. A., Rajaratnam N.: Hydraulic jumps on corrugated beds, Journal of Hydraulic Engineering, 128 (2002) 7, pp. 656-663.
- [4] Hughes, W.C., Flack, J. E.: Hydraulic jump properties over a rough bed, Journal of Hydraulic Engineering, 110 (1984) 12, pp. 1755-1771.
- [5] Rajaratnam, N.: Hydraulic jumps on rough beds, Transportation Engineers Institute, Canada, 11 (1968) A-2, pp. 1-8.
- [6] Carollo, F.G., Ferro, V., Pampalona, V.: Hydraulic jumps on rough beds, Journal of Hydraulic Engineering, 133 (2007) 9, pp. 989-999.
- [7] Ghorbani, B., Bazaz M.: Assessment of rough bed length variations on hydraulic jump features, International Journal Inventive Engineering and Sciences, 3 (2015) 9, pp. 14-20.
- [8] Alhamid, A A.: Effective roughness on horizontal rectangular stilling basins, Transactios on Ecology and the Environment, 8 (1994), pp.39-46.
- [9] Abbaspour A., Dalir A., Farsadizadeh D., Sadraddini, A.: Effect of Sinusoidal Corrugated Bed on Hydraulic Jump Characteristics, Journal of Hydro Environment Research, 3 (2009) 2, pp. 109-117.
- [10] Abbaspour, A., Farsadizadeh, D., Ghorbani, M A.: Estimation of hydraulic jump on corrugated bed using artificial neural networks and genetic programming, Water Science and Engineering, 6 (2013) 2, pp. 189-198.
- [11] McCorguodale, A.J., Chapter 8: Hydraulic jumps and internal flows, Encyclopaedia of fluid mechanics, Cheremisinoff, Houston: Gulf Publishing, 2 (1986), pp. 120-173.

- [12] Peterka, A.J.: Hydraulic design of stilling basins and energy dissipaters, Engineering Monograph No. 25, U.S. Bureau of Reclamation, Denver, 1958.
- [13] Gharangik, A.M., Hanif Chaudhry, M.: Numerical simulation of hydraulic jump, Journal of Hydraulic Engineering, 117 (1991) 9, pp. 1195-1211.
- [14] Carollo, F.G., Ferro, V., Pampaloni V.: New solution of Classical hydraulic jump, Journal of Hydraulic Engineering, 135 (2009) 6, pp. 527-531.
- [15] Izadjoo, F., Bejestan, M.S.: Effects of trapezoidal shape corrugated bed on the characteristics of hydraulic jump, 17th Canadian hydro technical conference, Alberta, Canada, August 17-19. 2005.
- [16] Izadjoo, F., Bejestan, M.S.: Corrugated bed hydraulic jump stilling basin, Journal of Applied Sciences, 7 (2007) 8, pp. 1164-1169.
- [17] Abdelhaleem, F.S., Amin, A.M., Esam, H.Y.: Effect of corrugated bed shapes on hydraulic jump and downstream local scour, Journal of American Science, 8 (2012) 5, pp. 1-10.
- [18] Bidone, G.: Observation on height of hydraulic jump, Meeting of Royal Academy of Science, Turin, 1819.
- [19] Ezizah, G., Yousif, N., Mostafa, S.: Hydraulic jumps in new roughened beds, Asian Journal of Applied Sciences, 5 (2012) 2, pp. 96-106.
- [20] Ahmed, H.M.A., Gendy, M.E., Mirdan, A.M.H., Ali, A.A.M., Abdel Haleem, F.S.F.: Effect of corrugated beds on characteristics of submerged hydraulic jump. Ain Shams Engineering Journal, 5 (2014), pp. 1033-1042, <https://doi.org/10.1016/j.asej.2014.06.006>
- [21] Ali, H.M., Gendy, M.M.E., Mirdan, A.M.H., Ali, A.A.M., Abdelhaleem, F.S.F.: Minimizing downstream scour due to submerged hydraulic jump using corrugated aprons, Ain Shams Engineering Journal, 5 (2014), pp. 1059-1069, 2014.
- [22] Mohamed Ali, H.S.: Effect of roughened bed stilling basin on length of rectangular hydraulic jump, Journal of Hydraulic Engineering, 117 (1991) 1, pp. 83-93.
- [23] Elsebaie, I.H., Shabayek, S.: Formation of hydraulic jumps on corrugated beds, International Journal of Civil & Environmental Engineering, 10 (2010), pp. 40-50.
- [24] Iwao, O., Youichi, Y., Hiroshi, G.: Flow Conditions of Undular Hydraulic Jumps in Horizontal Rectangular Channels, Journal of Hydraulic Engineering, 129 (2003) 12, pp. 948-955.
- [25] Esfahani, M., Bejestan, M.S.: Effect of Roughness Height on the Length of B jump at an Abrupt Drop, International Research Journal of Applied and Basic Sciences, 3 (2012) 5, pp. 2757-2762.
- [26] Chern, M.J., Syamsuri, S.: Effects of corrugated bed on hydraulic jump characteristics using SPH method, Journal of Hydraulic Engineering, 139 (2013) 2, pp. 221-232.
- [27] Bejestan, M.S., Neisi, K.: A new roughened bed hydraulic jump stilling basin, Asian Journal of Applied Sciences, 2 (2009) 5, pp. 436-445.
- [28] Rajaratnam, N.: The hydraulic jump as a wall jet, Journal of Hydraulic Engineering, 91 (1965) 5, pp. 107-132.
- [29] Noor, A., Bushra, A., Abu, S.: Analysis of Turbulent Hydraulic Jump over a Transitional Rough Bed of a Rectangular Channel: Universal Relations, Journal of Engineering Mechanics, 137 (2011) 12, pp. 835-845.
- [30] Riazi, R. Jafari, S.: The characteristics of submerged hydraulic jump in sloped stilling basins with rough bed, Bulletin of Environment, Pharmacology and Life Sciences, 3(6) pp 238-243, 2014.
- [31] Ead, S.A., Rajaratnam, N., Katopodis, C., Ade, F.: Turbulent open-channel flow in circular corrugated culverts, Journal of Hydraulic Engineering, 126 (2000) 10, pp. 750-757.
- [32] Ebrahimi, S., Salmasi, F., Abbaspour, A.: Numerical study of hydraulic jump on rough bed stilling basin, Journal of Civil Engineering and Urbanism, 3 (2013) 1, pp. 19-24.
- [33] Subhasish, D., Arindam S.: Characteristics of Turbulent Flow in Submerged Jumps on Rough Beds, Journal of Engineering Mechanics, 134 (2008) 1, pp. 49-59.
- [34] VenTe, C.: Open-Channel Hydraulics, New York, Mc-Graw Hill Book Co, 1959
- [35] Hager, W.H., Bermen, R., Kawaqowshi, N.: Classic hydraulic jump: Length of roller, Journal of Hydraulic Research, 28 (1990) 5, pp. 591-608.