# NEWTONOV ZAKON HLAĐENJA

Jurica KerESTEŠ, Čakovec

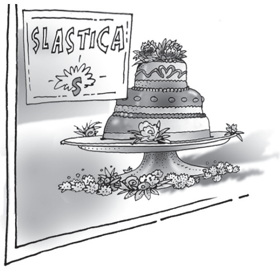
Matka 26 (2017./2018.) br. 104

Newtonov zakon hlađenja opisuje hlađenje objekta. Do tog je zakona Isaac Newton došao krajem 17. stoljeća, a kasnije su ga doradili znanstvenici Pierre Dulong i Alexis Petit. Za razliku od Newtonovih zakona mehanike, koji se smatraju fundamentalnima, zakon hlađenja je približan i vrijedi samo za temperature bliske sobnoj te male razlike temperature tijela i okoline. On govori da je promjena temperature objekta proporcionalna razlici objekta $T$ i temperature okoline $T_{okoline}$. Ovaj zakon dobra je aproksimacija procesa hlađenja u standardnim uvjetima, a glasi:

$$T(t) = T_{okoline} + (T_{početna} - T_{okoline}) \cdot e^{-kt}$$

gdje je $k$ konstanta, a $t$ vrijeme.

**Zadatak 1.** U slastičarnici „Slastica" priprema se kolač. Slastičarka Ana ispekla je biskvit čija je temperatura 98 °C. Da bi se na biskvit mogla staviti krema, on se 20 minuta treba hladiti na sobnoj temperaturi od 20 °C. Kolika je temperatura biskvita prije stavljanja kreme? ($k = 0.147$)

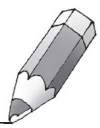



Razmislimo što nam predstavlja zadana konstanta $k$. Može li se ona mijenjati? Konstanta $k$ pokazuje brzinu hlađenja $\left(\frac{\Delta T}{\Delta t}\right)$ biskvita na sobnoj temperaturi. Prema Newtonovom zakonu o hlađenju proporcionalna je razlici $T_{početna} - T_{okoline}$. Ta je razlika uvijek pozitivna, a budući da se objekt hladi, tada je $\frac{\Delta T}{\Delta t}$ negativan pa vrijedi $\frac{\Delta T}{\Delta t} = -k\,(T_{početna} - T_{okoline})$, tj. $k$ je pozitivna konstanta. Ona se može mijenjati jer znamo da se na sobnoj temperaturi različite stvari hlade različitom brzinom, npr. biskvit i juha ne hlade se istom brzinom.

Vrijedi li analogna formula i za grijanje objekata koji su hladniji od okoline? Za objekte koje grijemo također možemo primijeniti Newtonov zakon hlađenja, no tada nam je $k$ negativan.

Promotrimo i promjenu temperature biskvita u ovisnosti o vremenu. Kolika bi bila temperatura biskvita nakon sat vremena? Može li biskvit poprimiti temperaturu nižu od sobne? Računom lako pokažemo da bi temperatura biskvita nakon sat vremena bila 20 °C. Biskvit ne može poprimiti temperaturu manju od sobne jer bi se u suprotnom biskvit počeo grijati.

Newtonov zakon hlađenja primjenu nalazi u forenzici kod utvrđivanja vremena smrti neke osobe. Riječ „forenzika" potječe od latinske riječi *forensis*, što znači „pred forumom", tj. „pred sudom".



Prvi zapis o korištenju medicine u rješavanju slučaja ubojstva pojavljuje se u knjizi Xi Yuan Lu u 12. stoljeću. Forenzičar koji je rješavao slučaj testirao je različita oružja na truplu životinje ustvrdivši da je oružje kojem je počinjeno ubojstvo srp. Naredio je osumnjičenima da donesu vlastite srpove na jednu lokaciju. Mušice koje privlače miris krvi okupile su se oko jednog srpa pokazujući time kojim je srpom počinjeno ubojstvo.

Prvi forenzičari koji su koristili medicinu za rješavanje slučajeva ubojstva u Europi pojavljuju se krajem 16. stoljeća. U Hrvatskoj se prvi ured za kriminološka ispitivanja osniva 1952. godine, a djeluje i danas pod nazivom Centar za forenzička ispitivanja, istraživanja i vještačenja „Ivan Vučetić”.

**Zadatak 2.** U Gothamu se dogodilo ubojstvo pa je na teren stigao detektiv Batman. Odmah je izmjerio temperaturu tijela koja je iznosila 26 °C. Dva sata kasnije temperatura tijela žrtve iznosila je 24.5 °C. Tijelo se nalazilo u sobi konstantne temperature 18 °C. Pomozi detektivu Batmanu odrediti vrijeme smrti uz pretpostavku da je temperatura tijela prije smrti bila prosječnih 36.5 °C.

***Rješenje:*** U zadatku znamo:

$T_{početna} = 26$ °C

$T_{okoline} = 18$ °C

$T(2) = 24.5$ °C

Prvo trebamo izračunati konstantu $k$. Koristimo formulu za Newtonov zakon hlađenja, te poznate veličine. Tako dobivamo da je $k = 0.104$. Dakle, hlađenje tijela u danim uvjetima slijedi zakonitost $T(t) = T_{okoline} + (T_{početna} - T_{okoline}) \cdot$ $\cdot\, e^{-0.104t}$ $T(t) = T_{okoline} + (T_{početna} - T_{okoline}) \cdot e^{-0.104t}$

Znajući konačnu temperaturu tijela, možemo odrediti vrijeme smrti. Koristeći poznate veličine izračunamo da je $t = 10$ h. No, još moramo oduzeti 2 h s početka. Dakle, ubojstvo se dogodilo 8 sati prije pronalaska tijela.

**Zadatak 3.** U kući Zrinskih dogodilo se ubojstvo. Ti si, kao poznati detektiv, pozvan riješiti ovaj slučaj. Ubijen je bogati, poslovni čovjek koji je imao mnogo neprijatelja. Moguće ubojice su njegova supruga, sin i kuharica. Svaki od njih ima jednako snažan motiv, ali i alibi. Supruga tvrdi da je bila u kazalištu do 22:30 h. Sin je večer proveo u obližnjem kafiću koji je napustio u 22:15 h, a kuharica je svoj posao završila u 22 h, nakon čega je otišla kući.

Stigao si na mjesto zločina u 5:30 h i pronašao ubijenog u njegovoj radnoj sobi. Odmah si izmjerio temperaturu tijela i temperaturu sobe. Temperatura tijela iznosila je 31 °C, a temperatura sobe 24 °C. Nakon toga ispitao si sve ukućane, no oni prošlu večer nisu primijetili ništa neobično. Nakon 2 sata vratio si se u radnu sobu i opet izmjerio temperaturu tijela. Tada iznosila je 30 °C. Ako znaš da je prosječna temperatura tijela 36 °C, tko je od osumnjičenih ubojica?

Newtonov zakon hlađenja daje vrijeme smrti, no on nužno ne rješava slučaj. Pri rješavanju slučaja ubojstva važno je znati vrijeme smrti, no treba uzeti u obzir i mnoge druge okolnosti, npr. sinu je trebalo dulje da se vrati kući, kuharica se vratila ili ubojica nije nitko od osumnjičenih.

## Literatura:


1. https://emineter.files.wordpress.com/2013/10/d19ad183d182d0bdd0bed0b2-d0b7d0b0d0bad0bed0bd-d185d0bbd0b0d192d0b5d19ad0b0.pdf (9. 10. 2015.)
2. https://en.wikipedia.org/wiki/Forensic_science (9. 10. 2015.)
3. https://hr.wikipedia.org/wiki/Forenzika (9. 10. 2015.)
4. http://www.ugrad.math.ubc.ca/coursedoc/math100/notes/diffeqs/cool.html (9. 10. 2015.)


**Rješenja zadataka**

**Zadatak 1.**

$T_{početna} = 98$ °C

$T_{okoline} = 20$ °C

$t = 20$ min

$T(t) = T_{okoline} + (T_{početna} - T_{okoline}) \cdot e^{-kt}$

$T(20) = 20 + (98 - 20) \cdot e^{-0.147 \cdot 20}$

$T(20) = 20 + 78 \cdot e^{-2.94}$

$T(20) = 24.12$ °C

Dakle, temperatura biskvita prije stavljanja kreme je 24.12 °C.

**Zadatak 3.**

$T_{početna} = 31$ °C

$T_{okoline} = 24$ °C

$T(2) = 30$ °C

Newtonov zakon hlađenja glasi: $T(t) = T_{okoline} + (T_{početna} - T_{okoline}) \cdot e^{-kt}$

Stoga možemo izračunati konstantu $k$.

$30 = 24 + (31 - 24) \cdot e^{-k \cdot 2}$

$6 = 7 \cdot e^{-2k}$

Dakle, hlađenje tijela u danim uvjetima slijedi zakonitost: $T(t) = T_{okoline} + (T_{početna} - T_{okoline}) \cdot e^{-0.077t}$

Sada, znajući konačnu temperaturu tijela, možemo odrediti vrijeme smrti.

$30 = 24 + (36 - 24) \cdot e^{-0.077t}$

$6 = 12 \cdot e^{-0.077t}$

$t = \dfrac{\ln 0.5}{-0.077}$

$t = 9$ h

Još trebamo oduzeti 2 sata s početka. Dakle, ubojstvo se dogodilo 7 sati prije pronalaska, odnosno u 22:30 h. Jedini mogući krivac je sin.