DIE STRUKTURELLE MONOPOLISIERUNGS-NEIGUNG OLIGOPOLISTISCHER MÄRKTE

von

Gerhard SCHWÖDIAUER

Forschungsbericht Nr. 28

Oktober 1968

I. Einleitung

Bereits in der heute schon klassischen Oligopoltheorie[1] stellte sich die Frage, was die Oligopolisten veranlassen könnte, sich statt in nichtkooperativer Weise einander optimal anzupassen und so eine Position zu erreichen, die man als Cournot-Nash-Gleichgewicht bezeichnet, zu einem Kollektivmonopol zusammenzuschließen und ihre Profite gemeinsam zu maximieren. Die Antwort der in diesem Punkte auf Cournot basierenden theoretischen Ökonomie[2] besteht in einem Vergleich des maximalen Kollektivgewinns mit der Summe der nichtkooperativen Gewinne; bleibt die letztere unter dem gemeinsamen Gewinnmaximum, so schließt man auf eine im vorausgesetzten Streben nach maximalen (Perioden-)Gewinnen begründete Monopoliserungsneigung der Oligopolisten. Dabei unterstellt man, allerdings meist stillschweigend, daß der Markt kommunikativ ist (oder die Kosten von Information und Kommunikation hinreichend klein sind), daß die Unternehmungen bindende Verträge abschließen können und außerdem in der Lage sind, ihre Gewinne zusammenzulegen bzw. Kompensationszahlungen vorzunehmen[3].

Die klassische Behandlung des Monopolisierungsproblems weist zahlreiche Schwächen auf, welche besonders seit dem Erscheinen des epochalen Werkes von John v. Neumann und Oskar Morgenstern[4], das die Grundlagen eines theoretischen Apparates lieferte, der uns schon heute befähigt, auf zumindest ebenbürtigem Abstraktionsniveau

---

[1] Cournot, A.A., Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses, Paris 1838, v.Stackelberg, H., Marktform und Gleichgewicht, Berlin 1934.

[2] Typisch dafür ist etwa ein Lehrbuch der mathematischen Mikroökonomie wie Henderson, J.M. und Quandt, R.E., Microeconomic Theory. A Mathematical Approach, New York, 1958, S. 179 f.

[3] Dazu vor allem: Fellner, W., Competition Among the Few, New York 1949, S. 131 ff.

[4] v.Neumann, J. und Morgenstern, O., Theory of Games and Economic Behavior, Princeton 1944.

über die Aussagen der traditionellen Analyse hinauszugehen, manifest wurden. So begnügte man sich in der Regel mit einer Untersuchung des Duopols und der vermuteten Übertragbarkeit der hier erzielten (oben skizzierten) Ergebnisse auf höhere Oligopole. Erst die Spieltheorie enthüllte den qualitativen Sprung [5], der beim Übergang von einer 2-Personen-Situation auf den n-Personen-Fall ($n > 2$) auftritt. Eine spieltheoretische Analyse begreift das Monopolisierungsproblem auf einem oligopolistischen Markt als ein Koalitionsbildungsproblem. Auch wenn die charakteristische Funktion des Marktes superadditiv ist, gibt es a priori keine Garantie für das Zustandekommen einer Gruppenkoalition aller Oligopolisten - die Möglichkeit der Bildung intermediärer Koalitionen bleibt offen. Außerdem is die Konfrontation des gemeinsamen Gewinnmaximums mit einer Lösung wie z.B. dem Cournot-Nash-Punkt auch bei der Analyse des Duopols offenbar unzulässig, denn die Erzielung eines maximalen Kollektivgewinns ist nur unter kooperativen Bedingungen (= Kommunikationsmöglichkeiten und "Selbstbindungskraft" [6] der Oligopolisten) denkbar, während die Cournot-Nash-Lösung eben nichtkooperativer Natur ist und folglich auf einem Markt, wo Verträge über gemeinsame Strategien einerseits und Drohungen andererseits möglich sind, nicht als Ausgangspunkt für Koalitionsbildungsverhandlungen dienen kann. Weiters ist die Voraussetzung der Möglichkeit von Kompensationszahlungen, die man zumindest für das asymmetrische Oligopol glaubte machen zu müssen, nicht notwendig zur Bildung eines Kollektivmonopols (d.h. einer Gruppenkoalition) oder intermediärer Koalitionen. Dies hat der Aufbau einer Theorie der kooperativen Spiele ohne Seitenzahlungen mit der v. Neumann-Morgensternschen Theorie parallelen Konzepten [7] gezeigt. Allerdings

---

5) Luce, R.D. und Raiffa, H., Games and Decision, New York 1957, S. 155 f.

6) Selten, R., Spieltheoretische Behandlung eines Oligopolmodells mit Nachfrageträgheit, in: Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft, Bd. 121 (1965), S. 306.

7) Aumann, R.J., A Survey of Cooperative Games Without Side Payments, in: Essays in Mathematical Economics. In Honor of Oskar Morgenstern (hrsg. von M.Shubik), Princeton 1967, S. 3 - 27.

ist der im asymmetrischen Oligopol erzielbare Kollektivgewinn bei Fehlen dieser Voraussetzung meist kleiner. Man kann deshalb hier von unvollkommener Kollusion im Gegensatz zur vollkommenen Kollusion, bei der eine Gewinnzusammenlegung stattfindet, sprechen.[8)]

Da wir uns in dieser Arbeit auf eine Untersuchung des symmetrischen Preisoligopols beschränken wollen, genügt uns die einfachere v.Neumann-Morgensternsche Theorie der kooperativen Spiele mit Seitenzahlungen. Das Ziel unserer Arbeit ist erstens die Definition einer auf der Theorie des Verhandlungsbereichs[9)], der gewissermaßen die Machtstruktur des Marktes beschreibt, beruhenden Maßzahl, welche als Index für die strukturelle Monopolisierungsneigung des jeweils analysierten Oligolpols angesehen werden kann. Wir sprechen hier von "Neigung", weil nicht der tatsächlich herrschende Monopolisierungsgrad, sondern nur die dem betreffenden Markt immanente Monopolisierungstendenz getroffen werden soll und von "strukturell", um keine psychologistische Deutung aufkommen zu lassen (denn was das Verhalten der Oligopolisten anlangt, so wollen wir die klassische Hypothese von der Maximierung der erwarteten Gewinne zugrunde legen)[10)] Zweitens und hauptsächlich sollen aber gewisse markante Eigenschaften dieser Maßzahl bzw. des Verhandlungsbereichs untersucht werden.

---

8) Diese Fragen werden in der bisher nur als Manuskript vorliegenden Dissertation des Verfassers über "Aspekte des kollusiven Verhaltens im Oligopol", Wien 1968, eingehender diskutiert.

9) Aumann, R.J. und Maschler, M., The Bargaining Set for Cooperative Games, in: Advances in Game Theory (hrsg. von M.Dresher, L.S. Shapley, A.W.Tucker), Annals of Mathematics Studies, Bd. 52, Princeton 1964, S. 443 - 475.

10) Unser Begriff der Monopolisierungsneigung hat vieles mit der "propensity to monopolize" Zimmermanns gemeinsam:
Zimmermann, L.J., Versuch einer Theorie der Dynamik der Marktformen, München 1951, S. 8,
Zimmermann, L.J., The Propensity to Monopolize, Amsterdam 1952.

II. Ein einfaches Oligopolmodell

Ein Oligopol kann ganz allgemein als ein n-Personen-Spiel in Normalform

(1) $$\Gamma_n \langle S_1, \ldots, S_n; A_1, \ldots, A_n \rangle$$

beschrieben werden, wobei $n \geqq 2$ die Zahl der konkurrierenden Firmen (= Spieler), S_i ihre Strategiemengen und A_i die zu maximierenden Gewinn- oder Auszahlungsfunktionen bezeichnen (i = 1, 2, ..., n).

Die Strategiemenge S_i jedes Oligopolisten kann als kartesisches Produkt aus der Menge der Preisstrategien P_i, der Menge der Differenzierungsstrategien D_i und der Menge der Quantitätsstrategien Q_i aufgefaßt werden:

(2) $$S_i = P_i \times D_i \times Q_i ,$$

wobei

(2a) $$P_i = \{p_i^1, p_i^2, \ldots, p_i^{\pi}\} ,$$

(2b) $$D_i = \{d_i^1, d_i^2, \ldots, d_i^{\delta}\}$$

und

(2c) $$Q_i = \{q_i^1, q_i^2, \ldots, q_i^{\varkappa}\} .$$

p_i^1, d_i^1, q_i^1 bezeichnen jeweils den niedrigsten wählbaren Preis, das niedrigste Verkaufs- und Werbebudget (= Differenzierungskosten) sowie die niedrigste Ausbringungsmenge. p_i^{π}, d_i^{δ}, $q_i^{\varkappa}$ dagegen stehen für den höchstmöglichen Preis, das höchste Differenzierungsbudget und die Kapazitätsgrenze der Unternehmung i (i = 1, 2, ..., n).

Zur weiteren Vereinfachung unserer Analyse wollen wir über die Strategiemengen folgende Annahmen machen:

(2a') $$p_i = [c, p_i^{\pi}],$$

d.h. Preise können grundsätzlich reelle Zahlen aus einem abgeschlossenen Intervall mit dem noch zu interpretierenden minimalen Element c und dem ebenfalls noch zu bestimmenden maximalen Element p_i^{π} sein.

(2b') $$D_i = \left\{\frac{d}{n}\right\},$$

wir wollen also annehmen, daß die Oligopolisten keine aktive Verkaufs- und Werbepolitik betreiben, sondern sich die dafür verfügbaren finanziellen Mittel auf alle Konkurrenten gleich verteilen. Damit erhält man ein heterogenes Preisoligopol, dessen Differenzierungsgrad [11] mit zunehmender Zahl der Marktteilnehmer offensichtlich abnimmt.

(2c') $$Q_i = \left\{q_i \,/\, q_i = f(p),\ p \in \bigtimes_{i=1}^{n} P_i,\ 0 \leqq q_i \leqq q_i^{*}\right\},$$

es wird also vorausgesetzt, daß eine Unternehmung genau jene Menge q_i erzeugt und auf den Markt bringt, die bei einer Preiskonstellation $p = (p_1, \ldots, p_n)$ in der betrachteten Planungsperiode abgesetzt werden kann bzw. an der Kapazitätsgrenze produziert, wenn diese unter der möglichen Absatzmenge liegt. Lagerbildungen oder Fehlmengen sind hiemit ausgeschlossen. Liegt die Kapazitätsgrenze derart hoch, daß die Nachfrage bei jeder möglichen Preiskonstellation befriedigt werden kann, so wollen wir kurz von unbeschränkter Kapazität sprechen und q_i^{*} vernachlässigen.

Die Nachfrageseite des Marktes sei damit durch einen Mechanismus repräsentiert, welcher sich in der durch die individuellen Preis-Absatzfunktionen beschriebenen Weise verhält:

(3) $$q_i = f(p_1, \ldots, p_n),$$

$$\frac{\partial q_i}{\partial p_i} < 0 \quad \text{und} \quad \frac{\partial q_i}{\partial p_j} > 0,\ i \neq j,\ i = 1, 2, \ldots, n.$$

---

11) Weiter unter wird der Differenzierungsgrad explizit als Funktion der Differenzierungskosten eingeführt werden.

Die Gesamtnachfragefunktion ergibt sich dann als Summe der individuellen Nachfragefunktionen:

$$(4) \qquad q = \sum_{i=1}^{n} q_i = g(p_1, \ldots, p_n),$$

$$\frac{\partial q}{\partial p_i} < 0 \quad \text{für alle} \quad i = 1, 2, \ldots, n.$$

In unserem Modell seien die individuellen Preis-Absatzfunktionen linear [12] und für jeden Oligopolisten von gleicher Struktur:

$$(3a) \qquad q_i = \frac{h}{n} - (\alpha + \frac{\beta}{\omega})p_i + (\frac{\beta}{\omega} - \beta)\frac{1}{n-1} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} p_j,$$

$$\alpha = \frac{a}{n} > 0, \beta = \frac{b}{n} > 0, \quad i = 1, 2, \ldots, n.$$

Die Gesamtnachfragefunktion ist demnach ebenfalls linear und von denkbar einfacher Gestalt:

$$(4a) \qquad q = h - (a + b)\overline{p},$$

wobei $\overline{p} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} p_i$ für den Durchschnittspreis der angebotenen Güter steht. Da $q_i \geqq 0$ ist, kann o.B.d.A. $p_i \leqq \frac{h/n + (\beta/\omega - \beta) \sum p_j/(n-1)}{(\alpha + \beta/\omega)} = p_i^{\pi}$, $i = 1, 2, \ldots, n$, angenommen werden. h ist die Sättigungsmenge des Marktes, $\frac{h}{n}$ das für jede Unternehmung gleiche, mit steigender Spielerzahl abnehmende "akquisitorische Potential".

---

12) Lineare Preis-Absatzfunktionen werden, da sie mathematisch am einfachsten zu behandeln sind, praktisch in jeder theoretischen Untersuchung unterstellt - siehe z.B.
Ott, A.E., Preis-Absatzfunktionen beim unvollkommenen Oligopol, in: Weltwirtschaftliches Archiv, Bd. 88 (1962), S.287-305.
Sie haben aber auch den Vorzug, einer empirisch-ökonometrischen Behandlung von Marktstrukturen am ehesten angemessen zu sein.
Die von mir vorgeschlagene Form findet sich (mit Ausnahme des Differenzierungsgrades ω) z.B. auch bei
Dolbear, F.T., Lave, L.B., Bowman, G., Lieberman, A., Prescott, E., Rueter, F. und Sherman, R., Collusion in Oligopoly:An Experiment on the Effect of Numbers and Information, in: The Quarterly Journal of Economics, Bd. 82 (1968), S. 240-259.
Die Abhängigkeit der individuellen Absatzmenge vom eigenen Preis und vom Durchschnittspreis der Konkurrenten wird auch von H.Jacob als vernünftige Hypothese angesehen:
Jacob, H., Preispolitik, Wiesbaden 1963, S. 191.

Im Gegensatz zur Veränderungsrate der Gesamtnachfrage gegenüber dem Durchschnittspreis werden die Elastizitäten der individuellen Preis-Absatzfunktionen auch vom Differenzierungsgrad ω [13] bestimmt; dieser wird als Funktion der durchschnittlichen Werbe- und Verkaufsausgaben $\frac{d}{n}$ der Branche,

$$(5) \qquad \omega = \omega(\tfrac{d}{n}) ,$$

mit folgenden Eigenschaften angenommen:

$$(5a) \qquad d > 0 \quad \text{und} \quad 0 < \omega < 1 ,$$

$$(5b) \qquad \omega' > 0 \quad \text{und} \quad \omega'' < 0 ,$$

$$(5c) \qquad \lim_{d/n \to 0} \omega = 0 \quad \text{und} \quad \lim_{d/n \to \infty} \omega = 1.$$

Der Definitionsbereich dieser Funktion sind also alle positiven reellen Zahlen (wir nehmen also an, daß unsere Oligopolisten nicht ganz ohne Differenzierungskosten auskommen können), ihr Wertebereich ist das offene Intervall (0, 1). Zusätzlich aufgewandte Differenzierungskosten erhöhen zwar den Differenzierungsgrad, der marginale Effekt dieser Bemühungen nimmt aber ab [14].

---

[13] M.Shubik verwendet einen ähnlichen Differenzierungsparameter, der allerdings bereits in der explizit eingeführten Nutzenfunktion der Konsumenten auftritt, da er die Nachfrageseite nicht als Mechanismus, sondern als "strategic dummy" behandelt. Dazu
Shapley, L.S. und Shubik, M., Competition, Welfare and the Theory of Games. Manuscript in progress on applications of n-person game theory, Chapter V, 1968, ohne Seitenangabe.

[14] Für den abnehmenden "Grenzertrag" der Werbung gibt es empirische Evidenz. Dazu u.a.
Vidale, M.L. und Wolfe, H.B., An Operations Research Study of Sales Response to Advertising, in: Operations Research, Bd. 5 (1957), S. 370 - 381.
In einem komplizierteren Modell mit aktiver Werbe- und Verkaufspolitik verändert diese die Preiselastizitäten der individuellen Preis-Absatzfunktionen und steuert die Aufteilung der Gesamtnachfrage auf die Oligopolisten. Es könnte dann z.B.

$$\omega_i = \frac{d_i}{1 + d_i} , \; d_i > 0, \; i = 1, 2, \ldots, n ,$$

als einfachste unseren Bedingungen genügende Funktion gewählt werden. In unserem hier vorgetragenen einfachen Modell ist die Aufteilung der Gesamtnachfrage klarerweise völlig egalitär.

Gehen die Verkaufs- und Werbekosten über alle Grenzen, so strebt das Oligopol gegen ein Aggregat von n Monopolen; gehen die Differenzierungskosten des einzelnen Oligopolisten gegen Null, so erhalten wir den Grenzfall des vollkommenen Oligopols, in dem sich die Käufer einigen völlig anonymen Verkäufern gegenübersehen und keinen Grund haben, ein Produkt dem anderen vorzuziehen. Man sieht sofort, daß unser System (3a) für $\omega \to 0$ allein dann eine stabile Aufteilung des Marktes angibt, wenn nur ein Preis existiert, also $p_1 = p_2 = \ldots = p_n = \bar{p}$ ist [15].

Die für alle Unternehmungen gleichen Kostenfunktionen seien ebenfalls linear:

$$k_i = cq_i + \frac{f + d}{n}, \quad i = 1, 2, \ldots, n. \tag{6}$$

Die der Branche zur Verfügung stehende Produktionskapazität verteile sich gleich auf die Oligopolisten, folglich berechnet jede Firma neben den Verkaufskosten $\frac{d}{n}$ auch gleiche fixe Kosten $\frac{f}{n}$. Die durchschnittlichen variablen Kosten c seien konstant und ebenfalls für alle Unternehmungen gleich, sie geben die Preisuntergrenze an (siehe (2a')). Diese einschränkenden Bedingungen können natürlich um den Preis einer Komplizierung der Analyse

---

15) Auch der Triffin-Koeffizient

$$T_{ij} = \frac{\partial q_i}{\partial p_j} \cdot \frac{p_j}{q_i}, \quad i \neq j,$$

ist geeignet, das Verhalten des Marktes bei Variation des Differenzierungsgrades zu beschreiben:

$$\lim_{\omega \to 1} T_{ij} = 0 \quad (\text{"isolated selling", "pure monopoly"}),$$

$$\lim_{\omega \to 0} T_{ij} = \infty \quad (\text{"homogeneous competition"}).$$

Siehe:
Triffin, R., Monopolistic Competition and General Equilibrium Theory, Cambridge/Mass. 1940.

abgeschwächt werden.

Nun können die Profit- oder Auszahlungsfunktionen der Oligopolisten

(7) $$A_i(p_1, \ldots, p_n) = q_i p_i - k_i, \quad i = 1, 2, \ldots, n,$$

deren Erwartungswerte [16] maximiert werden, angegeben werden:

(7a) $$A_i = \frac{h}{n}(p_i - c) - (\alpha + \frac{\beta}{\omega})p_i(p_i - c) + (\frac{\beta}{\omega} - \beta)(p_i - c)\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{j \neq i} p_j - \frac{f+d}{n}, \qquad i = 1, 2, \ldots, n.$$

Damit haben wir die Struktur des Marktes, die durch die Normalform $\Gamma_n \langle P_1, \ldots, P_n; A_1, \ldots, A_n \rangle$ des Oligopolspiels repräsentiert wird, beschrieben. Wenn wir uns die Eigenschaften eines vollständigen Konkurrenzmarktes[17]:

(a) die Unternehmen produzieren ein homogenes Gut, ebenso sind die Konsumenten für die Firmen ununterscheidbar,

(b) sowohl Firmen als auch Konsumenten sind so zahlreich, daß ihre Marktanteile verschwindend klein werden,

(c) sowohl Firmen als auch Konsumenten sind im Besitze vollständiger Information und lassen keine Gelegenheit vorübergehen, ihre Profite bzw. Nutzen zu erhöhen,

(d) Marktein- und austritt sind für Unternehmen und Konsumenten durch keinerlei Schranken gehemmt,

ins Gedächtnis rufen, so stellen wir fest, daß unser Markt für die Unternehmungen in den Punkten (a), (b) und (d) vom Konkurrenzmodell abweicht - die angebotenen Güter sind nicht homogen, sondern enge Substitute (wie eng, wird durch den Differenzierungs-

---

16) Die Firmen können prinzipiell ihre Strategien (hier: Preise) mit bestimmten Wahrscheinlichkeiten wählen, d.h. gemischte Strategien spielen. Zum Begriff der gemischten Erweiterung eines Spieles etwa
Burger, E., Einführung in die Theorie der Spiele, Berlin 1966 (2.Aufl.), S. 27
Wir werden aber noch zeigen (Theorem 1), daß die Einführung der gemischten Erweiterung bei diesem Oligopolspiel nicht erforderlich ist. Statt der Maximierung der Erwartungswerte können wir also auch die Maximierung der A_i selbst postulieren.

17) Henderson, J.M. und Quandt, R.E., Microeconomic Theory, a.a.O.,S.86

grad festgelegt), die Anzahl der n Firmen wird als relativ klein angenommen und Fluktuationen der Firmenzahl n sind nicht vorgesehen. Was das Verhalten der Oligopolisten anlangt, so ist ihr Maximierungsstreben in keiner Weise beschränkt: Wir wollen annehmen, daß sie die Normalform des Spiels kennen (Postulat der vollständigen Information), daß sie vor Einsatz ihrer Strategien in Kontakt treten können und über Selbstbindungskraft verfügen (d.h. in der Lage sind, glaubhafte Drohungen zu machen bzw. sich vertraglich zum Spielen bestimmter Strategien zu verpflichten). John C. Harsanyi[18] nennt vier für Spielsituationen charakteristische interdependente Entscheidungsprobleme:

(a) das Erzwingungs- oder Stabilitätsproblem, welches die Auswahl jener Strategienvektoren $p = (p_1, \ldots, p_n)$ betrifft, auf deren tatsächliche Anwendung der einzelne Spieler vertrauen kann;

(b) das Effizienzproblem, das in der Auswahl der nichtdominierten erzwingbaren Auszahlungsvektoren besteht;

(c) das Distributionsproblem, welches durch Akzeptierung eines ganz bestimmten effizienten und erzwingbaren Auszahlungsvektors gelöst werden kann;

(d) das Problem der Strategienkoordination, d.h. der Auswahl einer gemeinsamen Strategie $p = (p_1, \ldots, p_n)$, welche den ausgehandelten Auszahlungsvektor liefert.

Das Erzwingungsproblem kann hier als gelöst angesehen werden: Durch vertragliche Vereinbarung kann jeder beliebige Strategienvektor p für stabil erklärt werden. In eben dieser Weise wird das Koordinationsproblem aus der Welt geschafft. Was das Effizienz- und Distributionsproblem betrifft, so nehmen wir an, die Unternehmungen könnten eine Gewinnzusammenlegung durchführen, den Kollektivgewinn maximieren und erst dann eine für alle akzeptable Aufteilung (falls eine solche existiert!) vornehmen bzw. - was einem physischen Gewinnpooling äquivalent ist - nach Maximierung des gemeinsamen Profits jene akzeptable Aufteilung durch Kompensationszahlungen (Seitenzahlungen) erreichen. Sind solche Gewinnzusammenlegungen oder Kompensationszahlungen verboten - dies könnte

---

18) Harsanyi, J.C., A General Theory of Rational Behavior in Game Situations, in: Econometrica, Bd. 34 (1966), S. 613-634.

ein Teil der staatlichen Kartellpolitik sein - , so maximieren im Fall von Asymmetrien des Spiels die verschiedenen kooperativen Lösungen in der Regel keineswegs die Summe der individuellen Profite. Solche Asymmetrien können in unterschiedlichen Kostenstrukturen, Strategienmengen (hier insbesondere verschiedenen Kapazitätsgrenzen und Differenzierungsbudgets) sowie akquisitorischen Potentialen begründet sein. Für diesen Fall kommt - dies wurde bereits in der Einleitung erwähnt - ein eigener Theoriekomplex, die Theorie der kooperativen Spiele ohne Seitenzahlungen zum Tragen. Für das hier vorliegende symmetrische Preisoligopolspiel (und unsere Fragestellung!) sind die Antworten der Seitenzahlungen voraussetzenden kooperativen Theorie jedoch direkt auf ein Oligopol, dem Kompensationszahlungen untersagt sind, übertragbar. Im Zentrum aller Lösungen für die "unvollkommene Kollusion" findet sich immer jener Auszahlungsvektor, der auch ein Maximum des Kollektivgewinns liefert.

III. Die charakteristische Funktion des symmetrischen Preisoligopols

Wir wollen nun von der Normalform $\Gamma_n \langle P_1, \ldots, P_n; A_1, \ldots, A_n \rangle$ des Oligopols zur Charakteristischen-Funktions-Form[19] $\Gamma_n \langle f; N \rangle$ übergehen, die durch die Spielermenge $N = \{1, 2, \ldots, n\}$ und die auf der Potenzmenge $\mathcal{P}(N)$ definierte reellwertige eindeutige Funktion f beschrieben wird. Für diese charakteristische Funktion $f(K)$, welche jeder Koalition $K \subset N$ ihr maximales Sicherheitsniveau zuordnet, fordern wir die Eigenschaften

(8a) $f(\emptyset) = 0,$

(8b) $f(L) + f(M) \leqq f(L \cup M)$ für alle $L, M \subset N$ und $L \cap M = \emptyset$.

---

[19] Siehe z.B.
Luce, R.D. und Raiffa, H., Games and Decisions, a.a.O., S. 183.

Wenn

(9) $$v_K(p_1, \ldots, p_k) = \underset{p_{k+1}, \ldots, p_n}{\text{Min}} \sum_{i=1}^{k} A_i$$

das Sicherheitsniveau der Koalition K angibt[20], also jene Menge von gemeinsamen Gewinnen, deren Auszahlung die Koalition K der k Oligopolisten unter allen Umständen erzwingen kann, dann soll die charakteristische Funktion den sicheren Koalitionsgewinn derart maximieren, daß

(10) $$f(K) = \underset{p_1, \ldots, p_k}{\text{Max}} \; \underset{p_{k+1}, \ldots, p_n}{\text{Min}} \sum_{i=1}^{k} A_i =$$

$$= \underset{p_{k+1}, \ldots, p_n}{\text{Min}} \; \underset{p_1, \ldots, p_k}{\text{Max}} \sum_{i=1}^{k} A_i .$$

Wir behaupten also:

Theorem 1

Für ein symmetrisches[21] Preisoligopol $\Gamma_n \langle P_1, \ldots, P_n; A_1, \ldots, A_n \rangle$ mit $A_i = q_i(p_i - c) - \frac{f+d}{n}$, den Preis-Absatzfunktionen (3a) und (4a) und $p_i \geqq c$, $q_i \geqq 0$ für $i = 1, 2, \ldots, n$ existiert immer eine charakteristische Funktion f(K) in reinen Strategien p_i, welche die Eigenschaft (10) besitzt. Mit anderen Worten: Für das 2-Personen-Nullsummenspiel $\Gamma_K \langle \underset{i=1}{\overset{k}{\times}} P_i, \underset{j=k+1}{\overset{n}{\times}} P_j; \sum_{i=1}^{k} A_i \rangle$ existiert immer ein Sattelpunkt in reinen Strategien. Der Wert dieses 2-Personen-Nullsummenspieles für den Spieler K ist f(K).

---

20) (9) kann o.B.d.A. derart geschrieben werden, da wegen der Symmetrie des Spiels die Sicherheitsniveaus (und die charakteristischen Funktionen) aller Koalitionen K mit k Mitgliedern gleich sein müssen.

21) Dieser Satz kann ohne Schwierigkeiten auch für asymmetrische Oligopole mit Differenzierungsstrategien bewiesen werden.

B e w e i s :

Der Beweis von Theorem 1 ist einfach und soll konstruktiv geführt werden. Um $\sum_{i=1}^{k} A_i(p_1, \ldots, p_k, p_{k+1}, \ldots, p_n)$ zu minimieren, muß die Koalition N - K ihre Preise so niedrig wie möglich, also gleich c setzen. Diese Minimierungsstrategie $p_j = c$, $j = k+1, \ldots, n$, der Koalition N - K gilt für jedes beliebige k-Tupel $(p_1, \ldots, p_k)$.
Folglich ist

$$\min_{p_{k+1}, \ldots, p_n} \sum_{i=1}^{k} A_i = \frac{h}{n}\left[\sum_{i=1}^{k} p_i - kc\right] - \left(\alpha + \frac{\beta}{\omega}\right)\left[\sum_{i=1}^{k} p_i^2 - c\sum_{i=1}^{k} p_i\right]$$

$$+ \left(\frac{\beta}{\omega} - \beta\right)\left[\frac{1}{n-1}\, 2 \sum_{i=1}^{k-1}\ \sum_{j=i+1}^{k} p_i p_j + \frac{n-2k+1}{n-1} c \sum_{i=1}^{k} p_i\right.$$

$$\left. - \frac{n-k}{n-1} kc^2\right] - \frac{k}{n}(f + d) = v_K(p_1, \ldots, p_k);$$

$v_K(p_1, \ldots, p_k)$ wird zu einem Maximum für

$$p_i = p^* = \frac{1}{2\left[\left(\alpha + \frac{\beta}{\omega}\right) - \frac{k-1}{n-1}\left(\frac{\beta}{\omega} - \beta\right)\right]}\left[\frac{h}{n} + \left(\frac{\beta}{\omega} - \beta\right)c\frac{n-2k+1}{n-1} + \left(\alpha + \frac{\beta}{\omega}\right)c\right],$$

$$i = 1, 2, \ldots, k.$$

Der Strategienvektor $(p_1^*, \ldots, p_k^*)$, $p_i^* = p^*$, ist die <u>optimale Anpassung</u> der Koalition K an die <u>maximale Drohung</u> der Gegenkoalition N - K (auch als <u>Sicherheitsstrategie</u> der Koalition K bezeichnet).
Andererseits wird $\sum_{i=1}^{k} A_i$ bei einer beliebigen Strategie von N - K zu einem Maximum für die optimale Anpassung (Reaktionsfunktion)

$$p_i^+ = p^+(p_{k+1}, \ldots, p_n) = \frac{1}{2\left[\left(\alpha + \frac{\beta}{\omega}\right) - \frac{k-1}{n-1}\left(\frac{\beta}{\omega} - \beta\right)\right]}\left[\frac{h}{n} + \frac{1}{n-1}\left(\frac{\beta}{\omega} - \beta\right)\right.$$

$$\left.\sum_{j=k+1}^{n} p_j - \frac{k-1}{n-1} c\left(\frac{\beta}{\omega} - \beta\right) + \left(\alpha + \frac{\beta}{\omega}\right)c\right];$$

$\underset{p_1, \ldots, p_k}{\mathrm{Max}} \sum_{i=1}^{k} A_i$ nimmt dann sein Minimum an der Stelle

$p_j = c$ an, so daß

$$p_i^+ = p^+(c, \ldots, c) = \frac{1}{2\left[(\alpha + \frac{\beta}{\omega}) - \frac{k-1}{n-1}(\frac{\beta}{\omega} - \beta)\right]} \left[\frac{h}{n} + (\frac{\beta}{\omega} - \beta)\, c\frac{n-2k+1}{n-1}\right.$$

$$\left. + (\alpha + \frac{\beta}{\omega})c\right] = p^*,\ i = 1, 2, \ldots, k.$$

Wir erhalten damit

$$\underset{p_1, \ldots, p_k}{\mathrm{Max}}\ \underset{p_{k+1}, \ldots, p_n}{\mathrm{Min}} \sum_{i=1}^{k} A_i = \underset{p_{k+1}, \ldots, p_n}{\mathrm{Min}}\ \underset{p_1, \ldots, p_k}{\mathrm{Max}} \sum_{i=1}^{k} A_i,$$

was zu beweisen war.

Daß unsere charakteristische Funktion

$$(11) \qquad f(K) = \frac{h}{n} k(p^* - c) - (\alpha + \frac{\beta}{\omega})\, kp^*(p^* - c) + (\frac{\beta}{\omega} - \beta) \cdot$$

$$\cdot\left[\frac{k(k-1)}{n-1}\, p^{*2} + \frac{k(n-2k+1)}{n-1}\, cp^* - \frac{k(n-k)}{n-1}\, c^2\right] - \frac{k}{n}(f + d)$$

die Eigenschaft (8a) besitzt, ist klar: Für $k = 0$ wird auch $f(K) = 0$. Eine Koalition, die keine Mitglieder besitzt, kann sich auch keinen Gewinn sichern. (Diese Eigenschaft wird ja auch nur aus Gründen der mathematischen Geschlossenheit angeführt). Befriedigt (11) aber auch die Forderung (8b) nach Superadditivität? Das ist eine entscheidende Frage, denn nur unter der Voraussetzung, daß $\Gamma_n \langle f; N \rangle$ ein wesentliches Spiel ist, also zumindest für zwei disjunkte Koalitionen $L, M \subset N$ (8b) als strenge Ungleichung erfüllt ist, erscheint kollusives Verhalten lohnend.

<u>T h e o r e m 2</u>

Die charakteristische Funktion (11) eines symmetrischen Preisoligopols (ohne Kapazitätsbeschränkungen) beschreibt genau dann ein wesentliches Spiel, wenn zu einem Durchschnittspreis $\overline{p} = c$

überhaupt etwas abgesetzt werden kann, also $q = h - (a + b)c > 0$ gilt.

B e w e i s :

Wir wissen, daß

$$\sum_{i=1}^{n} f(\{i\}) < f(N)$$

eine notwendige und hinreichende Bedingung für die Wesentlichkeit des Spiels $\Gamma_n\langle f; N\rangle$ ist [22]. Dieses Kriterium kann für symmetrische Spiele einfacher

$$n\, f(1) < f(N)$$

geschrieben werden, da $f(\{i\}) = f(1)$ für alle $i = 1, 2, \ldots, n$ gilt: die charakteristische Funktion ist hier nur von der Größe der Koalitionen abhängig.

$q = h - (a + b)c > 0$ ist notwendig für die Wesentlichkeit des Spiels:

Die Sicherheitsstrategie der Koalition $\{i\}$ ist für alle $i = 1, 2, \ldots, n$

$$p_i^{*} = \frac{1}{2(\alpha + \frac{\beta}{\omega})} \left[\frac{h}{n} + (\alpha + \frac{\beta}{\omega})c + (\frac{\beta}{\omega} - \beta)c\right],$$

die Optimalstrategie der Gruppenkoalition N ein Strategienvektor $(p_1^{**}, \ldots, p_n^{**})$ mit

$$p_i^{**} = \frac{1}{2(\alpha + \beta)} \left[\frac{h}{n} + (\alpha + \beta)c\right] \quad \text{für alle } i = 1,2, \ldots, n.$$

Für $h = (a + b)c$ erhalten wir

$$p_i^{*} = p_i^{**} = c$$

und somit $\quad n\, f(1) = f(N) = -(f + d)$,

d.h. ein unwesentliches Spiel.

---

22) Siehe dazu etwa
Burger, E., Einführung in die Theorie der Spiele, a.a.O., S.137.

$q = h - (a + b)c > 0$ ist aber auch hinreichend für $f(N) - n\, f(1) > 0$, also für die Wesentlichkeit des Spiels:

$$f(N) - n\, f(1) = h(p_i^{**} - p_i^{*}) - (\alpha + \frac{\beta}{\omega}) \left[np_i^{**} (p_i^{**} - c) - np_i^{*} (p_i^{*} - c) \right]$$
$$+ (\frac{\beta}{\omega} - \beta) \left[np_i^{**} (p_i^{**} - c) - nc(p_i^{*} - c) \right] > 0;$$

setzen wir $h = (a + b) + \varepsilon$, $\varepsilon > 0$, so erhalten wir

$$p_i^{*} = c + \frac{\varepsilon}{2\,(a + \frac{b}{\omega})} \;,$$

$$p_i^{**} = c + \frac{\varepsilon}{2\,(a + b)} \;, \quad i = 1, 2, \ldots, n.$$

Durch Einsetzen erfahren wir, daß obige Ungleichung genau dann erfüllt ist, wenn $a + \frac{b}{\omega} > 0$ ist, was voraussetzungsgemäß der Fall ist. Q.E.D.

Durch eine geeignete lineare Transformation kann jedes wesentliche Spiel auf die Form

(12a) $\quad 0 \leqq f(K) \leqq 1 \quad$ für alle $K \subset N$, wobei
$f(\emptyset) = 0$,
$f(\{i\}) = 0$,
$f(N) = 1$ ist,

gebracht werden; die charakteristische Funktion jedes unwesentlichen Spiels ist der Funktion

(12b) $\quad f(K) = 0 \quad$ für alle $K \subset N$

strategisch äquivalent [23].

In der Folge verwenden wir nur derart normierte charakteristische Funktionen.

---

23) Burger, E., Einführung in die Theorie der Spiele, a.a.O., S. 138.

IV. Verhandlungsbereich[24] und Monopolisierungsneigung

Die im Laufe der Distributionsverhandlungen eingebrachten Aufteilungsvorschläge bezeichnen wir als Auszahlungskonfigurationen

(13) $(x; \mathcal{K}) \equiv (x_1, x_2, \ldots, x_n; K_1, K_2, \ldots, K_m)$,

die als Paare aus je einem Auszahlungsvektor x und einer Koalitionsstruktur $\mathcal{K}$ definiert sind. Eine Koalitionsstruktur $\mathcal{K} \equiv \{K_1, K_2, \ldots, K_m\}$ ist dabei eine Menge von manifesten Koalitionen mit den Eigenschaften

(14) $K_j \cap K_l = \emptyset$ for $j \neq l$ und $\bigcup_{j=1}^{m} K_j = N.$

Jede dieser Koalitionen $K_1, \ldots, K_m$ verteilt den für sie erzwingbaren Profit auf ihre Mitglieder: Der einzelne Oligopolist erhält auf diese Weise den Gewinnanteil x_i, $i = 1, 2, \ldots, n$; somit gilt

(15a) $$\sum_{i \in K_j} x_i = f(K_j), \qquad j = 1, \ldots, m.$$

Soll ein solcher Vorschlag Chance auf Realisierung besitzen, so muß sein Auszahlungsvektor offenbar der Bedingung

(15b) $$\sum_{i \in K} x_i \geq f(K), \qquad K \subset K_j, \quad j = 1, \ldots, m,$$

genügen: Jede Gruppe von Firmen K, die einer Koalition K_j von $\mathcal{K}$ angehört, würde diese Koalition verlassen und sich selbständig machen, lägen die an sie vertraglich ausgeschütteten Profite in

---

24) Aumann, R.J. und Maschler, M., The Bargaining Set for Cooperative Games, a.a.O., insbes. S. 444 - 451 und 470 ff.

ihrer Summe unter dem für sie durchsetzbaren gemeinsamen Gewinn. Wir nennen diese wichtige Eigenschaft (15b) die Koalitionsrationalität der Auszahlungskonfiguration $(x; \mathfrak{K})$. Als Spezialfall muß

$$x_i \geqq f(\{i\}) = 0, \quad i = 1, 2, \ldots, n,$$

gelten, d.h., keine Unternehmung wird einen geringeren Anteil am Gewinnpool akzeptieren, als sie im Alleingang erzwingen kann. Ist die Koalition B eine nichtleere Teilmenge der Spielermenge N, so heißt eine Firma i Partner von B in $(x; \mathfrak{K})$, wenn sie Mitglied einer Koalition von $\mathfrak{K}$ ist, der auch Mitglieder von B angehören. Die Menge aller Partner von B in der koalitionsrationalen Auszahlungskonfiguration $(x; \mathfrak{K})$ ist also

(16) $$P[B; (x; \mathfrak{K})] = \{i \,/\, i \in K_j,\ K_j \cap B \neq \emptyset\}.$$

(Zu beachten ist, daß es sich bei B um keine in einer Koalitionsstruktur manifest gewordene Koalition handeln muß - in diesem Fall wäre $B = P[B; (x; \mathfrak{K})]$; im allgemeinen gilt nur $B \subset P[B; (x; \mathfrak{K})]$. Um ihren Anteil im Auszahlungsvektor x zu bekommen, benötigt B nur die Zustimmung ihrer Partner!)

Ein von einer solchen latenten Koalition $B \subset N$ zu Lasten der Koalition $C \subset N$, für die $B \cap C = \emptyset$ und $P[B; (x; \mathfrak{K})] = P[C; (x; \mathfrak{K})]$ gilt, gegen den Vorschlag $(x; \mathfrak{K})$ vorgebrachter Einwand ist selbst wieder eine koalitionsrationale Auszahlungskonfiguration

(17) $$(y; \mathfrak{J}) \equiv (y_1, y_2, \ldots, y_n; J_1, J_2, \ldots, J_1)$$

mit den Eigenschaften

(17a) $P[B; (y; \mathfrak{J})] \cap C = \emptyset$,

(17b) $y_i > x_i$ für alle $i \in B$,

(17c) $y_i \geqq x_i$ für alle $i \in P[B; (y; \mathfrak{J})]$.

Besitzt die latente Koalition $C \subset N$ dazu einen Gegeneinwand, so handelt es sich um eine koalitionsrationale Auszahlungskonfiguration

(18) $(z; \mathcal{L}) \equiv (z_1, z_2, \ldots, z_n; L_1 L_2, \ldots, L_r)$,

die den Bedingungen

(18a) $P\left[C; (z; \mathcal{L})\right] \not\supset B$,

(18b) $z_i \geqq x_i$ für alle $i \in P\left[C; (z; \mathcal{L})\right]$,

(18c) $z_i \geqq y_i$ für alle $i \in P\left[C; (z; \mathcal{L})\right] \cap P\left[B; (y; \mathcal{Y})\right]$

genügen muß, um wirksam zu sein.

Als Verhandlungsbereich $\mathfrak{M}_o$ des Oligopolspiels $\Gamma_n \langle f; N \rangle$ bezeichnen wir die Menge aller koalitionsrationalen Auszahlungskonfigurationen, gegen die es entweder keinen Einwand gibt oder für die jeder Einwand durch einen Gegeneinwand pariert werden kann. Der Verhandlungsbereich $\mathfrak{M}_o$ spiegelt in gewissem Sinne die Machtstruktur des kollusiven Marktes wider. Ein unwesentlicher Spieler j , für den $f(K \cup \{j\}) = f(K) + f(\{j\}) = f(K)$ für alle $K \subset N$ gilt, vermag keinen Einfluß auf $\mathfrak{M}_o$ zu nehmen; da alles auch ohne seine Hilfe erreicht werden kann, wird er weder an Einwänden noch Gegeneinwänden beteiligt. Er erhält in jeder koalitionsrationalen Auszahlungskonfiguration den Wert 0, was als Index seiner "Machtlosigkeit" aufgefaßt werden kann.

Die Menge $\mathfrak{M}_o$ ist niemals leer; sie enthält immer die Auszahlungskonfiguration $(0, \ldots, 0; \{1\}, \ldots, \{n\})$, welche das Ergebnis des Scheiterns von Kartellierungsverhandlungen beschreibt.

Wie steht es nun aber mit dem anderen Extrem, dem Fall, daß die Koalitionsbildungsverhandlungen in die Errichtung eines Kollektivmonopols mit der Auszahlungskonfiguration $(x_1, \ldots, x_n; N)$ münden?

L e m m a 1

Die Menge aller koalitionsrationalen Auszahlungskonfigurationen $(x; \{N\})$ des Spiels $\Gamma_n \langle f; N \rangle$ ist gleich dem Kern des Spiels $\Gamma_n \langle f; N \rangle$ im Sinne von Gillies [25].

---

[25] Gillies, D.B. Solutions to General Non-Zero-Sum Games, in: Contributions to the Theory of Games IV (hrsg. von A.W. Tucker und R.D.Luce), Annals of Mathematics Studies, Bd. 40, Princeton 1959, S. 47 - 83.

B e w e i s :

Gillies' Kern ist definiert als die Menge aller nicht dominierten Imputationen des Spiels $\Gamma_n \langle f; N \rangle$. Unter Imputation eines wesentlichen Spiels versteht man einen Auszahlungsvektor x mit $x_i \geqq 0$, $\sum_{i=1}^{n} x_i = 1$. Eine Imputation x wird nicht dominiert, wenn es keine Imputation y gibt, welche für eine Koalition $K \subseteq N$ erzwingbar ist, $f(K) \geqq \sum_{i \in K} y_i$, und von dieser vorgezogen wird, $y_i > x_i$ für $i \in K$. Der Kern ist somit die Menge aller Imputationen x, für die $\sum_{i \in K} x_i \geqq f(K)$ für alle $K \subseteq N$ gilt. Diese Bedingung stimmt für den Fall $\mathcal{P} = \{N\}$ mit der Koalitionsrationalität (15b) überein. Q.E.D.

L e m m a 2

Falls ein nichtleerer Kern existiert, ist er immer eine Teilmenge des Verhandlungsbereiches $\mathcal{M}_o$. Er besitzt keinen Einfluß auf den übrigen Verhandlungsbereich.

B e w e i s :

Eine koalitionsrationale Auszahlungskonfiguration $(x; \{N\})$ kann selbst kein Einwand sein, da sie die Bedingung (17a) nicht erfüllt. Die Menge aller dieser Auszahlungskonfigurationen kann daher keinen Einfluß auf die Zugehörigkeit anderer koalitionsrationaler Auszahlungskonfigurationen zum Verhandlungsbereich haben.
Nehmen wir andererseits an, es gäbe einen Einwand $(y; \mathcal{T})$ gegen $(x; \{N\})$. Dann müßte es eine Teilmenge $B \subset N$ geben, für deren Mitglieder $i \in B$ $y_i > x_i$ und deren Partner $i \in P[B; (y; \mathcal{T})]$ $y_i \geqq x_i$ gilt. Da nun $B \subset P$ ist, gilt damit auch $\sum_{i \in P} y_i > \sum_{i \in P} x_i$.
Da $P[B; (y; \mathcal{T})] = \cup J_j$ mit $B \cap J_j \neq \emptyset$ ist, muß nach (15a) $\sum_{i \in P} y_i = \sum_{J_j \subset P} f(J_j) \leqq f(\cup J_j) = f(P)$ gelten. $(x; \{N\})$ ist aber genau dann koalitionsrational, wenn $\sum_{i \in P} x_i \geqq f(P)$, $P \subseteq N$, efüllt ist. Dies liefert uns den Widerspruch; es gibt also keinen Einwand gegen die koalitionsrationale Auszahlungskonfiguration $(x; \{N\})$. Q.E.D.

Lemma 3

Das symmetrische Preisoligopol $\Gamma_n \langle f; N \rangle$ mit der charakteristischen Funktion (11) besitzt stets einen nichtleeren Kern.

Beweis:

Damit ein symmetrisches Spiel einen nichtleeren Kern besitzt, muß zumindest die gleichverteilte Imputation $(\frac{f(N)}{n}, \ldots, \frac{f(N)}{n})$ die Kern-Bedingung erfüllen [26]. Wenn wir $f(K)$ durch $f(k)$, $k = |K|$, ersetzen, so existiert ein nichtleerer Kern genau dann, wenn

$$k \frac{f(n)}{n} \geqq f(k) \qquad \text{für alle } k = 1, 2, \ldots, n$$

gilt.
Wie beim Beweis von Theorem 2 untersuchen wir zuerst den Fall $h = (a + b)c$ und erhalten

$$k \frac{f(n)}{n} = f(k) \qquad \text{für alle } k = 1, 2, \ldots, n.$$

Für den Fall $h = (a + b)c + \varepsilon$, $\varepsilon > 0$, finden wir, daß

$$k \frac{f(n)}{n} \geqq f(k) \qquad \text{für alle } k = 1, 2, \ldots, n$$

genau dann erfüllt ist, wenn

$$a(n - 1)(n - k) + b(k - 1)(n - k) + \frac{b}{\omega}(n - k)^2 \geqq 0$$

ist, was für $a, b > 0$ immer gilt. (Die etwas umfangreichen algebraischen Manipulationen sollen hier nicht vorgeführt werden; es handelt sich eigentlich nur um eine Verallgemeinerung von Theorem 2, wo wir nur den Fall $k = 1$ untersuchten.) Q.E.D.

---

26) Der Kern ist ja konvex und für ein symmetrisches Spiel ebenfalls symmetrisch - siehe dazu etwa:
Shapley, L.S. und Shubik, M., Competition, Welfare and the Theory of Games, Manuscript in progress on applications of n-person game theory, Chapter III, 1968, S. 30 f.

Dieses Ergebnis ist bedeutsam. In der Einleitung wurde festgestellt, daß die Bildung einer Gruppenkoalition aller Oligopolisten keineswegs a priori gesichert ist. Nun wissen wir aber, daß für unser symmetrisches Preisoligopol eine Menge von Aufteilungen des maximalen Kollektivgewinns existiert, welche die durchsetzbaren Ansprüche aller möglichen Koalitionen von Oligopolisten befriedigt - man ner : den Kern eines Spiels (bzw. die Menge der koalitionsration len Auszahlungskonfigurationen für die große Koalition) deshalb auch eine "soziologisch neutrale" Lösung, weil keine Koalition $K \subset N$ einen Einwand gegen sie vorbringen kann. Der Bildung eines Kollektivmonopols steht in dieser Hinsicht also nichts im Wege.

<u>Definition</u>

Es sei

(19) $$m = \max_{(x;\,\mathcal{K}) \in \mathcal{M}_0} \sum_{i=1}^{n} x_i .$$

Wir nennen m die <u>strukturelle Monopolisierungsneigung</u> des kollusiven Oligopols $\Gamma_n\langle S_1, \ldots, S_n; A_1, \ldots, A_n\rangle$ bzw. $\Gamma_n\langle f; N\rangle$.

Offenbar besitzt m die folgenden Eigenschaften:

(19a) $0 \leqq m \leqq 1$,

(19b) $m = 0$ für $f(N) = \sum_{i=1}^{n} f(\{i\})$,

d.h., wenn alle Spieler "machtlos" ("strategic dummies") sind und damit das Spiel unwesentlich ist, so besteht keine Tendenz, irgendeine Koalition zu bilden - die Monopolisierungsneigung nimmt daher den Wert 0 an.

(19c) $m = 1$, wenn $f(N) > \sum_{i=1}^{n} f(\{i\})$ und

$$\exists \mathbf{x}\ \forall K \subset N\ (f(K) \leqq \sum_{i \in K} x_i) \text{ gilt,}$$

eine Aufteilung des maximalen Kollektivgewinnes, der nun größer ist als die Summe der sonst erzielbaren Gewinne, also ohne Verletzung partikulärer Interessen möglich wird. Man hat dann mit dem Entstehen eines Kollektivmonopols zu rechnen - die Monopolisierungsneigung nimmt den Wert 1 an.

Wir können nun folgenden Satz formulieren:

Theorem 3

Die strukturelle Monopolisierungsneigung des wesentlichen symmetrischen Preisoligopols $\Gamma_n \langle P_1, \ldots, P_n; A_1, \ldots, A_n \rangle$ mit $A_i = q_i(p_i - c) - \frac{f + d}{n}$, den Preis-Absatzfunktionen (3a) und (4a) und $p_i \geqq c$, $q_i \geqq 0$ (ohne Kapazitätsbeschränkungen) für alle $i = 1, 2, \ldots, n$ nimmt den Wert $m = 1$ an.

Beweis:

Der Satz folgt aus den Lemmata 1 - 3 und Eigenschaft (19c). Q.E.D.

Wie Ott bemerkt, kann man plausiblerweise annehmen, "daß der Wunsch, die Konkurrenz zu vermeiden, ihr auszuweichen, um so größer ist, je stärker die Intensität der Konkurrenz ausgeprägt ist. Je intensiver die (potentiellen) agonistischen Beziehungen zwischen Anbietern oder Nachfragern sind, um so größer wird der Hang zur Koalitionsbildung sein. Nach dieser Theorie ist das Oligopol auf dem vollkommenen Markt die Marktform mit der höchsten Konkurrenzintensität und dem am stärksten ausgeprägten Hang zur Koalitionenbildung, ..." [27] Unsere Theorie kommt zu einem ganz ähnlichen Schluß:

Korollar 1

Für den Grenzfall $d \rightarrow 0$ und damit $\omega \rightarrow 0$ (homogenes Oligopol) ist die strukturelle Monopolisierungsneigung des symmetrischen wesentlichen Preisoligopols (ohne Kapazitätsbeschränkungen)

---

27) Ott, A.E., Preistheorie, in: Kompendium der Volkswirtschaftslehre (hrsg. von W.Ehrlicher, J.Esenwein-Rothe, H.Jürgensen, K.Rose), Bd. 1, Göttingen 1967, S. 130.

wiederum $m = 1$; außerdem sind die Auszahlungsvektoren aller $(x; \mathcal{K})$ mit $\mathcal{K} \neq \{N\}$ gleich 0: wenn sich also eine Koalition lohnt, dann <u>nur</u> das Kollektivmonopol.

<u>B e w e i s :</u>

Wenn p_i^* eine Komponenten der Sicherheitsstrategie $(p_1^*, \ldots, p_k^*)$ der Koalition $K \subset N$ ist (siehe Beweis von Theorem 1), so gilt

$$\lim_{\omega \to 0} p_i^* = c \quad \text{für alle} \quad i = 1, 2, \ldots, k \quad \text{und} \quad k = |K| < n.$$

Hingegen ist die Optimalstrategie der Gruppenkoalition $(p_1^{**}, \ldots, p_n^{**})$ vom Differenzierungsgrad unabhängig:

$$\lim_{\omega \to 0} p_i^{**} = p_i^{**} = \frac{1}{2(\alpha + \beta)} \left[\frac{h}{n} + (\alpha + \beta)c \right] \quad \text{für } i = 1,2,\ldots,n.$$

Folglich ist jede Koalition $K \subsetneqq N$ flach, d.h.

$$\sum_{i \in K} f(\{i\}) = f(K) \quad \text{für alle} \quad |K| = k < n,$$

aber

$$\sum_{i \in N} f(\{i\}) < f(N).$$

Ein vollkommenes Preisoligopol ohne Kapazitätsbeschränkungen (Bertrand-Oligopol) ist somit ein <u>einfaches Spiel</u>, und zwar ein <u>reines Verhandlungsspiel</u> (pure bargaining game) [28], dessen Kern gleich der Menge aller Imputationen ist. Q.E.D.

Der Vollständigkeit halber sei auch der Fall der Entartung des Oligopols in ein Aggregat von n Monopolen behandelt:

---

28) Shapley, L.S., Simple Games: An Outline of the Descriptive Theory, The RAND Corporation, P-2277, April 1961.

K o r o l l a r 2

Für den Grenzfall $d \to \infty$ und damit $\omega \to 1$ nimmt die strukturelle Monopolisierungsneigung des symmetrischen Preis-oligopols (ohne Kapazitätsbeschränkungen) den Wert $m = 0$ an.

B e w e i s :

Hier ist

$$\lim_{\omega \to 1} p_i^{*} = p_i^{**} = \frac{1}{2(\alpha + \beta)} \left[\frac{h}{n} + (\alpha + \beta)c \right], \quad i = 1,2, \ldots, n,$$

$$\text{für alle } K \subset N .$$

Damit ist das Spiel unwesentlich und gemäß (19b) $m = 0$. Q.E.D.

Es ist klar, daß sich für reine Monopolisten aus marktlichen Gründen kein Zusammenschluß lohnt. (Dies schließt eine Kooperation aus finanziellen oder technischen Erwägungen natürlich keineswegs aus!) Mehr Beachtung verdient die Beziehung zwischen Monopolisierungsneigung und Anzahl der Marktteilnehmer - welchen Effekt hat eine Vergrößerung der Zahl der Konkurrenten auf die Macht des Einzelnen? Um diesen Effekt isolieren zu können, gehen wir nicht von einer gegebenen Gesamtnachfragefunktion (4a) aus, die sich auf die Oligopolisten aufteilt, sondern alternativ von individuellen Preis-Absatzfunktionen

$$\text{(3b)} \qquad q_i = h_o - (\alpha + \frac{\beta}{\omega})p_i + (\frac{\beta}{\omega} - \beta)\frac{1}{n-1} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} p_j,$$

$$i = 1, 2, \ldots, n,$$

mit gegebenem h_o und gegebenen Koeffizienten $\alpha, \beta > 0$. Diese addieren wir zur Gesamtnachfragefunktion des Marktes

$$\text{(4b)} \qquad q = nh_o - n(\alpha + \beta)\overline{p} .$$

Jeder Menge von Firmen $\overline{N} \subset N$ kann ein <u>Teilmarkt</u> $\Gamma_{\overline{n}} \langle P_1, \ldots, P_{\overline{n}}; A_1, \ldots, A_{\overline{n}} \rangle$ mit $A_i = q_i(p_i - c) - (f_o + d_o)$, den Preis-Absatzfunktionen (3b) und (4b) und $p_i \geqq c$, $q_i \geqq 0$ für $i = 1, 2, \ldots, \overline{n} = |\overline{N}|$ zugeordnet werden.

Bei wachsendem n bleibt also die absolute Größe der einzelnen Unternehmung und des ihr zur Verfügung stehenden Marktes erhalten, es verringert sich nur ihr Anteil am expandierenden Gesamtmarkt.[29)]

<u>T h e o r e m 4</u>

Für $n \to \infty$ geht die strukturelle Monopolisierungsneigung m aller endlich großen Teilmärkte $\Gamma_{\overline{n}}$ des symmetrischen Preisoligopols $\Gamma_n \langle P_1, \ldots, P_n; A_1, \ldots, A_n \rangle$ mit $A_i = q_i(p_i - c) - (f_o + d_o)$, den Preis-Absatzfunktionen (3b) und (4b) und $p_i \geqq c$, $q_i \geqq 0$ (ohne Kapazitätsbeschränkungen), $i = 1, 2, \ldots, n$, gegen 0 .

<u>B e w e i s :</u>

Ist p_i^* eine Komponente der Sicherheitsstrategie $(p_1^*, \ldots, p_{\overline{n}}^*)$ der Koalition $\overline{N} \subsetneqq N$, so gilt

$$\lim_{n \to \infty} p_i^* = \frac{1}{2(\alpha + \frac{\beta}{\omega})} \left[h_o + (\alpha + 2\frac{\beta}{\omega} - \beta)c \right] \text{ für alle } i = 1, 2, \ldots, \overline{n} = |\overline{N}|.$$

Folglich ist für alle endlichen Teilmengen $\overline{N} \subsetneqq N$

$$\sum_{i=1}^{\overline{n}} f(\{i\}) = f(\overline{N}).$$

---

29) Unser Vorgehen entspricht hier jenem in
Shapley, L.S. und Shubik, M., Price Strategy Oligopoly With Product Variation, in: Kyklos, Bd. 22 (1969), S. 30 - 44.

Man kann dies als <u>Pseudo-Unwesentlichkeit</u> des Oligopolspiels $\Gamma_n\langle f; N\rangle$ bezeichnen. Offensichtlich sind die Auszahlungen aller endlich großen Koalitionen in sämtlichen Auszahlungskonfigurationen des Verhandlungsbereichs gleich null, die Unternehmungen somit auf jedem endlichen Teilmarkt völlig machtlos. Nach (19b) ist die Monopolisierungsneigung des Spiels $\Gamma_{\bar{n}}\langle f; \bar{N}\rangle$ gleich null. Q.E.D.

Bisher hatten wir immer angenommen, daß die Kapazitätsschranken der Firmen hoch genug liegen, um die Nachfrage bei jeder möglichen Preiskonstellation, also selbst bei $p_i = c$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$ zu befriedigen. Nun wollen wir den Fall betrachten, daß für die Belieferung des Marktes nur eine gesamte Produktionskapazität von $q^{\varkappa}$ zur Verfügung steht, die sich gleich auf die Oligopolisten verteilt:

$$(20) \qquad q_i^{\varkappa} = \frac{q^{\varkappa}}{n} \geqq \frac{h}{n} - \left(\alpha + \frac{\beta}{\omega}\right)p_i + \left(\frac{\beta}{\omega} - \beta\right)\frac{1}{n-1} \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} p_j,$$

$$i = 1, 2, \ldots, n;$$

$q_i^{\varkappa}$ ist hiebei die Produktionskapazität der einzelnen Firma. Wir müssen noch eine plausible Annahme über die Wirksamkeit von Drohungen machen: Ein Preis p_i sei nur dann eine wirksame Drohung, wenn die zu diesem Preis nachgefragte Menge von der drohenden Firma auch tatsächlich auf den Markt gebracht werden kann, d.h., wenn deren Kapazität dazu ausreicht. Wir wollen also annehmen, daß die maximale Drohung einer Firma (oder einer Koalition von Unternehmungen) jener Preis (bzw. Preisvektor) ist, zu dem ihre maximale Produktionsmenge abgesetzt werden kann.

<u>T h e o r e m 5</u>

Die strukturelle Monopolisierungsneigung des symmetrischen Preisoligopols $\Gamma_n\langle P_1, \ldots, P_n; A_1, \ldots, A_n\rangle$ mit $A_i = q_i(p_i - c) - \frac{f + d}{n}$, den Preis-Absatzfunktionen (3a) und (4a) sowie $p_i \geqq c$

und $0 \leqq q_i \leqq q_i^{*} = \frac{q^{*}}{n}$ für alle $i = 1, 2, \ldots, n$ nimmt für eine gesamte Produktionskapazität der Anbieter von $q^{*} \leqq \frac{h - (a + b)c}{2}$ den Wert $m = 0$ an.

<u>Beweis:</u>

$\sum_{i=1}^{n} A_i(p_1, \ldots, p_n)$ nimmt für $p_i = p_i^{**} = \frac{1}{2(\alpha + \beta)}\left[\frac{h}{n} + (\alpha + \beta)c\right]$,

$i = 1, 2, \ldots, n$, ein Maximum an (siehe Beweis von Theorem 2). Gleichzeitig darf p_i^{**} bei einer Kapazitätsbeschränkung $q_i^{*} = \frac{q^{*}}{n}$ nicht unter

$$p_i = \frac{1}{(\alpha + \beta)}\left[\frac{h}{n} - \frac{q^{*}}{n}\right]$$

sinken. Für eine Kapazität $q^{*} \leqq \frac{h - (a + b)c}{2}$ wird die zulässige Optimalstrategie eines Mitgliedes der Koalition N

$$p_i^{**} = \frac{1}{(\alpha + \beta)}\left[\frac{h}{n} - \frac{q^{*}}{n}\right].$$

Betrachten wir nun die Sicherheitsstrategie der Koalition $\{i\}$:

$$f(\{i\}) = \underset{p_i}{\mathrm{Max}}\ \underset{\substack{p_j \\ j \neq i}}{\mathrm{Min}}\ A_i = \underset{\substack{p_j \\ j \neq i}}{\mathrm{Min}}\ \underset{p_i}{\mathrm{Max}}\ A_i .$$

Die optimale Anpassung der Koalition $\{i\}$, p_i^{*}, sowie die maximale Drohung $(p_1, \ldots, p_{i-1}, p_{i+1}, \ldots, p_n)$, $p_j = p^{o}$, $j \neq i$, der Koalition $N - \{i\}$ haben folgende Bedingungen zu erfüllen:

$$\text{(a)} \quad p_i^{*} = \frac{1}{2(\alpha + \frac{\beta}{\omega})}\left[\frac{h}{n} + (\alpha + \frac{\beta}{\omega})c + (\frac{\beta}{\omega} - \beta)p^{o}\right],$$

$$\text{(b)} \quad \frac{q^{*}}{n} = \frac{h}{n} - (\alpha + \frac{\beta}{\omega})p^{o} + (\frac{\beta}{\omega} - \beta)\frac{1}{n-1}\left[p_i^{*} + (n - 2)p^{o}\right],$$

$$\text{(c)} \quad \frac{q^{*}}{n} \geqq \frac{h}{n} - (\alpha + \frac{\beta}{\omega})p_i^{*} + (\frac{\beta}{\omega} - \beta)p^{o} .$$

Wir behaupten, daß für eine Gesamtkapazität $q^{\varkappa} \leqq \frac{h - (a + b)c}{2}$ die Preise $p_i^{*} = p^{o} = \frac{1}{(\alpha + \beta)} \left[\frac{h}{n} - \frac{q^{\varkappa}}{n} \right]$ das System (a), (b), (c) erfüllen, d.h. diese Preise lassen die Absatzmenge der Koalition $N - \{i\}$ gleich ihrer Kapazität werden (geben also eine maximale Drohung an), maximieren dabei den Profit der Firma i (d.h. der Koalition $\{i\}$) und erfüllen die Beschränkung (c).
Dies ist leicht zu beweisen:
Auf Grund der vollständigen Symmetrie des Oligopols gilt

$$\underset{p_1, \ldots, p_n}{\text{Max}} \sum_{i=1}^{n} A_i = \sum_{i=1}^{n} A_i(p_1^{**} = p^{o}, \ldots, p_n^{**} = p^{o}) =$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \underset{p_1, \ldots, p_n}{\text{Max}} A_i;$$

also ist

$$A_i(p_1 = p^{o}, \ldots, p_{i-1} = p^{o}, p_i, p_{i+1} = p^{o}, \ldots, p_n = p^{o})$$

$$\leqq A_i(p^{o}, \ldots, p_i^{*} = p^{o}, \ldots, p^{o}) ,$$

$p_i^{*} = p^{o} = \frac{1}{(\alpha + \beta)} \left[\frac{h}{n} - \frac{q^{\varkappa}}{n} \right]$ maximiert die Auszahlung A_i, wenn $p_j = p^{o}$, $j \neq i$, gewählt wird und befriedigt so Gleichung (a); gleichzeitig wird dabei $\frac{q^{\varkappa}}{n}$ für alle Spieler voll ausgeschöpft und damit (b) und (c) erfüllt, wenn nur

$q^{\varkappa} \leqq \frac{h - (a + b)c}{2}$ ist.

Wie wir im Verlauf des Beweises von Theorem 2 bereits gezeigt haben, ist für $p_i^{*} = p_i^{**}$ das Spiel unwesentlich und somit $m = 0$. Q.E.D.

Dieses Ergebnis ist vor allem auch deshalb interessant, weil für unwesentliche Spiele der Verhandlungsbereich $\mathfrak{M}_o$ nur Auszahlungsvektoren enthält, die alle die Profitverteilung des eingangs erwähnten nichtkooperativen Cournot-Nash-Gleichgewichts angeben. Wie aus dem Beweis von Theorem 5 ersichtlich ist, beschreibt der Strategienvektor $(p_1 = p^o = p_1^{**}, \ldots, p_n = p^o = p_n^{**})$ einen solchen nichtkooperativen Gleichgewichtspunkt, falls die Kapazität aller Oligopolisten die Hälfte der bei einer gerade die variablen Kosten deckenden Preiskalkulation absetzbaren Produktion nicht übersteigt.

Dasselbe gilt bei unbeschränkter Kapazität nach Theorem 4 für den Strategienvektor $(p_1, \ldots, p_i, \ldots, p_{\bar{n}})$, $p_i = \frac{1}{2(\alpha + \frac{\beta}{\omega})} \cdot \left[h_o + (\alpha + 2\frac{\beta}{\omega} - \beta)c\right]$, und jeden endlich großen Teilmarkt, wenn $n \to \infty$ strebt.

Es gibt also zwei Fälle, in denen die nichtkooperative Cournot-Nash-Lösung das geeignete Gleichgewichtskonzept für oligopolistische Märkte abgibt:

(a) Wenn wir entsprechende Kenntnisse über die Informations- und Kommunikationsbedingungen des Marktes sowie die Selbstbindungskraft der Oligopolisten besitzen, die uns die Anwendung einer nichtkooperativen Theorie nahelegen.

(b) Auch bei kommunikativem Markt und Selbstbindungskraft, wenn die Kapazität klein genug oder die Zahl der Konkurrenten hinreichend groß ist, um zumindest approximativ ein streng determiniertes (unwesentliches) Oligopolspiel zu induzieren.

Was die strukturelle Monopolisierungsneigung m anlangt, bleibt abschließend zu bemerken, daß beim Vorliegen starker Asymmetrien (besonders wenn keine Seitenzahlungen möglich sind) auch Werte $0 < m < 1$ erwartet werden können (es wird eben dann womöglich kein Kern existieren bzw. das gemeinsame Gewinnmaximum kann nicht erreicht werden).