Revista Electrónica de Comunicaciones y Trabajos de ASEPUMA. **Rect@**
Volumen 18 (2017), páginas 53 a 70.
DOI: 10.24309/recta.2017.18.1.04

SIMULACIÓN DE MONTE CARLO APLICADA A UN MODELO INTERNO PARA CALCULAR EL RIESGO DE MORTALIDAD EN SOLVENCIA II

PONS CARDELL, Mª ÀNGELS
mapons@ub.edu
Universitat de Barcelona. Departamento de Matemática Económica, Financiera y Actuarial
Avenida Diagonal 690 (08034) Barcelona

SARRASÍ VIZCARRA, F. JAVIER
sarrasi@ub.edu
Universitat de Barcelona. Departamento de Matemática Económica, Financiera y Actuarial
Avenida Diagonal 690 (08034) Barcelona

Recibido (23/02/2017)
Revisado (25/09/2017)
Aceptado (29/09/2017)

RESUMEN: El 1 de enero de 2016 entró en vigor Solvencia II, que establece un nuevo marco regulador común para el sector asegurador que opera en la Unión Europea. En esta normativa tiene especial importancia el cálculo del capital de solvencia obligatorio, ofreciendo la posibilidad de utilizar dos modelos para su cálculo, el modelo estándar, el cual utiliza fórmulas establecidas por el regulador, y el modelo interno, basado en fórmulas propuestas por la propia compañía en base a su experiencia. En este trabajo se propone un modelo interno, basado en el método de simulación de Monte Carlo, que permite calcular el capital de solvencia obligatorio asociado al riesgo de mortalidad del módulo de riesgo de suscripción del seguro de vida. Se asume la formalización matemática del capital de solvencia obligatorio como el valor en riesgo, al 99,5%, de la diferencia entre el valor actualizado de los activos menos los pasivos de dos años consecutivos. A diferencia de lo que sucede con el modelo estándar, en el modelo interno propuesto, el capital de solvencia obligatorio asociado al riesgo de mortalidad depende de la estructura del colectivo que forma la cartera de la compañía de seguros.

Palabras claves: Solvencia II; Capital de solvencia obligatorio; Modelo interno; Riesgo de mortalidad; Simulación.

ABSTRACT: Solvency II entered into force on 1 January 2016. This rule establishes a new and common regulatory framework for those insurance companies operating within the European Union. One important aspect of this regulation refers to the calculation of the solvency capital requirement (SCR). It allows to use any of the following two methods: either the standard model, based on formulas provided by the regulator, or the internal model, where the formulas for the calculation of the SCR is based on the own experience of the company. In this work we propose an internal model based on Monte Carlo simulations in order to calculate the SCR associated to the mortality risk of the life underwriting risk module of the life insurance. We identify this SCR with the VaR (at 99.5%) of the difference between the present value of assets minus liabilities corresponding to two consecutive years. Unlike the standard model, in the proposed internal model, the SCR associated to the mortality risk depends on the structure and characteristics of the underlying insurance portfolio.

Keywords: Solvency II; Solvency Capital Requirement; Internal model; Mortality risk; Simulation.

1. Introducción

Desde el 1 de enero de 2016 está en vigor Solvencia II, que establece un nuevo marco regulador común en la Unión Europea para las compañías de seguros y reaseguros. El objetivo de Solvencia II es garantizar la estabilidad financiera y mejorar la protección del consumidor en el mercado de seguros. Para ello introduce nuevos criterios de valoración de la situación financiera, con el objetivo de mejorar el control y la medición de los distintos riesgos a los que están expuestas las compañías de seguros y reaseguros. Como señala el informe de UNESPA (2015), Solvencia II va de medir y gestionar los riesgos a los que están expuestas las compañías de seguros.

Solvencia II se estructura en tres pilares que centran su atención, respectivamente, en la medición de activos, pasivos y capital, en el proceso de supervisión, control y autoevaluación y en los requerimientos de transparencia.

El Pilar I establece los criterios para determinar los requerimientos cuantitativos de capital, e implica la medición de los activos, pasivos y capital, así como el análisis y cuantificación de los riesgos que presentan los distintos tipos de operaciones y productos. En este pilar tiene especial importancia el cálculo del capital de solvencia obligatorio, SCR, (*Solvency Capital Requirement*) y el capital mínimo requerido, MCR, (*Minimum Capital Requirement*). En Solvencia II las necesidades de capital se pueden calcular mediante un modelo estándar o bien mediante modelos internos, previamente aprobados por el regulador.

El Pilar II regula las funciones del supervisor, sus competencias y las herramientas de supervisión, control y autoevaluación que deben aplicar tanto el supervisor como las aseguradoras.

El Pilar III recoge los requerimientos de transparencia e información. Las funciones de cálculo, gestión y control del riesgo de los pilares anteriores quedan reflejadas en una serie de informes, que elabora la compañía tanto para el público en general como para el supervisor. Estos informes proporcionan un mejor conocimiento de la solvencia de las entidades aseguradoras.

Este trabajo se centra en el Pilar I y tiene como objetivo proponer un modelo interno, alternativo al modelo estándar contemplado por Solvencia II, para el cálculo del SCR que cuantifique el riesgo de mortalidad del módulo del riesgo de suscripción del seguro de vida, es decir, el riesgo que el asegurado fallezca antes de lo esperado. Se asume la hipótesis que la cartera de la compañía de seguros está constituida por pólizas que cubren el fallecimiento de los asegurados.

En el riesgo de mortalidad, y excluyendo la componente catastrófica que la normativa de Solvencia II considera como un módulo de riesgo a parte, se ha de distinguir entre el riesgo sistemático o riesgo de tendencia, que es el derivado de los cambios inesperados en la tendencia de la evolución futura de los ratios de mortalidad, y el riesgo no sistemático, que viene dado por las fluctuaciones aleatorias que pueden experimentar los ratios de mortalidad respecto a su valor esperado, debido al tamaño de la cartera de pólizas.

En la literatura actuarial se encuentra un número considerable de modelos que intentan cuantificar el riesgo de mortalidad. Muchos de ellos intentan modelizar el riesgo sistemático mediante la estimación del logaritmo de la tasa instantánea de fallecimiento $m(x,t)$, en un instante t de un individuo de edad x. Estos modelos tratan de estimar dicha tasa haciéndola depender de una serie de parámetros que representan los efectos que tienen sobre la misma, la edad, el periodo que se considera y la cohorte con la que se trabaja. Cabe destacar, entre otros, el modelo de Lee-Carter (1992), que es uno de los más utilizados debido a su sencillez, ya que hace depender la tasa instantánea de fallecimiento de la edad y del periodo considerado. Posteriormente se han desarrollado otros modelos que generalizan el modelo de Lee-Carter y que incorporan el efecto cohorte en la estimación de la tasa instantánea de fallecimiento, como por ejemplo, el modelo de Renshaw y Haberman (2006), el modelo APC (Age-Period-Cohort) propuesto por Currier (2006), el modelo propuesto por Currier et al. (2004) basado en B-splines y P-splines, el modelo CBD formulado por Dowd, Cairns y Blake (2006), el modelo de Plat (2009) o el modelo de Börger et al.

(2014), que no es más que una ampliación del modelo de Plat considerando edades de población más viejas y teniendo en cuenta varias poblaciones.

Otros modelos, como el de Hari et al. (2008) y Olivieri (2011), tienen en cuenta tanto el riesgo sistemático como el riesgo no sistemático.

En el marco de Solvencia II, la mayoría de los trabajos actuariales basados en los modelos de mortalidad anteriores se han centrado fundamentalmente en proponer modelos internos alternativos a la fórmula estándar para cuantificar el riesgo de longevidad. Destacar, entre otros, el trabajo de Stevens (2008) que propone un modelo basado en Lee-Carter para comparar los riesgos propios de los fondos de pensiones con otros productos mixtos; el de Dowd (2006) que mide el riesgo de una cartera de rentas para el caso de una cobertura imperfecta del activo, a través de una cartera de bonos; el de Plat (2009) que se centra en el riesgo de longevidad de un fondo de pensiones teniendo en cuenta la mortalidad específica del colectivo del fondo y no de la población general; y los de Hari et al. (2008), Olivieri (2011) y Richards et al. (2012), este último basado en el modelo de Lee-Carter, que analizan los requerimiento de capital en cuanto al riesgo de longevidad para algunas carteras, contrastando el enfoque que propone Solvencia II para un horizonte temporal a un año y un VAR del 99,5%, respecto de un horizonte temporal más amplio y con probabilidades de pérdida diferentes. Por ultimo destacar el trabajo de Börger et al. (2014), que cuantifica el riesgo de longevidad y de mortalidad mediante un modelo que considera varias poblaciones. Respecto a la población española cabe destacar el trabajo de Albarrán et al. (2014) donde plantea un modelo interno para el riesgo de longevidad basado en un shock alternativo al tramo único propuesto por el modelo estándar, y que dependa de la edad, el sexo y la duración residual del contrato.

En este trabajo se propone un modelo interno que tendrá en cuenta el riesgo no sistemático de la mortalidad, es decir, el derivado de las fluctuaciones aleatorias de las tasas de mortalidad respecto al valor esperado debido al tamaño de la cartera de la compañía. Para ello se simulará, por Monte Carlo, la evolución del colectivo directamente a partir de las tablas de mortalidad españolas, PASEM 2010. De todas maneras, la metodología sería la misma si se quisiera tener también en cuenta el riesgo de tendencia, ya que éste se recogería en las probabilidades de fallecimiento obtenidas con alguno de los modelos comentados anteriormente.

El trabajo se estructura como sigue. En el apartado 2 se define, siguiendo la Directiva 2009/138/CE del Parlamento Europeo y del Consejo, de 25 de noviembre de 2009, sobre el seguro de vida, el acceso a la actividad de seguro y de reaseguro y su ejercicio, en adelante Directiva de Solvencia II, el SCR, la estructura de riesgos de la compañía de seguros en módulos y en submódulos y la fórmula estándar que permite calcular el SCR total de la compañía. El apartado 3 se centra en el modelo estándar que propone Solvencia II para calcular el riesgo de mortalidad del módulo de riesgo de suscripción del seguro de vida y los requisitos que deben de cumplir los modelos internos para ser aprobados por el supervisor. En el apartado 4, se especifican diferentes formalizaciones matemáticas propuestas sobre el concepto de capital de solvencia obligatorio definido en Solvencia II. En el apartado 5, se describe el modelo interno propuesto para calcular el SCR, asociado al riesgo de mortalidad del módulo de riesgo de suscripción del seguro de vida, que se obtiene simulando por Monte Carlo la evolución de siniestralidad del colectivo. En el apartado 6 se lleva a cabo un ejemplo numérico en el que se compara el SCR calculado mediante el modelo estándar y el modelo interno propuesto. Por último, en el apartado 7, se exponen las conclusiones.

2. Estructura de riesgos en Solvencia II

Según la Directiva de Solvencia II, en el artículo 101, el SCR se calcula partiendo del principio de continuidad del negocio de la empresa y se define como el valor en riesgo de los fondos propios básicos de una empresa de seguros o de reaseguros, con un nivel de confianza del 99,5% a un horizonte temporal de un año.

El SCR debe de calibrarse de tal modo que se tengan en cuenta los siguientes riesgos:

- Riesgo de suscripción. Se define como el riesgo de pérdida del valor de los compromisos contraídos en virtud de los seguros, debido a la inadecuación de las hipótesis de tarificación y constitución de provisiones. Este riesgo se debe considerar para los seguros distintos al de vida, para los seguros de vida y para el seguro de enfermedad.
- Riesgo de mercado. Es el riesgo de modificación adversa de la situación financiera, resultante de la volatilidad de los precios de mercado de los instrumentos financieros que influyen en el valor de los activos y pasivos de la empresa.
- Riesgo de contraparte. Es el riesgo de pérdida de la situación financiera resultante de fluctuaciones en la solvencia de los emisores de valores, las contrapartes y cualesquiera deudores a los que están expuestas las compañías de seguros.
- Riesgo operacional. Es el riesgo de pérdida derivado de la inadecuación o la disfunción de los procesos internos, del personal y de los sistemas o de sucesos externos. Este riesgo incluye los riesgos legales pero no los derivados de decisiones estratégicas ni los riesgos de reputación.

El criterio general que aplica Solvencia II para calcular el SCR es que su importe debe garantizar, en el transcurso de un año, la cobertura de los riesgos anteriores con una probabilidad del 99,5%.

La fórmula estándar que propone la Directiva de Solvencia II para obtener el SCR tiene un enfoque modular, estableciéndose necesidades de capital para las diferentes categorías de riesgo y agregándose éstas mediante matrices de correlación aportadas por el regulador.

La estructura de la fórmula estándar para calcular el SCR total de la compañía se define en el artículo 103 de Directiva de Solvencia II, y responde a la siguiente expresión:

$$SCR = BSCR + SCR \text{ por riesgo operacional} + \text{Ajuste por provisiones e impuestos diferidos}$$

siendo:

- $BSCR$ el capital de solvencia obligatorio básico *(Basic Solvency Capital Requirement*). Está regulado en el artículo 104 de la Directiva de Solvencia II.
- SCR por riesgo operacional el capital de solvencia básico por riesgo operacional. Está regulado en el artículo 107 de la Directiva de Solvencia II.
- Ajuste por provisiones e impuestos diferidos el importe del ajuste destinado a tener en cuenta la capacidad de absorción de pérdidas de las provisiones técnicas y los impuestos diferidos. Está regulado en el artículo 108 de la Directiva de Solvencia II.

El artículo 87 del Reglamento Delegado (UE) 2015/35 de la Comisión de 10 de octubre de 2014 por el que se completa la Directiva 2009/138/CE del Parlamento Europeo y del Consejo sobre el acceso a la actividad de seguro y de reaseguro y su ejercicio (Solvencia II), que complementa al artículo 104 de la Directiva de Solvencia II, establece la siguiente fórmula para el cálculo del $BSCR$:

$$BSCR = \sqrt{\sum_{i,j} Corr_{i,j} \cdot SCR_i \cdot SCR_j} + SCR_{intangibles}$$

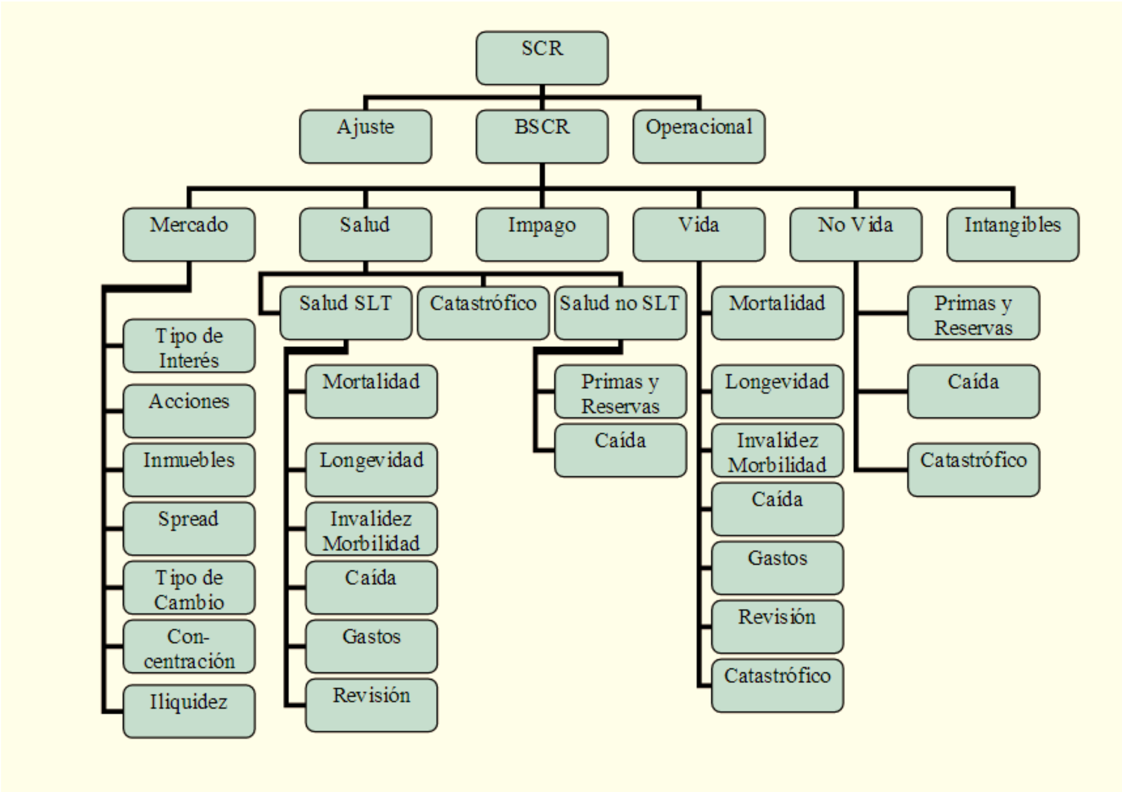
donde:

- $SCR_{intangibles}$ representa el capital de solvencia obligatorio frente al riesgo de intangibles. Está regulado en el artículo 203 del Reglamento Delegado (UE) 2015/35.
- $\sum_{i,j} Corr_{i,j} \cdot SCR_i \cdot SCR_j$ es la suma correlacionada de todas las posibles combinaciones « i, j» donde SCR_i representa el módulo de riesgo i y SCR_j representa el módulo de riesgo j. En el cálculo, SCR_i y SCR_j se sustituyen por:

- ✓ $SCR_{distinto\ de\ vida}$, que representa el módulo de riesgo de suscripción del seguro distinto del seguro de vida.
- ✓ $SCR_{de\ vida}$, que representa el módulo de riesgo de suscripción del seguro de vida.
- ✓ $SCR_{enfermedad}$, que representa el módulo riesgo de suscripción del seguro de enfermedad.
- ✓ $SCR_{mercado}$, que representa el módulo riesgo de mercado.
- ✓ $SCR_{incumplimiento}$, que representa el módulo de riesgo de incumplimiento de la contraparte.

A su vez, el SCR de cada uno de los cinco módulos de riesgo anteriores, se calcula también como la suma correlacionada de los SCR de los submódulos en los que éstos se dividen. En la Figura 1, queda recogida la estructura modular de riesgos para el cálculo del SCR.

Figura 1. Estructura modular de riesgos para el cálculo del SCR



Fuente: *Quantitative Impact Studies 5*, QIS5

El riesgo de mortalidad del módulo de riesgo de suscripción del seguro de vida es en el que se centra este trabajo.

La fórmula estándar del cálculo del SCR del módulo de riesgo de suscripción del seguro de vida está regulada en el artículo 105, apartado 3, de la Directiva de Solvencia II, y se calcula con arreglo a lo establecido en el punto 3 del anexo IV de dicha Directiva, con la siguiente fórmula:

$$SCR_{de\ vida} = \sqrt{\sum_{i,j} Corr_{i,j} \cdot SCR_i \cdot SCR_j}$$

en la que SCR_i representa el submódulo i y SCR_j representa el submódulo j, e « i,j» significa que la suma de los diferentes términos debe cubrir todas las combinaciones posibles de i y j. En el cálculo, SCR_i y SCR_j se sustituyen por:

- ✓ $SCR_{mortalidad}$, que representa el submódulo de riesgo de mortalidad.
- ✓ $SCR_{longevidad}$, que representa el submódulo de riesgo de longevidad.
- ✓ $SCR_{discapadidad}$, que representa el submódulo de riesgo de discapacidad.
- ✓ $SCR_{gastos\ vida}$, que representa el submódulo de riesgo de gastos del seguro de vida.
- ✓ $SCR_{revisión}$, que representa el submódulo de riesgo de revisión.
- ✓ $SCR_{caducidad}$, que representa el submódulo de riesgo de caducidad.
- ✓ $SCR_{catástrofe\ vida}$, que representa el submódulo de riesgo de catástrofe del seguro de vida.

El objetivo de este trabajo es elaborar un modelo interno que permita determinar el $SCR_{mortalidad}$.

3. Modelo estándar y modelos internos

La Directiva de Solvencia II da la posibilidad de utilizar dos métodos para calcular el SCR para cada uno de los submódulos asociados a los diferentes riesgos, así como para calcular el SCR por riesgo operacional y el ajuste por capacidad de absorción de pérdidas de la provisiones técnicas e impuestos, son el modelo estándar y los modelos internos.

El modelo estándar no calcula el SCR de los diferentes submódulos de la misma forma. Básicamente utiliza dos sistemas, la aplicación de shocks o stress y la aplicación de factores. El primer sistema se aplica, por ejemplo, en el riesgo de inmuebles, de mortalidad, de longevidad y de invalidez, y el segundo, en riesgos como el de reserva y el de prima.

El SCR, en el modelo estándar, del riesgo de mortalidad del módulo de riesgo de suscripción del seguro de vida, viene definido en el Reglamento Delegado (UE) 2015/35 de la Comisión de 10 de octubre de 2014, en el artículo 137, punto 1, y "será igual a la pérdida de fondos propios básicos de las empresas de seguros y reaseguros que resultaría de un incremento instantáneo permanente del 15% en las tasas de mortalidad utilizadas para calcular las provisiones técnicas".

El *Quantitative Impact Studies 5*, QIS5, establece que el requerimiento de capital para el riesgo de mortalidad, del módulo de riesgo de suscripción del seguro de vida, debe calcularse cómo un cambio en el valor neto actualizado resultante de un aumento permanente en las tasas de mortalidad, y es el resultado de aplicar:

$$Life_{mort} = \sum_i \Delta NAVmortshock$$

donde $\Delta NAVmortshock$ es la variación en el valor neto de activos y pasivos por un incremento del 15% de la tasa de mortalidad de forma permanente. Esto es, el shock o stress aplicado para este riesgo consiste en un incremento del 15% de la tasa de mortalidad, de forma permanente, para cada edad y cada póliza.

Los modelos internos, por su parte, están basados en la propia experiencia de la compañía, y han de estar correctamente justificados y aprobados por el órgano supervisor.

La solicitud de autorización para el uso de modelos internos debe enviarse, desde el día 1 de abril de 2015, por medios telemáticos a la Dirección General de Seguros y Fondos de Pensiones.

El supervisor autoriza el uso de un modelo interno para el cálculo del SCR si el modelo cumple los requisitos establecidos en los artículos 101, 112, 113 y 120 a 125 de la Directiva de Solvencia II, y en el caso de modelos internos de grupo, estos es, de empresas de seguros y reaseguros que forman parte de un grupo, los artículos 343 a 349 del Reglamento Delegado 2015/35 de la Comisión, de 10 de octubre de 2014. Los requisitos que deben cumplir son los siguientes: prueba de utilización, normas de calidad estadística, normas de calibración, asignación de pérdidas y ganancias, normas de validación y normas sobre documentación.

Además de la normativa antes citada para la autorización para el uso de modelos internos también se aplica los artículos 112, 113 y 115 para los modelos individuales y los artículos 230 a 232 y 233.5 para los modelos de grupo de la Directiva de Solvencia II; los artículos 222 a 247 para los modelos individuales del Reglamento Delegado 2015/35 de la Comisión, de 10 de octubre de 2014, y el Reglamento de Ejecución UE, 2015/460 de la Comisión, de 19 de marzo de 2015, por el que se establecen normas técnicas de ejecución en relación con el procedimiento relativo a la aprobación de un modelo interno de conformidad con la Directiva 2009/138/CE del Parlamento Europeo y del Consejo.

4. Formulación matemática del capital de solvencia obligatorio

En la Directiva de Solvencia II se encuentran dos definiciones del capital de solvencia obligatorio:

- Al inicio, la Directiva incluye una enumeración de consideraciones y la número 64 dice que “el capital de solvencia obligatorio debe corresponderse con el capital económico que han de poseer las empresas de seguros y de reaseguros para limitar la probabilidad de ruina a un caso por cada 200 o, de forma alternativa para que las empresas todavía estén en situación, con una probabilidad del 99,5% como mínimo, de cumplir sus obligaciones frente a tomadores y beneficiarios de seguros en los doce meses siguientes”.
- Por otro lado, el artículo 101 de la Directiva señala que “El capital de solvencia obligatorio será igual al valor en riesgo de los fondos propios básicos de una empresa de seguros o de reaseguros, con un nivel de confianza del 99,5%, a un horizonte de un año”.

Desde el punto de vista matemático hay diferentes formalizaciones para el cálculo del SCR, según la interpretación de la definición asumida, como puede verse en Christiansen y Niemeyer (2012 y 2014).

Si NAV_t es el valor neto actualizado de los activos menos los pasivos en el momento t, una interpretación matemática de la consideración número 64 de la Directiva de Solvencia II , viene dada por:

$$SCR_0 = \inf\{NAV_0 \in \mathfrak{R}: P(NAV_1 \geq 0) \geq 0{,}995\}.$$

Por otro lado, una posible interpretación formal del artículo 101 de la Directiva de Solvencia II es:

$$SCR_0 = VaR_{0{,}995}(NAV_0 - v(0{,}1) \cdot NAV_1),$$

donde $v(0{,}1)$ es el factor de descuento para el plazo $[0{,}1]$. Y si se desprecia el factor de descuento, se tiene otra posible interpretación formal del artículo 101:

$$SCR_0 = VaR_{0{,}995}(NAV_0 - NAV_1) = VaR_{0{,}995}(DNAV_0),$$

donde $DNAV_0 = NAV_0 - NAV_1$.

Esta última interpretación es la que se asume en este trabajo para desarrollar el modelo interno para calcular el SCR para el riesgo de mortalidad del módulo de riesgo de suscripción del seguro de vida.

En las formalizaciones para el cálculo del SCR antes citadas hay un problema añadido. El NAV_t se calcula como la diferencia, en el momento t, entre el valor de mercado de los activos, A_t, y los pasivos , L_t, $NAV_t = A_t - L_t$. El valor de mercado de los pasivos, L_t, está formado por la suma dos componentes, la mejor estimación de las obligaciones futuras, BEL_t, y el margen de riesgo, MR_t, esto es, $L_t = BEL_t + MR_t$. Pero, a su vez, el margen de riesgo depende del capital de solvencia obligatorio de manera que hay una relación circular entre ambos. Para resolver este problema la solución adoptada es que el valor de mercado de los pasivos, L_t, venga exclusivamente dado por la mejor estimación de las obligaciones futuras, $L_t = BEL_t$. Esto equivale a considerar que el margen de riesgo es estable en el tiempo. Por ello se asume que $NAV_t = A_t - BEL_t$. (A. Castañer y M.M. Claramunt, 2014).

5. Modelo interno para el riesgo de mortalidad del módulo de riesgo de suscripción del seguro de vida

El objetivo de este trabajo es desarrollar un modelo interno para calcular el SCR para el riesgo de mortalidad basado en la interpretación formal del artículo 101 de la Directiva de Solvencia II, cuando se desprecia el factor de descuento, esto es, basado en la expresión:

$$SCR_0 = VaR_{0,995}(NAV_0 - NAV_1) = VaR_{0,995}(DNAV_0).$$

La metodología propuesta para su cálculo consiste en simular por el método de Monte Carlo la evolución de siniestralidad de la cartera.

Se asume la hipótesis que la cartera de la compañía de seguros en el momento del análisis, $t = 0$, está constituida por un colectivo N_0 formado por n_0 asegurados, y que cada asegurado i, de edad actuarial x_i, con $i = 1,2,\dots,n_0$, tiene contratado un seguro de vida cuyas prestaciones y contraprestaciones son conocidas en el momento del análisis.

El valor neto actualizado de los activos menos los pasivos, en el momento del análisis, $t = 0$, y un año después, $t = 1$, asociado a la cartera de la compañía de seguros se define del siguiente modo:

$$NAV_0 = A_0 - BEL_0 = \sum_{t=0}^{Q} (a_t - b_t) \cdot [1 + I_1(0,t)]^{-t},$$

$$NAV_1 = A_1 - BEL_1 = \sum_{t=1}^{Q} (a_t - b_t) \cdot [1 + I_1(1,t)]^{-(t-1)},$$

donde:

- $t = 0,1,2,\dots,Q$, es el horizonte temporal de la operación, expresado en años, y Q es el primer año en que la compañía de seguros queda liberada del pago de prestaciones a los beneficiarios. En el caso particular que todos los asegurados hubiesen contratado un seguro de vida vitalicio, coincidiría con el año de extinción del colectivo.
- a_t, con $t = 0,1,2,\dots,Q$, es la variable aleatoria cuantía de los activos aportados en t por el colectivo a la compañía de seguros. En el caso particular $t = 0$, a_0 es un valor cierto y para $t = Q$, $a_Q = 0$ ya que la compañía ya no recibe activos del colectivo.
- b_t, con $t = 0,1,2,\dots,Q$, es la variable aleatoria cuantía de los pasivos satisfechos en t por la compañía de seguros. En el caso particular $t = 0$, b_0 es un valor cierto y vale 0 si el colectivo N_0 es de nueva creación.

- $I_1(0,t)$, con $t = 0,1,2,\dots,Q$, son los tantos efectivos al contado de frecuencia anual, donde $I_1(0,0) = 0$. Estos tantos efectivos vienen dados por el regulador (https://eiopa.europa.eu/regulation-supervision/insurance/solvency-ii-technical-information/risk-free-interest-rate-term-structures).
- $I_1(1,t)$, con $t = 1,2,\dots,Q$, son los tantos efectivos implícitos de frecuencia anual, que se obtienen a partir de los tantos efectivos al contado (H. Fontanals y E. Ruiz, 2014), siendo:

$$I_1(1,1) = 0,$$

$$I_1(1,t) = \left[\frac{[1 + I_1(0,t)]^t}{1 + I_1(0,1)}\right]^{1/_{t-1}} - 1 \quad \text{para } t > 1.$$

Para calcular las variables aleatorias NAV_0 y NAV_1 y, por diferencia de las anteriores, la variable aleatoria $DNAV_0$, es necesario conocer la evolución del colectivo N_0 en el tiempo. Su evolución se obtiene a partir de la variable aleatoria T_{N_0}, que proporciona el número de años enteros que van a permanecer con vida cada uno de los n_0 asegurados que forman el colectivo N_0 en el momento $t = 0$. Formalmente la variable aleatoria T_{N_0} viene dado por un vector cuyas componentes son variables aleatorias:

$$T_{N_0} = (T_{x_1}, T_{x_2}, \dots, T_{x_i}, \dots, T_{x_{n_0}}),$$

siendo T_{x_i}, con $i = 1,\dots,n_0$, la variable aleatoria número de años enteros que permanece con vida el asegurado i de edad actuarial x_i. Su distribución de probabilidad se muestra en la Tabla 1, donde t_{x_i}, con $i = 1,\dots,n_0$, son las realizaciones de la variable aleatoria T_{x_i}, w es la primera edad no alcanzable en las tablas de mortalidad consideradas y t/q_{x_i} es la probabilidad que una persona de edad actuarial x_i viva t años y fallezca en el año siguiente.

Tabla 1. Función de distribución de T_{x_i}

$\boldsymbol{t_{x_i}}$	$\boldsymbol{P[T_{x_i} = t_{x_i}]}$
0	q_{x_i}
1	$1/q_{x_i}$
2	$2/q_{x_i}$
…	…
t	t/q_{x_i}
…	…
$w - x_i - 1$	$w - x_i - 1/q_{x_i}$

Fuente: Elaboración propia

Las realizaciones de la variable aleatoria T_{N_0} vienen definidas por el siguiente conjunto de vectores:

$$\left\{\vec{t}^{\,1}_{N_0}, \vec{t}^{\,2}_{N_0}, \dots, \vec{t}^{\,h}_{N_0}, \dots, \vec{t}^{\,NT}_{N_0}\right\}$$

siendo:

- $\vec{t}^{\,h}_{N_0}$ el vector correspondiente a la realización h-ésima de la variable aleatoria T_{N_0} y muestra una trayectoria de evolución del colectivo N_0 frente al fenómeno de la mortalidad. Tiene tantas componentes como individuos n_0 integran el colectivo N_0:

$$\vec{t}^{\,h}_{N_0} = \left(t^h_{x_1}, t^h_{x_2}, \dots, t^h_{x_i}, \dots, t^h_{x_{n_0}}\right),$$

donde $t_{x_i}^h$ es la realización h-ésima de la variable aleatoria T_{x_i}.

- NT el número de trayectorias de evolución del colectivo o realizaciones de la variable aleatoria T_{N_0}, siendo $NT = \prod_{i=1}^{n_0}(w - x_i)$.

Debido al elevado número de realizaciones que tiene la variable aleatoria T_{N_0} es imposible trabajar directamente con su función de distribución. Este problema se resuelve simulando, por el método de Monte Carlo, las realizaciones de dicha variable (Sarrasí, F.J., 1995). De esta forma, el número de realizaciones dependerá del número de simulaciones que se realicen del colectivo. Si z es el número de trayectorias de evolución simuladas del colectivo, las realizaciones de la variable aleatoria T_{N_0} vendrán dadas por el siguiente conjunto de vectores:

$$\{\vec{t}_{N_0}^1, \vec{t}_{N_0}^2, \ldots, \vec{t}_{N_0}^l, \ldots, \vec{t}_{N_0}^z\},$$

donde $\vec{t}_{N_0}^l$ es el vector de la realización asociada a la simulación l, con $l = 1, \ldots, z$, de la variable aleatoria T_{N_0}:

$$\vec{t}_{N_0}^l = \left(t_{x_1}^l, t_{x_2}^l, \ldots, t_{x_i}^l, \ldots, t_{x_{n_0}}^l\right),$$

siendo $t_{x_i}^l$, con $i = 1, \ldots, n_0$, la realización asociada a la trayectoria de evolución del colectivo l, con $l = 1, \ldots, z$, de la variable aleatoria T_{x_i} y proporciona el número de años enteros que permanece con vida el asegurado i, de edad actuarial x_i asociado a la trayectoria de evolución del colectivo l. Su campo de variabilidad viene dado por el conjunto discreto $\{0,1,2, \ldots, s, \ldots, w - x_i - 1\}$.

Cada una de las componentes $t_{x_i}^l$ del vector $\vec{t}_{N_0}^l$, con $i = 1, \ldots, n_0$ y $l = 1, \ldots, z$, se obtiene simulando por Monte Carlo la variable aleatoria T_{x_i}, con $i = 1, \ldots, n_0$. Simular consiste en generar un número aleatorio, uniformemente distribuido entre 0 y 1, el cual se corresponderá con un determinado valor de la probabilidad acumulada de dicha variable aleatoria, de manera que si U es el número aleatorio generado en la trayectoria de evolución del colectivo l, con $l = 1, \ldots, z$, para el asegurado i de edad x_i, con $i = 1, \ldots, n_0$, entonces el valor simulado de $t_{x_i}^l = s$ si:

$$\sum_{r=0}^{s-1} P[T_{x_i} = r] < U \leq \sum_{r=0}^{s} P[T_{x_i} = r]$$

Por tanto, obtener por simulación la realización $\vec{t}_{N_0}^l$ supone generar n_0 números aleatorios distribuidos uniformemente entre 0 y 1.

La probabilidad asociada a cada realización de T_{N_0} es siempre la misma, y su valor depende del número de trayectorias de evolución del colectivo z simuladas:

$$P\left[T_{N_0} = \vec{t}_{N_0}^l\right] = \frac{1}{z} \qquad \text{con } l = 1,2, \ldots, z.$$

Una vez conocida la función de distribución de la variable aleatoria T_{N_0} se obtienen el resto de variables aleatorias relevantes del modelo, a_t, b_t, y $DNAV_0$, cuyas realizaciones son respectivamente:

$$\{a_t^1, a_t^2, \ldots, a_t^l, \ldots, a_t^z\},$$
$$\{b_t^1, b_t^2, \ldots, b_t^l, \ldots, b_t^z\},$$
$$\{DNAV_0^1, DNAV_0^2, \ldots, DNAV_0^l, \ldots, DNAV_0^z\},$$

con $t = 0,1,2, \ldots, Q^l$ y $l = 1,2, \ldots, z$, donde:

- a_t^l, b_t^l y $DNAV_0^l$ son, respectivamente, las realizaciones de las variables aleatorias a_t, b_t y $DNAV_0$ asociadas a la trayectoria de evolución del colectivo l.
- Q^l es el primer año, asociado a la trayectoria de evolución del colectivo l, en que la compañía de seguros queda liberada del pago de prestaciones a los beneficiarios.

Si se asume la hipótesis que los activos de la cartera de la compañía de seguros están formados exclusivamente por las primas satisfechas por los asegurados, y que los pasivos están constituidos por las sumas aseguradas que la compañía ha de satisfacer a los beneficiarios en caso de fallecimiento de los asegurados, las realizaciones a_t^l y b_t^l de las variables aleatorias a_t y b_t, asociadas a la trayectoria de evolución del colectivo l, con $l = 1,2,\dots,z$, se obtienen respectivamente a partir de:

$$a_t^l = \begin{cases} \vec{n}_t^l \cdot \vec{P}_t & para \quad t = 0,1,\dots,Q^l - 1 \\ 0 & para \quad t = \; = Q^l \end{cases}$$

$$b_t^l = \begin{cases} b_0 & para \quad t = 0 \\ \vec{d}_t^l \cdot \vec{S}_t & para \quad t = 1,2,\dots,Q^l \end{cases}$$

donde:

- $\vec{P}_t$, con $t = 0,1,2,\dots,Q^l - 1$, es el vector de primas que deben satisfacer en t los asegurados del colectivo inicial N_0, suponiendo que todos están vivos en t.
- $\vec{n}_t^l$, con $t = 0,1,2,\dots,Q^l - 1$, es el vector formado por ceros y unos, que tiene tantas componentes como asegurados n_0 tiene el colectivo N_0, y muestra qué asegurados están vivos en t, dada la trayectoria de evolución del colectivo l. Si la componente i, con $i = 1,\dots,n_0$, vale 1, indica que el asegurado i-ésimo está vivo en t, y si vale 0 es que está muerto.
- b_0 es un valor cierto y vale 0 si el colectivo N_0 es de nueva creación.
- $\vec{S}_t$, con $t = 1,\dots,Q^l$, es el vector de sumas aseguradas que tiene que pagar la compañía en t a los beneficiarios del colectivo inicial N_0, suponiendo que todos los asegurados falleciesen en el año t.
- $\vec{d}_t^l$, con $t = 1,\dots,Q^l$, es un vector formado por ceros y unos, que tiene tantas componentes como asegurados n_0 tienen el colectivo N_0, y muestra qué asegurados del colectivo inicial fallecen durante el año t, dada la trayectoria de evolución del colectivo l. Si la componente i, con $i = 1,\dots,n_0$, vale 1, indica que el asegurado i-ésimo ha fallecido en el año t, y si vale 0 es que permanece vivo en t o ha fallecido en un año diferente de t.

Por último, la realización $DNAV_0^l$ de la variable aleatoria $DNAV_0$ asociada a la simulación l, con $l = 1,2,\dots,z$, se obtiene, por diferencia $DNAV_0^l = NAV_0^l - NAV_1^l$, siendo:

$$NAV_0^l = \sum_{t=0}^{Q^l} (a_t^l - b_t^l) \cdot [1 + I_1(0,t)]^{-t},$$

$$NAV_1^l = \sum_{t=1}^{Q^l} (a_t^l - b_t^l) \cdot [1 + I_1(1,t)]^{-(t-1)}.$$

La simulación de la evolución del colectivo, realizada a través del método de Monte Carlo, permite estimar las realizaciones más representativas de la variable aleatoria $DNAV_0$ y obtener su función de distribución de probabilidad tal y como se muestra en la Tabla 2.

Tabla 2. Función de distribución de $DNAV_0$

$\boldsymbol{dnav_0}$	$\boldsymbol{P(DNAV_0 = dnav_0)}$
$DNAV_0^1$	1/z
$DNAV_0^2$	1/z
…	…
$DNAV_0^l$	1/z
…	…
$DNAV_0^z$	1/z

Fuente: Elaboración propia

Para obtener la función de distribución definitiva se deberán agrupar las realizaciones que sean iguales y, por tanto, también sus probabilidades, y ordenarlas de menor a mayor valor. Si τ es el número de realizaciones diferentes asociadas a la variable aleatoria $DNAV_0$, dadas las z simulaciones del colectivo, y δ_j, con $j = 1, \dots, \tau$, el número de veces que se repite la j-ésima realización diferente, entonces la función de distribución definitiva es:

Tabla 3. Función de distribución final de $DNAV_0$

$\boldsymbol{dnav_0}$	$\boldsymbol{P(DNAV_0 = dnav_0)}$
$DNAV_0^{\delta_1}$	d_1 / z
$DNAV_0^{\delta_2}$	d_2 / z
...	…
$DNAV_0^{\delta_\tau}$	d_t / z

Fuente: Elaboración propia

Conocida la función de distribución de probabilidad de la variable aleatoria $DNAV_0$, el SCR_0 del colectivo se obtiene como el $VaR_{0,995}$ de la variable aleatoria $DNAV_0$:

$$SCR_0 = VaR_{0,995}(DNAV_0).$$

6. Comparación del modelo estándar y del modelo interno: ejemplo numérico

En este apartado se ilustra un ejemplo numérico del cálculo del *SCR*, utilizando el modelo estándar y el modelo interno propuesto, para el riesgo de mortalidad de una cartera formada por seguros de vida, en el que el asegurador garantiza un único pago al beneficiario en caso de fallecimiento del asegurado.

Se asume que la cartera está formada por un colectivo homogéneo en cuanto a edades, sexo y características de la operación, y que la cartera es de nueva creación. El colectivo está formado por individuos de sexo masculino, con edad actuarial $x = 35$ años, donde cada uno de ellos tiene contratado un seguro inmediato, temporal de 5 años, a primas periódicas anuales y con una suma asegurada, $S = 1.000$€, que cobrará el beneficiario al final del año del fallecimiento del asegurado.

Los datos técnicos asumidos en la operación son los siguientes:

- Tipo de interés técnico 2% efectivo anual: $I_1 = 0,02$.
- Tablas de mortalidad: Población asegurada española masculina PASEM 2010.

- Estructura de tipos de interés al contado libres de riesgo (se ha obtenido del QIS5 y bajo la hipótesis de una prima de liquidez del 50%):

$$I_1(0,1) = 0{,}01475, \quad I_1(0,2) = 0{,}02051, \quad I_1(0,3) = 0{,}02458,$$
$$I_1(0,4) = 0{,}02771, \quad I_1(0,5) = 0{,}03022, \quad I_1(0,6) = 0{,}03235.$$

Al tratarse de un seguro inmediato y temporal de 5 años, el primer año en que la compañía de seguros queda liberada del pago de prestaciones a los beneficiarios es a los 5 años, $Q = 5$.

Por otra parte, al ser una cartera de nueva creación la cuantía de los pasivos satisfechos en $t = 0$ por la compañía de seguros es cero, $b_0 = 0$.

El importe de la prima periódica anual, P, a pagar por cada asegurado de edad actuarial $x = 35$ años, se obtiene a partir de la siguiente expresión:

$$P = \frac{1.000 \cdot \sum_{t=0}^{4} t/q_{35} \cdot (1 + 0{,}02)^{-(t+1)}}{\sum_{t=0}^{4} tP_{35} \cdot (1 + 0{,}02)^{-t}} = 1{,}050167€$$

donde t/q_{35} es la probabilidad que una persona de edad actuarial 35 años viva t años y fallezca en el año siguiente y tP_{35} es la probabilidad que una persona de edad actuarial 35 años viva t años más.

Para esta cartera los vectores de primas y cuantías aseguradas, $\vec{P}_t$ y $\vec{S}_t$, son respectivamente:

$$\vec{P}_t = (1{,}050167, 1{,}050167, \dots, 1{,}050167) \text{ con } t = 0,1,2,3,4,$$
$$\vec{S}_t = (1.000, 1.000, \dots, 1.000) \text{ con } t = 1,2,3,4,5.$$

donde el número de componentes de cada vector coincide con el tamaño del colectivo que se considere.

Los resultados para el cálculo del SCR_0 de los diferentes colectivos de tamaño n_0 considerados para el modelo interno se muestran en la Tabla 4, y se han obtenido con el programa R y simulando 100.000 trayectorias de evolución del colectivo. Al tratarse de un colectivo homogéneo el $SCR_{0,i}$ para cada individuo i, con $i = 1, \dots, n_0$, de cada colectivo de tamaño n_0 considerado se obtiene dividiendo el SCR_0 del colectivo por su tamaño:

$$SCR_{0,i} = \frac{SCR_0}{n_0}$$

Tabla 4. *SCR* colectivo e individual con el modelo interno

Tamaño del colectivo, n_0	***SCR* del colectivo, SCR_0**	***SCR* individual, $SCR_{0,i}$**
2	15,21975	7,60980
3	16,61615	5,53870
5	19,16494	3,83290
10	24,23640	2,41230

50	77,071010	1,54140
100	139,38860	1,39380
200	252,30470	1,26150
1.000	1.125,51700	1,12570
1.500	1.652,85700	1,10190
3.000	3.230,40600	1,07600
6.000	5.567,07000	0,92780
12.000	9.588,56000	0,79904
13.000	9721,73000	0,75362
14.500	10.588,89000	0,73026
16.000	11.242,29000	0,70264
20.000	13.203,41000	0,66015
35.000	19.235,11000	0,54950

Fuente: Elaboración propia

Como puede observarse en la Tabla 4, en el modelo interno el valor del $SCR_{0,i}$ para cada individuo i, con $i = 1, \dots, n_0$, disminuye a medida que aumenta el tamaño del colectivo.

Según la normativa vigente en el modelo estándar, el *SCR* individual para el riesgo de mortalidad del módulo de riesgo de suscripción del seguro de vida se calcula del siguiente modo:

$$SCR_{0,i} = NAV_{0,i} - \left(NAV_{0,i} \middle| shock\ de\ mortalidad\right),$$

con $i = 1, \dots, n_0$, siendo el shock de mortalidad a aplicar un incremento del 15% de la tasa de mortalidad, para cada edad y cada póliza. En el modelo estándar el *SCR* individual es independiente del tamaño del colectivo y para este ejemplo su valor es $SCR_{0,i} = 0{,}7408878$€, con $i = 1, \dots, n_0$. Como se trata de un colectivo homogéneo, el *SCR* para el colectivo se obtiene multiplicando el *SCR* individual por el tamaño del colectivo n_0 :

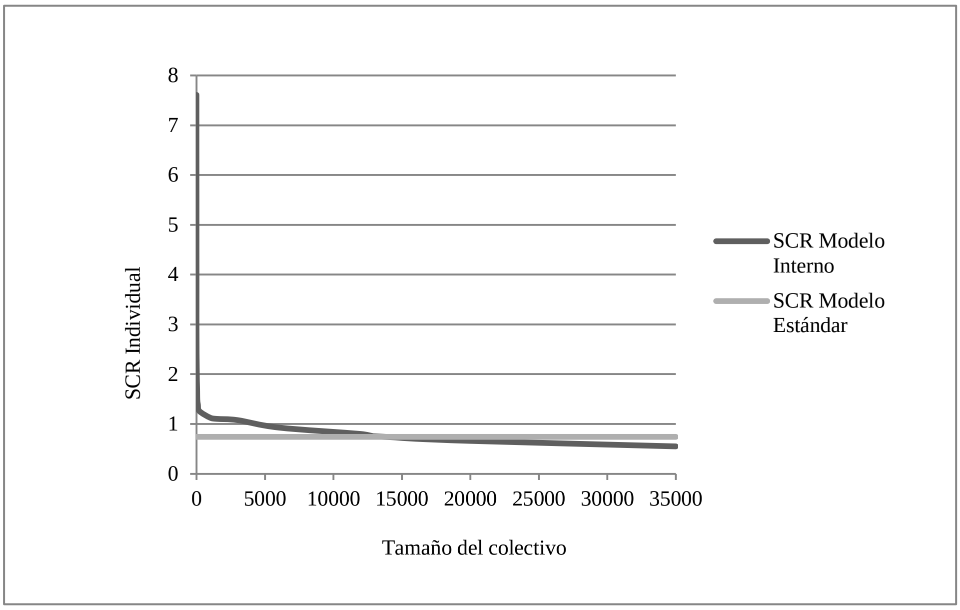
$$SCR_0 = n_0 \cdot SCR_{0,i}$$

En la Figura 2 se ilustra el comportamiento del *SCR* individual respecto al tamaño del colectivo en el modelo interno y en el modelo estándar. La curva gris oscura ilustra el comportamiento del *SCR* individual en el modelo interno y la curva gris clara en el modelo estándar, siendo esta última una recta paralela al eje de las abcisas ya que su valor es independiente del tamaño del colectivo.

Cuando el tamaño del colectivo es inferior a 14.500 individuos, para los datos considerados, el *SCR* individual del modelo interno es superior al obtenido con el modelo estándar y a partir de 14.500 individuos ocurre justo lo contrario.

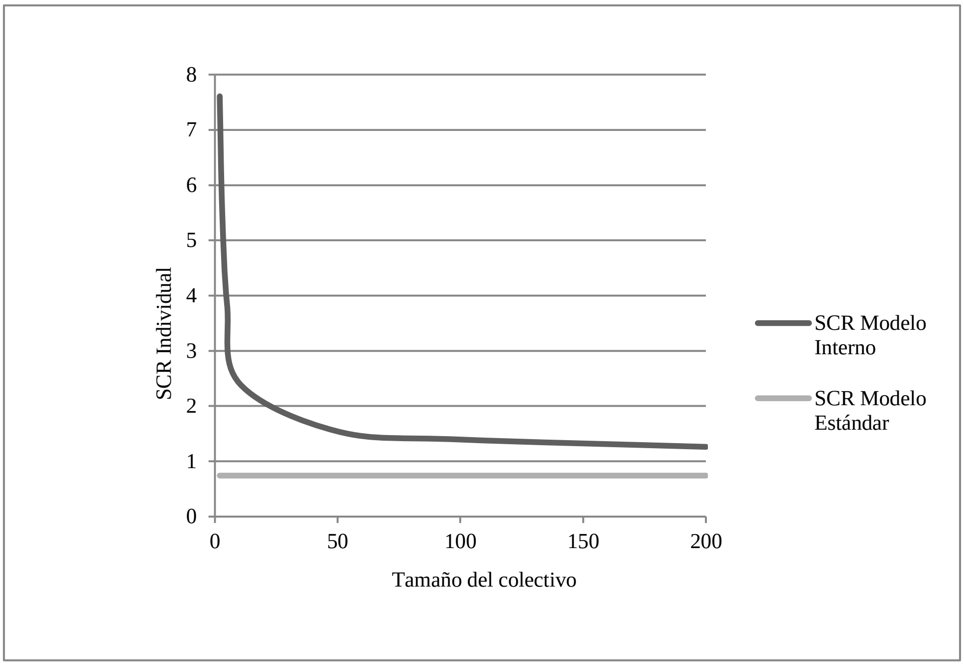
La Figura 3 pone de manifiesto como la sensibilidad del *SCR* individual en el modelo interno es mayor cuanto más pequeño es el colectivo, es decir, la tasa disminución que experimenta el *SCR* individual frente a variaciones positivas en el tamaño del colectivo es mayor cuanto más pequeño es el colectivo.

Figura 2. Relación *SCR* individual con el tamaño del colectivo



Fuente: Elaboración propia

Figura 3. Relación *SCR* individual con el tamaño del colectivo



Fuente: Elaboración propia

Si se comparan los dos modelos, interno y estándar, para los escenarios considerados, cuando el tamaño del colectivo es mayor o igual a 14.500 individuos el modelo interno proporciona valores de *SCR* individuales menores que el modelo estándar.

En la Tabla 5 se compara el *SCR* del colectivo calculado con el modelo interno y con el modelo estándar y el ahorro que se genera al aplicar el modelo interno según sea el tamaño del colectivo.

Tabla 5. Comparación *SCR* modelo interno y modelo estándar

Tamaño del colectivo n_0	***SCR* del colectivo modelo interno**	***SCR* del colectivo modelo estándar**	**Ahorro con el modelo interno**
2	15,21975	1,48177	-13,73798
3	16,61615	2,22266	-14,39349
5	19,16494	3,70443	-15,46051
10	24,23640	7,40887	-16,82753
50	77,07101	37,04439	-40,02662
100	139,38860	74,08878	-65,29982
200	252,30470	148,17756	-104,12714
1.000	1.125,51700	740,88780	-384,62920
1.500	1.652,85700	1.111,33170	-541,52530
3.000	3.230,40600	2.222,66340	-1.007,74260
6.000	5.567,0700	4.445,32680	-1.121,74320
12.000	9.588,56000	8.890,65360	-697,90640
13.000	9.721,73000	9.631,54140	-90,18860
14.500	10.588,89000	10.742,8731	153,9831
16.000	11.242,29000	11.854,08000	611,79000
20.000	13.203,41000	14.817,75600	1.614,34600
35.000	19.235,11000	25.931,07300	6.695,96300

Fuente: Elaboración propia

7. Consideraciones finales

El marco de Solvencia II, que entró en vigor el 1 de enero de 2016, ofrece la posibilidad de calcular el SCR de dos formas. La primera de ellas se basa en el modelo estándar y consiste en aplicar unas fórmulas genéricas definidas en los estudios de impacto cuantitativo (QIS), que llevó a cabo la *European Insurance and Occupational Pensions Authority* (EIOPA); el último estudio fue el QIS5 de 14 de marzo de 2011. La segunda forma de calcular el *SCR* que permite el regulador europeo es utilizar modelos internos, basados en la experiencia de la compañía, siempre y cuando estén convenientemente justificados y aprobados por el órgano supervisor.

En este trabajo se ha propuesto un modelo interno para el cálculo del *SCR* para el riesgo de mortalidad del módulo de riesgo de suscripción del seguro de vida, basado en el método de simulación de Monte Carlo, y bajo la hipótesis que los activos de la cartera de la compañía de seguros están formados exclusivamente por las primas satisfechas por los asegurados, y los pasivos, por las sumas aseguradas que la compañía ha de satisfacer a los beneficiarios en caso de fallecimiento de los asegurados. Una de las ventajas del modelo interno propuesto, respecto al modelo estándar, es que calcula el *SCR* directamente a partir de la definición formal que propone la Directiva de Solvencia II. Otra de las ventajas, a diferencia de lo que sucede con el modelo estándar, donde el valor del *SCR* de cada individuo es independiente del colectivo en el que se encuentra el asegurado, es que en el modelo interno propuesto, al recoger la componente no sistemática del riesgo de mortalidad, el valor del *SCR* sí que depende de la estructura del mismo.

Para ver la incidencia de la estructura del colectivo, en particular de su tamaño, en el *SCR* se han considerado en el ejemplo numérico diferentes escenarios con tamaños de colectivos distintos, pero todos ellos homogéneos en cuanto a edades, sexo y características de la operación. En el estudio se observa la relación inversa entre el tamaño del colectivo y el *SCR* de cada asegurado, y cómo esta relación se acentúa conforme el tamaño del colectivo es más pequeño. Para los datos considerados y para colectivos pequeños, el modelo estándar propone un *SCR* individual más pequeño que el modelo interno, tendencia que se invierte cuando el colectivo supera un determinado umbral de individuos.

Referencias bibliográficas

1. UNESPA, *Solvencia II, De un vistazo* (2015). (http://unespa-web.s3.amazonaws.com/main-files/uploads/2017/07/Solvencia-II.-De-un-vistazo.-FINAL.pdf).
2. R. Lee and L. Carter, Modeling and forecasting US mortality, *J. Am Stat Assoc*, **87** (1992) 659–671.
3. A. Renshaw and A. Haberman, Cohort-Based Extension to the Lee-Carter Model for Mortality Factors, *Insurance: Mathematics and Economics*, **38** (2006) 556-570.
4. I. Currie, Smoothing constrained generalized linear models with an application to the Lee-Carter model, *Statistical Modelling*, **13** (2013) 69-93.
5. K. Dowd, A. Cairns and D. Blake, Mortality-dependent financial risk measures, *Insurance: Mathematics and Economics*, **38** (2006) 427–440.
6. R. Plat, On stochastic mortality modeling, *Insurance: Mathematics and Economics*, **45** (2009) 393–404.
7. M. Börger, D. Fleischer and N. Kuksin, Modeling the mortality trend under modern solvency regimes, *Astin Bulletin*, **44** (2014) 1-38.
8. N. Hari, A. De Waegenaere, B. Melenberg and T. Nijman, Estimating the term structure of mortality, *Insurance: Mathematics and Economics* **42** (2008) 492–504.
9. A. Olivieri, Stochastic mortality: Experience-based modeling and application issues consistent with Solvency 2. *European Actuarial Journal*, **1** (2011) 101–125.
10. Stevens, *Longevity risk* (Netspar, 2008).
11. S. Richards, I. Currie and G. Ritchie, A value-at-risk framework for longevity trend risk, *Working Paper, Longevitas Ltd*, Edinburgh (2012).
12. L. Albarrán, F. Ariza, V.M. Cóbreces, M.L. Durbán y J.M. Rodríguez, *El riesgo de longevidad y su aplicación práctica a Solvencia II. Modelos actuariales avanzados para su gestión* (Fundación Mapre, 2014).
13. M. C. Christiansen and A. Niemeyer, The fundamental definition of the Solvency Capital Requirement in Solvency II. *Working paper* (2012). (http://www.uni-ulm.de/fileadmin/website_uni_ulm/mawi/forschung/PreprintServer/2012/DefinitionOfSCR.pdf).
14. M. C. Christiansen and A. Niemeyer, Fundamental definition of the solvency capital requirement in solvency II. *Astin Bulletin*, **44** (2014) 501-533.
15. A. Castañer y M.M. Claramunt, *Solvencia II*. En OMADO (Objectes i materials docents). Dipòsit Digital de la UB (2014). (http://hdl.handle.net/2445/44823).
16. H. Fontanals y E. Ruiz, *Risc de tipus d'interès*. (Editorial UOC, Barcelona, 2014).
17. F. J. Sarrasí, Cobertura de márgenes de solvencia en seguros colectivos, *Cuadernos Actuariales*, **7 Parte 2** (1995). Editor: Colegio de Actuarios de Cataluña.
18. E. Pitacco, Simulation in Insurance, in M. Goovaerts (eds.) *Insurance and Risk Theory*, (D. Reidel Publishing Company, 1986).

Apéndice: Normativa

- Directiva 2009/138/CE del Parlamento Europeo y del Consejo, de 25 de noviembre de 2009, sobre el seguro de vida, el acceso a la actividad de seguro y de reaseguro y su ejercicio.
- QIS5, *Quantitative Impact Studies 5*. *Technical Specifications.* (https://eiopa.europa.eu/Publications/QIS/QIS5-technical_specifications_20100706.pdf).
- Reglamento Delegado (UE) 2015/35 de la Comisión de 10 de octubre de 2014 por el que se completa la Directiva 2009/138/CE del Parlamento Europeo y del Consejo sobre el acceso a la actividad de seguro y de reaseguro y su ejercicio (Solvencia II).
- Reglamento de Ejecución UE, 2015/460 de la Comisión, de 19 de marzo de 2015, por el que se establecen normas técnicas de ejecución en relación con el procedimiento relativo a la aprobación de un modelo interno de conformidad con la Directiva 2009/138/CE del Parlamento Europeo y del Consejo.
- UNESPA (2010). Especificaciones técnicas – QIS5, pp. 1-368. Traducción no oficial de las especificaciones técnicas de QIS5.
- EIOPA. Risk-Free Interest Rate Term Structures. https://eiopa.europa.eu/regulation-supervision/insurance/solvency-ii-technical-information/risk-free-interest-rate-term-structures
- Tablas de mortalidad población asegurada española masculina PASEM (2010), BOE núm. 174, de 21 de julio de 2012, pp. 52491 a 52495.