

**PENYELESAIAN ANALITIK PERSAMAAN GELOMBANG  
ELEKTROMAGNETIK MODE *TRANSVERSE ELECTRIC* PADA  
ANTARLUKA GRADASI DARI *RIGHT-HANDED MEDIUM* MENUJU *LEFT-  
HANDED MEDIUM***

**TESIS**

**Disusun untuk memenuhi sebagian persyaratan mencapai derajat Magister  
Program Studi Ilmu Fisika**



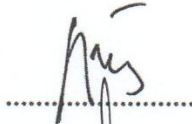

Oleh  
**BETA NUR PRATIWI**  
**S911508002**

**PASCASARJANA  
UNIVERSITAS SEBELAS MARET  
SURAKARTA  
2017**

**PENYELESAIAN ANALITIK PERSAMAAN GELOMBANG  
ELEKTROMAGNETIK MODE *TRANSVERSE ELECTRIC* PADA  
ANTARLUKA GRADASI DARI *RIGHT-HANDED MEDIUM* MENUJU *LEFT-  
HANDED MEDIUM***

**TESIS**

**Oleh  
Beta Nur Pratiwi  
S911508002**

Komisi	Nama	Tanda Tangan	Tanggal
Pembimbing			
Pembimbing I	Prof. Dra. Suparmi, M.A.,Ph.D NIP. 19520915 197603 2 001	 .....	21 Maret 2017 .....
Pembimbing II	Prof. Drs. Cari, M.A.,M.Sc.,Ph.D NIP. 19610306 198503 1 002	 .....	21 Maret 2017 .....

**Telah dinyatakan memenuhi syarat  
pada tanggal 21 Maret 2017**

Kepala Program Studi Ilmu Fisika  
Pascasarjana UNS

  
Prof. Drs. Cari, M.A.,M.Sc.,Ph.D  
NIP. 19610306 198503 1 002

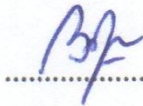

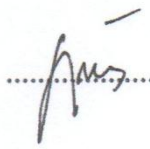
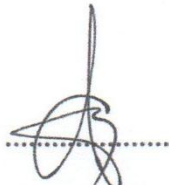
**PENYELESAIAN ANALITIK PERSAMAAN GELOMBANG  
ELEKTROMAGNETIK MODE *TRANSVERSE ELECTRIC* PADA  
ANTARLUKA GRADASI DARI *RIGHT-HANDED MEDIUM* MENUJU *LEFT-  
HANDED MEDIUM***

**TESIS**

Oleh  
**Beta Nur Pratiwi**  
S911508002

**Telah dipertahankan di depan penguji  
dan dinyatakan memenuhi syarat  
pada tanggal ...3!... Maret 2017**

**Tim Penguji:**

Jabatan	Nama	Tanda Tangan
Ketua	Dr. Eng. Budi Purnama, S.Si., M.Si NIP. 19731109 200003 1 001	
Sekretaris	Khairuddin, S. Si., M. Phil., Ph. D NIP. 19701018 199702 1 001	
Anggota Penguji 1	Prof. Dra. Suparmi, M.A., Ph.D NIP. 19520915 197603 2 001	
Anggota Penguji 2	Prof. Drs. Cari, M.A., M.Sc., Ph.D NIP. 19610306 198503 1 002	



**Prof. Dr. M. Furqon Hidayatullah, M.Pd**  
NIP. 19600727198601 1 001

Mengetahui:

Kepala Program Studi Ilmu Fisika

**Prof. Drs. Cari, M.A., M.Sc., Ph.D**  
NIP. 19610306 198503 1 002

## PERNYATAAN ORISINALITAS DAN PUBLIKASI ISI TESIS

Saya menyatakan dengan sebenar-benarnya bahwa :

1. Tesis yang berjudul “**Penyelesaian Analitik Persamaan Gelombang Elektromagnetik Mode *Transverse Electric* pada Antarmuka Gradasi dari *Right-Handed Medium* menuju *Left-Handed Medium*”** ini adalah karya penelitian saya sendiri, tidak terdapat karya ilmiah yang pernah diajukan oleh orang lain untuk memperoleh gelar akademik, serta tidak terdapat karya atau pendapat yang pernah ditulis atau diterbitkan oleh orang lain kecuali secara tertulis digunakan sebagai acuan dalam naskah dan disebutkan dalam sumber acuan serta daftar pustaka. Apabila dikemudian hari terbukti pernyataan saya ini tidak benar, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai ketentuan peraturan perundang-undangan yang berlaku (Permendiknas No. 17, Tahun 2010)
2. Publikasi sebagian atau keseluruhan dari isi tesis ini pada jurnal atau forum ilmiah lain harus seijin dan menyertakan tim pembimbing sebagai author dan PPs-UNS sebagai institusinya. Apabila dalam waktu sekurang-kurangnya satu semester (enam bulan sejak pengesahan tesis) saya tidak melakukan publikasi dari sebagian atau keseluruhan tesis ini, maka PPs-UNS berhak mempublikasikannya pada jurnal ilmiah yang diterbitkan oleh Prodi Ilmu Fisika PPs-UNS. Apabila saya melakukan pelanggaran dari ketentuan publikasi ini, maka saya bersedia mendapatkan sanksi akademik yang berlaku.

Surakarta,     Maret 2017

Mahasiswa,

Beta Nur Pratiwi  
S911508002

## KATA PENGANTAR

Puji syukur kepada Allah SWT atas segala rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan penulisan tesis ini. Tesis yang penulis susun sebagai bagian dari syarat untuk mencapai derajat Magister Ilmu Fisika ini penulis beri judul “Penyelesaian Analitik Persamaan Gelombang Elektromagnetik Mode *Transverse Electric* pada Antarmuka Gradasi dari *Right-Handed Medium* menuju *Left-Handed Medium*”.

Dapat menyelesaikan tesis ini adalah suatu kebanggaan bagi saya. Dengan segala kemudahan dan kesulitan yang dialami, pada akhirnya tesis ini dapat diselesaikan. Penulis menyadari bahwa tanpa bantuan dari berbagai pihak, tesis ini tidak akan terwujud. Oleh karena itu, penulis ingin menyampaikan terimakasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Prof. Dr. M. Furqon Hidayatullah, M.Pd, selaku Direktur Pascasarjana Universitas Sebelas Maret Surakarta.
2. Prof. Drs.Cari, M.A., M.Sc., Ph.D, selaku Kepala Program Studi Ilmu Fisika Pascasarjana Universitas Sebelas Maret Surakarta, sekaligus sebagai Pembimbing II yang telah banyak memberikan banyak bimbingan dan arahan serta motivasi kepada penulis sehingga mampu menyelesaikan tesis ini.
3. Prof. Dra. Suparmi, M.A., Ph.D, selaku pembimbing I yang telah dengan sabar membimbing dan mengajari penulis, serta memberikan semangat kepada penulis untuk dapat menyelesaikan tesis ini.
4. Bapak/Ibu Dosen Program Studi Ilmu Fisika Pascasarjana Universitas Sebelas Maret Surakarta.
5. Keluarga tercinta dan para sahabat yang terus memberikan semangat dan motivasi, sehingga penulis dapat menyelesaikan tesis ini.
6. Semua pihak yang telah membantu penulis dalam menyelesaikan tesis ini.

Semoga Allah SWT membalas jerih payah dan pengorbanan yang telah diberikan dengan balasan yang lebih baik. Penulis menyadari akan banyaknya kekurangan dalam penulisan tesis ini. Namun demikian, penulis berharap semoga karya kecil ini dapat memberikan manfaat.

Surakarta, Maret 2017

Beta Nur Pratiwi

Beta Nur Pratiwi. S911508002. “ **Penyelesaian Analitik Persamaan Gelombang Elektromagnetik Mode *Transverse Electric* pada Antarmuka Gradasi dari *Right-Handed Medium* menuju *Left-Handed Medium*” . Tesis: Pascasarjana Ilmu Fisika Universitas Sebelas Maret Surakarta. Pembimbing: (1). Prof. Dra. Suparmi, M.A., Ph.D (2). Prof. Drs. Cari, M.Sc., M.A., Ph.D**

## ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan untuk menyelesaikan persamaan gelombang elektromagnetik mode *transverse electric* pada antarmuka gradasi dari *right-handed medium* menuju *left-handed medium* (RH-LH). Profil gradasi indeks diasosiasikan dengan persamaan permitivitas medium dan atau permeabilitas medium yang membentuk kurva gradasi dengan nilai permitivitas dan permeabilitas positif-negatif. Sifat gradasi RH-LH bergantung secara spasial terhadap besarnya ketebalan material  $y$ . Persamaan gelombang elektromagnetik dibentuk dari persamaan Maxwell untuk media tanpa rapat muatan bebas. Selanjutnya persamaan Maxwell ditransformasi ke dalam persamaan diferensial biasa orde dua homogen. Persamaan diferensial biasa orde dua homogen dengan variasi profil permitivitas dan permeabilitas diselesaikan secara analitik menggunakan *asymptotic iteration method* (AIM).

Penyelesaian secara analitik dilakukan untuk memperoleh persamaan vektor gelombang dan juga persamaan medan, untuk selanjutnya divisualisasikan menggunakan *software Matlab R2013a*. Persamaan vektor gelombang yang diperoleh bergantung pada bilangan rekursif  $j$ , begitu pula untuk persamaan medan. Persamaan medan dinyatakan dalam polinomial Hermite dan persamaan fungsi hipergeometri. Dari visualisasi yang diperoleh, dapat dianalisis bagaimana distribusi medan pada antarmuka antara RH-LH. Penelitian ini hanya membatasi pada mode *transverse electric*, maka yang dianalisa disini adalah medan listrik. Hasil yang diperoleh dari variasi profil gradasi terlihat bahwa distribusi medan listrik antara RH dan LH tampak berbeda, dimana distribusi medan tampak homogen akibat variasi  $z$  dan tak homogen pada variasi  $y$ . Pada beberapa model gradasi, juga nampak terjadi penguatan intensitas medan pada area LH.

**Kata Kunci:** antarmuka tergradasi, *right-handed*, *left-handed*, metamaterial, *transverse electric*, *asymptotic iteration method*, polinomial Hermite

Beta Nur Pratiwi. S911508002. “ *Analytical Solution of Electromagnetic Wave Equation Transverse Electric Mode in Graded Interface from Right-Handed Medium to Left-Handed Medium*”. Thesis: Physics Department Graduate Program, Sebelas Maret University. Advisor: (1) Prof. Dra. Suparmi, M.A., Ph.D (2). Prof. Drs. Cari, M.Sc., M.A., Ph.D

### **ABSTRACT**

*This study was aimed to solve the electromagnetic wave equation transverse electric mode in graded interface from right-handed medium to left-handed medium (RH-LH). The graded index profile was associated by permittivity and permeability equations which have the graded curve with the positive-negative value. The graded RH-LH spatially depends on the material thickness  $y$ . The electromagnetic wave equation was formed from Maxwell equation without the free charge density. The Maxwell equation was transformed into the second order differential equation. The second order differential equation with the graded index variation was solved using asymptotic iteration method (AIM).*

*The analytical solution was done to obtain the wave vector equation and the field equation. And then, the results were visualized using Matlab R2013a. The wave vector equations and the field equations depend on the recursive number  $j$ . The field equations were expressed in Hermite polynomial and the hypergeometric function. The results shown that the electric field distribution between both medium was different, the homogen distribution was obtained in variation  $z$  while in variation  $y$ , the field distribution was non-homogen. In some model, there were the increasing of field intensity in LH medium.*

**Keyword** : *graded interface, right-handed, left-handed, metamaterial, transverse electric, asymptotic iteration method, Hermite polynomial*

## DAFTAR ISI

	Halaman
<b>HALAMAN JUDUL</b> .....	i
<b>HALAMAN PERSETUJUAN</b> .....	ii
<b>HALAMAN PENGESAHAN</b> .....	iii
<b>SURAT PERNYATAAN</b> .....	iv
<b>KATA PENGANTAR</b> .....	v
<b>HALAMAN ABSTRAK</b> .....	vi
<b>DAFTAR ISI</b> .....	viii
<b>DAFTAR TABEL</b> .....	x
<b>DAFTAR GAMBAR</b> .....	xi
<b>DAFTAR SIMBOL</b> .....	xiv
<b>BAB I PENDAHULUAN</b> .....	1
A. Latar Belakang Masalah .....	1
B. Rumusan Masalah .....	4
C. Tujuan Penelitian .....	4
D. Batasan Masalah .....	5
E. Manfaat Penelitian .....	5
<b>BAB II LANDASAN TEORI</b> .....	7
A. Tinjauan Pustaka .....	7
1. Gelombang Elektromagnetik .....	7
2. <i>Left-handed Material (LHM)</i> .....	12
3. <i>Asymptotic Iteration Method (AIM)</i> .....	14
4. Polinomial Hermite .....	17
B. Penelitian yang Relevan .....	19
C. Kerangka Berpikir .....	23
D. Hipotesis .....	24
<b>BAB III METODE PENELITIAN</b> .....	26
A. Tempat Penelitian .....	26
B. Waktu Penelitian .....	26
C. Tatalaksana Penelitian .....	27



<b>BAB IV HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN .....</b>	<b>30</b>
A. Pendahuluan.....	30
B. Hasil dan Pembahasan.....	34
1. Gradasi Permittivitas.....	34
2. Gradasi Permeabilitas .....	52
3. Gradasi Permittivitas dan Permeabilitas .....	65
3.1. Model 1 .....	65
3.2. Model 2 .....	78
<b>BAB V PENUTUP .....</b>	<b>92</b>
A. Kesimpulan .....	92
B. Saran .....	93
<b>DAFTAR PUSTAKA .....</b>	<b>94</b>
<b>LAMPIRAN .....</b>	<b>98</b>

## DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel 3.1. Jadwal Penelitian .....	26
Tabel 4.1. Persamaan $k$ dan $E_j(w)$ untuk gradasi permitivitas .....	41
Tabel 4.2. Persamaan medan listrik akibat gradasi permitivitas dan permeabilitas .....	70

## DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 2.1. Gelombang elektromagnetik dalam vakum .....	7
Gambar 2.2. Spektrum gelombang elektromagnetik .....	8
Gambar 2.3. Material dalam domain $\mu$ dan $\epsilon$ .....	12
Gambar 2.4. Struktur LHM untuk kawat logam dan <i>split ring resonator</i> .....	13
Gambar 2.5. Pembentukan bayangan pada LHM .....	14
Gambar 2.6. Grafik polinomial Hermite pada $j=4$ sampai $j=7$ .....	18
Gambar 2.7. Grafik permitivitas dan permeabilitas fungsi tangen hiperbolik.....	21
Gambar 2.8. Diagram alir kerangka berpikir penelitian .....	24
Gambar 3.1. Metode penelitian.....	27
Gambar 4.1. Mode TE $[\mathbf{H}_y, \mathbf{H}_z, \mathbf{E}_x]$ pada bidang yz.....	30
Gambar 4.2. Grafik medan $\mathbf{E}(z) = e^{\pm ikz}$ .....	33
Gambar 4.3. Profil 1- dimensi gradasi permitivitas.....	36
Gambar 4.4. Bilangan gelombang gradasi permitivitas variasi $\rho$ untuk (a) $k_j(+)$ dan (b) $k_j(-)$ .....	40
Gambar 4.5. Medan $\mathbf{E}_j(y)$ dari $j=0$ hingga $j=8$ .....	42
Gambar 4.6. Medan $\mathbf{E}_j(y)$ dari $j=0$ hingga $j=8$ untuk variasi kerapatan medium .....	44
Gambar 4.7. Distribusi medan $\mathbf{E}_j(y)$ dengan variasi $\rho = 0,2 \times 10^6, \rho = 0,6 \times 10^6, \rho = 1 \times 10^6$ untuk (a) $E_5(y)$ (b) $E_6(y)$ (c) $E_7(y)$ (d) $E_8(y)$ .....	45
Gambar 4.8. Distribusi medan $\mathbf{E}_j(y)$ dengan variasi $k_0$ pada (a) $E_5(y)$ (b) $E_6(y)$ (c) $E_7(y)$ (d) $E_8(y)$ .....	47
Gambar 4.9. Distribusi medan $\mathbf{E}_j(z)$ untuk nilai $k_j(+)$ pada (a) $E_5(z)$ (b) $E_6(z)$ variasi parameter gradasi $\rho$ dan (c) $E_7(z)$ (d) $E_8(z)$ variasi $k_0$ .....	48
Gambar 4.10. Visualisasi 2-dimensi distribusi medan profil gradasi permitivitas untuk (a) $E_6(y, z)$ (b) $E_7(y, z)$ .....	50

Gambar 4.11. Visualisasi 2-dimensi tampak dari bidang $yz$ distribusi medan profil gradasi permitivitas untuk (a) $E_6(y, z)$ (b) $E_7(y, z)$ .....	51
Gambar 4.12. Profil 1 dimensi gradasi permeabilitas.....	53
Gambar 4.13. Grafik bilangan gelombang pada gradasi permeabilitas akibat variasi $\rho$ untuk (a) $k_j$ positif dan (b) $k_j$ negatif .....	57
Gambar 4.14. Grafik bilangan gelombang pada gradasi permeabilitas akibat variasi $\alpha$ untuk (a) $k_j$ positif dan (b) $k_j$ negatif .....	58
Gambar 4.15. Medan listrik gradasi permeabilitas variasi gradasi parameter $\rho$ untuk (a) $E_7(y)$ (b) $E_8(y)$ .....	60
Gambar 4.16. Medan listrik gradasi permeabilitas pada variasi bilangan gelombang vakum $k_0$ untuk (a) $E_5(y)$ (b) $E_6(y)$ .....	61
Gambar 4.17. Medan listrik gradasi permeabilitas variasi nilai $\alpha$ untuk (a) $E_5(y)$ (b) $E_6(y)$ (c) $E_7(y)$ (d) $E_8(y)$ .....	62
Gambar 4.18. Distribusi medan $E_8(y)$ 2- dimensi pada bidang $yz$ untuk (a) RH dan (b) LH .....	63
Gambar 4.19. Distribusi medan $E_8(y)$ 2-dimensi dilihat dari bidang $yz$ untuk (a) RH dan (b) LH.....	65
Gambar 4.20. Kurva tergradasi variasi $\rho$ untuk (a) permitivitas dielektrik (b) permeabilitas magnetik .....	66
Gambar 4.21. Distribusi medan $E_j(y)$ pada gradasi permitivitas dan permeabilitas akibat variasi parameter gradasi dari $j=0$ sampai $j=8$ .....	71
Gambar 4.22. Distribusi medan $E_j(y)$ pada gradasi permitivitas dan permeabilitas untuk variasi nilai $\beta$ dari $j=0$ sampai $j=8$ .....	72
Gambar 4.23. Distribusi medan listrik 2-dimensi bidang $yz$ pada gradasi permitivitas dan permeabilitas untuk (a) $E_7(y, z)$ dan (b) $E_8(y, z)$ .....	73
Gambar 4.24. Distribusi medan listrik 1-dimensi sumbu $y$ pada gradasi permitivitas dan permeabilitas untuk (a) $E_7(y, z)$ dan (b) $E_8(y, z)$ .....	74

Gambar 4.25. Distribusi medan listrik tampak dari bidang $yz$ pada gradasi permitivitas dan permeabilitas untuk (a) $E_7(y, z)$ dan (b) $E_8(y, z)$ .....	75
Gambar 4.26. Distribusi medan listrik dengan $E(z)$ dipilih eksponensial negatif bidang $yz$ pada gradasi permitivitas dan permeabilitas untuk (a) $E_7(y, z)$ dan (b) $E_8(y, z)$ .....	76
Gambar 4.27. Kurva tergradasi untuk (a) permitivitas (b) permeabilitas, untuk medium RH (kiri) dan medium LH (kanan) .....	79
Gambar 4.28. Bilangan gelombang $k_j$ pada gradasi eksponensial variasi parameter gradasi untuk (a) $k_j$ positif dan (b) $k_j$ negatif.....	82
Gambar 4.29. Bilangan gelombang $k_j$ pada gradasi eksponensial variasi $k_0$ untuk (a) $k_j$ positif dan (b) $k_j$ negatif.....	84
Gambar 4.30. Distribusi medan $E_j(y)$ pada gradasi eksponensial variasi parameter gradasi untuk (a) $E_1(y)$ dan (b) $E_2(y)$ .....	86
Gambar 4.31. Distribusi medan listrik 2-dimensi bidang $yz$ pada gradasi eksponensial untuk (a) $E_1(y, z)$ dan (b) $E_2(y, z)$ .....	89
Gambar 4.32. Distribusi medan listrik dilihat dari bidang $yz$ pada gradasi eksponensial untuk (a) $E_1(y, z)$ dan (b) $E_2(y, z)$ .....	90

## DAFTAR SIMBOL

Simbol	Keterangan	Nilai/Satuan
$\mu$	Permeabilitas magnetik medium	
$\epsilon$	Permitivitas dielektrik medium	
$E$	Medan Listrik	<i>Volt/m</i>
$H$	Medan magnet	<i>Ampere/m</i>
$B$	Medan magnet imbas	
$D$	Medan listrik pergeseran	
$\rho_f$	Rapat muatan bebas	
$J_f$	Rapat arus bebas	
$\epsilon_0$	Permitivitas ruang hampa	$8,85 \times 10^{-12} C^2 / Nm^2$
$\mu_0$	Permeabilitas ruang hampa	$4\pi \times 10^{-7} Tm / A$
$\epsilon_r$	Permitivitas relatif	
$\mu_r$	Permeabilitas relatif	
$c$	Kecepatan cahaya di ruang hampa	$3 \times 10^8 m/s$
$n_\omega$	Indeks bias	
$\omega_p$	Frekuensi plasma	$1,5 \times 10^{15} Hz$
$\rho$	Parameter gradasi	<i>1/m</i>
$k_0$	Bilangan gelombang dalam vakum	<i>1/m</i>
$j$	Bilangan rekursif	
$k_j$	Bilangan gelombang	
$\omega$	Frekuensi angular	<i>rad/s</i>
$\alpha$	Pendekatan pada gradasi permeabilitas	<i>m</i>
$\beta$	Pendekatan pada gradasi permeabilitas dan permeabilitas	<i>m</i>
$S$	Vektor poynting	
$s_0$	Koefisien pada AIM	
$\lambda_0$	Koefisien pada AIM	