



# VNiVERSIDAD D SALAMANCA

CAMPUS DE EXCELENCIA INTERNACIONAL

FACULTAD DE EDUCACIÓN

Formación en la Sociedad del Conocimiento.

TESIS DOCTORAL

**Objetos de Aprendizaje con eXeLearning y GeoGebra para la  
definición y representación geométrica de operaciones con  
vectores y sus aplicaciones.**

Autora: Claudia Margarita Orozco Rodríguez

Directora: Erla Mariela Morales Morgado

Salamanca, 2017





UNIVERSIDAD  
DE SALAMANCA

Dpto. Didáctica, Organización y  
Métodos de Investigación  
Área Didáctica y Organización Escolar

Dra. **ERLA MARIELA MORALES MORGADO**, Profesora del Departamento de Didáctica, Organización y Métodos de Investigación de la Universidad de Salamanca.

HACE CONSTAR que la Tesis Doctoral titulada: "Objetos de Aprendizaje con eXeLearning y GeoGebra para la definición y representación geométrica de operaciones con vectores y sus aplicaciones", realizada bajo mi dirección por **Dña. CLAUDIA MARGARITA OROZCO RODRÍGUEZ**, reúne todas las condiciones exigibles para ser presentada y defendida públicamente, tanto por la relevancia del tema tratado, como por el procedimiento metodológico seguido: fundamentación teórica relevante, adecuada contextualización, riguroso procedimiento de obtención y análisis de datos, así como interesantes aportaciones para mejorar el aprendizaje del álgebra lineal.

Por todo ello, manifestamos nuestro acuerdo para que sea autorizada la presentación y defensa del trabajo referido.

Salamanca, 07 de diciembre de 2016.

DIRECTORA DE LA TESIS

Fdo.: *Dr<sup>a</sup>. Esla Mariela Morales Morgado*  
Contratada Doctora  
Dpto. Didáctica, Organización y Métodos de Investigación.  
Coordinadora Grado de Maestro en Educación Infantil.  
E.U. de Educación y Turismo de Ávila. Universidad de Salamanca  
Madrigal de las Altas Torres, 3. 05003 - Ávila  
Tfno.: +34 920 35 3600 (3873)  
Universidad de Salamanca





# VNiVERSiDAD D SALAMANCA

CAMPUS DE EXCELENCIA INTERNACIONAL

FACULTAD DE EDUCACIÓN

Formación en la Sociedad del Conocimiento.

TESIS DOCTORAL

**Objetos de Aprendizaje con eXeLearning y GeoGebra para la  
definición y representación geométrica de operaciones con  
vectores y sus aplicaciones.**

Erla Mariela Morales Morgado  
Directora de la tesis

Claudia M .Orozco Rodríguez  
Autora de la tesis

Salamanca, 2017

**¿No te he mandado que te esfuerces y seas valiente?  
No temas ni desmayes, porque Jehovah  
tu Dios estará contigo donde quiera que vayas.  
Josué 1:9**



## **Agradecimientos.**

Con alegría y satisfacción escribo estos agradecimientos, pues me propuse a no redactarlos sino hasta que hubiese terminado por completo esta tesis.

Primero, agradezco a mi Directora de Tesis Dra. Dña Erla Morales Morgado por su paciencia y perseverancia, y quien en sus propias palabras estuvo conmigo al “pie del cañón” en todo momento, lo cual no pudo ser más cierto. Ha sido para mí un honor haber sido su doctoranda, pues sus vastos conocimientos en el área, siempre fueron muy enriquecedores. A nivel personal, ha sido una mujer que me ha inspirado, pues ha sido y es una triunfadora, y muy valiente, lo que me ha motivado a no temer en tomar decisiones por difíciles que parezcan.

También quiero agradecer al equipo del Programa de Doctorado por la eficiencia y profesionalismo con que desempeñan su trabajo. Especialmente al Director el Dr. Francisco García Peñalvo, por su actitud y disponibilidad de servicio para atender a las diferentes situaciones que se han dado durante todo este tiempo.

No podría dejar pasar esta oportunidad para agradecer a mis padres quienes con temor, tristeza y confianza siempre me han impulsado a no tener miedo ante las cosas importantes de la vida. Quienes me sostuvieron en el momento que decidí comenzar con este proyecto. El cual me representó renunciar a todo lo que tenía, entre estas cosas, lo más importante, mi familia.

También, soy grata con mis amigos, familiares y compañeros que siempre estuvieron ahí para darme una mano cuando necesitaba. Especialmente a Bruno, quien ha sido mi compañero y cómplice en mis ocurrencias y desmanes. Sin su ayuda incondicional no habría sido posible realizar esta tesis.

Agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por la confianza y el soporte financiero de estos cuatro años de estudio. Su apoyo me ha permitido terminar mi Máster en TIC en Educación, realizar las estancias doctorales y la culminar el trabajo de esta tesis.

A la Universidad Estadual da Paraíba por su recepción a través del Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, dónde realicé dos estancias doctorales. Así mismo a sus profesores y estudiantes quienes me ayudaron con la recolección de los datos.

Terminando este último párrafo, agradezco a todas las personas e instituciones que me apoyaron directa e indirectamente, pues “Uno solo puede ser vencido, pero dos podrán resistir. Y además, la cuerda de tres hilos no se rompe fácilmente” Eclesiastés 4:12.



## RESUMEN

A menudo durante el aprendizaje de las matemáticas, ciertos conceptos no son bien comprendidos si éstos no están relacionados con la resolución de problemas y/o ejercicios que tengan un significado para los estudiantes; en este caso lo más común es que los conceptos solo sean memorizados y consecuentemente fácilmente olvidados. Intentando solucionar este problema, este proyecto presenta una colección de seis Objetos de Aprendizaje (OA) como propuesta didáctica para la enseñanza de tema “Definición y representación geométrica de operaciones con vectores y sus aplicaciones”.

Para que hasta cierto punto se garantice la efectividad educativa de cualquier recurso educativo es necesario comprender ¿qué es el aprendizaje?, ¿cómo ocurre? y ¿cuáles son los factores que influyen en este proceso? Y después, en función de esto, sean diseñadas las propuestas. Aunque existen muchas teorías que responden a estas preguntas desde diferentes enfoques, las Teorías de los Modelos Mentales de Johnson-Laird (1983,1996, 2013) y de los procesos cognitivos de visualización y razonamiento de Duval (1995, 1998, 1999a) han sido seleccionadas como base para la planeación y diseño de esta propuesta, pues, son teorías alternativas a las tradicionales que exploran más en la cognición humana y los procesos de aprendizaje en general y de la geometría.

Los OA fueron creados completando las fases del modelo ADDIE (Análisis, Diseño, Desarrollo, Implementación y Evaluación). Durante las etapas de análisis y diseño, se planearon, siguiendo un método propuesto, las estrategias instructivas que ayudarían a la generación y comprobación de modelos mentales que representaron los temas expuestos. En el desarrollo se construyeron cada uno de los recursos y actividades para después ser empaquetados y etiquetados a través de *eXeLearning* ([www.exelearning.net](http://www.exelearning.net)). Después fueron implementados y evaluados.

Para valorar la calidad de los OA, estos fueron valorados por expertos (desde un punto de vista pedagógico y técnico), utilizando una adaptación de la Herramienta de Evaluación de Objetos Didácticos de Aprendizaje Reutilizables (HEODAR). Los resultados reflejaron que la propuesta didáctica es de alta calidad. Por otro lado, los OA fueron implementados a un grupo de estudiantes; a través del análisis de pruebas, de las puntuaciones de la encuesta y de los comentarios recibidos, se supone que los OA tienen un buen potencial educativo como herramienta de enseñanza-aprendizaje. A través de estos análisis, se detectaron aspectos que debían ser mejorados. Entre los cuales se puede destacar la creación de una aplicación.

**PALABRAS CLAVE:** Objetos de Aprendizaje, Modelos Mentales, Representaciones Geométricas, Calidad de Objetos de Aprendizaje.

## RESUMO

Geralmente durante a aprendizagem das matemáticas, certos conceitos não são bem compreendidos, só são memorizados processos de resolução de problemas e exercícios sem significado, que conseqüentemente, são esquecidos facilmente. Tentando melhorar este problema, este projeto apresenta uma coleção de seis Objetos de Aprendizagem (OA) como proposta didática para o ensino do tema “Definição e representação geométrica de operações com vetores e suas aplicações”.

Para que até certo ponto se garanta a efetividade educativa de qualquer recurso educativo é necessário compreender O que é a aprendizagem? Como ocorre? e Quais são os fatores que influenciam neste processo? E depois, em função disto, sejam desenhadas as propostas. Ainda que existam muitas teorias que respondam a estas perguntas desde diferentes enfoques, a teoria dos Modelos Mentais de Johnson-Laird(1983,1996, 2013) e a teoria dos processos cognitivos de visualização e raciocínio de Duval (1995, 1998, 1999a) tem sido selecionadas como base para o planejamento e desenho destas propostas, pois, são teorias alternativas às tradicionais que exploram mais na cognição humana e os processos de aprendizagem em geral e da geometria.

Os OA foram criados completando as fases do modelo de Análises, Desenho, Desenvolvimento, Implementação e Avaliação, ADDIE (Análisis, Diseño, Desarrollo, Implementación y Evaluación). Durante as etapas de análise e desenho, se planejaram, seguindo um método proposto as estratégias instrutivas que ajudariam a geração e comprovação de modelos mentais que representaram os temas expostos. No desenvolvimento se construíram cada um dos recursos e atividades para depois serem empacotados e etiquetados através de *eXeLearning* ([www.exelearning.net](http://www.exelearning.net)). Depois foram implementados e avaliados.

Para garantir, na medida do possível, a qualidade, assim como detectar possíveis erros ou ambigüidades dos OA, estes foram avaliados por especialistas (desde um ponto de vista pedagógico e técnico), utilizando uma adaptação da Ferramenta de Avaliação de Objetos Didáticos de Aprendizagem HEODAR (Herramienta de Evaluación de Objetos Didáticos de Aprendizaje Reutilizables). Os resultados refletiram que a proposta didática é de alta qualidade. Por outro lado os OA foram implementados a um grupo de estudantes; através da análise de provas, das pontuações do questionário e dos comentários recebidos, se supõe que os OA têm um bom potencial educativo como ferramenta de ensino-aprendizagem. Através destas análises, se detectaram aspectos que deveriam ser melhorados. Entre os quais se podem destacar a criação de uma aplicação.

**PALAVRAS-CHAVE:** Objetos de Aprendizagem, Modelos Mentais, Representações Geométricas, Qualidade de Objetos de Aprendizagem.

## **ABSTRACT**

Often during learning of mathematics, certain concepts are not well understood if they are not related to resolve problems using mathematical methods and/or to exercises that have meaning for students; In this case the most common is that the concepts are only memorized and consequently easily forgotten. In order to solve the problem, this project presents a collection of six Learning Objects (LO) as a didactic proposal for teaching the theme "Definition and geometric representation of operations with vectors and their applications".

In order to ensure the educational effectiveness of any educational resource is necessary to understand what is learning? how does it happen? And what are the factors that affect this process? And then, depending on this, the proposals are designed. Although there are many theories that answer these questions from different approaches, the theory of the mental models of Johnson-Laird(1983,1996, 2013), and the theory of visualization and reasoning cognitive processes of Duval (1995, 1998, 1999a) have been selected, as the basis for planning and designing of this proposal. Therefore, they are alternative theories to the traditional ones that explore more in human cognition and the processes of learning in general and of the geometry.

LO were created by completing the phases of the ADDIE model (Analysis, Design, Development, Implementation and Evaluation). During the stages of analysis and design, it was planned, following a proposed method, the instructive strategies that would help the generation and verification of mental models that represented the subjects exhibited. In the development, each of the resources and activities, were constructed, packaged and tagged through eXeLearning ([www.exelearning.net](http://www.exelearning.net)). Then they were implemented and evaluated.

To ensure as much as possible quality, as well as to detect possible mistakes or ambiguities of the LO, they were valued by experts (from a pedagogical and technical approach), using an adaptation of the Tool for Evaluating Reusable Learning Objects HEODAR (Herramienta de Evaluación de Objetos Didácticos de Aprendizaje Reutilizables). The results reflected that the didactic proposal is of high quality. On the other hand, the LO were implemented to a group of students; through testing analysis, survey scores and feedback, it was supposed that the LO have good educational potential as a teaching-learning tool. Through these analyses, aspects that were to be improved were detected. Among which we can highlight the creation of an application.

**KEYWORDS** learning objects, mental models, geometric representations, learning object quality



## Índice

1	Introducción .....	1
1.1	Presentación de los capítulos.....	3
1.2	Objetivos .....	5
1.3	Metodología de investigación .....	6
2	Aprendizaje de las matemáticas: modelos, métodos y representaciones.....	10
2.1	Teoría de los Modelos Mentales de Johnson-Laird .....	10
2.1.1	Definición de Representación.....	11
2.1.2	Definición y explicación de la Teoría de los Modelos Mentales .....	13
2.1.3	Modelos mentales en la cognición humana: comprensión de conceptos y resolución de problemas .....	16
2.1.4	Técnicas propuestas para la investigación de los modelos mentales .....	17
2.2	Teoría de los procesos cognitivos de Duval: Visualización y Razonamiento .....	19
2.2.1	Proceso cognitivo de visualización .....	21
2.2.2	Proceso cognitivo de razonamiento.....	23
3	Uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) EN LA enseñanza de las matemáticas .....	26
3.1	Uso de las TIC como apoyo a las estrategias de enseñanza-aprendizaje .....	27
3.2	Uso de las TIC como apoyo a las estrategias de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas .....	34
3.3	<i>Software</i> de cálculo algebraico para la enseñanza de las matemáticas .....	35
3.3.1	Derive.....	35
3.3.2	Cabri 3D.....	36
3.3.3	MATLAB.....	37
3.3.4	Mathematica.....	38
3.3.5	GeoGebra .....	38
3.3.5.1	Relevancia de GeoGebra en la comunidad Científica .....	43
3.3.5.2	Posibilidades y alcance de los materiales GeoGebra a nivel superior.....	44
4	Objetos de Aprendizaje.....	48
4.1	Definición de Objeto de Aprendizaje.....	48
4.2	Características de los Objetos de Aprendizaje .....	50
4.3	Aportes del conductismo, cognitivismo, constructivismo, socio-constructivismo al diseño de Objetos de Aprendizaje .....	52
4.3.1	Conductismo.....	52
4.3.2	Cognitivismo .....	55
4.3.3	Constructivismo .....	57

4.3.4	Socio-constructivismo.....	60
4.4	Teorías para el Diseño Instruccional .....	63
4.5	Taxonomías para el Diseño Instruccional de Objetos de Aprendizaje .....	71
4.6	Modelo ADDIE para la creación de Objetos de Aprendizaje.....	76
4.6.1	Análisis para el diseño de Objetos de Aprendizaje.....	78
4.6.2	Diseño de Objetos de Aprendizaje .....	78
4.6.3	Desarrollo de Objetos de Aprendizaje .....	79
4.6.3.1	Estándares y especificaciones e-learning.....	79
4.6.3.2	Estructuras jerárquicas de contenidos bajo estándares .....	82
4.6.3.3	Construcción de Objetos de Aprendizaje.....	85
4.6.3.4	Etiquetado y empaquetado de Objetos de Aprendizaje .....	86
4.6.3.5	LomPad.....	88
4.6.3.6	RELOAD (Reusable e-Learning Object Authoring and Delivery).....	89
4.6.3.7	Hypertext Composer (HyCo).....	91
4.6.3.8	Glo Maker.....	92
4.6.3.9	EXeLearning.....	93
4.6.4	Implementación de los Objetos de Aprendizaje.....	96
4.6.5	Evaluación de Objetos de aprendizaje .....	97
4.6.5.1	Evaluación de Objetos de Aprendizaje a través de repositorios.....	97
4.6.5.2	Evaluación de Objetos de Aprendizaje a través de instrumentos.....	99
5	creación de la propuesta didáctica.....	108
5.1	Análisis del contexto de aplicación .....	109
5.2	Diseño Instruccional, según el Método de Interiorización .....	110
5.2.1	Definición de Representaciones Geométricas.....	111
5.2.2	Método de Interiorización (MI) en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.....	112
5.2.3	Diseño de los OA basado en el método de interiorización.....	116
5.3	Desarrollo de OA para el aprendizaje de vectores y sus aplicaciones.....	123
5.3.1	Construcción .....	123
5.3.2	Empaquetado.....	127
5.3.3	Etiquetado.....	129
5.4	Implementación.....	133
5.4.1	Presentación y descripción de los OA.....	134
5.4.2	Propuesta de actividad para los estudiantes .....	137
5.5	Evaluación .....	141
5.5.1	Cuestionario inicial de valoración de la calidad .....	141

5.5.2	Diseño del cuestionario final para la valoración de la calidad pedagógica y de diseño técnico .....	146
5.5.3	Análisis psicométrico del cuestionario final.....	149
5.5.3.1	Pruebas de fiabilidad del instrumento. ....	150
5.5.3.2	Pruebas de validez del instrumento. ....	153
5.5.4	Evaluación de la propuesta didáctica .....	172
6	resultados de la valoración de los OA.....	180
6.1	Análisis de la valoración de la calidad pedagógica y de diseño técnico de la propuesta didáctica .....	181
6.1.1	Valoración y análisis de la calidad OA_1: Definición y concepto de vector geométrico .....	185
6.1.2	Valoración y análisis de la calidad del OA_2: Tipos de vectores .....	187
6.1.3	Valoración y análisis de la calidad del OA_3: Operaciones con vectores .....	189
6.1.4	Valoración y análisis de la calidad del OA_4: independencia lineal de vectores .....	192
6.1.5	Valoración y análisis de la calidad del OA_5: Producto punto de dos vectores .....	194
6.1.6	Valoración y análisis de la calidad del OA_6: Producto cruz de dos vectores... ..	196
6.2	Análisis de las puntuaciones medias por área de formación y experiencia docente .....	199
6.3	Análisis de correlación entre las dimensiones .....	206
6.4	Síntesis y análisis de la opinión de los expertos .....	214
6.5	Resultados de la aplicación piloto de los OA .....	222
6.6	Mejoras realizadas a los OA en función de las evaluaciones.....	234
7	Conclusiones .....	238
7.1	Aportes principales de esta investigación.....	239
7.2	Líneas de investigación futuras .....	249
7.3	Trabajos vinculados a esta tesis.....	250
8	Conclusões.....	254
8.1	Contribuições principais desta pesquisa.....	255
8.2	Linhas de pesquisa futuras.....	265
8.3	Trabalhos relacionados com esta tese .....	266
9	Bibliografía.....	268
	Apéndices .....	281

## Índice de Figuras.

<b>Figura 1.1</b> Mapa conceptual del marco teórico.....	4
<b>Figura 2.1</b> Clasificación de las representaciones (Elaboración propia).....	11
<b>Figura 2.2.</b> Cambio del anclaje visual al anclaje discursivo .....	22
<b>Figura 2.3</b> Cambio del anclaje discursivo al anclaje visual .....	22
<b>Figura 3.1.</b> Impresión de pantalla de la Interface de Derive 6.....	36
<b>Figura 3.2.</b> Impresión de pantalla de la Interface de Cabri Geometry II.....	37
<b>Figura 3.3</b> Impresión de pantalla de la Interface de MatLab .....	37
<b>Figura 3.4.</b> Impresión de pantalla de la Interface de GeoGebra .....	39
<b>Figura 3.5</b> Ejemplo de función multivariable construido con GeoGebra.....	45
<b>Figura 3.6</b> Ejemplo de simulación de cinemática construido con GeoGebra. ....	45
<b>Figura 4.1</b> Autores e ideas principales del conductismo (Elaboración propia) .....	52
<b>Figura 4.2</b> Niveles cognitivos de la taxonomía de Bloom (1956) .....	66
<b>Figura 4.3</b> Revisión de la taxonomía de Bloom (Anderson, Krathwohl & Bloom, 2001) .....	66
<b>Figura 4.4</b> Mapa de la taxonomía de Bloom en la era digital. (Churches, 2009).....	67
<b>Figura 4.5</b> Diagrama de la “teoría del procesamiento de la información” (Gangé, 1975). ....	68
<b>Figura 4.6</b> Relación de las Fases del aprendizaje y los procesos cognitivos.....	68
<b>Figura 4.7</b> Relación de las fases del evento de aprendizaje y la instrucción .....	70
<b>Figura 4.8</b> Representación del Proceso ADDIE.....	76
<b>Figura 4.9</b> Modelo de secuenciamiento SCORM (2004) .....	81
<b>Figura 4.10</b> Representación gráfica de un <i>Asset</i> .....	83
<b>Figura 4.11</b> Representación gráfica de un SCO .....	83
<b>Figura 4.12</b> Representación gráfica de <i>Content Aggregation</i> . ....	84
<b>Figura 4.13</b> Diagrama de jerarquías AICC .....	84
<b>Figura 4.14</b> Ejemplo de la interface de LomPad.....	89
<b>Figura 4.15</b> Pantalla de inicio de <i>Reload Learning Design Editor</i> .....	90
<b>Figura 4.16</b> Pantalla de inicio de <i>RELOAD SCORM Playe</i> .....	90
<b>Figura 4.19</b> Aspecto de la pantalla principal de HyCo .....	92
<b>Figura 4.20</b> Interfase de <i>GLO Maker</i> (Boyle & Bradley, 2009).....	93
<b>Figura 4.17</b> Captura de pantalla de la página de inicio de <i>eXeLearning</i> .....	94
<b>Figura 4.18</b> Ruta de etiquetado de OA en <i>eXeLearning</i> .....	94
<b>Figura 4.21</b> Ejemplo de tipos formatos de exportación de <i>eXeLearning</i> .....	96
<b>Figura 5.1</b> Diagrama del Método de Interiorización. ....	113
<b>Figura 5.2</b> RG de un vector.....	115
<b>Figura 5.3</b> RG de las componentes de un vector .....	115

<b>Figura 5.4</b> RG construida con GeoGebra de un vector en forma de coordenadas.....	125
<b>Figura 5.5</b> RG construida con GeoGebra de un vector en forma vectorial.....	126
<b>Figura 5.6</b> Construcción en GeoGebra de los tipos de vectores y sus RG en 3D .....	126
<b>Figura 5.7</b> Interfaz de <i>eXeLearning</i> y la estructura de los ocho elementos seleccionados en base a la taxonomía instructiva de Gagné (1975).....	128
<b>Figura 5.8</b> Proceso de etiquetado de los metadatos comunes desde LomPad.....	130
<b>Figura 5.9</b> Importación de los datos comunes para el proceso de etiquetado del OA_1....	133
<b>Figura 5.10</b> Impresión de pantalla de la página de inicio del OA_1 .....	134
<b>Figura 5.11</b> Impresión de pantalla de la página de inicio del OA_2 .....	135
<b>Figura 5.12</b> Impresión de pantalla de la página de inicio del OA_3 .....	135
<b>Figura 5.13</b> Impresión de pantalla de la página de inicio del OA_4 .....	136
<b>Figura 5.14</b> Impresión de pantalla de la página de inicio del OA_5 .....	136
<b>Figura 5.15</b> Impresión de pantalla de la página de inicio del OA_6 .....	137
<b>Figura 5.16</b> Frecuencias de las clasificaciones de valoración de las dimensiones y el OA	143
<b>Figura 5.17</b> Impresión de pantalla de la primera página del instrumento de evaluación ....	149
<b>Figura 5.18</b> Gráfico de sedimentación de la escala psicopedagógica.....	159
<b>Figura 5.19</b> Gráfico de sedimentación de la escala didáctico-curricular .....	162
<b>Figura 5.20</b> Gráfico de sedimentación de la escala diseño de interfaz .....	168
<b>Figura 5.21</b> Gráfico de sedimentación de la escala diseño de navegación.....	170
<b>Figura 5.22</b> Distribución de las submuestras de los participantes del seminario .....	173
<b>Figura 5.23</b> Distribución de las submuestras de los participantes de la segunda sesión ...	176
<b>Figura 5.24</b> Distribución de las submuestras de los evaluadores con HEODAR .....	178
<b>Figura 6.1</b> Gráfica de frecuencias de la calidad pedagógica, diseño técnico y global de la propuesta didáctica.....	182
<b>Figura 6.2</b> Gráfica de perfil de la dimensión de calidad pedagógica de la propuesta didáctica .....	183
<b>Figura 6.3</b> Gráfica de perfil de la dimensión de calidad de diseño técnico de la propuesta didáctica .....	184
<b>Figura 6.4</b> Valoración de la calidad de los OA y de la propuesta educativa.....	184
<b>Figura 6.5</b> Gráfica de frecuencias de la calidad pedagógica, diseño técnico OA_1 .....	185
<b>Figura 6.6</b> Gráfica de perfil de la dimensión de calidad pedagógica del OA_1 .....	186
<b>Figura 6.7</b> Gráfica de perfil de la dimensión de calidad de diseño técnico del OA_1 .....	186
<b>Figura 6.8</b> Gráfica de frecuencias de la calidad pedagógica, diseño técnico del OA_2 .....	188
<b>Figura 6.9</b> Gráfica de perfil de la dimensión de calidad pedagógica del OA_2 .....	188
<b>Figura 6.10</b> Gráfica de perfil de la dimensión de calidad de diseño técnico del OA_2 .....	189
<b>Figura 6.11</b> Gráfica de frecuencias de la calidad pedagógica, diseño técnico del OA_3 ...	190

<b>Figura 6.12</b>	Gráfica de perfil de la dimensión de calidad pedagógica del OA_3 .....	190
<b>Figura 6.13</b>	Gráfica de perfil de la dimensión de calidad de diseño técnico del OA_3 .....	191
<b>Figura 6.14</b>	Gráfica de frecuencias de la calidad pedagógica, diseño técnico del OA_4 ...	192
<b>Figura 6.15</b>	Gráfica de perfil de la dimensión de calidad pedagógica del OA_4 .....	193
<b>Figura 6.16</b>	Gráfica de perfil de la dimensión de calidad de diseño técnico del OA_4 .....	194
<b>Figura 6.17</b>	Gráfica de frecuencias de la calidad pedagógica, diseño técnico del OA_5 ...	195
<b>Figura 6.18</b>	Gráfica de perfil de la dimensión de calidad pedagógica del OA_5 .....	195
<b>Figura 6.19</b>	Gráfica de perfil de la dimensión de calidad de diseño técnico del OA_5 .....	196
<b>Figura 6.20</b>	Gráfica de frecuencias de la calidad pedagógica, diseño técnico del OA_6 ...	197
<b>Figura 6.21</b>	Gráfica de perfil de la dimensión de calidad pedagógica del OA_6 .....	198
<b>Figura 6.22</b>	Gráfica de perfil de la dimensión de calidad de diseño técnico del OA_6 .....	198
<b>Figura 6.23</b>	Distribución de frecuencias de la calidad pedagógica .....	200
<b>Figura 6.24</b>	Distribución de frecuencias de la calidad del diseño técnico .....	200
<b>Figura 6.25</b>	Distribución de frecuencias de la calidad del OA.....	201
<b>Figura 6.26</b>	Diagramas de cajas valoración de la calidad pedagógica y del diseño técnico .....	201
<b>Figura 6.27</b>	Q-Q normal para la calidad pedagógica .....	203
<b>Figura 6.28</b>	Q-Q normal para la calidad del diseño técnico .....	203
<b>Figura 6.29</b>	Q-Q normal para la calidad del OA.....	204
<b>Figura 6.30</b>	Correlación entre las dimensiones de la calidad pedagógica y de diseño técnico .....	207
<b>Figura 6.31</b>	Varianza de factores comunes .....	207
<b>Figura 6.32</b>	Diagrama conceptual 1 de moderación simple .....	208
<b>Figura 6.33</b>	Diagrama estadístico de moderación simple .....	209
<b>Figura 6.34</b>	Visualización del efecto condicional de X sobre Y.....	210
<b>Figura 6.35</b>	Diagrama conceptual y estadístico 4 de mediación simple.....	211
<b>Figura 6.36</b>	Diagrama conceptual y estadístico 4 resuelto del análisis de mediación .....	213
<b>Figura 6.37</b>	Distribución las variables de la caracterización de la muestra .....	222
<b>Figura 6.38</b>	Código QR para descarga de e-vector .....	234
<b>Figura 6.39</b>	Algunas pantallas de los menús principales del aplicativo e-vector.....	235
<b>Figura 6.40</b>	Pantallas de los menús principales de la aplicación e-vector. ....	235

## Índice de Tablas

<b>Tabla 3.1</b> Herramientas TIC utilizadas para desarrollo de competencias genéricas .....	30
<b>Tabla 3.2</b> Resumen del desarrollo de las versiones de GeoGebra. ( <a href="http://es.wikipedia.org/wiki/GeoGebra">http://es.wikipedia.org/wiki/GeoGebra</a> ) .....	39
<b>Tabla 4.1</b> Definición de tipos de conocimiento (Clark, 1999) .....	74
<b>Tabla 4.2</b> Proceso ADDIE y los procesos realizados por el autor de OA .....	77
<b>Tabla 4.3</b> Herramientas digitales para la construcción de OA.....	85
<b>Tabla 4.4</b> Transcripción del instrument <i>LORI</i> .....	100
<b>Tabla 4.5</b> Categoría Psicopedagógica del instrumento HEODAR.....	102
<b>Tabla 4.6</b> Categoría Didáctico-Curricular del instrumento HEODAR.....	103
<b>Tabla 4.7</b> Categoría Diseño de Interfaz del instrumento HEODAR .....	104
<b>Tabla 4.8</b> Categoría Diseño de Navegación del instrumento HEODAR .....	104
<b>Tabla 5.1</b> Correspondencia entre los elementos de los OA y las fases de la taxonomía instructiva de Gagné (1975).....	117
<b>Tabla 5.2</b> Tabla de planeación y diseño de los elementos del OA_1 .....	119
<b>Tabla 5.3</b> Imágenes utilizadas para ilustrar los contenidos del OA_1 .....	124
<b>Tabla 5.4</b> Recursos tipo de iDevice utilizados para el empaquetado de los OA.....	128
<b>Tabla 5.5</b> Categorías y metadatos ingresados para el etiquetado de los seis OA.....	130
<b>Tabla 5.6</b> Prueba escrita para la identificación y la tipificación de modelos mentales .....	138
<b>Tabla 5.7</b> Guía de evaluación para identificación y tipificación de modelos mentales.....	140
<b>Tabla 5.8</b> Combinaciones para la identificación de los tipos de modelos mentales generados .....	140
<b>Tabla 5.9</b> Ejemplo de guía de evaluación .....	141
<b>Tabla 5.10</b> Ítems de subcategoría: Representaciones Geométricas .....	142
<b>Tabla 5.11</b> Distribución y estadísticos de cada una de las categorías .....	143
<b>Tabla 5.12</b> Comentarios del OA y observaciones del instrumento .....	144
<b>Tabla 5.13</b> Versión final de la dimensión de la calidad pedagógica .....	147
<b>Tabla 5.14</b> Versión final de la dimensión de la calidad del diseño técnico .....	148
<b>Tabla 5.15</b> Estadísticos total-elemento. Psicopedagógica .....	150
<b>Tabla 5.16</b> Estadísticos total-elemento. Didáctico-curricular.....	150
<b>Tabla 5.17</b> Estadísticos total-elemento para la sub-dimensión diseño de interfaz.....	151
<b>Tabla 5.18</b> Estadísticos total-elemento. Diseño de navegabilidad .....	152
<b>Tabla 5.19</b> Estadísticos total-elemento. Aplicaciones GeoGebra.....	152
<b>Tabla 5.20</b> $\alpha$ de Cronbach para las sub-dimensiones .....	153
<b>Tabla 5.21</b> Matriz de correlaciones para la escala psicopedagógica .....	155
<b>Tabla 5.22</b> Matriz de correlaciones para la escala didáctico-curricular .....	155

<b>Tabla 5.23</b> Test de Barlett y KMO para las dos sub-escalas de la calidad pedagógica del OA .....	157
<b>Tabla 5.24</b> Matriz de correlaciones anti-imagen. Escala psicopedagógica .....	157
<b>Tabla 5.25</b> Matriz de correlaciones anti-imagen. Escala didáctico-curricular .....	157
<b>Tabla 5.26</b> Comunalidades. Escala psicopedagógica.....	158
<b>Tabla 5.27</b> Varianza total explicada. Escala psicopedagógica.....	159
<b>Tabla 5.28</b> Matriz de componentes. Escala psicopedagógica.....	160
<b>Tabla 5.29</b> Comunalidades. Escala didáctico-curricular.....	160
<b>Tabla 5.30</b> Varianza total explicada. Escala didáctico-curricular.....	161
<b>Tabla 5.31</b> Matriz de componentes. Escala didáctico-curricular .....	162
<b>Tabla 5.32</b> Matriz de correlaciones para la sub-dimensión del diseño de interfaz.....	163
<b>Tabla 5.33</b> Matriz de correlaciones para la sub-dimensión del diseño de navegación .....	164
<b>Tabla 5.34</b> Matriz de correlaciones para la sub-dimensión de las aplicaciones GoeGebra	164
<b>Tabla 5.35</b> Test de Barlett y KMO para las dos sub-escalas de la calidad del diseño técnico .....	165
<b>Tabla 5.36</b> Matriz de correlaciones anti-imagen. Escala del diseño de interfaz .....	165
<b>Tabla 5.37</b> Matriz de correlaciones anti-imagen. Escala diseño de navegación.....	166
<b>Tabla 5.38</b> Matriz de correlaciones anti-imagen. Sub-dimensión de las aplicaciones GeoGebra.....	166
<b>Tabla 5.39</b> Comunalidades. Escala diseño de interfaz .....	167
<b>Tabla 5.40</b> Varianza total explicada. Escala diseño de interfaz .....	167
<b>Tabla 5.41</b> Matriz de componentes. Escala diseño de interfaz .....	168
<b>Tabla 5.42</b> Comunalidades. Escala diseño de navegación .....	169
<b>Tabla 5.43</b> Varianza total explicada. Escala diseño de navegación .....	169
<b>Tabla 5.44</b> Matriz de componentes. Escala diseño de navegación.....	170
<b>Tabla 5.45</b> Comunalidades. Escala Aplicaciones GeoGebra .....	171
<b>Tabla 5.46</b> Varianza total explicada. Escala Aplicaciones GeoGebra .....	171
<b>Tabla 5.47</b> Matriz de componentes. Escala aplicaciones GeoGebra .....	171
<b>Tabla 6.1</b> Rango del instrumento de evaluación de los OA .....	181
<b>Tabla 6.2</b> Valores de los indicadores principales de las dimensiones y la calidad .....	202
<b>Tabla 6.3</b> Prueba t para muestras independientes en la variable área de formación .....	204
<b>Tabla 6.4</b> Prueba t para muestras independientes en la variable experiencia docente .....	205
<b>Tabla 6.5</b> Combinaciones para la identificación de los tipos de modelos mentales generados por los estudiantes.....	223
<b>Tabla 6.6</b> Aplicación de la prueba escrita correspondiente al OA_1 .....	225
<b>Tabla 6.7</b> Evaluación para identificación y tipificación de los modelos mentales del E1 ....	226

<b>Tabla 6.8</b> Aplicación de la prueba escrita correspondiente al OA_2 .....	227
<b>Tabla 6.9</b> Evaluación para identificación y tipificación de los modelos mentales del E2 ....	228
<b>Tabla 6.10</b> Aplicación de la prueba escrita correspondiente al OA_3.....	229
<b>Tabla 6.11</b> Evaluación para identificación y tipificación de los modelos mentales del E3...	230
<b>Tabla 6.12</b> Ítems de la encuesta con las puntuaciones promedio obtenidas.....	231

### Índice de Imágenes

<b>Imagen 5.1</b> Presentación del seminario “Creación de recursos educativos digitales desde la perspectiva de la Teoría de los Modelos Mentales de Johnson-Laird .....	174
<b>Imagen 5.2</b> Materiales para la presentación del seminario .....	175
<b>Imagen 5.3</b> Presentación del OA_2 y la RG en 3D.....	175
<b>Imagen 5.4</b> Grupo de discusión.....	177

### Índice de Cuadros

<b>Cuadro 6.1</b> Matriz de procedimiento del análisis de moderación con Process. ....	209
<b>Cuadro 6.2</b> Matriz de procedimiento del análisis de mediación con Proces.....	212
<b>Cuadro 6.3</b> Prueba escrita para el OA_1 .....	224
<b>Cuadro 6.4</b> Prueba escrita para el OA_2.....	226
<b>Cuadro 6.5</b> Prueba escrita para el OA_3.....	228





# 1

## Introducción

---

- 1.1 Presentación de los capítulos
- 1.2 Objetivos
- 1.3 Metodología de investigación

## 1 Introducción

El álgebra lineal es fundamental en diferentes cursos de grado, pues varios problemas pueden ser modelados a partir de estos conceptos para ser resueltos (Dominguez García, García-Planas & Taberna, 2015). Su proceso de enseñanza y la dificultad que tienen los estudiantes para comprender conceptos abstractos propios de la materia, han sido los motores para desarrollar diversas estrategias de enseñanza (Asuman, 2010). Soyly (2007) dice que la razón por la que los estudiantes tienen dificultades para comprender es porque los conceptos son difíciles de articular y requieren un alto nivel de actividad mental. Otro aspecto es porque no ven la importancia del uso de los conceptos en algún área de su interés (Dominguez García, García-Planas & Taberna, 2015). Por estos motivos, la mayoría no son conscientes de lo que significan matemáticamente, ni de las aplicaciones que tienen los conceptos que estudian.

Ante esta situación, es necesario mostrar al estudiante los conceptos matemáticos de la manera más clara y concreta posible, así como contextualizar los contenidos que son enseñados. En base a esto, este proyecto presenta una propuesta didáctica. Se trata de una colección de seis OA que han sido diseñados para el apoyo de estrategias de enseñanza-aprendizaje para la definición y Representación Geométrica de operaciones con vectores y sus aplicaciones. Este tema ha sido seleccionado porque es uno de los más utilizados dentro del álgebra lineal, debido a sus características como aplicabilidad y representación de sus conceptos a través modelos geométricos. Estos OA están orientados para estudiantes universitarios, especialmente, del área de la ingeniería que cursan la asignatura de álgebra lineal, y que estudian el tema de vectores.

El diseño de los OA se basa en un método propuesto que intenta ayudar a la comprensión de conceptos, definiciones, operaciones y aplicaciones a través de figuras geométricas. Están integrados por objetivos, recursos y actividades; y su propósito es ayudar a mejorar el aprendizaje. Pero ¿cuáles son estos elementos? Para seleccionarlos, primero, se debe de comprender lo que es el aprendizaje y cómo ocurre desde la perspectiva de una o algunas Teorías del Aprendizaje, esto dará una guía para las actividades que han de ser planificadas, y generar modelos no probabilísticos sino deterministas, que garanticen en medida de lo posible el éxito educativo.

Dicho lo anterior, esta propuesta fue diseñada tomando como referencia dos perspectivas, la teoría de Johnson-Laird(1983,1996, 2013), quien afirma que las personas piensan y razonan a través de modelos mentales, y la teoría de los procesos cognitivos: Visualización y Razonamiento de Duval (1995, 1998, 1999<sup>a</sup>), que describen las fases del aprendizaje de la geometría.

Por otro lado, desde un punto de vista tecnológico, de manera general, los OA son recursos digitales con fines educativos que utilizan las TIC para su creación, utilización, almacenamiento y distribución. Por tal motivo, es necesario resaltar la importancia del uso de las tecnologías en diferentes contextos del área de la educación, especialmente en la enseñanza de las matemáticas. Así como mostrar algunas de las herramientas que pueden ser utilizadas para la gestión y difusión de contenidos para el acceso al conocimiento.

Entonces, ¿Qué son los OA? OA podría ser definido como un recurso didáctico reutilizable en formato digital, que puede ser utilizado en las dos modalidades de formación: presencial y a distancia. Los OA deben ser: accesibles, es decir, disponer de ellos de manera sencilla a través de la Red; interoperables, o sea, compatibles con plataformas y herramientas informáticas; durables, estar vigentes a pesar del tiempo; reusables, deben poder utilizarse en diferentes contextos; y asequibles, han de optimizar el tiempo y costos (Area & Adell, 2009). Los OA deben estar estructurados de tal manera que, los elementos que lo integran sean coherentes y lleven al logro de los objetivos y a la experiencia de aprendizaje deseada.

Los OA para ser considerados como tales, deben cumplir ciertos requerimientos. Por esto es necesario conocer su definición y características, así como estándares y especificaciones *e-learning* bajo los cuales deben ser construidos. Para promover la calidad de los objetos, estos deben ser valorados a través de la evaluación por expertos, por repositorios o por instrumentos que ya hayan sido validados. Para la gestión, almacenamiento y distribución de los OA es necesario agregar metadatos que los describan, este proceso es llamado etiquetado. Existen herramientas que permiten este proceso a través de interfaces gráficas, donde los metadatos pueden ser incluidos en cualquier momento del desarrollo.

## **1.1 Presentación de los capítulos**

Esta tesis se estructura en tres apartados de contenido. El primero corresponde al marco teórico, el cual está representado a través del mapa mental mostrado en la Figura 1.1. En este se puede ver que los aspectos a ser considerados al momento de crear OA, se dividen en pedagógicos y técnicos. En la Figura 1.1 se resalta en color amarillo y rojo las cuestiones consideradas específicamente para el desarrollo de la propuesta de esta tesis. El segundo apartado corresponde al proceso de creación de los OA. En el último apartado se presentan los resultados de la evaluación y se describen las conclusiones.



Figura 1.1 Mapa conceptual del marco teórico

En el primer bloque se desarrolla el marco teórico, conformado por el **Capítulo 2** que presenta dos teorías que explican el aprendizaje, una de ellas desde una perspectiva general, que es la Teoría de los Modelos Mentales de Jonhson-Laird, y la otra con un enfoque más específico acerca del aprendizaje de la geometría. Indagando un poco en el estado del arte, en el **Capítulo 3** se resalta la importancia del uso de las TIC como estrategia de innovación educativa, específicamente el uso de GeoGebra en la enseñanza de las matemáticas. El **Capítulo 4** es el último que integra este bloque, en el cual se presentan la definición, características, estándares de aplicación, herramientas de desarrollo y procesos de evaluación de los OA.

En el **Capítulo 5**, que encuadra el segundo bloque, se detalla el proceso de la creación de la propuesta didáctica bajo la guía procedimental del Modelo ADDIE. También se presenta, como propuesta, un método que describe ciertas etapas en el proceso de enseñanza-aprendizaje de conceptos matemáticos a través de figuras geométricas. Asimismo, se justifica la estructura interna de los OA en base a los contenidos presentados en el marco teórico.

El tercer y último bloque, que incluye el **Capítulo 6**, muestra los resultados de las evaluaciones. Se destacan las gráficas de perfil de las dimensiones, en las que se observan cuáles han sido los puntos fuertes y débiles de los OA, y el análisis de las pruebas y encuestas realizadas por los estudiantes. A partir de esto, la propuesta didáctica fue corregida y mejorada, creando así la segunda versión de los OA, distribuida a través de una aplicación.

Finalmente, con el propósito de recopilar y sintetizar la información, en el **Capítulo 7**, se presentan las principales conclusiones obtenidas de este estudio. Estas son presentadas respondiendo a cada uno de los objetivos específicos de esta tesis. En este apartado también se presentan las futuras líneas de investigación, que se hacen hincapié en el uso de la propuesta didáctica para estudios de tipo experimental, así como el uso de HEODAR. Por último, se enlistan los trabajos de investigación derivados de este proyecto.

## 1.2 Objetivos

A través de esta investigación se pretende desarrollar OA de buena calidad desde un enfoque técnico y pedagógico, tomando en cuenta desde los aspectos básicos como la planeación del Diseño Instruccional, hasta los estándares bajo los cuales los OA serán etiquetados y empaquetados. Por lo que este estudio se propuso a responder la siguiente pregunta de investigación: **¿Cómo son valorados los Objetos de Aprendizaje con**

## **eXeLearning y GeoGebra para la enseñanza del tema “Vectores reales geométricos: definición, operaciones y aplicaciones” en cuestiones de calidad pedagógica y de diseño técnico?**

Para responder la pregunta anterior se planteó el **objetivo general**: Crear Objetos de Aprendizaje, como propuesta didáctica para la enseñanza del tema “Vectores reales geométricos: definición, operaciones y aplicaciones”, y valorar su calidad desde un enfoque pedagógico y de diseño técnico. Este fue alcanzado a través de una serie de actividades que se establecieron en base a los siguientes **objetivos específicos**:

1. Definir el concepto de Objetos de Aprendizaje, Representaciones Geométricas y sistema de formación.
2. Resaltar la importancia de las Teorías del Aprendizaje como base para el desarrollo de recursos informáticos.
3. Proponer un método para el Diseño Instruccional basado en la Teoría de los Modelos Mentales y los procesos cognitivos: visualización y razonamiento.
4. Diseñar y elaborar, en base al método propuesto, Objetos de Aprendizaje con el tema de “Vectores reales geométricos: definición, operaciones y aplicaciones” integrando conceptos, aplicaciones en GeoGebra, recursos y autoevaluaciones.
5. Adaptar la herramienta HEODAR para la valoración de la calidad de los OA.
6. Definir las estrategias para la valoración de la calidad pedagógica y de diseño técnico de los OA por parte de expertos.
7. Conocer la opinión de los evaluadores expertos sobre la propuesta didáctica y su valoración de los OA.
8. Implementar, como estudio piloto, los OA en estudiantes de grado para tener una primera aproximación del potencial educativo de la propuesta didáctica.
9. Organizar y analizar los datos obtenidos para la valoración de la calidad pedagógica y de diseño técnico de los OA en la enseñanza del tema de “Vectores reales geométricos: definición, operaciones y aplicaciones”.
10. Mejorar los OA en función de la valoración y opinión de los expertos.

### **1.3 Metodología de investigación**

Este proyecto está bajo un enfoque cuantitativo con un diseño no experimental transversal de tipo exploratorio, pues para realizar la investigación, no fueron manipuladas deliberadamente ninguna variable para conocer su efecto sobre otras variables, sino que se observó un evento en un contexto habitual, y posteriormente se analizaron los datos obtenidos. Se denomina como transversal debido a que los datos fueron recolectados en un

solo momento, en un tiempo único. Su alcance es de tipo exploratorio, pues hay poca información acerca del desarrollo de recursos informáticos con un diseño basado en la Teoría de los Modelos Mentales de Johnson-Laird(1983,1996,2013) y de los procesos cognitivos de visualización y razonamiento. Se considera que el proyecto tiene una perspectiva innovadora, pues esta teoría es poco utilizada para la investigación en la enseñanza de las matemáticas.

La muestra utilizada fue no probabilística de participación voluntaria, constituida por 30 expertos en el área de la enseñanza de las ciencias. Estos fueron estudiantes del “*Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática*” (PPGECM) -Programa de PosGraduación en enseñanza de las Ciencias y Educación Matemática- de la *Universidade Estadual da Paraíba* (UEPB), Campina Grande, Brasil. Por otro lado, los OA fueron aplicados a 13 estudiantes de grado de Física y Matemáticas de la misma Universidad.

El instrumento utilizado para la recogida de datos, por parte de los expertos, ha sido una adaptación de HEODAR (Morales-Morgado, Gómez-Aguilar & García-Peñalvo, 2008b). Las propiedades psicométricas del cuestionario reflejan que es válido, y que los datos obtenidos con este son confiables. Las dimensiones generadas a través del instrumento fueron:

- **Calidad Pedagógica:** En esta dimensión se encuentran las subcategorías psicopedagógica y didáctico-curricular. La categoría psicopedagógica permite evaluar aspectos asociados al usuario (significatividad psicológica), en cambio la categoría didáctico-curricular permite valorar aspectos relacionados al currículo (significatividad lógica) (Morales, García, Olmos, 2010, p. 686). A través de estos criterios se pretende evaluar los aspectos educativos que deben estar presentes en los OA para lograr los objetivos de aprendizajes, ya sea en aspectos relacionados a los estudiantes o al currículo.
- **Calidad del diseño técnico:** Esta dimensión definida por los criterios de usabilidad está “dirigida a una facilidad de uso para usuarios específicos en contextos específicos” (Morales, García & Olmos, 2010, p. 686); está compuesta por dos subcategorías, diseño de interfaz, y diseño de navegación.

Por otro lado, los instrumentos utilizados para la recogida de datos, por parte de los estudiantes, fueron una prueba escrita referente a los contenidos de los OA, y una encuesta de satisfacción. A través de estos se generó la dimensión de “**Potencial educativo como herramienta didáctica**”, la cual describe de qué manera esta propuesta didáctica ayudaría a la comprensión de los conceptos presentados.

Una vez diseñados y organizados los instrumentos, fueron planeadas las estrategias para la recolección de los datos, tanto por parte de los expertos como de los estudiantes. Este proceso fue dividido en cuatro momentos:

- Presentación del proyecto y la propuesta didáctica para los expertos mediante un seminario.
- Valoración con el cuestionario a través de internet. Se propuso inicialmente que al menos se obtuvieran 8 evaluaciones por cada uno de los seis OA por parte de los expertos. Tras haber conseguido 56 evaluaciones en total, se analizaron los datos y se observó que eran bastante homogéneos y que su confiabilidad era muy alta, por lo que no se incrementó la muestra.
- Implementación de los OA. Primero, se aplicó una prueba escrita, después los estudiantes utilizaron los OA, y finalmente se aplicó de nuevo la prueba.
- Aplicación de una encuesta a estudiantes sobre la calidad del tema, y de su experiencia con GeoGebra.

Después de la recolección de datos de los expertos, estos fueron analizados con el *Software* de análisis estadístico *IBM SPSS Statistics Data Editor*. Para generar las dimensiones de calidad pedagógica y de diseño técnico se copiaron, recodificaron y promediaron los ítems. En primer lugar se realizó un análisis de carácter descriptivo, para el cual se establecieron los criterios acerca de la calidad y utilidad de los OA. En segundo lugar se analizaron las dimensiones desde un enfoque correlacional, con el cual se intentó conocer cierta causalidad entre las variables. Por último, a través de técnicas de estadística inferencial, se compararon los resultados por grupos de expertos divididos por experiencia docente y conocimiento del tema.

Con la información obtenida durante el seminario y la sección de comentarios de HEODAR se realizó una síntesis. Con esta fue posible profundizar en aquellos aspectos que no habían sido identificados con el cuestionario, y que deberían ser revisados para mejorar la calidad de los OA.

Los datos obtenidos con la implementación piloto a los estudiantes fueron analizados de dos maneras; por una parte, se compararon cualitativamente las respuestas de los las pruebas escritas; y por la otra, se analizaron descriptivamente los resultados de las encuestas.



# 2

## **Aprendizaje de las matemáticas: modelos, métodos y representaciones**

---

### 2.1 Teoría de los Modelos Mentales de Johnson-Laird

#### 2.1.1 Definición de Representación

#### 2.1.2 Definición y explicación de la Teoría de los Modelos Mentales

#### 2.1.3 Modelos mentales en la cognición humana: comprensión de conceptos y resolución de problemas

#### 2.1.4 Técnicas propuestas para la investigación de los modelos mentales

### 2.2 Teoría de los procesos cognitivos de Duval: Visualización y Razonamiento

#### 2.2.1 Proceso cognitivo de visualización

#### 2.2.2 Proceso cognitivo de razonamiento

## 2 Aprendizaje de las matemáticas: modelos, métodos y representaciones

Antes de construir cualquier recurso educativo es necesario analizar el problema de aprendizaje que existe, es decir, intentar identificar cuáles son los motivos por los cuáles no se están cumpliendo los objetivos educativos y, en base a esto, sean diseñadas actividades que ayuden a mejorar esta situación. Sin embargo, para que estas actividades sean adecuadas, deben ser planeadas en base alguna teoría que explique qué es el aprendizaje, cómo sucede y cuáles son los factores que intervienen en este proceso.

Se sabe que existen diferentes Teorías del Aprendizaje, que proponen cómo ocurre el proceso de aprendizaje, cuáles son las principales variables que intervienen y qué rol juegan cada uno de los participantes. Factores como la memoria, modificación de conducta, transferencia de conocimientos y entorno social, han sido los motores para desarrollar diferentes corrientes. Se debe entender que ninguna teoría sustituye a la otra, y que ninguna es absoluta, sino que fueron desarrolladas en base a teorías anteriores intentando cubrir aspectos relevantes para cada uno de los autores. Las Teorías del Aprendizaje están generalmente clasificadas dependiendo de dónde determina el autor que sucede el aprendizaje.

Para la realización de esta tesis, se han elegido dos teorías: la Teoría de los Modelos Mentales de Johnson-Laird(1983,1996, 2013), que explica de manera general el aprendizaje, y la Teoría de los **Procesos Cognitivos de Visualización y Razonamiento** de Duval (1995a, 1998, 1999a), que define los procesos que el estudiante experimenta al aprender geometría. Han sido seleccionadas debido a que proporcionan un sistema no tradicional en la metodología de la investigación y la enseñanza de las matemáticas. Estas teorías exploran más en la cognición humana y en los procesos de aprendizaje internos, que en los productos exteriores normalizados. A continuación se presenta un panorama de cada una de estas teorías.

### 2.1 Teoría de los Modelos Mentales de Johnson-Laird

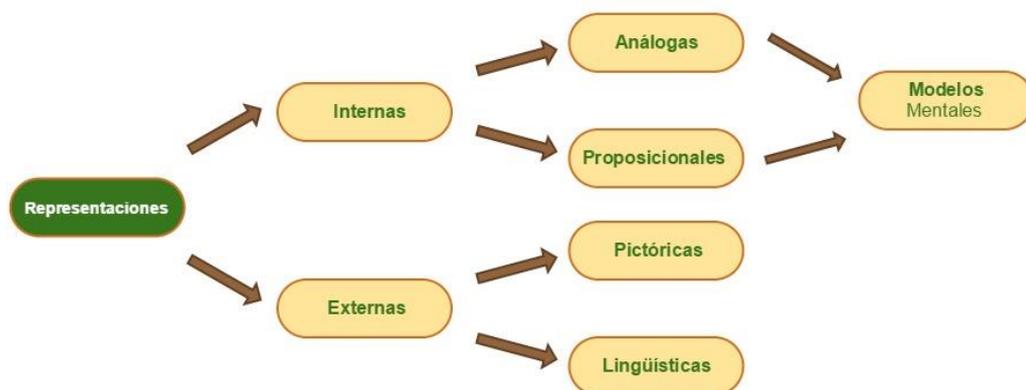
Johnson-Laird (1983,1996, 2013) en sus tres trabajos establece y define tres clases de representaciones con diferentes estructuras y funciones. Se trata de representaciones proposicionales, análogas, y modelos mentales, y de cómo estos afectan la cognición humana. Esta teoría intenta poner a los modelos mentales como un constructo intermedio entre las representaciones proposicionales y análogas, ya que poseen propiedades de ambos tipos de representación. Pero ¿qué son las representaciones proposicionales,

representaciones análogas y modelos mentales? y ¿qué relación existe entre estos tipos de representación?

La Teoría de los Modelos Mentales se ha pensado para explicar los procesos superiores de la cognición y, en particular, la comprensión y la inferencia. Sugiere un inventario simple de tres partes para el contenido de la mente: hay procedimientos recursivos, representaciones proposicionales y modelos. Los procedimientos son indecibles. Llevan a cabo tareas como el mapeamiento de las representaciones proposicionales dentro de los modelos. También proyectan un modelo subyacente dentro de otras formas especiales de modelos -una visión bidimensional o imagen. Hay presumiblemente algunas otras formas de procedimiento que juegan una parte en el pensamiento. Prototipos y otros esquemas, por ejemplo, son procedimientos que especifican por defecto valores de ciertas variables en modelos mentales (Johnson-Laird, 1983, pp. 446-447).

### 2.1.1 Definición de Representación

Para comprender mejor esta teoría se debe conocer primero el término de representación. Una representación, es un conjunto de imágenes, símbolos, sonidos, olores, etc., que hace referencia alguna cosa que no está presente (Moreira, 2010). Las representaciones son modelos del mundo interno o externo construidos por la mente con información obtenida a través de los sentidos; y pueden ser divididas en dos tipos, externas o internas (también llamadas mentales). La Figura 2.1 muestra la clasificación de las representaciones.



**Figura 2.1.** Clasificación de las representaciones (Elaboración propia)

Las **representaciones externas** son aquellas que representan cosas o sucesos que acontecen en el mundo interior (emociones o pensamientos) o exterior (objetos o eventos), y

son construidas fuera de la mente. Se dividen en pictográficas y lingüísticas. Ejemplos de estas representaciones son pinturas, mapas o descripciones orales (Eisenck & Mark, 1994). Por ejemplo, el amor; es un sentimiento, y muchas veces es representado por un corazón, esto es una representación externa del mundo interno. Un ejemplo de una representación externa del mundo externo, sería, un suceso histórico representado a través de una descripción oral.

Las representaciones **internas o mentales** son construidas dentro de la mente, y representan cosas del mundo interior o exterior. Cada individuo forma en su mente una representación de algún suceso o cosa que ha percibido a través de los sentidos. Al igual que las externas, pueden representar emociones, sensaciones, cosas o eventos, solo que estos constructos son interiorizados por cada persona, por lo que pueden ser diferentes en cada uno dependiendo de su experiencia de vida. Las representaciones internas pueden ser de dos tipos, proposicionales o análogas.

Las **representaciones proposicionales** son discretas (individuales), entidades abstractas donde cada individuo interpreta de manera diferente la información que ha adquirido del mundo exterior (Eisenck & Mark, 1994). De acuerdo con Moreira (2010) las representaciones proposicionales son de “Tipo-lenguaje”, pero no se refiere a frases en un lenguaje determinado, ni con la forma de percepción; sino que cada persona tiene una interpretación de lo que ha adquirido, y lo representa de una forma diferente mediante su propio lenguaje mental. Para Johnson-Laird (1983) “las representaciones proposicionales son cadenas de símbolos que corresponden al lenguaje natural, los modelos mentales son análogos estructurales del mundo y las imágenes son modelos vistos desde un determinado punto de vista” (p. 165).

Las **representaciones análogas** son no-discretas (no individuales), concretas, representan algo específico del mundo exterior, y difícilmente pueden ser modificadas del estado original en que se adquirió la información (Eisenck & Mark, 1994).

Las **imágenes** son representaciones internas análogas, que conservan datos de la información sensorialmente obtenida de algún objeto visto desde un ángulo específico (Moreira, 2010). Desde la perspectiva de Johnson-Laird son producto tanto de la percepción como de la imaginación, y representan cosas o sucesos perceptibles que se encuentran en el mundo real. Otero y Banks–Leite (2006) dicen que las imágenes son representaciones internas análogas altamente específicas, pero no se puede razonar a través de ellas, por tal motivo no son consideradas como modelos mentales.

Algunos psicólogos defienden que la cognición pertenece exclusivamente a las representaciones proposicionales e incluyen a las imágenes en estas representaciones. Por otro lado, están los psicólogos “imaginistas” que argumentan que las imágenes pueden ser

modificadas mentalmente, por lo que deben de encuadrarse en un tipo de representación independiente (Moreira, 2010). Hay algunos expertos que defienden ambas posturas. Esta discusión entre ambas posiciones ha generado gran controversia. Pero en el año de 1983 surge un pensamiento distinto propuesto por Johnson-Laird. Se trata de una forma alterna de construcciones de representaciones llamado **modelos mentales**, que contienen características de las representaciones proposicionales y análogas.

### **2.1.2 Definición y explicación de la Teoría de los Modelos Mentales**

Un **modelo mental** es una representación interna de información que corresponde análogamente a aquello que se está representando (Moreira, 2010). La analogía puede ser total o parcial, e interpreta representaciones proposicionales: una proposición es verdadera o falsa en relación a un modelo mental de algún estado de cosa. De una forma más explícita: **“Un modelo mental es una representación interna de informaciones que corresponde, análogamente, al estado de cosas que se están representando, sea cual sea el mismo. Los modelos mentales son análogos estructurales del mundo”** (Johnson-Laird, 1983, cit. por Moreira, 1999, p. 5). Según Otero y Banks–Leite (2006) pueden ser construidos por la percepción de un discurso o diálogo, interacción en un contexto social o por las diferentes experiencias de cada sujeto.

Estos modelos están integrados por elementos y relaciones que representan un estado de cosas en específico, y estructurados de tal manera que puedan operar un proceso. No tienen una determinada estructura sintáctica y puede haber varios que representen un mismo estado de cosas, pero siempre habrá uno que represente de manera más óptima ese estado. Como menciona Moreira, Greca y Palmero (2002), cada modelo mental es una representación analógica de ese estado de cosas, y cada estado de cosa es representado por al menos un modelo mental.

De acuerdo con esta teoría, existen vínculos a la naturaleza de los modelos mentales que permiten entender su concepto, y definir si un esquema es un modelo mental o no. Los nueve principios son (Johnson–Laird, 1983, pp. 398-419):

- 1.-“*Principio de la computabilidad*”: los modelos mentales deben ser computables, es decir, deben poder ser descritos como un proceso efectivo que puedan ser ejecutados para almacenar, recuperar y transferir información para la realizar una acción.
- 2.-“*Principio de lo finito*”: este principio se deriva de que el cerebro es un órgano finito, que tiene un determinado número de elementos como neuronas, reacciones

químicas, etc., por lo tanto su capacidad de almacenamiento, pensamientos o imaginación también es finita.

- 3.- "*Principio del constructivismo*": los modelos mentales deben ser construidos a partir de elementos básicos, organizados y estructurados para representar cierto estado de cosas.
- 4.- "*Principio de la economía*": un modelo mental puede representar un infinito estado de cosas, pero un único estado de cosas solo es representado por un único modelo mental. La mente construye un estado inicial de un modelo mental, y lo va modificando recursivamente conforme adquiere más información, es decir, crea nuevos modelos a partir de los que se encuentran disponibles en la estructura cognitiva.
- 5.- "*Principio de la no-indeterminación*": "*Los modelos mentales pueden representar directamente indeterminaciones sí y solo sí, su uso no es computacionalmente intratable, i.e., no hay un crecimiento exponencial en complejidad*" (Johnson-Laird, 1983, p. 409)
- 6.- "*Principio de predicabilidad*": un predicado es un atributo, característica o cualidad. Un predicado puede ser aplicado a todos los términos al que otro es aplicable, pero no pueden tener ámbitos de aplicación que no se intersecten. Moreira (2010) presenta el siguiente ejemplo: los predicados "animado" y "humano" son aplicables a ciertas cosas en común, "animado" se aplica a algunas cosas a las que "humano" no se aplica, pero no existe nada a lo que se aplique "humano" y "animado" (p. 190).
- 7.- "*Principio del innatismo*": todos los primitivos conceptuales son innatos y están basados en experiencias motrices, perceptivas y cognitivas, adquiridos desde el nacimiento o muy temprana edad. Esto se refiere a que el aprendizaje de conceptos se produce a partir de otros aprendidos previamente. Por ejemplo, un sujeto al nacer sabe solo sabe los reflejos motrices como llanto, succión para alimentarse, etc. A partir de esto, el individuo comienza, a través de la información que percibe por los sentidos, a crear representaciones internas del mundo que lo rodea. De este modo, se van reorganizando las estructuras de modelos mentales existentes para crear nuevos.
- 8.- "*Principio del número finito de primitivos conceptuales*": existe un determinado número de primitivos conceptuales que forman un conjunto de campos semánticos y un conjunto finito de conceptos, que se interrelacionan para construir conceptos más complejos más allá de los primitivos subyacentes.

9.-“*Principio de la identidad estructural*”: este principio está implícito en la definición, pues se refiere a que las estructuras de los estados de cosas son idénticas a las estructuras de los modelos mentales que los representan. Además, dentro de los modelos no existe ningún elemento sin función.

Esta teoría no presenta un enfoque cuantificable ni medible del aprendizaje, sino que propone una tipología informal de acuerdo a lo que representan los modelos mentales en: modelos físicos, que son los que representan el mundo físico y espacial; y modelos conceptuales, que son los que representan estados de cosas más abstractas.

Los modelos físicos son los que representan el mundo físico. Pueden representar realidades visibles, pero no relaciones abstractas. Estos son derivados de la percepción y existen seis tipos (Johnson-Laird, 1983, p. 422-423):

- Modelo relacional: es un cuadro formado por elementos, con sus propiedades y relaciones entre sí.
- Modelo espacial: relaciones espaciales o localizaciones en un espacio dimensional, principalmente en 3D.
- Modelo temporal: secuencia de cuadros en una dimensión constante, organizados de manera cronológica, que corresponde al orden de los eventos.
- Modelo cinemático: es un modelo temporal que psicológicamente es continuo, es decir, sin discontinuidades temporales.
- Modelo dinámico: modelo cinemático que representa la causalidad de los eventos representados.
- Imagen: es una representación, centrada en el observador, que pertenece, por lo tanto, a una visión.

Por otro lado, los modelos no derivados de la percepción, pueden representar situaciones verdaderas, posibles, o imaginarias. Por lo general estos se construyen a partir del discurso, para esto se requieren los modelos conceptuales. Por no tener un referente físico, exigen un esfuerzo cognitivo mayor, y un mecanismo de auto-revisión recursiva (Moreira, 2010) Johnson-Laird(1983, pp. 425-428) distingue cuatro tipos:

- Modelo monádico: representa afirmaciones. Tiene tres elementos: número finito de elementos, dos relaciones binarias, y una anotación para establecer si existen o no esas identidades.
- Modelo racional: Este modelo añade relaciones finitas de las entidades individuales a los modelos monádicos.
- Modelo metalingüístico: expresiones lingüísticas y relaciones entre ellas y los elementos del monádico.

- Modelo conjunto teórico: es aquel que contiene un número finito de elementos y que representan directamente conjuntos.

En base a lo anterior, lo más importante es explicar la funcionalidad de los modelos mentales, y de cómo pueden ayudar a la comprensión de conceptos y resolución de problemas. Los estados de cosas a menudo se describen por conceptos. Moreira (2010) afirma que el modelo mental de un concepto debe tener la capacidad de representar lo específico y lo general de ese concepto. El núcleo del modelo representa las propiedades y características específicas del concepto que describe; mientras que los procedimientos de gestión del modelo mental definen lo general. A continuación se presenta el uso de los modelos mentales para la cognición humana, así como su contextualización en algunos trabajos en la enseñanza de las ciencias.

### **2.1.3 Modelos mentales en la cognición humana: comprensión de conceptos y resolución de problemas**

La teoría de Johnson–Laird es ajena a las reglas de deducción de la lógica formal. Por lo que varios la consideran como no-racionalista. En ella, la resolución de tareas de deducción de algoritmos mecánicos está basada en la manipulación de modelos mentales más análogos, y que estos son la base de los razonamientos, pues permiten hacer deducciones y representar relaciones generales de una forma específica y económica para el sistema cognitivo. A pesar de ser limitados y finitos, pueden revisarse recursivamente y proporcionar una capacidad ilimitada de representación. **Esta teoría afirma que las personas piensan y razonan a través de modelos mentales. Desde esta perspectiva, el aprendizaje puede ser definido como la construcción de un modelo mental que represente aquello que se quiere aprender.**

Una de las ventajas de esta teoría, es que da una explicación general a todas las formas de pensamiento proposicional, y a las formas de cambio cognitivo de las personas (Johnson-Laird, 2013). Aunque fue escrita en 1983 y revisada en 1996, existen trabajos recientes que muestran la contemporaneidad de esta. Ha sido elegida por varios autores y profesores de física, matemáticas, química y biología. A continuación se presentan algunos ejemplos.

Hegarty, Stieff y Dixon (2013) examinaron los cambios internos de los modelos mentales de sus estudiantes, así como, las estrategias utilizadas para la resolución de problemas en la materia de química orgánica. Clasificaron tres grupos de estudiantes dependiendo el tipo de estrategias utilizadas para la resolución de problemas en “imaginistas”, “analíticas” y la combinación de las dos. Al inicio del curso de química

orgánica, los investigadores detectaron que la mayoría de los estudiantes resolvían problemas de una manera más imaginista, es decir, utilizando elementos con alto contenido analógico. Al final del curso, observaron que las estrategias imaginistas comprendían a la minoría de las estrategias reportadas, lo que indicó un cambio de modelos mentales análogos a representaciones más abstractas, lo que demuestra un mayor nivel cognitivo.

Además, concluyeron que el cambio del grupo imaginista a analítico, o viceversa, fue influenciado por la instrucción. En concreto, los estudiantes que recibieron la instrucción imaginista reportaron menos estrategias analíticas que los otros grupos, en tanto que, los que recibieron instrucción analítica reportaron más estrategias imaginistas. Sin embargo, concluyen que, el éxito para la resolución de problemas radica en el uso de los diferentes tipos de estrategias, para que, de esta manera, los imaginistas desarrollen analíticas y los analíticos desarrollen imaginísticas.

Lee y Johnson-Laird (2013) observaron que cuando las personas abordan un problema, sus actitudes iniciales pueden ser limitadas por las componentes de percepción del problema. Conforme realizan su proceso de resolución exploran varias estrategias, algunas exitosas y otras no. Después utilizan las exitosas para reducir las opciones. Esto indica que hay un cambio hacia una etapa más evaluativa del razonamiento, y de la deducción para la resolución de problemas; así como, en los procesos implicados para la toma de decisiones en el cambio de las estrategias de menos a más efectivas. De esta manera, el sujeto se va formando modelos mentales que podrán ser utilizados en otros contextos, y que formarán la base para aprender nuevos conceptos (Guimarães, Gobara, Jardim, Errobidart & Marques, 2013).

#### **2.1.4 Técnicas propuestas para la investigación de los modelos mentales**

En base a la teoría presentada, en este trabajo se ha definido al aprendizaje como la formación y reconfiguración de modelos mentales que representan determinados estados de cosas. Por lo que el producto final generado por los estudiantes, tras haber aprendido un concepto, es la construcción de modelos mentales que lo representen. Estos están dentro de los sujetos, y no se puede preguntar directamente a la persona cuál es su modelo mental de un determinado estado de cosas, ni puede esperarse que el sujeto tenga representaciones claras, pues, normalmente las personas tienen estructuras confusas y mal hechas, y por tal motivo es difícil investigarlos (Chevalley y Schaeken, 2016). Entonces, ¿Cómo identificar si los modelos mentales construidos por los estudiantes son los adecuados? Algunas metodologías parten de la premisa de que las representaciones

internas pueden modelarse a partir del comportamiento y de verbalizaciones (Moreira, 1999).

En base a lo anterior, pese a la dificultad de los análisis de protocolos de investigación, “*el uso de informaciones verbales del sujeto como fuente de datos han sido, probablemente, la técnica más usada para investigar la cognición humana*” (Moreira, 1999, p. 19). Las estrategias que pueden ser utilizadas para que los sujetos generen protocolos verbales son a través de entrevistas, que hablen libremente de algo, que “piensen en voz alta”, o que describan alguna situación o cosa. La información puede ser grabada o escrita directamente por el sujeto para ser analizados cualitativamente. Por ejemplo, se puede pedir al estudiante que grave un video en el que se le pida hablar libremente acerca de un tema para otros estudiantes. Zamke (2016) utilizó este tipo de protocolo, y observó que las grabaciones de videos eran mucho más específicas y contenían más elementos análogos, propios de los modelos mentales, que los instrumentos escritos.

Otra estrategia para “extraer” lo que hay en la mente del estudiante, y que quizá sea considerado cómo más simple que los protocolos de argumentación, son los mapas conceptuales, como los mapas mentales, diagramas, cuadros sinópticos, etc. (McNeil, 2014). Aunque una desventaja, por sus características, es que estos mapas carecen de información, pero se puede solicitar al estudiante agregar imágenes, y que haga una presentación oral. Este tipo de estrategias se recomienda principalmente para la investigación de los modelos mentales de conceptos del área de las ciencias sociales.

Otra estrategia es la propuesta por Stains y Sevia (2015). Las autoras desarrollaron un instrumento llamado *Structure and Motion of Matter (SAMM)*. El objetivo del sistema de puntuación es evaluar los supuestos de varios conceptos vinculados a la naturaleza de las partículas de la materia, y al uso de estos supuestos para la caracterización de modelos mentales que representen la difusión de los gases. Este instrumento está integrado por preguntas que solicitan al estudiante hablar libremente acerca de algo, por ejemplo, del movimiento de las partículas en determinados ambientes, además solicitan colocar un dibujos que ilustren las definiciones, entre otros tipos de preguntas.

Moreira y Krey (2006) presentan un instrumento para “sustraer” los modelos mentales construidos por los estudiantes que den significado a ciertos conceptos de la física. En él intentan identificar las cuestiones teóricas y las habilidades operacionales matemáticas, así como la relación entre ellos. La parte teórica pide escribir libremente todo lo que sabe acerca de las cuestiones estudiadas, que indique aquellas cosas en las que tiene dificultad, y que se agregue un dibujo o diagrama que represente lo que está definiendo. En la operabilidad matemática coloca dos problemas para ser resueltos e ilustrados con dibujos que los representan.

Guimarães, Gobara, Jardim, Errobidart y Marques (2013) resaltan la importancia de identificar los conocimientos previos como base para la construcción de nuevos modelos mentales. Los autores utilizaron un cuestionario en el que hacían preguntas abiertas con el objetivo de identificar los tipos de ondas. En los ítems solicitaban que los sujetos hablaran libremente acerca del tema, y que hicieran un dibujo que representara su definición.

Sin duda los protocolos mas utilizados para “exteriorizar” los modelos mentales de los sujetos, son aquellos en los que se les pide expresarse libremente acerca de un tema. El uso de representaciones pictográficas es muy importante para el estudio de estos modelos, pues la imágenes contienen un alto nivel análogo propio de los modelos mentales. Estas estrategias sugieren métodos para extraer la información de los estudiantes. Pero, ¿que hay acerca de las propuestas para la estimulación de la creación de estos modelos? Puede que existan un sinfín de estrategias didácticas utilizadas en diferentes materias que se basan en esta teoría. Sin embargo, este estudio se enfoca en los problemas para la creación de modelos mentales que representen conceptos matemáticos.

Moreira, Greca, y Palmero (2002) menciona que, una de las dificultades que tienen los estudiantes para interpretar algún concepto o problema es la indeterminación de un enunciado proposicional. En matemáticas es muy común que esto suceda, debido al nivel de abstracción de algunas definiciones, puede ser complicada la construcción de sus modelos mentales. Los autores proponen el uso de representaciones externas para ayudar a la creación de modelos mentales. Duval (1995, 1998, 1999a) hace alusión a esta misma idea, y propone los procesos cognitivos que suceden durante la enseñanza de la geometría, argumenta que la integración de modelos geométricos es esencial para la comprensión.

## **2.2 Teoría de los procesos cognitivos de Duval: Visualización y Razonamiento**

El psicólogo francés Raymond Duval durante los años '90 presentó su “paradoja cognitiva del pensamiento matemático”

(...) por un lado, el aprendizaje de los objetos matemáticos solo puede ser un aprendizaje conceptual y, por el otro, es solo a través de representaciones semióticas que es posible una actividad sobre los objetos matemáticos. Esta paradoja puede constituir un verdadero círculo vicioso para el aprendizaje. ¿Cómo, sujetos en fase de aprendizaje, podrían no confundir los objetos matemáticos con sus representaciones semióticas si ellos únicamente pueden tener relación con las representaciones semióticas? La imposibilidad de un acceso directo a los objetos matemáticos, más allá de cualquier representación

semiótica, hace la confusión casi inevitable. Y, por el contrario, ¿cómo pueden los estudiantes adquirir el dominio de los tratamientos matemáticos, necesariamente ligados a las representaciones semióticas, si no tienen el dominio conceptual de los objetos representados? Esta paradoja es aún más fuerte si se identifica actividad matemática con actividad conceptual y si se consideran las representaciones semióticas como secundarias o extrínsecas. (Duval, 1993, p. 38; traducción de D'Amore, Fandiño, Lori & Matteuzz (2015, p. 180) concordada con el Autor.)

La paradoja debe entenderse en el siguiente sentido, el profesor muestra representaciones semióticas de un objeto matemático con el propósito de que el estudiante lo construya cognitivamente; pero, no pasa de eso, de una propuesta de un símbolo que representa algún objeto que no está presente y que no tiene forma. Por lo que el estudiante entra, concretamente, en contacto con las representaciones, y no con el objeto ni con su manipulación. Pero es necesaria la representación semiótica para un aprendizaje conceptual de las matemáticas.

De acuerdo con Duval (1995b), el aprendizaje de las matemáticas compone un campo para el análisis de procesos cognitivos fundamentales como lo son la conceptualización, el razonamiento, resolución de problemas, entre otros. Resalta que para llevarlos a cabo, es necesario el uso de sistemas de expresión como el lenguaje natural o las imágenes. A esto el autor lo denomina como **representaciones semióticas**, que son el medio por el cual el sujeto puede exponer la información de sus representaciones mentales.

En matemáticas, las representaciones semióticas no solo son indispensables para fines de comunicación, sino que son necesarias para el desarrollo de la actividad matemática misma. La noción de representación semiótica presupone, pues, la consideración de sistemas semióticos diferentes y una operación cognitiva de conversión de las representaciones de un sistema semiótico a otro (Duval, 1995b, p. 14).

Estas ideas fueron los antecedentes a los trabajos de los procesos cognitivos propuestos por el autor. Sus estudios iniciaron una serie de investigaciones en la enseñanza de las matemáticas. Una de las principales aportaciones de este autor, ha sido reconocer que la mayor limitación en el aprendizaje radica en el único instrumento posible de su denotación, los sistemas semióticos (D'Amore, Fandiño, Lori & Matteuzz, 2015). Así como su forma de enseñanza a través de algoritmos. En base a esta premisa, e intentando describir más acerca de cómo se da el aprendizaje de la geometría, y de dar más

significados a esas representaciones semióticas, Duval (1995, 1998, 1999a) propone que el aprendizaje de la geometría involucra tres clases de procesos cognitivos: la visualización, el razonamiento y la construcción. Los procesos de visualización y razonamiento llevan hacia un pensamiento deductivo, lo que resulta indispensable para la resolución de problemas geométricos (Duval R. , 1998).

### **2.2.1 Proceso cognitivo de visualización**

Primero, para comprender este proceso es necesario definir lo que es una figura geométrica, pues a través de estas es como se genera el proceso de visualización. De acuerdo con los autores Torregosa y Quesada (2007, 2010) una figura geométrica es un conjunto de puntos, líneas o superficies que representan un objeto determinado en un espacio dado (polígonos, rectas, segmentos, vectores, entre otros). Los elementos de una figura geométrica son dos: forma y dimensión. La dimensión toma los valores de cero, uno, dos y tres, donde las unidades máximas de representación son, un punto, una línea, una superficie y un cuerpo, respectivamente. La forma toma los valores de: rectilíneas (abiertas o cerradas) y curvas (abiertas o cerradas). La combinación, movimientos, y transformaciones de estos elementos dan forma a todas las figuras geométricas.

La visualización es el proceso de transferencia de un dibujo a una figura (imagen mental de algo) y viceversa, es decir, es el proceso de representar una imagen mental de un objeto mediante un dibujo geométrico. Duval (1998) menciona que:

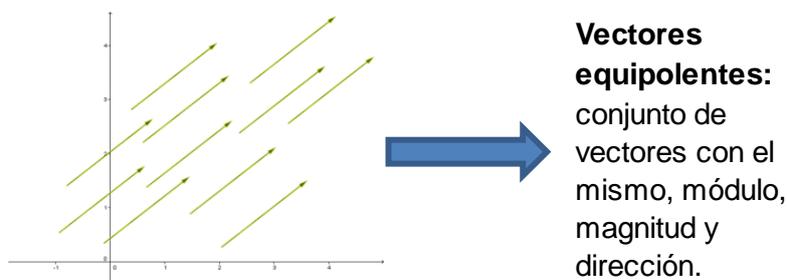
Lo que un dibujo nos deja ver es una o varias figuras 1D/2D (de dimensión 1 representada en 2 dimensiones) o 2D/2D (líneas rectas o curvas, la frontera cerrada de un triángulo, de un cuadrilátero, etc.) o bien figuras 3D/2D (cubos, esferas, etc.). La identificación visual de estas figuras se basa en leyes de organización perceptiva, y estas figuras se pueden usar para representar objetos reales u objetos matemáticos (p. 39).

La visualización permite la ilustración y explicación de proposiciones, lo que hace este proceso primordial para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría (Marmolejo & Vega, 2012). Duval (1995a) mostró que una figura puede causar aprehensiones (percepciones) de diferente naturaleza. El término aprehensión se refiere a la percepción o asimilación inmediata de características de las cosas. De acuerdo con Duval (1998) se tienen tres tipos de aprehensiones, perceptual (perceptiva o espontánea), operatoria (transformación heurística de las figuras) y discursiva (reconocimiento de unidades figurales y variabilidad dimensional intrafigurales).

La aprehensión perceptiva se refiere a la identificación simple de figuras, formas o conceptos geométricos para construir un nuevo conocimiento, sin utilizar significados geométricos que están presentes en lo que quiere ser aprendido. Es decir, un sujeto puede encontrar la solución a un problema mediante simple percepción, sin tomar en cuenta los datos del problema. Se caracteriza por ser la primera en aparecer en proceso cognitivo del estudiante (Torregosa & Quesada, 2007).

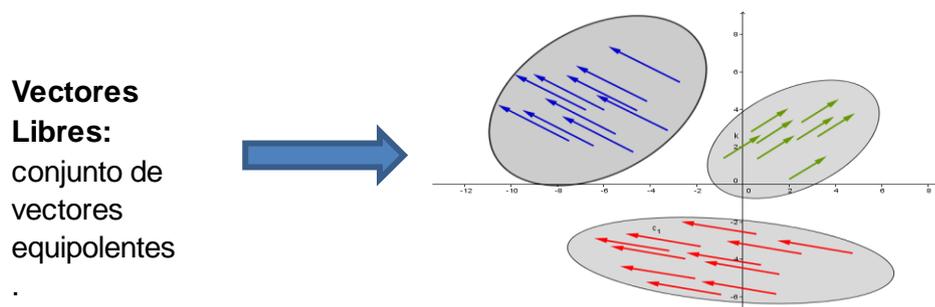
Aprehensión discursiva es el proceso cognitivo por el cual se construye una relación de una “configuración identificada con afirmaciones matemáticas (definiciones, teoremas, axiomas, etc.)” (Torregosa & Quesada, 2007. p.281 ). Esta acción puede realizarse a través de un proceso llamado cambio de anclaje. Las Figuras 2.2 y 2.3 muestran ejemplos de estos cambios.

- a) Del anclaje visual al anclaje discursivo. Sucede cuando a un dibujo se le relaciona una afirmación matemática.



**Figura 2.2.** Cambio del anclaje visual al anclaje discursivo

- b) Del anclaje discursivo al anclaje visual. Sucede cuando a una afirmación matemática se le relaciona un dibujo.



**Figura 2.3.** Cambio del anclaje discursivo al anclaje visual

La aprehensión operatoria se hace presente cuando el sujeto realiza una transformación (física o mental) a una configuración inicial, extrayendo, introduciendo o modificando las distintas subconfiguraciones para resolver un problema geométrico

(Torregrosa, Quesada & Penalva, 2010). Estas modificaciones pueden realizarse a través de dos tipos de procesos:

- a) **Aprehensión operatoria de cambio figural.** Es cuando a la configuración inicial se le añaden, quitan o modifican elementos lo que lleva a la creación de nuevas subconfiguraciones.
- b) **Aprehensión operatoria de reconfiguración.** Es cuando las subconfiguraciones iniciales se manipulan como las piezas de un tangram.

### 2.2.2 Proceso cognitivo de razonamiento

El razonamiento es otro de los procesos cognitivos que propone Duval (1998). Desde esta perspectiva, el razonamiento es cualquier proceso que permita la deducción a partir de información previa, ya sea la preexistente en la mente del estudiante, o por la que proporciona algún determinado problema. Dentro de los procesos de razonamiento se pueden diferenciar tres tipos: proceso configural, proceso discursivo natural y proceso discursivo teórico.

El **proceso configural**, se refiere a la interacción que hay entre las apreensiones discursiva y operatoria. Aquí el estudiante realiza cambios en la configuración inicial conforme se presenta las afirmaciones matemáticas. Un proceso configural además de identificar todas las posibles configuraciones, también distingue propiedades relevantes en el argumento de un problema, y puede llegar a resolverlo por simple inspección. Torregrosa y Quesada (2007, 2010) proponen que este proceso puede desembocar en dos situaciones:

1. **La coordinación da una solución al problema**, mediante el “**truncamiento**”, que se produce cuando el desarrollo de la solución proporciona la idea para resolver deductivamente el problema; o por **la conjetura sin demostración**, cuando puede resolver el problema aceptando alguna suposición mediante percepción simple. En esta última situación puede haber dos casos, **conjetura sin demostración empírica**, que es cuando el estudiante resuelve el problema utilizando la información del problema o algún instrumento de medida como regla, transportador, etc. para enunciar una conclusión que resuelva la tarea; y **conjetura sin demostración conceptual** “que sucede cuando el estudiante establece la verdad, mediante un procedimiento de verificación perceptivo de alguna afirmación matemática necesaria para construir una cadena deductiva desde las hipótesis hasta la conclusión” (Prio & Torregrosa, 2013, p. 357).

2. **La coordinación no consigue ninguna solución.** Los autores lo definen como “**bucle**”, y es cuando el estudiante llega a una situación de bloqueo que no le permite avanzar hacia la solución (Torregrosa y Quesada 2007, 2010)

En el **proceso discursivo natural**, el sujeto realiza de manera espontánea y en lenguaje ordinario descripciones, explicaciones o argumentaciones. Por ejemplo, puede expresar por el discurso alguna característica de una configuración, y generar nuevas ideas a partir de propiedades conocidas. Para poder identificarlo es necesario diferenciar las relaciones discursivas básicas, como los operadores o símbolos verbales abreviados que estén presentes en la argumentación (Duval R. , 1998).

El **proceso discursivo teórico** requiere de un nivel mayor de conocimiento y dominio de la geometría. El estudiante se expresa solo a través de teoremas, axiomas o definiciones en lenguaje matemático para la solución de un problema y generar sus conclusiones. Está estructurado de manera deductiva y ocurre en un lenguaje simbólico o natural (Torregrosa & Quesada, 2007).

Duval enfoca su teoría, principalmente, al aprendizaje de la geometría. Sin embargo, se considera que puede ser extrapolada para cualquier concepto matemático que tenga una representación a través de una figura geométrica. Pues el autor resalta que en los diferentes niveles de enseñanza de la matemática, el uso de representaciones semióticas se hace presente en la comprensión de los conceptos.

Duval (1995a, 1998, 1999) identifica algunos problemas en la enseñanza de las matemáticas; menciona que los estudiantes están acostumbrados a resolver problemas por memorización y repetición, lo que limita comprender los cambios de registros de representación semiótica. Esto es derivado del uso de las figuras estáticas para enseñar geometría en los libros de texto, por lo que el proceso de la aprehensión de los conceptos geométricos no es dinámico. Por lo tanto, es importante identificar cómo se están mostrando los objetos geométricos en los materiales educativos, así como los Lineamientos Curriculares de Matemáticas en la teoría semiótica para el desarrollo del pensamiento geométrico.

Las TIC representan una herramienta muy importante para las estrategias de enseñanza de las matemáticas, pues a través de ellas se podrían mejorar los registros semióticos mediante el movimiento de las figuras geométricas, esto se detalla a continuación.



# 3

## Uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) en la enseñanza de las matemáticas

---

- 3.1 Uso de las TIC como apoyo a las estrategias de enseñanza-aprendizaje
- 3.2 Uso de las TIC como apoyo a las estrategias de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas
- 3.3 Software de cálculo algebraico para la enseñanza de las matemáticas
  - 3.3.1 Derive
  - 3.3.2 Cabri 3D
  - 3.3.3 MATLAB
  - 3.3.4 Mathematica.
  - 3.3.5 GeoGebra
    - 3.3.5.1 Relevancia de GeoGebra en la comunidad Científica
    - 3.3.5.2 Posibilidades y alcance de los materiales GeoGebra a nivel superior

### **3 Uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) en la enseñanza de las matemáticas**

Las TIC en la actualidad son parte de la vida cotidiana, por lo que se debe de aprovechar su uso en todos los contextos. En este caso se enfocará en el proceso de enseñanza-aprendizaje de contenidos del tema de vectores geométricos y sus aplicaciones. Existen evidencias de que, en muchas ocasiones, el uso de las TIC en el aula ayuda a los estudiantes a comprender conceptos abstractos de matemáticas, pero no se puede suponer que el uso de la tecnología por sí sola mejorará de forma automática el aprendizaje. El uso de las TIC no supone necesariamente una mejora o innovación de la práctica educativa, es decir, incorporar las TIC bajo un modelo pedagógico tradicional, no es innovar (Area, 2012).

Mediante los diferentes recursos que las TIC ofrecen, el estudiante puede buscar y organizar información, repasar contenidos, realizar tareas y compartir materiales de interés con el objetivo de lograr una mejor comprensión y contextualización de contenidos. En la enseñanza de las matemáticas, las TIC abren una posibilidad para la manipulación de objetos y sus relaciones que le permiten concretar contenidos matemáticos (Cruz & Puentes, 2012).

Actualmente con el uso del Internet y las Redes Sociales, la comunicación y distribución entre los usuarios ha evolucionado. Anteriormente los *Software* eran comprados y usados de manera individual, y difícilmente eran difundidos los recursos elaborados. Ahora, los paquetes matemáticos pueden ser comprados en línea, y generalmente tienen un espacio para compartir recursos con otros usuarios. Por ejemplo, Blogs para colocar dudas respecto al uso del *Software*, y repositorios de materiales o tutoriales multimedia. Esta comunicación entre usuarios fomenta el aprendizaje social colaborativo.

El uso de un *Software* de matemáticas en el aula puede ayudar a solucionar problemas de comprensión de conceptos, reducir el error del cálculo humano, optimizar el tiempo en una clase e incrementar la motivación, pues hace más ilustrativa una cátedra tradicional. Sin embargo, el uso de algunos *Software* de matemáticas representa un costo para las escuelas. Por esto se ha pensado en el de *Software* de uso libre GeoGebra (International GeoGebra Institute), que además de ser gratuito, posee las características necesarias para realizar esta investigación.

Este proyecto trata de la elaboración e implementación de una estrategia didáctica, son seis OA para la comprensión de conceptos del tema de vectores geométricos y sus aplicaciones. Los OA serán distribuidos a través de Internet, por este motivo es importante resaltar el uso de las TIC como apoyo al proceso de enseñanza-aprendizaje, mostrar las posibilidades y limitaciones de los recursos digitales en el aula

### **3.1 Uso de las TIC como apoyo a las estrategias de enseñanza-aprendizaje**

De manera general, las estrategias pueden ser definidas como un conjunto de acciones para cumplir un objetivo. Por lo tanto, las estrategias de enseñanza-aprendizaje son aquellas acciones que llevan a lograr dicho proceso. Pero ¿quiénes realizan estas estrategias? ¿por qué muchas veces hay confusión para diferenciar lo que es una de la otra? y ¿en qué momento suceden estas acciones? Para responder estas preguntas se debe definir que es cada una, así como enunciar y clasificar las acciones que realizan los sujetos que participan en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Primero, las estrategias de aprendizaje **son acciones que realiza el estudiante para lograr su aprendizaje**. Martínez y Bonachea (2011) las definen como una serie de acciones controladas por el estudiante, con las cuales selecciona, planifica y utiliza procedimientos de carácter cognitivo que ha de realizar para adquirir un conocimiento. Las autoras clasifican las estrategias en:

- **Estrategias cognitivas:** son los procesos que permiten comprender, reestructurar y fijar la información a través de la memoria, pensamiento e imaginación.
- **Estrategias de apoyo:** el estudiante trata de conocer lo que siente al estudiar, y cooperar con los demás para autoestimularse y autodominar su conducta y garantizar que sus propósitos se cumplan con éxito.
- **Estrategias metacognitivas,** son las que se sitúan en el nivel superior, pues ejercen el papel regulador de la actividad cognitiva. Para llevar a cabo esto, primero se decide la estrategia y en qué medida ayudará a resolver el problema y las tareas que enfrentará. El estudiante calcula el esfuerzo, compara con situaciones de aprendizaje anteriores y toma decisiones para garantizar los resultados.

Ahora, las estrategias de enseñanza **son acciones externas que realiza el profesor con el propósito de lograr o mejorar el aprendizaje del estudiante**. Utiliza medios y recursos para la enseñanza, control y evaluación de conocimientos. El profesor planifica las estrategias en base a los objetivos de enseñanza que se quieren alcanzar. De acuerdo con Martínez y Bonachea (2011) en las estrategias de enseñanza están incluidos los siguientes elementos:

- **Métodos de enseñanza.** Es la manera de realizar las estrategias para lograr los objetivos. Puede ser el método del trabajo independiente (la actividad cognitiva se centra en el sujeto), o el método expositivo (la actividad es realizada por el

profesor).

- **Procedimientos.** Se refiere a una serie secuencial de actividades a realizar, con un inicio y un fin para lograr un objetivo. El mismo procedimiento puede ser usado en diferentes métodos.
- **Medio didáctico:** es cualquier material diseñado y elaborado con el objetivo de facilitar los procesos de enseñanza y aprendizaje (Marques, 2011).
- **Recursos educativos.** Es cualquier material que no fue creado para enseñar, pero es utilizado para facilitar el desarrollo de actividades académicas. Los recursos educativos utilizados en la enseñanza y aprendizaje pueden ser o no medios didácticos (Marques, 2011).

Anteriormente el docente desempeñaba su labor como transmisor de información (en su mayor parte verbal), donde la comunicación era jerárquica y él decidía el curso del aprendizaje. Ahora, el docente se convierte en un facilitador, asesor y guía que promueve el autoaprendizaje interactuando de diversas formas con el estudiante. Algunas de las estrategias de enseñanza que realiza el profesor en su nuevo rol son: diseñar, implementar y valorar recursos que le sean útiles para el proceso educativo; y diagnosticar diferentes habilidades y necesidades del estudiante con el propósito de crear entornos donde se estimule y oriente el aprendizaje.

Una de las funciones del profesor es enseñar las estrategias de aprendizaje, por eso, algunas veces existe confusión para distinguir una de la otra. El profesor es el que dirige los procesos cognitivos y motivacionales que se deben asimilar por el estudiante para la formación de sus estrategias de aprendizaje. Por este motivo, es muy estrecha la relación entre estrategias de enseñanza y aprendizaje (Martinez & Bonachea, 2011). Conociendo lo que son las estrategias de enseñanza-aprendizaje y quiénes son los autores de cada una de ellas ¿Cómo es que las TIC sirven de apoyo a estas estrategias?

Cada vez más los estudiantes están haciendo uso del Internet y de las TIC en su proceso educativo. Las actitudes de los estudiantes hacia el uso de las TIC están relacionadas con lo que piensan y sienten al hacerlas parte de su proceso de aprendizaje (Prada San Segundo, 2011). Los estudiantes de hoy están estrechamente relacionados con la tecnología, y tienen una valoración positiva hacia la integración de las TIC a su proceso educativo (Tejedor, 2011).

Las TIC son el conjunto de tecnologías (técnicas y equipos informáticos) que permiten la gestión, adquisición, almacenamiento, tratamiento, registro, difusión y transferencia de la comunicación y la información (texto, imagen, sonido, entre otros) a través de dispositivos electrónicos (ordenadores, celulares, tabletas electrónicas, etc.). Los

programas y recursos que son utilizados están clasificados en dos categorías: recursos informáticos, son los que permiten la gestión y tratamiento de la información; y los recursos telemáticos, que son los que permiten el almacenamiento, registro, difusión y comunicación a través de los servicios de Internet.

La transferencia de información es a través de comunicación sincrónica y asincrónica. La comunicación sincrónica es la que se realiza cuando los usuarios actúan en tiempo real respondiendo de forma inmediata, los participantes deben estar conectados al mismo tiempo. Las herramientas tecnológicas que se utilizan son el chat, audio, conferencia, entre otros. En la comunicación asincrónica existe un periodo de tiempo para la emisión y recepción de la información, los participantes no están conectados al mismo tiempo en el mismo espacio virtual (Baño, Bosom & Ezquerro, 2010). Este tipo de comunicación se implementa por medio del correo electrónico, wikis, blogs, foros etc.

Las TIC en el contexto de la educación pueden ser opcionales o necesarias dependiendo la modalidad de enseñanza (presencial, a distancia o semipresencial) que se está ejerciendo. En este sentido, las TIC pueden ser tomadas como apoyo a estrategias de enseñanza-aprendizaje o como entornos educativos. García-Valcárcel y Hernández (2010) mencionan lo siguiente:

La integración de las TIC en los procesos educativos se ha convertido en un objetivo prioritario en todos los países desarrollados, bajo la consideración de que el sistema escolar debe adecuarse a las características de la sociedad de la información, se debe preparar a los niños y jóvenes para las nuevas formas culturales (p.4).

En la Educación Presencial las TIC están siendo incluidas cada vez más. Actualmente, los estudiantes están involucrados con el uso de la tecnología para realizar casi cualquier actividad, no solo en su educación, sino para su vida personal y diversión. Por ejemplo, utilizan las aplicaciones para buscar restaurantes, lugares de entretenimiento, rutas de transporte, mapas, finanzas, entre otros. El uso adecuado de las TIC en el aula puede mejorar las estrategias de aprendizaje, ya que inciden directamente en la motivación, mantienen el interés por los estudios, favorecen el pensamiento crítico y autorreflexivo, contribuyendo al desarrollo de actividades formativas del estudiante (Tejedor, 2011).

Tejedor (2011) mostró en su trabajo que los estudiantes tienen una valoración positiva hacia el uso de las TIC como apoyo a las estrategias de aprendizaje, pues los universitarios las consideran de gran ayuda para la realización de las tareas de estudio como el repaso, elaboración de trabajos, organización y desarrollo del pensamiento y

actividades académicas. Además, ayudan a optimizar el tiempo, regular el esfuerzo de estudio, planificar actividades y buscar información.

Actualmente, en la Educación Presencial, los profesores aún son los autores principales del proceso de enseñanza-aprendizaje, pero, el estudiante ya no es un sujeto pasivo, sino que interactúa con el profesor, con sus compañeros y con el entorno, además de asumir la responsabilidad de su aprendizaje. De este modo Domínguez (2009) asevera que el buen uso de las TIC promueve de manera positiva:

- El aprendizaje autónomo.
- El aprendizaje colaborativo.
- Motivación en el aprendizaje.
- El pensamiento crítico.
- Búsqueda, adquisición y procesamiento de información.
- El desarrollo de estrategias de resolución de problemas.
- Capacidad de argumentación oral y escrita.
- La creación de herramientas útiles.

Por todo lo anterior, el uso adecuado de las TIC dentro del aula puede ayudar al desarrollo de competencias genéricas, como el uso de herramientas informáticas, desarrollo de la comunicación, trabajo colaborativo, etc (Tejedor, 2011). Sin embargo, es necesario tener un personal docente capacitado que sepa llevar a cabo las buenas prácticas TIC. Pues, un uso inadecuado puede ser nocivo y perjudicar el aprendizaje. La Tabla 3.1 muestra algunas de las herramientas TIC utilizadas para el desarrollo de competencias en los diferentes tipos de estrategias de aprendizaje propuestas por Martínez y Bonachea (2011).

**Tabla 3.1.** Herramientas TIC utilizadas para desarrollo de competencias genéricas

<b>Tipo de estrategia de aprendizaje.</b>	<b>Competencia desarrollada</b>	<b>Herramientas TIC utilizadas</b>
Estrategias cognitivas	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Pensamiento Crítico</li> <li>➤ Búsqueda, adquisición y procesamiento de información</li> </ul>	Revistas electrónicas, artículos en internet, Wikis, Blogs, Foros,
Estrategias de apoyo	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ El aprendizaje autónomo.</li> <li>➤ El aprendizaje colaborativo.</li> <li>➤ Motivación en el aprendizaje.</li> </ul>	Google drive, Office Live, Redes sociales, Wikis, Blogs, Foros, Moodle.
Estrategias metacognitivas	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ El desarrollo de estrategias de resolución de problemas.</li> <li>➤ Capacidad de argumentación oral y escrita.</li> <li>➤ La creación de herramientas útiles.</li> </ul>	Google drive, Office Live, Redes sociales, Wikis, Blogs, Foros, Moodle

Por otro lado, se tiene la modalidad de la Educación a Distancia. En este sistema de formación, las TIC tienen un papel fundamental, pues son utilizadas para crear los

ambientes educativos, y sin ellas no puede llevarse a cabo el proceso de aprendizaje. La Educación a Distancia es una modalidad de formación intervenida por diversas tecnologías. Su principal objetivo es llevar a cabo el proceso de enseñanza-aprendizaje independientemente de los factores de la ubicación, tiempo, profesión o edad de los estudiantes. Es un sistema educativo formal donde el estudiante y el instructor no están en el mismo espacio físico-temporal. En esta modalidad, el estudiante debe planear y organizar su tiempo de manera autodirigida para realizar las actividades de aprendizaje. El uso de las TIC es fundamental, pues el estudiante adquiere la información (textos, conferencias, videos, audios, entre otros recursos informáticos) necesaria para su aprendizaje a través de plataformas educativas y herramientas tecnológicas, además de utilizarlas para interactuar con su profesor y otros estudiantes.

Una de las principales características de la Educación a Distancia es que es un modelo que no tiene restricciones físicas ni horarios rigurosos, sino programaciones y cronogramas flexibles, lo que facilita la educación para aquellos que no pueden o no quieren hacer uso de un salón de clases convencional por compromisos sociales, familiares o laborales, entre otros motivos. Además, motivan las personas a estudiar lo que desean sin tener la barrera de la distancia, lo que puede reducir considerablemente los costos de desplazamiento o mantención que esto representa. De esta manera, se tiene igualdad de oportunidades para el acceso a la educación (Camacho & Benítez, 2011).

Los entornos educativos son escenarios en plataformas de enseñanza virtual, son conjunto de aplicaciones informáticas para la enseñanza-aprendizaje en línea, instaladas en un servidor con el fin de crear, administrar, gestionar, transmitir y distribuir recursos informáticos a través de Internet. Los profesores y estudiantes pueden interactuar para lograr el aprendizaje y el desarrollo de competencias (Fernández-Papillón, 2009). Algunas de las principales plataformas comerciales que soportan la Educación a Distancia son: *WebCT*, *Blackboard*([www.es.blackboard.com/sites/international/globalmaster](http://www.es.blackboard.com/sites/international/globalmaster)), *Saba*([www.mx.saba.com](http://www.mx.saba.com)), *OSMedia* ([www.01.ibm.com/support/docview.wss?uid=swg27043346](http://www.01.ibm.com/support/docview.wss?uid=swg27043346)), *e-educativa* ([www.educativa.com](http://www.educativa.com)). También existen plataformas *Open Source*, entre las principales están: *Moodle* ([www.moodle.org/?lang=es](http://www.moodle.org/?lang=es)), *ATutor* (<http://atutor.ca/>), *Claroline* ([www.claroline.net/?lang=es](http://www.claroline.net/?lang=es)), *dotLRN* ([www.dotlrn.org/index.html](http://www.dotlrn.org/index.html)), entre otros (Castro, Clarenc, de Lenz, Moreno & Tosco, 2013). Además de esas, actualmente, el uso de las redes sociales y herramientas de trabajo colaborativo se han sumado al proceso de la Educación a Distancia (Torres-Díaz, Jara & Valdiviezo, 2012)

Por último, se tiene la modalidad de Enseñanza Semipresencial, también llamada *B-Learning* (*Blended Learning*). En la Educación Semipresencial, las TIC son necesarias

como parte de los ambientes de aprendizaje. La frase *blended learning* significa literalmente aprendizaje mezclado. Esta definición se atribuye al modo de aprendizaje que incluye la escolaridad presencial combinado con el uso de la tecnología para la educación a distancia, "*which combines face-to-face and virtual teaching*" (Coaten, 2003). El término "enseñanza semipresencial" se utilizó a finales de los noventa en estudios de la universidad de Barcelona, hoy en día ya es parte del vocabulario de otras universidades (Bartolomé, 2004).

Según Pascual (2003) la Educación Semipresencial surge por la necesidad de reducir los costos que invierten las empresas para la formación de sus empleados. Así que, a diferencia de lo que pudiera creerse, el *B-Learning* no surge para resolver algunos problemas de Educación a Distancia, sino para solucionar problemas de costos en sistemas de formación presencial. En la Educación Semipresencial las TIC tienen un papel fundamental para su ejecución, pues utiliza las plataformas para administrar los procedimientos académicos. Utiliza las mismas plataformas que la Educación a Distancia, así como, las herramientas, aplicaciones y recursos disponibles en la Web.

En la Educación Semipresencial y la Educación Presencial, los procedimientos educativos pueden ser ejecutados a distancia o de manera presencial, y utilizando o no las TIC. Esto puede causar confusión, creyendo que integrar las TIC en aula provoca un sistema de educación mixto. Lo que diferencia estas dos modalidades es la estructura curricular.

En este proyecto se hace uso de las TIC como apoyo a la planeación, desarrollo y distribución de las estrategias de enseñanza en la Educación Presencial. Sin embargo, existen desventajas y limitaciones en el uso de las TIC, De Witte y Rogge (2014), citando a Condie, Munro, Muir, y Collins (2005), señalan que, el uso de ordenadores, Internet y otras herramientas TIC desarrollan más las habilidades informáticas que los contenidos que quieren ser aprendidos. También mencionan que el uso de las TIC puede aumentar los costos en las escuelas y disminuir la relación personal entre el estudiante y el profesor. Además, según Trushell, Byrne, y Hassan (2013) las TIC facilitan conductas inapropiadas como el plagio. Por esto, los profesores tienen la responsabilidad de un uso adecuado de las TIC a través de la innovación educativa, y deben fomentar los valores y principios en sus estudiantes.

Una de las limitaciones más evidentes en el uso de las TIC son las diferencias de dominio tecnológico entre los estudiantes, variables como el acceso a un ordenador, capacidades de los usuarios, necesidades personales y profesionales, incluso la conexión a Internet influyen en la desigualdad del dominio tecnológico de los usuarios, debido a que estos factores no son iguales para todos. De acuerdo con UNESCO (2005) algunos de los factores que influyen en el dominio tecnológico son:

1. Los recursos económicos. El precio elevado de un ordenador, de los servicios de Internet e infraestructura representan un activo factor de inequidad.
2. La geografía. La diferencia entre las ciudades y el campo crea situaciones de profunda desigualdad. A pesar de que las tecnologías nómadas ofrecen una posibilidad para romper el aislamiento de los sectores rurales, en muchas zonas apartadas ni siquiera cuentan con energía eléctrica.
3. La edad. Las personas de edad avanzada no van a la velocidad actual de las innovaciones tecnológicas. Esto puede ser una dificultad insuperable, considerando las deficiencias de su formación. Los jóvenes tienen definida una formación sistemática en las tecnologías y están más familiarizados con ellas.
4. La educación. Algunas escuelas no tienen acceso a una formación con y para la tecnología, además, no todos los docentes provocan la motivación en el uso de TIC para la elaboración de trabajos escolares. Estas causas provocan desigualdad entre los usuarios y son difíciles de remediar en un corto lapso de tiempo.

En Latinoamérica existe una gran desigualdad respecto al uso de ordenadores en las escuelas. Por ejemplo, el 84% de las escuelas en Guatemala y el 71 % de las de República Dominicana, no cuentan con ninguna computadora. Por otro lado, en países como Chile, Brasil y Cuba, más del 90% de las escuelas cuentan con este recurso, sin embargo, más del 55% de los profesores no lo usan (Román & Murillo, 2014). Román y Murillo (2014) encontraron que los estudiantes que tenían ordenador en casa, lo usaban al menos una vez a la semana, y que en su escuela, los profesores que hicieron uso regular del equipo, obtuvieron un mejor desempeño en el área de matemáticas y lectura.

Además de las desventajas socioeconómicas, el recurso humano también representa una limitación. Debido a la presión de los nuevos modelos educativos, los profesores están integrando las TIC en el aula sin una formación previa adecuada, lo que provoca un uso inapropiado de los recursos tecnológicos, por lo que no se lograrán los resultados deseados (Méndez & Méndez, 2014).

En el área de la educación al querer integrar las TIC al proceso educativo, estos factores pueden representar un problema, sin embargo, cada vez más las universidades tratan de mejorar estos aspectos, dando acceso a las TIC en laboratorios, bibliotecas y áreas comunes; incluso, en algunas ocasiones proveen de aparatos tecnológicos para que el estudiante pueda llevarlos a casa. También están formando a los profesores para la inclusión tecnología en sus prácticas pedagógicas.

### **3.2 Uso de las TIC como apoyo a las estrategias de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas**

Actualmente, existen numerosos trabajos que han demostrado que, el uso de las TIC ha influenciado positivamente en el proceso de enseñanza de las matemáticas. Una de las herramientas que ha tenido mayor impacto en esto es la simulación, definida como la coordinación de hardware y software en la que, por medio de algoritmos, pueden ser reproducidos ciertos procesos, de esta manera, situaciones reales pueden ser sustituidas por artificiales. Así, los conocimientos aprendidos, no solo se quedan en la teoría, sino que son llevados a la práctica. En esta era digital, el potencial del uso de computadoras y software matemático educativo es muy reconocido. Pues permiten a los estudiantes afrontar situaciones de aprendizaje que son limitados por cuestiones de espacio-tiempo y por la imposibilidad de representar conceptos físicamente (García-Santillán, Ríos-Álvarez, Escalera-Chávez, Zamora-Lobato & T. Pozos-TeXon, 2015). El uso de paquetes matemáticos “permite la construcción de escenarios ideales, así como la manipulación de las variables para observar su impacto en ciertos fenómenos, o simplemente para dar al aprendiz una estación de enseñanza para la réplica de las teorías aprendidas” (García-Santillán, Ríos-Álvarez, Escalera-Chávez, Zamora-Lobato & T. Pozos-TeXon, 2015, p. 36)

Existen trabajos que describen ciertas experiencias educativas al integrar las TIC en diferentes contextos de enseñanza. Para acotar la información, se presentan algunos autores que han utilizado las herramientas TIC y paquetes matemáticos como apoyo en las estrategias de enseñanza de las matemáticas. García y Pacheco (2013) muestran el uso de una plataforma virtual con un enfoque constructivista. Su proyecto “*A constructivist computational platform to support mathematics education in elementary school*” está enfocado a niños de primaria con dificultades en el aprendizaje y resolución de problemas matemáticos. En su estudio investigaron que la incorporación de objetos interactivos en entornos simulados parece aumentar el rendimiento académico de los estudiantes.

Seo and Woo (2010) estudiaron los efectos de Matemáticas Explorer. Se trata de un nuevo programa de enseñanza asistida por computadora. Fue desarrollado para remediar las habilidades matemáticas de estudiantes con problemas de aprendizaje. En su trabajo afirman que este programa facilitaba el aprendizaje de conceptos matemáticos, y que puede ser una herramienta eficaz para ayudar con problemas de atención, motivación o comportamiento.

Pulido (2002), en su proyecto llamado “La enseñanza del Álgebra Lineal mediante sistemas informáticos de cálculo algebraico”, analiza la influencia que ejerce la utilización del programa de cálculo simbólico DERIVE como un sistema de complemento al sistema

tradicional de “lápiz y papel”. Determinó entre otras cosas, que el uso de este sistema mejora la interactividad entre el profesor y los estudiantes; y que el programa permite que los estudiantes realicen más estrategias y menos cálculos repetitivos para resolver problemas.

### **3.3 Software de cálculo algebraico para la enseñanza de las matemáticas**

Los *Software* de matemáticas están incluidos dentro las TIC, pues pueden ser incluidos en los recursos informáticos y telemáticos. A través de estas herramientas, el usuario puede generar archivos, y dejarlos para su uso personal o compartirlos por medio de foros, blogs o repositorios. Los canales de video, como *Youtube*, se están integrando a esta comunidad mediante la difusión de video-tutoriales. Por estos motivos, los de *Software* de matemáticas, como recursos TIC en el aula, podrían ser de gran ayuda, pues el estudiante puede revisar y repasar contenidos y materiales que faciliten su aprendizaje en cualquier momento.

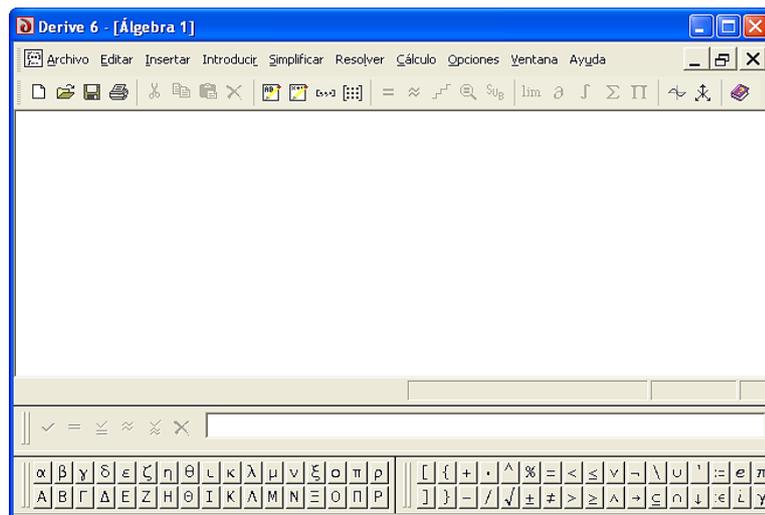
Se han presentado algunos trabajos de autores que utilizaron diferentes *Software* en la enseñanza de las matemáticas. Sus experiencias han sido favorables hacia esta práctica. Sin embargo, debe asegurarse el uso adecuado e innovador de estos recursos. Pulido (2002) observó que, algunos estudiantes, tras haber utilizado el programa DERIVE, habían perdido ciertas habilidades manuales de cálculo. Por este motivo se debe tener cuidado de que el uso de *Software* represente un valor añadido a las competencias que el estudiante debe desarrollar, así como su uso para ser utilizado en favor de la comprensión y contextualización de contenidos, y que no lo vean como un sistema de comprobación o de simplificación de trabajo.

Aunque existen muchos paquetes matemáticos que pueden ser usados para el apoyo de diversas estrategias didácticas, en este estudio se utilizan para la construcción de Representaciones Geométricas. Debido a que estas no son fáciles de realizar en la pizarra, se opta por el uso de *Software* como ayuda para su construcción. A continuación se presenta una breve revisión de los más utilizados, resaltando a GeoGebra, que por sus características ha sido seleccionado para la realización de este trabajo.

#### **3.3.1 Derive**

Derive es un sistema de gran alcance para hacer cálculos simbólicos y numéricos en el ordenador ([www.chartwellyorke.com/derive.html#](http://www.chartwellyorke.com/derive.html#)), procesa funciones algebraicas, ecuaciones, vectores, cálculos estadísticos, expresiones booleanas, cálculos aritméticos y

trigonométricos entre otros. Ahora se incorpora y comercializa en TI-Nspire CAS de Chartwell-Yorke en ([www.chartwellyorke.com/ti-nspire](http://www.chartwellyorke.com/ti-nspire)). Por su configuración integral de cálculos numéricos, algebraicos y representaciones gráficas, Derive es considerado una excelente herramienta para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. En la Figura 3.1 se aprecia que su interface es sencilla de usar. Las funciones pueden ser utilizadas solo presionando botones y los cálculos puede ser realizados con un clic.



**Figura 3.1.** Impresión de pantalla de la Interface de Derive 6

### 3.3.2 Cabri 3D

Cabri 3D ([www.cabri.com/es/cabri-3d.html](http://www.cabri.com/es/cabri-3d.html)) es un *Software* comercial interactivo de geometría. Fue creado en Francia por la compañía Cabrilog para la enseñanza y aprendizaje de la Geometría y trigonometría. Cabri 3D permite la exploración de varias soluciones a un problema, y estimula el descubrimiento de conceptos y relaciones. Sus funciones gráficas permiten la observación de las conexiones entre la geometría y el álgebra (Botana, 2014). Cabri 3D es la versión más actual. Esta es una herramienta importante para el desarrollo de la enseñanza visual de geometría del espacio, ayuda a la construcción, modificación y manipulación adecuada de imágenes de objetos tridimensionales a través de una interfaz 3D (Ertekin, 2014). Mediante el uso de Cabri 3D se pueden construir, modificar y girar objetos tridimensionales para ser vistos desde diferentes ángulos. Es una herramienta es muy práctica para la enseñanza del cálculo vectorial, pues puede realizar y representar geoméricamente operaciones vectoriales tales como suma vectorial, producto vectorial y producto escalar, entre otras funciones (Kösa & Karakuş, 2014). Como se puede observar en la Figura 3.2, la interface de Cabri 3D es muy sencilla de usar, los menús están disponibles en varios idiomas, se pueden realizar las construcciones y los cálculos con solo seleccionar botones, lo que lo hace apropiado para diferentes niveles educativos.

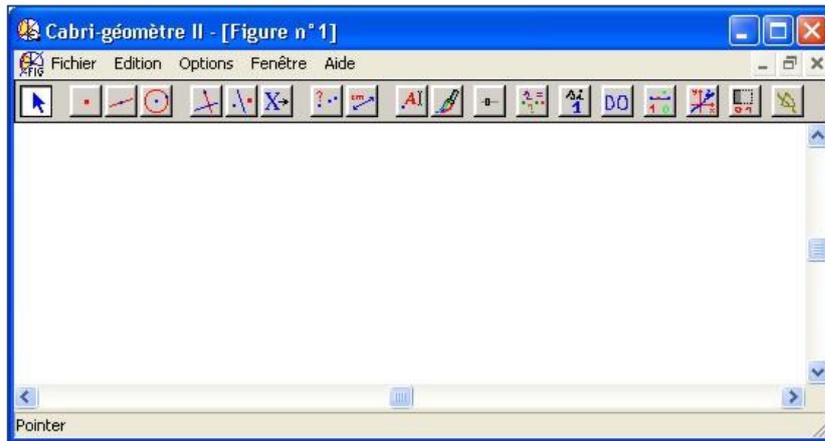


Figura 3.2. Impresión de pantalla de la Interface de Cabri Geometry II

### 3.3.3 MATLAB

MATLAB ([www.es.mathworks.com/products/matlab/](http://www.es.mathworks.com/products/matlab/)) es un *Software* especializado para el cálculo matemático. Su nombre significa **MAT**rix **LAB**oratory (laboratorio de matrices). Fue creado por el matemático y programador Cleve Moler en 1984. MATLAB, es un programa intérprete de comandos. Ofrece un entorno de desarrollo integrado con un lenguaje de programación propio (lenguaje M) (Victoria, Querin, Díaz & Martí, 2016). Este es un lenguaje científico dinámico, fue creado en 1970 para proporcionar un sencillo acceso al *Software* de matrices. MATLAB es utilizado para la creación de prototipos y desarrollo rápido (Dubrau & Hendren, 2012). Su interface (Figura 3.3) es un espacio virtual para programar, tiene un área que permite visualizar las construcciones hechas. Este *Software* no es muy apropiado para estudiantes que tienen sus primeras experiencias con paquetes matemáticos, pues es necesario conocer comandos específicos y programación para realizar los cálculos matemáticos.

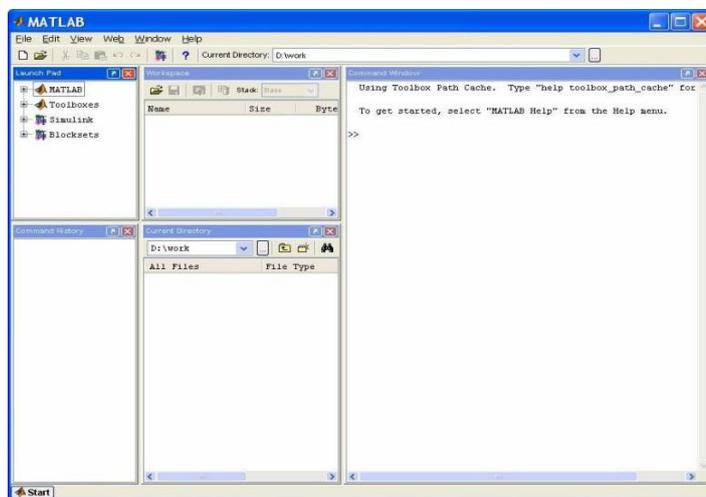


Figura 3.3. Impresión de pantalla de la Interface de MatLab

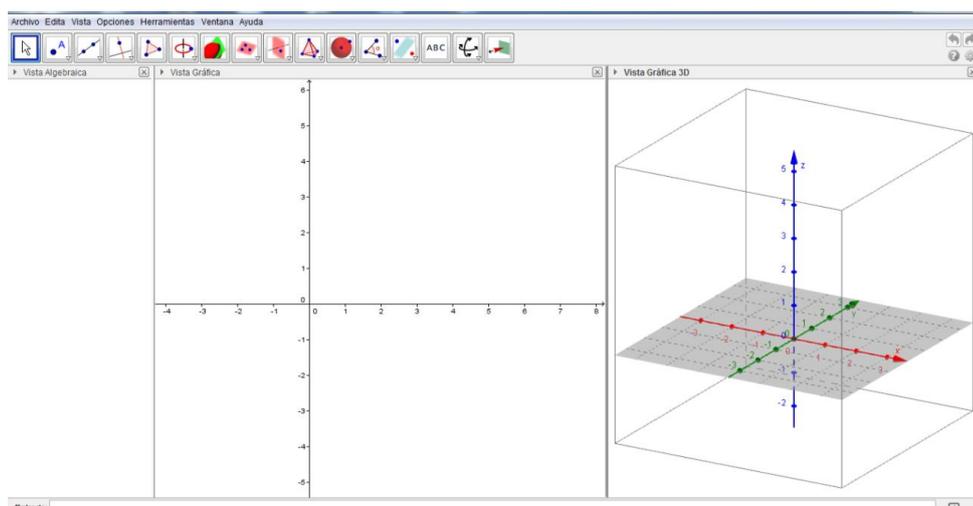
### 3.3.4 Mathematica.

Mathematica es un programa utilizado para el desarrollo de proyectos y simulaciones en el área de ingeniería, matemática y ciencias computacionales. Fue creado por Stephen Wolfram, quien actualmente es el líder del equipo de desarrollo en Wolfram Research. Mathematica es considerado como un sistema de álgebra computacional, el cual utiliza un lenguaje propio. Su objetivo es aceptar entradas de forma libre en lenguaje natural, y servir como un motor de conocimiento que genera resultados, presentándolos con la máxima claridad. Su interfaz tiene grandes características y propiedades gráficas. Por un lado se tiene la entrada de datos que ingresa el usuario, y por otro los resultados son enviados al núcleo, los cuáles son colocados en forma de celdas jerárquicas, esto permite visualizar la secuencia de las operaciones algebraicas o cálculos que se están desarrollando. Wolfram |Alpha es un buscador dinámico de respuestas, este ha sido desarrollado bajo el lenguaje de programación de Mathematica. El cual resuelve operaciones de diferente nivel, y muestra su solución paso a paso. (Wolfram Reseach Team, 2016)

Incluir el uso *Software* de matemáticas puede representar un costo para las instituciones educativas. Sin embargo, existen programas que son gratuitos, fáciles de usar y adecuado para diferentes niveles educativos. Por ejemplo GeoGebra, este puede ser descargado desde su página de inicio, y no necesita ser instalado para ejecutar las aplicaciones construidas. Su lenguaje de programación JAVA lo hace ideal para integrarlo a diferentes entornos de aprendizaje. Por estos motivos ha sido seleccionado para construir algunos de los recursos desarrollados para este trabajo. En el siguiente apartado se presenta detalladamente la historia, características, ventajas, alcances y limitaciones de este *software*.

### 3.3.5 GeoGebra

**GeoGebra** es un *Software* libre, dinámico para la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas en diferentes niveles (International GeoGebra Institute). Integra la geometría, álgebra, análisis y estadística de una forma combinada y dinámica. Su nombre proviene de las dos vistas que ofrece su interface, vista gráfica (**Geometría**) y algebraica (**álgebra**). GeoGebra es un *Software* que se integra de dos categorías, “Sistemas de Álgebra Computacional”, que permite operaciones algebraicas y numéricas, y “Sistemas de Geometría Dinámica”, que permite la creación, edición e interacción gráfica de objetos (Rodríguez M. , 2011). La Figura 3.4 muestra la interface de GeoGebra y sus vistas, algebraica y gráficas en 2D y 3D.



**Figura 3.4.** Impresión de pantalla de la Interface de GeoGebra

GeoGebra tiene su origen en la tesis de Markus Hohenwarter, con el propósito de crear una calculadora de uso libre que integrara las ramas del álgebra y la geometría. Este proyecto se inició en el 2001 en un curso de Matemáticas en la Universidad de Salzburgo (Austria). Actualmente, GeoGebra continúa su desarrollo de manera colaborativa en la Universidad de Boca Raton, Florida Atlantic University (USA) (<http://es.wikipedia.org/wiki/GeoGebra>). La Tabla 3.2 muestra el desarrollo de GeoGebra. A lo largo del tiempo se han ido agregando a sus diferentes versiones funciones, comandos e idiomas.

En este proyecto se utilizó GeoGebra versión 5 beta, que a diferencia de sus versiones anteriores posee la vista gráfica en 3D, lo que permitió mostrar los conceptos en los espacios vectoriales  $R^2$  y  $R^3$ . Esta versión está disponible para *Tablets*, ordenadores y *Smartphone*.

**Tabla 3.2.** Resumen del desarrollo de las versiones de GeoGebra.

(<http://es.wikipedia.org/wiki/GeoGebra>)

Historial de versiones		
Versión	Fecha de lanzamiento	Características
1.0	28 de enero de 2002	<ul style="list-style-type: none"> <li>Objetos disponibles: punto, vector, recta, ángulo, número y sección cónica.</li> <li>Construcciones con el ratón y la barra de entrada.</li> <li>Extensión de los archivos: <i>.geo</i>.</li> <li>Idiomas: inglés y alemán.</li> </ul>
2.0	9 de enero de 2004	<ul style="list-style-type: none"> <li>Funciones en <math>x</math>, graficación, derivadas, integrales, tangente en un punto.</li> <li>Funciones hiperbólicas.</li> <li>Exportación de gráficos como EPS, PNG y JPG.</li> <li>Extensión de los archivos: <i>.ggb</i> (XML comprimido).</li> <li>Idiomas: inglés y alemán.</li> </ul>
3.0 <sup>11</sup>	23 de marzo de 2009	<ul style="list-style-type: none"> <li>Polígonos regulares, curvas paramétricas, listas.</li> </ul>

		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Nuevas herramientas: área, pendiente, longitud, perímetro.</li> <li>• Funciones por partes.</li> <li>• Operaciones lógicas binarias.</li> <li>• Inserción de texto (y fórmulas en <u>LaTeX</u>) e imágenes.</li> <li>• Exportación de gráficos como PDF, SVG, EMF y PSTricks.</li> <li>• Exportación como página Web dinámica.</li> <li>• Ajustes almacenables.</li> <li>• Idiomas: 39 (incluido español por primera vez).</li> </ul>
3.2 <sup>12</sup>	3 de junio de 2009	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Vista de Hoja de Cálculo.</li> <li>• Nuevas herramientas: compás, inversión, cónicas.</li> <li>• Comandos de funciones estadísticas y gráficos.</li> <li>• Matrices y números complejos.</li> <li>• Capas y colores dinámicos.</li> <li>• Exportación a PGF/TikZ.</li> <li>• Idiomas: 45.</li> </ul>
4.0 <sup>13</sup>	20 de octubre de 2011	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>GeoGebraTube</i> (compartición de hojas dinámicas en línea).</li> <li>• <i>GeoGebraPrim</i> (versión para estudiantes pequeños).</li> <li>• Requiere Java 5.</li> <li>• Nuevas herramientas: análisis de datos, cálculo de probabilidades, inspección de funciones; polígonos rígidos, polilíneas.</li> <li>• Desigualdades, inecuaciones, ecuaciones implícitas y funciones de varias variables.</li> <li>• Logaritmos en cualquier base.</li> <li>• Copiar y pegar.</li> <li>• Posibilidad de asociar guiones a cada objeto en lenguaje propio</li> <li>• Botones, cajas de entrada y herramienta lápiz.</li> <li>• Exportación a GIF animado y archivo de Asymptote.</li> <li>• Idiomas: 50.</li> </ul>
4.2 <sup>14</sup>	3 Dic. 2012	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Soporte para cálculo simbólico: Vista algebraica .</li> <li>• Nuevos comandos de GeoGebra, LaTeX y JavaScript.</li> </ul>
4.4 <sup>15</sup>	1 de diciembre de 2013	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Nuevo motor de álgebra simbólica.</li> <li>• Mayor integración con <i>GeogebraTube</i>.</li> <li>• Eliminada la exportación a página Web dinámica HTML.</li> <li>• Nuevos comandos.</li> </ul>
5.0 <sup>16</sup>	Actualmente	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Soporte para 3 dimensiones: Vista 3D.</li> <li>• Nuevas herramientas y objetos: plano, prisma recto, esfera; pirámide, cilindro, cono.</li> <li>• Ventana Python y tortugas como en Logo.</li> </ul>

Las principales características de GeoGebra son:

- GeoGebra fue creado específicamente con un objetivo educacional, por lo que su interface es muy fácil de usar. Pueden crearse construcciones solo con sus herramientas a través de sus botones, o utilizar un nivel más avanzado, donde el usuario pueda crear sus propias herramientas de acuerdo a sus necesidades empleando un lenguaje de programación (JAVA).
- Se pueden crear animaciones manuales o automáticas, pues posee un sistema de distribución de los objetos por capas. Esto abre la posibilidad de la creación de objetos didácticos interactivos muy atractivos, que pueden ser exportados en formato de página Web dinámica con solo seleccionar la opción de menú correspondiente. Los materiales construidos a través de GeoGebra se pueden

publicar, compartir y comentar a través del repositorio de recursos en [www.geogebra.org](http://www.geogebra.org). Gracias a esta herramienta, los recursos pueden ser descargados y modificados para su reutilización libremente.

- Es gratuito y de código abierto (GNU GPL).
- En comparación a otros Software de matemáticas, GeoGebra tiene una interface más sencilla de usar en diferentes idiomas con comandos de ayuda. La interface puede ser personalizada (herramientas, idioma, calidad de los gráficos, color, vistas, entre otros) de acuerdo a las necesidades de cada usuario.
- Por ser un Software dinámico, promueve el aprendizaje guiado y experimental. Los estudiantes pueden obtener una mejor comprensión de las matemáticas manipulando variables fácilmente con solo arrastrar las construcciones, o mediante el uso de controles deslizantes. Esto permite que el estudiante pueda generar cambios y resolver problemas mediante simple observación.
- GeoGebra motiva a los profesores al uso de la tecnología en el aula, y ayuda a los estudiantes a la visualización de las matemáticas. Es un recurso que puede ser utilizado de manera presencial o a distancia.
- El usuario puede crear sus propias herramientas y adaptarlo a sus necesidades.
- Permite la inserción de imágenes, lo que hace más personalizadas y atractivas las construcciones.
- Cuenta con recursos de manual de ayuda, blog, foros y un equipo de soporte para usuarios.
- Las construcciones pueden ser creadas *Online*.

De acuerdo con Diković (2009) algunas desventajas que aún están presentes en la versión vigente, que dependen de las propias competencias de los usuarios, más que de las propiedades de GeoGebra son:

- Los estudiantes sin mucha práctica en el manejo de recursos informáticos pueden experimentar frustración en la manipulación del programa, lo que conduce a una desmotivación en el aprendizaje y uso de GeoGebra.
- Los usuarios sin previa formación en programación, pueden tener dificultades al momento de crear ciertas animaciones.
- La investigación se limita al impacto de GeoGebra en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Es decir, es poco empleado en otras áreas de conocimiento que no sea la educación.

El uso de GeoGebra puede proporcionar un entorno para la exploración activa de estructuras matemáticas a través de múltiples representaciones, o para mostrar a los estudiantes algunos aspectos de las matemáticas que no son posibles con la pluma y el papel. Varios autores han incorporado esta herramienta para la enseñanza de las matemáticas.

En el trabajo titulado "Applications GeoGebra into Teaching Some Topics of Mathematics at the College Level" Dikovi (2009) evaluó si había una diferencia estadística significativa, en algunos universitarios, antes y después del uso de GeoGebra en el aprendizaje de conceptos cálculo. Para realizar el estudio, dividió la muestra en grupo control y experimental. En la primera prueba (pre-test) no encontró diferencia significativa entre las medias de las dos variables de ambos grupos. Sin embargo, después de haber usado GeoGebra y aplicado la segunda prueba (post-test) del procedimiento, observó que había diferencias entre los grupos, por lo que el autor afirma, que el uso de GeoGebra en este caso favorece el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Iriarte, Aginaga, y Ros, (2014) utilizan GeoGebra para reproducir el movimiento de los mecanismos para la enseñanza de teoría del movimiento en estudiantes de un Grado en Ingeniería Mecánica de la Universidad Pública de Navarra. En su trabajo muestran que GeoGebra ayuda a la enseñanza y aprendizaje de conceptos. Mencionan que las herramientas del *Software*, tales como distancias constantes, intersecciones, tangencia o perpendicularidad hicieron posible construir una amplia gama de mecanismos interactivos. Los autores señalan que el uso de las aplicaciones facilitó la comprensión de conceptos y que los resultados de aprendizaje fueron satisfactorios.

Botana, y otros (2015) utilizaron GeoGebra para demostrar si un teorema es falso o verdadero. Una demostración parte de un conjunto de información verdadera (hipótesis) y se deben realizar pasos hasta comprobar la veracidad o falsedad del teorema (tesis). Existen métodos llamados *automated theorem proving* (ATP) –Método automático de comprobación– que utilizan el rozamiento deductivo para definir si un teorema es falso o verdadero. Los autores muestran como GeoGebra representa un recurso muy importante para estos métodos, por ejemplo, un profesor plantea un teorema, y el estudiante tiene que definir, a través de la observación y la manipulación de la construcción, si es verdadero o falso. Mencionan que, debido a las características de GeoGebra para poder dibujar y manipular círculos, líneas y polígonos; la integración de este recurso a los ATP ayuda a los estudiantes a tener mejores deducciones.

### 3.3.5.1 Relevancia de GeoGebra en la comunidad Científica

GeoGebra es un proyecto educativo que tan solo en 15 años se ha sido traducido a más de 50 idiomas, y es usado casi en todo el mundo (Hall & Lingefjärd, 2016). Constancia de este hecho es el creciente número de visitantes y usuarios de GeoGebra. El número de trabajos actualmente supera los 650,000, estos recursos están disponibles libremente a través del repositorio de materiales en la página oficial. Hoy en día, es el Software líder mundial de matemáticas dinámicas. Desde su lanzamiento en 2002 hasta este año, ha recibido reconocimientos a nivel internacional (GeoGebra, 2016):

- Archimedes 2016: MNU Award in category Mathematics (Hamburg, Germany)
- Microsoft Partner of the Year Award 2015: Finalist, Public Sector: Education (Redmond, WA, USA)
- MERLOT Classics Award 2013: Multimedia Educational Resource for Learning and Online Teaching (Las Vegas, Nevada, USA)
- NTLC Award 2010: National Technology Leadership Award (Washington D.C., USA)
- Tech Award 2009: Laureat in the Education Category (San Jose, California, USA)
- BETT Award 2009: Finalist in London for British Educational Technology Award
- SourceForge.net Community Choice Awards 2008: Finalist, Best Project for Educators
- AECT Distinguished Development Award 2008: Association for Educational Communications and Technology (Orlando, USA)
- Learnie Award 2006: Austrian Educational Software Award (Vienna, Austria)
- eTwinning Award 2006: 1st prize for "Crop Circles Challenge" with GeoGebra (Linz, Austria)
- Trophées du Libre 2005: International Free Software Award, category Education (Soisson, France)
- Comenius 2004: German Educational Media Award (Berlin, Germany)
- Learnie Award 2005: Austrian Educational Software Award (Vienna, Austria)
- digita 2004: German Educational Software Award (Cologne, Germany)
- Learnie Award 2003: Austrian Educational Software Award (Vienna, Austria)
- EASA 2002: European Academic Software Award (Ronneby, Sweden)

Debido al gran éxito de esta herramienta, han surgido grupos de investigación que se están especializando en el uso de GeoGebra como instrumento para enseñar matemáticas. Es el caso del “**Club GeoGebra Iberoamericano**”, el cual ha sido impulsado

por la Consejería de Economía e Innovación, de la Junta de Andalucía. La coordinación académica se lleva desde la Universidad de Córdoba (España) a través del profesor Agustín Carrillo de Albornoz Torres.

“El objetivo del Club es promover el uso de GeoGebra como instrumento para hacer matemática con el apoyo de un programa libre y gratuito y compartir esta labor con sus estudiantes de todos los países de Iberoamérica, tanto en las aulas como en Clubs que puedan organizar en sus centros” (OEI, [Organización de Estados Iberoamericanos], 2016)

GeoGebra está constantemente evolucionando, lo que provoca una mejora en alcance y el potencial que tiene esta herramienta para el desarrollo de recursos y actividades. De tal manera que, los nuevos avances deben ser compartidos a través de alguna comunidad. Por este motivo, el proyecto del “Club GeoGebra Iberoamericano” ha sido retomado a partir del 1 de noviembre del 2016, tiene acceso a través de <http://ibercienciaoei.org/clubgeogebra/>. El proyecto cuenta con un espacio de trabajo colaborativo que reúne a todos los miembros; y un espacio de coordinación mediado por el equipo de Instituto Iberoamericano de Enseñanza de la Ciencia y la Matemática (IBERCIENCIA) y el Instituto Iberoamericano de TIC y Educación (IBERTIC), y los representantes de cada uno de los Club. Su propósito es proponer “actividades y problemas que requieran el uso de GeoGebra, así como otras iniciativas para difundir y fomentar el trabajo con este software”(OE I,2016).

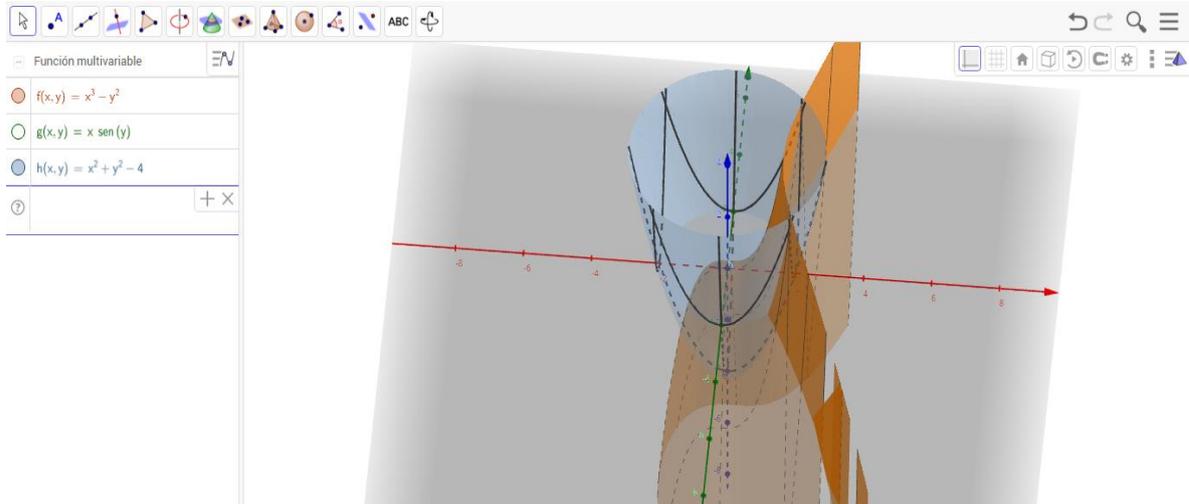
Otro evento importante que reúne a la comunidad GeoGerba es “*GeoGebra Global Gathering*”. El último, celebrado en 2015, a reunió a 200 miembros de la comunidad, representando a 45 países, para aprender, crear y compartir ideas. El próximo evento se celebrará en 2017 en Viena.

### **3.3.5.2 Posibilidades y alcance de los materiales GeoGebra a nivel superior**

Algunos de los aspectos que dificultan el aprendizaje de las matemáticas son la falta de visualización y contextualización de los conceptos. Este problema puede ser mejorado con la inclusión de GeoGebra a la práctica educativa. Desde el punto de vista de la visualización, este software, a través de su interface, permite crear construcciones para cualquier nivel educativo, desde figuras simples de polígonos regulares, líneas y curvas, hasta construcciones de volúmenes a través del cálculo multivariable.

Por ejemplo la Figura 3.5 muestra la graficación de dos funciones en el espacio. Esta construcción puede ayudar a identificar límites de integración para calcular volúmenes

acotados por funciones. Como se puede apreciar, este tipo de configuraciones son de alto nivel, y para ser construidas en la pizarra representaría un gran reto. Además, las figuras pueden ser giradas para visualizar el cuerpo que se ha formado por las funciones.



**Figura 3.5.** Ejemplo de función multivariable construido con GeoGebra.

Fuente: Obtenida del repositorio de materiales de GeoGebra, propietario Juan Manuel Matallana.

Para la contextualización de contenidos de matemáticas, GeoGebra posibilita la virtualización de entornos reales a través de la simulación. Esta función es muy importante, pues permite mostrar a los estudiantes situaciones de la vida real o de laboratorio que sería complicado reproducir dentro del aula. Los modelos dinámicos de los escenarios del mundo real ayudan a los estudiantes a hacer conjeturas matemáticas y mejorar su comprensión (Pierce & Stacey, 2011). La Figura 3.6 muestra una simulación dinámica de un concepto de cinemática, en el que involucra la posición, velocidad y aceleración de dos vehículos, esto sería muy difícil ejemplificarlo realmente, pero es posible a través de GeoGebra, lo que representa una mejora en el aprendizaje significativo de conceptos.



**Figura 3.6** Ejemplo de simulación de cinemática construido con GeoGebra.

Fuente: Obtenida del repositorio de materiales, propietario Francisco Arcia Aguas

Los modelos y simulaciones se han convertido en partes esenciales de entornos de aprendizaje avanzados. Bu y Schoen (2011) presentan una recopilación de distintos autores que han hecho uso de las representaciones y simulaciones con GeoGebra para mejorar el aprendizaje, que naturalmente va más allá de la enseñanza tradicional de las matemáticas. Su libro proporciona una guía práctica para diseñar y utilizar modelos y simulaciones para apoyar el aprendizaje y mejorar el desempeño. Presenta un marco integral de investigaciones sobre usos educativos de modelos y simulaciones, incluyendo simulaciones de eventos discretos y procesos continuos en diferentes contextos.

Se puede percibir la versatilidad y gran utilidad de GeoGebra, así como su potencialidad para atender a diversos problemas, en diferentes contextos que requieren el uso de las matemáticas. Una de las principales bondades de GeoGebra es su capacidad de construcción de figuras dinámicas. Para la comprensión de las matemáticas no basta la visualización de la Figura inicial o sus reconfiguraciones realizadas a través de la manipulación, es necesario estimular a los estudiantes a aprender demostraciones y definiciones más formales, que lo lleven a utilizar raciocinios deductivos y justificar el surgimiento de nuevos resultados. Los ambientes de geometría dinámica promueven el razonamiento deductivo a través de la visualización de los resultados invariantes perceptibles por los movimientos de las figuras (Amado, Sanchez & Pinto, 2015). Bu y Schoen (2011) mencionan que GeoGebra se puede utilizar para apoyar el desarrollo progresivo de modelos mentales apropiados para resolver problemas complejos que implican relaciones matemáticas.

# 4

## Objetos de Aprendizaje

---

- 4.1 Definición de Objeto de Aprendizaje
- 4.2 Características de los Objetos de Aprendizaje
- 4.3 Aportes del conductismo, cognitivism, constructivismo, socio-constructivismo al diseño de Objetos de Aprendizaje
  - 4.3.1 Conductismo
  - 4.3.2 Cognitivism
  - 4.3.3 Constructivismo
  - 4.3.4 Socio-constructivismo
- 4.4 Teorías para el Diseo Instruccional
- 4.5 Taxonomías para el Diseo Instruccional de Objetos de Aprendizaje
- 4.6 Modelo ADDIE para la creación de Objetos de Aprendizaje
  - 4.6.1 Análisis para el diseño de Objetos de Aprendizaje
  - 4.6.2 Diseño de Objetos de Aprendizaje
  - 4.6.3Desarrollo de Objetos de Aprendizaje
    - 4.6.3.1 Estándares y especificaciones e-learning
    - 4.6.3.2 Estructuras jerárquicas de contenidos bajo estándares
    - 4.6.3.3 Construcción de Objetos de Aprendizaje.
    - 4.6.3.4 Etiquetado y empaquetado de Objetos de Aprendizaje
    - 4.6.3.5 LomPad
    - 4.6.3.6 RELOAD (Reusable e-Learning Object Authoring and Delivery)
    - 4.6.3.7 Hypertext Composer (HyCo)
    - 4.6.3.8 Glo Maker
    - 4.6.3.9 EXeLearning
  - 4.6.4 Implementación de los Objetos de Aprendizaje
  - 4.6.5 Evaluación de Objetos de aprendizaje
    - 4.6.5.1 Evaluación de Objetos de Aprendizaje a través de repositorios.
    - 4.6.5.2 Evaluación de Objetos de Aprendizaje a través de instrumentos.

## 4 Objetos de Aprendizaje

Hasta ahora, se han visto las teorías y estrategias didácticas que fundamentan las cuestiones pedagógicas de los seis OA construidos para esta tesis. Sin embargo, otros aspectos deben ser considerados a la hora de construir OA para que estos sean considerados como tales. Por lo que, primero es necesario comprender que es un OA y cuáles son sus atributos, y en base a esto construir recursos educativos que cumplan con los atributos de un OA. Es importante mencionar que los OA navegan en principalmente en dos dimensiones, pedagógica y tecnológica. Un recurso podría estar bien estructurado pedagógicamente, pero su diseño no, esto provocaría un entorpecimiento en la usabilidad y se reflejaría en desmotivación; o puede tener un diseño eficaz en cuanto a su uso e interfaz, pero no tiene un sentido pedagógico que lleve al cumplimiento de objetivos educacionales, consecuentemente se pierde el motivo de haber creado el OA.

Para normalizar la construcción de OA existen taxonomías que presentan una guía de diseño instructivo. Por otro lado, grupos de investigación han desarrollado estándares y especificaciones *e-learning* que permiten la interoperabilidad y reusabilidad de los contenidos, esto es muy importante pues un OA debe poder ser utilizado en diferentes contextos educativos. Finalmente, para que los OA sean de calidad, estos deben pasar por un proceso de evaluación, y una revisión continua, así se mantendrán vigentes y actualizados sus contenidos, entre otras cosas.

En base a lo anterior, como ya se mencionó en el apartado de introducción de esta tesis, ADDIE es una guía básica para la creación de cualquier recurso educativo. En este capítulo, se presentará una sugerencia de actividades específicas a ser realizadas para la creación de OA. Además, se dará un listado de las principales herramientas que han sido desarrolladas bajo estándares y especificaciones *e-learning*, y que pueden ser utilizadas para la construcción, empaquetado, etiquetado y evaluación de OA.

### 4.1 Definición de Objeto de Aprendizaje

Existen varias definiciones para el término de OA, a continuación se muestran algunas de ellas. Se puede apreciar como cada definición se va modificando en base a las anteriores tratando de resolver problemas de ambigüedad, y delimitando lo que puede ser determinado o no como un OA.

James L'Allier (1997) define a un OA como una experiencia educativa independiente, que contiene un objetivo, actividades de aprendizaje y actividades de evaluación. Esta definición propone la idea de que un OA no depende del contexto o de

recursos externos, y no determina si es un recurso digital o no. Además, propone un Diseño Instruccional muy básico.

Cisco System (2000) en su trabajo "*Reusable Information Object Strategy, Definition Creation Process and Guidelines for Building*", presenta el concepto de RIO (*Reusable Information Object*) y lo define como "una porción de información reutilizable y con estructura granular, que es independiente del medio que se utiliza para distribuirlo" (Barritt, Lewis & Wieseler, 1999, p. 2). En esta definición se retoma la independencia de los medios para el uso de los Objetos, y aparece por primera vez la característica de granularidad, esto se refiere al tamaño de un objeto.

La LTSC (*Learning Technology Standard Comitee*) presenta la definición que actualmente es la más común "*entidad digital o no digital que puede ser utilizada, reutilizada o referenciada mientras el aprendizaje sea soportado por tecnologías*" (IEEE LOM, 2002, p. 6). Esta definición permite una amplia inclusión de cosas que pueden ser llamados OA, como archivos multimedia, *Software* educativo, herramientas digitales, incluso personas, organizaciones, o eventos (Morales-Morgado, 2010). Para Polsani (2003) y Wiley (2000a) esta definición es extremadamente amplia e impracticable y falla al no excluir personas, lugares, cosas o eventos.

Posteriormente Kottler, Parsons, Wardengurg y Vornbrock (2000) señalan que se entiende por OA a los contenidos deductivos con un tamaño mínimo, que pueden ser reutilizados y personalizados de acuerdo a las necesidades de cada contexto. Esta definición contiene las características de las anteriores definiciones, que son independencia, reutilización y tamaño. Además, agrega que ahora los OA deben poder ser contextualizados en el área de enseñanza que se quieren utilizar.

Wiley, Gibbons y Recker (2000) enfocan su crítica a la definición de la IEEE e intentan limitarla excluyendo a los objetos "no digitales", definiendo a un OA como "*cualquier recurso digital que pueda ser reutilizado para mediar el aprendizaje*". Esta definición sigue siendo muy amplia, pues aunque se limita a los recursos digitales, no especifica que tienen que ser materiales creados con una intencionalidad pedagógica.

En 2003 Polsani contribuye con su definición "*un objeto de aprendizaje es una unidad autónoma e independiente de contenido de aprendizaje que está dispuesta al reúso en múltiples contextos de enseñanza*" (Polsani, 2003, p. 6).

En 2004 McGreal define OA como "*cualquier recurso digital reutilizable que está encapsulado en una lección o un conjunto de lecciones agrupadas en unidades, módulos, cursos e incluso programas*" (McGreal, 2004, p. 13).

En 2005 para García Aretio los OA son "*archivos digitales o elementos con cierto nivel de interactividad e independencia, que podrían utilizarse o ensamblarse, sin*

*modificación previa en diferentes situaciones de enseñanza-aprendizaje, sean éstas similares o desiguales entre sí y que deberían disponer de las indicaciones suficientes para su referencia e identificación” (García Aretio, 2005a, p. 1).*

En 2009, en la Universidad de Alcalá, Urbán y Sánchez proponen la siguiente definición: *“un OA es una unidad didáctica en formato digital, independiente, autocontenida, perdurable y predispuesta para su reutilización en varios contextos educativos por la inclusión de información autodescriptiva en forma de metadatos” (Fermoso & Pedrero, 2009, p. 4)*

Morales Morgado, García-Peñalvo y Barrón (2007a) definen a un OA como *“una unidad educativa con un objetivo mínimo de aprendizaje asociado a un tipo concreto de contenido y actividades para su logro, caracterizada por ser digital, independiente, y accesible a través de metadatos con la finalidad de ser reutilizadas en diferentes contextos y plataformas”*. Un aspecto importante de esta definición es la inclusión de los metadatos y la interoperabilidad de los recursos a través de estándares de especificación. Se considera que debido a las características que se mencionarán a continuación, ésta es la definición más apropiada, por lo que será tomada para esta investigación.

## **4.2 Características de los Objetos de Aprendizaje**

De acuerdo con las definiciones mencionadas, los OA deben de cumplir con ciertas características para poder ser reutilizados y accesibles desde cualquier espacio. De acuerdo con Area y Adell (2009), plan Ceibal (2009) y Morales-Morgado (2010) estas características son:

- a) **Accesibilidad:** un OA debe poder ser buscado y localizado por internet y acceder a él desde una ubicación remota utilizando esquemas estándares de metadatos.
- b) **Reusabilidad:** esta característica de los OA está en todas las definiciones, por lo que se considera una de las más importantes. La reusabilidad se refiere a que el OA debe poder ser utilizado en distintos contextos educativos, la estructura de los OA debe permitir modificar los contenidos para ser personalizados en cualquier escenario futuro (Sicilia & García, 2003). Morales Morgado, García-Peñalvo y Barrón (2007a), citando a Sicilia (2005) mencionan que, para la reutilización de los OA, la información de sus metadatos debe ser correcta y lo más completa posible, esto facilitará la determinación de los contextos en el que se quiere usar el OA.

- c) **Interoperabilidad:** esta característica se refiere a la compatibilidad de los objetos con plataformas y herramientas informáticas. Al ser reutilizables, los OA deben tener la capacidad de ser interoperables, para poder ser importados y exportados en cualquier tipo de plataforma sin tener que modificarlos ni crearlos. La interoperabilidad se hace posible a través de estructurar la información bajo estándares y especificaciones.
- d) **Durabilidad:** está descrito por la vigencia a pesar del tiempo. Los OA deben soportar los cambios tecnológicos sin que tengan que ser rediseñados o recodificados a fondo. (ADL, 2009a)
- e) **Autocontención.** Un OA debe presentar información que permita por sí mismo conseguir el objetivo propuesto, esta característica le brinda independencia al OA (Morales, García Peñalvo, Campos & Astroza, 2012)
- f) **Asequibilidad:** Los OA deben reducir costos y tiempos, y aumentar la eficiencia y la productividad en los procesos de instrucción (ADL, 2006).
- g) **Granularidad.** En la definición de James L'Allier (1997) aparece la primera referencia acerca del tamaño de los OA, el autor dice que un OA es la experiencia de formación independiente más pequeña. La granularidad se refiere al tamaño que tienen los OA. Esta característica está relacionada con la reutilización, pues si el tamaño no es el adecuado podría dificultarse la reusabilidad (IEEE LOM, 2002). Considerando el nivel de granularidad o tamaño propuesto por IEEE LOM (2002). Morales Morgado, García-Peñalvo y Barrón (2007a, p. 113) sugieren la siguiente clasificación:
- OA nivel 1: Se refiere al nivel más atómico o granular de agregación, ej: imágenes, segmentos de texto o vídeos (IEEE LOM, 2002).
  - OA nivel 2: Es una lección específica, con un tipo de contenido (datos y conceptos, o procedimientos y procesos o reflexión y actitud) y finalmente y actividades de evaluación y práctica (opcional).
  - OA nivel 3: Un módulo de aprendizaje compuesto por un conjunto de lecciones (OA de nivel 2)
  - OA nivel 4: Un curso compuesto por un conjunto de módulos (OA de nivel 3)

Estas características deben tomarse en cuenta al momento de crear un OA, pues sin duda, estas delimitan y especifican aquello que es o no un OA.

### 4.3 Aportes del conductismo, cognitivism, constructivismo, socio-constructivismo al diseño de Objetos de Aprendizaje

La elaboración e implementación de cualquier recurso educativo requiere de una planeación y diseño adecuado para que tenga, en medida de lo posible, éxito en la mejora del aprendizaje. Para conseguir esto, el diseñador puede apoyarse en teorías que expliquen cómo sucede el aprendizaje, y en base a eso planificar y generar las actividades y recursos que considere necesarios. Las corrientes teóricas generalmente están clasificadas en conductismo y cognitivism, y del cognitivism se desprenden las perspectivas constructivistas, socio-constructivistas. A continuación se presenta un panorama de cada una de estas corrientes, sus principales exponentes y sus aportes al diseño de OA.

#### 4.3.1 Conductismo

En esta corriente el aprendizaje es definido como el cambio permanente o parcial en el comportamiento del individuo como consecuencia de la experiencia. Los estudiantes aprenden a conocer la realidad a través de los sentidos, y son considerados como sujetos pasivos perceptores de información. En este enfoque se destacan las teorías conexionistas, las cuales establecen que el aprendizaje se genera a través de conexiones entre estímulos y respuestas (E-R). Las respuestas son los comportamientos, y los estímulos las acciones que llevan a los comportamientos. La Figura 4.1 muestra los autores más relevantes.

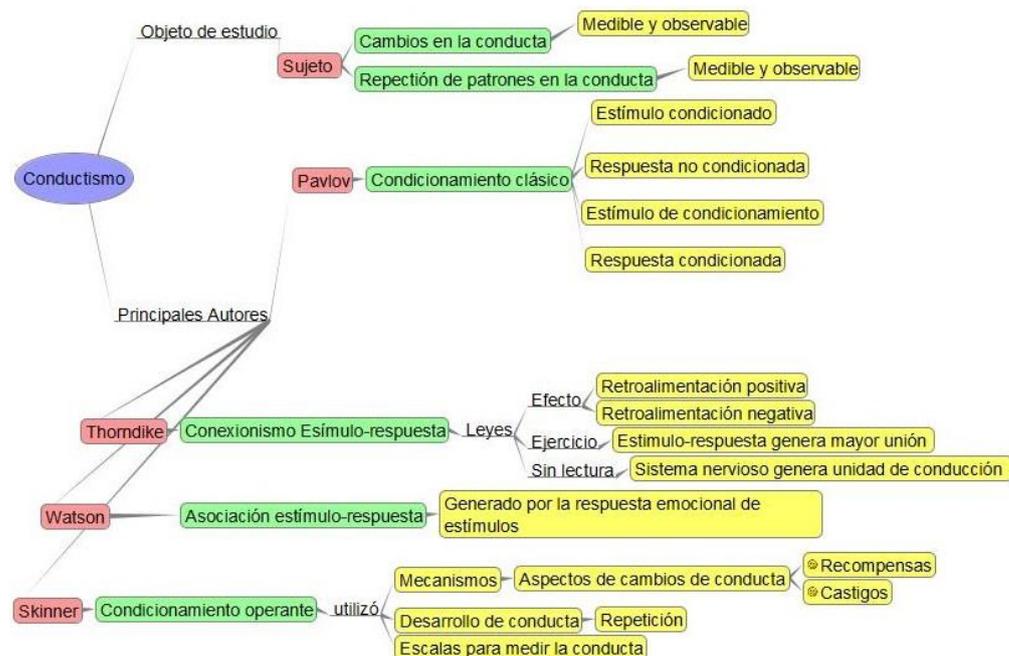


Figura 4.1 Autores e ideas principales del conductismo (Elaboración propia)

Entre estos autores destaca la teoría del **Condicionamiento Operante** de Skinner (1938). Esta teoría dice que el aprendizaje es el proceso de fortalecer conductas tras haber obtenido un resultado favorable inmediato (Refuerzo) y por el contrario, disminuye la posibilidad de repetir acciones que traen consigo consecuencias negativas. Es un tipo de aprendizaje asociativo, tiene que ver con el desarrollo de nuevas conductas a través de conexiones entre E-R. A las recompensas o castigos obtenidos como consecuencia de un comportamiento se les denomina refuerzos positivos y refuerzos negativos, estos deben ser dados inmediatamente después de la respuesta para que el sujeto pueda asociarlos.

El refuerzo positivo es una cosa o evento que aumenta la frecuencia de la respuesta del individuo. Por otro lado, el refuerzo negativo es una cosa o evento que si es eliminado aumenta la frecuencia de la respuesta por parte del sujeto. Se denomina “negativo” porque la respuesta se incrementa cuando el refuerzo desaparece.

Por ejemplo, en el aula, un refuerzo positivo puede ser un elogio del profesor cuando el estudiante ha realizado una tarea correctamente, o un reconocimiento público de su buen desempeño; y un reforzador negativo podría ser, que el profesor eliminara una prueba si el estudiante ha entregado todas sus tareas y mostrado un buen comportamiento, en ambos refuerzos se espera que se repita la conducta.

De modo general, todas las teorías comportamentales actúan de esta manera. Cabe destacar que estas fueron escritas en base a métodos experimentales, donde en un principio los objetos de estudio eran animales como perros, aves, ratas, etc. Sin embargo, después fueron incluidos niños. En primera instancia los científicos observaron que sucedía lo mismo que con los animales, pero después se percataron que algo acontecía en la mente de los sujetos estudiados, y que esto se debía a la capacidad de razonamiento de los humanos. Consecuentemente, esto despertó la curiosidad y la necesidad de establecer otros pensamientos, y con ello surgieron las teorías cognitivistas. A continuación, se presentan algunos de los principales exponentes.

Para el conductismo, el aprendizaje se refleja cuando existe un cambio en el comportamiento del sujeto. Estas modificaciones ocurren cuando existe una interacción entre el estímulo-respuesta. En esta corriente, el aprendizaje debe ser medible en base a los cambios de conducta que se observa. Sobre esta base, los primeros usos del ordenador en la educación se basan en la teoría del condicionamiento operante de Skinner (1938). Un ejemplo de material instruccional basado en esta corriente es la instrucción programada; el tema de estudio se selecciona y se subdivide en estructuras menores con una secuencia lógica para dar al estudiante un aprendizaje sencillo; después, se integra el reforzamiento, que consiste en dar la retroalimentación inmediatamente cuando el estudiante ha dado una respuesta a una pregunta.

Los primeros programas eran textos u objetos mecánicos llamados “máquinas de enseñar”, presentaban secuencialmente preguntas y dependiendo de la respuesta del sujeto, si era correcta o no, recibía un refuerzo positivo o negativo respectivamente. A este uso del ordenador, claramente con enfoque conductista, se le llama EAO (Educación Asistida por Ordenador) o CAI en inglés, (*Computer Assisted Instruction*) y se basa en la repetición de ejercicios para lograr un objetivo. Los contenidos pueden ser organizados lineal o ramificadamente, pero siempre de manera jerárquica, de tal modo que para alcanzar un nuevo objetivo sea necesario haber superado el anterior (Morales-Morgado, 2010). El diseñador debe estipular el número de respuestas correctas que considere suficientes para seguir a la siguiente etapa. Los refuerzos deben ser pensados para motivar al estudiante a seguir respondiendo de manera correcta, estos pueden ser animaciones, puntuaciones, etc.

Benítez (2010) plantea que los modelos que tienen su fundamento en el conductismo, “son lineales, sistemáticos y prescriptivos; se enfocan en los conocimientos y destrezas académicas y en objetivos de aprendizaje observables y medibles” p. 67. Las tareas a seguir para el Diseño Instruccional basado en esta corriente son (Belloch, 2013, p.2):

- Una secuencia de pasos a seguir.
- Identificación de las metas a lograr.
- Los objetivos específicos de conducta.
- Logros observables del aprendizaje.
- Pequeños pasos para el contenido de la enseñanza.
- Selección de las estrategias y la valoración de los aprendizajes según el dominio del conocimiento.
- Criterios de evaluación previamente establecidos.
- Uso de refuerzos para motivar el aprendizaje.
- Modelaje y práctica para asegurar una fuerte asociación estímulo-respuesta, secuencia de la práctica desde lo simple a lo complejo.

Desde esta perspectiva, en el diseño de OA los contenidos deben ser presentados de manera secuencial, de tal manera que el estudiante vaya avanzando conforme alcanza los objetivos de aprendizaje. En el conductismo el conocimiento es algo independiente de la experiencia, por este motivo, el conocimiento puede ser dividido en pequeñas unidades, dando paso a la característica de granularidad de los OA, que según Morales-Morgado (2010) promueve desde un punto de vista pedagógico:

- Motivación de los estudiantes.
- Asimilación de los contenidos.
- Repetición de los contenidos cuando no se alcancen los objetivos propuestos.

- Control de los refuerzos y retroalimentación en cada OA.
- Organización de la secuencia de los OA.

En base a este enfoque, el diseño instruccional de los OA debe ser planeado y estructurado para promover el conocimiento, estimulando al estudiante con recompensas como puntuaciones, animaciones, o logro de metas para avanzar a un siguiente nivel; y si no consigue los objetivos, puede repetir los ejercicios propuestos y repasar la información cuantas veces sea necesario hasta demostrar que ha alcanzado los objetivos.

#### **4.3.2 Cognitivismo**

El enfoque conductista solo se centraliza en las metas alcanzadas y las acciones que pueden ser visibles sin considerar el contexto, el medio en que se desenvuelve el estudiante o lo que sucede dentro de su mente. El cognitivismo se ocupa de comprender los cambios que suceden en la estructura cognitiva, partiendo de las estructuras previas.

Una de las principales teorías de esta corriente es la del “Aprendizaje Significativo” de Ausubel (1983). En esta, la adquisición de conocimientos se estimula de manera intrínseca, de tal modo que el estudiante se sienta motivado para aprender por factores internos. Además, se enfoca en la idea de que el aprendizaje debe ser significativo y no memorístico y sin sentido. Para esto es necesario que se agreguen significados que modifiquen las estructuras cognitivas de los sujetos, y que los conocimientos sean aplicados en un contexto de interés.

Esta teoría se basa de manera general en que el aprendizaje es significativo a través de la interiorización de conceptos dada por la instrucción. Establece que el aprendizaje se construye a partir de los conceptos previamente adquiridos por los individuos. Distingue entre el aprendizaje memorístico y el significativo. El aprendizaje memorístico es aquel en el que los contenidos están asociados de manera arbitraria, sin un sentido de significado para el sujeto que aprende. Sin embargo, el aprendizaje memorístico puede convertirse en significativo si se produce con materiales que tengan un significado entre sí (Ausubel, NovaK & Hanesian, 1983).

El aprendizaje es significativo cuando el nuevo material adquiere significado para el sujeto, relacionando los conocimientos previos adquiridos por pasadas experiencias con los nuevos. Para que esto se cumpla, el material a aprenderse debe tener un significado en sí mismo, que el estudiante disponga de los inclusores previos cognitivos necesarios para asimilar ese significado y una disposición hacia adquirir el aprendizaje. Para Novak y Gowin (1984), citados por Pozo (2010), a diferencia del aprendizaje memorístico, el aprendizaje significativo debe estar relacionado con experiencias, objetos y aspectos

afectivos, así conseguirá relacionar los nuevos conocimientos con aprendizajes anteriores. Según Ausubel (1983) para que se desarrolle un aprendizaje significativo de deben cumplir los siguientes requisitos:

1. El material a aprender debe poseer significado en sí mismo, es decir, que sus elementos estén organizados en una estructura predeterminada, ya sea lógica o jerárquica, y tener una intención. Para incrementar la significancia de los materiales debe considerarse el entorno de los estudiantes.
2. La predisposición del estudiante para adquirir un aprendizaje significativo, el sujeto debe tener algún motivo para aprender.
3. La estructura cognitiva del estudiante debe contener subsumidores. El sujeto debe tener conocimientos previos que pueda relacionarlas con el nuevo material, donde la nueva información aprendida modifique la estructura cognitiva del individuo.

El aprendizaje significativo posee dos características básicas, la no-arbitrariedad, esto es que los materiales de aprendizaje deben relacionarse de manera no-arbitraria con los conocimientos existentes de la estructura cognitiva del sujeto. Es decir, debe existir una relación entre los nuevos conceptos y los subsumidores. Cuando los nuevos conocimientos se comprenden y se fijan en conocimientos específicamente relevantes (subsumidores) preexistentes en la estructura cognitiva, los nuevos conceptos pueden aprenderse significativamente (Moreira, Caballero, & Rodríguez, 1997). Por otro lado, está la sustantividad, esta característica se refiere a que el nuevo conocimiento que se incorpora a la estructura cognitiva es la sustancia, esto permite que el significado de un mismo concepto pueda expresarse de diferentes maneras.

El nivel más básico de aprendizaje significativo es el **representacional**. En estese establece una relación entre símbolos (generalmente palabras) y su significado (lo que las palabras representan). El siguiente nivel es el aprendizaje **conceptual**, es un caso especial del aprendizaje representacional, pues los conceptos también pueden ser representados por símbolos independientes o categorizados. En otras palabras, es aprender que el concepto está representado por una palabra y relacionarla con el significado del concepto. El último nivel es el aprendizaje **proposicional**, en este nivel el sujeto aprende significados de ideas expresados por un conjunto de palabras (generalmente representando conceptos) combinadas en proposiciones o sentencias.

Ausubel (1983) menciona que la estructura cognitiva tiende a organizarse de manera jerárquica en términos de nivel de abstracción, generalidad e inclusividad de sus contenidos. De esta manera, los materiales de aprendizaje establecen una relación con la

estructura cognitiva de tipo subordinado, supraordinado y combinatorio. Cuando los nuevos materiales son menos generales y quedan “subsumidos” bajo ideas más generales (submisores) es denominado **subordinado**. Además, si el nuevo material de aprendizaje se desprende de una idea ya conocida se denomina derivativo; o si el nuevo material se vincula al submisor, pero es una extensión o modificación de éste, el aprendizaje subordinado se considera correlativo.

Cuando el nuevo material de aprendizaje es menos general que las ideas previas, existe una relación de superordenación con la estructura cognitiva. El nuevo concepto es más general y puede subsumir a los conceptos o proposiciones ya existentes, a este aprendizaje se le denomina **superordenado**.

Existen casos en que el aprendizaje no es ni subordinado ni superordenado. Los materiales de aprendizaje no son subordinables ni son capaces de subordinar, pues tienen la misma jerarquía que los conceptos existentes en la estructura cognitiva. Este tipo de aprendizaje recibe el nombre de aprendizaje **significativo combinatorio**. La idea principal del aprendizaje significativo es que debe ser construido a partir de las estructuras cognitivas pre-existentes de los individuos. Este proceso es similar a la acomodación de Piaget, presentada en el siguiente apartado.

La enseñanza cognitiva comprende una serie de acciones que guían a los estudiantes a memorizar, recordar y transferir los conocimientos para entenderlos y desarrollar habilidades intelectuales (Reigeluth, 1999). Además debe de planear actividades que motiven de manera interna su aprendizaje, y considerar estrategias que le permitan identificar sus conocimientos previos.

En base a lo anterior, el aporte de esta corriente al diseño de OA es la presentación de objetivos educacionales como motor de motivación. Los contenidos deben ser organizados con una estructura jerárquica, en la que se consideren los temas tratados previamente e incluyan actividades, que contextualicen los contenidos enseñados para que estos tengan un significado. Además el sistema de navegación de los OA debe ser hipertextual e hipermedial, pues como menciona Moral (2000), este sistema es similar a cómo funcionan los procesos cognitivos. La hipertextualidad permite al estudiante priorizar los temas y actividades que le provoquen mayor interés.

### 4.3.3 Constructivismo

Este enfoque se deriva de la perspectiva cognitivista. En esta corriente el sujeto construye activamente su conocimiento dependiendo de sus necesidades e intereses y de su interacción con el entorno. Para algunos teóricos constructivistas, el estudiante va

construyendo su aprendizaje a partir de las estructuras cognitivas previas, y de la interpretación y aplicación que haga de los nuevos conocimientos que ha adquirido. Además, dependiendo del medio donde se desenvuelve, desarrollará el pensamiento efectivo, el razonamiento y habilidades cognitivas para la resolución de problemas (Gros, 1997). Los conocimientos adquiridos deben ser muy bien comprendidos para poder ser aplicados y transferidos a diferentes contextos. En base a esto, se puede decir que el estudiante es el responsable de su propio aprendizaje y la instrucción pasa a ser una guía que ayude al estudiante a desarrollar sus capacidades cognitivas.

El principal exponente de esta corriente es Piaget. El cual presenta “Teoría del Desarrollo Cognitivo” en el año del 1976. Este autor define al aprendizaje como “Aumento del conocimiento”, pues en la época cuando el autor desarrolló su trabajo, era definido como un cambio en el comportamiento del individuo derivado de la experiencia. Al ser un científico cognitivista, este rechazaba las ideas comportamentales, se focalizaba en los procesos internos y en que el aprendizaje, o aumento del conocimiento como él lo llamaba, ocurre cuando el esquema de asimilación sufre una acomodación.

La asimilación es la interiorización de algo a una estructura cognitiva preestablecida, es decir, el individuo incorpora la realidad a esquemas mentales de asimilación preexistentes. Cuando los esquemas no consiguen asimilar alguna situación, por medio de la acomodación se modifican las estructuras existentes, lo que lleva a nuevos esquemas de asimilación, y en consecuencia el desarrollo cognitivo.

La acomodación no solo es la modificación de esquemas previos, sino también una nueva asimilación por nuevos esquemas contruidos. Estos dos procesos están relacionados entre sí, pues no hay asimilación sin acomodación, ni viceversa; y se van formando en base a un equilibrio entre ambos. El autor propone un modelo de proceso de equilibración en el que existen tres niveles de complejidad para el equilibrio (Piaget, 1976):

- En el primer nivel, las estructuras de esquemas preexistentes deben estar en equilibrio con los objetos que asimila. Cuando un acontecimiento no se ajusta a sus predicciones se produce un desequilibrio, más el sujeto posee un esquema que le ayuda a comprender porque no sucedió lo que él esperaba y lo acomoda.
- En el segundo nivel, debe haber un equilibrio entre los esquemas que el sujeto posee, asimilándose y acomodándose recíprocamente. En otras palabras, debe utilizar los esquemas que tiene disponibles en su estructura cognitiva para asimilar algo.

- En el tercer nivel, el equilibrio se logra a través de la integración de nuevos esquemas, cuando el sujeto modifica los esquemas previos y ahora tiene nuevos esquemas para asimilar el nuevo conocimiento. De esta manera, mientras más esquemas tiene el sujeto, el desarrollo cognitivo es mayor.

Los procesos cognitivos suceden de diferente manera dependiendo de la edad del sujeto. Los cuatro periodos de desarrollo cognitivo de un sujeto (Piaget, 1971) son:

1. La etapa **sensorio-motor** es la primera de las cuatro del desarrollo cognitivo y se extiende desde el nacimiento hasta la adquisición del lenguaje. Después del nacimiento, el niño tiene comportamientos reflexivos y no distingue su yo del ambiente, entiende el medio como una extensión de su cuerpo. En esta etapa el niño construye su conocimiento a través de la interacción física de su cuerpo con los objetos que lo rodean, y progresivamente, va descentralizándose hasta que identifica a su cuerpo como algo independiente.
2. La etapa **pre-operacional** va de los 2 a 7 siete años aproximadamente. Con el conocimiento del lenguaje y con imágenes mentales del medio, el niño inicia una nueva etapa, pero aún no entiende una lógica concreta y no es capaz de manipular cognitivamente la información. Continúa en una postura egocéntrica, pues explica las situaciones de acuerdo a sus experiencias, aunque, muchas veces no sean coherentes con la realidad.
3. La **operacional-concreta** ocurre entre las edades de 7 y 11 años; y se caracteriza por el utilizar una lógica concreta. En esta etapa se produce una descentralización progresiva y comienza a ver el mundo desde otras perspectivas. El pensamiento es más organizado, el niño consigue pensar de forma jerárquica y progresiva. Consecuentemente, adquiere una mayor precisión, pero necesita de algo concreto para poder razonar.
4. La última etapa se conoce como las **operaciones formales**; y ocurre durante la adolescencia y en la edad adulta. Los pensamientos utilizan símbolos y los puede relacionar con conceptos abstractos. El sujeto ahora es capaz de razonar hipotéticamente y deductivamente. En esta etapa surge el pensamiento abstracto y la metacognición, lo que permite a los individuos reflexionar acerca de cómo se dan sus procesos de pensamiento.

De acuerdo con esta teoría todos los individuos deben pasar por cada una de estas etapas y realizar actividades de acuerdo a su edad para no experimentar una sensación de frustración. Durante la transición de cada una, el niño puede presentar características de la

etapa anterior, esto es debido a que el desarrollo cognitivo se da paulatinamente. Además, puede variar dependiendo de las capacidades intelectuales de cada sujeto.

Las aportaciones del constructivismo al diseño de OA está dado en colocar la atención en los entornos de aprendizaje y en los estudiante antes que en la instrucción (García-Valcárcel, 2005). Las instrucciones deben ser lo suficientemente claras y específicas para que el estudiante sea capaz de navegar por sí solo dentro de un OA. También es importante colocar enlaces a diferentes referencias, recursos didácticos y herramientas que lo puedan ayudar a construir sus propios procesos de aprendizaje, dirigiendo sus capacidades e intereses a ciertos contenidos, y construyendo sus propios significados. La Intertextualidad, desde este enfoque, está orientado a proporcionar información adicional que le ayude a la adquisición del conocimiento y a la resolución de problemas (Del Moral, 2000). Incluso, si el diseñador considera que algún concepto sea indispensable como conocimiento previo, puede colocar un vínculo para que pueda ser consultado.

#### **4.3.4 Socio-constructivismo**

A diferencia de otras teorías cognitivas que se han estudiado en este capítulo que se enfocan en el sujeto, esta corriente centra el aprendizaje en la interacción social, no en el individuo ni en el entorno, sino la relación entre ellos. Generalmente, los sujetos no crecen aislados, sino dentro de una sociedad en la cual están permanentemente interactuando con el medio. La interacción social necesita de al menos dos personas para intercambiar información o experiencia. Además, debe haber cierto nivel de reciprocidad para que haya un involucramiento activo entre los participantes. La influencia del ambiente social es determinante en el desarrollo del sujeto y puede ser estructurado en tres niveles (Vygotsky, 1978) :

1. **El nivel interactivo inmediato.** Formado por los individuos con los cuales el sujeto interactúa en un momento determinado.
2. **El nivel estructural.** Formado por estructuras sociales predeterminadas como la familia y la escuela.
3. **El nivel cultural.** Formado por la sociedad en general.

Para Vygotsky (1978), esta interacción es elemental en cómo el individuo piensa, se desarrolla socialmente y se desenvuelven sus procesos cognitivos. El desarrollo cognitivo se da por medio de la transformación de relaciones sociales en funciones mentales (internas) a través de la mediación. La cual incluye el uso de instrumentos y signos. Un

instrumento es alguna cosa que puede ser utilizado para realizar alguna actividad; y un signo es algo que significa alguna cosa diferente, estos pueden ser de tres tipos: Indicadores, icónicos y simbólicos.

Los **instrumentos y signos** son construidos socialmente, y su interiorización permite el desarrollo de procesos cognitivos superiores. El pensamiento del sujeto se va constituyendo progresivamente a través de la mediación, y la maduración determina si el sujeto puede hacer ciertas cosas o no. Además, se deben de tener requisitos previos para lograr determinados alcances cognitivos. Cuando las funciones que realiza el sujeto están en proceso de maduración se dice que se encuentra en la Zona de Desarrollo Próximo (ZDP). Este concepto se refiere a:

“la distancia entre el nivel real de desarrollo, determinado por la capacidad de resolver independientemente un problema, y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero más capaz” (Vygotsky, 1978, pp. 133-134).

El concepto de ZDP permite comprender lo siguiente:

1. Los sujetos pueden participar en tareas que no comprende del todo o que no son capaces de realizar de manera individual.
2. La solución de problemas no tienen un solo modo de resolución. Además, la solución está distribuida entre los participantes. El intercambio en la distribución de la actividad con respecto a la actividad es lo que conforma el aprendizaje.
3. En la ZDP, el mediador no actúa de acuerdo con su propia definición de la situación, sino que a partir de la interpretación de determinada situación, puede cambiar de metodología según vayan surgiendo las necesidades.
4. Cada sujeto tiene situaciones nuevas entre sí y el conocimiento faltante.
5. El desarrollo está estrechamente relacionado con el conjunto de contextos en los que está inmerso un individuo o grupo social.

En la ZDP la instrucción tiene un papel mediador para guiar al estudiante hasta llegar a su nivel de desarrollo potencial. El mediador no actúa de acuerdo con su propia definición de la situación, sino a partir de la interpretación de determinada situación, puede cambiar de metodología según vayan surgiendo las necesidades. Un mediador puede ser un profesor o un compañero que ya haya alcanzado el nivel de desarrollo potencial. Con esta perspectiva se concibe que los mediadores sean los portadores de algún

conocimiento que puede ser compartido con otros sujetos dando una experiencia de aprendizaje social.

Es importante identificar que esta teoría presenta al sujeto como agente activo dentro de proceso de aprendizaje, y no como un receptor de información pasivo. Atribuye al aprendizaje como producto de la interacción del sujeto con su entorno social; donde no solo interactúa con los objetos materiales y culturales, sino que está involucrado y relacionado con las personas y el entorno que lo rodean. Por eso es que el individuo debe comunicarse con otros para tener un proceso de apropiación y de asimilación activa, como medio esencial para su formación.

En base a lo anterior, se puede entender que los Sistemas de Gestión del Aprendizaje (SGA) actúan como mediadores, y que el aprendizaje se deriva de la interacción entre estos y los sujetos. Pero no solo los SGA pueden ser mediadores, Wenger (2001) menciona que un ejemplo de socio-constructivismo son las comunidades de práctica. Estas son un conjunto de personas que tienen interés en un tema en común, y que se han encontrado para aprender interactuando regularmente entre ellos. Los miembros realizan actividades que permitan compartir experiencias y reflexiones en colaboración con otros. Las características de una comunidad de práctica son:

- El dominio: los miembros tienen una identidad dada por un dominio compartido de interés.
- La comunidad: los integrantes realizan actividades y participan en discusiones generando relaciones que les permitan aprender unos de otros.
- La práctica: los participantes desarrollan y comparten repositorios de recursos.

El objetivo de las comunidades de práctica es el intercambio de conocimientos entre los miembros de la comunidad bajo un entorno colaborativo y de trabajo en equipo (Morales-Morgado, 2010). Basado en esto, el socio-constructivismo aporta al Diseño Instruccional de OA la planeación actividades a ser realizadas en una comunidad de práctica, con el objetivo de generar el conocimiento y mejorar el aprendizaje, las herramientas que pueden ser utilizadas para este fin son foros, blogs, chats, entre otros.

Para que los OA promuevan el aprendizaje, deben ser construidos con un Diseño Instruccional adecuado. Es decir, que cada una de las actividades integradas tengan un sentido y sean coherentes y lleven a conseguir los objetivos de aprendizaje. Además de los entornos educativos y los recursos creados basados en estos enfoques, están las actividades específicas que deben ser realizadas por el estudiante a través de la instrucción. Estas deben ser escogidas dependiendo del tipo de conocimiento que ha de ser alcanzado y de acuerdo al nivel cognitivo. Existen taxonomías específicas que ofrecen

una guía para la planificación y organización de las actividades incluidas en los OA, pero antes de esto, es necesario mostrar algunos modelos taxonómicos de autores que han clasificado el aprendizaje en diferentes habilidades cognitivas, y que han servido como base para las taxonomías para el Diseño Instruccional de recursos educativos digitales.

#### 4.4 Teorías para el Diseño Instruccional

Las estrategias instruccionales deben dar una guía en el uso y gestión de la información colocada en los OA, no debe ser organizada de tal manera que solo cumpla con los requisitos de interoperabilidad y reusabilidad, sino que deben tener un sustento y sentido pedagógico, considerando que el principal objetivo de los OA es apoyar, facilitar o mejorar el aprendizaje. Las Teorías para el Diseño instruccional son aquellas que intentan explicar cómo cada uno de los elementos incluidos en el proceso de enseñanza-aprendizaje promueven el aprendizaje en cualquier entorno. Para comprender mejor lo que son estas teorías, primero, se debe entender lo que es el Diseño Instruccional (DI):

- Bruner en el año de (1996), menciona que el DI se enfoca en la planeación, el diseño y elaboración de los recursos y ambientes adecuados para lograr el aprendizaje.
- Reigeluth y Stein (1983) define al DI como un sistema que comprende un conjunto métodos interrelacionados óptimos de instrucción, para crear cambios deseados en los conocimientos y habilidades del estudiante.
- Berger y Kam (1996), proponen al DI como un proceso, definen que el DI es: el desarrollo sistemático de métodos específicos, basados en las Teorías del Aprendizaje. Integra el análisis de necesidades de aprendizaje, las metas y el desarrollo de materiales, actividades instruccionales, evaluación y seguimiento de situaciones que facilitan el aprendizaje.
- Para Broderick (2012) el DI es el arte generar un ambiente instruccional y los materiales necesarios para lograr en el estudiante la capacidad para desarrollar ciertas tareas.
- Una definición más amplia y semejante a la de Berger y Kam (1996) es la de Richey, Fields y Foxon (2001) en la que también se propone al DI como un proceso, pues los autores definen al DI como una planificación instruccional sistemática que contempla la valoración de necesidades, el desarrollo, la evaluación, la implementación y el mantenimiento de materiales y programas para lograr el aprendizaje.
- Majo y Marquès (2002) consideran al DI como la concreción de un método para

desarrollar la instrucción que integre: objetivos educativos, las características generales del grupo de estudiantes, las estrategias didácticas que se han de emplear, procesos de evaluación, etc. Las diferentes actividades realizadas dentro del proceso de aprendizaje deben de estar interrelacionadas. Las diferentes estrategias instruccionales responden a un objetivo de aprendizaje determinado y están basados en alguna teoría del aprendizaje.

En estas definiciones se ven claramente elementos en común, por lo que se puede definir al DI como un proceso que funciona sistemáticamente a través de métodos basados Teorías del Aprendizaje, y cuyo propósito es asegurar el alcance de objetivos de aprendizaje planteados. Este proceso implica la detección de necesidades, el desarrollo e implementación de materiales, y actividades instruccionales y de evaluación.

Por lo que las Teorías del DI están orientadas a explicar el cómo la inclusión de elementos como objetivos, contenidos, actividades, evaluación, etc; promueven el aprendizaje. Reigeluth (1999) es quien denomina al DI como teoría *“que ofrece una guía explícita sobre cómo enseñar a aprender y mejorar”* (p. 15). Este enfoque se refiere a un conjunto de técnicas, principios y modelos para relacionar de manera coherente los elementos teóricos de instrucción en el proceso de aprendizaje con el propósito de lograr los objetivos establecidos. De acuerdo con el autor las principales características de las Teorías del DI son:

- Orientadas hacia el DI, se enfocan en los medios que permitan el alcance de los objetivos de aprendizaje y desarrollo de los estudiantes.
- Prescriptivas, proporciona los métodos de instrucción para realizar las acciones que lleven a lograr resultados en el aprendizaje.
- Identifican situaciones en las que se puedan utilizar los métodos de instrucción. Esto indica que los métodos no son generales sino que se deben adaptar a situaciones específicas.
- Los métodos de instrucción pueden ser divididos en componentes más específicos.
- Los métodos de instrucción se consideran más probabilísticos que determinísticos, pues aumentan las posibilidades de alcanzar los objetivos.

Se ha dado un panorama general de lo que son las Teorías del DI, así como las funciones que tienen dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje, pero ¿cuáles han sido sus aportaciones para el DI de recursos educativos digitales? Como ya se mencionó, las Teorías de DI están basadas en las Teorías del Aprendizaje. Desde esta perspectiva se

presentan las contribuciones de algunas teorías con enfoques conductistas, cognitivistas, constructivista y socio-constructivista para el DI de OA.

Dentro del proceso de aprendizaje existen una serie de actividades que deben ser realizadas por los estudiantes a través de la instrucción. En medida que los estudiantes van obteniendo ciertas habilidades pueden desarrollar otras más complejas. Esta es la idea principal de organizar los tipos de conocimiento por niveles de complejidad de forma ascendente, de lo simple a lo más complicado. A continuación, se presentan algunos modelos taxonómicos.

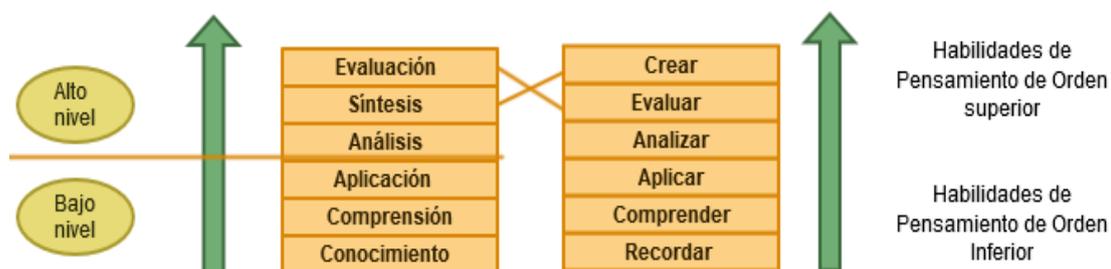
**La taxonomía de los dominios cognitivos de Bloom** (1956) es estructurada por niveles de complejidad de forma ascendente, es decir, que para adquirir una habilidad de un nivel más avanzado, el estudiante debió haber adquirido la habilidad del nivel anterior, por ejemplo, solo después de conocer algo, podrá ser comprendido y aplicado. En este sentido, la taxonomía de Bloom es una organización jerárquica del orden en el que se desarrollan los procesos cognitivos de acuerdo a su nivel de complejidad. Estos procesos son acumulativos y representan los resultados de aprendizaje esperados. La Figura 4.2 muestra los dominios cognitivos. Como se puede ver, existe una relación ascendente y dependiente entre los niveles. Su descripción de acuerdo con Bloom (1956) es la siguiente:

1. **Conocimiento:** el estudiante debe conocer y recordar la información aproximada acerca de lo aprendido.
2. **Comprensión:** el estudiante atiende e interpreta la información con base a lo aprendido previamente, es capaz de explicar, resumir, ilustrar, etc.
3. **Aplicación:** el estudiante selecciona y transfiere la información aprendida para resolver algún problema.
4. **Análisis:** el estudiante encuentra patrones, reconoce significados e identifica y relaciona componentes de un conjunto.
5. **Síntesis:** el estudiante integra y combina ideas para crear un producto relacionado con su experiencia.
6. **Evaluación:** el estudiante valora o critica en base a padrones y criterios específicos para hacer juicios.



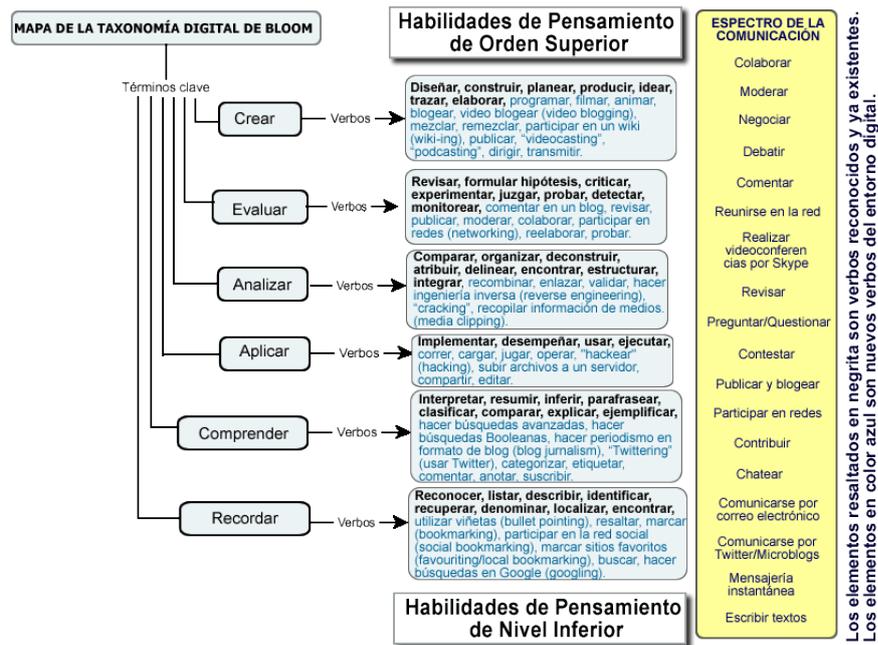
**Figura 4.2** Niveles cognitivos de la taxonomía de Bloom (1956)

En el año 2001 una revisión de la taxonomía de Bloom (1956) fue publicada por sus estudiantes Anderson y Krathwoh (2001). Uno de los aspectos más importantes de esta revisión es el uso de verbos para cada nivel, pues los autores determinan que las categorías son acciones que realiza el estudiante, por lo que deben ser descritas por verbos en lugar de sustantivos. Anderson y Krathwohl (2001) atribuyen el conocimiento a la memoria, e integran la creatividad como un elemento del dominio cognitivo y eliminan el proceso de síntesis. Para los autores el crear es la acción de mayor nivel de complejidad, en donde el sujeto es capaz de diseñar y construir en base a la información obtenida (Marcheti Ferraz & Belhot, 2010). La Figura 4.3 muestra los cambios realizados en la taxonomía original.



**Figura 4.3** Revisión de la taxonomía de Bloom (Anderson, Krathwohl & Bloom, 2001)

Los verbos de la taxonomía de Bloom describen muchas de las actividades, acciones y procesos que se realizan en el salón de clases. Aunque esta taxonomía fue considerada en una era donde no existían el uso de las TIC para el proceso de aprendizaje, también atiende a las necesidades formativas en la era digital. La Figura 4.4 muestra los verbos y las habilidades y actividades que realiza el estudiante a través del uso de las TIC para el desarrollo de los dominios cognitivos.

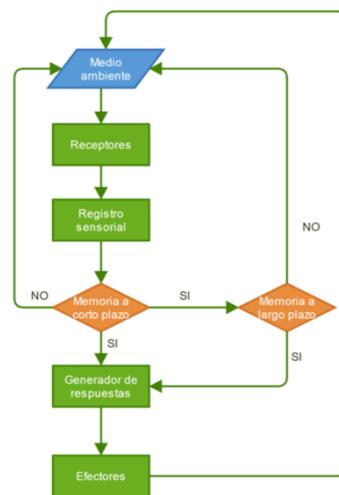


**Figura 4.4.** Mapa de la taxonomía de Bloom en la era digital. (Churches, 2009)

**El Modelo de aprendizaje Taxonómico de Gagné (1975).** Para conocer el Modelo de DI de este autor, primero se debe comprender su perspectiva acerca del proceso de aprendizaje de los sujetos. Según Gagné (1975) el aprendizaje consiste en un cambio en la disposición o capacidad humana de relativa permanencia. Para el autor el aprendizaje por E-R es uno de los diferentes tipos de aprendizaje con las que el humano aprende y desarrolla diferentes habilidades. Define una "Jerarquía de aprendizaje", la cual es un conjunto de habilidades del individuo subordinadas entre sí:

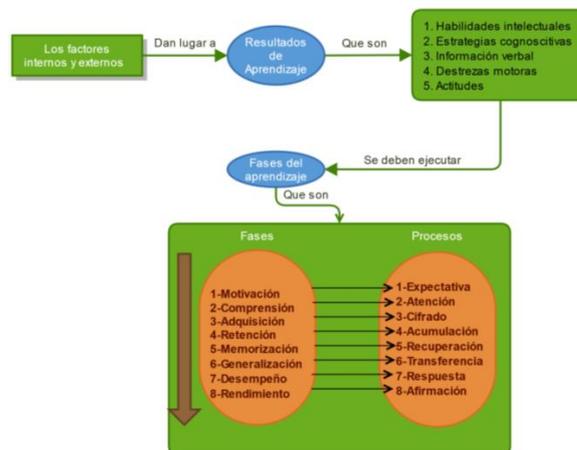
1. Símbolos y señales: son cualquier cosa por la cual se puede asociar un concepto.
2. E-R: cada estímulo tiene asociado una respuesta única que no está sujeta a condiciones emocionales.
3. Cadena: es el aprendizaje de secuencias ordenada de acciones.
4. Asociaciones verbales: tipo de aprendizaje en cadena, con un proceso simbólico más complejo.
5. Discriminaciones múltiples: diferente respuesta a cada elemento de un conjunto de estímulos.
6. Conceptos: es la capacidad de responder a los estímulos por medio de propiedades abstractas.
7. Principios: cadenas de conceptos y reglas.
8. Solución de problemas: Elaboración de nuevos principios que contienen otros que ya fueron aprendidos.

Gagné (1975) propone un modelo básico del aprendizaje y la memoria, derivado de las teorías del procesamiento de la información. Este modelo ilustrado en la Figura 4.5 es un proceso que inicia cuando el flujo de información (estímulo del ambiente) afecta los “receptores” del sistema nervioso por un “registro sensorial”, después la información es recodificada para entrar a la “memoria a corto plazo”; para que la información sea recordada, tiene que ser transformada de nuevo y entrar a la “memoria a largo plazo”; por último, la información codificada pasa por un “generador de respuesta” que transforma la información en acción. En este punto la información fue procesada y puede iniciarse el proceso de nuevo.



**Figura 4.5** Diagrama de la “teoría del procesamiento de la información” (Gagné, 1975).

Según el autor, para lograr el aprendizaje se deben tener en cuenta los eventos internos que intervendrán en el proceso, y en los externos como factores observables que favorecen el aprendizaje. La Figura 4.6 muestra cómo son clasificadas las capacidades humanas y los elementos que componen los mecanismos internos de aprendizaje con los procesos cognitivos involucrados.



**Figura 4.6** Relación de las Fases del aprendizaje y los procesos cognitivos

Las ocho etapas que estructuran un acto de aprendizaje son (Gangé, 1975):

1. **Motivación:** esta es la primera fase del proceso, se consigue a través de generar expectativas en el estudiante, es decir, una anticipación de la recompensa que obtendrá.
2. **Aprehensión:** el estudiante debe prestar atención a la información (estímulo externo) con el objetivo de seleccionarla y contenerla.
3. **Adquisición:** en esta etapa la información entra a la memoria a corto plazo.
4. **Retención:** la información entra a la memoria a largo plazo.
5. **Memorización:** en esta fase se puede observar el cambio de comportamiento, lo aprendido es recordado a través de la recuperación de información.
6. **Generalización:** la información aprendida es transferida a diferentes contextos del original.
7. **Desempeño:** en esta fase el sujeto trae la información para generar una respuesta a una tarea o problema.
8. **Retroalimentación:** es el reconocimiento de los resultados de aprendizaje; para algunos autores es considerado como un refuerzo donde en el sujeto percibe que consiguió el objetivo anticipado, consecuentemente, crea una nueva motivación, inicia el proceso y genera un ciclo.

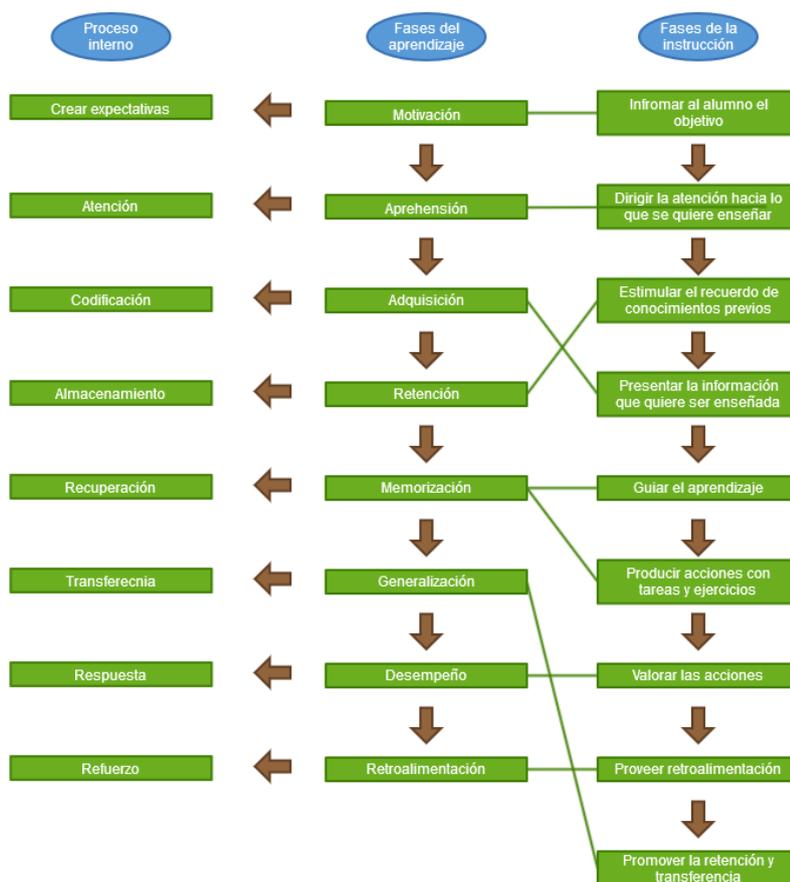
A través de la combinación de los eventos internos y externos se desarrollan diferentes capacidades humanas. Gagné (1975) propone cinco categorías denominadas como resultados de aprendizaje:

1. **Información verbal:** el individuo es capaz de enunciar proposicionalmente cierta información de forma oral o escrita.
2. **Estrategias cognitivas:** son capacidades organizadas que el estudiante utiliza para administrar su aprendizaje, atención y pensamiento.
3. **Actitudes:** son las acciones que realiza ante un caso o evento, estas decisiones son tomadas en base alguna experiencia aprendida previamente.
4. **Habilidades motoras:** son capacidades que se reflejan mediante el movimiento corporal, es decir, su ejecución necesita de una sincronización que involucran el uso de los músculos. Son utilizadas para realizar actividades humanas comunes como caminar, escribir, conducir o tocar algún instrumento.
5. **Habilidades intelectuales:** son ordenadas según su complejidad de operación mental, estas habilidades son: discriminaciones, conceptos, reglas y reglas de orden superior. Estas capacidades permiten comprender y actuar a través de símbolos.

En base a las fases del aprendizaje y a los procesos cognitivos que los estudiantes experimentan, Gagné (1975) presenta un DI compuesto por nueve fases de la instrucción:

1. Informar al estudiante el objetivo previo a conseguir para provocar la motivación.
2. Dirigir la atención hacia lo que se quiere enseñar.
3. Estimular el recuerdo de los conocimientos previos.
4. Presentar la información (estímulo externo) que se quiere enseñar.
5. Guiar el aprendizaje dando instrucciones de cómo aprender.
6. Producir acciones mediante el planeamiento y diseño de tareas y ejercicios para ser resueltos con la información enseñada.
7. Valorar las acciones realizadas en las tareas propuestas.
8. Proveer retroalimentación dependiendo de los resultados.
9. Promover la retención y transferencia de información a otros contextos.

Cada una de las fases de la instrucción atiende a los eventos del aprendizaje propuestos por el autor. La Figura 4.7 muestra la relación que hay entre los eventos de instrucción, los eventos de aprendizaje y el proceso que está involucrado en cada una de las fases.



**Figura 4.7** Relación de las fases del evento de aprendizaje y la instrucción

Se ha dado un panorama general de lo que son las Teorías del DI. Así como dos ejemplos, que utilizan las etapas que experimentan los estudiantes para aprender como base para la planeación de las estrategias instructivas. A continuación, se presentan algunas taxonomías específicas para el DI de OA.

#### 4.5 Taxonomías para el Diseño Instruccional de Objetos de Aprendizaje

Las taxonomías del DI define la estructura, clasificación y elementos que integrarán a los OA. A través de las taxonomías educativas se pueden clasificar los diferentes niveles cognitivos. Los tipos de OA y sus características describen el tipo de conocimiento que ha de ser enseñado, la estrategia instructiva utilizada, el objetivo y el contenido. Los tipos de conocimiento proporcionan una referencia y una metodología que dan una guía a los autores para crear contenidos, actividades de práctica y evaluación. A continuación, se presentarán y analizarán las taxonomías más comunes.

**Wiley** (2000) presenta una taxonomía que distingue cinco tipos de OA. El autor los define en base al grado en que son presentadas las características que poseen los OA, estas son:

- **Fundamentales.** Un recurso individual digital que puede ser combinado con cualquier otro, el OA fundamental generalmente sirve para exponer un ejemplo.
- **Combinado-cerrado.** Están formados por un pequeño número de elementos digitales combinados durante su diseño y no son accesibles individualmente para su reutilización. Por ejemplo, un video no puede ser separado en sus componentes auditivas y visuales. Este tipo de OA tienen como objetivo proporcionar instrucción o práctica.
- **Combinado-abierto.** Están contruidos con un mayor número de elementos digitales combinados por un ordenador y son accesibles para su reutilización. Estos OA se componen de combinados-cerrados y fundamentales para proporcionar una instrucción más completa. Un ejemplo para esta definición puede ser una página Web, pues contiene diferentes elementos digitales como videos, textos y audios combinados para generar los OA.
- **Generativos de presentación.** Utiliza una estructura y una lógica para combinar y generar OA de nivel inferior (fundamental y cerrado-combinado). Los OA generativos de presentación pueden recurrir a los objetos accesibles en la red y combinarlos para crear presentaciones para su uso en la enseñanza, la práctica o evaluación. Aunque, tienen una alta capacidad de

reutilización en contextos similares, tienen relativamente baja reutilización para su uso en ámbitos distintos de aquellos para los que fueron diseñados.

- **Generativos de instrucción.** Utilizan una lógica y una estructura que combina los OA de tipo fundamental, combinado-cerrado y generativo de presentación, incluyen la evaluación de las interacciones de los estudiantes con estas combinaciones. Su reutilización es alta para cualquier situación, sea en el mismo contexto o en uno diferente.

En la **Taxonomía de Merrill** (1999), el aprendizaje solo se produce a través de la transmisión de conocimientos. Esto dio lugar al desarrollo de la Teoría de Presentación de componentes (*Component Display Theory –CDT-*) (Merrill, 1996). La CDT es una teoría de instrucción sobre los elementos que se integran en cada presentación instructiva, intenta describir cómo se produce el proceso de enseñanza-aprendizaje a través de la relación entre la dimensión ejecutiva y los resultados de aprendizaje. Representa una prescriptiva de cómo diseñar un proceso instructivo para cursos basados en la instrucción por computadora, e incluye la Teoría de la Transacción Instructiva (*Instructional Transaction Theory –ITT-*) (Alcantud, 1999).

La ITT describe el conocimiento a través de objetos y los elementos relacionados a ellos como los componentes de materia de contenido (Merrill, 1999). Es un sistema de instrucción algorítmica diseñado específicamente para la instrucción basada en computadora. El conocimiento se representa como datos y los componentes de este conocimiento se procesan por algoritmos de instrucción. Estos contienen estrategias instructivas de presentación, práctica y guía para que el estudiante pueda alcanzar sus objetivos educacionales. Los algoritmos dictan varios formatos de representación de estrategias específicas, dentro de las cuales se pueden procesar los elementos de los OA (Morales, García, Barrón, 2007a) Las tres transacciones de instrucciones son: IDENTIFICAR (nombrar o partes de entidades, también relacionado con hechos en CDT); EJECUTAR (actividad o procedimientos o cómo pasan los hechos); e INTERPRETAR (predecir lo que ocurre con los hechos).

Transacción Identificar (Componente). Objetivo: El estudiante será capaz de identificar el nombre y la ubicación (en relación con un todo) de una parte dada de una entidad (artefacto, dispositivo, sistema, la ubicación, la comunicación, etc.). Las estrategias de presentación y práctica pueden ser controladas por un número de parámetros. En una transacción dada, estos parámetros pueden producir una variedad de presentación o combinaciones de práctica. Algunos de los parámetros para esta transacción son: mostrar nombre {yes, no}; modo de nombre {texto, audio}; mostrar representación {yes, no}, modo

de representación {texto, audio, gráficos, vídeo, combinación}; mostrar descripción {yes, no}; modelo de descripción {texto, audio}. Mediante el empleo de estos parámetros una parte de aparato puede ser representada al estudiante en cualquiera de más de 128 combinaciones diferentes

Transacción Ejecutar (Actividad). Objetivo: El estudiante es capaz de ejecutar una serie de acciones que conducen a una meta. Las estrategias de presentación y práctica sugieren mostrar y enseñar un procedimiento (secuencia de acciones) que lo conduzca desde el estado inicial del sistema hasta la meta.

Transacción Interpretar (Proceso). Objetivo: Dado un conjunto de condiciones, el estudiante es capaz de predecir el resultado de un evento. O dada una consecuencia (esperada o inesperada) el estudiante es capaz de identificar las condiciones que estaban presentes a fin de que se produzca esta consecuencia. Las estrategias de presentación y práctica colocan escenarios donde se deduzca, "que pasa si...". También puede dar una explicación de la consecuencia de cada acción ("lo que sucedió"), y si las condiciones que estaban presentes satisfacen o no a la consecuencia. Un ejemplo de esto podría ser un laboratorio virtual, en donde se permite al estudiante establecer los valores de algunas de las propiedades del sistema. De esta manera el estudiante puede realizar "experimentos" de la observación de las consecuencias de las diferentes condiciones que él establece (valor de la propiedad) y recibir la explicación de estas consecuencias.

Merrill (1999) ha identificado cuatro tipos de OA: entidades, actividades, procesos y propiedades. Las entidades representan objetos del mundo y puede incluir dispositivos, objetos, personas, animales, lugares, símbolos, cosas. Las actividades representan acciones realizadas por el estudiante que afectan a alguna entidad. Los procesos representan los cambios que ocurren en las propiedades de alguna entidad como consecuencia de alguna actividad. Las propiedades son características o cantidades asociadas a una entidad, actividad o proceso. Estos OA pueden ser vinculados entre sí, es decir, una entidad puede estar dentro de otra entidad, una actividad en otra, etc.

Cada uno de estos cuatro tipos de OA incluye ciertos atributos de información como nombre, representación y descripción. El nombre es el símbolo o término que hace referencia al contenido. La representación puede ser uno o más objetos multimedia (texto, audio, vídeo, gráfico, animación) que mostrará el contenido al estudiante. La descripción es un compartimiento abierto en el que un autor puede colocar cualquier información deseada sobre el OA.

La relación entre los procesos, entidades y actividades permite la construcción del aprendizaje a través de entornos creados por OA. Los tipos de OA y sus atributos, definen qué enseñar de acuerdo a la estrategia instructiva, el objetivo y el contenido.

**RLO de Cisco System** (2003). En la estrategia para el diseño y desarrollo de Objetos de Aprendizaje Reusables publicada por Cisco en 2003 se presenta una taxonomía para clasificar a los OA en cuatro niveles jerárquicos: curso, módulo, lección y tópicos. Los tópicos están basados en cinco tipos de conocimiento: conceptos, hechos, procesos, principios y procedimientos. Estos tipos de conocimiento proporcionan un marco y una metodología que ayudan a los autores a crear los contenidos, la práctica y evaluación que conforman el OA. Los tipos de conocimiento se definen en la Tabla 4.1.

**Tabla 4.1.** Definición de tipos de conocimiento (Clark, 1999)

Tipo de conocimiento	Definición
<b>Concepto</b>	Grupo de objetos, símbolos, ideas o eventos que son definidos por una palabra o término, comparten características en común o varían muy poco.
<b>Hecho</b>	Información específica en forma declarativa o de dato concreto.
<b>Procedimiento</b>	Una secuencia de pasos a seguir por un individuo para realizar una tarea o tomar una decisión. Un procedimiento contiene direcciones y tareas.
<b>Proceso</b>	Flujo de eventos que describe cómo funciona algo. No necesariamente puede ser ejecutado por una sola persona, sino que puede involucrar un grupo o una organización.
<b>Principio</b>	Instrucciones de tareas que proporcionan los lineamientos empleados para realizar determinada acción. Estos deben ser adaptados por los sujetos en diferentes tareas. Los principios exigen a los sujetos utilizar juicio y discreción cuando se les aplican.

La estructura propuesta para cualquier nivel de jerarquía de los OA consta de integrar elementos de contenidos, actividades de práctica y de evaluación. Las actividades de práctica deben de ayudar al estudiante a integrar los contenidos a su estructura cognitiva, y deben ser congruentes con las actividades de evaluación para que el estudiante pueda integrar, recuperar y transferir los nuevos conocimientos adquiridos a través de los OA (Clark, 1999). Para diseñar una actividad que dirija los objetivos de una lección se sugiere:

- Cubrir el criterio establecido en el objetivo para esa lección.
- Asegurarse de que el objetivo del tópico pueda ser alcanzado.
- Crear actividades que reflejen el uso de habilidades y conocimiento y que no sean simplemente llamados a la información del texto.

Las actividades de evaluación deben ser colocadas al final y comprobar que los objetivos han sido logrados. Durante el diseño de los OA, las actividades de evaluación deben ser planeadas de acuerdo al nivel cognitivo deseado y al tipo de objetivo que quiere

ser alcanzado en base a procedimientos, conceptos o principios. Algunas de las actividades de evaluación que la guía propone son (Cisco System, 2003):

- Pruebas escritas (opción múltiple, verdadero / falso)
- Ingreso de texto
- Simulaciones
- Estudios de caso
- Juegos de rol
- Juegos
- Ejercicios prácticos de laboratorio (local o remoto).

**Morales-Morgado** (2010) en base a la teoría de Moreno y Bailly-Ballieri (2002) menciona que clasificar los OA por contenido (Datos y Conceptos; Procedimientos y Procesos, y Reflexión y Actitud) facilita su diseño instruccional a los redactores de contenidos. Además, define que estos tres tipos de contenidos se ajustan al concepto propuesto de OA con nivel de granularidad 2. En base a esto, Morales-Morgado (2010) propone una clasificación de los OA de la siguiente manera (Morales, García & Barrón, 2006a), (Morales, García, Barrón, Berlanga & López, 2005), (Morales, García & Barrón, 2003):

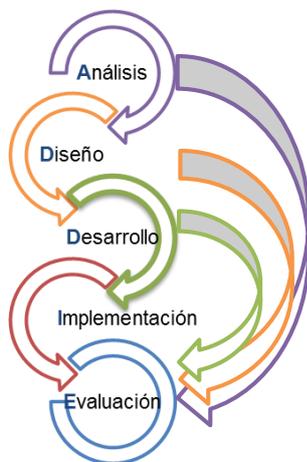
- Datos y conceptos: El aprendizaje inicial de contenidos se asocia normalmente a un concepto o marco conceptual que abarca, datos y hechos. La clasificación de contenidos como datos y conceptos está dirigida a los objetos que contengan información básica para enseñar algo. Algunos ejemplos son: **datos** como nombres, fechas, números, hechos, características, etc; **conceptos** como principios abstractos, métodos generales, teoremas, etc.
- Procedimientos y Procesos: Los contenidos de los objetos clasificados como procedimientos y procesos se relacionan a la enseñanza de pasos o fases de algún proceso, donde se deben considerar los datos y conceptos asociados. Algunos ejemplos son, **procedimientos** como pasos secuenciados que describen una tarea, etc; **procesos** como fases secuenciadas que describen cómo funciona un sistema.
- Principios: este tipo de contenido también llamado de reflexión y actitud, está relacionado a niveles cognitivos de mayor complejidad como son la deducción e inferencia de reglas, pautas, normas, etc.

A la hora de crear OA es necesario considerar todos estos puntos anteriores, como adoptar una definición, sugerir el nivel de granularidad y especificar los tipos de

conocimientos que se quieren presentar en el OA. Este análisis previo formará una estructura para el DI del OA, que puede ser bajo alguna taxonomía reconocida o propia del autor. Todo esto es parte de la creación de un OA. A continuación se presenta ADDIE como guía de las fases de este proceso.

#### 4.6 Modelo ADDIE para la creación de Objetos de Aprendizaje

Branch (2009) define a ADDIE como “paradigma de desarrollo de productos y no como un modelo en sí, cuyo objetivo es mantener una alineación entre las necesidades, propósitos, metas, objetivos, estrategias y evaluaciones durante todo el proceso integra cinco etapas para la creación de recursos educativos” (p. 20). Como se puede apreciar gráficamente en la Figura 4.8, el producto final de una etapa representa el punto de partida de la siguiente. Además, al finalizar cada fase, esta debe ser evaluada, para reconocer si están cumpliendo con los objetivos educacionales y si están bien diseñados instruccionalmente (Branch, 2009). El modelo ADDIE, como puede apreciarse en la Figura 4.8, es un proceso que consta de cinco etapas para el desarrollo de recursos educativos.



**Figura 4.8** Representación del Proceso ADDIE.  
Elaboración propia con base en Branch (2009, p. 2)

**Análisis:** Determina la causa de algún problema de aprendizaje y define una solución en la que se integren, experiencias, recursos y motivación. A través de entrevistas, investigación y observación, el instructor define las tareas y los objetivos de aprendizaje que han de ser alcanzados. Si el problema puede ser resuelto a través de estas tareas, entonces puede pasarse a la etapa de diseño.

**Diseño:** El resultado de la fase de Análisis es utilizado para planificar una estrategia que incluirá objetivos de aprendizaje, evaluaciones, contenidos y la experiencia de aprendizaje deseada.

**Desarrollo.** Basado en el documento de diseño, se planifican y elaboran los materiales que se van a utilizar y se generan los ambientes necesarios para su implementación.

**Implementación.** Se lleva a cabo la experiencia de aprendizaje con los materiales contruidos colocándolos a disposición de los usuarios de manera efectiva.

**Evaluación.** Se valora la eficacia, la eficiencia y la satisfacción de usuario. Se propone que la evaluación debería llevarse a cabo durante todas las fases.

Aunque este modelo es general para generar cualquier tipo de recurso educativo, en la Tabla 4.2 se muestran una serie de actividades y los medios para los autores de OA que siguen este modelo. Se puede apreciar que la etapa de análisis y diseño corresponden a la dimensión pedagógica de los OA, mientras que el desarrollo y la implementación a la técnica que describe la usabilidad. Este punto es muy importante, pues en la evaluación son tomadas en cuenta ambas categorías para considerar a los OA como recursos educativos digitales de calidad pedagógica y técnica. Además muestra un resumen de los puntos que serán tratados a lo largo de este capítulo. Este será el orden de presentación y pueden ser descritos de manera implícita o explícita.

**Tabla 4.2** Proceso ADDIE y los procesos realizados por el autor de OA

<b>Etapas de creación de OA</b>	<b>Actividades realizadas</b>	<b>Medios utilizados</b>
Análisis	➤ Detectar necesidades	➤ Entrevistas. Observación
	➤ Analizar posibilidades.	➤ Teorías del aprendizaje.
Diseño	➤ Planificar estrategias instructivas.	➤ Teorías instruccionales.
	➤ Seleccionar actividades	➤ Taxonomías de DI para O
	➤ Redactar objetivos.	➤ Taxonomías educativas.
Desarrollo	➤ Construir	➤ Herramientas informáticas ➤ Estructuras jerárquicas de contenidos bajo estándares.
	➤ Empaquetar	➤ Herramientas informáticas y estándares y especificaciones <i>e-learning</i>
	➤ Etiquetar	➤ Herramientas informáticas y Estándares IEEE LTSC, DCMI, ADL, entre otros.
Implementación	➤ Almacenar y Distribuir	Páginas Web ➤ Plataformas educativas
Evaluación	➤ Valorar a través de repositorios.	➤ <i>MERLOT, CLOE, DLNET</i>
	➤ Valorar a través de Instrumentos.	➤ <i>LORI, HEORDAR</i>

Un aspecto importante a ser considerado en el diseño de OA es la planeación de las actividades a ser incluidas. Un OA debe contener un objetivo mínimo de aprendizaje asociado a un contenido, y que se deben incluir actividades para lograrlo (Morales Morgado, García-Peñalvo & Barrón, 2007a). Para tener una guía y una base que

determinen los elementos a ser colocados dentro de los OA existen algunos enfoques que aportan diferentes estrategias instructivas. A continuación se presentan las fases del Proceso ADDIE específicamente para la creación de OA.

#### **4.6.1 Análisis para el diseño de Objetos de Aprendizaje**

En la creación de OA el primer paso es analizar la situación que quiere ser resuelta. Esto es realizado a través de la observación del contexto educativo. El resultado será una descripción de un problema y una posible solución, que considere el perfil de los estudiantes y los medios que se tienen disponibles para llevar a cabo la propuesta.

Para evaluar el problema pueden realizarse entrevistas, observar aquellos puntos en los que los estudiantes tienen dificultades para aprender, entre otras cosas. Los resultados constituirán una información muy importante para diseñar los recursos y saber cómo se va organizar la propuesta didáctica. En el caso de los OA es importante conocer si los estudiantes o la escuela tienen acceso a Internet, si cuentan con ordenadores o cualquier otro dispositivo electrónico.

Por otro lado, es necesario sondear las competencias informáticas de los estudiantes, para que los OA sean diseñados en base a sus capacidades, pues de no ser así, los estudiantes podrían experimentar frustración de no poder utilizar de manera adecuada los OA. En base a esto debe proponerse una solución y determinar si el problema puede resolverse total o parcialmente mediante intervención didáctica. De esta manera se tiene los elementos necesarios para diseñar los OA.

#### **4.6.2 Diseño de Objetos de Aprendizaje**

En la fase de diseño, con base la información recolectada en el análisis, el autor planea cuáles serán las actividades a ser realizadas. Para esto debe considerar lo siguiente:

- Contexto educativo.
- Capacidades informáticas.
- Objetivos de Aprendizaje que quieren ser alcanzados.
- Selección y organización de los elementos.
- Selección de recursos.

Para seleccionar y organizar los elementos que serán colocados dentro de un OA se propone considerar alguna taxonomía instructiva de algún autor reconocido. De esta manera cada elemento estará orientado para cumplir con los objetivos educacionales.

Además debe contemplarse el nivel de granularidad y el tipo de contenido que va a ser enseñado. Esta parte es, propiamente dicho, el DI del OA.

Una vez diseñadas las actividades y recursos que integrarán el OA, este debe ser desarrollado. Para que un OA sea considerado como tal, debe cumplir ciertas especificaciones, estas son presentadas a continuación.

### 4.6.3 Desarrollo de Objetos de Aprendizaje

El proceso de Desarrollo de OA se refiere a la construcción, empaquetado y etiquetado de los OA. En un esfuerzo por facilitar la interoperabilidad de recursos educativos digitales e incrementar su usabilidad, los OA deben ser construidos bajo estándares y especificaciones. Grupos internacionales de investigadores han desarrollado modelos que promueven el intercambio y gestión de la información de recursos educativos digitales a través de sistemas *e-learning*. Por este motivo, antes de iniciar el desarrollo de OA aspectos de estándares y especificaciones *e-learning* deben conocerse y considerarse.

Las especificaciones *e-learning* intentan presentar de forma simple y flexible estructuras de contenidos que se ajusten a diversos contextos educativos. Para esto, basándose en un rango de taxonomías como las anteriores, modelos que faciliten este proceso han sido desarrollados.

#### 4.6.3.1 Estándares y especificaciones *e-learning*

Los OA son unidades de aprendizaje que contienen ciertos atributos como la reusabilidad, portabilidad e interoperabilidad entre diversas plataformas y para diferentes contextos educativos. En base a esto, modelos han sido desarrollados para definir estándares educativos y “*hacer posible la gestión de los recursos digitales con formatos uniformes que permitan su portabilidad independiente de la plataforma que se utilice y según los intereses de los usuarios*” (Morales-Morgado, 2010, p. 67). Consecuentemente, los OA deben ser construidos bajo estas consideraciones, y así poder ser utilizados, modificados, intercambiados entre diversas organizaciones, y actualizados sin la necesidad de crearlos desde *cero*.

*ISO (International Organization for Standardization) (1998) define un estándar como “acuerdos documentados que contienen especificaciones técnicas u otros criterios precisos para ser usados consistentemente como reglas, guías o definiciones de características para asegurar que los materiales, productos, procesos y servicios cumplan con su propósito”.*

Los estándares pueden ser de tres tipos: **de jure**, son aquellos que ya han sido establecidos por organizaciones oficiales que certifican su especificación; **de facto**, son aquellos que a pesar de tener un gran impacto en el mercado al que están dirigidos, no son recogidos por ninguna norma de estandarización, por lo que son considerados “no oficiales”; y los **estándares propietarios** o selectos, son los que pertenecen a una entidad privada no muy extendida y con poco impacto en el mercado al que están dirigidos (Torres Rojas, 2012).

Por otro lado están las especificaciones, Morales-Morgado (2010) las define como “una descripción detallada de las características de los objetos especificadas en un documento técnico, que describe tanto sus componentes (parte estática) como el comportamiento (parte dinámica)” (p.84). Ahora se presentan los estándares y especificaciones *e-learning* propuestos por algunas de las organizaciones más conocidas.

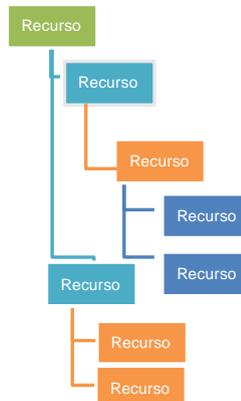
**IEEE LTSC IEEE** ([www.ieee.org](http://www.ieee.org)) es una asociación mundial de profesionistas dedicados a la estandarización y desarrollo en áreas tecnológicas. Con cerca de 426,000 miembros y voluntarios en 160 países es la mayor asociación internacional sin ánimo de lucro formada por ingenieros, científicos y profesionales para el desarrollo e innovación de las nuevas tecnologías en las ciencias electrónicas e informáticas y disciplinas afines. Por medio de la LTSC trabaja para el desarrollo y mantenimiento estándares para los metadatos de OA. El proyecto denominado *Learning Object Metadata (LOM)*, desde 1997, se ha desarrollado y mantenido a través del *LOM Working Group*. LOM es uno de los pioneros en el diseño de estándares de metadatos específicamente para describir materiales educativos, especialmente OA.

**ADL (Advanced Distributed Learning) SCORM (Stándar Sharable Content Object Reference Model)** es una iniciativa del Departamento de Defensa (DoD) de los Estados Unidos y la Oficina de Política Científica y Tecnológica de la Casa Blanca (OSTP - *Office of Science and Technology Policy*) para implementar y desarrollar herramientas y tecnologías que promuevan un aprendizaje de calidad. ADL formó un modelo de referencia denominado SCORM que se compone de un conjunto de estándares, especificaciones y guías interrelacionadas creadas para cumplir con los requerimientos necesarios para sistemas y contenido de alto nivel educativo (ADL, 2009a, p. 1).

**SCORM** fue creado para unificar recursos a través de estándares que permitan su interoperabilidad y reusabilidad en distintos ambientes de aprendizaje, esto es posible a través del empaquetamiento de contenidos y actividades de recursos digitales educativos bajo las normas de estandarización. Este modelo describe cómo las unidades de contenidos se relacionan unas con otras en diferentes niveles de jerarquía, define el empaquetado para la interoperabilidad de los contenidos, también establece cómo se

comunican los recursos con los SGA y las reglas que debe seguir para presentar un aprendizaje específico. Las especificaciones se encuentran en cuatro documentos independientes de la versión de más reciente de *SCORM* 1.3 publicada en el año 2004. *SCORM* (2004) se compone de los siguientes modelos:

- **SCORM Overview.** Como su nombre lo dice presenta una vista general del modelo, incluye la historia y los objetivos de la iniciativa de *ADL* y de *SCORM*. También contiene la definición, especificaciones y los estándares del modelo.
- **SCORM Content Aggregation Model (CAM).** Describe cómo deben ser los OA, cómo empaquetar y etiquetar los componentes para la interoperabilidad entre sistemas. Asimismo, contiene información para crear paquetes aplicando metadatos y las reglas de secuenciación de los componentes para construir contenidos agregados como cursos, lecciones o módulos. En otras palabras, el CAM promueve consistencia en el etiquetado, almacenamiento, intercambio, empaquetado y recuperación de los contenidos.
- **SCORM Run-Time Environment (RTE).** Describe los requerimientos de un SGA para administrar actividades de tiempo de ejecución en el ambiente de aprendizaje como el inicio de procesos y la comunicación entre contenidos, así como los elementos del modelo utilizado para mostrar los recursos o actividades al usuario para obtener información sobre el perfil del estudiante, su desempeño, evaluaciones, etc. RTE provee el medio para la interoperabilidad de recursos en varias plataformas sin considerar la herramienta con la cual fueron creados.
- **SCORM modelo de secuenciamiento (SS).** Describe las reglas de secuenciamiento que un SGA debe seguir para presentar los contenidos. Las reglas se expresan en la estructura de Árbol de actividades como se muestra en la Figura 4.9.



**Figura 4.9.** Modelo de secuenciamiento SCORM (2004)

Se entiende por secuenciamiento a la estructura en que se incluyen los elementos de los OA para ser agregados, sin embargo, los OA pueden ser colocados dentro otros para crear objetos mayores en cuanto a tamaño y funcionalidad.

**AICC** (*Aviation Industry CBT Committee*) ([www.aicc.org](http://www.aicc.org)) es un grupo internacional de profesionales del entrenamiento y capacitación basada en tecnología creado en 1998. En aquella época el Internet y la Web aún no existían, por lo tanto AICC se crea cuando la formación mediada por tecnología era a través del *CBT (Computer-Based Training)* o Capacitación Basada en Ordenadores.

AICC desarrolla una serie de guías en las que presenta algunas recomendaciones y lineamientos a seguir para lograr la interoperabilidad entre SGA como la comunicación entre el SGA y el usuario y la forma de gestionar información sobre las actividades y sus evaluaciones. De esta manera se puede llevar un control y dar seguimiento acerca del desempeño de los estudiantes y detectar necesidades a tiempo para que los objetivos educacionales sean alcanzados.

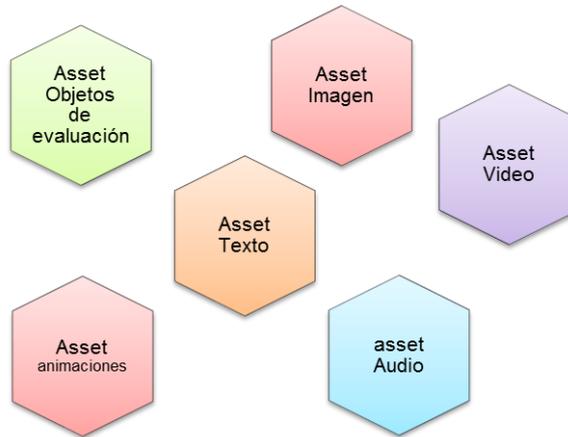
La agregación de OA subordinados, superordinados o con el mismo nivel, está definido por ciertas estructuras jerárquicas, estas se muestran a continuación.

### 4.6.3.2 Estructuras jerárquicas de contenidos bajo estándares

*“Los OA en general son considerados como unidades mínimas de contenido reutilizable, sin embargo, para que tengan sentido pedagógico deben ser capaces de sumarse a otros OAs para enseñar algo”* (Morales-Morgado, García Peñalvo & Barrón Ruiz, 2008). En base a esto es importante considerar, a la hora de diseñar un OA, la clasificación en una estructura jerárquica, que agrupe los OA en tema, lecciones, módulos, unidades, cursos, etc. En este sentido puede haber una infinidad de taxonomías de acuerdo a la perspectiva de cada diseñador, para unificar esto SCORM y AICC han desarrollado modelos para unificar estos criterios.

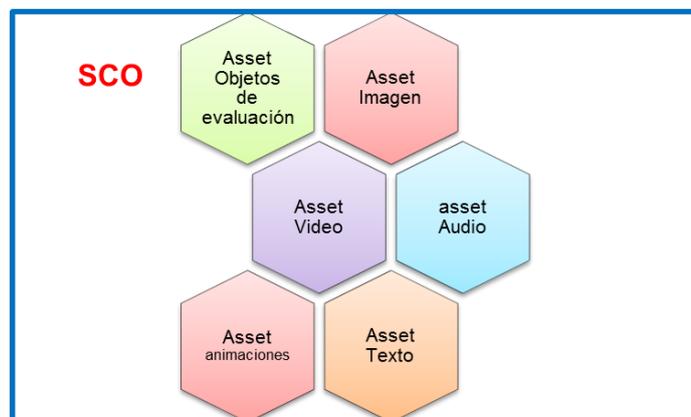
**Jerarquía de contenidos en SCORM** propone una jerarquía comprendida por tres niveles:

- **Asset:** es el recurso digital educativo más básico, pueden ser textos, documentos, imágenes, sonidos, videos, animaciones, objetos de evaluación, entre otros. La Figura 4.10 muestra a los *Asset* como entes independientes entre sí. Estos recursos son altamente reutilizables, pues por su tamaño son muy flexibles para poder llevarlos a cualquier contexto educativo. Estos recursos pueden ser combinados y mostrados al estudiante a través de la generación de **Sharable Content Object** SCO -Objeto de Contenido Reutilizable-.



**Figura 4.10** Representación gráfica de un Asset

- **SCO** son simplemente los OA que cumplen con la especificación SCORM. Como se puede apreciar en la Figura 4.11, los SCO se conforman por una recopilación de asset capaz de comunicarse y de ser gestionado y administrado por un SGA. Los SCO se pueden comunicar directamente con el SGA, por lo que los estudiantes tienen acceso a los contenidos de aprendizaje incluidos en estos recursos.



**Figura 4.11** Representación gráfica de un SCO

- **Agregación de Contenidos (Content Aggregation):** es una colección de recursos digitales con contenido relacionado, pueden ser conformados por SCO o asset siempre y cuando sean lo suficientemente independientes para ser usados en diferentes contextos a los cuales fueron creados. La Figura 4.12 muestra la organización de contenidos que da orden al grupo de recursos que lo integran a través de un mapa (árbol de jerarquías), al cual se le asigna el comportamiento de secuencia de acuerdo a las interacciones del estudiante.

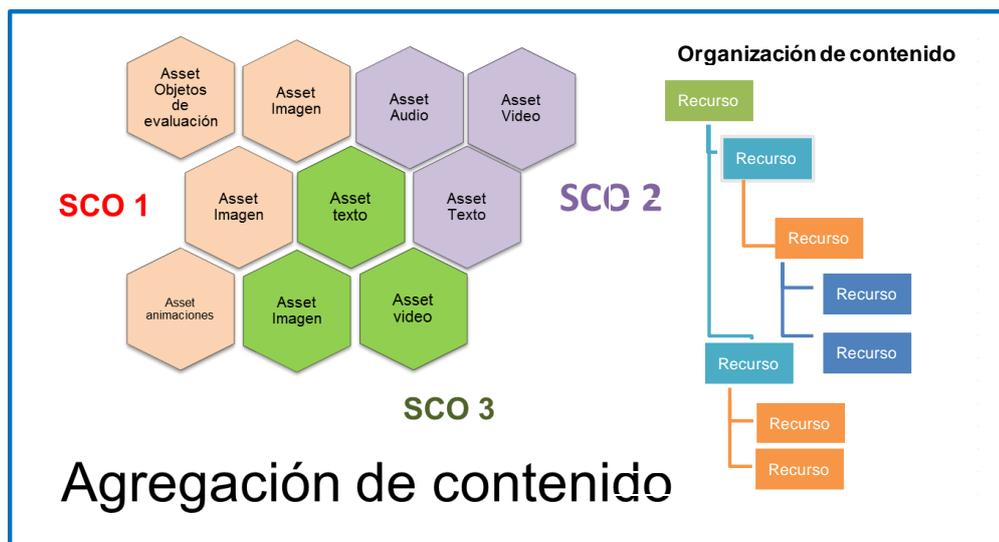


Figura 4.12 Representación gráfica de *Content Aggregation*.

**Jerarquía de contenidos en AICC** es otro modelo de jerarquía es el propuesto por la AICC. La Figura 4.13 muestra un diagrama de la estructura definida por los siguientes tres niveles:

- **Unidad Asignable (UA):** Es la unidad mínima de aprendizaje que corresponde a los OA de AICC, pueden ser videos, textos, grabaciones, cuestionarios, entre otros.
- **Bloque Instruccional:** Es una colección de AU u OA, que pueden estar unos dentro de otros.
- **Curso:** Este es el nivel superior de jerarquía, en el Curso es donde interactúan los estudiantes con los recursos a través de un SGA.

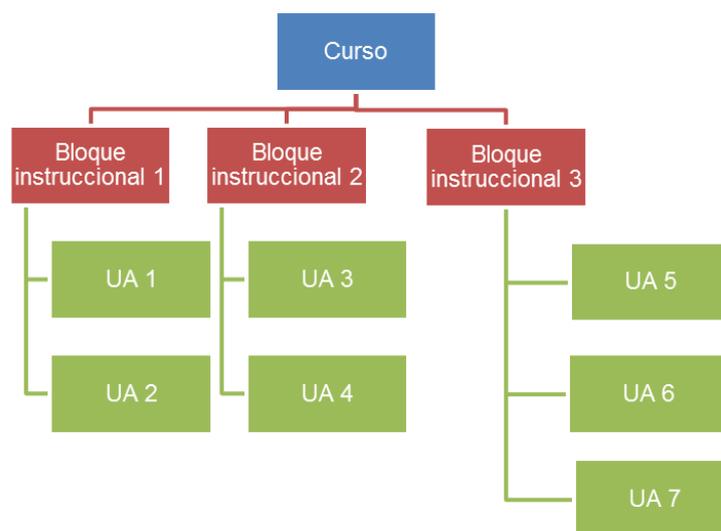


Figura 4.13 Diagrama de jerarquías AICC

Podría parecer que cumplir con estos estándares no es una tarea sencilla, sin embargo grupos de investigación han desarrollado herramientas que permiten la agregación de contenidos (empaquetado) y de metadatos (etiquetado) bajo los estándares y especificaciones de una forma gráfica. Conociendo bajo qué condiciones los OA deben ser creados ahora puede pasarse al desarrollo de OA.

#### 4.6.3.3 Construcción de Objetos de Aprendizaje.

Para la construcción se debe tomar en cuenta que los OA son recursos digitales como video, audio, animaciones, páginas Web, objetos de evaluación, imágenes estáticas y dinámicas interactivas, entre otros. Sin embargo, como parte de la construcción de OA el uso de estándares es importante para dotar a esos recursos de propiedades para que cumplan con sus características de interoperabilidad y reusabilidad. Las competencias informáticas para crear estos recursos educativos digitales son las mismas que para construir cualquier otro material digital.

Al momento de seleccionar alguna herramienta para la creación de algún OA se debe considerar que **esta cuenta con la posibilidad de crearlos bajo los estándares y especificaciones de SCORM o AICC**, y de esta manera asegurar su compatibilidad con distintos tipos de entornos virtuales. La Tabla 4.3 muestra algunas de las herramientas más utilizadas para la construcción de los diferentes tipos de OA.

**Tabla 4.3.** Herramientas digitales para la construcción de OA

Tipo de herramienta según el <i>asset</i> , SCO o <i>Content Aggregation</i> .	Definición	Herramientas disponibles más comunes.
Editor de páginas Web	Es una aplicación cuyo propósito es facilitar la creación de y edición de documentos en formatos HTML o XHTML. Su complejidad puede ser desde un editor de texto plano o hasta un editor de texto con ventanas.	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Microsoft FrontPage</li> <li>➤ Macromedia Dreamweaver</li> <li>➤ Adobe Golive.</li> </ul>
Editor de Imágenes	Son aplicaciones informáticas que permiten el tratamiento y manipulación de imágenes digitales como fotografías, dibujos, imágenes prediseñadas o escaneadas, etc. Las modificaciones que hacen estas herramientas son: reducir, ampliar, retocar, recortar, hacer montajes y arreglos, animar, entre otros.	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Adobe Photoshop</li> <li>➤ Macromedia Fireworks</li> <li>➤ Jasc Paint ShopPro.</li> </ul>
Herramientas para la creación de objetos de evaluación,	Son herramientas que sirven para crear contenidos y ejercicios de evaluación como: ejercicios de respuesta corta, selección múltiple, rellenar los huecos, crucigramas, emparejamiento y otros.	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ CourseBuilder para Dreamweaver</li> <li>➤ HotPotatoes,</li> <li>➤ Perception, Respondus.</li> </ul>
Editor de video.	Herramientas informáticas que permiten la gestión y edición de recursos audiovisuales, a	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Adobe Premier Pro</li> <li>➤ Final Cut</li> </ul>

	partir de archivos de imágenes, audio y animaciones.	➤ Pinnacle Studio
Editor de animaciones.	Aplicaciones informáticas que permiten la creación y manipulación de imágenes con movimiento.	➤ Macromedia Flash ➤ Adobe Livemotion.
Editor de audio	Herramientas informáticas que permiten la gestión y edición de audio.	➤ Adobe Premier Pro ➤ Final Cut ➤ Pinnacle Studio
Herramientas de autoría de cursos.	Son aplicaciones informáticas que permiten la creación, edición y publicación de recursos educativos en formato digital.	➤ Trainersoft ➤ Macromedia Authorware ➤ Lectora Publisher ➤ Toolbook ➤ ReadyGo Web CourseBuilder.

Una vez construidos es necesario el etiquetado y empaquetado de los OA. Existen herramientas que permiten la inclusión de metadatos a los OA y que están diseñadas y programadas bajo las especificaciones DCMI, IEEE LTSC y ADL, entre otros. Estas herramientas proporcionan una interface gráfica que facilita el proceso e etiquetado.

#### 4.6.3.4 Etiquetado y empaquetado de Objetos de Aprendizaje

El proceso de etiquetado es la inclusión de metadatos a los OA. Este proceso puede realizarse una vez que haya sido construido el OA. Un recurso es considerado un OA si se han incorporado los metadatos que permitan su gestión (Morales-Morgado, García Peñalvo & Barrón Ruiz, 2008). Los metadatos son de manera general las etiquetas que permite describir un OA. Otras definiciones más específicas son:

- *Dublin Core Metadata Initiative* (DCMI) define que la palabra “metadato” significa “datos sobre datos” y que son para brindar un contexto a los OA a través de su descripción (DCMI, 2010a).
- La IEEE LTSC menciona que los metadatos son “información sobre un objeto, sea físico o digital” (IEEE LTSC, 2002, p. 2).
- ADL SCORM (2004) define a los metadatos como “*información acerca del contenido que incluye descripciones de características y relaciones entre los ítem de cada categoría*” (p. 18).
- Autores como López Guzmán y García Peñalvo (2005) definen los metadatos como “*descriptores de un recurso*” (p. 38).
- Sicilia Urbán y Sánchez Alonso (2009a) como “*descripciones externas a los propios recursos*” (p. 4).

Los metadatos contextuales son aquellos que son agregados a un conjunto de OA y permiten describir cuál es el objetivo de un SCO o *asset* dentro de un paquete (*content aggregation*). Morales-Morgado, García Peñalvo, y Barrón Ruiz (2008) Presentan al siguiente ejemplo:

“Si un profesor del área de educación busca en el SGA de su organización educativa contenidos sobre constructivismo para la asignatura de “teorías de aprendizaje”, uno de los resultados puede ser el mismo SCO que fue utilizado por el profesor de Psicología para su asignatura sobre “desarrollo humano”.

Como en este caso el objetivo educativo y la asignatura en que se pretende emplear es diferente, el profesor del área de Educación buscará otros SCOs para su asignatura. Una vez que encuentre los SCOs necesarios deberá agruparlos para crear su unidad educativa de la misma forma que anteriormente lo hiciera el profesor de Psicología. En esta ocasión, como el SCO se encuentra agrupado en un paquete diferente, el profesor del área de educación puede agregar metadatos contextuales para explicar el sentido de los contenidos dentro su asignatura” (p. 95)

El Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (MECD) a través de la Norma UNE 71361:2010 (Perfil de Aplicación LOM-ES V1.0) presenta una guía para para el etiquetado estándar de Objetos Digitales Educativos. Los trabajos en el perfil de aplicación LOM-ES v1.0 se iniciaron con el objetivo general de diseñar y desarrollar un marco de referencia que sirva como punto de partida a iniciativas de desarrollo de Bancos/Repositorios de Recursos y Materiales Educativos basados en Objetos Digitales normalizados, fácilmente reutilizables y transferibles (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, [MECD], 2010)

Este perfil proporciona un esquema de datos conceptual que define la estructura de un registro de metadatos para describir las características de los OA, y poder ser identificarlos para su reutilización y gestión. Utiliza etiquetas que definen su estructura clasificadas en nueve categorías (MECD, 2010):

1. **General.** Información general que describe un OA.
2. **Ciclo de vida.** Características relacionadas con la historia y el estado actual del OA y las que han afectado durante su evolución.
3. **Meta-metadatos.** Información propia del metadato. Describe como puede ser identificada una instancia de metadatos, quién la creó, cómo, cuándo, etc.
4. **Técnica.** Requerimientos y características técnicas del objeto.

5. **Uso educativo.** Características pedagógicas y educacionales del OA. Concretamente, es la información didáctica básica para los participantes en el proceso de enseñanza-aprendizaje.
6. **Derechos.** Derechos de propiedad intelectual para el uso del OA.
7. **Relación.** agrupa las características que definen la relación entre este ODE y otros Objetos Digitales relacionados (p. 3).
8. **Anotación.** Permite incluir comentarios sobre el uso educativo del OA e información sobre cuándo y por quiénes fueron creados los comentarios. Esta categoría permite a los usuarios compartir sus evaluaciones sobre el OA, como recomendaciones para su utilización, etc.
9. **Clasificación.** Describe en relación a un determinado sistema de clasificación.

Para definir múltiples clasificaciones, deben utilizarse múltiples instancias de esta categoría. Las etiquetas pueden rellenarse con dos tipos de valores, bien valores correspondientes a vocabularios controlados o con un formato determinado o bien valores de texto libre. El empaquetamiento es el proceso que permite añadir contenidos bajo una estructura jerárquica. Para realizar esta tarea existen herramientas que han sido desarrolladas bajo alguna especificación, como IMS (*Instruction Management Systems*) CP (*Content Packaging*) (2003), SCORM (2004), LOM-ES, entre otros. A continuación se presentarán algunas herramientas para etiquetar y empaquetar OA.

### 4.6.3.5 LomPad

**LomPad** es un editor de metadatos diseñado y desarrollado por el LICEF (*Laboratoire en informatique cognitive et environnements de formation*) Research Centre de Canadá. Ofrece una interface gráfica para editar de manera sencilla los metadatos de OA bajo los estándares de la *IEEE LOM*, especificaciones de *SCORM*, *CanCore* y *Neometric* en sus versiones 1.1 y 1.2. Disponible en inglés, francés y español. LomPad es un *Software* libre disponible para la comunidad educativa y se distribuye bajo licencia de código abierto. La Figura 4.14 muestra un ejemplo de la interface de LomPad donde se muestran los perfiles y la categoría general.

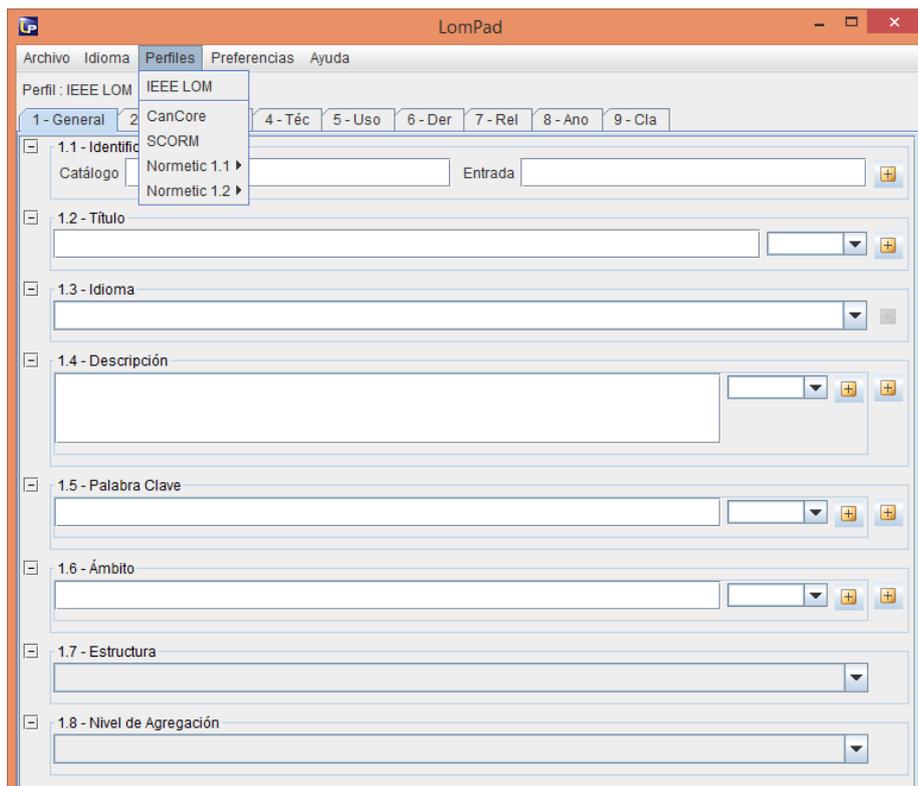


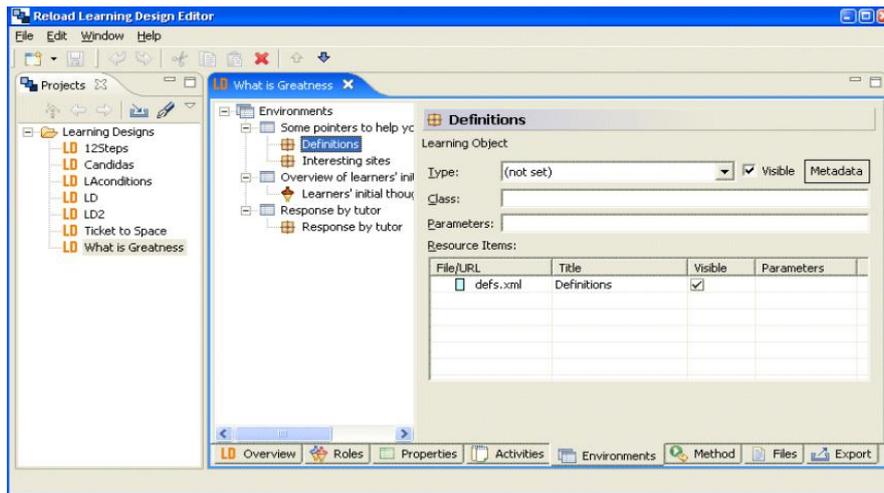
Figura 4.14 Ejemplo de la interface de LomPad.

#### 4.6.3.6 RELOAD (Reusable e-Learning Object Authoring and Delivery)

**RELOAD** (<http://www.reload.ac.uk/>) es un proyecto desarrollado por la Universidad de Bolton, está orientado a la gestión de herramientas que se basan en nuevas especificaciones. Su principal objetivo es facilitar la creación, el intercambio y la reutilización de objetos y servicios de aprendizaje. Las herramientas creadas por este proyecto son:

- *The Classic RELOAD Editor* (<http://www.reload.ac.uk/editor.html>): Este editor está basado en *Java Swing*, proporciona soporte para metadatos en las especificaciones de *IMS CP (2003)*, *IEEE LOM*, *SCORM 1.2* y *SCORM 2004*. Disponible para los sistemas operativos Windows, Mac OS X y Linux.
- *The Eclipse-based RELOAD Editor* ([http://www.reload.ac.uk/new/editor\\_eclipse.html](http://www.reload.ac.uk/new/editor_eclipse.html)). Es una versión posterior de Reload Editor. Permite agregar metadatos a determinados recursos educativos para generar OA conforme a las especificaciones de *ADL* e *IMS* y empaquetar el OA con sus metadatos a través de la especificación *IMS CP* (versiones 1.1.1, 1.1.2 y 1.1.4). Se basa en la plataforma *Eclipse Rich Client*, *IEEE LOM*, así como *SCORM 1.2* y las especificaciones *SCORM 2004*. Disponible para los sistemas operativos Windows, Mac OS X y Linux.

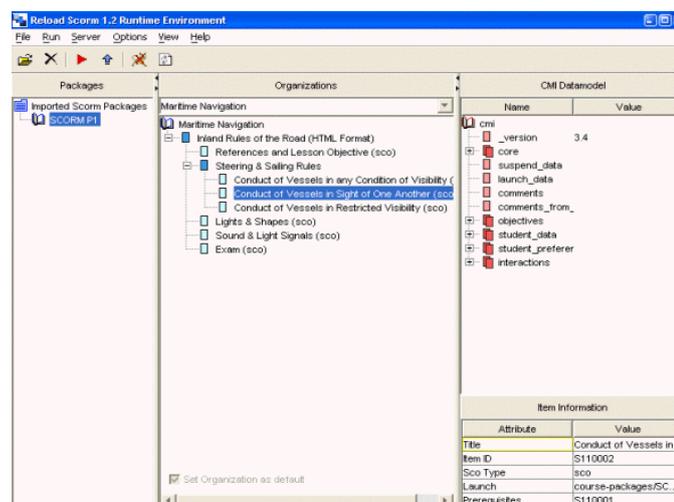
- *Learning Design Editor* (<http://www.reload.ac.uk/new/ldeditor.html>) se basa en las especificaciones de los SGA, esta herramienta permite la creación de "Plantillas Pedagógicas" reutilizables para definir un conjunto de objetivos y entornos de aprendizaje. Estas plantillas pueden ser reutilizadas para crear Objetos de Aprendizaje compatibles con diferentes plataformas. Es gratuito y basado en Java 1.5 Eclipse. La Figura 4.15 muestra la interfaz de *Learning Design Editor*.



**Figura 4.15** Pantalla de inicio de *Reload Learning Design Editor*

**Fuente:** <http://www.reload.ac.uk/ldeditor.html>

- *RELOAD SCORM Player* (<http://www.reload.ac.uk/new/scormplayer.html>) es un programa gratuito que permite ejecutar paquetes SCORM 1.2. A través de esta aplicación se pueden importar y ejecutar paquetes SCORM sin tener que cargarlos en una plataforma. Además prueba todos los parámetros para saber si se está almacenando correctamente toda la información. La Figura 4.16 presenta un ejemplo de la página de inicio de *RELOAD SCORM Player*.



**Figura 4.16** Pantalla de inicio de *RELOAD SCORM Playe*.

**Fuente:** <http://www.reload.ac.uk/new/scormplayer.html>

- *Learning Design Player* es una aplicación que permite ejecutar y visualizar los OA creadas por *Learning Design Editor* a través de un navegador Web. Es un mini LMS sin las herramientas de gestión de usuario y de discusión que generalmente tienen las plataformas de e-learning.

#### 4.6.3.7 Hypertext Composer (HyCo)

**HyCo** fue creado por el grupo interdisciplinario *Adaptive Web Engineering Group (AWEG)* de la Universidad de Salamanca, integrado por investigadores provenientes de la Ingeniería Informática y de la Pedagogía, ha diseñado e implementado una herramienta de autor para la creación de recursos educativos hipermedia llamado *HyCo* (García-Peñalvo, Carabias, González, García & Berlanga, 2004). Esta herramienta fue creada con el propósito de eliminar la dificultad del manejo de las herramientas de autor y para facilitar la creación y distribución de documentos electrónicos. La Figura 4.19 muestra la pantalla principal de *HyCo*. Las principales características de esta herramienta son (García-Peñalvo, Carabias, González, García & Berlanga, 2004):

- Combina un modo Autor en el que se crean los documentos electrónicos y un modo Lector que posibilita la distribución de los recursos, además de permitir la exportación para otros formatos.
- El documento electrónico se organiza a través de una estructura en forma de árbol, que representa secciones y subsecciones, consta de un índice y se pueden agregar nuevos apartados en cualquier parte de la estructura en cualquier momento.
- Cada apartado se integra de un texto, al que pueden agregarse opcionalmente, imágenes, sonidos, vídeos, referencias bibliográficas y explicaciones.
- Contiene un sistema avanzado de gestión bibliográfica, lo que permite organizar y citar autores desde cualquier parte del documento, siguiendo la filosofía de tratamiento de referencias bibliográficas propia de *LaTeX* (Lamport, 1986). Este sistema permite la inclusión de nueve tipos de fuentes bibliográficas y construye en tres tipos bibliográficos APA (*American Psychologist Association*) (<http://www.apa.org>), ACM (*Association for Computing Machinery*) (<http://www.acm.org>) y un estilo propio de la herramienta.
- Provee mecanismos propios para la reproducción de recursos multimedia (video y audio) o para la visualización de imágenes.

- Puede exportar los documentos en formatos: HTML (*Hypertext Markup Language*), RTF (*Rich Text Format*), PDF (*Portable Document Format*), PostScript, SVG (*Scalable Vector Graphics*) y texto plano.
- Puede importar y exportar los contenidos creados en formato EML (*Educational Modelling Language*).
- Permite la descarga y visualización de libros alojados en un servidor remoto en el modo lector. Además puede reproducir en forma de audio los contenidos del libro.
- Contiene vista previa de capítulos y apartados en el modo Autor, esto facilita la edición y visualización del modo lector.



**Figura 4.17** Aspecto de la pantalla principal de HyCo (García Peñalvo, Carabias González, A.B & Berlanga Flores, 2004).

#### 4.6.3.8 *Glo Maker*

Esta herramienta de autor fue desarrollada por la Universidad Metropolitana de Londres (<http://www.glomaker.org/>). Es una aplicación libre y de código abierto, es muy sencilla de utilizar, y su instalación se ejecuta con un asistente, para su utilización es necesario tener instalado previamente el ambiente de ejecución para Adobe AIR. *GLO Maker* conduce al usuario por dos etapas en la creación del OA: la planificación y el diseño. Ofrece una vista de secuencias a partir de jerarquía de árbol las cuales propone tres secuencias pre-diseñadas.

La segunda etapa (diseño), permite editar cada nodo y completar las actividades (Boyle & Bradley, 2009). Una vez terminado el OA es posible exportarlo. Este proceso genera un grupo de archivos y carpetas, a partir desde el cual se accede al OA desde cualquier navegador. Esta herramienta no cuenta con ninguna opción de etiquetado que permita una descripción del OA a través de metadatos. La Figura 4.20 muestra la interfaz de *GLO Maker* y sus principales herramientas.

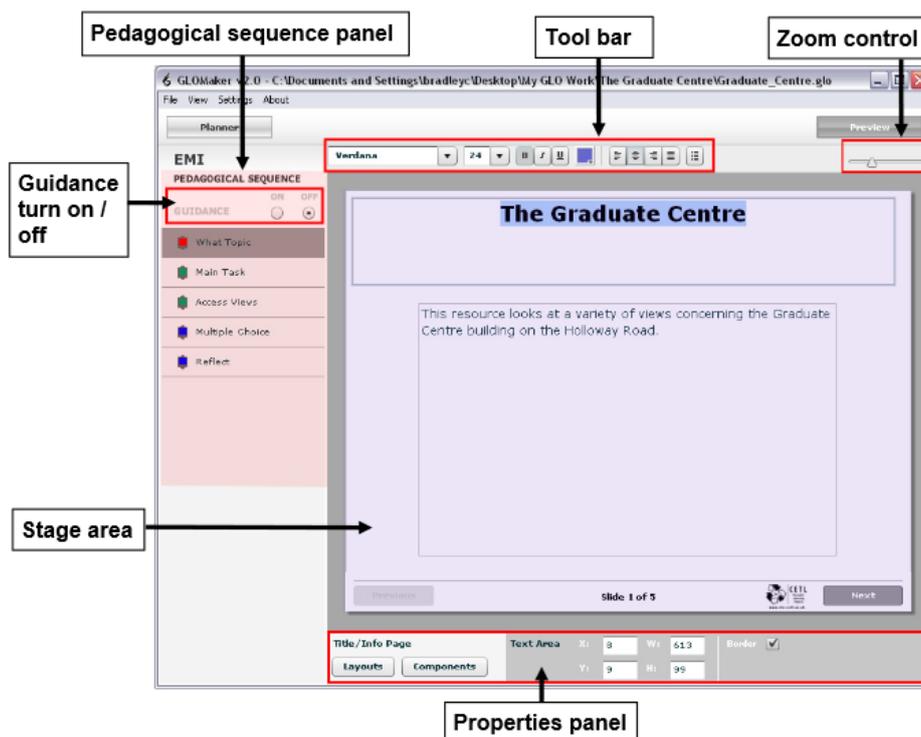
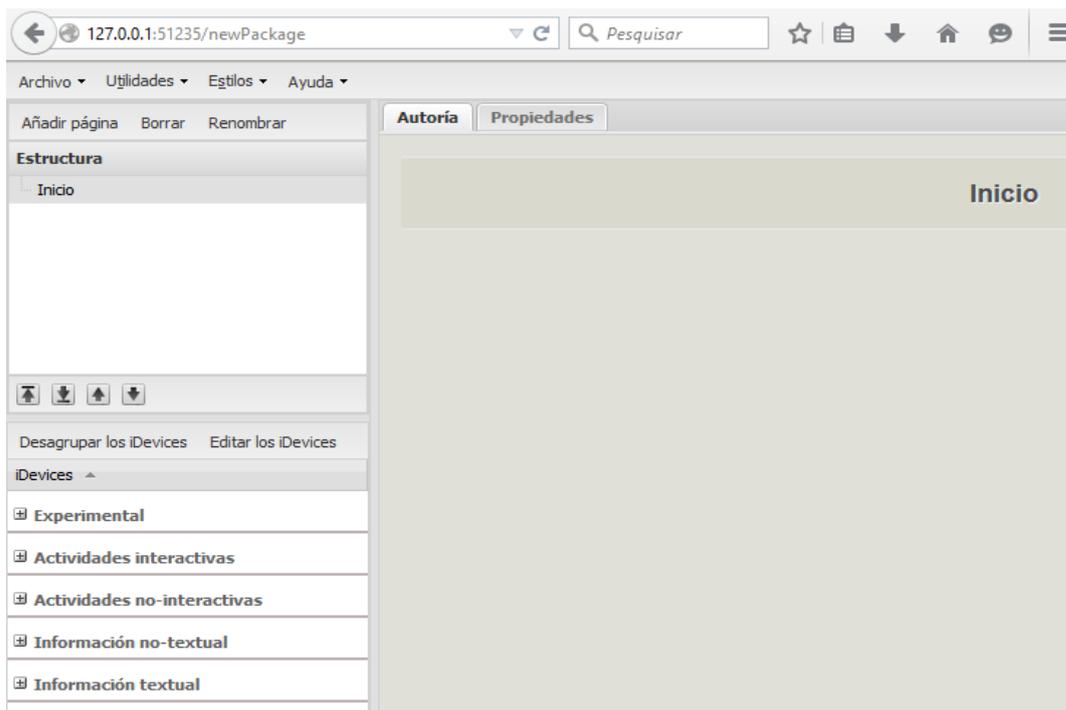


Figura 4.18 Interfase de *GLO Maker* (Boyle & Bradley, 2009)

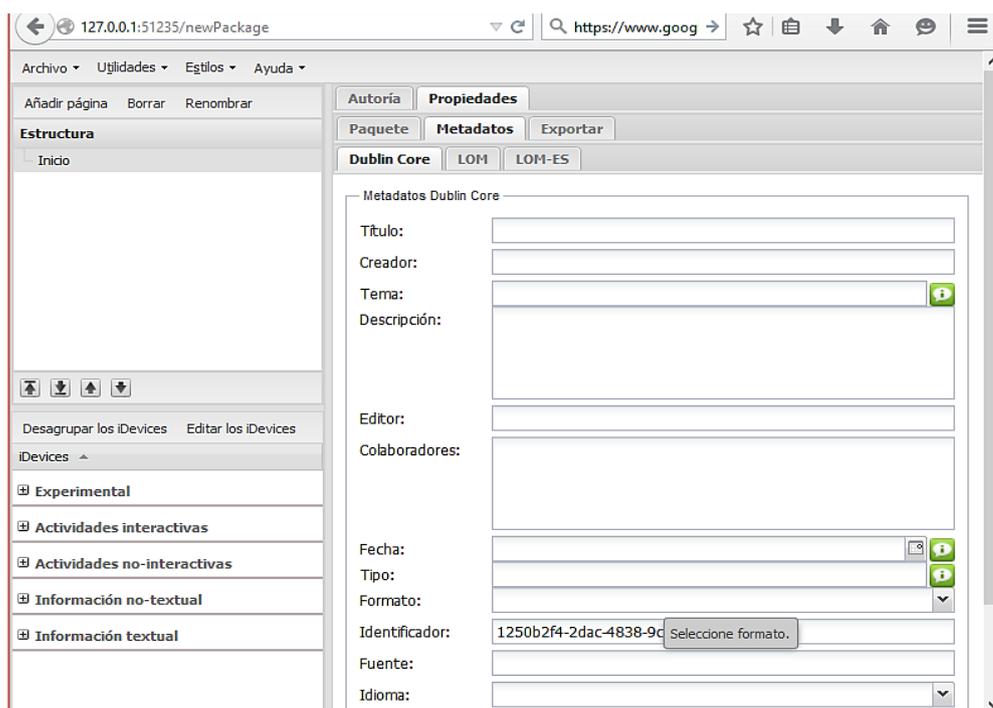
#### 4.6.3.9 EXeLearning

*EXelearning* es una herramienta de autor de código abierto para ayudar a los docentes en la creación y publicación de contenidos Web (<http://exelearning.net>). Gracias a su interface gráfica (Figura 4.17) los materiales educativos pueden ser construidos sin necesidad de tener conocimientos en lenguajes de programación. Los recursos elaborados a través de esta herramienta pueden exportarse como *IMS CP*, *SCORM 1.2*, *SCORM 2004*, *IMS Common Cartridge 80*, o páginas para la distribución y reutilización del OA en diferentes plataformas (Mora, 2012). De esta manera los OA creados con *eXeLearning* cumplen con los criterios de accesibilidad, interoperabilidad, durabilidad, y asequibilidad (Area & Adell, 2009). *EXeLearning* es un programa libre y de código abierto bajo licencia GPL-2 (*General Public license V 2.0*) y su instalación se realiza a través de un asistente.



**Figura 4.19** Captura de pantalla de la página de inicio de *eXeLearning*

Esta herramienta de autor cuenta con plantillas para crear OA de acuerdo a diferentes estilos, por ejemplo, EducaMadrid ([www.educa.madrid.org](http://www.educa.madrid.org)), Madrid Linyux (<http://www.educa2.madrid.org/educamadrid/madrid-linux>), entre otros. Permite integrar diversos elementos a través de sus *iDevices*. También, se puede etiquetar desde la opción “Metadatos”, en la Figura 4.18 se puede observar la interfaz y los perfiles estandarizados de aplicación *Dublin Core*, *LOM* y *LOM-ES*.



**Figura 4.20** Ruta de etiquetado de OA en *eXeLearning*

*EXeLearning* se desarrolló gracias a la contribución de La Comisión de Nueva Zelanda Gobierno Terciario de educación (<http://exelearning.net>). Fue dirigido por la Universidad de Auckland, La Universidad de tecnología de Auckland y la Politécnica de Tairawhiti. El proyecto original estuvo vigente hasta el 2010, pero dos años después el Instituto de Tecnologías Educativas del Gobierno de España (actual INTEF) retomó el proyecto. En septiembre del 2014 fue lanzada la nueva versión *eXeLearning 2.0*.

En el año 2013 *eXeLearning* se convirtió en una aplicación Web (desarrollada en Python + Ext JS) que puede utilizarse con cualquier navegador. Mejoró la accesibilidad, presentación, publicación y mantenimiento de los contenidos mediante scripts. La versión original utilizaba un formato binario cerrado y pasó a usar un formato XML abierto. Los paquetes SCORM pueden ser editados desde la propia herramienta. Permite la vista previa sin necesidad de exportar los archivos, esto facilita el proceso de edición.

Respecto a la Configuración de *eXeLearning*, se puede trabajar con un idioma y generar contenidos en otro. Permite elegir el navegador con el que se quiere trabajar y el tipo de documento XHTML o HTML5. Los *iDevices* son las herramientas o bloques que pueden ser insertadas en los contenidos, se encuentran agrupados por categorías y es más sencillo localizarlos y seleccionarlos.

Los diferentes recursos didácticos que pueden ser agregados a través de los *iDevices* van desde preguntas de verdadero-falso hasta otros más complejos como *applets* de java. (<http://exelearning.net>). A través de estos es posible la edición de los recursos y dan un formato estándar. Dentro de cada *iDevice* hay una ventana de edición, por la cual se puede dar formato para editar textos, insertar imágenes, audio, videos, páginas Web, entre otros. También tienen acceso al código HTML lo que posibilita la inserción de ventanas de sitios Web para navegar en ellas sin necesidad de abrir otra ventana.

Algunos de los *iDevices* más relevantes son: **Actividad**, funciona para plantear una actividad en una caja de texto; **Actividad de lectura**, propone una lectura acompañada de una actividad, opcionalmente se pueden incluir informaciones complementarias; **Pregunta verdadero-falso**, propone una (o varias) preguntas que deberán ser respondidas con "Verdadero" o "Falso"; **Pregunta de elección múltiple**, propone una (o varias) preguntas tipo test; **Rellenar huecos** propone un texto con espacios en blanco que deberán ser completados; **Texto libre** permite añadir contenidos mediante un editor de textos; y **Objetivos** se utiliza preferentemente para indicar los objetivos de aprendizaje planteados.

#### 4.6.4 Implementación de los Objetos de Aprendizaje

Una vez que ha terminado el proceso de desarrollo de los OA es posible implementarlos. Como ya han sido creados bajo estándares y especificaciones e-learning, pueden ser distribuidos a través de un SGA o de páginas Web. Para realizar la distribución es necesario exportar el paquete para ser importado por una plataforma que lo soporte. La Figura 4.21 muestra la opción de *eXeLearning* que permite exportar los materiales creados en ficheros para generar páginas Web, o cursos. Una vez que se hayan generado los cursos ya sea como *Content Aggregations* de SCORM, Cursos AICC, o paquetes de recursos IMS, entre otros; pueden ser importados directamente desde el SGA, mostrados y administrados sin problemas de interoperabilidad.

Para la distribución de los OA a través de páginas Web, es necesario que desde la herramienta de autor los contenidos sean exportados como sitio Web en un archivo comprimido. Después deben ser colocados en un servidor y mostrados como un sitio Web con acceso a través de internet. Es importante mencionar que este medio de distribución no permite llevar un registro de las actividades, ni de los usuarios que ingresan al OA. Tampoco se puede gestionar los perfiles o las actividades de evaluación. Por tal motivo, se considera que para conseguir los objetivos educacionales y acompañar el desempeño de los estudiantes es más eficiente la distribución de los cursos a través de un SGA.

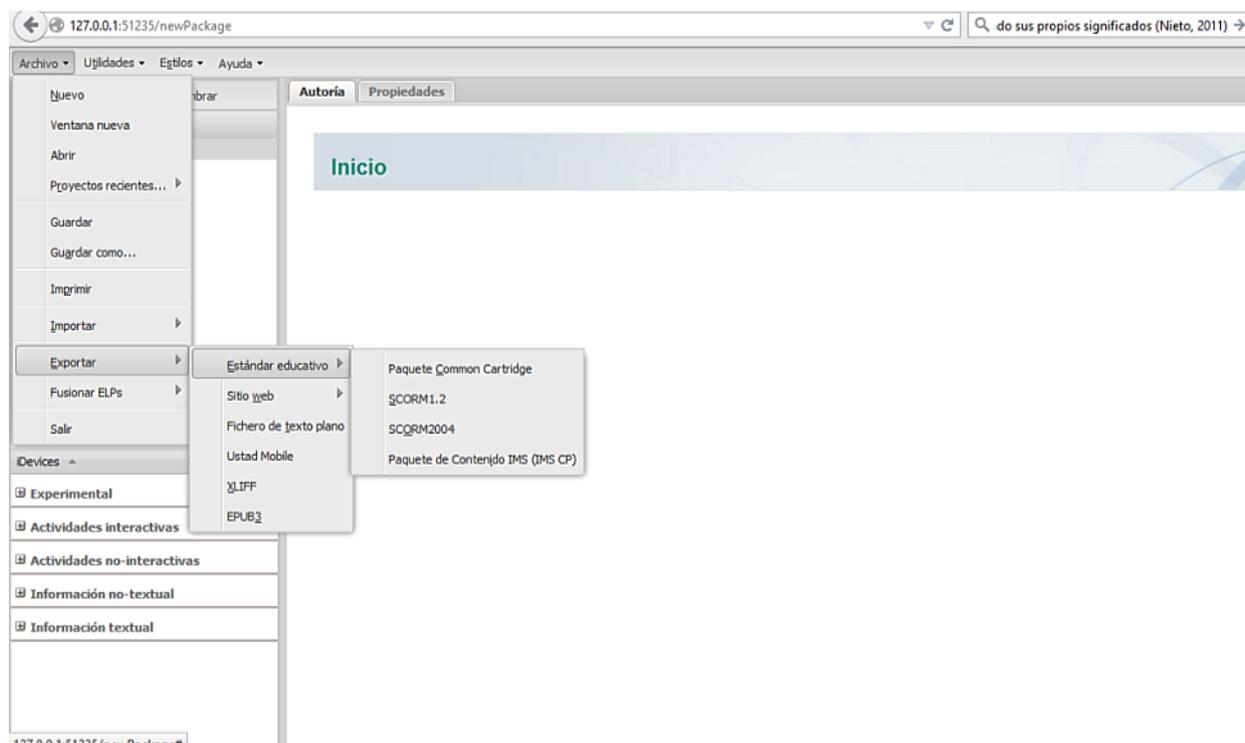


Figura 4.21 Ejemplo de tipos formatos de exportación de *eXeLearning*

Finalmente, para valorar la calidad de los OA es necesario someterlos a una evaluación. Esta puede ser realizada a través de repositorios, o de la valoración por expertos que utilicen instrumentos que ya han sido validados. A continuación se detallarán los métodos de evaluación.

#### **4.6.5 Evaluación de Objetos de aprendizaje**

Esta es la última etapa de la creación de los OA. Aunque pueden ser evaluados en cualquier fase de su creación, es fundamental en dos momentos, antes (por expertos) y después de la implementación (por usuarios). Esto es muy importante, ya que en base a los resultados de someter a los OA a una valoración se pueden realizar las mejoras que incrementen la eficacia y eficiencia en la implementación, mantener su vigencia, dar mantenimiento y actualizar los contenidos.

La evaluación de OA puede ser realizada a través de repositorios o de instrumentos. Las dos estrategias son consideradas como válidas. Existen instrumentos que ya han sido probados, con los cuales se puede verificar si los OA son de calidad. Además puede servir como una guía para la planeación y el diseño, e ir cumpliendo los criterios que serán valorados, para que en base a esto se produzcan OA de calidad, que cumplan con sus atributos y sus objetivos educacionales.

##### **4.6.5.1 Evaluación de Objetos de Aprendizaje a través de repositorios.**

**MERLOT** (*Multimedia educational Resource for Learning and Online Teaching*) (<http://www.merlot.org>) es una comunidad virtual abierta y gratuita cuyo objetivo es promover el interés por compartir recursos educativos digitales y experiencias con el uso de tecnología en procesos educativos. Está dirigida a profesionales, estudiantes y administrativos de la educación superior. En **MERLOT** se pueden encontrar materiales digitales como: simuladores, presentaciones, tutoriales, páginas Web, cursos online, herramientas de evaluación, artículos de revistas especializadas de acceso libre, textos, entre otros.

Estos recursos digitales son sometidos a un proceso de evaluación por pares una vez que han sido incorporados en la base de datos (Insuasty, Martín García & Jesus, 2014). A través de este método se intenta mejorar la calidad de los recursos, de tal manera que los evaluadores deben tener competencias similares a las del autor. El proceso inicia una vez que un recurso es asignado a un evaluador, y aparece en **MERLOT** con el estatus "bajo revisión". Esta evaluación es realizada por al menos dos personas

competentes quienes desde una perspectiva individual crean una “revisión compuesta”. Este material permanece en el estatus de “bajo revisión” hasta que el resultado de la revisión por pares es publicado en *MERLOT* (Morales-Morgado, 2010).

Los criterios de evaluación se basan en tres dimensiones: **calidad de contenido**, comprende tanto el significado educativo del contenido como su exactitud o validez; **potencial efectividad como herramienta de enseñanza aprendizaje**, determina la actual efectividad de una herramienta en el proceso de enseñanza aprendizaje, esto es lo más difícil de evaluar porque se requiere información del contexto cuando el recurso está siendo utilizado, sin embargo, se puede evaluar de forma potencial si los expertos consideran que el recurso ayudará a mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje; **facilidad de uso**, la cuestión básica es definir cuan fácil es el uso de la herramienta tanto por parte de los profesores como de los estudiantes, especialmente en la primera vez.

**CLOE** (*Co-operative Learning Object Exchange*) este intercambio cooperativo de OA está compuesto por dieciocho universidades y siete colegios de Ontario, Canadá y la Memorial Universidad de Newfoundland (CLOE, 2003). Además *CLOE* mantiene estrechas afiliaciones con *MERLOT* así como con otras organizaciones nacionales e internacionales.

El servicio fundamental proporcionado por *CLOE* es la revisión por pares de OA a través del *Learning Object Repositorio (LOR)*. Cada institución desarrolla recursos de aprendizaje multimedia para resolver desafíos de problemas educativos que han sido percibidos por otros compañeros. Además, reutiliza OA creados por otras instituciones. Todos los materiales aceptados por *CLOE* debe pasar primero el proceso de revisión por pares. El revisor del diseño instruccional aprueba o no la calidad del OA. Una vez a probado el contenido, es evaluado por dos revisores, si hay desacuerdo un tercero es integrado para la revisión. Las dimensiones de evaluación utilizadas por *CLOE* son al igual que en *MERLOT*: calidad del contenido, efectividad como herramienta de enseñanza/aprendizaje y facilidad.

**DLNET** (*Digital Library Network for Engineering and Technology*) Red de biblioteca digital para ingeniería y tecnología (Morales-Morgado, 2010 a través de (<http://www.dlnet.vt.edu/>), al igual que *MERLOT* realiza un sistema de evaluación de OA por pares, además de esto, toma en cuenta la valoración de los usuarios a lo largo del tiempo. Para evaluar los OA se utilizan las mismas dimensiones que *MERLOT* y *CLOE*, sin embargo en *DLNET* los recursos no son publicados durante la evaluación sino hasta que la revisión final por pares sea aprobada.

Actualmente el único repositorio vigente es *MERLOT*. Como señala Morales-Morgado (2010) la evaluación de los OA tanto en *MERLOT*, *CLOE* y *DLNET* tienen diversas cosas en común: una base de datos para buscar los recursos que más o menos

conforma el estándar *IEEE LOM*, utilizan las mismas dimensiones y estrategias de evaluación y el instrumento de evaluación *LORI* que será presentado a continuación.

#### 4.6.5.2 Evaluación de Objetos de Aprendizaje a través de instrumentos.

Los instrumentos para la evaluación de la calidad de OA, no solo sirve para valorarlos, sino como una guía al momento de ser diseñados. Guenaga, Mechaca, Romero y Eguíluz, (2012) desarrollaron un cuestionario que mide las características básicas relacionadas a los aspectos pedagógicos y técnicos. En el utilizan criterios como el modelo pedagógico, la función de las actividades, el tipo de evaluación, los recursos multimedia, la interacción hombre-computadora, los criterios de accesibilidad y usabilidad, etc. El propósito de esta herramienta es obtener información sobre cómo los OA apoyan la inclusión tecnológica. Esta versión ha sido diseñada a partir de las conclusiones obtenidas de la aplicación de la versión preliminar a más de 50 OA desarrolladas bajo la financiación y supervisión del Gobierno Vasco.

El grupo de trabajo denominado Agencia Española de Normalización (AENOR) ha desarrollado una herramienta web para evaluar la calidad de recursos educativos digitales. Está integrada por un conjunto de ítems que se evalúan manualmente utilizando valores de 0 a 1. El instrumento está integrado por catorce criterios: 1) descripción didáctica, 2) calidad de los contenidos, 3) capacidad para generar aprendizaje, 4) adaptabilidad, 5) interactividad, 6) motivación, 7) formato y diseño, 8) reusabilidad, 9) portabilidad, 10) estructura del escenario, 11) navegación, 12) operabilidad, 13) accesibilidad del contenido audiovisual, y 14) accesibilidad al contenido textual. Estos son propuestos por la norma UNE para la calidad de los materiales educativos (Sarasa, Fernández-Pampillón, Rueda & Riani, 2016).

**LORI (Learning Object Review Instrument)** es una de las herramientas más conocida y utilizada para evaluar la calidad de recursos para un sistema de formación e-learning. Fue creada por Nesbit, Belfer, y Leacock, (2004). Es un formulario que contiene criterios de evaluación que son evaluados por escala de valoración de cinco puntos, siendo uno la puntuación más baja y cinco la más alta y campos de comentarios. También cuenta con un campo por si el evaluador no tiene la capacidad de evaluar un ítem puede pasarlo por alto. Su objetivo es facilitar la valoración de los recursos a través de un formato estructurado para su evaluación. La Tabla 4.4 muestra un ejemplo de cómo puede ser presentada la herramienta *LORI* y sus nueve dimensiones traducidos al español.

**Tabla 4.4** Transcripción del instrument *LORI*

Learning Object Review Instrument (LORI)										
Criterio	Descripción	Bajo	Puntuación					Alto	N/A	Comentarios
						*	*			
					*	*	*			
			*	*	*	*	*			
1 Calidad del contenido	Veracidad, certeza, presentación balanceada de las ideas y apropiado nivel de detalle									
2 Alineación de las metas de aprendizaje	Alineación entre los objetivos de enseñanza, actividades, evaluaciones y características del aprendiz.									
3 Realimentación y adaptación	Adaptación del contenido o feedback usuarios o modelos de usuario									
4 Motivación	Capacidad para motivar, interesar e identificar a los usuarios									
5 Diseño de la presentación	Diseño de la presentación visual y auditiva.									
6 Interacción en la usabilidad	Fácil navegación, interfaz de usuario intuitiva y calidad de la interfaz de ayuda.									
7 Accesibilidad	Diseño de controles y formato de presentación acomodado a usuarios discapacitados y ambulantes.									
8 Reusabilidad	Capacidad de portabilidad entre diferentes cursos o contextos de aprendizaje sin modificación.									
9 Adecuación a un estándar	Adherencia a estándares y especificaciones internacionales									

**Fuente:** traducción de los ítems de LORI 1.5 (Nesbit, Belfer & Leacock, 2004)

Este cuestionario fue publicado en el sitio Web ([www.elera.net/eLera/Home](http://www.elera.net/eLera/Home)), aunque hoy en día no está disponible, puede ser transcrito para ser aplicado a través de diferentes herramientas disponibles en la Web.

Otro instrumento para la evaluación de OA es la **Herramienta para la Evaluación de Objetos de Aprendizaje Reutilizables (HEODAR)** (Morales-Morgado, Gómez-Aguilar & García-Peñalvo, 2008b), esta enfoca sus criterios para evaluar los OA desde un punto de vista pedagógico y técnico. Ha sido desarrollada a través de la revisión de diversas propuestas de evaluación de recursos educativos, así como, de un análisis comparativo con la herramienta *LORI* (Morales, García & Barrón, 2008a).

Cada uno de los criterios que se encuentran dentro de alguna categoría, deben ser evaluados de forma individual. Esto puede realizarse a través de una gráfica de perfiles donde se describan los valores obtenidos de cada uno de los ítems y determinar aspectos específicos de los OA a ser mejorados. Para esto es necesario conocer específicamente los puntos fuertes y débiles de cada OA. Los puntos débiles, son aquellos criterios que han obtenido una puntuación media menor de 1.5 sobre 5, y los puntos fuertes, son los que han obtenido una puntuación media mayor de 4.5 sobre 5 (Morales Morgado, Gómez, García Peñalvo & Therón, 2009) en (Morales Morgado, Muñoz, Conde & García Peñalvo, 2010).

HEODAR está integrado por dos categorías: **pedagógica** que permite evaluar aspectos asociados al usuario (significatividad psicológica) y al currículo (significatividad lógica); sobre esta base, se han propuesto criterios para evaluar aspectos pedagógicos a través de las categorías “Psicopedagógica” y “Didáctico-Curricular”; y de **usabilidad** donde se proponen criterios para valorar el diseño de interfaz y la navegación (Morales-Morgado, Gómez-Aguilar & García-Peñalvo, 2008b)

En la categoría psicopedagógica los criterios evalúan a la significatividad psicología. Los criterios definidos son: Capacidad de motivación (presentación atractiva y original, aporta información relevante, etc.), adecuación a los destinatarios, interactividad y creatividad. La Tabla 4.5 muestra los ítems de cada uno de los criterios de esta categoría.

**Tabla 4.5** Categoría Psicopedagógica del instrumento HEODAR

CRITERIOS PEDAGÓGICOS PARA EVALUAR OBJETOS DE APRENDIZAJE	N/S= No Sabe, 1=Muy Deficiente, 2=Deficiente, 3=Aceptable, 4=Alta 5=Muy Alta
<b>CATEGORÍA PSICOPEDAGÓGICA</b>	
<b>MOTIVACIÓN Y ATENCIÓN</b>	
Presentación atractiva y original: captar la atención de los estudiantes y mantener el interés.	
Información relevante: entregar información importante para ayudar a comprender los contenidos.	
Participación del alumno: explica claramente su participación en el desarrollo del programa.	
<b>DESEMPEÑO PROFESIONAL</b>	
Adecuación a competencias profesionales: adecuar la utilidad de los contenidos y actividades para las necesidades y desempeño profesional de los estudiantes.	
<b>NIVEL DE DIFICULTAD ADECUADO A LAS CARACTERÍSTICAS DE LOS ESTUDIANTES</b>	
Profundidad pertinente: adecuar profundidad según conocimientos previos y nivel de complejidad que el estudiante es capaz de comprender.	
Nivel de Lenguaje: adecuar lenguaje utilizado (científico, etc.) a los conocimientos previos de los estudiantes.	
<b>INTERACTIVIDAD</b>	
Nivel de interactividad: promover actividades abiertas, diversas maneras de resolver problemas, proporcionar realimentación y corrección de errores.	
Tipo de interactividad: adecuar interactividad a los objetivos de la metodología, los niveles pueden ser: activos, expositivos o mixtos	
<b>CREATIVIDAD</b>	
Promover el desarrollo e iniciativa y el aprendizaje autónomo.	
Promover el desarrollo de habilidades metacognitivas y estrategias de aprendizaje que les permita planificar, regular y evaluar su propia actividad intelectual.	
<b>PUNTUACIÓN FINAL</b>	
COMENTARIOS GENERALES (Si considera que el objeto puede ser reutilizado en otras áreas, dé algunos ejempl	

En la categoría didáctico-curricular se presentan criterios referentes a la significatividad lógica, en el que se evalúa si el OA es adecuado para los objetivos curriculares. Los criterios son: contexto, objetivos (correctamente formulado, factibilidad), contenidos (información correcta, precisa, no discriminatoria, estructurante de la materia, adecuada a los objetivos y características de los usuarios), tiempo de aprendizaje, actividades y retroalimentación (Morales-Morgado, Gómez-Aguilar, García-Peñalvo, 2008b). La Tabla 4.6 muestra los ítems de esta categoría.

**Tabla 4.6** Categoría Didáctico-Curricular del instrumento HEODAR

CRITERIOS PEDAGÓGICOS PARA EVALUAR OBJETOS DE APRENDIZAJE	N/S= No Sabe, 1=Muy Deficiente, 2=Deficiente, 3=Aceptable, 4=Alta 5=Muy Alta
<b>CATEGORÍA DIDÁCTICO-CURRICULAR</b>	
<b>CONTEXTO</b>	
Nivel formativo adecuado a la situación educativa, por ejemplo: educación secundaria, etc.	
Descripción de la unidad: Presenta una introducción y/o resumen que explica de forma clara en qué consiste la unidad.	
<b>OBJETIVOS</b>	
Correctamente formulado: generalmente los objetivos se elaboran según la fórmula: verbo infinitivo	
Factible: puede ser alcanzado.	
Indica lo que se espera sea aprendido: el alumno debe ser consciente de lo que tiene que aprender.	
Cohérente con los objetivos generales: los objetivos específicos deben ayudar a cumplir los objetivos generales.	
<b>TIEMPO DE APRENDIZAJE</b>	
El tiempo de duración estimado en el desarrollo de la unidad es adecuado al tiempo disponible.	
<b>CONTENIDOS</b>	
Presenta información suficiente y adecuada al nivel educativo.	
Adecuar los contenidos al objetivo propuesto.	
Presentar información en distintos formatos (texto, audio, etc).	
Permite interactuar con el contenido a través de enlaces.	
Presentar información complementaria para ayudar a los alumnos que deseen profundizar sus conocimientos.	
Cuidar que la información que presenta sea confiable, (datos exactos, referencias bibliográficas, etc.).	
Presentar la información de forma adecuada para ayudar a una mejor comprensión del contenido	
Verificar que el idioma empleado en los contenidos sea pertinente a los objetivos de enseñanza.	
<b>ACTIVIDADES</b>	
Ayudan a reforzar los conceptos	
las propias ideas para la	
integración de la nueva información a los conocimientos pre-existentes	
problemas, estudio de caso, etc.)	
Presenta actividades de evaluación y práctica	
Se propone modalidad de trabajo según sea el caso (individual, colaborativa y/o cooperativa)	
<b>REALIMENTACIÓN</b>	
Se refuerzan los conocimientos a través de ejercicios, autoevaluaciones, etc.	
<b>PUNTUACIÓN FINAL</b>	
COMENTARIOS GENERALES (Si considera que el objeto puede ser reutilizado en otras áreas, dé algunos ejemplos)	

Además de la calidad de los contenidos y de una buena estructura pedagógica, los OA deben tener un diseño de interfaz adecuado, pues si no se tiene un manejo simple y ágil, el estudiante puede perder el interés en el OA. Por este motivo, es necesario evaluar la usabilidad de los OA. En esta categoría se utilizan los criterios de diseño de interfaz y de navegación que valoran la *“facilidad de uso para usuarios específicos en contextos específicos; por tanto, está condicionada a cuestiones objetivas que pueden ser medidas para diversos usuarios, como también de forma subjetiva en relación al grado de satisfacción del usuario con respecto al uso de un recurso”* (Morales-Morgado, Gómez Aguilar & García Peñalvo, 2008b, p. 2). Los aspectos a evaluar en el diseño de interfaz son: Texto, Imagen, Animaciones, Multimedia, Sonido y Vídeo. La Tabla 4.7 muestra cada uno de estos aspectos y sus criterios concretos de evaluación.

**Tabla 4.7** Categoría Diseño de Interfaz del instrumento HEODAR

CRITERIOS DE USABILIDAD PARA EVALUAR OBJETOS DE APRENDIZAJE	N/S= No Sabe, 1=Muy Deficiente, 2=Deficiente, 3=Aceptable, 4=Alta 5=Muy Alta
<b>DISEÑO DE INTERFAZ</b>	
<b>TEXTO</b>	
Organizar en párrafos cortos, sin romper los párrafos ni la continuidad de las ideas que se exponen en ellos.	
Utilizar hipertexto para dividir información extensa en múltiples páginas	
Marcar bloques de contenido a través de títulos o epígrafes	
Usar mayúsculas para los títulos, encabezados o resaltar textos puntuales	
Evitar subrayados cuando no hay enlaces.	
Tipo de letra legible y tamaño adecuado.	
Los colores y tipos de letras aportan información por sí mismos.	
No presentar ningún error ortográfico.	
<b>IMAGEN</b>	
Aclarar la información textual.	
Su presencia no es superflua.	
<b>ANIMACIONES</b>	
Las animaciones están justificadas no se abusa de ellas.	
Atraer la atención del usuario para destacar cosas relevantes.	
No tardar mucho tiempo en cargarse.	
Evitar animaciones que se presentan en un ciclo sin detenerse.	
<b>MULTIMEDIA</b>	
Usar multimedia justificadamente, solo cuando sea necesario para aportar algo.	
Indicar entre paréntesis cuando el tiempo estimado de descarga pueda superar los 2 segundos.	
<b>SONIDO</b>	
Emplear el sonido solo cuando sea necesario (opcional para el usuario).	
Informar de las características del archivo de audio antes su descarga (tamaño, tipos de conexión, etc.).	
<b>VÍDEO</b>	
Utilizar justificadamente, solo cuando pueda aportar algo.	
La imagen y el audio se presentan de forma clara.	
<b>PUNTUACIÓN FINAL</b>	
COMENTARIOS GENERALES (Si considera que el objeto puede ser reutilizado en otras áreas, dé algunos ejemplos)	

El diseño de navegación está enfocado a evaluar la organización de la información como a las posibilidades de acceder a ella a través de la navegación. En base a Nielsen (2000) Morales-Morgado, Gómez Aguilar y García Peñalvo (2008b) sugieren los criterios de evaluación (tabla 4.8) asociados a la página de inicio y a la navegabilidad.

**Tabla 4.8** Categoría Diseño de Navegación del instrumento HEODAR

CRITERIOS DE USABILIDAD PARA EVALUAR OBJETOS DE APRENDIZAJE	N/S= No Sabe, 1=Muy Deficiente, 2=Deficiente, 3=Aceptable, 4=Alta 5=Muy Alta
<b>DISEÑO DE NAVEGACIÓN</b>	
<b>PÁGINA DE INICIO</b>	
Aclarar al usuario dónde se encuentra y el objetivo del sitio .	
Presentar las principales áreas de contenido del sitio con hipervínculos para acceder a ella.	
Si existe pantalla de bienvenida, ésta no debe reterdar la llegada del usuario a la página de inicio.	
<b>NEVAGEBILIDAD</b>	
Poseer una estructura flexible que permita al usuario controlar su navegación.	
Presentar títulos claros indicando nombre o contenido principal.	
La intefaz de navegación muestra todas las alternativas posibles al mismo tiempo, para que los usuarios puedan escoger su opción	
El usuario sabe dónde se encuentra en todo momento.	
Las pantallas dedican en gran parte espacio al contenido.	
La páginas deben ser sencillas, no estar recargadas con publicidad, animaciones, etc.	
El diseño es consstente en todas las pantallas (tamaños, colores, iconos, tipos de letra, etc.).	
<b>PUNTUACIÓN FINAL</b>	

Una vez realizada esta valoración a través de esta herramienta, se debe calcular el promedio, que será el que refleje el valor correspondiente a la calidad pedagógica y de usabilidad. También es importante analizar los datos de las dimensiones por separado, pues la calidad debe estar en todos los aspectos. Además de la valoración cuantitativa, HEODAR cuenta con ítem abierto acerca de los comentarios que tienen los evaluadores. Respecto a la validez del instrumento Morales-Morgado, Gómez Aguilar y García Peñalvo (2008b) señalan que:

La herramienta ha sido valorada previamente por expertos que han validado cada uno de los criterios presentados en las cuatro categorías. De esta manera, la herramienta presenta una amplia variedad de criterios que pueden ser valorados por especialistas en aspectos técnicos y pedagógicos. El rango de valoración propuesto, presenta indicadores bien definidos que permiten dar a conocer concretamente el tipo de calidad de un OA. Por otra parte, la metodología de evaluación sugerida mediante ranking considera, no solo la valoración promedio que ha obtenido un OA, sino también, una ponderación según el número de profesores o expertos que hayan valorado la herramienta y además la consideración del porcentaje de profesores que han evaluado los OA en relación al porcentaje total, de esta manera, la valoración de calidad final se torna más fiable al considerar la cantidad de las evaluaciones (p. 6).

De esta manera se concluye la presentación de los aspectos más importantes a considerar al momento de crear un OA. En el siguiente capítulo se presenta el proceso para la creación de la propuesta didáctica integrada por seis OA. En siguiente capítulo se retomarán de manera contextualizada para la creación de propuesta didáctica de esta tesis.



# 5

## Creación de la propuesta didáctica

---

- 5.1 Análisis del contexto de aplicación
- 5.2 Diseño Instruccional, según el Método de Interiorización
  - 5.2.1 Definición de Representaciones Geométricas.
  - 5.2.2 Método de Interiorización (MI) en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.
  - 5.2.3 Diseño de los OA basado en el método de interiorización
- 5.3 Desarrollo de OA para el aprendizaje de vectores y sus aplicaciones
  - 5.3.1 Construcción
  - 5.3.2 Empaquetado
  - 5.3.3 Etiquetado
- 5.4 Implementación
  - 5.4.1 Presentación y descripción de los OA.
  - 5.4.2 Propuesta de actividad para los estudiantes
- 5.5 Evaluación
  - 5.5.1 Cuestionario inicial de valoración de la calidad
  - 5.5.2 Diseño del cuestionario final para la valoración de la calidad pedagógica y de diseño técnico
  - 5.5.3 Análisis psicométrico del cuestionario final
    - 5.5.3.1 Pruebas de fiabilidad del instrumento.
    - 5.5.3.2 Pruebas de validez del instrumento.
    - 5.5.4 Evaluación de la propuesta didáctica

## 5 Creación de la propuesta didáctica

El Proceso ADDIE presenta una serie de pasos para la creación de recursos educativos en general, que van desde su planeación hasta su evaluación. En este capítulo se presenta a detalle las etapas de dicho modelo para la creación de una propuesta didáctica, conformada por seis OA para la enseñanza del tema de “Vectores reales geométricos: definición, operaciones y aplicaciones”.

Como parte del proceso del diseño de recursos se debe de considerar la importancia del DI utilizado. Como ya se había mencionado en el capítulo 4, el DI se refiere al conjunto de actividades que han de ser realizadas por los instructores con la finalidad de promover el proceso de enseñanza-aprendizaje. El DI puede estar basado en una o más Teorías del Aprendizaje, y no hay uno específico, sino que son planificados de acuerdo con las necesidades instructivas que el diseñador considere pertinentes. Para esto, primero debe de realizarse un análisis de cuáles son los problemas a ser resueltos, y después seleccionar las Teorías del Aprendizaje que servirán como base del DI.

Con el objetivo de incrementar el potencial educativo de los OA, se debe de comprender lo que es el aprendizaje, y cómo ocurre desde la perspectiva de una o algunas Teorías del Aprendizaje, esto dará una guía a las actividades que han de ser planificadas, y generar métodos que garanticen, en medida de lo posible, el éxito educativo. Dicho lo anterior, esta tesis toma como base para el DI de los OA dos teorías: los Modelos Mentales de Johnson-Laird(1983, 1996, 2013), que describe el aprendizaje en cualquier contexto; y los procesos cognitivos de visualización y razonamiento de Duval (1995, 1998, 1999a); que describe específicamente los procesos de aprendizaje en de la geometría.

El problema principal que se quiere atender con esta propuesta educativa es la dificultad para comprender conceptos abstractos. Por lo que, en parte, este recurso está diseñado en base al Método de Interiorización, que propone incluir Representaciones Geométricas para ayudar a los estudiantes a construir modelos mentales de ciertos conceptos matemáticos que puedan ser representados gráficamente. Este método se basa en la manipulación de las configuraciones geométricas para comprender su definición. De tal manera que, uno de los elementos considerados más importantes son las Representaciones Geométricas construidas.

Todos los elementos, actividades, recursos, objetivos, etc., están diseñados para auxiliar al estudiante a generar modelos que representen los conceptos seleccionados. Estos fueron integrados en la interface de los OA en base a la taxonomía instructiva de Gangé (1975). Luego, los OA fueron empaquetados y etiquetados con *eXeLearning* Después, se valoró su calidad pedagógica y de diseño técnico a través de un cuestionario

Online respondido por estudiantes del PPGECEM de la UEPB. Finalmente, se implementaron, como estudio piloto, a estudiantes de grado en física y matemáticas.

### 5.1 Análisis del contexto de aplicación

Para comenzar la creación de los seis OA fue necesario determinar la causa de algún problema de aprendizaje y proponer una solución. Como ya se ha mencionado, **uno de los problemas que puede estar relacionado con la falta de comprensión en el aprendizaje de las matemáticas, es que los estudiantes tienen dificultades para entender conceptos abstractos, ya que son difíciles de articular y requieren un alto nivel de actividad mental. Utilizan métodos mecánicos y de memorización para realizar operaciones con símbolos aritméticos, lógicos o algebraicos que carecen de un sentido matemático y una aplicación tangible.** Consecuentemente, el estudiante no es capaz de resolver diversos problemas, pues incluir o modificar información, le resulta una tarea difícil y puede afectar de manera negativa su aprendizaje. Es decir, no aprende de manera significativa, sino que memoriza procesos o patrones que carecen de un sentido matemático.

Intentado ayudar a resolver el problema anterior, este proyecto presenta una propuesta didáctica para promover el aprendizaje a través de la motivación, uso de Representaciones Geométricas, y transferencia de conocimientos para la definición y representación geométrica de operaciones con vectores y sus aplicaciones. Este tema ha sido seleccionado porque es uno de los más utilizados en la enseñanza de las matemáticas entre los universitarios, pues varios problemas pueden ser modelados a partir de estos conceptos para ser resueltos.

Para que una estrategia didáctica tenga, en medida de lo posible éxito, es necesario que esté diseñada bajo un sustento epistemológico, por tal motivo, primero se debe definir ¿qué es el aprendizaje?, ¿cómo ocurre? y ¿cuáles son los factores que influyen en este proceso? Y después, en función de esto sean diseñados los recursos educativos.

**La Teoría de los Modelos Mentales de Johnson-Laird(1983, 1996, 2013) ha sido seleccionada como parte de la base para la planeación y diseño de la propuesta, debido a que proporciona un análisis no tradicional en el estudio del aprendizaje de las matemáticas. Esta teoría explora los procesos de aprendizaje internos y se concentra en lo que el estudiante ha construido en su mente para representar ciertos conceptos, y en su capacidad de reconstruir esas**

**representaciones para crear nuevos conceptos, y no en los procesos mecánicos que el estudiante utiliza para resolver un problema.**

De acuerdo con Johnson-Laird (1983, 1996, 2013) los humanos piensan y razonan a través de modelos mentales. Además de esto, se debe considerar que, en la enseñanza de la geometría desde la presentación de la definición de un concepto, hasta su comprensión (la construcción de un modelo que lo represente), se llevan a cabo ciertas etapas cognitivas. En este sentido es necesario planear y diseñar estrategias instructivas que ayuden a la generación y comprobación de dichos modelos en los estudiantes.

Otra teoría que sustenta el diseño de los OA es de los procesos cognitivos de visualización y razonamiento (Duval, 1995, 1998, 1999a), esta proponen cómo el estudiante va alcanzando ciertos niveles de conocimiento y dominio de la geometría. Por tratarse del tema de vectores geométricos, esta teoría también puede ser utilizada como base para el DI de los OA que integran la propuesta didáctica.

De esta manera, en la etapa de análisis ha sido identificado el problema, que es la falta de comprensión y significado de ciertos temas de matemáticas, y se propone una solución a través de una propuesta didáctica conformada por seis OA, la cual está orientada para estudiantes de grado en la modalidad presencial. Su objetivo es ayudar a estos estudiantes a aprender el concepto de vectores y sus aplicaciones. Como se detalla a continuación, las actividades y recursos se sustentan en la Teoría de los Modelos Mentales y en la teoría de los procesos cognitivos de visualización y razonamiento, unidas por el Método de Interiorización.

## **5.2 Diseño Instruccional, según el Método de Interiorización**

Ya fue mencionado que, las teorías seleccionadas para sustentar el DI de los OA son la de los Modelos Mentales de Johnson-Laird (1983, 1996, 2013). Estas teorías aunque son ajenas entre sí, comparten algunos aspectos como el uso del discurso para exteriorizar lo que hay en la mente de los estudiantes, así como, el uso de representaciones externas para ayudar a la comprensión de conceptos abstractos.

De manera que, para el DI de los seis OA se ha propuesto un proceso llamado Método de Interiorización (MI) el cual describe las etapas que el estudiante experimenta desde que recibe una proposición hasta que ha creado un modelo mental que la represente. Antes de presentar este método, se debe conocer lo que es una Representación Geométrica.

### 5.2.1 Definición de Representaciones Geométricas.

En el capítulo 2 fue definido, de manera general, que una representación es un conjunto de imágenes, símbolos, sonidos, olores, etc. que hace referencia alguna cosa que no está presente (Moreira, 2010). Pero específicamente ¿qué son las Representaciones Geométricas? y ¿cómo ayudan a crear modelos mentales de conceptos geométricos? En base a las teorías y conceptos mostrados en esta tesis, se puede obtener una definición propia. Una Representación Geométrica (RG) es una **representación externa pictográfica** de algún fenómeno, concepto o cosa representado a través de una figura geométrica. Las RG pueden ser construcciones análogas o digitales.

Las construcciones análogas, son aquellos dibujos construidos “a lápiz y papel”, son estáticas, es decir, no pueden ser modificadas, incluir información prácticamente implica la realización de una nueva configuración. Además, existe el factor del error del cálculo humano que, para ser corregido, prácticamente se debe realizar una nueva configuración, lo que llevaría demasiado tiempo. Por otro lado, la falta de habilidad para dibujar del profesor o una configuración poco clara para los estudiantes puede provocar desmotivación y confusión.

Las construcciones digitales son aquellos dibujos o gráficos generados a través de un recurso informático, son dinámicas y facilitan la aprehensión operatoria, pues permiten la interacción con los objetos. Añadir, quitar o modificar información para transformar una configuración inicial, ayuda a la resolución de problemas por inspección y facilita el entendimiento. El uso de *Software* de matemáticas para la construcción de RG facilita la modificación de posición, forma y tamaño de los objetos instantáneamente optimizando el tiempo durante una clase expositiva. Al igual que las construcciones análogas, existe el factor del error, solo que, en este caso, las reconfiguraciones pueden ser hechas en menor tiempo (Iriarte, Aginaga & Ros, 2014).

Las representaciones en general, son esenciales para la cognición humana, pues tienen un papel importante para la comprensión, el aprendizaje, la memoria y la resolución de problemas, entre otros. Otero, Moreira, y Greca (2002) afirman que el uso de representaciones pictográficas puede ayudar a transformar representaciones proposicionales en análogas, que por su naturaleza facilitan la adquisición y comprensión de conceptos. En base a lo anterior, se puede afirmar que el uso de RG puede ayudar a mejorar el aprendizaje de matemáticas.

Se debe considerar que solo aquellas definiciones o conceptos matemáticos que tienen una interpretación geométrica pueden ser representadas por una RG. Por ejemplo, ecuaciones, sistemas de ecuaciones, vectores, derivadas, integrales, etc. son conceptos que no tienen forma específica, lo que dificulta su aprendizaje, y por lo tanto, la creación de

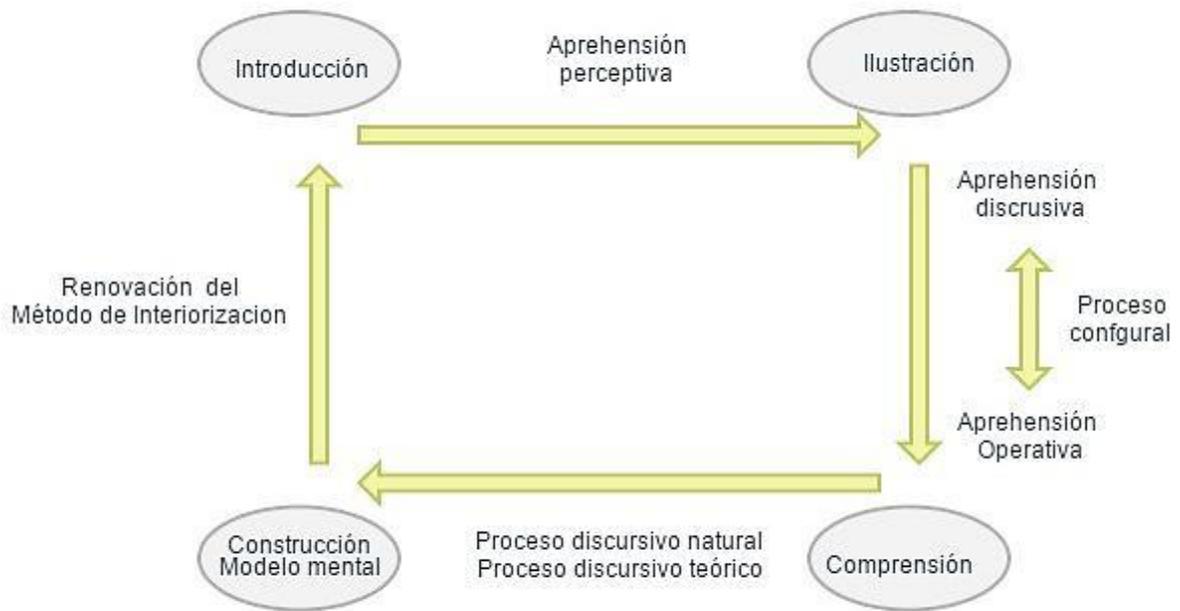
modelos mentales que los representen (Moreira, 1999), pero, pueden ser representados a través de una figura geométrica lo que facilitaría su comprensión, y consecuentemente, la creación de modelo mental.

Algunos autores han trabajado con esta idea. Soyly (2007) dice que la razón por la que los estudiantes tienen dificultades para comprender los conceptos abstractos, es porque son difíciles de articular y requieren un alto nivel de actividad mental. Rebajan el aprendizaje de las matemáticas a realizar operaciones con símbolos aritméticos, lógicos o algebraicos mediante la memorización. En su trabajo "*The role of the geometric models in the explanation of determinant and the properties of a determinant*" propone que este problema puede ser reducido, concretizando conceptos abstractos a través de la construcción de modelos.

Este autor presenta el "método de concretización", y es definido como el proceso de enseñar contenidos matemáticos con la ayuda de modelos geométricos. El autor observó que este método es más eficiente que la enseñanza tradicional, pues en una clase expositiva de matemáticas, se escucha y escribe, es decir, solo se estimulan dos canales sensoriales; y en el método de concretización, al utilizar modelos geométricos, se añade el canal de la vista; de esta manera, el aprendizaje es más sólido, pues se adquiere a través de tres órganos sensoriales. Así como no se puede aprender a cocinar solo viendo, las matemáticas no pueden ser aprendidas solo escribiendo. Si estos conceptos se quedan solo en la mente, sin oír y ver, se vuelven poco importantes (Soyly, 2007). De manera similar al método de concretización, a continuación se presenta un método propuesto el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría.

### **5.2.2 Método de Interiorización (MI) en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.**

**El MI es una secuencia de etapas y procesos cognitivos, que utiliza RG para la construcción de modelos mentales de conceptos matemáticos que tienen una interpretación geométrica.** La Figura 5.1 ilustra el MI. Como se puede apreciar, es un proceso que consta de diferentes etapas, en el cual hay una entrada (proposición matemática) y un producto de salida (modelo mental). Las cuatro etapas definidas son: Introducción, ilustración, comprensión y construcción. Para pasar de una a otra, se hacen presentes los procesos cognitivos de visualización y razonamiento.



**Figura 5.1** Diagrama del Método de Interiorización.

En la etapa de “**introducción**” se muestra un nuevo concepto de manera discursiva, puede ser oral o escrita. Estos conceptos son proposiciones matemáticas o físicas (conceptos, definiciones, teoremas, axiomas, corolarios, etc.) que pueden ser expresadas en un lenguaje natural o simbólico (algebraico, geométrico o lógico).

En las siguientes dos etapas de ilustración y comprensión, se presenta el proceso cognitivo de Duval (1998) denominado visualización. Recordando, la visualización es el proceso de representar una imagen mental de un objeto mediante un dibujo concebido dentro de la geometría. Para lograr la visualización, se integra a la definición proposicional matemática una RG que contenga su interpretación geométrica.

Durante la “**ilustración**” se hace presente la aprehensión discursiva, pues el estudiante es capaz de establecer relaciones entre una configuración identificada (RG) con su proposición matemática. Esta acción puede realizarse a través de un proceso llamado cambio de anclaje, que van del anclaje visual al anclaje discursivo y viceversa.

Una vez que el estudiante ha conocido el concepto y lo relaciona con su RG, cambia a la etapa de “**comprensión**”, donde puede manipular diferentes configuraciones mediante la aprehensión operatoria, realiza cambios a alguna configuración inicial para la resolución de algún problema, ya sea por la aprehensión operatoria de cambio figural, o por la aprehensión operatoria de reconfiguración. En esta etapa del MI, el estudiante ha adquirido un concepto, lo ha relacionado a una RG, y es capaz de manipular su configuración para resolver problemas simples de manera deductiva.

Ahora el estudiante tiene un razonamiento como proceso configural, pues establece una interacción entre las aprehensiones discursiva y operatoria, generando cambios en la configuración inicial conforme se presentan las afirmaciones matemáticas. Además, puede describir, explicar y argumentar en un lenguaje natural proposiciones matemáticas. En otras palabras, ha desarrollado un razonamiento de proceso discursivo natural. Incluso puede llegar a expresar teoremas, axiomas o definiciones en lenguaje matemático, obteniendo y demostrando un nivel mayor de dominio del tema (proceso discursivo teórico).

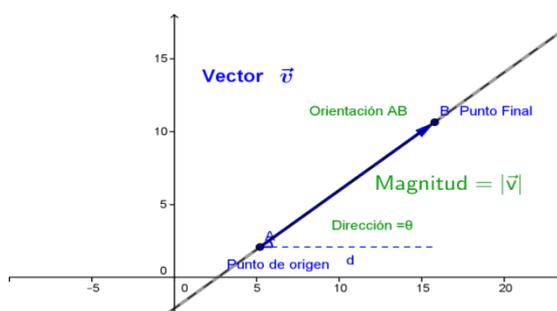
Finalmente, en la etapa de “**construcción**”, el estudiante puede generar un modelo mental del concepto ingresado en la etapa de introducción. Ha creado una representación análoga de un concepto abstracto que es verbalmente expresable, el cual puede ser computable y modificado para adquirir nuevos conceptos. En esta fase se puede decir que ha comprendido la definición o concepto matemático, pues comprender un concepto, implica tener un modelo mental que lo represente (Moreira, Greca, & Palmero, 2002).

Este proceso se inicia nuevamente cada vez que el profesor introduce un nuevo concepto. A medida que el estudiante va avanzando, va adquiriendo habilidades que requieren un mayor nivel de complejidad. Puede reutilizar algún modelo mental agregando más información para reconfigurarlo. Los modelos mentales generados a través de MI se apegan a la definición de Johnson-Laird (1996), pues representan análogamente fenómenos, definiciones o cosas que son altamente específicos y construidos a través de información adquirida por el discurso. El MI al ser cíclico y reutilizar los modelos generados, cumple el principio de la economía, pues puede modificar los modelos existentes conforme se añade información. Para esclarecer un poco esta idea, se presenta el siguiente ejemplo donde se utiliza el MI para la construcción de un modelo mental del concepto de vector geométrico.

1. **Introducción.** Se tiene la definición: Un vector es un conjunto de elementos que geoméricamente describe un segmento orientado con magnitud y dirección (Zill & Wright, 2011). Todo vector geométrico tiene un punto de origen o punto de aplicación y un punto final, donde:
  - La orientación está definida por el punto de origen y el punto final.
  - La dirección es inclinación de la recta que pasa por el punto de origen y el punto final.
  - La magnitud representa la medida del segmento orientado que lo define.

Se puede observar que los vectores son una figura geométrica, pues tienen forma y dimensión. La dimensión toma los valores de uno, dos y tres, donde las unidades máximas de representación son un punto y una línea. Los valores pertenecen a las rectilíneas cerradas, ya que un vector es un segmento, y un segmento es una línea cerrada. Entonces se puede dar paso a los procesos cognitivos de Duval que están implícitos dentro del MI.

2. **Ilustración.** Si a esta definición se agrega la RG (Figura 5.2), será más sencillo para entender, incluso, el estudiante podrá establecer una relación directa entre la RG y la definición.



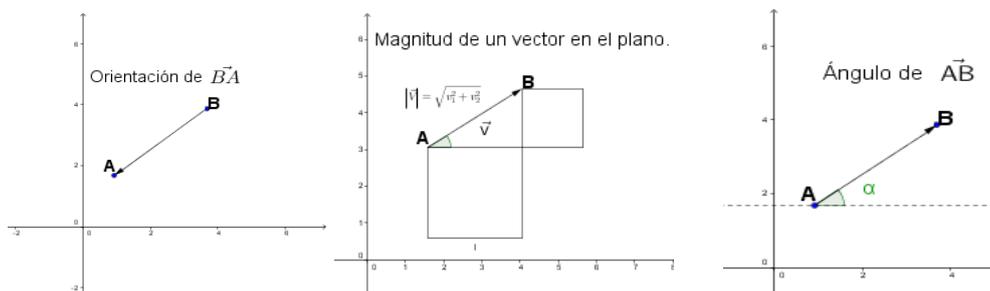
**Figura 5.2** RG de un vector

En este punto se ha cumplido la aprehensión perceptiva y discursiva, el estudiante identifica la figura de un vector sin emitir ningún juicio, y puede relacionar la definición de un vector con su RG. Si se agregan las RG de orientación, magnitud y dirección (Figura 5.3), identifica que el vector puede ser modificado; es decir, cambiar su tamaño, su inclinación o el punto de inicio. Aquí se hace presente la aprehensión operatoria, pues establece una relación entre la modificación de la información y los cambios visuales que sufren las configuraciones iniciales para resolver problemas.

**RG de orientación**

**RG de Magnitud**

**RG de dirección**



**Figura 5.3** RG de las componentes de un vector

3. **Comprensión.** En esta etapa el estudiante ya ha conocido el concepto de vector, puede hacer modificaciones de configuraciones dependiendo de las afirmaciones matemáticas que se le presenten, puede resolver problemas y establecer una relación entre las definiciones y las RG. Ahora el estudiante puede expresar descripciones, explicaciones o argumentaciones de manera

natural (proceso discursivo natural) o lenguaje simbólico (proceso discursivo teórico).

4. **Construcción.** En esta última etapa, el estudiante ha creado una representación interna análoga altamente específica de la definición de un vector que puede ser expresable verbalmente. Ahora el sujeto posee en su estructura cognitiva un modelo mental al que podrá integrar elementos para reconfigurarlo, y generar nuevos modelos de definiciones más complejas que tengan que ver con el mismo tema.

Para el desarrollo del MI, en la etapa de Ilustración el profesor añade una RG al concepto que se quiere enseñar. Las RG pueden ser construcciones análogas o digitales, para conseguir la ilustración de un concepto puede ser que no exista mucha diferencia en usar cualquiera de estas dos construcciones. Sin embargo, otra etapa del MI es la comprensión, para llegar a esta etapa es necesario el proceso de cambio configural, y establecer una relación entre la RG y el concepto que se quiere aprender. Para realizar el proceso de cambio configural, es necesario modificar las RG conforme se añade o quita información, esto puede ser más complicado con construcciones análogas. Pero, el uso de un *Software* cálculo algebraico, como GeoGebra, podría facilitar este proceso, pues por las características de este *Software*, las construcciones son dinámicas, y sus dos vistas establecen una relación directa entre su significado algebraico y geométrico. Por lo que, puede ser usado como estrategia de enseñanza para la construcción, manipulación y reconfiguración de las RG necesarias para llevar a cabo el MI.

### 5.2.3 Diseño de los OA basado en el método de interiorización

Hasta ahora se tiene el análisis de un problema, que es la falta de comprensión de conceptos abstractos de matemáticas; una propuesta para mejorar esto, es la construcción de seis OA que ayuden a la comprensión del tema de operaciones con vectores y sus aplicaciones, los OA son construidos en base al MI ejecutado con RG construidas con GeoGebra.

Pero ¿cuáles son estas estrategias, actividades y recursos? y ¿cómo han de ser organizados dentro de los OA? Para colocar los elementos dentro de la interfaz de los OA se debe tener una estructura lógica. Gagné (1975) propone una guía para la planeación y ejecución de actividades con la finalidad de cumplir ciertos objetivos de aprendizaje. Las fases de la instrucción son:

1. Informar al estudiante el objetivo previo a conseguir para provocar la motivación.
2. Dirigir la atención hacia lo que se quiere enseñar.
3. Estimular el recuerdo de los conocimientos previos.
4. Presentar la información (estímulo externo) que se quiere enseñar.
5. Guiar el aprendizaje dando instrucciones de cómo aprender.
6. Producir acciones mediante el planeamiento y diseño de tareas y ejercicios para ser resueltos con la información enseñada.
7. Valorar las acciones realizadas en las tareas propuestas.
8. Proveer retroalimentación dependiendo de los resultados.
9. Promover la retención y transferencia de información a otros contextos.

En función de esta taxonomía instructiva se propone como estrategia para estructurar los OA, la integración de ocho elementos: **Nombre, Objetivos de Aprendizaje, Introducción, contenidos, representaciones geométricas, ejercicios y ejemplos, aplicaciones y autoevaluación (Tabla 5.1).**

**Tabla 5.1** Correspondencia entre los elementos de los OA y las fases de la taxonomía instructiva de Gagné (1975)

Elemento: organización de los elementos según fases de Gagné.	Fase de la taxonomía instructiva de Gagné (1975)
Nombre	Nombre del OA. Ej. OA_2: Tipos de Vectores.
Objetivos de aprendizaje.	1. Informar al estudiante el objetivo previo a conseguir para provocar la motivación.
Introducción.	2. Dirigir la atención hacia lo que se quiere enseñar. 3. Estimular el recuerdo de los conocimientos previos.
Contenidos. RG	4. Presentar la información (estímulo externo) que se quiere enseñar.
Ejercicios y ejemplos.	5. Guiar el aprendizaje dando instrucciones de cómo aprender. 6. Producir acciones mediante el planeamiento y diseño de tareas y ejercicios para ser resueltos con la información enseñada.
Aplicaciones.	9. Promover la retención y transferencia de información a otros contextos.
Autoevaluación.	7. Valorar las acciones realizadas en las tareas propuestas. 8. Proveer retroalimentación dependiendo de los resultados.

Fuente: Elaboración propia.

Los seis OA están integrados por estos ocho elementos; los recursos incluidos en cada uno de ellos fueron planeados bajo un DI coherente, que lleva al logro de los objetivos de aprendizaje y a la creación de modelos mentales del tema tratado. Cada elemento está descrito a continuación:

1. **Nombre.** El nombre indica el subtema que ha de ser estudiado:

- OA\_1 Definición y concepto de vector geométrico.
  - OA\_2 Tipos de vectores.
  - OA\_3 Operaciones con vectores.
  - OA\_4 independencia lineal de vectores.
  - OA\_5 Producto punto de dos vectores.
  - OA\_6 Producto cruz de dos vectores.
2. **Objetivos de aprendizaje.** En este apartado son colocados los objetivos de aprendizaje que han de guiar las estrategias de enseñanza-aprendizaje. El propósito de esta sección es estimular la motivación intrínseca, a través textos que enuncien cada objetivo e imágenes que llamen la atención del estudiante.
  3. **Introducción.** En esta sección se presenta un panorama general del contenido, además, contiene algunos ejemplos y preguntas para estimular el interés y la curiosidad. Algunos recursos colocados en este apartado son: laboratorios virtuales, animaciones y textos.
  4. **Contenidos.** Se presentan las definiciones, conceptos, RG y ejemplos. Se utilizan diversos recursos como, textos, videos, laboratorios virtuales, y materiales interactivos creados con GeoGebra.
  5. **RG.** Este elemento es parte de los contenidos. En el cual se presenta un recurso didáctico interactivo creado con GeoGebra. A través de este material se pretende ilustrar las definiciones con el objetivo de facilitar su asimilación y comprensión. Las RG construidas con GeoGebra son recursos interactivos que estimulan los cambios del proceso configural, pues las construcciones iniciales pueden ser modificadas conforme se añada, elimina o modifica información. Además, para dar un mayor sentido y aplicabilidad, en estas construcciones se han agregado preguntas para ser respondidas de manera argumentativa, y problemas que puedan ser resueltos de manera deductiva, así podrá relacionare las RG con los contenidos.
  6. **Ejercicios y ejemplos.** En este elemento se muestra una guía explícita de cómo han de resolverse ciertos problemas. Este, sin duda, es el que representa un reto mayor para poder ser expuesto a través de un recurso digital. Por tal motivo, fueron utilizados videos, textos e imágenes que muestran paso a paso cómo resolver los ejercicios. El objetivo de este apartado es establecer una conexión entre los conceptos teóricos y su interpretación analítica.
  7. **Aplicaciones.** Una de las preguntas más recurrentes entre los estudiantes de matemáticas es “¿en qué puedo aplicar este conocimiento?” Este elemento presenta las aplicaciones que tienen los conceptos, principalmente en la física.

El objetivo es transferir los contenidos a diferentes contextos y promover una significatividad en el aprendizaje. Se incluyeron problemas de aplicación, donde los textos argumentativos y fórmulas matemáticas son apoyados con ilustraciones.

8. **Autoevaluación.** Es la sección de práctica del estudiante, donde puede realizar diferentes ejercicios numéricos y de aplicación. A través de los instrumentos de autoevaluación, además de la práctica, el estudiante puede comprobar si ha comprendido o no los conceptos, pues proporcionan retroalimentación inmediata y “tips” de ayuda, que guían al estudiante a resolver los ejercicios de manera correcta.

La estrategia para esta etapa de **diseño** fue colocar en una tabla de planeación los recursos que serían agregados en los elementos de los seis OA. A manera de ejemplo se presenta la Tabla 5.2 con la planeación y diseño de los recursos que integran el OA\_1. Las tablas de los demás OA están incluidas en el Apéndice A. Recordando, lo que se busca es que los estudiantes generen modelos mentales de los contenidos tratados con la ayuda del MI, por lo que cada una de las estrategias instruccionales debe estar orientada a la construcción de dichos modelos. Las actividades se han diseñado respondiendo, por ejemplo, las siguientes preguntas: ¿cuáles recursos serían útiles para generar modelos mentales a través del MI? o ¿cómo presentar los contenidos de tal manera que se generen modelos mentales adecuados?

**Tabla 5.2** Tabla de planeación y diseño de los elementos del OA\_1

Elemento.	Actividades planeadas
Nombre: Definición y concepto de un vector geométrico	<p>La siguiente imagen muestra un vector que describe el desplazamiento de un globo aerostático. En esta primera parte se conocerá el concepto de vector, sus componentes y representaciones.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <b>¿Qué es un vector?</b></li> <li>2. <b>¿Qué es desplazamiento horizontal?</b></li> <li>3. <b>¿Para qué sirve un vector?</b></li> <li>4. <b>¿Cómo es que un vector describe el desplazamiento del globo aerostático de la imagen?</b></li> </ol> <p>Al finalizar este recurso podrá responder las preguntas anteriores e identificar cada una de las partes que componen la imagen.</p> <p><b>Recursos:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Texto estático.</li> <li>2. Animación de interactiva de ejemplo de globo aerostático de uso de vectores.</li> </ol>
Objetivos de aprendizaje.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Conocer el concepto de vector geométrico.</li> <li>2. Identificar las componentes de un vector en sus dos formas de representación</li> <li>3. Contextualizar el concepto de vector mediante aplicaciones.</li> <li>4. Crear y resolver problemas de vectores.</li> </ol>

	<p><b>Recursos:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Texto estático.</li> <li>2. Gift animado.</li> </ol>
Introducción.	<p>Los vectores sirven para agrupar valores numéricos ordenados linealmente, son usados en la representación de ciertos objetos y conceptos descritos por su orientación. Describen cantidades físicas como velocidad, aceleración, fuerza, peso, desplazamiento, etc. La palabra vector proviene del latín <i>vectoris</i> que significa "el que conduce, el que transporta". A continuación se muestra una simulación de dos fuerzas ejercidas a un objeto.</p> <p>¿Cómo es que un vector describe la fuerza resultante ejercida al objeto?</p> <p>¿Quiere saber cómo se calcularon los vectores? Entonces, siga adelante.</p> <p><b>Recursos:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Texto estático.</li> <li>2. Laboratorio virtual de cálculo de fuerzas resultantes.</li> </ol>
Contenidos.	<p><b>¿Qué es un vector?</b></p> <p>Un vector es un conjunto de elementos que geoméricamente describe un segmento orientado con magnitud y dirección. Todo vector geométrico tiene un punto de origen y un punto final. Aquí <math>\vec{v}</math> es un vector de dimensión n, ya que tiene n elementos:</p> $\vec{v} = (v_1, v_2, v_3, \dots, v_n)$ <p>Sin embargo, en este curso se estudiarán los vectores de dimensión 2 <math>\vec{v} = (v_1, v_2, )</math> y dimensión 3 <math>\vec{v} = (v_1, v_2, v_3)</math>.</p> <p>A cada punto P del espacio le corresponde de forma única un vector <math>\vec{v} = \overrightarrow{AB}</math> y viceversa, a cada vector u del plano le corresponde un punto P de forma que <math>\overrightarrow{AB} = \vec{v}</math></p> <hr/> <p><b>Componentes de un vector</b></p> <p>Las componentes de un vector son, Orientación, dirección y magnitud, definiremos cada una.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Orientación, está definido por el punto de origen y el punto final.</li> <li>➤ Un vector tiene dirección que es lo mismo que la pendiente. Como un vector contiene la diferencia entre las coordenadas de dos puntos, entonces podemos calcular fácilmente la pendiente. Usamos la siguiente fórmula para vectores de dimensión 2.</li> </ul> $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Magnitud. (módulo, o longitud de vectores), es un número positivo que representa la medida del segmento orientado que lo define</li> </ul> <p>Sea <math>\vec{v} = (v_1, v_2, )</math>, su magnitud está dada por <math> \vec{v}  = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}</math></p> <p><b>Recursos:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Texto estático.</li> <li>2. Imágenes.</li> </ol>
RG	<p><b>Formas de representación de un vector</b></p> <p>Un vector geométrico puede tener dos formas de representación en el plano.</p> <p><b>1.- Representación en forma de coordenadas.</b> <math>\vec{V} = (v_1, v_2)</math></p>

	<p>Donde, dados dos puntos  <math>A = (x_1, y_1)</math> y <math>B = (x_2, y_2)</math></p> <p>Las coordenadas de un vector se obtienen restando las coordenadas del punto final menos las de inicio.</p> $\vec{V} = \overrightarrow{AB} = B - A = (x_1 - x_2, y_1 - y_2) = (v_1, v_2).$ <p><b>2.- Representación en forma de vectores.</b> <math>\vec{V} = (v_1, v_2)</math></p> <p>La representación geométrica en forma de vector está dada por <math>\vec{V} = (O, /v/, \theta)</math>. Dónde:</p> <p><math>O</math> es el punto de origen.</p> <p><math>/v/</math> es la magnitud del vector que se calcula con <math>/v/ = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}</math>.</p> <p><math>\theta</math> es el ángulo del vector que se calcula con <math>\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_2}{v_1}\right)</math></p> <p>Recordando que <math>(v_1, v_2) = (x_1 - x_2, y_1 - y_2)</math></p> <p><b>Recursos:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Texto estático.</li> <li>2. Recurso interactivo GeoGebra.</li> </ol>
Ejercicios.	<p><b>Recursos:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Texto estático.</li> <li>2. Imágenes ilustrativas.</li> </ol>
Aplicaciones.	<p><b>Ejemplo de velocidad</b></p> <p>Un avión vuela a 110m/s hacia el norte, y un viento sopla hacia el este a una razón de 15 m/s y desvía su dirección. ¿Cuál es la velocidad que se observa desde la tierra?</p> <p>1.- Calcular magnitud que define la velocidad alcanzada.</p> $/v/ = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = \sqrt{110^2 + 15^2} = \sqrt{12100 + 225} = \sqrt{12325} = 110.01 \text{ m/s}$ <p>2.- Calcular el ángulo que define la dirección del avión.</p> $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{110}{15}\right) = \tan^{-1}(7.33) = 82.23^\circ$ <p><b>Ejemplo de velocidad 2</b></p> <p>Un automóvil viaja a una velocidad constante de 80 Km/h hacia el norte después de 2 hrs. cambia la dirección hacia el oeste y viaja a una velocidad de 90km/h por 3hrs, Al día siguiente recorre una distancia de 60km al norte ¿Cuánto tiempo le tomará regresar al origen si decide tomar el camino más corto a una velocidad de 100km/h?</p> <p>1.-Calcular magnitud del desplazamiento del automóvil.</p> $/v/ = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = \sqrt{(-270)^2 + (240)^2} = \sqrt{72900 + 57600} = \sqrt{130500} = 361.24 \text{ Km}$ <p>2.-Calcular el tiempo de recorrido mediante</p> $t = \frac{d}{v} = \frac{361.25 \text{ km}}{100 \text{ km/h}} = 3.6 \text{ h}$

	<p><b>Ejemplo de desplazamiento</b></p> <p>Una persona comienza a medir su recorrido después de haber recorrido 1Km hacia este y 2 Km hacia el norte. Corre 1 Km hacia el sur y camina 1km hacia el este. ¿Cuántos kilómetros debe de caminar para volver a casa?</p> <p>Calcular magnitud del desplazamiento del hombre, (vector B).</p> $ \vec{v}  = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = \sqrt{(2)^2 + (1)^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5} = 2.24 \text{ km}$ <hr/> <p><b>Ejemplo de fuerzas</b></p> <p>Se ejercen dos fuerzas sobre una caja, una de 500 N hacia el sur, y otra de 300N hacia el oeste. Determina la fuerza total y la dirección de la caja.</p> <p>1.- Calcular magnitud que define la fuerza total.</p> $ \vec{v}  = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = \sqrt{1(-300)^2 + (-500)^2} = \sqrt{90000 + 250000} = \sqrt{340000} = 583.09 \text{ N}$ <p>2.- Calcular el ángulo que define la dirección del avión.</p> $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{-500}{-300}\right) = \tan^{-1}(0.6) = 30.96^\circ$ <p>Nota, como el ángulo <math>0 \leq \theta \leq 180</math> grados, sumamos 180 grados debido a que se encuentra en el III cuadrante, por tanto</p> $\theta = 180^\circ + 30.96^\circ = 210.93^\circ$ $\theta = 180^\circ + 30.96^\circ = 210.93^\circ$ <hr/> <p><b>Recursos:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Texto estático.</li> <li>2. Imágenes ilustrativas.</li> </ol>
Autoevaluación.	<p><b>Autoevaluación de componentes de un vector.</b></p> <p>Un vector es un <u>segmento</u> orientado cuyo <u>origen</u> es el punto A y y cuyo <u>final</u> es el punto B. Su <u>dirección</u> es la pendiente de la recta que lo contiene y que pasa por A y por B. Su <u>orientación</u> es el que va de su origen A a su final B. Su <u>magnitud</u> es la longitud del segmento que lo define, o la <u>distancia</u> de A a B.</p> <p><b>Recursos:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Texto con huecos que rellenar</li> </ol> <hr/> <p><b>Autoevaluación de forma de representación de un vector</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Determina la representación en forma de coordenadas del vector que inicia A=(7,-3) y finaliza en B=(1,3).</li> <li>2. Determina la representación en forma vectorial del vector que inicia A=(2,5) y finaliza en B=(10,8)</li> <li>3. Convierte en forma vectorial el siguiente vector <math>v=(-8,5)</math>.</li> </ol> <p><b>Recursos:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Pregunta de Elección Múltiple.</li> <li>2. Retroalimentación.</li> <li>3. Imágenes ilustrativas.</li> </ol> <hr/> <p><b>Autoevaluación de aplicaciones de un vector.</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Un globo aerostático se eleva a una velocidad de 9Km/h, un viento sopla al este a una razón de 2Km/h. Hallar la velocidad del globo para un observador en la tierra. (Redondea a dos decimales)</li> </ol> <p style="text-align: center;">R: <u>9.22</u> Km/h hacia <u>12.5°</u> hacia el noroeste.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>2. ¿Cuál es la fuerza total un objeto al que se le aplica una fuerza de 200N en dirección al sur y otra fuerza de 100N hacia el oeste, en</li> </ol>

	<p>qué dirección se mueve? (toma en cuenta el cuadrante en que se encuentra)</p> <p>R: <u>223.61</u> N con dirección de <u>243.43°</u></p> <p><b>Recursos:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Texto con huecos que rellenar.</li> <li>2. Imágenes ilustrativas.</li> </ol>
--	---

Una vez que fueron planeados y diseñados los recursos, actividades y contenidos, se realizó la fase de **desarrollo** de los OA. Durante esta etapa se llevó a cabo la construcción de los recursos digitales, el diseño de interfaz y la navegabilidad, entre otras cuestiones técnicas. A continuación se detalla cómo fue ejecutado este proceso.

### 5.3 Desarrollo de OA para el aprendizaje de vectores y sus aplicaciones

Una vez elaboradas las tablas de diseño de los seis OA, se construyeron digitalmente los recursos que los conformaron. El proceso fue reutilizar o construir de uno a uno cada recurso. Después, se fueron integrando estructuralmente en una plataforma hasta dar cuerpo al OA. Finalmente, se colocaron datos que lo describen para identificarlo y gestionarlo. Estas actividades descritas a continuación, corresponden a la construcción, empaquetado y etiquetado de los OA.

#### 5.3.1 Construcción

Antes de la creación de la propuesta didáctica como tal, cada recurso que ha sido integrado en los seis OA fue construido de manera independiente. Cabe recordar que, estos recursos son también OA, solo que de un nivel inferior de granularidad. Como se puede apreciar en la tabla de planeación de la sección de diseño, los recursos utilizados fueron: Textos estáticos, imágenes estáticas y animadas, videos, construcciones con GeoGebra y cuestionarios de opción múltiple, falso o verdadero y complementación de textos. De acuerdo con la propuesta de (Morales, García y Barrón, 2007b) las imágenes, los textos estáticos y videos son de nivel 1. Pues representan el nivel más atómico o granular de agregación. Por sí solos no tienen mucho sentido, pero pueden ser utilizados en varios contextos.

Los textos estáticos fueron construidos en un documento de Word debido a la facilidad para insertar ecuaciones y modificación de formato. El objetivo de este recurso fue presentar las definiciones de los conceptos de manera argumentativa; desarrollar ejemplos y ejercicios y mostrar los objetivos educativos, aplicaciones y cualquier otra información escrita. Son los que forma el cuerpo principal de los OA. La información escrita fue

obtenida de diferentes fuentes electrónicas e impresas, entre las cuales se destacan: los sitios Web Gráficos con clase (2004), HyperPhysics (2000), y Wikipedia; así como la consulta de libros como Cálculo de varias variables (Zill & Wright, 2011) y Álgebra lineal (Grossman & Flores, 2012).

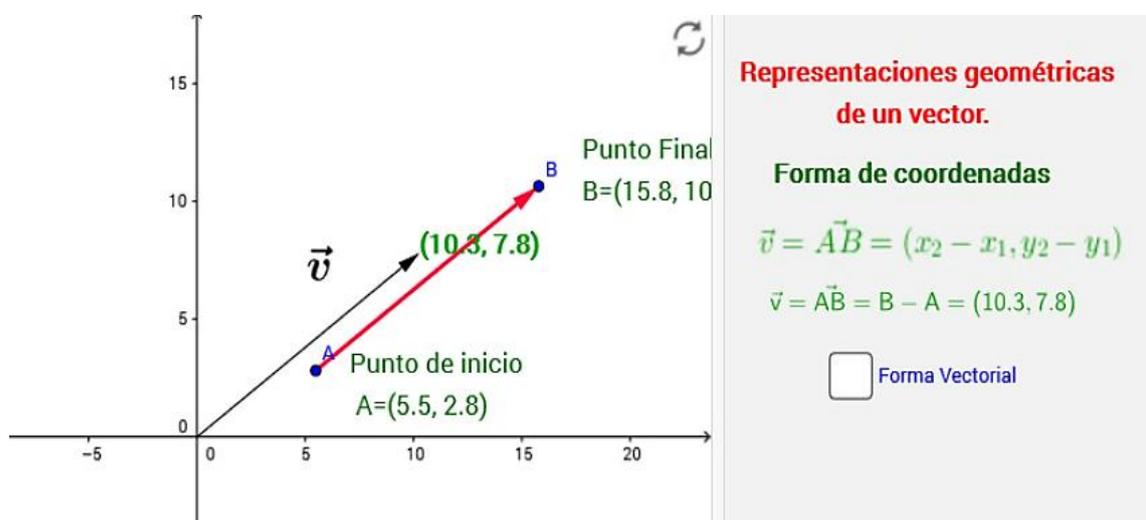
Para ilustrar la información presentada por los textos estáticos, se integraron ciertas imágenes alusivas a los contenidos. Algunas fueron construidas en GeoGebra y exportadas en formatos “jpg” o “gif”. Otras fueron descargadas de internet con licencia para su uso gratuito. Las imágenes tienen básicamente dos funciones: ilustrar para mejorar la comprensión de los contenidos y aplicaciones, y promover la motivación, como es el caso de los gifs animados colocados en los objetivos educacionales y en las retroalimentaciones de los cuestionarios. A manera de ejemplo, se presenta la Tabla 5.3 con algunas de las imágenes utilizadas para ilustrar los contenidos y ejemplos del OA\_1. Estas fueron construidas con GeoGebra, todas son estáticas excepto la primera (globo aerostático), que es una figura interactiva. En esta se modifican las componentes horizontal y vertical del vector, proporcionando como resultado la cantidad de movimiento del globo.

**Tabla 5.3** Imágenes utilizadas para ilustrar los contenidos del OA\_1


Otro de los recursos de este nivel de granularidad son los vídeos. El propósito de estos OA es mostrar de una manera más clara el desarrollo de ejercicios. Una de las principales bondades de estos recursos digitales es la estimulación de diferentes sentidos, pues, a través de los recursos multimedia, los estudiantes pueden observar la resolución de problemas paso a paso de manera auditivo-visual. Además, de que pueden reproducirlo, pausarlo o avanzar lo cuantas veces consideren necesario. Con el propósito de reutilizar recursos educativos, los videos colocados en los diferentes OA fueron insertados desde el repositorio de videos de youtube ([www.youtube.com](http://www.youtube.com)).

Las RG construidas con GeoGebra son uno de los elementos más importantes de la propuesta didáctica. Como ya se había mencionado anteriormente, en la enseñanza de la geometría la ilustración y manipulación de las configuraciones representan una base para la comprensión de esta materia. Estos OA son interactivos y dinámicos. A estos OA se les ha clasificado en el nivel de granularidad 2, pues contienen definiciones, instrucciones y actividades para el logro de algún objetivo de aprendizaje.

La Figura 5.4 muestra un ejemplo del funcionamiento de estas construcciones. Es una RG construida con GeoGebra de un vector en forma de coordenadas. Los puntos A y B pueden ser modificados e instantáneamente se calcula un vector equipolente con su punto de origen en el centro y las coordenadas del punto final.



**Figura 5.4** RG construida con GeoGebra de un vector en forma de coordenadas

Si se selecciona la casilla de “forma vectorial”, entonces, el mismo vector es mostrado en términos de sus componentes. La Figura 5.5 muestra la RG de un vector y de sus componentes en forma vectorial. Los puntos A y B pueden ser modificados e instantáneamente el *Software* recalcula la magnitud, dirección y el punto de origen. De esta manera el estudiante relaciona un vector con sus componentes de manera dinámica.

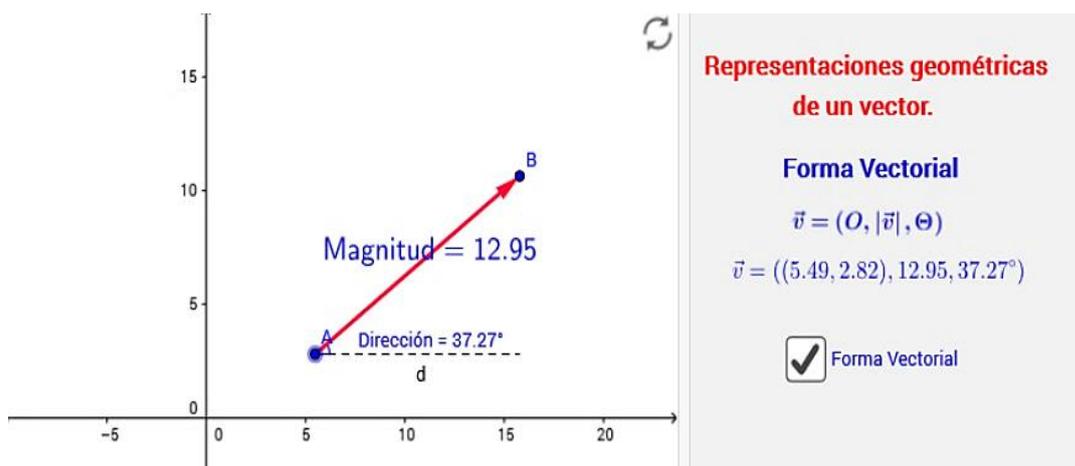


Figura 5.5 RG construida con GeoGebra de un vector en forma vectorial

Otro ejemplo de estas construcciones GeoGebra se muestra en la Figura 5.6. Aquí el estudiante puede seleccionar cuál definición de tipo de vector quiere conocer. Una vez optado por alguno, en la parte de bajo de la lista aparecerá su definición, y en la pantalla de la derecha se podrá observar su RG en 3D. Los puntos pueden ser manipulados, esto proporciona un mejor entendimiento de lo que sucede con cada tipo de vector al ser modificado.

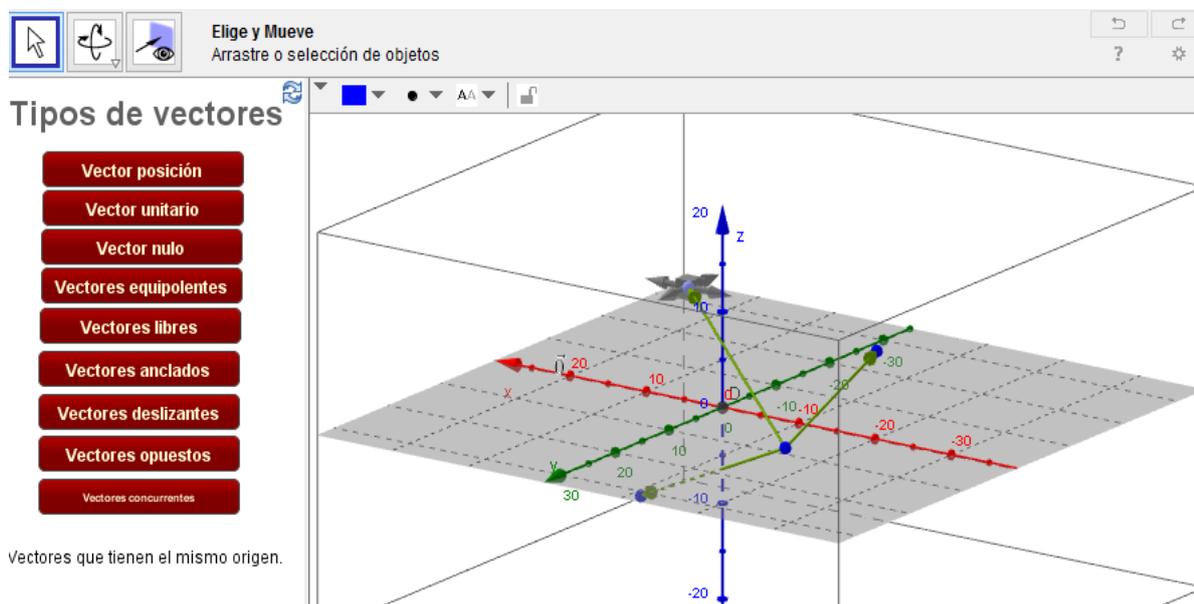


Figura 5.6 Construcción en GeoGebra de los tipos de vectores y sus RG en 3D

Este recurso es muy importante, pues la estrategia utilizada para efectuar el MI es el uso de RG como auxiliares en la comprensión de los conceptos. Por ser un recurso interactivo y dinámico, favorece el proceso configural y las etapas de aprehensión discursiva y operativa.

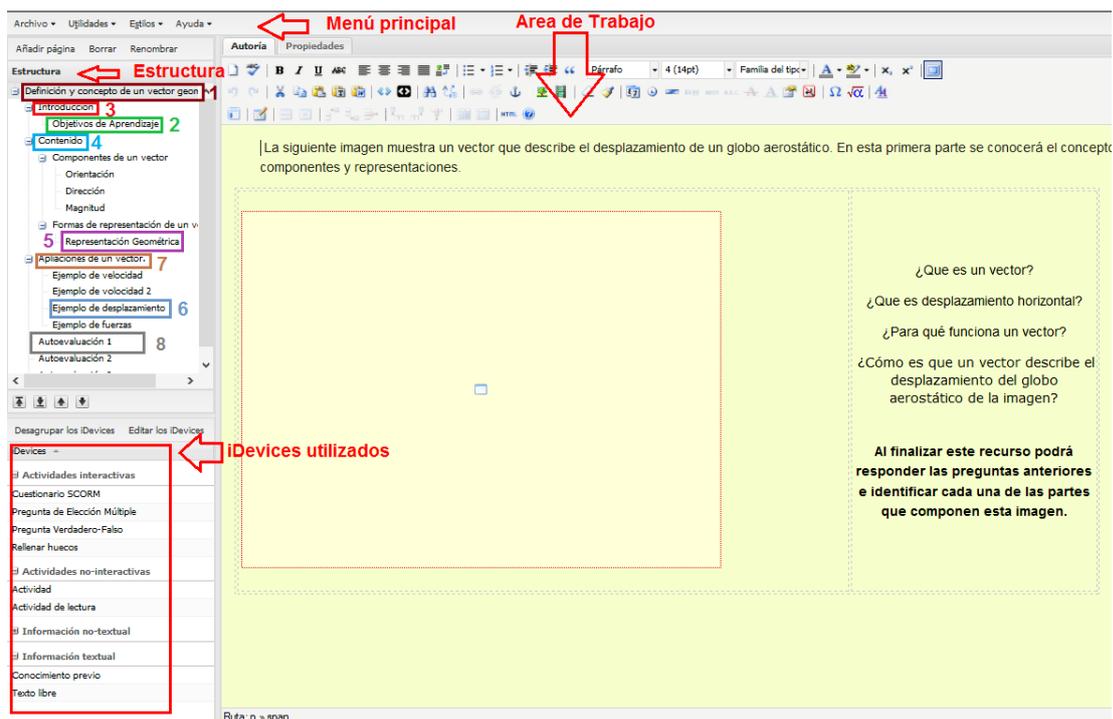
Los recursos utilizados en las autoevaluaciones fueron diseñados como cuestionarios interactivos de opción múltiple, falso o verdadero y complementación de textos. Fueron construidos directamente en la herramienta de autor *eXeLearning* (<http://exelearning.net>) bajo los estándares y especificaciones SCORM, pero este proceso ya pertenece al empaquetamiento de datos presentando a continuación.

### 5.3.2 Empaquetado

Una vez construidos digitalmente cada uno de los recursos, para formar los seis OA es necesario realizar el empaquetamiento de datos. Como ya se mencionó anteriormente, es el proceso que permite añadir contenidos bajo una estructura jerárquica. Para realizar esta tarea se ha utilizado *eXeLearning*, esta es una herramienta de autor de código abierto para ayudar en la creación y publicación de recursos educativos digitales (<http://exelearning.net>). Gracias a su interface gráfica, los materiales educativos pueden ser construidos sin necesidad de tener conocimientos en lenguajes de programación. Al iniciar *eXeLearning* se pueden visualizar cuatro zonas bien diferenciadas:

- **Estructura:** en esta sección es posible crear los índices de contenidos. Las reglas se expresan en la estructura de árbol de actividades y está diseñada bajo el modelo de SS de SCORM (2004).
- **Menú principal:** se pueden gestionar los archivos, la impresión, las exportaciones, los estilos, las preferencias de usuario como el idioma, etc.
- **iDevices:** son las diferentes actividades a incluir en los contenidos generados.
- **Área de trabajo:** corresponde a la sección mayor, y donde son colocados los recursos, actividades, objetivos, contenidos, entre otros. En la pestaña "Autoría" se puede visualizar los contenidos creados, y en "Propiedades" incluir metadatos referentes a las creaciones.

Para empaquetar los datos, primero se seleccionó el estilo "*garden*" que dio la apariencia gráfica de la interfaz del OA. Después, se formó la estructura en la que se integraron los recursos en base a la taxonomía instructiva propuesta en la etapa de diseño. La Figura 5.7 muestra e identifica las secciones de la interface de *eXeLearning* durante el proceso de empaquetamiento del OA\_1.



**Figura 5.7** Interfaz de eXeLearning y la estructura de los ocho elementos seleccionados en base a la taxonomía instructiva de Gagné (1975)

Una vez seleccionada y formada la estructura, se debe agregar cada uno de los recursos construidos a través de un *iDevice*. Esta herramienta fue muy útil para la inserción y edición de los recursos. Los videos, las construcciones en GeoGebra y los sitios Web, a pesar de ser recursos externos, fueron integrados como un conjunto a través de la inserción con los códigos HTML. Esto es una ventaja, pues insertar los recursos y mostrarlos a través de internet hace los OA más ligeros y portables. Por otro lado, una limitación considerable es que el OA no puede ser visualizado en su totalidad si el usuario se encuentra *Offline*. Los videos podrían ser descargados e insertados, pero las construcciones GeoGebra debido a sus políticas, no pueden ser mostrados sino es a través de su repositorio de recursos en la página oficial de GeoGebra ([www.geogebra.org](http://www.geogebra.org))

La Tabla 5.4 muestra los *iDevices* utilizados para agregar los recursos en cada elemento. Cabe mencionar que, aunque la estructura ya haya sido creada, los *iDevices* pueden ascender o descender dentro la estructura o ser colocados en otra ubicación.

**Tabla 5.4** Recursos tipo de *iDevice* utilizados para el empaquetado de los OA

Elemento	Tipo <i>iDevice</i> .	Recurso educativo digital.
1. Nombre	Texto libre	Texto estático, imágenes
2. Objetivos de aprendizaje.	Objetivos	Texto estático, imágenes animadas
3. Introducción.	Actividades de lectura.	Texto estático, Laboratorios virtuales, imágenes interactivas
4. Contenidos.	Actividades de lectura	Texto estático, videos, imágenes.

5. Representaciones Geométricas.	Actividades	Construcciones GeoGebra.
6. Ejercicios y ejemplos.	Actividades de lectura	Texto estático, Laboratorios virtuales, imágenes interactivas
7. Aplicaciones.	Actividades de lectura	Texto estático, Laboratorios virtuales, imágenes interactivas
8. Autoevaluación.	Actividades interactivas	Cuestionarios de Selección múltiple, de rellenar huecos y falso o verdadero.

Fuente: Elaboración propia.

De esta manera, a través de los iDevices cada recurso educativo fue agregados y editado uno por uno, hasta completar individualmente los seis OA que conforman la propuesta didáctica. Cabe mencionar que estos OA pueden ser clasificados de nivel 2 de granularidad (Lección), pues para su desarrollo se han incluido OA de aprendizaje de nivel de granularidad 1. Además, se podrían unir los seis OA en uno solo y se generaría uno de nivel de granularidad 3 (Módulo), pero no es recomendable debido a que mientras mayor sea el tamaño, será más difícil su reusabilidad, portabilidad, etc.

### 5.3.3 Etiquetado

Para la gestión de los OA es necesario el etiquetado, este es último paso del desarrollo de un OA. Recordando, este es el proceso a través del cual se incluye información que describe los recursos educativos digitales con el objetivo “*de diseñar y desarrollar un marco de referencia que sirva como punto de partida a iniciativas de desarrollo de Bancos/Repositorios de Recursos y Materiales Educativos basados en Objetos Digitales normalizados, fácilmente reutilizables y transferibles*” (MECD, 2010, p. 3)

Para el etiquetado es necesario considerar las normas y estándares bajo los cuales serán distribuidos los OA. El perfil de aplicación LOM-ES V1.0 (Norma UNE71361:2010 para etiquetado normalizado de Objetos Digitales Educativos –ODE-) ha sido realizado en el marco de los trabajos llevados a cabo e iniciados por parte del MECD, Ministerio de Industria, Turismo y Comercio entre otros programas institucionales para el desarrollo de la Sociedad de la Información y el Conocimiento (MECD, 2010). Por tal motivo este es el perfil seleccionado, pues contempla y satisface las necesidades específicas de la comunidad educativa española.

En este trabajo se presentaron las especificaciones del perfil LOM-ES V1.0 (Norma UNE 71361:2010), en el cual se describe la función de cada categoría. Los OA comparten datos, por tal motivo, para facilitar el proceso de etiquetado de los seis OA, primero fueron rellenados los campos de estos datos a través del programa de LomPad, y guardados en

archivo tipo *XML files*, como se muestra en la Figura 5.8. Para después ser importados desde *eXeLearning*.

**Figura 5.8** Proceso de etiquetado de los metadatos comunes desde LomPad

Las categorías de los metadatos están divididos en dos tipos de campos: obligatorios y opcionales. La Tabla 5.5 muestra los datos que fueron ingresados en cada una de las categorías. Algunos fueron colocados manualmente, y otros fueron seleccionados de una lista (marcados con \*) de vocabulario controlado de acuerdo con la LOM-ES.

**Tabla 5.5** Categorías y metadatos ingresados para el etiquetado de los seis OA

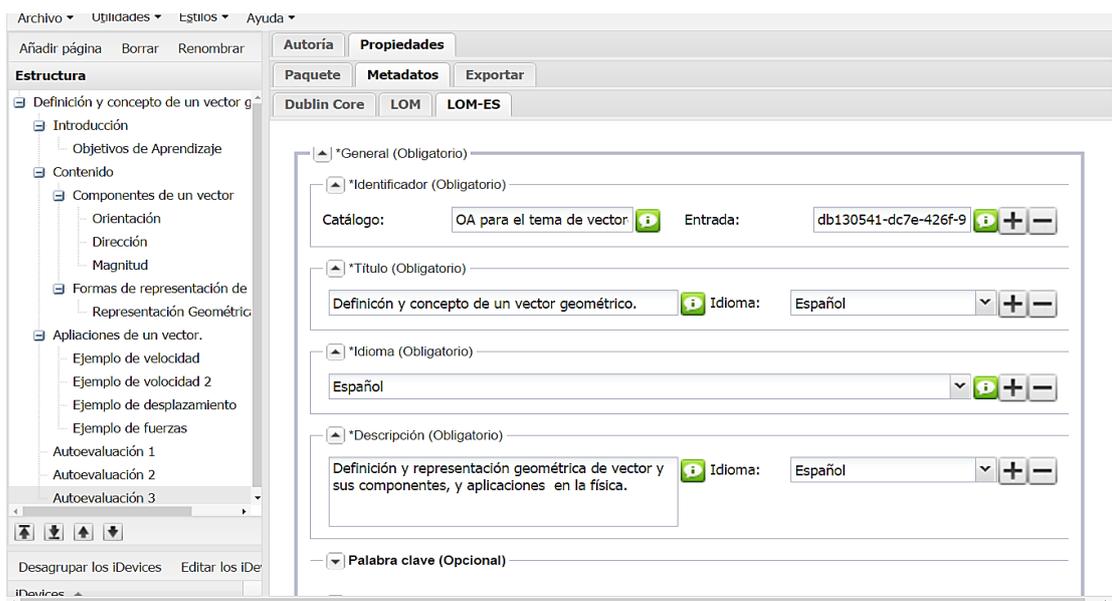
Categoría	Contenido colocado.
<b>General.</b>	
Catálogo	OA para el tema de vectores reales geométricos, y sus aplicaciones.
Título	OA_1: Definición y concepto de vector geométrico.
	OA_2: Tipos de vectores.
	OA_3: Operaciones con vectores.
	OA_4: independencia lineal de vectores.
	OA_5: Producto punto de dos vectores.
	OA_6: Producto cruz de dos vectores.
Idioma*	Español/portugués
Descripción	OA_1 Definición y representación geométrica de vector y sus componentes, y aplicaciones en la física.
	OA_2: Definición de los tipos de vectores y representaciones geométricas de tipos de vectores, con aplicaciones GeoGebra en 3D
	OA_3: Operaciones con vectores: procesos, representación geométrica con aplicaciones GeoGebra en 3D, y aplicaciones a la Física.
	OA_4: Definición de independencia lineal, teoremas, representaciones geométricas con aplicaciones GeoGebra en 3D, y demostración de independencia lineal.

	OA_5: Producto punto, proyecciones y aplicaciones en la física.
	OA_6: Definición de producto cruz, representación geométrica con aplicaciones GeoGebra en 3D, y aplicaciones de torsión.
Palabras clave	OA_1: Vector, componentes de un vector, representación de un vector.
	OA_2: Tipo de vectores, representación geométrica.
	OA_3: Suma de vectores, sustracción de vectores, aplicaciones, multiplicación por un escalar.
	OA_4: Independencia lineal, dependencia lineal, determinantes.
	OA_5: Producto punto, proyecciones, trabajo
	OA_6: Producto cruz, torsión.
Ámbito	Presencial
Estructura *	Colección
Nivel de agregación *	Objeto de Aprendizaje
<b>Ciclo de vida</b>	
Versión	1.1
Estado*	Final
Rol*	Autor
Nombre	Claudia Orozco Rodríguez
Organización	Universidad de Salamanca
Fecha	01/09/2015
Idioma*	Español
<b>Meta-Metadatos</b>	
Esquema de metadatos*	LOM-ESv1.0
Idioma*	Español
Rol*	Creador
Nombre	Claudia Orozco Rodríguez
Organización	Universidad de Salamanca
Fecha	01/09/2015
<b>Técnica</b>	
Formato*]	text/html
Tamaño	
Localización	Salamanca, España
Tipo*	Navegador
Nombre*	Cualquiera
Versión mínima	
Versión Máxima	
Pautas de instalación	JavaScript
Otros requisitos de plataforma	
Duración.	2 horas
Descripción	Conexión a internet necesario para visualizar todos los recursos.
<b>Uso educativo</b>	
Tipo de interactividad*	Combinado
Tipo de Recurso Educativo*	Web/portal temático o corporativo.
Nivel de interactividad*	Alto

Densidad Semántica*	Mediano
Destinatario *	Alumno
Contexto*	Presencial
Rango típico de edad	18-22 años
Dificultad*	Mediano
Tiempo típico de aprendizaje*	2 hrs
Descripción	Estos recursos fueron creados para apoyo didáctico en una clase presencial.
Idioma*	Español
Proceso cognitivo *	Comprender, explicar, practicar
<b>Derechos</b>	Claudia Orozco
Coste*	No
Derechos de autor*	Licencia propietaria
Descripción	Recurso creado para su uso y distribución con autorización previa del autor.
Acceso*	Universal
Tipo de acceso*	Preestablecido
Idioma *	Español
<b>Relación.</b>	
Tipo*	Es parte de
Catálogo	Vectores reales geométricos: definición, representación geométrica y aplicaciones
Descripción.	Es parte de una colección de seis OA para el tema de vectores reales geométricos, y sus aplicaciones.
Idioma*	Español
<b>Anotación</b>	
Nombre	Claudia Orozco Rodríguez
Organización	Universidad de Salamanca
Fecha	09/01/2014
<b>Clasificación</b>	
Propósito*	Competencia
Fuente*	Competencia LOM-ESv1.0 es
Taxon*	Competencias Académicas
Taxon*	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Acceder y aplicar el conocimiento desde diferentes disciplinas (arte, ciencias sociales, filosofía, ciencias naturales, ...)</li> <li>2. Comprender correctamente en el lenguaje de su disciplina.</li> <li>3. Expresarse correctamente en el lenguaje de su disciplina (oral y escrito)</li> <li>4. Operaciones básicas lógico-matemáticas</li> <li>5. Resolver problemas complejos (cerrados y abiertos)</li> </ol>

\*Lenguaje controlado de la LOM-ES.

Como ya se mencionó, los seis OA comparten metadatos, pues fueron desarrollados a través de plantillas y con un formato uniforme, que integrándolos forman una colección. Por tal motivo, primero fue creado un archivo tipo XML files en LomPad con los metadatos en común, y después, fue importado uno a uno desde *eXeLearning* . Finalmente, fueron completados los metadatos propios cada OA (Título, Descripción, y palabras clave) con la ruta “exportar-metadatos-LOM-ES” (Figura 5.9).



**Figura 5.9** Importación de los datos comunes para el proceso de etiquetado del OA\_1

Una vez listos los OA, de acuerdo con el Proceso ADDIE, se debe pasar a la fase de implementación de los recursos educativos, sin embargo, se recomienda que los OA sean evaluados en dos momentos, antes de ser implementados para detectar posibles errores, o problemas de funcionalidad y operatividad; y después para valorar la calidad de los OA desde la perspectiva desde los usuarios. A continuación como parte de la implementación se presenta la vista final y descripción general de cada OA, así como, las diferentes opciones de distribución que pueden ser utilizadas.

## 5.4 Implementación

Los OA que conforman la propuesta didáctica, están orientados a ser implementados en la modalidad presencial. Una vez terminado el proceso de desarrollo que contempla la construcción, empaquetado y etiquetado, se debe decidir el formato en el cual serán presentados. Los OA pueden ser distribuidos por sistemas *Offline* y *Online*, sin embargo cada uno tiene sus ventajas y desventajas.

Para la distribución *Offline*, sería necesario el almacenamiento físico en una unidad de memoria: CD, DVD, pen drive o disco duro interno del ordenador. Esto limita la difusión de los recursos digitales, porque, por ejemplo, para visualizar los vídeos, sería necesario descargarlos de *Youtube* y cargarlos en el OA, lo que lo haría más pesado y difícil de “transportarlo”.

Para la distribución *Online*, el único requisito es tener acceso a internet. Una limitación es que esta propuesta didáctica no podría ser implementada en escuelas que no cuenten con internet, no tengan el equipo necesario para mostrarlos en el salón de clases,

o que las políticas de Red de las universidades no se ajusten a los dominios de las páginas Web. Las ventajas de la distribución *Online* son que los OA pueden visualizarse siempre actualizados. Además que, puede utilizarse a través de diferentes plataformas como Moodle, páginas Web y aplicaciones *Android*, pues son mucho más fáciles de portar. A continuación se presenta la vista final de la página de inicio de la versión 1.0 de los OA.

#### 5.4.1 Presentación y descripción de los OA.

El “OA\_1: Definición y concepto de vector geométrico” (Figura 5.10) tiene como objetivo dar a conocer el concepto de vector geométrico por medio de la identificación de las componentes de un vector en sus dos formas de representación. Contextualiza el concepto mediante problemas de aplicación. Además, a través de las construcciones con GeoGebra, el estudiante puede manipular los vectores, lo que le ayudará a comprender mejor los conceptos. A pesar de ser un OA muy básico en cuanto a contenido, presenta actividades que contextualizan el tema en diferentes áreas, y solicita que se realicen varios ejercicios que estimulan el pensamiento deductivo y analítico mediante la realización de cálculos matemáticos.



**Figura 5.10** Impresión de pantalla de la página de inicio del OA\_1

En la Figura 5.11 se muestra la pantalla de inicio del “OA\_2: Tipos de vectores”. La introducción de este OA trata de motivar la curiosidad del estudiante a través de una aplicación práctica de un campo eléctrico. Al finalizar el OA se espera que el estudiante sea capaz de responder ciertas preguntas, de conocer los diferentes tipos de vectores a través de su definición, identificarlos y clasificarlos a través de sus características, realizar el proceso de normalización, y concretizar los conceptos por medio de RG en el plano y el espacio. Este OA no cuenta con muchas aplicaciones, pero es necesario conocer sus conceptos para temas posteriores.



Figura 5.11 Impresión de pantalla de la página de inicio del OA\_2

En el “OA\_3: Operaciones con vectores” (Figura 5.12) se estudian las operaciones básicas de los vectores como la multiplicación escalar por un vector, suma y resta de dos vectores. Las RG construidas con GeoGebra muestran gráficamente lo que sucede con los vectores al ser sometidos a las diferentes operaciones. Se presentan las RG de los dos métodos para la suma de vectores: poligonal y paralelogramo. Además, se presentan aplicaciones en diferentes áreas, incluso, este OA puede ser considerado como el de mayor capacidad de contextualización de la propuesta didáctica.

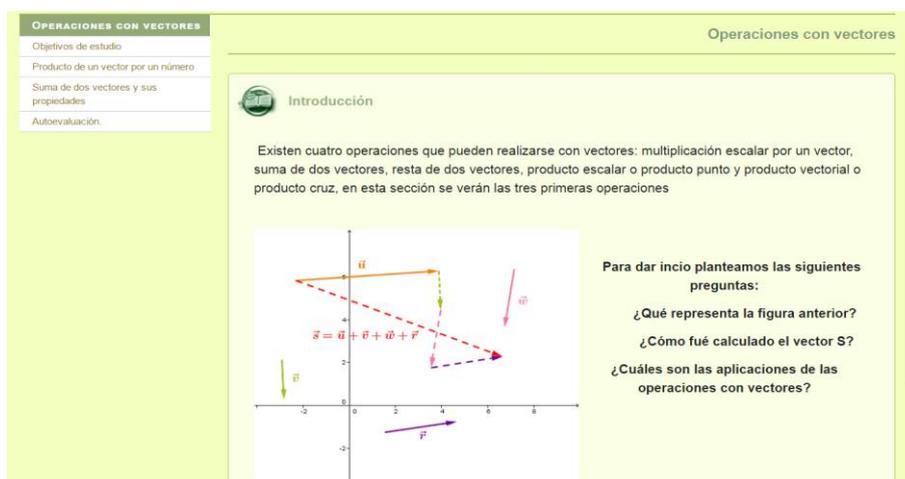


Figura 5.12 Impresión de pantalla de la página de inicio del OA\_3

El “OA\_4: Independencia lineal entre vectores” (Figura 5.13) tiene como propósito dar a conocer que todos los vectores pueden ser expresados como una combinación lineal de otros, y determinar qué vectores son linealmente independientes o dependientes entre sí, ya sea a través del cálculo de determinantes o por simple observación. Los conceptos presentados, aunque son bastantes teóricos, son necesarios para comprender los próximos temas. Además, favorecen el pensamiento abstracto, pues el estudiante, al finalizar el OA, debe ser capaz de imaginar y entender los conceptos presentados. También, estimulan el pensamiento matemático y la realización de cálculos, pues para

determinar la independencia lineal entre dos vectores es necesario realizar cálculos con matrices.

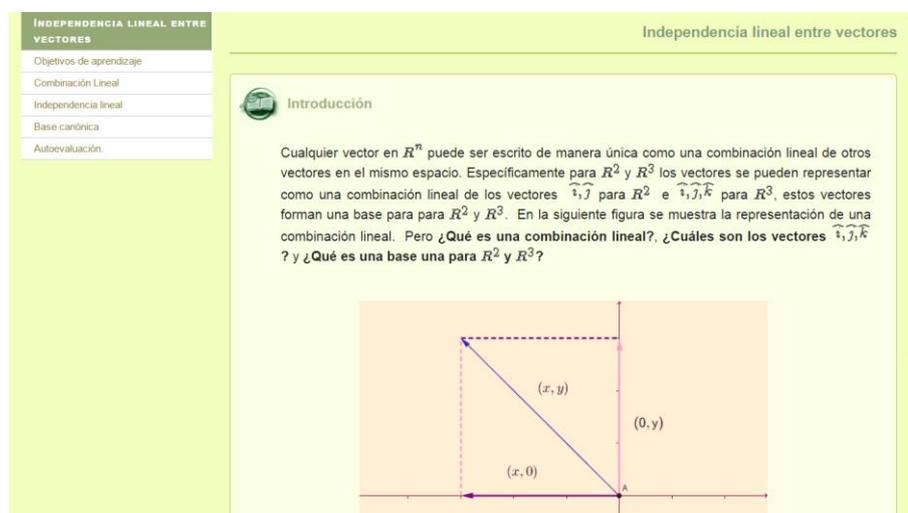


Figura 5.13 Impresión de pantalla de la página de inicio del OA\_4

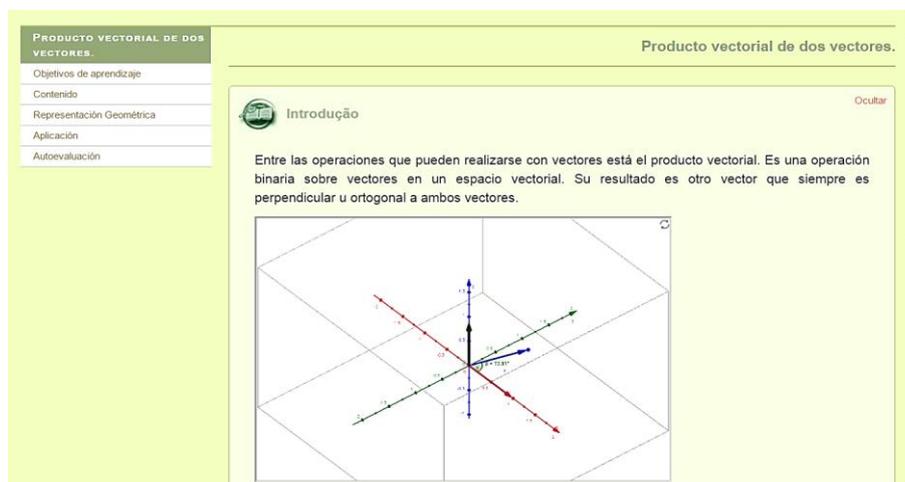
El “OA\_5: Producto punto de dos vectores” (Figura 5.14) contiene la definición de lo que es el producto escalar o producto punto, muestra cómo realizar el cálculo de esta operación en sus dos formas de representación: por componentes y por coordenadas cartesianas. También, presenta el concepto y la RG construida con GeoGebra de vectores ortogonales y paralelos. Asimismo, contextualiza los conceptos aprendidos por medio de la solución de varios problemas de aplicación, por ejemplo, en física con el cálculo del trabajo de una fuerza, en economía con el cálculo de ventas y de conversión de divisas, entre otros.



Figura 5.14 Impresión de pantalla de la página de inicio del OA\_5

El “OA\_6: Producto cruz de dos vectores” (Figura 5.15) es el último OA de la propuesta didáctica, en este se presenta la definición, representación y cálculo del

producto cruz entre dos vectores, este es el de mayor nivel de dificultad de los seis OA. Las RG construidas con GeoGebra interpretan geoméricamente el concepto. Los contenidos se contextualizan para encontrar el momento de torsión. Los cálculos matemáticos realizados podrían ser los más complicados de la propuesta didáctica.



**Figura 5.15** Impresión de pantalla de la página de inicio del OA\_6

Como parte de la implementación, para identificar si el estudiante ha conseguido comprender o no los conceptos, es necesario que demuestre si ha alcanzado los objetivos educativos. Esto podría realizarse a través de diversas estrategias de evaluación al finalizar cada OA, pues en caso de que no haya aprendido, se deben tomar las medidas necesarias que ayuden al cumplimiento de los objetivos, ya que los OA son secuenciales entre sí. A continuación se propone una actividad que podría ser utilizada como parte de este proceso.

#### 5.4.2 Propuesta de actividad para los estudiantes

Al final de la implementación de cada OA es necesario realizar una evaluación para conocer lo que han aprendido los estudiantes. Para seguir con la misma línea del DI de los OA, se tomaron como base las Teorías de los Modelos Mentales y de los procesos cognitivos de visualización y razonamiento para diseñar esta propuesta. Se trata de una prueba escrita, en la que se piden como productos argumentos, procesos de resolución de ejercicios y gráficos. Debido a las características de este instrumento, resulta complicado incluirla dentro los OA. Por tal motivo, se propone que sea aplicada presencialmente en una clase.

De acuerdo con la definición tomada para esta tesis, el aprendizaje es la construcción y reconfiguración de modelos mentales que representen ciertos conceptos. Estos están dentro de los sujetos, y no se puede preguntar directamente a la persona cuál

es su modelo mental, ni puede esperarse que el sujeto tenga representaciones claras, pues, normalmente las personas tienen estructuras confusas y mal hechas, y por tal motivo es difícil investigarlos (Chevalley & Schaeken, 2016). Entonces, ¿cómo identificar si los modelos mentales construidos por los estudiantes son adecuados? Algunas metodologías parten de la premisa de que las representaciones internas pueden modelarse a partir del comportamiento y de verbalizaciones (Moreira, 1999).

Para poder “extraer” y posteriormente clasificar los modelos mentales de los estudiantes que han pasado por el MI, se proponen pruebas escritas que estén integradas por dos partes. Una que permita identificar las cuestiones teóricas, en las que se pida definir de manera discursiva y a través de una representación gráfica los conceptos. De esta manera podrán exteriorizar los estructurales análogos y la descripción discursiva pertenecientes a cada modelo mental. La otra parte puede estar orientada al análisis de la capacidad de transferencia y de las habilidades de cálculos matemáticos. Para esto se sugiere colocar un problema de aplicación en el que se pida realizar una ilustración del problema y, obviamente, la resolución del mismo a través de los cálculos. Una vez que se han obtenido los esquemas de aquello que está en la mente del estudiante, se deben identificar las características y el contenido de estos, y así, determinar qué tipo de modelo mental ha construido, y si es adecuado o no para representar lo que se quiere. Consecuentemente se podrá definir si el estudiante ha aprendido correctamente o no.

En base a esto, se ha diseñado una prueba escrita para cada OA. La Tabla 5.6 muestra un ejemplo de las pruebas construidas con este fin, el resto se localizan en el Apéndice B.

**Tabla 5.6** Prueba escrita para la identificación y la tipificación de modelos mentales

OA_1 Definición de Vectores.	Nombre: Fecha: Graduación: Nota:
1) Responde la pregunta considerando los siguientes puntos: a) Redacta con tus propias palabras todo lo que recuerde. b) Realiza un dibujo o un diagrama que ilustre tu definición. c) Redacta un ejemplo en el que pueda ser aplicado un vector. ¿Qué es un vector y cuáles son sus componentes?	
2) Resuelve el siguiente problema considerando los siguientes puntos: a) Realiza un dibujo que ilustre el problema. b) Coloca tus procedimientos completos y ordenados. c) Recuerda las fórmulas para calcular la magnitud de un vector $ \vec{v}  = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$ y la velocidad $V = \frac{D}{T}$ . Un automóvil viaja a una velocidad constante de 80 Km/h hacia el norte después de 2 hrs. cambia la dirección hacia el Oeste y viaja a una velocidad de 90km/h por 3hrs. Al día siguiente recorre una distancia de 60km al norte ¿Cuánto tiempo le tomará regresar al origen si decide tomar el camino más corto a una velocidad de 100km/h?	

El producto final del MI es la creación de un modelo mental que represente el concepto que se está aprendiendo. Pero no todos los sujetos crean modelos mentales adecuados o con las mismas características. Por este motivo se propone la siguiente tipología:

- Sin modelo mental. El estudiante no ha construido un modelo mental.
- Modelo mental estructural. Construcción de una representación análoga sin función. Imagen estática sin información discursiva.
- Modelo mental dual. Construcción de una representación análoga o imagen adecuada, pero con muy pocos argumentos que describan cierto concepto.
- Modelo discursivo. Construcción de modelo mental solo argumentativo, es decir, sin realizar representación análoga del concepto.
- Modelo mental ideal. Construcción de imágenes complejas y adecuadas, y descripciones argumentativas correctas que representan cierto concepto.

Por otro lado se tienen los modelos mentales que representen las habilidades de transferencia y cálculos matemáticos. Para estos se propone la siguiente clasificación:

- Sin modelo. El estudiante no es capaz de resolver ni representar el problema.
- Modelo de representación. Construcción de una representación análoga que ilustra el problema. Sin embargo, no identifica qué fórmulas usar, y consecuentemente, no realiza los cálculos matemáticos lo que resuelvan.
- Modelo relacional. Puede o no haber construido una representación análoga que ilustre el problema. Relaciona las fórmulas con los datos del ejercicio, pero no completa la resolución debido a errores de cálculo.
- Modelo mental operacional. Puede o no haber construido una representación análoga que ilustre el problema. Sin embargo, es capaz de relacionar las fórmulas con la información del ejercicio y lo resuelve correctamente a través de cálculos matemáticos.

Para facilitar la identificación del tipo de modelo mental que ha generado el estudiante, se ha diseñado una guía de análisis, la cual se integra por las respuestas correctas y una matriz de relación. En ella se debe señalar lo que se ha identificado en las respuestas de los estudiantes. Cabe mencionar que la determinación de la consistencia, propiedad y veracidad de las respuestas de las cuestiones teóricas son valoradas por el instructor. Una vez que el profesor ha evaluado las respuestas, debe completar una *check list* llamada “Guía de evaluación” (Tabla 5.7). Este instrumento, de elaboración propia, ha

sido diseñado para identificar qué tipo de modelo mental ha construido el estudiante, en las cuestiones teóricas y en sus habilidades matemáticas.

**Tabla 5.7** Guía de evaluación para identificación y tipificación de modelos mentales

Guía de evaluación			
<b>Cuestiones teóricas.</b>	No=N	Parcialmente=P	Si=S
Realiza una representación geométrica adecuada del concepto			
Define correctamente los conceptos.			
Combinación generada/ Tipo de modelo mental generado			
<b>Resolución de Problemas.</b>	NO=N	SI =S	
Realiza representaciones gráficas del problema correctamente			
Utiliza las fórmulas adecuadas.			
Realiza los cálculos necesarios para resolver el problema			
Combinación generada/ Tipo de modelo mental generado			

Finalmente, el modelo mental se tipifica en función de las características que posee. Para esto se ha diseñado una propuesta, considerando la combinación resultante conforme lo observado en la Tabla 5.8.

**Tabla 5.8** Combinaciones para la identificación de los tipos de modelos mentales generados

Tipo de modelo mental	Combinación
Cuestiones teóricas	
Sin modelo mental	NN, NP,PN
Modelo mental estructural	SN,
Modelo mental dual	SP ,PP
Modelo discursivo	NS, PS
Modelo mental ideal	SS
Resolución de problemas de aplicación	
Sin modelo mental	NNN
Modelo mental de representación	SNN
Modelo mental relacional	N,S,N; S,S,N
Modelo mental operacional	N,S,S; S,S,S

Nota: Las combinaciones SNS y NNS no son posibles debido a que no se pueden realizar cálculos matemáticos si no se han identificado las fórmulas

El criterio a ser tomado en cuenta para considerar que el estudiante ha aprendido, es que por lo **MENOS** haya generado para las cuestiones teóricas, el “Modelo mental dual”, pudiendo también generar los modelos mentales discursivo e ideal, ya que son de un nivel mayor de comprensión; y/o en la resolución de problemas, el Modelo mental operacional, pues al ser las habilidades matemáticas las que se están valorando, únicamente es comprendido como válido si completó correctamente el procedimiento. La Tabla 5.9 presenta un ejemplo de la propuesta, suponiendo que después de haber valorado una prueba escrita de un estudiante, este obtuvo los siguientes resultados:

Tabla 5.9 Ejemplo de guía de evaluación

Guía de evaluación	No=N	Parcialmente=P	Si=S
<b>Cuestiones teóricas</b>			
Realiza una representación geométrica adecuada del concepto		x	
Define correctamente los conceptos			x
Combinación generada/ Tipo de modelo mental generado	PS		
<b>Resolución de Problemas</b>	NO=N	SI =S	
Realiza representaciones gráfica del problema correctamente	X		
Utiliza las fórmulas adecuadas			X
Realiza los cálculos necesarios para resolver el problema			X
Combinación generada/ Tipo de modelo mental generado	NSS		

Ahora, comparando con la Tabla 5.8, el estudiante construyó un modelo mental “discursivo”, para las cuestiones teóricas, y “operacional” para la resolución de problemas.

Tanto la prueba escrita como la estrategia de tipificación son solo una propuesta diseñada en base al referencial teórico. La valoración de la pertinencia de estos instrumentos ha sido realizada por un grupo de expertos en el área de la enseñanza de las ciencias y las matemáticas. Esto se presenta más adelante.

## 5.5 Evaluación

Esta es la última etapa del proceso de la creación de los OA. De acuerdo con en el Proceso ADDIE, este debe ser realizado una vez que fue implementado el OA. Sin embargo, para garantizar en medida de lo posible su calidad pedagógica y técnica, así como detectar posibles errores o ambigüedades, es necesario valorarlos antes. En el capítulo 4 se mostraron diferentes estrategias de evaluación, entre las cuales destacan las que son a través de repositorios y de instrumentos. En esta sección se presenta la metodología, estrategias e instrumentos de evaluación utilizados en este trabajo. Para la recolección de los datos se ha utilizado una adaptación de HEODAR.

### 5.5.1 Cuestionario inicial de valoración de la calidad

En el capítulo anterior se presentó HEODAR, sus dimensiones y la forma de evaluación. Esta ha sido adaptada, pues unos de los elementos más relevantes que tienen los OA son las RG construidas con GeoGebra, y este instrumento no tiene ítems específicos que valoren este tipo de construcciones, por tal motivo, en la dimensión de la calidad del diseño técnico fueron agregadas cinco preguntas, que valoran la factibilidad del uso de las aplicaciones GeoGebra (Tabla 5.10) con valoraciones desde Muy Deficiente = 1 hasta Muy

Alta=5. Esta escala fue validada a nivel de contenido por la Dra. Erla Mariela Morales Morgado y la Dra. Filomena da Silva Cordeiro Moita.

**Tabla 5.10** Ítems de subcategoría: Representaciones Geométricas

<b>Representaciones Geométricas con GeoGebra.</b>	Muy Deficiente	Deficiente	Aceptable	Alta	Muy Alta
Usar aplicaciones justificadamente, solo cuando sea necesario para mostrar algo					
Indicar entre paréntesis cuando el tiempo estimado de carga pueda superar los 2 segundos y las condiciones tecnológicas necesarias					
Sencillas de usar y con instrucciones claras					
Adecuadas para el nivel educativo					
Ayudan a comprender mejor los conceptos que se están estudiando					

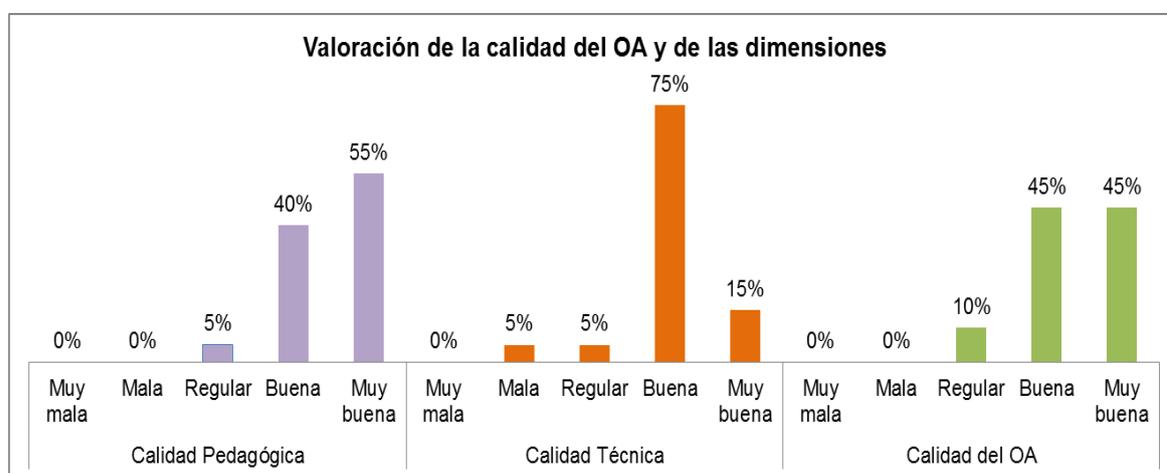
Para evaluar aspectos técnicos, mejorar y corregir todas las deficiencias que pudieran estar presentes en este nuevo instrumento, integrado por HEODAR y los ítems anteriormente presentados (al que se definirá en adelante como cuestionario) fue necesaria la realización de una prueba piloto. El proceso de la colecta de datos constituyó en transcribirlo en español y portugués en la herramienta de cuestionario de Google Drive. Fue realizada con una muestra de 20 participantes distribuidos en: 10 sujetos egresados del Máster TIC en Educación de la Universidad de Salamanca (USAL), España, y 10 estudiantes del *PPGECM* de la *UEPB*, Brasil.

El valor de la fiabilidad de la valoración de calidad del OA (escala global), el coeficiente  $\alpha$  de Cronbach fue de 0.949 de 57 ítems, con los 20 casos analizados, lo que significa que hay una alta fiabilidad en los datos. Para las sub-escalas los valores de  $\alpha$  de Cronbach fueron de 0.874 para la dimensión pedagógica y 0.937 para la calidad del diseño técnico, que también representan una fiabilidad alta.

El proceso de la prueba piloto consistió en la valoración del OA\_1 de manera presencial para los estudiantes del *PPGECM* con la versión en Portugués y a distancia para los egresados de la USAL con la versión en Español. La modalidad presencial fue realizada en el Laboratorio de *Tecnologias Digitais e Aquisição do Conhecimento* (TDAC) de la *UEPB* con la supervisión de la Dr. Filomena Moita. El laboratorio contaba con el equipo apropiado para realizar la colecta. El cuestionario y el OA fueron distribuidos a través de internet y respondidos al mismo tiempo por todos los expertos. Esta estrategia ayudó a resolver dudas y problemas que surgían al momento de la evaluación. Para la

valoración a distancia, se envió el link del instrumento y del OA por correo electrónico para ser respondido *online*.

Para generar las dos dimensiones se copiaron y recodificaron los ítems del cuestionario con sus puntuaciones. El análisis de los datos fue de carácter descriptivo, se establecieron los rangos para ejercer un juicio acerca de la calidad del OA. La valoración final es el promedio de todas las puntuaciones obtenidas en cada ítem, va de 1 a 5 puntos, las puntuaciones se clasifican en “muy mala” de 1-1.8, “mala” de 1.9-2.6, “regular” de 2.7-3.4, “buena” de 3.5 - 4.2 y “muy buena” de 4.3-5. La Figura 5.16 muestra las distribuciones de estas clasificaciones por dimensiones y valoración final de la calidad del OA. En esta se puede observar que el 90% de los sujetos tiene una percepción favorable hacia el OA.



**Figura 5.16** Frecuencias de las clasificaciones de valoración de las dimensiones y el OA

La media general fue de 4.17 con una calificación mínima de 3.75 y máxima de 4.5 y una varianza del 0.043, lo que refleja que las valoraciones se localizan en puntuaciones altas, y que la dispersión respecto a la media es baja. La Tabla 5.11 muestra las distribuciones y estadísticos de cada sub-muestra. Para profundizar en el análisis de los resultados, se realizó la prueba t para las variables área de desempeño y Versión. La cual reflejó que NO hay diferencia significativa en las medias en la valoración de la calidad del OA de cada una de las sub-muestras. Al no haber diferencia entre las medias, podemos resaltar la consistencia de la información, y que independientemente del idioma, el instrumento proporcionó información consistente.

**Tabla 5.11** Distribución y estadísticos de cada una de las categorías

Frecuencia	Área de desempeño		Versión	
	Área de Ciencias	Otras áreas	Español	Portugués
Porcentaje	16	4	10	10
Media	80%	20%	50%	50%
	4.11	4.03	3.99	4.18

<b>Desviación típ.</b>	0.47518	0.32634	0.379	0.488
<b>Error típ. de la media</b>	0.11880	0.16317	0.126	0.147

La Tabla 5.12 muestra los comentarios hechos por los evaluadores. Las observaciones más relevantes que hicieron los sujetos fueron que, el OA es dinámico, muy fácil de usar y considerado como un excelente instrumento para trabajar, la información es concisa y permite un alto grado de interactividad. En cuanto a las actividades colocadas, opinan que logran generar un conocimiento significativo a base de ejemplos y prácticas, son claros, simples y coherentes con los contenidos enseñados. Potencializan el uso de las evaluaciones finales para motivar a los estudiantes a investigar y contextualizar los conceptos aprendidos. Opinan que, las construcciones elaboradas con GeoGebra contribuyen para un mejor entendimiento, dinamizando el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Los aspectos a ser mejorados mencionados fueron que, se deberían de cuidar detalles de escritura; colocar elementos multimedia, pues al ser un recurso que podría ser utilizado a distancia, era necesario estimular más sentidos para lograr el aprendizaje deseado. También sugieren colocar el nivel al que va dirigido, el tiempo a ser utilizado en cada actividad, y referencias bibliográficas. En base a estas observaciones, se realizaron los cambios necesarios para mejorar la calidad del OA.

**Tabla 5.12** Comentarios del OA y observaciones del instrumento

	Observaciones y comentarios generales.	Observaciones generales del instrumento.
EP1		La página de inicio podría mejorar para indicar a los usuarios más explícitamente dónde se encuentran y cuál es el objetivo del recurso. No se indica el nivel al que está dirigido el recurso. No indica qué tiempo se tiene para realizar las actividades (por lo que no se puede responder certeramente la pregunta de si el tiempo es adecuado para las actividades)
EP3	Los felicito es un excelente trabajo	Me pareció una excelente presentación
EP4	Solo falta incluir fuentes de consulta donde se pueda retroalimentar la información.	Solo existen pequeños errores ortográficos, o "errores de dedo". Existen algunas palabras que no están bien escritas.
EP6	Un buen objeto de aprendizaje, sin embargo se podría mejorar con la inclusión de algunos contenidos multimedia, de acuerdo al nivel educativo donde está orientado.	La distribución del contenido (texto e imágenes) debe ser en proporción uniforme, de modo que los botones de navegación siempre estén en la misma posición y no sea necesario tener arriba y abajo.

EP7	El tamaño del texto y de los gráficos es algo pequeño, por lo demás me pareció muy útil	
EP8	tiene muchas faltas de ortografía, la letra en las evaluaciones es pequeña y la escala de los gráficos no es la adecuada puesto que los vectores apenas alcanzan a distinguirse	la letra es pequeña, la escala de los gráficos es muy pequeña
EP9	Es un excelente instrumento para trabajar, en lo personal veo aplicaciones para un tema a nivel secundaria y para una introducción a nivel bachillerato, la información es concisa y muy clara, permite un alto grado de interactividad y creo que logra generar que los alumnos un conocimiento significativo a base de ejemplos y prácticas.	Considero que el instrumento está muy bien diseñado, la interfaz es muy simple y amigable para el usuario, los colores contrastan muy bien y existe uniformidad en todo el instrumento, utiliza correctamente los recursos como imágenes, animaciones y texto, no abusa de ninguno de ellos y permite enfocarse en lo que realmente es relevante.
<b>Comentarios hechos por los evaluadores de la UEPB, Campina Grande, Brasil.</b>		
EP11	O trabalho foi muito legal na aprendizagem dos alunos principalmente na educação distância que possam facilitá-lo e ajudaria os professores como usuário. Também é interessante e atrativo com imagem animados, exemplos claros e simples.	
EP13	Muito interativo e ajuda o aluno no entendimento de visualizar melhor os conteúdos e bastante contextualizado, porém melhora o processo de ensino aprendizagem no contexto educativo.	
EP14	O objeto de aprendizagem proposto supri as necessidades em questão.	
EP16	Muito bom e interativo o programa.	
EP17	Excelente, criativo, dinâmico, interativo...	
EP18	Considero que o OA funcionará como um subsídio na aprendizagem do conteúdo, tendo em vista que disponibiliza informações pertinentes e que abordam os pontos relevantes do conteúdo em questão. Além disso, a avaliação final instiga o aluno a pesquisar e participar, visto que os estudantes, de ensino médio principalmente, gostam de enfrentar 'desafios'. Uma sugestão seria a utilização de questões mais problematizadas e contextualizadas.	
EP19	o objeto de aprendizagem em questão demonstra grande potencial para o ensino, pois atende aos objetivos de forma clara e concisa proporcionando uma aprendizagem interativa e objetiva incentivando a aprendizagem dos discentes e através das	
EP20	O conteúdo é muito bom, ajuda os alunos a raciocinar e aprender completamente. Em geral é uma proposta pedagógica, bastante interessante.	

	Adorei	
--	--------	--

Nota EP=Evaluador Piloto

Referente al instrumento de evaluación, los sujetos mencionan que es muy sencillo de usar y que tiene un buen diseño. En esta prueba fueron excluidos los ítems del cuestionario referentes a la evaluación de contenidos multimedia, pues el diseño de los OA, hasta el momento, no contaba con elementos de este tipo. Sin embargo, en base a las sugerencias de colocar audios, videos, animaciones, entre otros, se optó por agregar estos recursos a los OA, y consecuentemente utilizar el cuestionario íntegro. Además de esto, para ampliar la descripción de los sujetos, se agregaron ítems para la obtención de datos demográficos, como edad, sexo, profesión, área de formación, y si actualmente son profesores o no, y en qué área y nivel.

### 5.5.2 Diseño del cuestionario final para la valoración de la calidad pedagógica y de diseño técnico

En base a las aportaciones obtenidas con la prueba piloto, el cuestionario final aplicado ha sido una adaptación de HEODAR (presentado en el apartado 4.6.5.2) (Morales-Morgado, Gómez-Aguilar & García-Peñalvo, 2008b). Al cual le fueron agregados siete ítems de descripción de la muestra. La dimensión de la calidad pedagógica, como se aprecia en la Tabla 5.13, no ha sido modificada. En cuanto a la calidad del diseño técnico (Tabla 5.14), fueron agregados cinco ítems para la valoración de las aplicaciones con GeoGebra. Los 66 ítems son preguntas de valoración en escala de Likert, con los valores, “Muy deficiente”, “Deficiente”, “Aceptable”, “Alta” y “Muy Alta”, de los cuales 31 corresponden a los criterios pedagógicos, y 35 para el diseño técnico.

**Tabla 5.13** Versión original de la dimensión de la calidad pedagógica

CRITERIOS PEDAGÓGICOS PARA EVALUAR OBJETOS DE APRENDIZAJE						
CATEGORÍA PSICOPEDAGÓGICA	n/S	Muy deficiente	Deficiente	Aceptable	Alta	Muy Alta
<b>NIVEL DE DIFICULTAD ADECUADO A LAS CARACTERÍSTICAS DE LOS ESTUDIANTES</b>						
Profundidad pertinente: adecuar profundidad según conocimientos previos y nivel de complejidad que el estudiante es capaz de comprender.						
Nivel de Lenguaje: adecuar lenguaje utilizado (científico, etc.) a los conocimientos previos de los estudiantes.						
<b>DESEMPEÑO PROFESIONAL</b>						
Adecuación a competencias profesionales: adecuar la utilidad de los contenidos y actividades para las necesidades y						
<b>MOTIVACIÓN Y ATENCIÓN</b>						
Presentación atractiva y original: captar la atención de los estudiantes y mantener el interés.						
Información relevante: entregar información importante para ayudar a comprender los contenidos.						
Participación del alumno: explica claramente su participación en el desarrollo del programa.						
<b>INTERACTIVIDAD</b>						
Nivel de interactividad: promover actividades abiertas, diversas maneras de resolver problemas, proporcionar realimentación y corrección de errores.						
Tipo de interactividad: adecuar interactividad a los objetivos de la metodología, los niveles pueden ser: activos, expositivos o mixtos						
<b>CRATIVIDAD *</b>						
Promover el desarrollo e iniciativa y el aprendizaje autónomo.						
Promover el desarrollo de habilidades metacognitivas y estrategias de aprendizaje que les permita planificar, regular y evaluar su propia actividad intelectual						
CATEGORÍA DIDÁCTICO-CURRICULAR	n/S	Muy deficiente	Deficiente	Aceptable	Alta	Muy Alta
<b>CONTEXTO</b>						
Nivel formativo adecuado a la situación educativa, por ejemplo: educación secundaria, etc.						
Descripción de la unidad: Presenta una introducción y/o resumen que explica de forma clara en qué consiste la unidad						
<b>OBJETIVOS</b>						
Correctamente formulado: generalmente los objetivos se elaboran según la fórmula: verbo infinitivo + contenido						
Factible: puede ser alcanzado.						
Indica lo que se espera sea aprendido: el alumno debe ser consciente de lo que tiene que aprender.						
Coherente con los objetivos generales: los objetivos específicos deben ayudar a cumplir los objetivos generales.						
<b>TIEMPO DE APRENDIZAJE</b>						
El tiempo de duración estimado en el desarrollo de la unidad es adecuado al tiempo disponible						
<b>CONTENIDOS</b>						
Presenta información suficiente y adecuada al nivel educativo.						
Adecuar los contenidos al objetivo propuesto.						
Presentar información en distintos formatos (texto, audio, etc).						
Permite interactuar con el contenido a través de enlaces.						
Presentar información complementaria para ayudar a los alumnos que deseen profundizar sus conocimientos.						
Cuidar que la información que presenta sea confiable, (datos exactos, referencias bibliográficas, etc.).						
Presentar la información de forma adecuada para ayudar a una mejor comprensión del contenido						
Verificar que el idioma empleado en los contenidos sea pertinente a los objetivos de enseñanza.						
<b>ACTIVIDADES</b>						
Ayudan a reforzar los conceptos						
Promueve una participación activa: estimulan la reflexión y la crítica, esto es el cuestionamiento de las propias ideas para la integración de la nueva información a los conocimientos pre-existentes						
Presenta distintos tipos de estrategias de aprendizaje, según sea el caso (resolución de problemas, estudio de caso,						
Presenta actividades de evaluación y práctica						
Se propone modalidad de trabajo según sea el caso (individual, colaborativa y/o cooperativa).						
<b>REALIMENTACIÓN</b>						
Se refuerzan los conocimientos a través de ejercicios, autoevaluaciones, etc						

Fuente: Morales Morgado, Muñoz, Conde y García-Peñalvo (2010)

Tabla 5.14 Versión adaptada de la dimensión de la calidad del diseño técnico

CRITERIOS DE DISEÑO TÉCNICO PARA EVALUAR OBJETOS DE APRENDIZAJE						
DISEÑO DE INTERFAZ	n/S	Muy deficiente	Deficiente	Aceptable	Alta	Muy Alta
<b>TEXTO</b>						
Organizar en párrafos cortos, sin romper los párrafos ni la continuidad de las ideas que se exponen en ellos.						
Utilizar hipertexto para dividir información extensa en múltiples páginas						
Marcar bloques de contenido a través de títulos o epígrafes						
Usar mayúsculas para los títulos, encabezados o resaltar textos puntuales						
Evitar subrayados cuando no hay enlaces.						
Tipo de letra legible y tamaño adecuado.						
Los colores y tipos de letras aportan información por sí mismos.						
No presentar ningún error ortográfico.						
<b>IMAGEM</b>						
Aclarar la información textual.						
Su presencia no es superflua.						
<b>ANIMACIONES</b>						
Las animaciones están justificadas no se abusa de ellas.						
Atraer la atención del usuario para destacar cosas relevantes.						
No tardar mucho tiempo en cargarse.						
Evitar animaciones que se presentan en un ciclo sin detenerse						
<b>MULTIMEDIA</b>						
Usar multimedia justificadamente, solo cuando sea necesario aumentar algo.						
Indicar entre paréntesis cuando el tiempo estimado de descarga pueda superar los 2 segundos						
<b>SONIDO</b>						
Emplear el sonido solo cuando sea necesario (opcional para el usuario).						
Informar de las características del archivo de audio antes su descarga (tamaño, tipos de conexión, etc.).						
<b>VÍDEO</b>						
Utilizar justificadamente, solo cuando pueda aportar algo.						
La imagen y el audio se presentan de forma clara						
<b>DISEÑO DE NAVEGACIÓN</b>	n/S	Muy deficiente	Deficiente	Aceptable	Alta	Muy Alta
<b>PÁGINA DE INICIO</b>						
Aclarar al usuario dónde se encuentra y el objetivo del sitio.						
Presentar las principales áreas de contenido del sitio con hipervínculos para acceder a ella.						
Si existe pantalla de bienvenida, ésta no debe retardar la llegada del usuario a la página de inicio.						
<b>NEVAGEBILIDAD</b>						
Poseer una estructura flexible que permita al usuario controlar su navegación.						
Presentar títulos claros indicando nombre o contenido principal.						
La interfaz de navegación muestra todas las alternativas posibles al mismo tiempo, para que los usuarios puedan escoger su opción.						
El usuario sabe dónde se encuentra en todo momento.						
Las pantallas dedican en gran parte espacio al contenido.						
La páginas deben ser sencillas, no estar recargadas con publicidad, animaciones, etc.						
El diseño es consistente en todas las pantallas (tamaños, colores, iconos, tipos de letra, etc.).						
<b>APLICACIONES CON GEOGEBRA</b>	n/S	Muy deficiente	Deficiente	Aceptable	Alta	Muy Alta
Usar aplicaciones justificadamente, solo cuando sea necesario para mostrar algo.						
Indicar entre paréntesis cuando el tiempo estimado de carga pueda superar los 2 segundos y las condiciones tecnológicas necesarias.						
Sencillas de usar y con instrucciones claras.						
Adecuadas para el nivel educativo.						

Fuente: Adaptación de Morales Morgado, Muñoz, Conde y García-Peñalvo (2010)

Una vez terminado, el cuestionario fue traducido al portugués y trasladado a la herramienta de cuestionario de Google Drive. La Figura 5.17 muestra las dos primeras páginas del instrumento, que contienen con los ítems de descripción de sujetos y las primeras preguntas de los criterios pedagógicos.

**Avaliação do objeto de aprendizagem.**  
 O seguinte instrumento de avaliação do OA é uma adequação da "Herramienta para la Evaluación de Objetos Didácticos de Aprendizaje Reutilizables (HEODAR)", desenhada por Morales-Morgado, Gómez Aguilar e García Peñalvo (2008)  
 O objetivo é avaliar a qualidade e utilidade do OA para o ensino do tema "Vetores Reais geométricos: definição, operações, e aplicações" mediante a integração de GeoGebra.  
 \*Obrigatorio

Nome do Objeto de Aprendizagem avaliado. \*  
 Cada objeto tem uma abreviação, por exemplo, Objeto de Aprendizagem 1 "Definição e conceito de vetor geométrico", OA\_1

Área de desempenho \*  
 Professor \*

Se você é professor mencione a área e o nível de ensino.

Continuar »

---

**Avaliação do objeto de aprendizagem.**  
 \*Obrigatorio

**CRITERIOS PEDAGÓGICOS PARA AVALIAR OBJETOS DE APRENDIZAGEM**  
 CATEGORIA PSICOPEDAGÓGICA

**NÍVEL DE DIFICULDADE ADEQUADO AS CARACTERÍSTICAS DOS ESTUDANTES \***

	Muito Deficiente	Deficiente	Aceitável	Alta	Muito Alta
Profundidade pertinente: adequar profundidade segundo conhecimentos prévios e nível de complexidade que o estudante é capaz de compreender.					
Nível de Linguagem: adequar linguagem utilizado (científico, etc.) aos conhecimentos prévios dos estudantes.					

**DESEMPENHO PROFISSIONAL \***

	Muito Deficiente	Deficiente	Aceitável	Alta	Muito Alta
Adequação a competências profissionais: adequar a utilidade dos conteúdos e atividades para as necessidades					

Figura 5.17 Impresión de pantalla de la primera página del instrumento de evaluación

### 5.5.3 Análisis psicométrico del cuestionario final

Para garantizar, en medida de lo posible, el éxito de los resultados obtenidos a través del cuestionario, es necesario someterlo a un análisis psicométrico que implica las pruebas de validez y fiabilidad. Estas no deben tratarse de manera independiente, pues si no se cumple con alguna de ellas, el instrumento no es útil para llevar a cabo un estudio.

La fiabilidad se refiere al grado de consistencia y estabilidad de las puntuaciones que un instrumento produce a lo largo de repetidos procesos de medición. (Hernández, Fernández & Baptista, 2010). De acuerdo con Morales Vallejo y otros (2003) el valor mínimo de  $\alpha$  de Cronbach para considerar que la fiabilidad de los datos es aceptable es 0.7.

La validez se refiere “al grado en que un instrumento en verdad mide la variable que se busca medir” (Hernández, Fernández & Baptista, 2010, p. 201). La validez es un concepto del cual pueden tenerse diferentes tipos de evidencia:

1. La validez de contenido se refiere a que el contenido del instrumento refleja un dominio específico de lo que se mide. Es decir, el grado en el que la medición representa la variable que quiere ser medida (Bohrnstedt, 1976)
2. La validez de criterio establece la validez de un instrumento al comparar sus resultados con algún otro criterio externo que pretende medir el mismo constructo (Hernández, Fernández & Baptista, 2010).
3. La validez de constructo podría ser considerado como el más importante a nivel científico, se refiere a qué tan exitosamente un instrumento representa y mide

un concepto teórico. Valida que el conjunto de ítems del cuestionario represente al universo de conductas del constructo (Martínez Abad, 2013)

### 5.5.3.1 Pruebas de fiabilidad del instrumento.

Para el análisis de fiabilidad del instrumento, se consideraron los estadísticos de relación total-elemento para cada una de las escalas de las dimensiones. El criterio para discriminación de los ítems es que todos los índices de correlación de cada ítem con la escala, descrito por el índice de correlación elemento-total, debe ser superior a 0.4 y un valor  $\alpha$  de Cronbach mínimo de 0.7 (Morales Vallejo, Urosa & Blanco, 2003)

En la Tabla 5.15 se muestra la relación total-elemento para la escala “psicopedagógica”. Se puede observar que todos los índices de correlación elemento-total son superiores a 0.4, y los datos son sumamente fiables, pues en todos los casos se obtuvo un  $\alpha$  de Cronbach mayor a 0,9. Por lo que todos los ítems son aceptables y no se eliminó ninguno.

**Tabla 5.15** Estadísticos total-elemento. Psicopedagógica

	Media de la escala si se elimina el elemento	Varianza de la escala si se elimina el elemento	Correlación elemento-total corregida	Correlación múltiple al cuadrado	Alfa de Cronbach si se elimina el elemento
<b>M1</b>	34.27	29.727	.650	.535	.912
<b>M2</b>	34.13	29.020	.695	.573	.910
<b>PM3</b>	34.04	28.908	.634	.464	.913
<b>De</b>	34.04	27.853	.638	.521	.914
<b>Di1</b>	33.89	27.188	.762	.720	.905
<b>Di2</b>	34.14	27.325	.733	.699	.907
<b>In1</b>	34.16	29.228	.652	.588	.912
<b>In2</b>	34.02	27.109	.833	.754	.901
<b>Cr1</b>	33.84	28.137	.698	.710	.909
<b>Cr2</b>	34.04	28.108	.668	.684	.911

En la Tabla 5.16 se presenta la relación total-elemento para la escala *didáctico-curricular*. En esta se puede apreciar que todos los índices de correlación elemento-total son satisfactorios y los  $\alpha$  de Cronbach son superiores a 0.7. Por lo que no se eliminó ningún ítem. Las dos sub-escalas de la dimensión mantienen sus ítems para la valoración de calidad pedagógica de los OA.

**Tabla 5.16** Estadísticos total-elemento. Didáctico-curricular

	Media de la escala si se elimina el elemento	Varianza de la escala si se elimina el elemento	Correlación elemento-total corregida	Alfa de Cronbach si se elimina el elemento
<b>Co</b>	77.07	114.395	.672	.938

Co2	76.80	115.143	.668	.938
Ob1	77.02	116.709	.682	.938
Ob2	77.04	115.708	.582	.939
Ob3	76.95	113.979	.669	.938
Ob4	76.89	116.861	.537	.940
Ti	77.29	115.699	.472	.942
C1	77.07	110.758	.784	.936
C2	77.05	113.543	.689	.938
C3	77.02	114.636	.636	.939
C4	77.16	118.283	.474	.941
C5	77.29	115.517	.553	.940
C6	76.95	115.288	.681	.938
C7	76.98	114.672	.700	.938
C8	77.07	115.013	.575	.940
Ac1	76.95	111.906	.712	.937
Ac2	77.00	112.982	.749	.937
Ac3	77.16	111.701	.705	.937
Ac4	77.02	115.181	.646	.938
Ac5	77.04	112.726	.747	.937
Re	77.05	116.124	.532	.940

En la Tabla 5.17 se muestra la relación total-elemento para la escala “diseño de la interfaz”. Se puede observar que únicamente el ítem So2 (informar de las características del archivo de audio antes de su descarga) no es aceptable. Revisando el ítem y sus puntuaciones, se identificó que no había ningún elemento dentro de los OA que se pudiera evaluar con éste. Por lo que se decidió extraerlo de la escala.

**Tabla 5.17** Estadísticos total-elemento para la sub-dimensión diseño de interfaz

	Media de la escala si se elimina el elemento	Varianza de la escala si se elimina el elemento	Correlación elemento-total corregida	Alfa de Cronbach si se elimina el elemento
Te1	72.68	100.404	.714	.936
Te2	72.79	101.771	.767	.935
Te3	72.75	101.536	.745	.936
Te4	72.71	101.044	.677	.937
Te5	72.70	102.652	.696	.937
Te6	72.63	102.530	.647	.937
Te7	72.66	101.974	.642	.937
Te8	72.88	101.311	.626	.938
Im1	72.59	101.519	.744	.936
Im2	72.59	102.356	.684	.937
An1	72.64	99.797	.750	.935
An2	72.64	101.616	.654	.937
An3	73.00	101.564	.591	.938
An4	72.79	98.935	.802	.934
Mu1	72.73	103.363	.678	.937
Mu2	72.93	103.740	.573	.938
So1	72.98	104.781	.475	.940
So2	73.14	106.525	<b>.345</b>	.943
Vi1	72.86	102.597	.586	.938
Vi2	72.86	104.852	.535	.939

En la Tabla 5.18 que muestra los estadísticos total-elemento para la escala de medida del “diseño de navegabilidad”, se obtienen índices de correlación elemento-total satisfactorios en todos los casos. De esta manera, no se alteraron los elementos iniciales de la escala.

**Tabla 5.18** Estadísticos total-elemento. Diseño de navegabilidad

	Media de la escala si se elimina el elemento	Varianza de la escala si se elimina el elemento	Correlación elemento-total corregida	Correlación múltiple al cuadrado	Alfa de Cronbach si se elimina el elemento
<b>In1</b>	36.98	25.909	.569	.458	.911
<b>In2</b>	36.77	25.054	.676	.646	.905
<b>In3</b>	36.93	25.304	.542	.617	.913
<b>Na1</b>	36.82	24.440	.690	.554	.904
<b>Na2</b>	36.73	23.981	.790	.747	.898
<b>Na3</b>	36.84	23.665	.713	.730	.903
<b>Na4</b>	36.71	24.753	.690	.520	.904
<b>Na5</b>	36.71	25.117	.696	.539	.904
<b>Na6</b>	36.63	23.548	.772	.845	.899
<b>Na7</b>	36.75	24.482	.694	.636	.904

Esta sub-dimensión fue aumentada a la herramienta HEODAR original. Inicialmente se había propuesto como parte de la sub-dimensión de diseño de interfaz, sin embargo, se decidió colocarla como una escala independiente, pues mide aspectos diferentes a los criterios de navegabilidad y diseño de interfaz de la dimensión. La Tabla 5.19 muestra los estadísticos total-elemento para la escala de medida de Aplicaciones GeoGebra, se obtuvieron índices de correlación elemento-total admisibles en todos los ítems. De esta manera, no se alteraron los elementos originales de la escala.

**Tabla 5.19** Estadísticos total-elemento. Aplicaciones GeoGebra

	Media de la escala si se elimina el elemento	Varianza de la escala si se elimina el elemento	Correlación elemento-total corregida	Correlación múltiple al cuadrado	Alfa de Cronbach si se elimina el elemento
<b>AG1</b>	15.77	6.618	.715	.573	.851
<b>AG2</b>	15.88	7.239	.596	.426	.878
<b>AG3</b>	15.73	7.4	.689	.612	.857
<b>AG4</b>	15.71	6.462	.824	.761	.822
<b>AG5</b>	15.48	6.872	.734	.645	.845

Finalmente, los estadísticos presentados en la Tabla 5.20 muestran una fiabilidad elevada para las escalas, pues casi todos los valores son superiores a 0.9 (Hernández, Fernández & Baptista, 2010). Considerando el valor mínimo aceptable de 0.7 (Morales Vallejo, Urosa & Blanco, 2003) se puede afirmar que las escalas son fiables y que los ítems son precisos y miden apropiadamente los constructos.

Tabla 5.20  $\alpha$  de Cronbach para las sub-dimensiones

Sub-escalas	Alfa de Cronbach	Alfa de Cronbach basada en los elementos tipificados	N de elementos
<b>Psicopedagógica</b>	.918	.919	10
<b>Didáctico-curricular</b>	.941	.942	21
<b>Diseño de interfaz</b>	.940	.941	20
<b>Diseño de navegabilidad</b>	.913	.914	10
<b>Aplicaciones GeoGebra</b>	.877	.879	5

### 5.5.3.2 Pruebas de validez del instrumento.

La valoración de la validez a nivel de contenido de la herramienta HEODAR fue realizada en Morales-Morgado (2010). Que en síntesis, el proceso fue una evaluación de jueces, de los cuales ocho eran expertos en pedagogía y dos en diseño de materiales Web. La valoración de los expertos consistió en determinar su grado de acuerdo o desacuerdo con los criterios planteados (ítems), para esto definieron un rango que comprende una valoración numérica del 1, muy en desacuerdo, hasta 4, muy de acuerdo, en caso de que el experto no supusiera o no conociera podía colocar la opción N/S (no sabe)<sup>1</sup>.

Todas las puntuaciones de cada ítem fueron promediadas y todas están dentro del rango “de acuerdo” y “muy de acuerdo”. En ningún caso hubo desacuerdo con los criterios planteados. Algunos expertos pedagogos seleccionaron la opción NS, pues no querían afirmar aspectos de la dimensión de la usabilidad que no conocían. La evaluación de los jueces no solo consistió en colocar un valor a los criterios, sino también, se consideraron algunas recomendaciones. A través de las sugerencias que hicieron, se agregaron nuevos criterios, se mejoró la redacción, uso de verbos, etc.

Los resultados de la valoración de la validez de criterio son presentados por Morales, García y Barrón (2008b). En este análisis comparativo entre el instrumento LORI y HEODAR los autores destacan lo siguiente:

- Los criterios establecidos de cada herramienta son claros y bien definidos para valorar aspectos específicos sobre la calidad de OA.
- HEODAR considera criterios en sus categorías bien definidos, y estos pueden ser valorados numéricamente.
- LORI engloba sus criterios en nueve dimensiones que explican claramente los aspectos a ser valorados, sin embargo, los autores exponen que para que la valoración sea adecuada “no es recomendable que una dimensión o categoría sea valorada tan ampliamente, esto es debido a que se pierde la objetividad y

<sup>1</sup> El proceso de validez puede revisarse completo en Morales-Morgado (2010, pp. 170-188).

puede confundir a los evaluadores al no estar de acuerdo con algunos criterios pero con otros sí” (p. 11).

- Para la valoración de la reusabilidad LORI contiene una dimensión que es valorada numéricamente, y HEODAR tiene un apartado de comentarios en el que el evaluador puede extender su opinión. Ante esto, los autores consideran que “ese tipo de valoración no es fácil de conseguir y que posiblemente a través de una herramienta que se valora a través de símbolos o números no se pueda precisar este tipo de información” (p. 11). Por lo que enfatizan que la evaluación debe de ir acompañada de una estrategia que sustraiga información que permita la discusión de los expertos y que lleve a un acuerdo común entre las diversas opiniones.

Respecto a la validez a nivel de constructo se realizó la técnica del análisis factorial, y de esta manera se observó el comportamiento de cada una de las dimensiones. Las dos dimensiones que integran el cuestionario son independientes entre sí, pues miden cosas completamente distintas, una mide la calidad del OA desde una perspectiva pedagógica, y la otra mide calidad del OA desde un enfoque del diseño técnico. Por tal motivo se realizaron dos análisis factoriales independientes.

Para que la realización del análisis factorial exploratorio sea satisfactorio Méndez y Rondón (2012) recomiendan realizar ciertas etapas: planteamiento de objetivos, diseño, supuestos, derivación de los factores y evaluación del ajuste global, interpretación de los factores y juzgamiento de la significancia de los factores

El **objetivo** de este análisis es demostrar la unidimensionalidad de las escalas. Por lo que se llegará únicamente a la derivación de factores.

Antes de realizar el análisis, se debe hacer una evaluación del **supuesto** de que las variables realmente están correlacionadas con el fin de establecer si es apropiado o no este estudio. Para comprobar este supuesto se deben cumplir las siguientes condiciones:

- a) Analizar los coeficientes de correlación entre las variables. Para ello es necesario evaluar si algunas de las variables tienen moderados o altos valores de correlación entre sí, el criterio es que sean mayores a 0,30 (Méndez & Rondón, 2012). Si las correlaciones son pequeñas, no hace sentido realizar este análisis. Además, el determinante de la matriz debe ser diferente de cero. Se justifica el uso de la técnica si el determinante es cercano a cero, por el contrario, si el valor es cercano a uno, se interpreta como que las variables están pobremente relacionadas (Méndez & Rondón, 2012).

- b) Prueba de esfericidad de Bartlett. Esta prueba parte de la hipótesis nula de que la matriz de correlación es la matriz identidad. Al rechazar la hipótesis nula, queda demostrado que existe algún grado de correlación estadísticamente significativa.
- c) La prueba de medidas de adecuación muestral de Kaiser-Meyer-Olkin (KMO). Los criterios propuestos por Kaiser (1974) son medidas cercanas a 0.90 como “maravillosas”, a 0.80 como “meritorias”, a 0.70 como “medianas”, 0.6 mediocres, a 0.50 como inaceptables. La puntuación mínima aceptada para considerar adecuado el análisis factorial es un  $KMO > 0.7$ .
- d) Por último, para considerar el análisis factorial apropiado, se deben analizar los valores de la diagonal de la matriz de correlación anti-imagen. También se utilizan los criterios propuestos por Kaiser (1974).

Como ya se mencionó anteriormente, para determinar la propiedad de la realización del análisis factorial, es necesario cumplir ciertos requisitos. Primero se iniciará con el análisis de la matriz de correlación entre las variables de cada una de las sub-dimensiones. En las tablas 5.21 y 5.22 se puede apreciar que la mayoría de los índices de correlación son aceptables. Los determinantes de las dos matrices son distintos de cero. Por lo que puede pasarse a la siguiente prueba.

**Tabla 5.21** Matriz de correlaciones para la escala psicopedagógica

	M1	M2	PM3	De	Di1	Di2	In1	In2	Cr1	Cr2
M1	<b>1.000</b>	.602	.513	.403	.576	.636	.389	.577	.442	.364
M2	.602	<b>1.000</b>	.495	.511	.482	.601	.459	.581	.578	.485
PM3	.513	.495	<b>1.000</b>	.463	.561	.504	.438	.617	.401	.411
De	.403	.511	.463	<b>1.000</b>	.672	.597	.372	.549	.419	.399
Di1	.576	.482	.561	.672	<b>1.000</b>	.765	.471	.644	.468	.513
Di2	.636	.601	.504	.597	.765	<b>1.000</b>	.419	.649	.435	.409
In1	.389	.459	.438	.372	.471	.419	<b>1.000</b>	.727	.603	.626
In2	.577	.581	.617	.549	.644	.649	.727	<b>1.000</b>	.674	.621
Cr1	.442	.578	.401	.419	.468	.435	.603	.674	<b>1.000</b>	.791
Cr2	.364	.485	.411	.399	.513	.409	.626	.621	.791	<b>1.000</b>

a. Determinante = .001

**Tabla 5.22** Matriz de correlaciones para la escala didáctico-curricular

	Co	Co2	Ob1	Ob2	Ob3	Ob4	Ti	C1	C2	C3	C4
Co	<b>1.000</b>	.557	.619	.479	.611	.483	.309	.684	.543	.596	.282
Co2	.557	<b>1.000</b>	.443	.415	.579	.478	.407	.487	.433	.404	.228
Ob1	.619	.443	<b>1.000</b>	.700	.628	.610	.300	.575	.631	.501	.177
Ob2	.479	.415	.700	<b>1.000</b>	.697	.541	.301	.526	.518	.358	.130
Ob3	.611	.579	.628	.697	<b>1.000</b>	.619	.488	.638	.469	.395	.169
Ob4	.483	.478	.610	.541	.619	<b>1.000</b>	.292	.450	.551	.438	.176
Ti	.309	.407	.300	.301	.488	.292	<b>1.000</b>	.538	.401	.155	.087
C1	.684	.487	.575	.526	.638	.450	.538	<b>1.000</b>	.733	.626	.276

<b>C2</b>	.543	.433	.631	.518	.469	.551	.401	.733	<b>1.000</b>	.599	.374
<b>C3</b>	.596	.404	.501	.358	.395	.438	.155	.626	.599	<b>1.000</b>	.465
<b>C4</b>	.282	.228	.177	.130	.169	.176	.087	.276	.374	.465	<b>1.000</b>
<b>C5</b>	.233	.458	.337	.310	.272	.179	.246	.329	.315	.343	.570
<b>C6</b>	.458	.552	.457	.356	.420	.317	.416	.430	.405	.318	.416
<b>C7</b>	.399	.541	.516	.466	.562	.376	.409	.464	.194	.332	.348
<b>C8</b>	.234	.451	.460	.298	.342	.443	.472	.528	.472	.353	.228
<b>Ac1</b>	.497	.494	.464	.415	.410	.335	.351	.552	.500	.513	.300
<b>Ac2</b>	.486	.536	.396	.306	.460	.285	.394	.531	.408	.452	.480
<b>Ac3</b>	.402	.484	.337	.230	.308	.245	.241	.581	.465	.514	.487
<b>Ac4</b>	.441	.362	.330	.222	.359	.166	.192	.470	.424	.534	.566
<b>Ac5</b>	.465	.435	.415	.439	.361	.309	.316	.614	.503	.493	.484
<b>Re</b>	.425	.339	.407	.343	.384	.153	.182	.501	.409	.312	.277
	<b>C5</b>	<b>C6</b>	<b>C7</b>	<b>C8</b>	<b>Ac1</b>	<b>Ac2</b>	<b>Ac3</b>	<b>Ac4</b>	<b>Ac5</b>	<b>Re</b>	
<b>Co</b>	.233	.458	.399	.234	.497	.486	.402	.441	.465	.425	
<b>Co2</b>	.458	.552	.541	.451	.494	.536	.484	.362	.435	.339	
<b>Ob1</b>	.337	.457	.516	.460	.464	.396	.337	.330	.415	.407	
<b>Ob2</b>	.310	.356	.466	.298	.415	.306	.230	.222	.439	.343	
<b>Ob3</b>	.272	.420	.562	.342	.410	.460	.308	.359	.361	.384	
<b>Ob4</b>	.179	.317	.376	.443	.335	.285	.245	.166	.309	.153	
<b>Ti</b>	.246	.416	.409	.472	.351	.394	.241	.192	.316	.182	
<b>C1</b>	.329	.430	.464	.528	.552	.531	.581	.470	.614	.501	
<b>C2</b>	.315	.405	.194	.472	.500	.408	.465	.424	.503	.409	
<b>C3</b>	.343	.318	.332	.353	.513	.452	.514	.534	.493	.312	
<b>C4</b>	.570	.416	.348	.228	.300	.480	.487	.566	.484	.277	
<b>C5</b>	<b>1.000</b>	.594	.552	.531	.271	.500	.442	.395	.412	.369	
<b>C6</b>	.594	<b>1.000</b>	.749	.452	.526	.524	.495	.409	.542	.438	
<b>C7</b>	.552	.749	<b>1.000</b>	.548	.478	.631	.549	.456	.548	.414	
<b>C8</b>	.531	.452	.548	<b>1.000</b>	.357	.530	.418	.287	.372	.092	
<b>Ac1</b>	.271	.526	.478	.357	<b>1.000</b>	.679	.711	.574	.713	.500	
<b>Ac2</b>	.500	.524	.631	.530	.679	<b>1.000</b>	.733	.670	.679	.408	
<b>Ac3</b>	.442	.495	.549	.418	.711	.733	<b>1.000</b>	.710	.779	.415	
<b>Ac4</b>	.395	.409	.456	.287	.574	.670	.710	<b>1.000</b>	.710	.485	
<b>Ac5</b>	.412	.542	.548	.372	.713	.679	.779	.710	<b>1.000</b>	.475	

Determinante = 1.035E-008

Otro dato que indica que si es posible realizar el análisis factorial es el KMO, este permite comparar las magnitudes de los coeficientes de correlación obtenidos con las magnitudes de coeficientes de correlación parcial. La Tabla 5.23 muestra que para la escala psicopedagógica  $KMO=0.875$ , lo que refleja una adecuación muestral “maravillosa”, y para la didáctico-curricular el  $KMO=0.776$  una adecuación muestral “mediana”. En ambos casos se considera que la adecuación muestral es apropiada. Lo que significa que la correlación entre pares de ítems puede explicarse a partir de otros ítems. En los dos casos, a partir de la prueba de esfericidad de Bartlett se rechaza la hipótesis nula de que la matriz de correlaciones es una matriz identidad. Tras haber superado las pruebas anteriores, se puede continuar con el análisis factorial.

**Tabla 5.23** Test de Barlett y KMO para las dos sub-escalas de la calidad pedagógica del OA

Sub.escalas	KMO y prueba de Bartlett			
	Medida de adecuación muestral de Kaiser-Meyer-Olkin.	Prueba de esfericidad de Bartlett		
		Chi-cuadrado aproximado	gl	Sig.
Psicopedagógicos	.875	348.045	45	.000
Didáctico-Curricular	.776	867.228	210	.000

Finalmente, se presenta otro índice de adecuación muestral obtenido de la diagonal de la matriz de correlaciones anti-imagen. En las Tablas 5.24 y 5.25 se puede observar que todos los valores están por encima del criterio de adecuación “mediana”, que es el mínimo que debe ser obtenido para considerar como la muestra adecuada para realizar el análisis factorial.

**Tabla 5.24** Matriz de correlaciones anti-imagen. Escala psicopedagógica

	M1	M2	PM3	De	Di1	Di2	In1	In2	Cr1	Cr2
<b>M1</b>	.909a	-0.292	-0.138	0.169	-0.173	-0.198	0.04	-0.113	-0.078	0.111
<b>M2</b>	-0.292	.881a	-0.149	-0.226	0.229	-0.273	-0.069	0.053	-0.232	-0.028
<b>PM3</b>	-0.138	-0.149	.926a	-0.05	-0.171	0.09	0.021	-0.28	0.115	-0.049
<b>De</b>	0.169	-0.226	-0.05	.896a	-0.387	-0.065	0.066	-0.112	-0.039	0.049
<b>Di1</b>	-0.173	0.229	-0.171	-0.387	.846a	-0.485	-0.048	-0.013	0.059	-0.221
<b>Di2</b>	-0.198	-0.273	0.09	-0.065	-0.485	.870a	0.094	-0.238	0.075	0.066
<b>In1</b>	0.04	-0.069	0.021	0.066	-0.048	0.094	.886a	-0.479	-0.006	-0.231
<b>In2</b>	-0.113	0.053	-0.28	-0.112	-0.013	-0.238	-0.479	.885a	-0.265	0.02
<b>Cr1</b>	-0.078	-0.232	0.115	-0.039	0.059	0.075	-0.006	-0.265	.840a	-0.604
<b>Cr2</b>	0.111	-0.028	-0.049	0.049	-0.221	0.066	-0.231	0.02	-0.604	.838a

a Medida de adecuación muestral

**Tabla 5.25** Matriz de correlaciones anti-imagen. Escala didáctico-curricular

	Co	Co2	Ob1	Ob2	Ob3	Ob4	Ti	C1	C2	C3	C4
<b>Co</b>	.784a	-0.356	-0.409	-0.028	0.11	-0.208	0.088	-0.532	0.282	-0.128	-0.118
<b>Co2</b>	-0.356	.881a	0.244	0.053	-0.276	-0.054	-0.079	0.277	-0.155	-0.068	0.245
<b>Ob1</b>	-0.409	0.244	.852a	-0.168	-0.116	-0.02	0.109	0.28	-0.414	-0.059	0.252
<b>Ob2</b>	-0.028	0.053	-0.168	.719a	-0.413	0.093	0.22	0.047	-0.405	0.133	0.17
<b>Ob3</b>	0.11	-0.276	-0.116	-0.413	.787a	-0.443	-0.179	-0.444	0.194	0.145	-0.043
<b>Ob4</b>	-0.208	-0.054	-0.02	0.093	-0.443	.781a	0.072	0.368	-0.312	-0.154	-0.074
<b>Ti</b>	0.088	-0.079	0.109	0.22	-0.179	0.072	.798a	-0.273	-0.224	0.271	0.077
<b>C1</b>	-0.532	0.277	0.28	0.047	-0.444	0.368	-0.273	.748a	-0.38	-0.321	0.156
<b>C2</b>	0.282	-0.155	-0.414	-0.405	0.194	-0.312	-0.224	-0.38	.679a	-0.164	-0.344
<b>C3</b>	-0.128	-0.068	-0.059	0.133	0.145	-0.154	0.271	-0.321	-0.164	.839a	-0.151
<b>C4</b>	-0.118	0.245	0.252	0.17	-0.043	-0.074	0.077	0.156	-0.344	-0.151	.776a
<b>C5</b>	0.142	-0.234	-0.109	-0.364	0.057	0.151	-0.099	0.072	0.293	-0.215	-0.459
<b>C6</b>	-0.346	0.002	0.18	0.364	-0.073	0.179	0.005	0.253	-0.555	0.214	0.07
<b>C7</b>	0.244	-0.077	-0.334	-0.388	-0.048	-0.161	-0.192	-0.139	0.763	-0.192	-0.221
<b>C8</b>	0.321	-0.118	-0.154	0.23	0.296	-0.292	0.028	-0.43	-0.237	0.172	0.227
<b>Ac1</b>	0.038	-0.053	-0.089	-0.3	0.036	-0.003	-0.234	0.156	0.209	-0.333	0.041
<b>Ac2</b>	-0.318	0.031	0.131	0.162	-0.242	0.202	-0.075	0.247	-0.128	0.091	-0.094
<b>Ac3</b>	0.183	-0.193	0.019	0.339	0.115	-0.035	0.327	-0.322	-0.233	0.156	0.045
<b>Ac4</b>	-0.185	0.129	0.044	0.209	-0.373	0.324	0.008	0.353	-0.167	-0.239	-0.146
<b>Ac5</b>	0.134	-0.038	-0.005	-0.406	0.413	-0.251	-0.066	-0.347	0.184	0.126	-0.132
<b>Re</b>	0.091	-0.049	-0.08	0.231	0.061	0.01	0.259	-0.35	-0.262	0.3	0.146
	<b>C5</b>	<b>C6</b>	<b>C7</b>	<b>C8</b>	<b>Ac1</b>	<b>Ac2</b>	<b>Ac3</b>	<b>Ac4</b>	<b>Ac5</b>	<b>Re</b>	
<b>Co</b>	0.142	-0.346	0.244	0.321	0.038	-0.318	0.183	-0.185	0.134	0.091	

<b>Co2</b>	-0.234	0.002	-0.077	-0.118	-0.053	0.031	-0.193	0.129	-0.038	-0.049
<b>Ob1</b>	-0.109	0.18	-0.334	-0.154	-0.089	0.131	0.019	0.044	-0.005	-0.08
<b>Ob2</b>	-0.364	0.364	-0.388	0.23	-0.3	0.162	0.339	0.209	-0.406	0.231
<b>Ob3</b>	0.057	-0.073	-0.048	0.296	0.036	-0.242	0.115	-0.373	0.413	0.061
<b>Ob4</b>	0.151	0.179	-0.161	-0.292	-0.003	0.202	-0.035	0.324	-0.251	0.01
<b>Ti</b>	-0.099	0.005	-0.192	0.028	-0.234	-0.075	0.327	0.008	-0.066	0.259
<b>C1</b>	0.072	0.253	-0.139	-0.43	0.156	0.247	-0.322	0.353	-0.347	-0.35
<b>C2</b>	0.293	-0.555	0.763	-0.237	0.209	-0.128	-0.233	-0.167	0.184	-0.262
<b>C3</b>	-0.215	0.214	-0.192	0.172	-0.333	0.091	0.156	-0.239	0.126	0.3
<b>C4</b>	-0.459	0.07	-0.221	0.227	0.041	-0.094	0.045	-0.146	-0.132	0.146
<b>C5</b>	.695a	-0.387	0.286	-0.44	0.389	-0.121	-0.227	0.059	0.073	-0.391
<b>C6</b>	-0.387	.722a	-0.703	0.132	-0.35	0.272	0.192	0.162	-0.214	0.123
<b>C7</b>	0.286	-0.703	.690a	-0.351	0.331	-0.216	-0.337	-0.07	0.078	-0.32
<b>C8</b>	-0.44	0.132	-0.351	.689a	-0.184	-0.271	0.285	-0.158	0.144	0.513
<b>Ac1</b>	0.389	-0.35	0.331	-0.184	.809a	-0.294	-0.405	0.065	-0.129	-0.374
<b>Ac2</b>	-0.121	0.272	-0.216	-0.271	-0.294	.885a	-0.171	-0.047	-0.158	-0.011
<b>Ac3</b>	-0.227	0.192	-0.337	0.285	-0.405	-0.171	.813a	-0.212	-0.235	0.319
<b>Ac4</b>	0.059	0.162	-0.07	-0.158	0.065	-0.047	-0.212	.826a	-0.413	-0.236
<b>Ac5</b>	0.073	-0.214	0.078	0.144	-0.129	-0.158	-0.235	-0.413	.850a	0.038
<b>Re</b>	-0.391	0.123	-0.32	0.513	-0.374	-0.011	0.319	-0.236	0.038	.697a

a Medida de adecuación muestral

Se sabe que el instrumento ha sido construido de tal manera que cada sub-escala mida únicamente aspectos psicopedagógicos o didácticos-curriculares, por lo que se demostrará que solo puede ser extraído un factor. Cumpliéndose con todas las condiciones necesarias para considerar adecuada la realización del análisis factorial, se procede a comprobar la unidimensionalidad de las sub-escalas a través del método de extracción de componentes principales, en base al criterio del *test* de pendiente observable en el gráfico de sedimentación y al criterio del porcentaje de varianza con los resultados de la varianza total explicada (Burga, 2006). Las matrices de componentes presentadas en adelante están identificadas únicamente con las etiquetas de las variables, la descripción completa está disponible en el Anexo C.

Las comunalidades presentadas en la Tabla 5.26 indican que cada ítem queda bien representado por el modelo factorial propuesto. Pues de acuerdo con Hair, Anderson, Tatham y Black (2009) un valor mínimo aceptable de comunalidad debe ser al menos de 0.50. Aunque en este caso se tengan dos variables que no cumplen este criterio, sus valores son muy próximos y pueden ser considerados como apropiados.

**Tabla 5.26** Comunalidades. Escala psicopedagógica

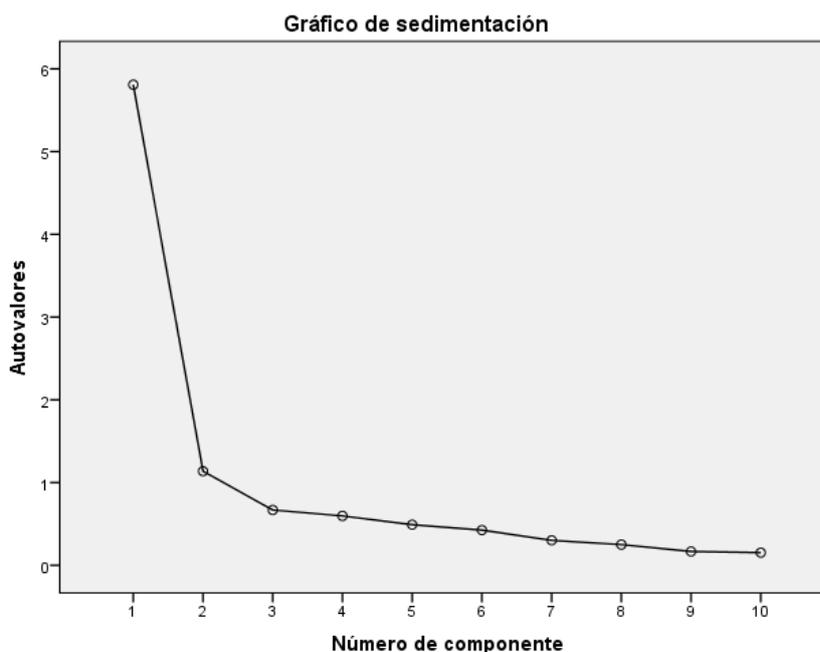
	Inicial	Extracción
Pe_Ps_M1	1.000	.521
Pe_Ps_M2	1.000	.578
Pe_Ps_M3	1.000	.499
Pe_Ps_De	1.000	.498
Pe_Ps_Di1	1.000	.659
Pe_Ps_Di2	1.000	.632
Pe_Ps_In1	1.000	.523
Pe_Ps_In2	1.000	.770
Pe_Ps_Cr1	1.000	.584
Pe_Ps_Cr2	1.000	.544

En la Tabla 5.27 se puede observar que los dos factores que se extraen en el análisis (autovalores mayores a uno) explican el 69.46 % de la varianza total explicada. Sin embargo, se observa que el primer factor explica el 58% de la varianza total, por lo que según Carmines y Zeller (1979) este conjunto de ítems es unidimensional al explicar por lo menos el 40% de la varianza.

**Tabla 5.27** Varianza total explicada. Escala psicopedagógica

Componente	Autovalores iniciales			Sumas de las saturaciones al cuadrado de la extracción			Suma de las saturaciones al cuadrado de la rotación		
	Total	% de la varianza	% acumulado	Total	% de la varianza	% acumulado	Total	% de la varianza	% acumulado
1	5.808	58.081	58.081	5.808	58.081	58.081	3.876	38.757	38.757
2	1.138	11.378	69.458	1.138	11.378	69.458	3.07	30.701	69.458
3	0.669	6.686	76.144						
4	0.597	5.969	82.113						
5	0.491	4.91	87.023						
6	0.426	4.258	91.282						
7	0.302	3.018	94.3						
8	0.25	2.502	96.802						
9	0.167	1.668	98.47						
10	0.153	1.53	100						

En el gráfico de sedimentación, presentado en la Figura 5.18, se puede apreciar que la pendiente del primer al segundo componente es muy pronunciada. Por lo que se puede afirmar que la escala utilizada, de acuerdo con las evidencias presentadas, es unidimensional.



**Figura 5.18** Gráfico de sedimentación de la escala psicopedagógica

Finalmente en la matriz de componentes representada en la Tabla 5.28 se puede apreciar que los pesos de las variables en el factor son bastante altos y equilibrados. Cada peso es mayor a 0.7 por lo que se puede afirmar que la relación de ítem-factor se considera como relevante.

**Tabla 5.28** Matriz de componentes. Escala psicopedagógica

Descripción del ítem	Componente
Tipo de interactividad: adecuar interactividad a los objetivos de la metodología, los niveles pueden ser: activos, expositivos o mixtos	.878
Profundidad pertinente: adecuar profundidad según conocimientos previos y nivel de complejidad que el estudiante es capaz de comprender	.812
Nivel de Lenguaje: adecuar lenguaje utilizado (científico, etc.) a los conocimientos previos de los estudiantes	.795
Promover el desarrollo e iniciativa y el aprendizaje autónomo	.764
Información relevante: entregar información importante para ayudar a comprender los contenidos	.760
Promover el desarrollo de habilidades metacognitivas y estrategias de aprendizaje que les permita planificar, regular y evaluar su propia actividad intelectual	.738
Nivel de interactividad: promover actividades abiertas, diversas maneras de resolver problemas, proporcionar realimentación y corrección de errores	.724
Presentación atractiva y original: captar la atención de los estudiantes y mantener el interés	.722
Participación del alumno: explica claramente su participación en el desarrollo del programa	.707
Adecuación a competencias profesionales: adecuar la utilidad de los contenidos y actividades para las necesidades.	.705

Las comunalidades de las variables de la escala de los criterios didáctico-curricular, presentadas en la Tabla 5.29, muestran distintos valores. Incluso hay valores muy bajos, estos corresponden a los ítems que describen la interacción con enlaces, el tiempo empleado para la ejecución del OA y la retroalimentación dentro de los cuestionarios.

**Tabla 5.29** Comunalidades. Escala didáctico-curricular

	Inicial	Extracción
Pe_Cu_Co	1.000	.516
Pe_Cu_Co2	1.000	.497
Pe_Cu_Ob1	1.000	.518
Pe_Cu_Ob2	1.000	.398
Pe_Cu_Ob3	1.000	.503
Pe_Cu_Ob4	1.000	.341
Pe_Cu_Ti	1.000	.266
Pe_Cu_C1	1.000	.656

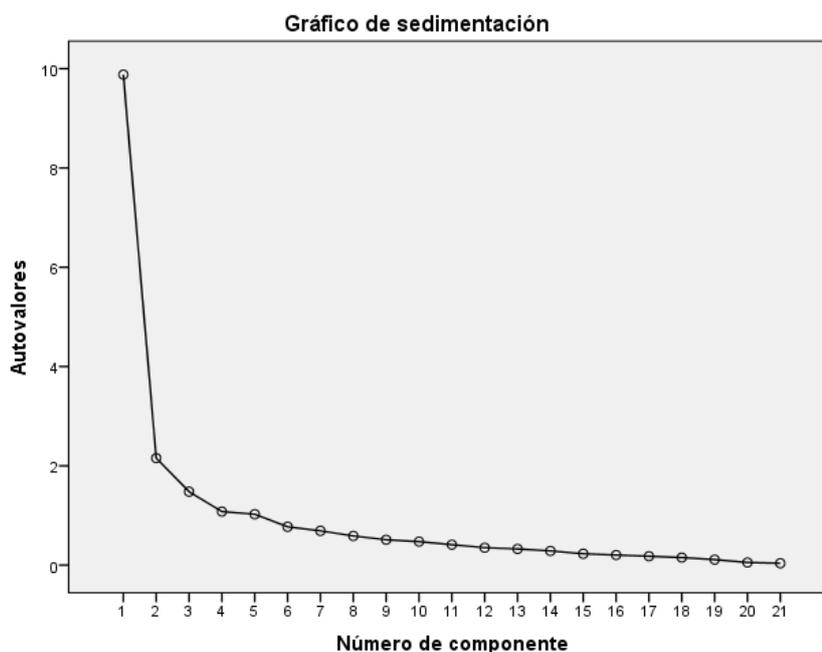
Pe_Cu_C2	1.000	.520
Pe_Cu_C3	1.000	.463
Pe_Cu_C4	1.000	.265
Pe_Cu_C5	1.000	.351
Pe_Cu_C6	1.000	.512
Pe_Cu_C7	1.000	.541
Pe_Cu_C8	1.000	.377
Pe_Cu_Ac1	1.000	.568
Pe_Cu_Ac2	1.000	.608
Pe_Cu_Ac3	1.000	.558
Pe_Cu_Ac4	1.000	.472
Pe_Cu_Ac5	1.000	.610
Pe_Cu_Re	1.000	.339

En la varianza total explicada, presentada en la Tabla 5.30, se puede observar que el primer factor explica casi el 50% de la varianza total explicada, por lo que según Carmines y Zeller (1979) este conjunto de ítems es unidimensional al explicar por lo menos el 40% de la varianza.

**Tabla 5.30** Varianza total explicada. Escala didáctico-curricular

Componente	Autovalores iniciales			Sumas de las saturaciones al cuadrado de la extracción			Suma de las saturaciones al cuadrado de la rotación		
	Total	% de la varianza	% acumulado	Total	% de la varianza	% acumulado	Total	% de la varianza	% acumulado
1	9.88	47.049	47.049	9.88	47.049	47.049	4.736	22.554	22.554
2	2.156	10.267	57.316	2.156	10.267	57.316	4.724	22.496	45.049
3	1.48	7.047	64.363	1.48	7.047	64.363	2.727	12.988	58.037
4	1.079	5.136	69.499	1.079	5.136	69.499	1.779	8.47	66.507
5	1.025	4.882	74.381	1.025	4.882	74.381	1.654	7.874	74.381
6	0.773	3.68	78.062						
7	0.691	3.289	81.35						
8	0.588	2.802	84.152						
9	0.512	2.436	86.589						
10	0.473	2.253	88.842						
11	0.412	1.964	90.805						
12	0.351	1.674	92.479						
13	0.326	1.554	94.033						
14	0.286	1.364	95.397						
15	0.229	1.089	96.486						
16	0.203	0.969	97.455						
17	0.179	0.852	98.307						
18	0.152	0.726	99.033						
19	0.112	0.531	99.564						
20	0.053	0.254	99.819						
21	0.038	0.181	100						

Observando el gráfico de sedimentación (Figura 5.19), se aprecia que el primer factor se aleja del segundo factor trazando una pendiente muy inclinada. Por lo que se puede afirmar que hay evidencias suficientes para suponer que se puede optar por una solución factorial de tipo unidimensional.



**Figura 5.19** Gráfico de sedimentación de la escala didáctico-curricular

En la matriz de componentes generada de un solo factor (Tabla 5.31), se aprecia que la mayoría de los ítems tienen valores similares. Doce de estos obtuvieron valores mayores a 0.7, que los clasifica como relevantes. El resto tiene valores entre 0.5 y 0.7 que representa un rango aporte significativo (Hair, Black, Babin & Anderson, 2009)

**Tabla 5.31** Matriz de componentes. Escala didáctico-curricular

Descripción del ítem	Componente
Presenta información suficiente y adecuada al nivel educativo.	.810
Se propone modalidad de trabajo según sea el caso (individual, colaborativa y/o cooperativa)	.781
Promueve una participación activa: estimulan la reflexión y la crítica, esto es el cuestionamiento de las propias ideas para la integración de la nueva información a los conocimientos pre-existentes	.780
Ayudan a reforzar los conceptos	.754
Presenta distintos tipos de estrategias de aprendizaje, según sea el caso (resolución de problemas, estudio de caso)	.747
Presentar la información de forma adecuada para ayudar a una mejor comprensión del contenido	.735
Adecuar los contenidos al objetivo propuesto	.721
Correctamente formulado: generalmente los objetivos se elaboran según la fórmula: verbo infinitivo + contenido	.720
Nivel formativo adecuado a la situación educativa, por ejemplo: educación secundaria, etc.	.719
Cuidar que la información que presenta sea confiable, (datos exactos, referencias bibliográficas, etc.)	.715
Indica lo que se espera sea aprendido: el alumno debe ser consciente de lo que tiene que aprender	.709

Descripción de la unidad: Presenta una introducción y/o resumen que explica de forma clara en qué consiste la unidad	.705
Presenta actividades de evaluación y práctica	.687
Presentar información en distintos formatos (texto, audio, etc).	.681
Factible: puede ser alcanzado.	.631
Verificar que el idioma empleado en los contenidos sea pertinente a los objetivos de enseñanza.	.614
Presentar información complementaria para ayudar a los alumnos que deseen profundizar sus conocimientos.	.593
Coherente con los objetivos generales: los objetivos específicos deben ayudar a cumplir los objetivos generales.	.584
Se refuerzan los conocimientos a través de ejercicios, autoevaluaciones, etc.	.582
El tiempo de duración estimado en el desarrollo de la unidad es adecuado al tiempo disponible	.515
Permite interactuar con el contenido a través de enlaces.	.515

Analizando los ítems con pesos altos, se observó que estos son los más representativos de la escala, pues describen los aspectos más importantes de los aspectos didácticos-curriculares, como las actividades a realizar y los objetivos educacionales a ser alcanzados. Respecto a los ítems con pesos bajos, se observó que no son muy relevantes por lo que podrían ser excluidos, reestructurados o integrados en un nuevo factor. Sin embargo, debido a la poca diversidad de tipos de OA y de la muestra, no es recomendable modificar el instrumento basados únicamente en esta información. Por lo que queda abierta esta línea de investigación para evaluar más OA con este instrumento

Para el análisis factorial de la dimensión de la calidad del diseño técnico, nuevamente se realizaron las cuatro pruebas para definir la idoneidad del análisis factorial. En el análisis de la matriz de correlación entre las variables de cada una de las tres sub-esclas presentadas en las tablas 5.32, 5.33 y 5.34 se observa que la mayoría de los índices de correlación son aceptables. Además, los determinantes de las tres matrices son distintos de cero. Por lo que puede realizarse la siguiente prueba.

**Tabla 5.32** Matriz de correlaciones para la sub-dimensión del diseño de interfaz

	Te1	Te2	Te3	Te4	Te5	Te6	Te7	Te8	Im1	Im2
Te1	<b>1.000</b>	.709	.559	.521	.652	.437	.739	.431	.607	.547
Te2	.709	<b>1.000</b>	.857	.605	.648	.485	.512	.467	.660	.660
Te3	.559	.857	<b>1.000</b>	.644	.516	.463	.365	.490	.662	.627
Te4	.521	.605	.644	<b>1.000</b>	.650	.702	.518	.470	.550	.490
Te5	.652	.648	.516	.650	<b>1.000</b>	.694	.682	.444	.580	.616
Te6	.437	.485	.463	.702	.694	<b>1.000</b>	.577	.498	.501	.535
Te7	.739	.512	.365	.518	.682	.577	<b>1.000</b>	.482	.442	.474
Te8	.431	.467	.490	.470	.444	.498	.482	<b>1.000</b>	.443	.385
Im1	.607	.660	.662	.550	.580	.501	.442	.443	<b>1.000</b>	.827
Im2	.547	.660	.627	.490	.616	.535	.474	.385	.827	<b>1.000</b>
An1	.604	.623	.596	.446	.562	.437	.547	.418	.574	.634
An2	.458	.575	.488	.376	.512	.449	.506	.351	.559	.528

<b>An3</b>	.283	.388	.420	.339	.414	.399	.330	.643	.462	.350
<b>An4</b>	.587	.639	.650	.475	.568	.402	.479	.615	.666	.546
<b>Mu1</b>	.514	.507	.493	.475	.568	.544	.435	.386	.459	.383
<b>Mu2</b>	.377	.348	.353	.389	.261	.512	.494	.460	.281	.281
<b>So1</b>	.354	.348	.388	.249	.105	.144	.202	.254	.238	.173
<b>Vi1</b>	.458	.404	.431	.393	.345	.290	.259	.420	.592	.469
<b>Vi2</b>	.380	.285	.398	.238	.141	.236	.304	.341	.442	.298
	<b>An1</b>	<b>An2</b>	<b>An3</b>	<b>An4</b>	<b>Mu1</b>	<b>Mu2</b>	<b>So1</b>	<b>Vi1</b>	<b>Vi2</b>	
<b>Te1</b>	.604	.458	.283	.587	.514	.377	.354	.458	.380	
<b>Te2</b>	.623	.575	.388	.639	.507	.348	.348	.404	.285	
<b>Te3</b>	.596	.488	.420	.650	.493	.353	.388	.431	.398	
<b>Te4</b>	.446	.376	.339	.475	.475	.389	.249	.393	.238	
<b>Te5</b>	.562	.512	.414	.568	.568	.261	.105	.345	.141	
<b>Te6</b>	.437	.449	.399	.402	.544	.512	.144	.290	.236	
<b>Te7</b>	.547	.506	.330	.479	.435	.494	.202	.259	.304	
<b>Te8</b>	.418	.351	.643	.615	.386	.460	.254	.420	.341	
<b>Im1</b>	.574	.559	.462	.666	.459	.281	.238	.592	.442	
<b>Im2</b>	.634	.528	.350	.546	.383	.281	.173	.469	.298	
<b>An1</b>	<b>1.000</b>	.811	.400	.647	.587	.395	.317	.417	.457	
<b>An2</b>	.811	<b>1.000</b>	.436	.584	.535	.314	.210	.318	.340	
<b>An3</b>	.400	.436	<b>1.000</b>	.690	.410	.440	.389	.364	.398	
<b>An4</b>	.647	.584	.690	<b>1.000</b>	.552	.435	.457	.549	.456	
<b>Mu1</b>	.587	.535	.410	.552	<b>1.000</b>	.546	.332	.447	.405	
<b>Mu2</b>	.395	.314	.440	.435	.546	<b>1.000</b>	.450	.286	.512	
<b>So1</b>	.317	.210	.389	.457	.332	.450	<b>1.000</b>	.453	.498	
<b>Vi1</b>	.417	.318	.364	.549	.447	.286	.453	<b>1.000</b>	.659	
<b>Vi2</b>	.457	.340	.398	.456	.405	.512	.498	.659	<b>1.000</b>	

a. Determinante = 4.726E-008

Tabla 5.33 Matriz de correlaciones para la sub-dimensión del diseño de navegación

	In1	In2	In3	Na1	Na2	Na3	Na4	Na5	Na6	Na7
<b>In1</b>	<b>1.000</b>	.602	.494	.385	.418	.444	.353	.340	.476	.405
<b>In2</b>	.602	<b>1.000</b>	.600	.489	.486	.412	.531	.492	.558	.443
<b>In3</b>	.494	.600	<b>1.000</b>	.508	.404	.286	.382	.521	.230	.393
<b>Na1</b>	.385	.489	.508	<b>1.000</b>	.656	.494	.567	.576	.498	.513
<b>Na2</b>	.418	.486	.404	.656	<b>1.000</b>	.777	.593	.564	.761	.577
<b>Na3</b>	.444	.412	.286	.494	.777	<b>1.000</b>	.547	.525	.788	.525
<b>Na4</b>	.353	.531	.382	.567	.593	.547	<b>1.000</b>	.571	.576	.551
<b>Na5</b>	.340	.492	.521	.576	.564	.525	.571	<b>1.000</b>	.553	.558
<b>Na6</b>	.476	.558	.230	.498	.761	.788	.576	.553	<b>1.000</b>	.721
<b>Na7</b>	.405	.443	.393	.513	.577	.525	.551	.558	.721	<b>1.000</b>

a. Determinante = .001

Tabla 5.34 Matriz de correlaciones para la sub-dimensión de las aplicaciones GoeGebra

	AG1	AG2	AG3	AG4	AG5
<b>AG1</b>	<b>1.000</b>	.536	.471	.674	.685
<b>AG2</b>	.536	<b>1.000</b>	.577	.504	.434
<b>AG3</b>	.471	.577	<b>1.000</b>	.735	.529
<b>AG4</b>	.674	.504	.735	<b>1.000</b>	.770
<b>AG5</b>	.685	.434	.529	.770	<b>1.000</b>

a. Determinante = .051

El test de Bartlett fue realizado para comprobar la hipótesis nula de que la matriz de correlación, para las tres escalas, es la matriz identidad. En la Tabla 5.35 se pueden

observar la significación de 0.000 asociado a los valores chi-cuadrados de cada escala. Por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula. Además, en esta misma tabla, se muestran los KMO, que indican que existe una buena educación muestral para realizar el análisis factorial.

**Tabla 5.35** Test de Barlett y KMO para las dos sub-escalas de la calidad del diseño técnico

Sub-escalas	KMO y prueba de Bartlett			
	Medida de adecuación muestral de Kaiser-Meyer-Olkin.	Prueba de esfericidad de Bartlett		
		Chi-cuadrado aproximado	gl	Sig.
Diseño de interfaz	.835	806.833	171	.000
Diseño de navegación	.835	345.946	45	.000
Aplicaciones GeoGebra	.776	156.196	10	.000

Finalmente, la última prueba que también mide la adecuación muestral, es el análisis de la diagonal de la matriz de correlación anti-imagen. En las Tablas 5.36, 5.37 y 5.38 se puede observar que todos los valores (de las tres matrices) cumplen con el criterio mínimo de valores aproximados a 0,7 para ser considerada adecuada la muestra para la realización del análisis factorial.

**Tabla 5.36** Matriz de correlaciones anti-imagen. Escala del diseño de interfaz

	Te1	Te2	Te3	Te4	Te5	Te6	Te7	Te8	Im1	Im2
Te1	.844 <sup>a</sup>	-.403	.163	.052	-.065	.087	-.542	-.015	-.321	.211
Te2	-.403	.848 <sup>a</sup>	-.694	.071	-.241	.116	.117	-.034	.081	-.120
Te3	.163	-.694	.834 <sup>a</sup>	-.369	.166	-.012	.137	-.135	-.063	-.114
Te4	.052	.071	-.369	.870 <sup>a</sup>	-.181	-.377	-.129	.015	-.222	.296
Te5	-.065	-.241	.166	-.181	.846 <sup>a</sup>	-.371	-.351	.177	.110	-.157
Te6	.087	.116	-.012	-.377	-.371	.870 <sup>a</sup>	.001	-.214	-.005	-.193
Te7	-.542	.117	.137	-.129	-.351	.001	.827 <sup>a</sup>	-.220	.154	-.131
Te8	-.015	-.034	-.135	.015	.177	-.214	-.220	.862 <sup>a</sup>	.057	.094
Im1	-.321	.081	-.063	-.222	.110	-.005	.154	.057	.833 <sup>a</sup>	-.681
Im2	.211	-.120	-.114	.296	-.157	-.193	-.131	.094	-.681	.795 <sup>a</sup>
An1	-.259	.186	-.123	-.117	-.088	.183	.114	-.117	.361	-.460
An2	.336	-.344	.190	.117	.174	-.207	-.298	.168	-.301	.255
An3	.201	.027	.067	.060	-.241	.018	.102	-.435	-.123	.030
An4	-.058	.072	-.199	.099	-.202	.218	.000	-.152	-.245	.159
Mu1	-.128	.094	-.141	.118	-.321	-.131	.220	.102	-.071	.264
Mu2	.087	-.170	.171	-.106	.398	-.294	-.293	-.078	.149	-.166
So1	-.166	-.073	-.074	-.064	.193	-.007	.023	.243	.197	.006
Vi1	-.055	-.054	.258	-.224	-.071	.095	.211	-.283	-.079	-.212
Vi2	-.022	.211	-.305	.233	.134	-.051	-.179	.157	-.225	.268
	An1	An2	An3	An4	Mu1	Mu2	So1	Vi1	Vi2	
Te1	-.259	.336	.201	-.058	-.128	.087	-.166	-.055	-.022	
Te2	.186	-.344	.027	.072	.094	-.170	-.073	-.054	.211	
Te3	-.123	.190	.067	-.199	-.141	.171	-.074	.258	-.305	
Te4	-.117	.117	.060	.099	.118	-.106	-.064	-.224	.233	
Te5	-.088	.174	-.241	-.202	-.321	.398	.193	-.071	.134	
Te6	.183	-.207	.018	.218	-.131	-.294	-.007	.095	-.051	

<b>Te7</b>	.114	-.298	.102	.000	.220	-.293	.023	.211	-.179
<b>Te8</b>	-.117	.168	-.435	-.152	.102	-.078	.243	-.283	.157
<b>Im1</b>	.361	-.301	-.123	-.245	-.071	.149	.197	-.079	-.225
<b>Im2</b>	-.460	.255	.030	.159	.264	-.166	.006	-.212	.268
<b>An1</b>	.818 <sup>a</sup>	-.683	.144	-.163	-.155	.007	-.029	.137	-.259
<b>An2</b>	-.683	.782 <sup>a</sup>	-.156	-.057	-.127	.161	.058	-.001	.061
<b>An3</b>	.144	-.156	.842 <sup>a</sup>	-.350	.019	-.091	-.245	.194	-.172
<b>An4</b>	-.163	-.057	-.350	.918 <sup>a</sup>	.007	-.146	-.149	-.169	.165
<b>Mu1</b>	-.155	-.127	.019	.007	.877 <sup>a</sup>	-.418	.027	-.215	.092
<b>Mu2</b>	.007	.161	-.091	-.146	-.418	.772 <sup>a</sup>	-.175	.230	-.314
<b>So1</b>	-.029	.058	-.245	-.149	.027	-.175	.845 <sup>a</sup>	-.243	-.058
<b>Vi1</b>	.137	-.001	.194	-.169	-.215	.230	-.243	.792 <sup>a</sup>	-.570
<b>Vi2</b>	-.259	.061	-.172	.165	.092	-.314	-.058	-.570	.746 <sup>a</sup>

a. Medida de adecuación muestral

**Tabla 5.37** Matriz de correlaciones anti-imagen. Escala diseño de navegación

	<b>In1</b>	<b>In2</b>	<b>In3</b>	<b>Na1</b>	<b>Na2</b>	<b>Na3</b>	<b>Na4</b>	<b>Na5</b>	<b>Na6</b>	<b>Na7</b>
<b>In1</b>	.891 <sup>a</sup>	-.295	-.237	-.033	.083	-.168	.070	.141	-.097	-.044
<b>In2</b>	-.295	.776 <sup>a</sup>	-.456	-.056	.084	.250	-.248	-.008	-.446	.255
<b>In3</b>	-.237	-.456	.696 <sup>a</sup>	-.114	-.197	-.104	.090	-.292	.499	-.297
<b>Na1</b>	-.033	-.056	-.114	.917 <sup>a</sup>	-.360	.044	-.166	-.168	.098	-.107
<b>Na2</b>	.083	.084	-.197	-.360	.882 <sup>a</sup>	-.352	-.088	.036	-.325	.083
<b>Na3</b>	-.168	.250	-.104	.044	-.352	.842 <sup>a</sup>	-.138	-.090	-.463	.221
<b>Na4</b>	.070	-.248	.090	-.166	-.088	-.138	.927 <sup>a</sup>	-.177	.060	-.182
<b>Na5</b>	.141	-.008	-.292	-.168	.036	-.090	-.177	.926 <sup>a</sup>	-.126	-.096
<b>Na6</b>	-.097	-.446	.499	.098	-.325	-.463	.060	-.126	.739 <sup>a</sup>	-.570
<b>Na7</b>	-.044	.255	-.297	-.107	.083	.221	-.182	-.096	-.570	.811 <sup>a</sup>

a. Medida de adecuación muestral

**Tabla 5.38** Matriz de correlaciones anti-imagen. Sub-dimensión de las aplicaciones GeoGebra

	<b>AG1</b>	<b>AG2</b>	<b>AG3</b>	<b>AG4</b>	<b>AG5</b>
<b>AG1</b>	.821 <sup>a</sup>	-.328	.144	-.272	-.331
<b>AG2</b>	-.328	.803 <sup>a</sup>	-.386	.063	.000
<b>AG3</b>	.144	-.386	.735 <sup>a</sup>	-.566	.066
<b>AG4</b>	-.272	.063	-.566	.739 <sup>a</sup>	-.503
<b>AG5</b>	-.331	.000	.066	-.503	.807 <sup>a</sup>

a. Medida de adecuación muestral

Una vez cumplidas las condiciones necesarias para considerar pertinente realizar el análisis factorial de las escalas, se procede a la comprobación de la unidimensionalidad de estas a través del método de análisis de componentes principales, basándose en la observación de la varianza total explicada y el test de la pendiente de gráfico de sedimentación (Burga, 2006). En el caso de la escala de aplicaciones GeoGebra se realizará con el método de extracción de componentes principales (García, Gil & Rodríguez, 2000) considerando solo aquellos autovalores mayores a 1.

Las comunalidades presentadas en la Tabla 5.39 indican que, aunque se tengan dos variables que no cumplen este criterio de un valor mínimo de 0,5, sus valores son muy próximos y pueden ser considerados como apropiado. Cada ítem queda bien representado por el modelo factorial propuesto. Sin, embargo esto se analizará mejor en la matriz de componentes.

**Tabla 5.39** Comunalidades. Escala diseño de interfaz

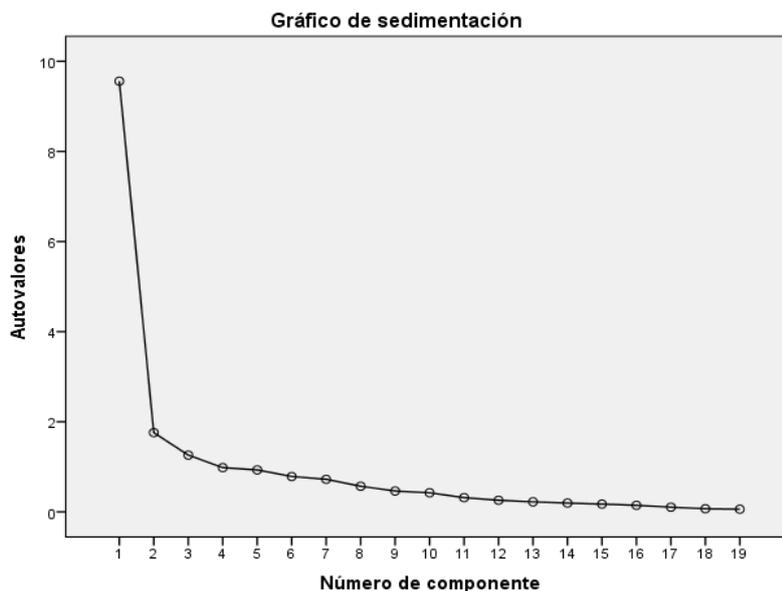
	Inicial	Extracción
Us_In_Te1	1.000	.595
Us_In_Te2	1.000	.666
Us_In_Te3	1.000	.619
Us_In_Te4	1.000	.517
Us_In_Te5	1.000	.581
Us_In_Te6	1.000	.488
Us_In_Te7	1.000	.494
Us_In_Te8	1.000	.444
Us_In_Im1	1.000	.640
Us_In_Im2	1.000	.562
Us_In_An1	1.000	.624
Us_In_An2	1.000	.501
Us_In_An3	1.000	.393
Us_In_An4	1.000	.676
Us_In_Mu1	1.000	.508
Us_In_Mu2	1.000	.342
Us_In_So1	1.000	.211
Us_In_Vi1	1.000	.391
Us_In_Vi2	1.000	.309

Se sabe a priori que la escala ha sido construida para medir únicamente cuestiones técnicas, que describen la funcionalidad y diseño estético de la interfaz del OA. Esto se puede confirmar al observar que en la varianza total explicada, presentada en la Tabla 5.40, el primer factor representa el 50%, que de acuerdo con Carmines y Zeller (1979) este conjunto de ítems es unidimensional al explicar por lo menos el 40% de la varianza.

**Tabla 5.40** Varianza total explicada. Escala diseño de interfaz

Componente	Autovalores iniciales			Sumas de las saturaciones al cuadrado de la extracción			Suma de las saturaciones al cuadrado de la rotación		
	Total	% de la varianza	% acumulado	Total	% de la varianza	% acumulado	Total	% de la varianza	% acumulado
1	9.559	50.309	50.309	9.559	50.309	50.309	5.441	28.638	28.638
2	1.759	9.26	59.569	1.759	9.26	59.569	3.847	20.247	48.886
3	1.26	6.633	66.203	1.26	6.633	66.203	3.29	17.317	66.203
4	0.982	5.168	71.37						
5	0.932	4.903	76.273						
6	0.786	4.135	80.408						
7	0.722	3.802	84.21						
8	0.569	2.995	87.205						
9	0.463	2.438	89.643						
10	0.423	2.229	91.872						
11	0.316	1.661	93.533						
12	0.258	1.357	94.89						
13	0.223	1.172	96.061						
14	0.196	1.032	97.093						
15	0.173	0.911	98.005						
16	0.146	0.769	98.774						
17	0.105	0.55	99.324						
18	0.07	0.366	99.69						
19	0.059	0.31	100						

Además de esto, con el gráfico de sedimentación (Figura 5.20) se confirma la unidimensionalidad, pues el primer factor se aleja del segundo factor trazando una pendiente muy pronunciada.



**Figura 5.20** Gráfico de sedimentación de la escala diseño de interfaz

En la matriz de componentes (Tabla 5.41) se ve claramente que hay ítems con pesos muy bajos, que analizándolos se observó que son ítems poco relevantes, sin embargo al igual que en el caso anterior es necesario contar con más datos que confirmen esta información.

**Tabla 5.41** Matriz de componentes. Escala diseño de interfaz

Descripción del ítem	Componente
Evitar animaciones que se presentan en un ciclo sin detenerse	.822
Utilizar hipertexto para dividir información extensa en múltiples páginas	.816
Aclarar la información textual.	.800
Las animaciones están justificadas no se abusa de ellas.	.790
Marcar bloques de contenido a través de títulos o epígrafes	.787
Organizar en párrafos cortos, sin romper los párrafos ni la continuidad de las ideas que se exponen en ellos.	.772
Evitar subrayados cuando no hay enlaces.	.762
Su presencia no es superflua.	.750
Usar mayúsculas para los títulos, encabezados o resaltar textos puntuales	.719
Usar multimedia justificadamente, solo cuando sea necesario aumentar algo.	.712
Atraer la atención del usuario para destacar cosas relevantes.	.708
Los colores y tipos de letras aportan información por sí mismos.	.703
Tipo de letra legible y tamaño adecuado.	.698
No presentar ningún error ortográfico.	.666
No tardar mucho tiempo en cargarse.	.627
Utilizar justificadamente, solo cuando pueda aportar algo.	.625

Indicar entre paréntesis cuando el tiempo estimado de descarga pueda superar los 2 segundos	.585
La imagen y el audio se presentan de forma clara	.556
Emplear el sonido solo cuando sea necesario (opcional para el usuario).	.459

Las comunalidades de las variables de la escala de diseño de navegación (Tabla 5.42), que describe la funcionalidad adecuada de la navegación, en general muestran valores similares, pero, es importante resaltar que los tres valores con las comunalidades más bajas describen aspectos específicos de la página de inicio.

**Tabla 5.42** Comunalidades. Escala diseño de navegación

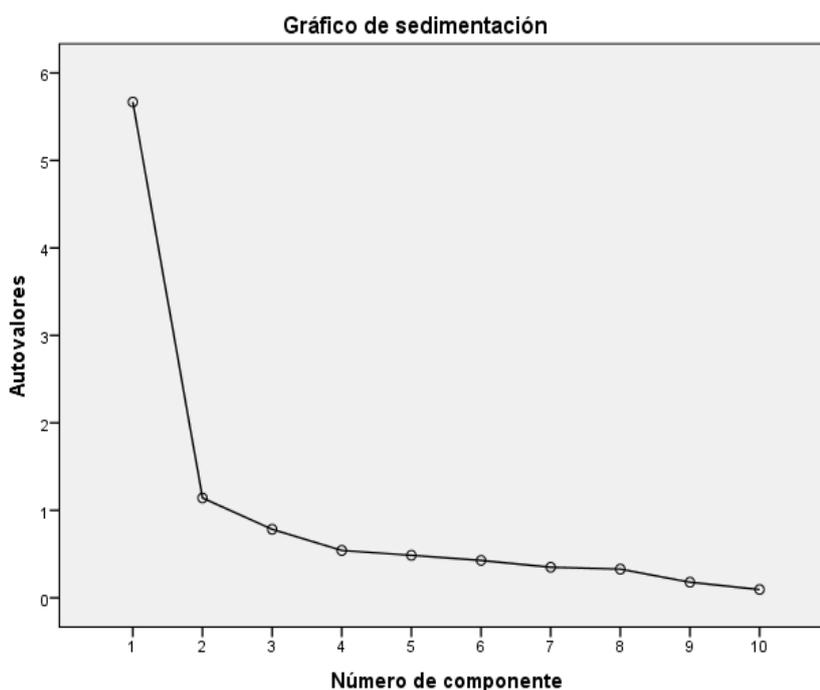
	Inicial	Extracción
Us_Na_In1	1.000	.406
Us_Na_In2	1.000	.543
Us_Na_In3	1.000	.382
Us_Na_Na1	1.000	.574
Us_Na_Na2	1.000	.711
Us_Na_Na3	1.000	.617
Us_Na_Na4	1.000	.577
Us_Na_Na5	1.000	.577
Us_Na_Na6	1.000	.699
Us_Na_Na7	1.000	.582

En la varianza total explicada presentada en la Tabla 5.43 se puede observar que el primer factor explica el 56% de la varianza total explicada, por lo que de acuerdo al criterio tomado en este trabajo, este grupo de ítems es unidimensional al explicar por lo menos el 40% de la varianza (Carmines & Zeller, 1979).

**Tabla 5.43** Varianza total explicada. Escala diseño de navegación

Componente	Autovalores iniciales			Sumas de las saturaciones al cuadrado de la extracción			Suma de las saturaciones al cuadrado de la rotación		
	Total	% de la varianza	% acumulado	Total	% de la varianza	% acumulado	Total	% de la varianza	% acumulado
1	5.668	56.681	56.681	5.668	56.681	56.681	4.043	40.433	40.433
2	1.142	11.418	68.099	1.142	11.418	68.099	2.767	27.666	68.099
3	.784	7.837	75.935						
4	.542	5.415	81.351						
5	.486	4.863	86.214						
6	.428	4.277	90.491						
7	.350	3.499	93.990						
8	.328	3.279	97.269						
9	.178	1.784	99.053						
10	.095	.947	100.000						

Observando el gráfico de sedimentación (Figura 5.21) se puede confirmar la unidimensionalidad de la escala, pues se ve claramente la pronunciación elevada de la pendiente entre el primer y segundo factor.



**Figura 5.21** Gráfico de sedimentación de la escala diseño de navegación

En la matriz de componentes (Tabla 5.44) se observa que la mayoría de los pesos de las variables son mayores a 0.7, por lo que se consideran como relevantes. Las tres variables con los pesos más bajos, como ya se había mencionado, pertenecen a criterios para la evaluación específica de la página de inicio, sin embargo de acuerdo a los criterios tomados, es unidimensional, y todas variables tienen al menos un aporte significativo al factor.

**Tabla 5.44** Matriz de componentes. Escala diseño de navegación

Descripción del ítem	Componente
Presentar títulos claros indicando nombre o contenido principal.	.843
Las páginas deben ser sencillas, no estar recargadas con publicidad, animaciones, etc.	.836
La interfaz de navegación muestra todas las alternativas posibles al mismo tiempo, para que los usuarios puedan escoger su opción.	.785
El diseño es consistente en todas las pantallas (tamaños, colores, iconos, tipos de letra, etc.).	.763
Las pantallas dedican en gran parte espacio al contenido.	.760
El usuario sabe dónde se encuentra en todo momento.	.760
Poseer una estructura flexible que permita al usuario controlar su navegación.	.757
Presentar las principales áreas de contenido del sitio con hipervínculos para acceder a ella.	.737
Aclarar al usuario dónde se encuentra y el objetivo del sitio.	.637
Si existe pantalla de bienvenida, ésta no debe retardar la llegada del usuario a la página de inicio.	.618

La escala de aplicaciones GeoGebra fue agregada al instrumento original. Para mostrar su unidimensionalidad se utilizó el método de extracción de componentes principales (García Jiménez et al., 2000), en base a los autovalores mayores a 1. En la Tabla 5.45 se observa que las comunalidades son bastantes altas y homogéneas. Esto representa que el cada ítem comparte variabilidad suficiente con el factor.

**Tabla 5.45** Comunalidades. Escala Aplicaciones GeoGebra

	Inicial	Extracción
Us_In_AG1	1.000	.675
Us_In_AG2	1.000	.527
Us_In_AG3	1.000	.649
Us_In_AG4	1.000	.822
Us_In_AG5	1.000	.707

En la Tabla 5.46 se ve claramente que solo hay un factor con un autovalor mayor a 1, y este aporta el 67% de la varianza total explicada.

**Tabla 5.46** Varianza total explicada. Escala Aplicaciones GeoGebra

Componente	Autovalores iniciales			Sumas de las saturaciones al cuadrado de la extracción		
	Total	% de la varianza	% acumulado	Total	% de la varianza	% acumulado
1	3.381	67.612	67.612	3.381	67.612	67.612
2	0.661	13.212	80.823			
3	0.527	10.546	91.37			
4	0.272	5.448	96.818			
5	0.159	3.182	100			

En la matriz de componentes (Tabla 5.47) se aprecia que todos los ítems tienen un peso mayor a 0.7, por lo que todos son considerados como relevantes. Además, los ítems de la adecuación al nivel educativo y de la utilidad para comprender los conceptos son los ítems con mayor peso, estos representan básicamente el objetivo de la escala.

**Tabla 5.47** Matriz de componentes. Escala aplicaciones GeoGebra

Descripción del ítem	Componente
Adecuadas para el nivel educativo.	.907
Ayudan a comprender mejor los conceptos que se están estudiando.	.841
Usar aplicaciones justificadamente, solo cuando sea necesario para mostrar algo	.821
Sencillas de usar y con instrucciones claras.	.806
Indicar entre paréntesis cuando el tiempo estimado de carga pueda superar los 2 segundos y las condiciones tecnológicas necesarias.	.726

En todos los casos, los gráficos de sedimentación muestran que hay evidencias suficientes para optar por una solución factorial de tipo unidimensional. Además, la

cantidad de varianza total explicada por ese factor dominante representa, en todos los casos, al menos el 40% de la varianza total. Este criterio resulta suficiente para sostener la unidimensionalidad de la escala de acuerdo a la propuesta de Carmines y Zeller (1979). Así queda demostrado que la validez del instrumento es válida a nivel de constructo.

#### **5.5.4 Evaluación de la propuesta didáctica**

La propuesta didáctica fue valorada por estudiantes del *Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática (PPGECM)* considerados como expertos en la enseñanza de las matemáticas y las ciencias. La estrategia utilizada para evaluar los OA fue a través de un cuestionario online. Sin embargo, antes de esto era necesario que conocieran el objetivo del proyecto, la propuesta didáctica, su funcionamiento y las cuestiones técnicas del cuestionario. Además de esto, resultó de interés conocer su opinión acerca de su experiencia con los OA y del uso de las RG para la comprensión de conceptos. Además, se consideró interesante conocer la percepción respecto al uso de la Teoría de los Modelos Mentales como base para la propuesta de las actividades de evaluación y del DI de los OA.

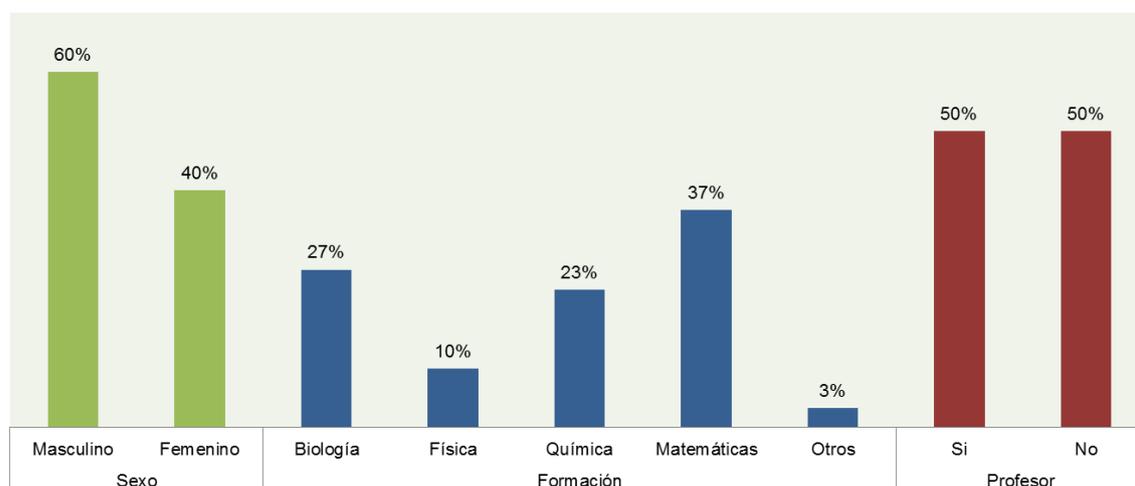
Esta teoría es poco conocida, por lo que resultó difícil pedir directamente a los expertos que realizaran un análisis con esta perspectiva. En base a lo anterior, antes de realizar la valoración, fue necesario capacitar a los participantes por medio de un seminario. En este se dio a conocer una visión general de la Teoría de los Modelos Mentales de Johnson-Laird, después se hicieron cinco preguntas que fueron discutidas en común. Finalmente, se explicó de cómo debían ser hechas las evaluaciones online.

El seminario titulado “***Criação de recursos educativos digitais sob a abordagem da teoria dos modelos mentais de Johnson-Laird.***” - Creación de recursos educativos digitales desde la perspectiva de la Teoría de los Modelos Mentales de Johnson-Laird- Fue dividido en tres partes y presentado durante una clase de la asignatura obligatoria de “*Seminários de Ensino de Ciências e Educação Matemática*”, debido a las actividades que se realizaron, este fue impartido en el laboratorio de informática del PPGECM de la UEPB. Los objetivos específicos de este seminario fueron:

1. Presentar el objetivo de la investigación y la propuesta didáctica.
2. Mostrar el funcionamiento de los OA.
3. Presentar la Teoría de los Modelos Mentales de Jonhson-Laird.
4. Conocer la opinión de los expertos acerca del uso de las RG.
5. Validar las pruebas escritas propuestas para los estudiantes.

6. Conocer la experiencia de los sujetos con el manejo de los OA desde una perspectiva técnica y teórica.
7. Valorar los OA a través del cuestionario.

El perfil de los participantes fue de profesionales en el área de las ciencias exactas (Física, Química, Matemáticas y Biología) con formación en la enseñanza. Definido esto, los sujetos fueron convocados a través de internet, presentándose un total de 30 asistentes estudiantes del *PPGECM*. Considerando así, una muestra no probabilística de participación voluntaria de expertos. La Figura 5.22 muestra las distribuciones de los datos demográficos en las variables sexo, formación y si el participante actualmente es profesor o no.



**Figura 5.22** Distribución de las submuestras de los participantes del seminario

La primer parte del seminario tuvo una duración total de 4 horas el día 30 de noviembre del 2015 de las 13:00 a las 17:00 hrs.(Imagen 5.1). En esta se presentó el proyecto, y se mostró el OA\_2 con el propósito de dar a conocer sus partes, funcionamiento y especificaciones técnicas. Además, para que todos los expertos conocieran la teoría, se presentó una descripción general de los modelos mentales de Johnson-Laird. De este modo, todos los participantes conocía al menos lo básico y podrían responder las preguntas que serían discutidas.



**Imagen 5.1** Presentación del seminario “Creación de recursos educativos digitales desde la perspectiva de la Teoría de los Modelos Mentales de Johnson-Laird”

Al inicio del seminario se entregó un folder con un resumen impreso de los contenidos; las pruebas escritas propuestas de cada OA; un CD con los seis OA, una guía de evaluación y un resumen de la Teoría de los Modelos Mentales de Johnson-Laird; unas gafas para ver las RG en 3D; y un bolígrafo. Después de esto, los participantes llenaron un formato con su nombre, edad, sexo, formación, correo electrónico y profesión. La presentación oral del seminario comprendió los siguientes contenidos (Imagen 5.2):

1. Introducción.
2. Conocimiento previo.
3. Los modelos mentales.
4. Principios de los modelos mentales.
5. Estrategias de investigación de los modelos mentales.
6. Tipología de los modelos mentales.
7. Contextualización de la teoría con un ejemplo de OA.



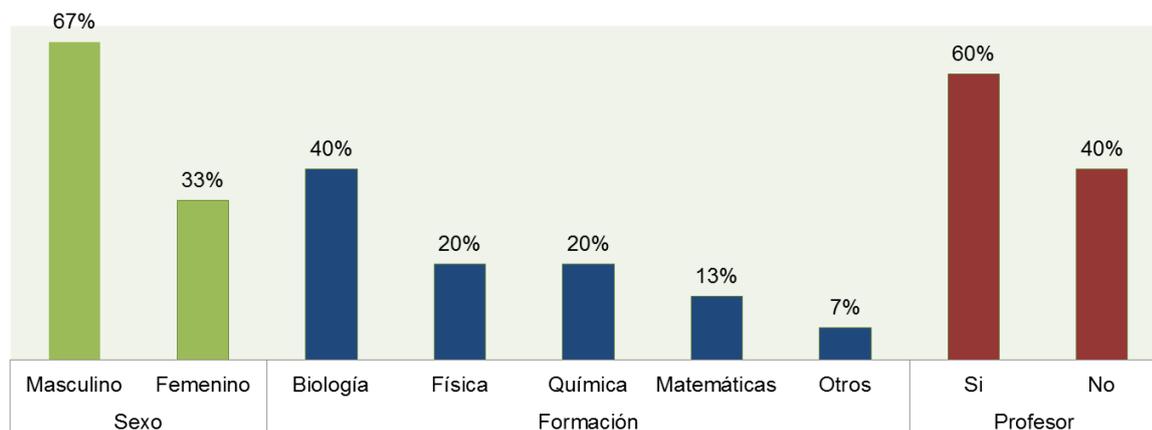
**Imagen 5.2** Materiales para la presentación del seminario

La dinámica de la exposición, preguntas y respuestas de la teoría tomó dos horas y 10 minutos. Después de esto, se mostró como ejemplo el OA\_2 para dar a conocer el funcionamiento, los elementos, las dinámicas y actividades colocadas dentro de los OA. En esta actividad se resaltó la interactividad de los recursos y la función en 3D (Imagen 5.3) de los tipos de vectores y sus representaciones construidas con GeoGebra.



**Imagen 5.3** Presentación del OA\_2 y la RG en 3D

Una vez terminada esta parte, se invitó a los asistentes a participar en la discusión respecto al uso de los OA y la validación de las pruebas escritas. Esta sesión se llevó a cabo el día 30 de noviembre del 2015 de las 18:00 a las 21:00 hrs. Asistieron 16 participantes, de los cuáles el 93% eran formados en alguna área de las ciencias exactas, y más de la mitad eran profesores (Figura 5.23).



**Figura 5.23** Distribución de las submuestras de los participantes de la segunda sesión

Para realizar la discusión fueron creados equipos de trabajo, y a cada uno se les asignó un OA para su análisis y evaluación. Los OA estaban instalados en los ordenadores del laboratorio, lo que facilitó su distribución. Se destinó un periodo de una hora y media para que los sujetos navegaran en los OA y respondieran la guía de tópicos que se discutiría en común. Al término de este tiempo, se realizó la discusión en plenaria de las preguntas. Primero se les informó y solicitó autorización para realizar la grabación de la sesión, y posteriormente cada equipo fue exponiendo sus respuestas iniciando por el OA\_1, OA\_2, y así sucesivamente hasta comentar los seis OA y las pruebas escritas (Imagen 5.4).

El propósito de esta actividad fue conocer la opinión de los expertos acerca del DI los OA, su potencial educativo desde la perspectiva de los modelos mentales y validar a nivel de contenido la prueba escrita propuesta. Para obtener y delimitar esta información fue necesario planear una guía de preguntas que fueran estructuradas y de tópicos específicos (Hernández, Fernández & Baptista, 2010). Esta fue integrada por las siguientes preguntas:

1. ¿Los elementos (Objetivos, contenidos, actividades, recursos) colocados en los OA de aprendizaje tienen coherencia y se enfocan en estimular y ayudar al estudiante a generar modelos mentales del tema. ¿Cuál es el más potencial? ¿Por qué?

2. Desde la perspectiva teórica de los modelos mentales ¿Qué opina acerca de las RG construidas con GeoGebra colocadas en los OA?
3. Los alumnos después de haber estudiado el tema de vectores geométricos con estos OA ¿Qué tipo de modelos mentales podrán construir (conceptuales y operacionales)?
4. ¿Los instrumentos son adecuados para obtener información que tipifiquen los modelos mentales construidos por los estudiantes?
5. ¿Considera que hay algún elemento innecesario en los OA o en los instrumentos? ¿Encontró alguna deficiencia o aspecto que podría ser mejorado?

Como los participantes hablaban portugués, las preguntas fueron traducidas:

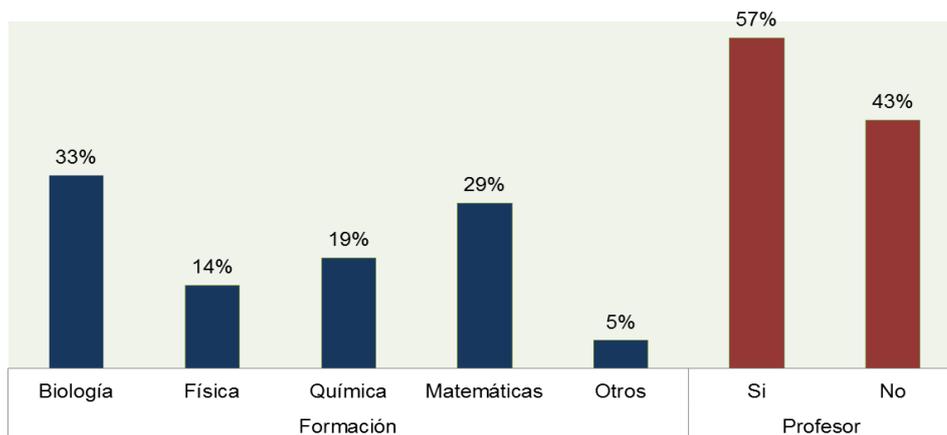
1. *Os elementos (Objetivos, conteúdos, atividades e recursos) colocados nos OA têm coerência e foco? Buscam incentivar e ajudar os alunos a construir modelos mentais do tema? Qual é o mais potencial? E, por quê?*
2. *Desde o ponto de vista teórico dos modelos mentais, o que você acha sobre RG construída com GeoGebra colocadas no OA?*
3. *Os alunos após estudarem o tema dos vetores geométricos com estes OA, Que tipo de modelos mentais poderiam construir (conceituais e operacionais)?*
4. *Os instrumentos são adequados para obter informações para tipificação dos modelos mentais construídos pelos estudantes?*
5. *Você acha que há algum elemento desnecessário no OA ou nos instrumentos? Encontrou alguma deficiência ou aspecto que poderia ser melhorado?*



**Imagen 5.4** Grupo de discusión

La última fase del seminario corresponde a la valoración realizada con el cuestionario. En un principio se pretendía que fuera completado durante este, sin embargo, ya no había tiempo suficiente para realizar la actividad. Por tal motivo, para recolectar

estos datos, se envió una invitación por email a los 30 participantes del seminario con el link del cuestionario y de los OA, a la cual atendieron 14 sujetos, realizando un total de 41 valoraciones de los seis OA. Como se había propuesto al menos ocho evaluaciones por cada OA, para completar la información se realizó una sesión presencial extraordinaria en el laboratorio de informática del *PPGECM*, a la que asistieron 7 participantes y se recolectaron 15 evaluaciones más. En total respondieron el cuestionario 21 sujetos (Figura 5.24) y se obtuvieron 56 valoraciones.



**Figura 5.24** Distribución de las submuestras de los evaluadores con HEODAR

En este capítulo se han presentado todas las etapas de la creación de la propuesta didáctica, desde la observación del problema hasta la valoración de la calidad de los OA. En base a esta, fueron revisadas las sugerencias. Los resultados y análisis de estos datos son presentados en el siguiente capítulo.

# 6

## Resultados de la valoración de los OA

---

- 6.1 Análisis de la valoración de la calidad pedagógica y de diseño técnico de la propuesta didáctica
  - 6.1.1 Valoración y análisis de la calidad
    - OA\_1: Definición y concepto de vector geométrico
  - 6.1.2 Valoración y análisis de la calidad del
    - OA\_2: Tipos de vectores
  - 6.1.3 Valoración y análisis de la calidad del
    - OA\_3: Operaciones con vectores
  - 6.1.4 Valoración y análisis de la calidad del
    - OA\_4: independencia lineal de vectores
  - 6.1.5 Valoración y análisis de la calidad del
    - OA\_5: Producto punto de dos vectores
  - 6.1.6 Valoración y análisis de la calidad del
    - OA\_6: Producto cruz de dos vectores
- 6.2 Análisis de las puntuaciones medias por área de formación y experiencia docente
- 6.3 Análisis de correlación entre las dimensiones
- 6.4 Síntesis y análisis de la opinión de los expertos
- 6.5 Resultados de la aplicación piloto de los OA
- 6.6 Mejoras realizadas a los OA en función de las evaluaciones

## 6 Resultados de la valoración de los OA

Este estudio basa su diseño en una metodología no experimental transversal, esto es, que no se manipulan deliberadamente ninguna de las variables, solo se seleccionan y observan. (Hernández, Fernández & Baptista, 2010). El alcance es de tipo exploratorio, a través del cual se pretende observar las variables y generar preguntas para futuras investigaciones. Estos resultados se presentan en seis secciones:

- La primera corresponde a la valoración de los OA realizada por los expertos. Estos datos fueron analizados con técnicas descriptivas, se utilizaron básicamente las medias y las desviaciones estándar. A través de las gráficas de perfil se observaron los puntos fuertes y débiles de cada OA.
- Tras la observación de las variables se plantearon hipótesis no experimentales, con las que se quería conocer si existían diferencias en las percepciones de los expertos debido a su área de formación y a su experiencia docente. Para esto, en primer lugar se exploraron las variables con métodos descriptivos, de esta manera se seleccionarían las técnicas paramétricas o no paramétricas según fuera el caso. Posteriormente, se realizaron las comparaciones entre las medias de las variables de área de formación y experiencia docente.
- A partir del estudio descriptivo se implementa un estudio de correlación simple para determinar en qué medida las variables (calidad pedagógica y de diseño técnico) están relacionadas entre sí. Se utilizan las técnicas de correlación simple a través de la observación del gráfico y su coeficiente de correlación. Una vez determinado si existe o no correlación entre las variables, se realiza un análisis de moderación para determinar en qué casos existe la correlación y un análisis de mediación para determinar cómo es que se da la correlación.
- La siguiente sección corresponde al análisis de las aportaciones de los expertos durante una sesión de discusión. Para esto, se presenta una síntesis de las contribuciones con sus respectivos epígrafes y localización dentro del diálogo.
- Otro análisis realizado fue la aplicación de los OA a un pequeño grupo de estudiantes de grado. El cual, en primera instancia se observan, de manera

cuantitativa, los resultados obtenidos en las pruebas realizadas de manera previa y posterior al tratamiento. Después se presentan los datos recolectados con la encuesta, con los que se analizan las medias obtenidas en los ítems y las contribuciones colocadas en los comentarios.

- A partir de todos análisis realizados se mencionan las correcciones hechas, desarrollando la segunda versión de los OA.

### 6.1 Análisis de la valoración de la calidad pedagógica y de diseño técnico de la propuesta didáctica

Para iniciar con el análisis, se exponen detalladamente los resultados obtenidos. Los seis OA pueden ser independientes uno del otro. Estos han sido diseñados de esta manera por cuestiones de gestión, operabilidad y reusabilidad. Sin embargo, son parte de una colección, que unidos forman una propuesta didáctica y son secuenciales entre sí. Por tal motivo, primero se analizó descriptivamente como un conjunto y después individualmente cada uno de los ítems. Para esto, se recodificaron los valores de las variables de la siguiente manera: Muy deficiente=1, Deficiente=2, Aceptable=3, Alto=4, Muy Alto=5. De esta manera, la evaluación del sujeto, corresponde al promedio de las valoraciones de los 66 ítems.

Finalmente para determinar la calidad de los OA, y de la propuesta didáctica, se promediaron las valoraciones de los expertos. De acuerdo con Morales-Morgado (2010), los criterios se han definido como muestra la Tabla 6.1. Se establece un rango por una escala de valoración del 1 al 5, siendo el cinco la puntuación mayor. Al calcularse los promedios se obtienen números decimales, por tal motivo se deben especificar los rangos de valoración y sus respectivos indicadores, de esta manera, se obtendrá una aproximación más precisa del valor de la calidad de OA.

**Tabla 6.1** Rango del instrumento de evaluación de los OA

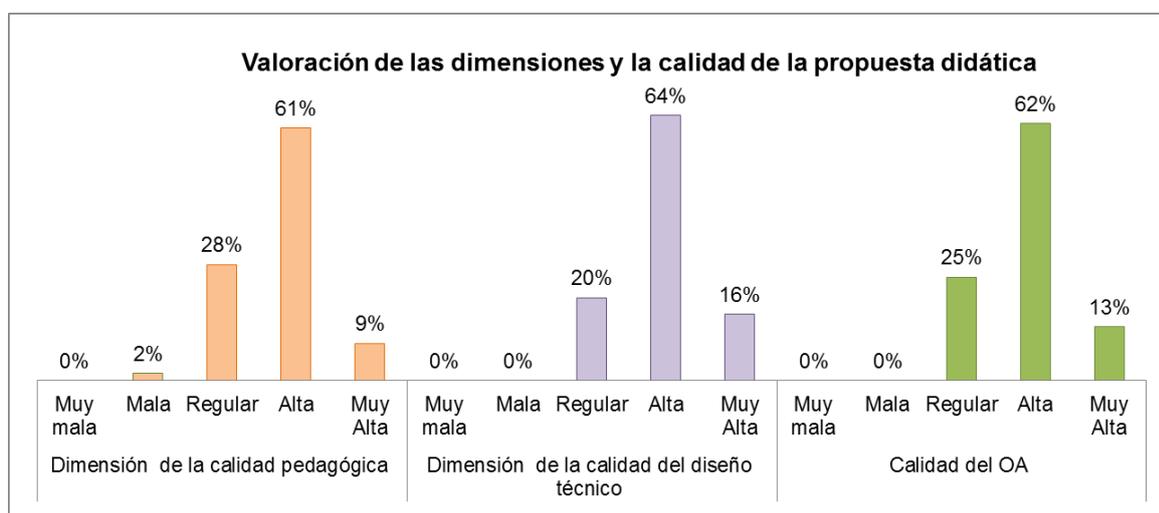
Rango valor	Indicadores	Significado
1,0 – 1,5	Muy mala	La calidad del OA es muy mala, necesita rehacerse o ser eliminado
1,6 – 2,5	Mala	La calidad del OA es mala, requiere una gran mejoría
2,6 – 3,5	Regular	La calidad del OA no es del todo mala pero necesita ser mejorado
3,6 – 4,5	Buena	La calidad del OA es alta aunque puede ser mejorado
4,6 – 5,0	Muy buena	La calidad del OA es muy alta, no necesita mejoría

Fuente: Morales-Morgado (2010, p. 241)

Para valorar la propuesta didáctica se han tomado las 56 evaluaciones. De acuerdo con los indicadores, puede ser considerada como un recurso de alta calidad, pues obtuvo

una puntuación promedio de 3.88. La valoración que más se repitió fue 4 (buena). El cincuenta por ciento de los individuos está por encima del valor 3.9015, lo que refleja la tendencia de la muestra hacia los valores altos de la escala. El rango real de la escala va de 1 a 5. El rango resultante para esta investigación varió de 2.62 a 4.82. Ningún sujeto evaluó algún OA como muy malo, y solo hubo uno como malo. Las puntuaciones se desvían, en promedio, 0.507 unidades respecto a la media, esto indica que la dispersión de los datos en relación a la media es poca.

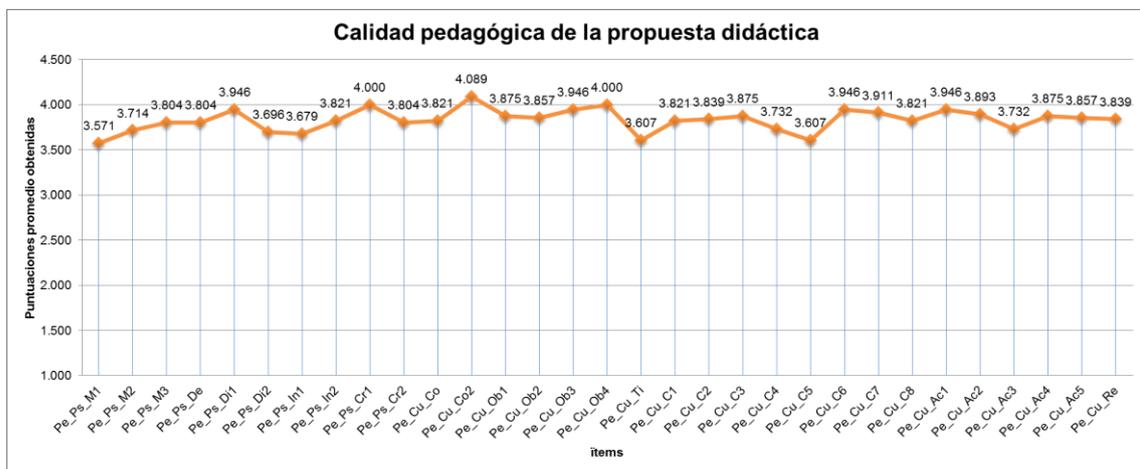
En la Figura 6.1 se puede apreciar que el 75% de las evaluaciones manifiesta una valoración positiva de la calidad de la propuesta didáctica. En cuanto a las dimensiones de la calidad pedagógica y de diseño técnico obtuvieron puntuaciones promedio de 3.83 y 3.92 respectivamente. Por lo tanto, de acuerdo con los indicadores, la calidad es alta, aunque puede ser mejorada.



**Figura 6.1** Gráfica de frecuencias de la calidad pedagógica, diseño técnico y global de la propuesta didáctica

Es importante resaltar las bondades de cada OA, pero, lo que resulta más interesante es identificar, revisar y corregir aquellos aspectos que no han sido tan bien valorados, porque esto es lo que mejorará la calidad. Por este motivo, es necesario profundizar en las puntuaciones obtenidas en cada ítem y revisar aquellas que han obtenido puntuaciones bajas. Para esto, se analizaron las dimensiones por separado, generando sus gráficas de perfil. Los seis OA fueron diseñados bajo un modelo estándar y una estructura determinada que contienen los mismos elementos, solo que con diferentes recursos contextualizados en cada tema tratado. Por este motivo, fue posible realizar un gráfica de perfil de todas las puntuaciones para cada dimensión. Los ítems han sido identificados mediante etiquetas, la descripción de estas pueden consultarse en el Apéndice C.

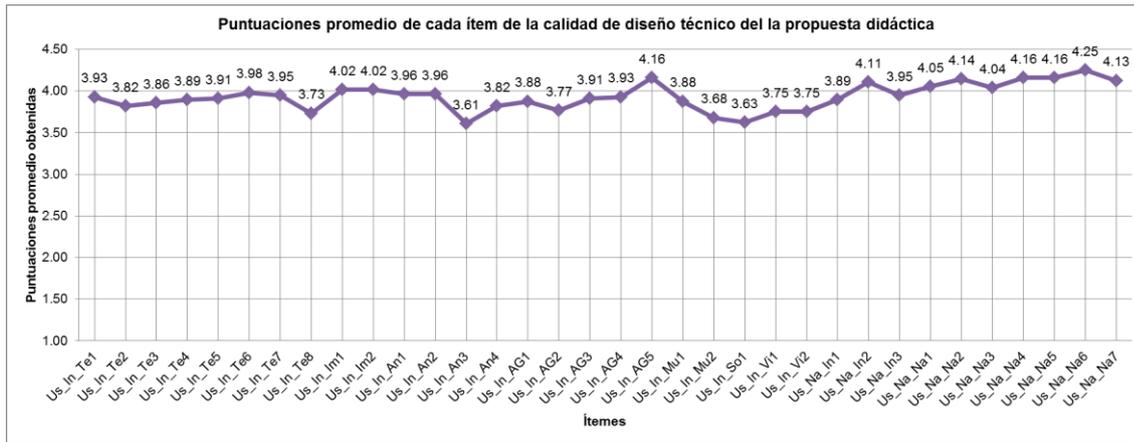
La Figura 6.2 representa las puntuaciones promedio de los ítems de la dimensión pedagógica. Los que obtuvieron las menores puntuaciones han de revisarse, ya que son los que han sido valorados con bajas puntuaciones recurrentemente. Uno de los aspectos no tan bien valorado fue la motivación, este punto es importante, pues a partir de aquí se genera el interés para aprender. Para mejorar esto se deben de considerar aspectos estéticos y proponer diversas actividades y recursos que mantengan la atención del estudiante. Otro punto son las actividades realizadas, se debe cuidar que sean de temas contextualizados y buscar, en medida de lo posible, problemas comunes de aplicación. También, procurar presentar retroalimentación inmediata al término de cada ejercicio o autoevaluación, y diseñar actividades que promuevan el pensamiento crítico y deductivo.



**Figura 6.2** Gráfica de perfil de la dimensión de calidad pedagógica de la propuesta didáctica

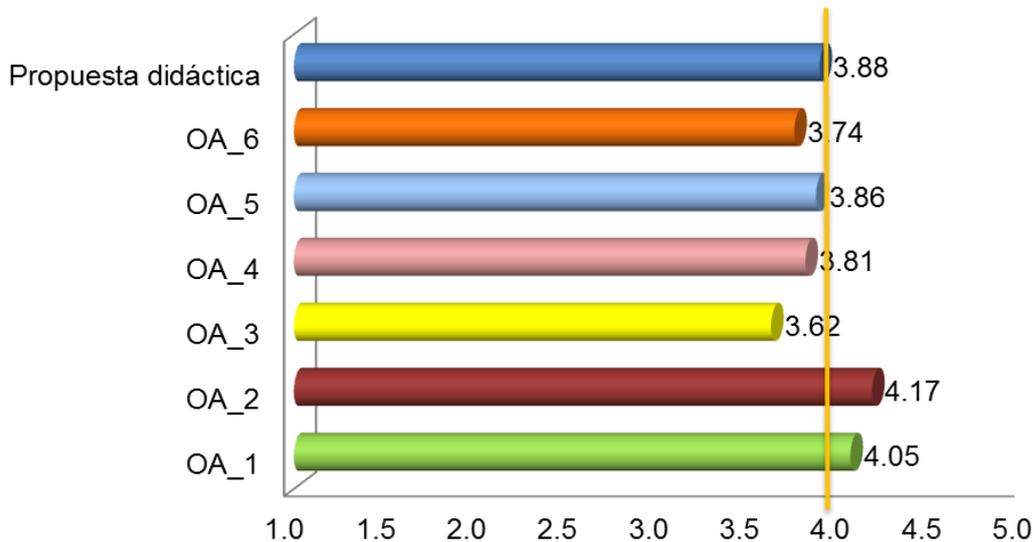
En cuanto al diseño, los OA han sido bien valorados, son considerados como atractivos y dinámicos. Su interfaz es sencilla de usar, lo que posibilita una fácil navegación a través del OA pudiendo ir a cualquier sitio en cualquier momento. Esta posibilidad permite que el estudiante pueda revisar los recursos constantemente mientras realiza ejercicios o resuelve problemas. Además, las pantallas no están sobrecargadas de información, por lo que no es necesario desplazarse demasiado hacia abajo para llegar al final de la presentación.

Como se observa en la Figura 6.3, uno de los elementos más importantes de los OA fueron las RG construidas con GeoGebra. Estas fueron bien valoradas, y los expertos manifestaron que son adecuadas para ayudar a la comprensión de los conceptos. La manipulación y reconfiguración de las construcciones ayuda a establecer una relación directa entre las definiciones y su interpretación geométrica. Además mencionaron que, estas proporcionan elementos altamente específicos que logra modelar en la mente del estudiante un concepto abstracto.



**Figura 6.3** Gráfica de perfil de la dimensión de calidad de diseño técnico de la propuesta didáctica

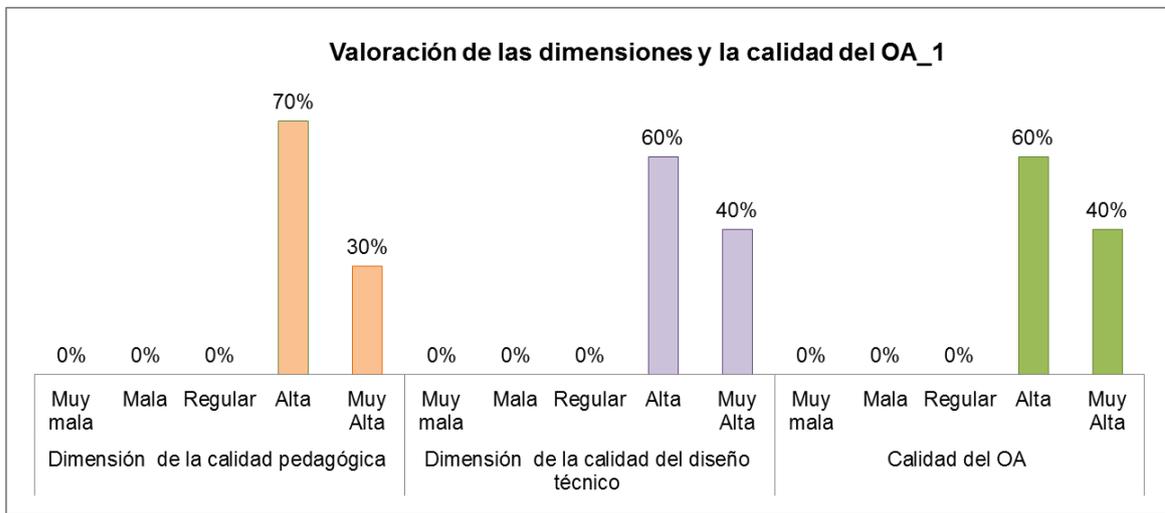
Con este análisis se puede identificar cuáles son los aspectos generales a ser revisados en los seis OA. Sin embargo, es importante conocer cómo ha sido valorado cada uno de los OA, y responder interrogantes como ¿Cuál fue mejor evaluado? ¿Cuál fue el peor evaluado? En la Figura 6.4 se observa que todos los OA, de acuerdo con las medias y los indicadores, pueden ser clasificados como OA de alta calidad con ciertos puntos que podrían ser mejorados. Hay algunos que apenas obtienen la puntuación mínima para alcanzar la clasificación como de alta calidad.



**Figura 6.4** Valoración de la calidad de los OA y de la propuesta educativa

**6.1.1 Valoración y análisis de la calidad OA\_1: Definición y concepto de vector geométrico**

El OA\_1: **Definición y concepto de vector geométrico** obtuvo una valoración promedio de 4.05, con una mínima de 3.6 y máxima de 4.7, por lo que hay un rango de 1.1 y una variación promedio de 0.43 unidades respecto a la media, con lo que se puede decir que la dispersión de las valoraciones es poca. Ambas dimensiones fueron valoradas con más de 4, que de acuerdo con los indicadores, la calidad es alta, pero existen elementos que podrían ser mejorados. La Figura 6.5 muestra las distribuciones de los indicadores de calidad de las dimensiones y de la calidad del OA. En esta se puede observar, que aunque la calidad de la dimensión del diseño técnico varía de regular a muy alta, prácticamente el 100% de los sujetos dan una valoración positiva en la calidad del OA.



**Figura 6.5** Gráfica de frecuencias de la calidad pedagógica, diseño técnico OA\_1

A pesar de que la mayoría de las puntuaciones han sido altas, y hasta muy altas, es necesario identificar cuáles fueron las cuestiones que podrían ser mejoradas, se presenta muestra la gráfica de perfil de la calidad pedagógica del OA\_1 en la Figura 6.6. En esta se puede apreciar que los sujetos no hallaron este OA muy atractivo y original, y valoran que no es potencialmente apto para captar la atención de los estudiantes y mantener el interés. Otra cuestión valorada como regular, fue el nivel de lenguaje utilizado, lo consideraron muy científico y que algunos conceptos no eran traducciones muy usuales en el portugués. Además de esto, los usuarios consideran que se podría presentar información adicional para auxiliar a los estudiantes que quisieran profundizar en el tema. En general, se puede decir que esta dimensión ha sido bien valorada, principalmente en los aspectos que describen la ayuda para el desarrollo e iniciativa del aprendizaje autónomo, pues permite planificar, regular y evaluar su propia actividad intelectual.

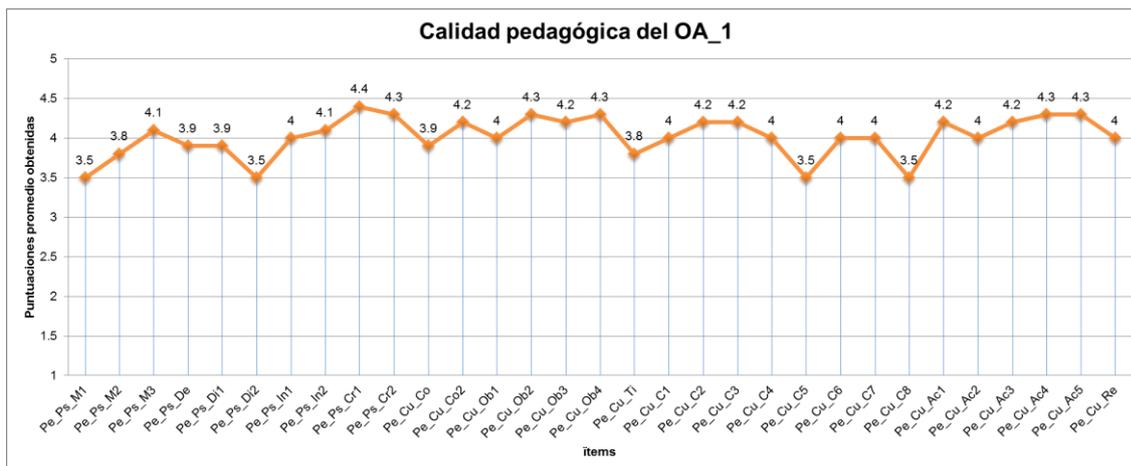


Figura 6.6 Gráfica de perfil de la dimensión de calidad pedagógica del OA\_1

Referente a la dimensión de la calidad del diseño técnico, en la Figura 6.7 se puede apreciar que las puntuaciones han sido mayores que la otra. Sin embargo, también fueron identificados aspectos que pueden ser mejorados, como tener la opción de emplear el sonido solo cuando sea necesario o manipular los niveles de volumen, este ítem obtuvo la puntuación promedio más baja de todas con 3.4. Esto fue debido a que no hay una opción como tal, pues la herramienta *eXeLearning* no ofrece esta posibilidad, sin embargo puede hacerse desde los controles propios del ordenador.

Por otro lado, hay cuestiones muy bien evaluadas, estas son las referentes a las animaciones y las RG construidas con GeoGebra. En base a las puntuaciones, se puede deducir que los sujetos consideran que son necesarias para ilustrar las definiciones, promover el aprendizaje y que son atractivas para los estudiantes, adecuadas para el nivel que se están presentando, y que cumplen con las especificaciones técnicas para ser utilizadas de una manera sencilla e intuitiva.

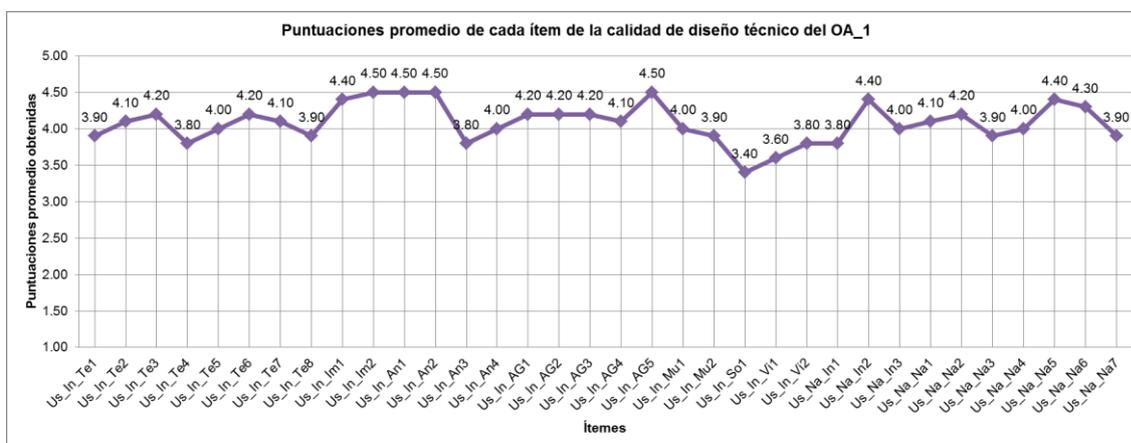
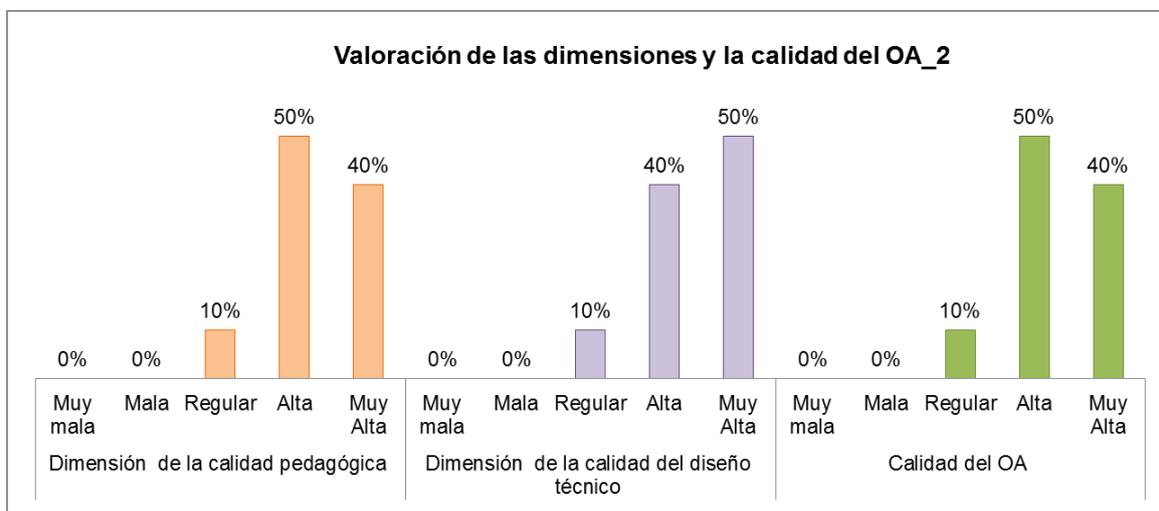


Figura 6.7 Gráfica de perfil de la dimensión de calidad de diseño técnico del OA\_1

Respecto a las opiniones colocadas en el área de comentarios, se destaca que los evaluadores consideran el OA de alta calidad, que es útil para la enseñanza. Mencionan que es muy interactivo, lo que provoca un mejor entendimiento de los contenidos presentados. Además, es un recurso innovador que puede ser utilizado como parte complementaria en el salón de clases, y que es capaz de reforzar la comprensión de conceptos, estimulando otros sentidos como la vista. Las áreas que tienen que ser mejoradas, se enfocan principalmente en el diseño de la interfaz, consideran que es poco creativo y que los colores no son tan llamativos. Opinan que, la información se presenta de manera muy uniforme bajo el mismo esquema, lo que lo hace monótono. Además de esto, señalan que las evaluaciones son repetitivas y que se deberían de tener más ejemplos y ejercicios.

### 6.1.2 Valoración y análisis de la calidad del OA\_2: Tipos de vectores

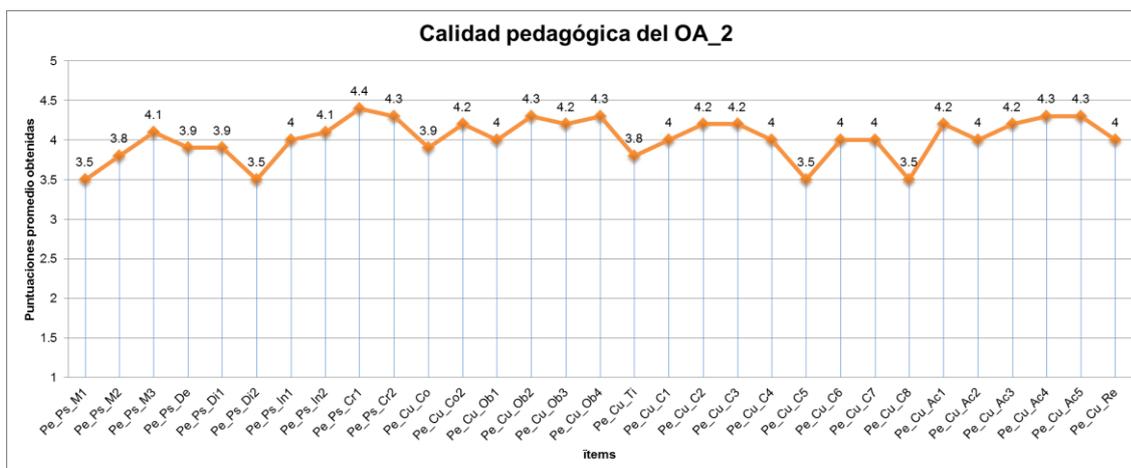
El **OA\_2: Tipos de vectores** obtuvo una valoración promedio de 4.171, con una mínima de 3.2, máxima de 4.8, un rango de 1.6 y una desviación estándar de 0.5 puntos respecto a la media (dispersión regular). En base a esto, se afirma que el OA\_2 ha sido el mejor valorado, no solo por la media, sino también porque hay poca variación entre sus puntuaciones. Las dimensiones de la calidad pedagógica y de diseño técnico obtuvieron puntuaciones promedio de 4.161 y 4.18 respectivamente, ambas obtuvieron las mayores puntuaciones de toda la propuesta didáctica. En la Figura 6.8 se muestran las distribuciones de los indicadores de calidad del OA\_2. En esta se puede observar, que ha sido una evaluación muy estable lo que significa que es un objeto que está equilibrado en cuanto a su diseño pedagógico como técnico. Además se observa que el 90% de los sujetos valoran positivamente la calidad del OA y de sus dimensiones.



**Figura 6.8** Gráfica de frecuencias de la calidad pedagógica, diseño técnico del OA\_2

Si bien, un alto porcentaje de los sujetos valoraron al OA como de alta calidad, hay aspectos que tienen que ser revisados. Para la dimensión de la calidad pedagógica es necesario analizar la gráfica de la Figura 6.9 que muestra un retrato de los ítems con las menores puntuaciones. Estos reflejan que no es un OA que pueda ser utilizado de manera autónoma y que no varía mucho en los tipos de actividades presentadas. Podrían colocarse tareas más diversas e interactivas, en las que se obtuviera retroalimentación y corrección de errores automática.

Entre los ítems que obtuvieron mayor puntuación, fueron los referentes al nivel de dificultad. Es decir, que este OA está diseñado con una profundidad adecuada según los conocimientos previos y el nivel de complejidad. Asimismo, el lenguaje empleado es apto para que el estudiante sea capaz de comprender los contenidos. Este es un OA muy teórico, en el que su principal objetivo es dar a conocer las definiciones de los tipos de vectores, por tal motivo, el principal reto era presentar los contenidos que fueran entendibles y adecuados para los estudiantes en su contexto. Por lo que, con este ítem bien evaluado se puede decir que ha sido cumplido el propósito.

**Figura 6.9** Gráfica de perfil de la dimensión de calidad pedagógica del OA\_2

Para la dimensión de la calidad de diseño técnico, en la gráfica de perfil (Figura 6.10) los ítems mejor evaluados son los de navegación, destacando que el OA tiene una estructura flexible que permite controlar la al usuario su navegación y saber dónde se encuentra en cualquier momento. Al no tener una interfaz lineal, sino hipertextual, el sujeto puede escoger hacia donde puede ir en cada momento. Las RG construidas con GeoGebra fueron bien evaluadas, todas las cuestiones obtuvieron puntuaciones por encima de 4. Esto es importante porque al ser un recurso con información principalmente teórica, el apoyo de las RG es fundamental para comprender y concretizar los conceptos

que quieren ser aprendidos. Los ítems que resultaron con las puntuaciones promedio más bajas fueron los referentes a los elementos multimedia, que de acuerdo con la gráfica, los sujetos no los consideraron como adecuados o no aportan gran cosa para el aprendizaje de los contenidos. Además, que había algunos errores mínimos de escritura.

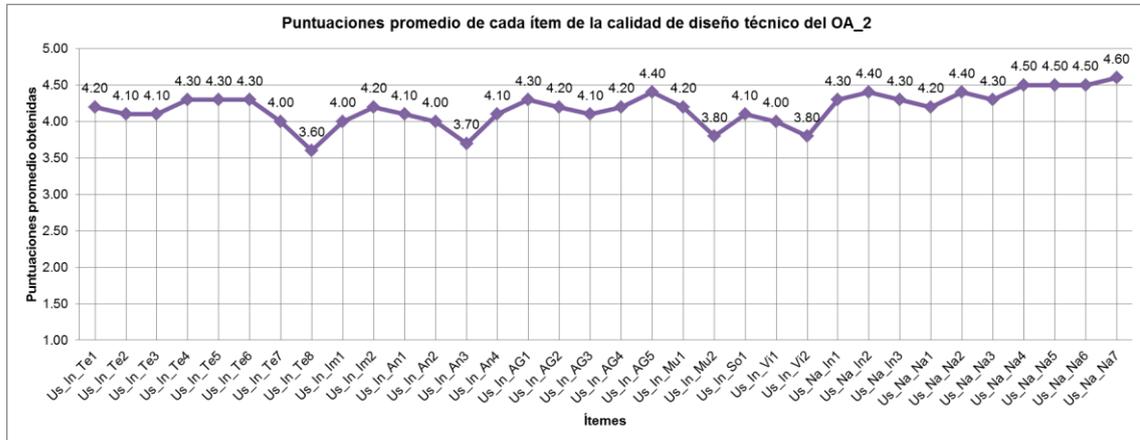
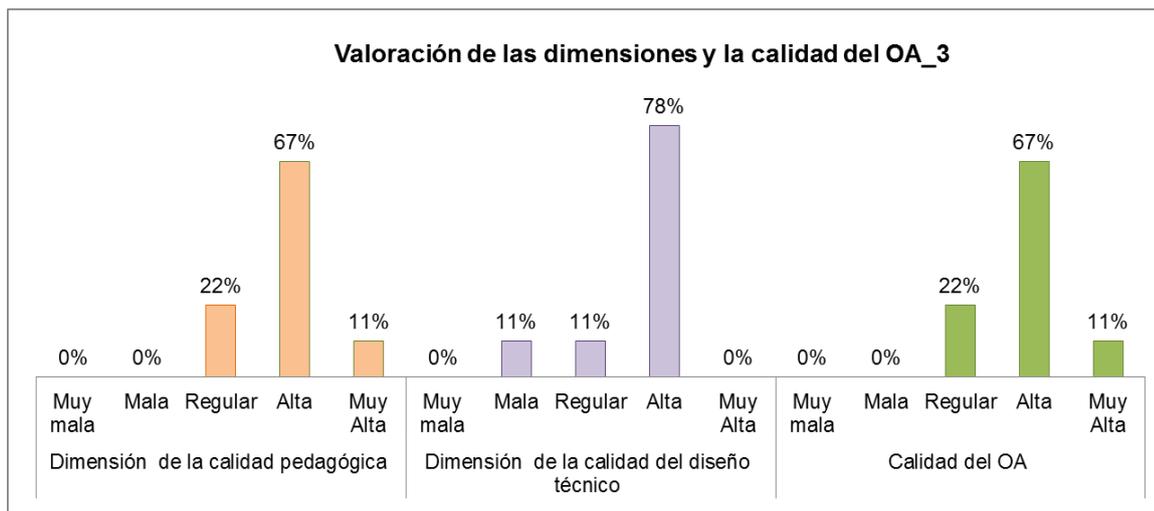


Figura 6.10 Gráfica de perfil de la dimensión de calidad de diseño técnico del OA\_2

En la evaluación cualitativa los sujetos coincidieron que es un OA interactivo, que es fácil de usar, que presenta información clara y precisa en un lenguaje comprensible, y que su diseño llama la atención del estudiante. Además, mencionaron que, el uso de GeoGebra es de mucha ayuda, pues ilustran los conceptos, son objetivas y representativas lo que auxilia a mejorar el entendimiento de los contenidos mediante el movimiento de las figuras. Sugieren que sea posible tener las aplicaciones con GeoGebra *Offline*, buscar ejemplos más contextualizados para salir de lo tradicional. Se puede observar que existe coherencia entre las puntuaciones de los ítems y los comentarios realizados.

### 6.1.3 Valoración y análisis de la calidad del OA\_3: Operaciones con vectores

Este OA obtuvo una valoración promedio de 3.61 (calidad alta), con una mínima de 2.6, máxima de 4.3, con lo que se calcula un rango de 1.7. Las puntuaciones se desvían de 3.61 de manera regular, en promedio 0.51 unidades de la escala. La dimensión de la calidad pedagógica obtuvo una media de 3.58, con lo que se califica a su calidad como regular. Es decir, necesita que varias cuestiones sean mejoradas. El diseño técnico obtuvo una puntuación promedio de 3.64, que apenas alcanza el indicador de bueno. En la Figura 6.11 se muestran las distribuciones de los indicadores de calidad del OA\_3. En esta se aprecia que la frecuencia de las valoraciones “regulares” es alta. Incluso. Por ser un OA que ha alcanzado las puntuaciones suficientes para ser considerado como bueno, se debe poner atención en las áreas que deben ser fortalecidas.



**Figura 6.11** Gráfica de frecuencias de la calidad pedagógica, diseño técnico del OA\_3

El OA alcanzó una valoración que apenas entra en el rango de indicadores como de alta calidad, por lo que es necesario considerar principalmente los ítems que han obtenido una puntuación promedio menor a 3.6. En la Figura 6.12 se pueden apreciar varias cuestiones que han sido evaluadas como regulares, por ejemplo, la motivación, que de acuerdo con lo valorado, tiene una presentación poco atractiva y original. También que, contiene Información no tan relevante que pueda ayudar a comprender los contenidos. Otro aspecto considerado como regular, fue el nivel de interactividad, que corresponde a la capacidad del OA para promover actividades abiertas. Es decir, que ofrezca la posibilidad de resolver de maneras distintas algún problema, y al finalizar las actividades provea retroalimentación, señalando las respuestas que son correctas, o en su defecto, la corrección de errores para reforzar lo aprendido. Asimismo, los sujetos han considerado a las actividades como poco activas, pues no estimulan la reflexión, sino que son procesos mecánicos. Por otro lado, sugieren que podrían ser colocadas más actividades que puedan realizarse de manera colaborativa, individual o cooperativa.



**Figura 6.12** Gráfica de perfil de la dimensión de calidad pedagógica del OA\_3

Lo que respecta al diseño técnico, a través de la Figura 6.13 se puede apreciar que el ítem de la configuración de los textos obtuvo una valoración regular. Otro punto considerado regular fue la manipulación del sonido, como ya se mencionó anteriormente, esto puede ser ejecutado desde las opciones del ordenador, por lo que es poco relevante. Los ítems que describen las animaciones, no fueron tan bien evaluados, principalmente se percibió que tardaban un poco en cargarse, y esto provocaba que los sujetos, algunas veces, saltaran a otro recurso.

Las cuestiones bien evaluadas de este objeto fueron los asuntos de navegabilidad. Es decir, posee una estructura que posibilita al usuario controlar su navegación, pues muestra todas las alternativas posibles al mismo tiempo, sabe dónde se encuentra en todo momento y puede elegir ir a cualquier sitio en cualquier momento. Consideran que las páginas son sencillas y mantienen un diseño estándar en cuanto color, diseño, tamaños, etc. Las RG construidas con GeoGebra, fueron bien valoradas, solo hubo un ítem que obtuvo una puntuación de regular, que es el de “indicar entre paréntesis cuando el tiempo estimado de carga pueda superar los 2 segundos y las condiciones tecnológicas necesarias”.

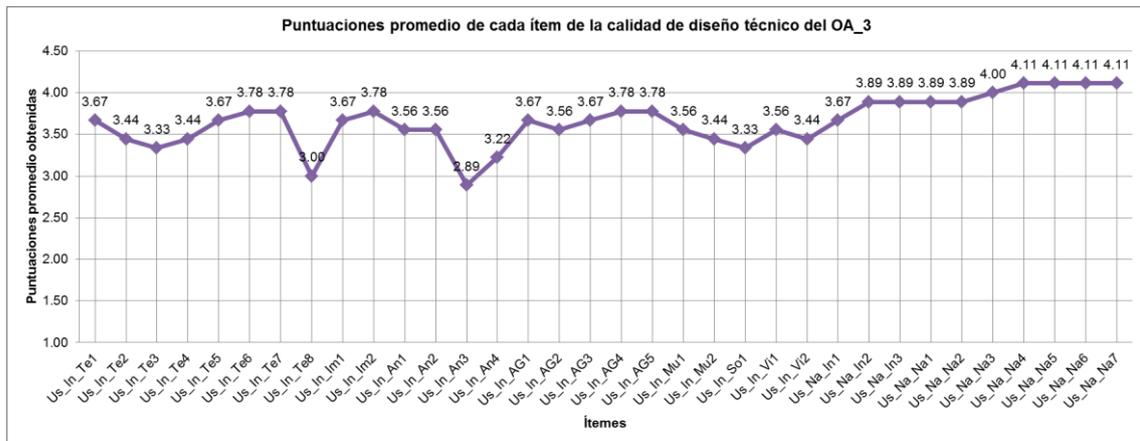
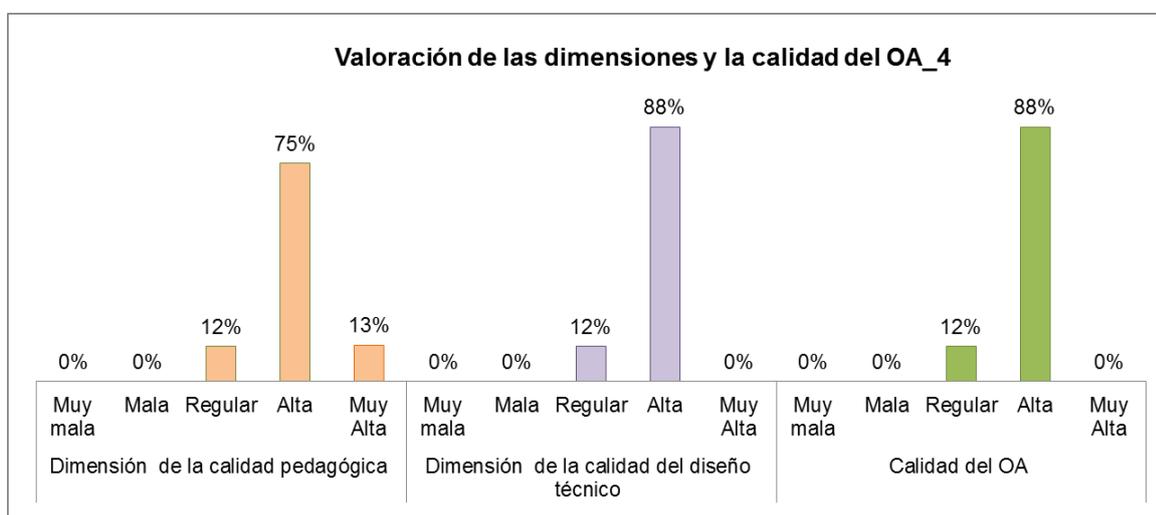


Figura 6.13 Gráfica de perfil de la dimensión de calidad de diseño técnico del OA\_3

Sintetizando la sección de los comentarios, los usuarios opinaron que, el OA es un recurso interactivo con contenidos claros y concisos, que por sus características facilita la comprensión de los conceptos y lleva al cumplimiento de los objetivos planteados. Por otro lado manifestaron que, presenta autoevaluaciones con un diseño tradicional de mecanización para la solución de problemas y poco contextualizadas; que podría utilizarse un lenguaje más sencillo, disminuir el contenido para mejorar aún su comprensión, colocar más imágenes alusivas a los contenidos y revisar detalles de la escritura.

#### 6.1.4 Valoración y análisis de la calidad del OA\_4: independencia lineal de vectores

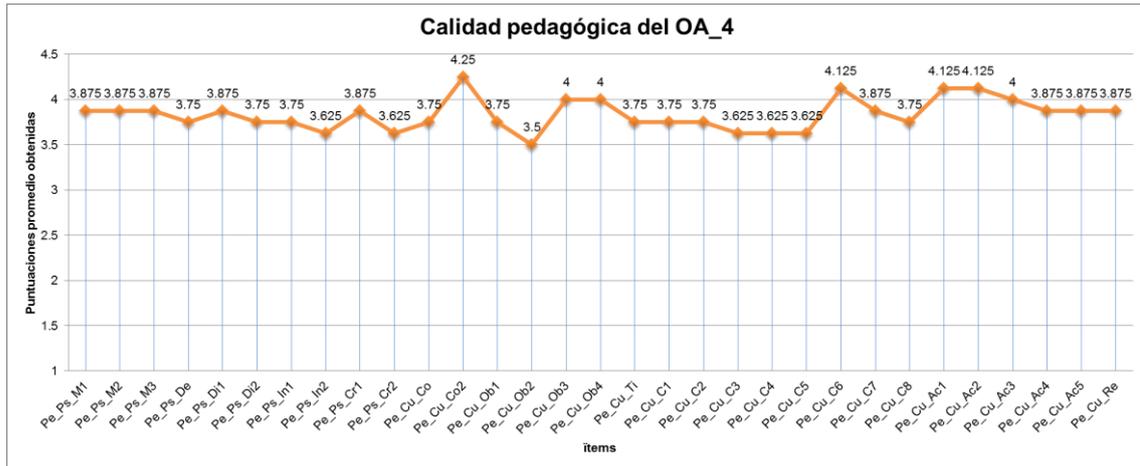
Las puntuaciones promedio del **OA\_4: independencia lineal de vectores** se ubican en 3.801, por lo que es considerado de alta calidad con solo ciertos puntos que deben ser mejorados. Los extremos de las puntuaciones son mínima de 3.1 y máxima de 4.1, este OA es el que tiene el menor rango de 1, y la menor desviación promedio de 0.33 unidades respecto a la media, lo que refleja poca dispersión de las puntuaciones. Alcanzó puntuaciones promedio de 3.83 y 3.77 en las dimensiones de la calidad pedagógica y de diseño técnico respectivamente. Lo que significa que, ambas dimensiones y el OA es valorado como de alta calidad. En la Figura 6.14 se puede observar que, ha sido una evaluación muy estable y equilibrada en las dos dimensiones. Asimismo que, el 88% de los sujetos valoran positivamente la calidad en general del OA.



**Figura 6.14** Gráfica de frecuencias de la calidad pedagógica, diseño técnico del OA\_4

En la gráfica de las puntuaciones de cada ítem de la dimensión pedagógica presentada en la Figura 6.15, se puede apreciar que únicamente uno obtuvo una calificación de regular. Este es el que valora si el objetivo es factible, es decir, que pueda ser alcanzado al finalizar el OA. Aunque los contenidos fueron considerados como buenos, se podrían mejorar aquellos puntos que están enfocados principalmente a los objetivos planteados, o sea, repasar si los contenidos son adecuados para el nivel de enseñanza y para los objetivos que pretenden ser alcanzados, presentar información a través de distintos recursos para diversificar la forma de presentación y no sea un recurso monótono. Se deben revisar si la información es confiable y si los resultados son correctos. Igualmente, si está organizada de tal manera que sea coherente y si contiene fuentes externas para aquellos que deseen conocer más acerca del tema.

Por otro lado las actividades colocadas para los ejemplos y los ejercicios fueron bien valoradas. Sus puntuaciones reflejan que ayudan a reforzar los conceptos aprendidos, y que promueven el pensamiento reflexivo a través del cuestionamiento de las propias ideas para la integración de los nuevos conceptos a los conocimientos previos. Otro punto favorable fue la motivación, que en general sus puntuaciones describen al OA como atractivo, dinámico y capaz de mantener el interés de los estudiantes.

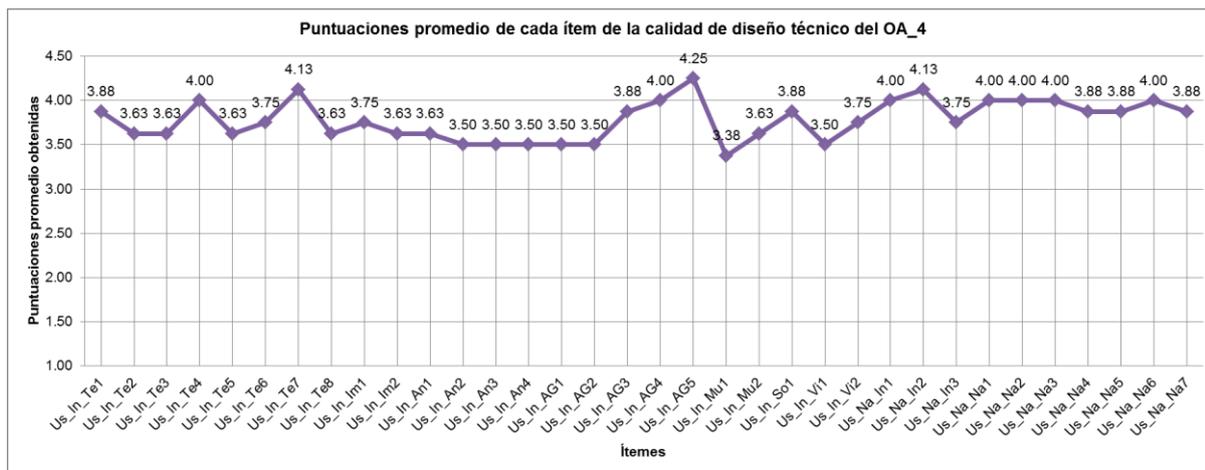


**Figura 6.15** Gráfica de perfil de la dimensión de calidad pedagógica del OA\_4

La Figura 6.16 corresponde a las puntuaciones promedio de los ítems de la dimensión de la calidad del diseño técnico. Los que no han alcanzado la puntuación mínima para ser considerados como de alta calidad son las cuestiones referentes a los recursos multimedia como videos, animaciones y otros recursos. De acuerdo a la gráfica, las animaciones no están siendo usadas de manera apropiada, no llaman mucho la atención y su funcionamiento técnico no es adecuado.

El OA presenta un tema que es difícil representarlo geoméricamente, sin embargo, las construcciones GeoGebra has sido bien evaluadas, esto podría ser porque este OA expone el tema de independencia lineal, que aunque es un tema muy abstracto y difícil de representar geoméricamente, los evaluadores han consideraron a las RG construidas con GeoGebra como útiles para comprender los temas tratados. Algunos ítems, de este criterio, han obtenido una valoración como regular, estos son los que describen colocar el tiempo estimado de carga, y el de usar aplicaciones justificadamente.

Este es un recurso que puede ser considerado como muy teórico, pues carece de ejercicios contextualizados en alguna área de interés, sin embargo es necesario que el estudiante conozca estos conceptos antes de iniciar el siguiente OA.



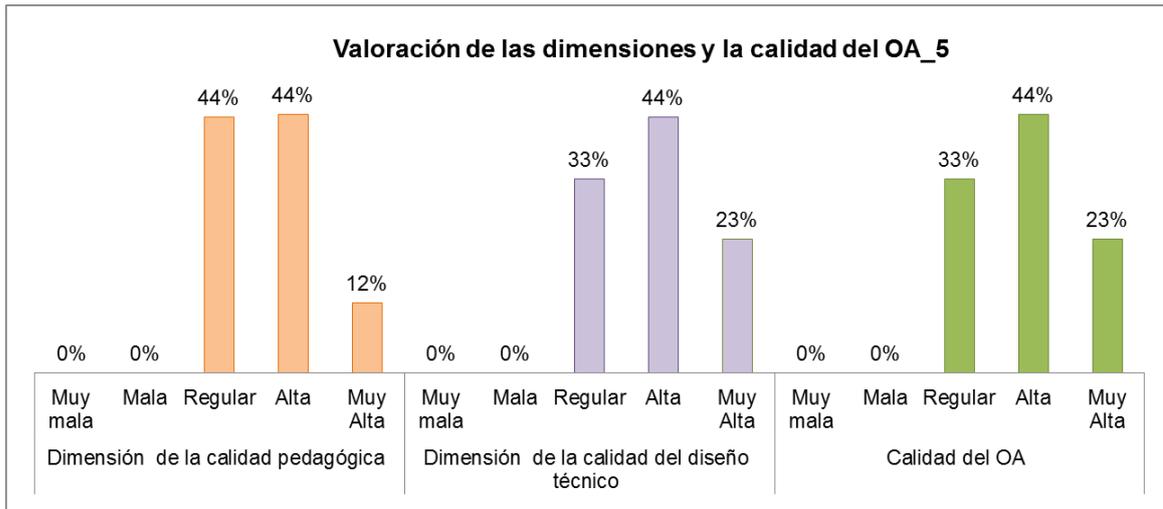
**Figura 6.16** Gráfica de perfil de la dimensión de calidad de diseño técnico del OA\_4

En la sección de los comentarios prácticamente todos los evaluadores coincidieron en el mismo punto, sugieren que los ejercicios son muy tradicionales y carecen de contextualización, y que en la parte de autoevaluación fuera utilizado el recurso construido con GeoGebra. Por los tipos de contenidos de carácter teórico que integran este objeto, que además son conceptos bastante abstractos, resulta difícil encontrar una contextualización o aplicación cotidiana. Sin embargo, los temas de independencia lineal forman una base para el siguiente OA, por lo que para contrarrestar la falta de contextualización, este OA podría unirse con el OA\_5, pero se generaría un OA demasiado grande difícil de gestionar.

### 6.1.5 Valoración y análisis de la calidad del OA\_5: Producto punto de dos vectores

**El OA\_5: Producto punto de dos vectores.** El rango resultante para esta evaluación varió de 2.9 a 4.7. Además, la media de los participantes es de 3.85 lo cual confirma la tendencia de la muestra hacia valores medios de la escala. La dispersión de las puntuaciones de los sujetos es considerable (la desviación estándar es igual a 0.6 y el rango es de 1.75), incluso es la mayor de todos los OA evaluados. La calidad pedagógica y de diseño técnico obtuvieron evaluaciones promedio de 3.77 y 3.93 respectivamente.

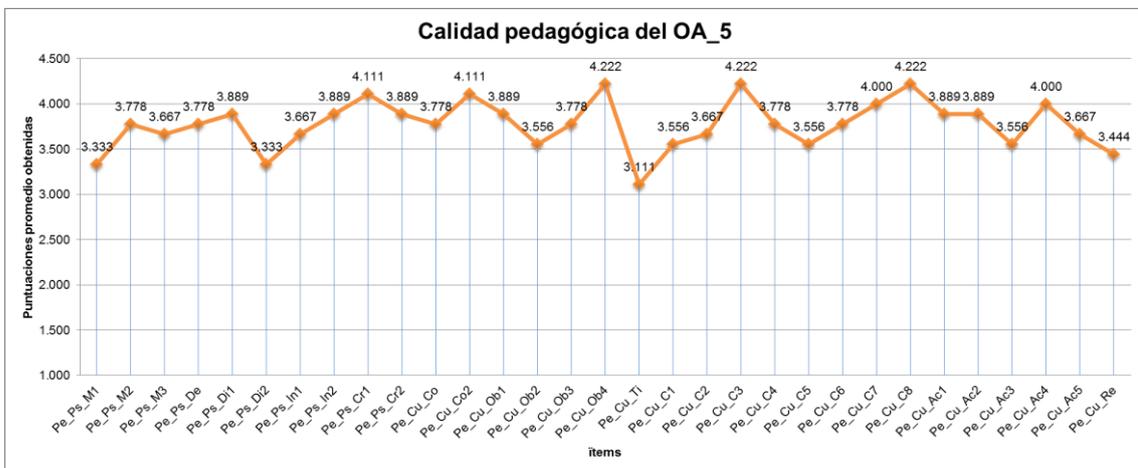
En la Figura 6.17 se muestran las distribuciones de los indicadores de calidad del OA\_5. En esta se puede comprobar la variabilidad en las evaluaciones de los sujetos, sin embargo la mayoría lo valoró como bueno o muy bueno. Llama la atención que, a diferencia de los otros OA, este tienen un alto porcentaje en evaluaciones regulares, por este motivo, se deben de revisar esos ítems que no han sido valorados con una puntuación promedio de 3.6 o más.



**Figura 6.17** Gráfica de frecuencias de la calidad pedagógica, diseño técnico del OA\_5

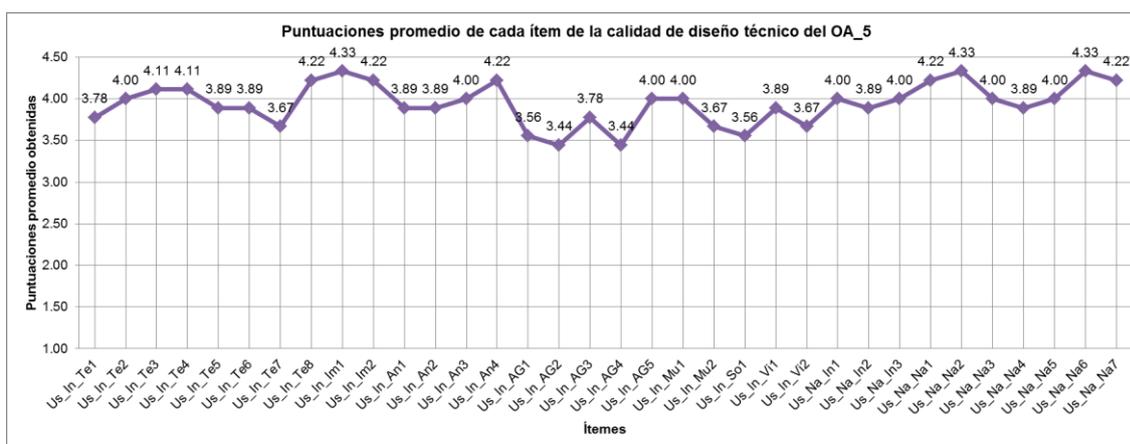
Entre los ítems que integran la dimensión de la calidad pedagógica que obtuvieron las puntuaciones mayores, destacan aquellos que describen al OA como apropiado para estimular el desarrollo de la iniciativa, el aprendizaje autónomo, las habilidades metacognitivas y las estrategias de aprendizaje para planificar, regular y evaluar la actividad intelectual del estudiante. De acuerdo con las evaluaciones, el OA ayuda al cumplimiento de los objetivos de aprendizaje.

Los aspectos que deben mejorar, conforme la Figura 6.18, son que el OA debería tener una presentación más atractiva para captar el interés de los estudiantes. Además, que, aunque, los recursos colocados ayudan a alcanzar los objetivos, se debe revisar si este objetivo es factible, es decir, si realmente es adecuado y puede ser alcanzado. O en su defecto revisar si para el logro de los objetivos, la información es suficiente y adecuada, si el lenguaje y el tiempo utilizado son apropiados, y si se presentan distintos tipos de actividades con sus respectivas retroalimentaciones. También, se debe considerar proporcionar fuentes de información para que el estudiante pueda consultar.



**Figura 6.18** Gráfica de perfil de la dimensión de calidad pedagógica del OA\_5

Para la dimensión de la calidad de diseño técnico, como se puede apreciar en la Figura 6.19, ha sido mejor evaluada a diferencia de la otra, los únicos ítems que obtuvieron una puntuación regular son los referentes al sonido, que como ya se mencionó anteriormente, la herramienta *eXeLearning* no ofrece colocar esta posibilidad, pero esto no es muy relevante, porque esta opción puede ser manipulada desde el ordenador. Un punto importante reflejado en esta gráfica, es que las RG construidas con GeoGebra, de acuerdo con las puntuaciones, se infiere que, no aportan mucho para la comprensión de los contenidos y deberían ser adaptadas al nivel educativo.



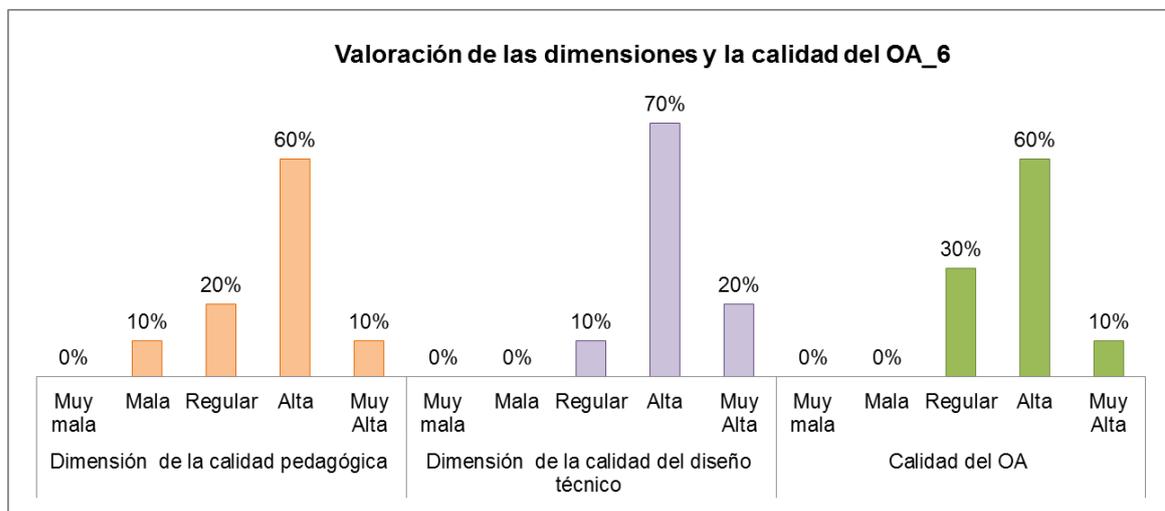
**Figura 6.19** Gráfica de perfil de la dimensión de calidad de diseño técnico del OA\_5

Los usuarios coinciden en sus comentarios en que el OA, a través de los diferentes recursos que lo integran, ayuda en la comprensión de conceptos y de resolución de problemas. Así mismo, que su interfaz es sencilla de usar, y las animaciones hechas con GeoGebra mantienen el interés de los estudiantes, que las autoevaluaciones y ejercicios proporcionan un ambiente donde ellos pueden desarrollar su aprendizaje de manera autónoma. Por otro lado, sugieren que se podrían colocar ejercicios contextualizados. Así como presentar inmediatamente después, ejercicios que ejemplifiquen a las fórmulas presentadas. Proponen crear niveles de dificultad, iniciando desde lo más básico hasta lo más complejo, de esta manera el estudiante podrá identificar su avance. Asimismo, adecuar el tiempo en que ha de ser utilizado el OA, pues sus contenidos son de alto nivel y necesitan de ser repasados y enseñados con calma.

### 6.1.6 Valoración y análisis de la calidad del OA\_6: Producto cruz de dos vectores

El **OA\_6: Producto cruz de dos vectores** obtuvo una valoración promedio de 3.73, que de acuerdo con los criterios es un OA de alta calidad con mínimas cuestiones que deben ser revisadas. Las puntuaciones promedio mínima y máxima fueron 2.7 y 4.5. Las

puntuaciones promedio de la muestra se desvían de 3.73, en promedio, 0.5 unidades, lo que refleja una dispersión regular de las puntuaciones. En cuanto a las dimensiones de la calidad pedagógica y de diseño técnico obtuvieron puntuaciones promedio de 3.58 y 3.87 respectivamente. Por lo tanto, de acuerdo con los indicadores, el OA puede ser considerado como de alta calidad, sin embargo, tienen que ser revisados algunos aspectos para mejorarlo. En la Figura 6.20 se puede apreciar que la que la dimensión de la calidad del diseño técnico ha sido mejor valorada que la de calidad pedagógica. Debido a las altas puntuaciones en las cuestiones técnicas, el OA obtuvo una valoración como alta. Por tal motivo, se debe de revisar el DI de este OA, y que sea de alta calidad en todos los sentidos.



**Figura 6.20** Gráfica de frecuencias de la calidad pedagógica, diseño técnico del OA\_6

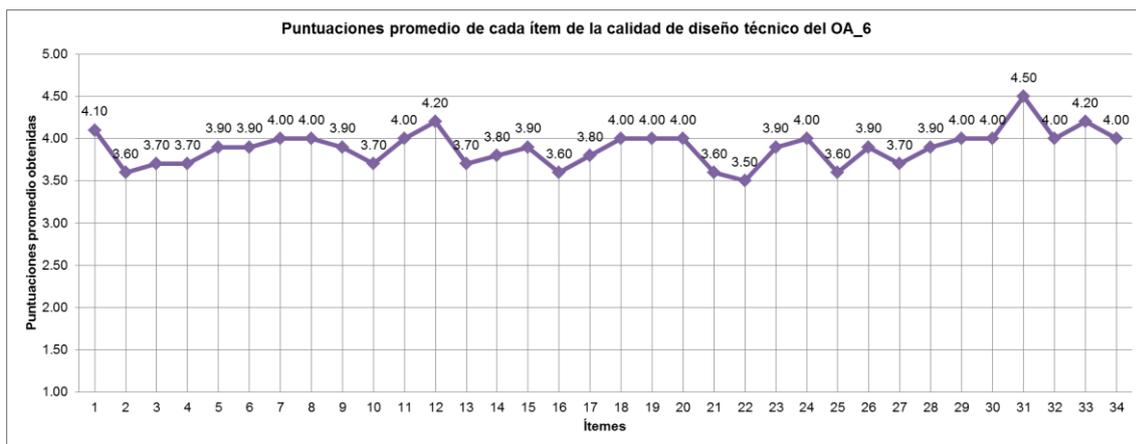
Como ya se mencionó, la dimensión de la calidad pedagógica no fue muy bien valorada. En la grafica de perfil de la Figura 6.21, se puede apreciar que casi la mitad de los ítems fueron valorados apenas como regulares, por lo que estos son los aspectos que deben ser revisados, y si es necesario corregirlos. Uno de los puntos que debe ser considerado es la motivación, cuidar de que se tenga una presentación atractiva y original que provoque el interés de los estudiantes. Asimismo, colocar solamente información que sea relevante, e incluir al estudiante como parte activa del proceso de educación.

Otra cuestión son los contenidos, es decir, revisar que sean adecuados de acuerdo al objetivo propuesto, que estén expuestos en diferentes formatos para romper con la monotonía y crear un ambiente interactivo, y por último colocar información complementaria para aquellos que quieran extender sus conocimientos.



**Figura 6.21** Gráfica de perfil de la dimensión de calidad pedagógica del OA\_6

En la gráfica de perfil de la dimensión de la calidad del diseño técnico (Figura 6.22), el sonido fue el único ítem evaluado como regular, que no se considera muy importante, por ser una opción que puede ser ejecutada desde las opciones del ordenador. Por otra parte, las RG con creadas con GeoGebra fueron bien valoradas. Las puntuaciones reflejan que han sido utilizadas solo cuando era necesario para representar algún contenido, que son fáciles e intuitivas de usar con instrucciones claras, que son adecuadas para el nivel educativo, y que ayudan a comprender los conceptos que se están estudiando. También coinciden en que el OA es interactivo, fácil de usar y de navegar a través de él, esto también se ve reflejado en la gráfica de perfil en los ítems de navegabilidad. También que, se podrían agregar la bibliografía con sus links, en caso que alguien decidiera investigar más tenga fuentes básicas de consulta segura.



**Figura 6.22** Gráfica de perfil de la dimensión de calidad de diseño técnico del OA\_6

La sección de los comentarios para este OA en su mayoría fueron opiniones positivas, de las que se puede resaltar que los evaluadores dicen que, el uso de las gráficas construidas con GeoGebra son una buena herramienta para que los estudiantes

comprendan el significado del concepto de producto vectorial. Mencionan que es un OA atractivo, y fácil de usar. Por otra parte, sugieren que, se podría incluir mas variedad de ejercicios con diferentes contextualizaciones tanto en la presentación del OA como en las autoevaluaciones. Por último proponen revisar las nomenclaturas en portugués y cuidar aspectos de traducción, que sea revisado por una persona experta en el área, y que conozca el nombre de los conceptos en este idioma.

## **6.2 Análisis de las puntuaciones medias por área de formación y experiencia docente**

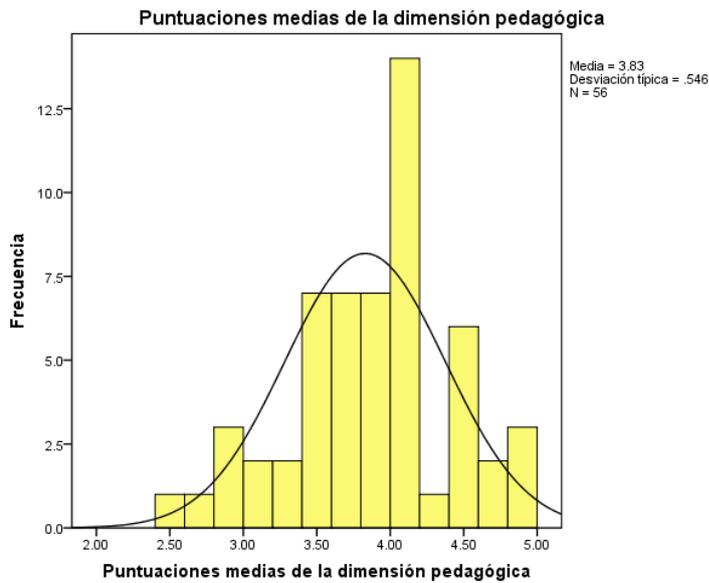
Pudiera esperarse que si un evaluador no tuviera experiencia docente o no fuera formado en el área de matemáticas, física o química, este podría tener un bajo nivel de exigencia al momento de valorar la calidad del OA. Lo que llevaría a no valorar objetivamente la propuesta. Para definir si realmente existen diferencias entre las evaluaciones de los grupos principales, este análisis busca responder a las siguientes preguntas:

- ¿Existen diferencias en las valoraciones en la variable área de formación?
- ¿Existen diferencias en las valoraciones en la variable de experiencia docente?

Para ello, en primer lugar se presenta el proceso exploratorio para conocer el comportamiento de la distribución de los datos, observando los gráficos de distribución, las medidas de forma (curtosis y asimetría) y realizando la Prueba de normalidad de Kolmogorov-Smirnov. En segundo lugar, se analizan los resultados obtenidos para las pruebas de ajuste a la distribución normal de los datos, con la finalidad de optar por las técnicas descriptivas más apropiadas. Finalmente, se realiza el análisis estadístico para la comparación de las medias entre los grupos definidos por las variables de formación y experiencia docente.

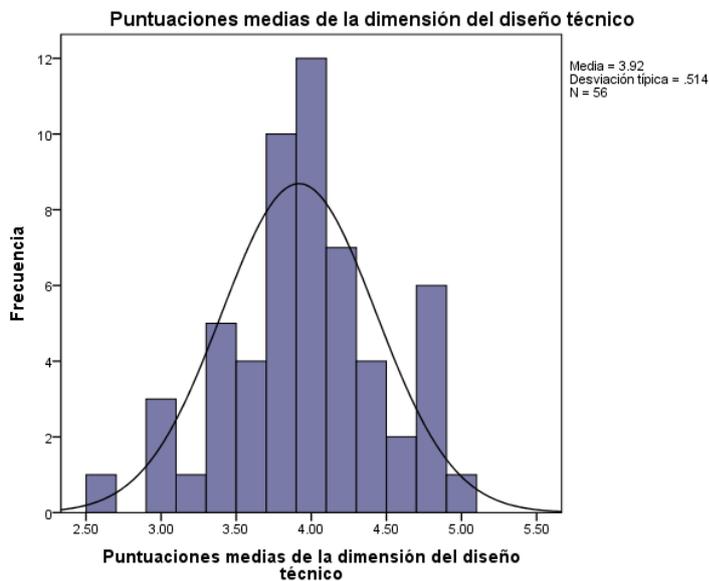
### **a) Análisis descriptivo exploratorio**

En primer lugar, se presentan las gráficas de distribución de frecuencias para cada una de las dimensiones y de la calidad global del OA. Observando estas, se puede tener una idea acerca de su concentración en los valores medios, y que las frecuencias de distribuyen asimétricamente, reflejando que existe una tendencia hacia los valores superiores a la media. En el gráfico (Figura 6.23) de la distribución de frecuencias de la dimensión pedagógica, se puede observar que los valores se ajustan levemente a una distribución normal, tienden a agruparse hacia la derecha, y que no se concentran en el punto medio, por lo que puede esperarse una distribución mesocúrtica con asimetría negativa.



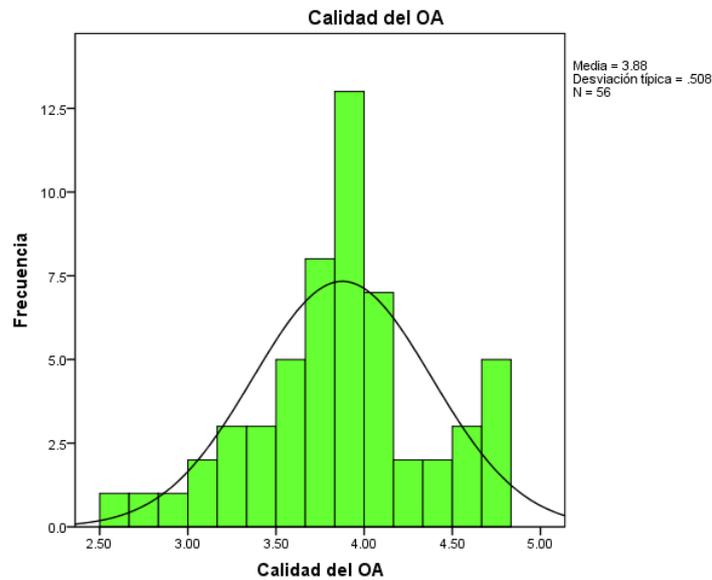
**Figura 6.23** Distribución de frecuencias de la calidad pedagógica

Para la distribución de frecuencias de la Figura 6.24, parece ser que los valores se distribuyen de manera normal y que los datos tienden a concentrarse en las puntuaciones altas, por lo que se espera que su asimetría sea negativa, y claramente se ve cómo se agrupan las puntuaciones en la media, formando un “pico”, o sea, una distribución con curtosis leptocúrtica.



**Figura 6.24** Distribución de frecuencias de la calidad del diseño técnico

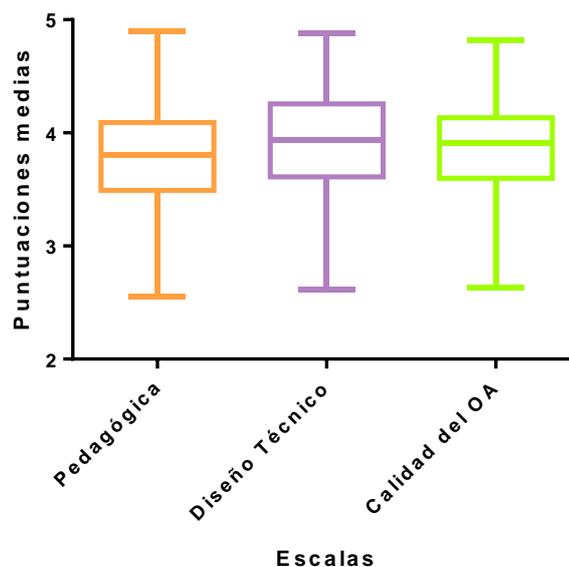
En la Figura 6.25 se ve claramente como los valores tienden hacer altos y se agrupan en la media, por lo que se espera que esta distribución sea de asimetría negativa con curtosis leptocúrtica.



**Figura 6.25** Distribución de frecuencias de la calidad del OA

De manera general, por simple observación se puede deducir que las frecuencias se distribuirán de manera normal, con simetría negativa, y en dos de los casos con curtosis leptocúrtica y una mesocúrtica. Sin embargo, deben de realizarse más análisis que confirmen esto.

La Figura 6.26 reafirma la tendencia de una leve acumulación hacia los valores altos. De manera general se observan distribuciones simétricas, por lo que puede esperarse que su distribución se ajuste a la curva normal.



**Figura 6.26** Diagramas de cajas valoración de la calidad pedagógica y del diseño técnico

Tras el análisis gráfico, a continuación se exploran los valores de los indicadores principales. La Tabla 6.2 muestra la media, mediana, desviación estándar, varianza, coeficiente de variación, asimetría y curtosis con sus errores típicos, rango, mínimo, máximo y la prueba de ajuste a la normal Kolmogorov-Smirnova.

**Tabla 6.2** Valores de los indicadores principales de las dimensiones y la calidad

		Calidad pedagógica	Calidad del diseño técnico	Calidad del OA
<b>N</b>	Válidos	56	56	56
	Perdidos	0	0	0
<b>Media</b>		3.8286	3.9179	3.8766
<b>Mediana</b>		3.8	3.9	3.9015
<b>Desv. típ.</b>		0.54597	0.5142	0.50774
<b>Varianza</b>		0.298	0.264	0.258
<b>Coeficiente de Variación</b>		14.26%	13.12%	13.10%
<b>Asimetría</b>		-0.274	-0.181	-0.259
<b>Error típ. de asimetría</b>		0.319	0.319	0.319
<b>Curtosis</b>		-0.089	0.061	0.077
<b>Error típ. de curtosis</b>		0.628	0.628	0.628
<b>Kolmogorov-Smirnov<sup>a</sup></b>	Estadístico	0.095	0.106	0.091
	gl	56	56	56
	Sig.	0.200	0.181	0.200

\*. Este es un límite inferior de la significación verdadera.

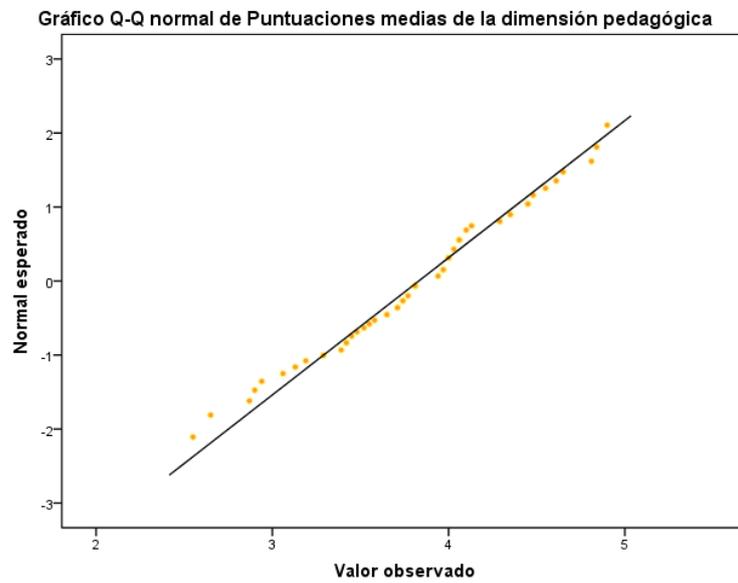
a. Corrección de la significación de Lilliefors

De acuerdo con los valores obtenidos en la exploración de las dimensiones y de la calidad global, se observa que los valores del coeficiente de variación son satisfactorios (<30%) (Martínez Abad, 2013), por lo que se puede emplear la media como estimador adecuado de la tendencia central de los datos.

Por otro lado, como ya se había previsto en el análisis de los gráficos de la distribución de frecuencias, la asimetría negativa refleja la tendencia de las puntuaciones hacia los valores altos, y los valores de la curtosis muestran una distribución mesotúrpica para la dimensión pedagógica y leptocúrtica para la dimensión del diseño técnico y la calidad global. Analizando estos valores conjuntamente con sus errores típicos se puede afirmar que, a nivel poblacional con un nivel de significación  $\alpha=0.01$  ( $z=2.5758$ ), las variables se comportan conforme a la distribución normal:  $asim1=-0.274\pm 0.319*2.5758 \rightarrow (0.54768, -1.09568)$  y  $Curt1=-0.089\pm 0.628*2.5758 \rightarrow (1.5286, -1.7066)$ , análogamente para  $asim2 (0.64068, -1.002)$   $Curt2 (1.6786024, -1.5566024)$  y  $asim3(0.5626802, -1.0806802)$  y  $Curt3 (1.6946024, -1.5406024)$ . En todos los casos, el intervalo de confianza incluye al 0, por lo que se acepta que, a nivel poblacional, las variables se comportan normalmente conforme a sus indicadores.

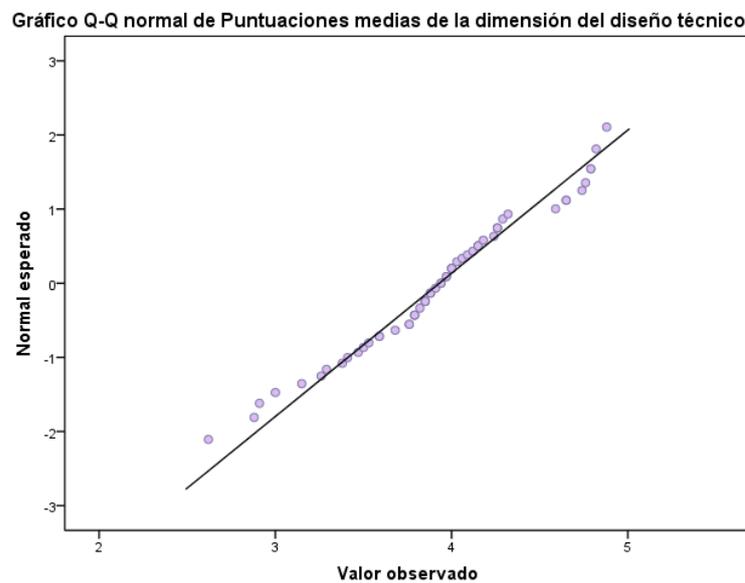
Finalmente, en base a los valores obtenidos en la prueba de normalidad de Kolmogorov-Smirnov no se rechaza la  $H_0$ =Las variables se ajustan a la distribución normal.

Este comportamiento puede confirmarse con los gráficos Q-Q. La Figura 6.27 muestra un ajuste muy bueno en toda la distribución.



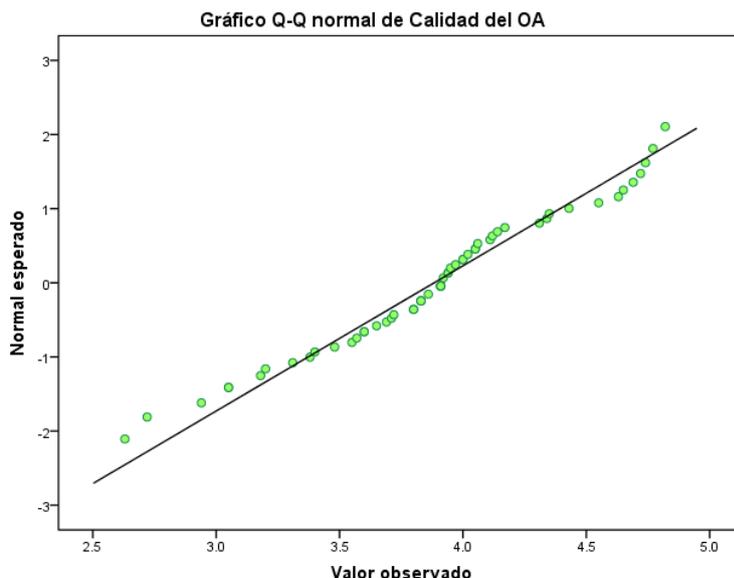
**Figura 6.27** Q-Q normal para la calidad pedagógica

En el gráfico Q-Q (Figura 6.28) de la dimensión de la calidad del diseño técnico, se aprecia un ajuste no tan bueno como el anterior, principalmente, los valores se ven poco ajustados en los extremos.



**Figura 6.28** Q-Q normal para la calidad del diseño técnico

Finalmente, para la calidad global del OA, la Figura 6.29 presenta un gráfico Q-Q similar al anterior, el cual muestra un ajuste muy adecuado.



**Figura 6.29** Q-Q normal para la calidad del OA

En base a los resultados obtenidos en las distribuciones de frecuencias, los diagramas de cajas, los valores de asimetría y curtosis, la prueba de Kolmogorov-Smirnov y las gráficas Q-Q normales, se concluye que las variables se ajustan a la distribución normal en todos los casos, por lo que se opta por la aplicación de las técnicas paramétricas.

#### **b) Diferencias entre las medias de la variable área de formación**

Si un experto es formado en el área de física, química o matemática, implica “teóricamente”, que este conoce y domina el tema de vectores, lo que podría hacer diferencias con las evaluaciones de los otros expertos. Es decir ¿Existen diferencias de las valoraciones en la variable área de formación?

Para responder a esta, se ha dividido la muestra en dos grupos, codificando la variable área de formación en Grupo 1 (Matemáticas, Física y Química) que podría ser descrito como que conoce el tema de vectores y Grupo 2 (Biología y Otras áreas) que conoce poco o nada el tema de vectores. A simple vista en la Tabla 6.3 se puede observar que las medias y las desviaciones estándar son muy parecidas, por lo que puede esperarse que no existan diferencias. Con base al análisis exploratorio realizado anteriormente, para medir la significación de estas diferencias, se opta por la aplicación del estadístico de contraste t de Student para muestras independientes.

**Tabla 6.3** Prueba t para muestras independientes en la variable área de formación

	Calidad pedagógica		Calidad del diseño Técnico		Calidad del OA	
	Domina el tema de	No domina el tema de	Domina el tema de	No domina el tema de	Domina el tema de	No domina el tema de

	Vectores		Vectores		Vectores		Vectores		Vectores		Vectores	
Estadístico	Valor	Error típ.	Valor	Error típ.	Valor	Error típ.	Valor	Error típ.	Valor	Error típ.	Valor	Error típ.
Media	3.761	0.097	3.954	0.099	3.848	0.093	4.078	0.093	3.808	0.091	4.019	0.093
Prueba de Levene	F= 1.338, p=0.252				F=1.785, p=0.187				F=1.641, p=0.2066			
Prueba t	t=-1.288, p= 0.203				t=-1.611, p=.834				t= -1.944, p=0.141			
Varianza	0.337		0.196		0.308		0.172		0.299		0.174	
Desv. típ.	0.581		0.443		0.555		0.414		0.547		0.418	

Tras realización de la test de Levene para la igualdad de varianzas, se opta por la prueba t asumiendo que la varianzas son iguales. Con la cual se afirma, en base a la significancia asociado al estadístico t de cada prueba, que NO existen diferencias significativas entre los grupos para las variables de la calidad pedagógica, de diseño técnico y del OA.

**c) Diferencias entre las medias de la variable experiencia docente**

Otra variable que pudiera influenciar en la objetividad de la valoración de la calidad podría ser la experiencia docente, en el sentido que, principalmente en los aspectos pedagógicos, los expertos que tienen cierta experiencia docente podrían ser más estrictos a la hora de evaluar estos criterios. En base a esto se planteó la pregunta ¿Existen diferencias en las valoraciones de la variable de experiencia docente?

Para responderla, se ha dividido la muestra en dos grupos, codificando la variable área de formación en Grupo 1 (es o ha sido profesor), que podría ser descrito que tienen experiencia docente, y Grupo 2 (nunca ha sido profesor), es decir, no tiene experiencia docente.

A través de los estadísticos presentados en la Tabla 6.4, se percibe que las medias y las desviaciones estándar son muy parecidas, por lo que puede esperarse que no existan diferencias entre los grupos. De acuerdo al análisis exploratorio, para medir la significación de estas diferencias, se opta por la aplicación del estadístico de contraste t de Student para muestras independientes.

**Tabla 6.4** Prueba t para muestras independientes en la variable experiencia docente

	Calidad pedagógica				Calidad del diseño Técnico				Calidad del OA			
	Es o ha sido profesor		Nunca ha sido profesor		Es o ha sido profesor		Nunca ha sido profesor		Es o ha sido profesor		Nunca ha sido profesor	
Estadístico	Valor	Error típ.	Valor	Error típ.	Valor	Error típ.	Valor	Error típ.	Valor	Error típ.	Valor	Error típ.

<b>Media</b>	3.893	0.106	3.726	0.075	3.940	0.103	3.914	0.070	3.918	0.102	3.825	0.068
<b>Prueba de Levene</b>	F= 4.652, p=0.035				F=4.802, p=0.033				F=4.678, p=0.035			
<b>Prueba t</b>	t= 1.283, p=0.205				t=.210, p=0.834				t= .765, p=0.448			
<b>Varianza</b>	0.390		0.119		0.373		0.102		0.361		0.097	
<b>Desv. típ.</b>	0.625		0.345		0.611		0.319		0.601		0.311	

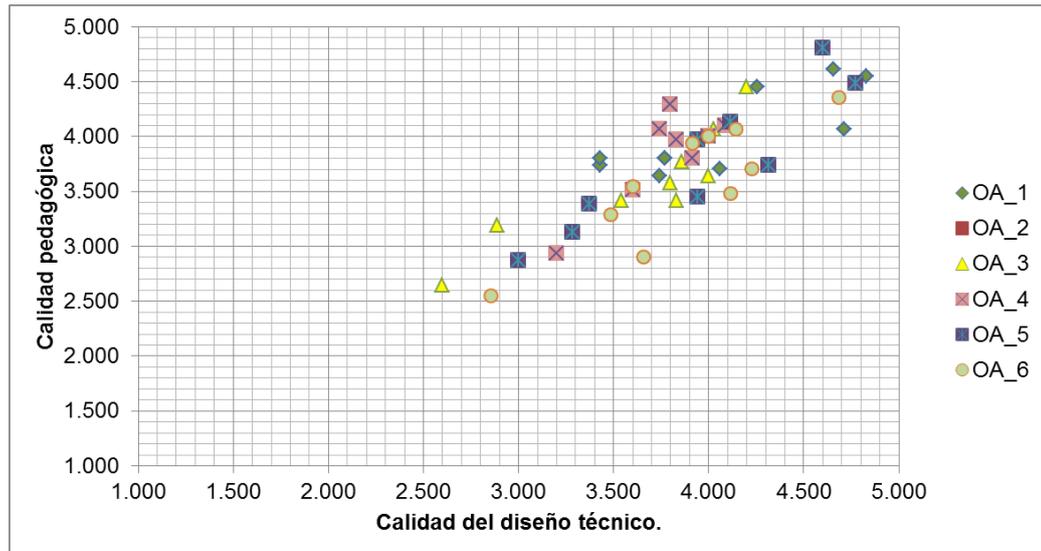
Una vez realizado el test de Levene para la igualdad de varianzas, se opta por la prueba t asumiendo que la varianzas NO son iguales. Con la cual se afirma, en base a la significancia asociado al estadístico t de cada prueba, que NO existen diferencias significativas entre los grupos para las variables de la calidad pedagógica, de diseño técnico y del OA.

Los resultados de estas pruebas son favorables para el estudio, pues en base a la evidencia estadística se puede afirmar que independiente del dominio que el sujeto pueda tener respecto al tema de vectores, o de su experiencia docente, las dimensiones y la calidad de los OA fueron valorados de misma manera.

### 6.3 Análisis de correlación entre las dimensiones

Otro análisis realizado fue para conocer, por ejemplo, si al presentarse un OA atractivo en cuanto a su diseño, funcional, organizado, interactivo y con una variedad de recursos multimedia (aspectos del diseño énico), esto podría influir o relacionarse con la apreciación de la calidad pedagógica. Por lo contrario, puede ser que el OA no sea muy novedoso o no funcione técnicamente del todo bien, pero, esos elementos realmente llevan al cumplimiento de objetivos y tiene ciertas características, que aunque esté bien diseñado pedagógicamente, si es poco llamativo, sería mal evaluado. Ante esto, primero se presenta un análisis de correlación, para identificar si las variables están realmente correlacionadas. Después, asumiendo que existe cierta correlación, se realiza el análisis de moderación para asumir en qué casos estas variables los están. Finalmente, se presenta un análisis de mediación, con el que se pretende conocer el cómo se produce el efecto.

En la Figura 6.30 se puede apreciar que existe una correlación positiva entre las variables. Se percibe que, las evaluaciones que obtuvieron bajas puntuaciones en una dimensión, lo obtuvieron en la otra.



**Figura 6.30** Correlación entre las dimensiones de la calidad pedagógica y de diseño técnico

Después, para conocer cuánto están correlacionadas las variables, se calculó el coeficiente de correlación de Pearson. El cual puede variar de  $-1.00$  a  $+1.00$ , donde:  $-1.00$  representa el valor correlación negativa perfecta, o sea, una relación inversamente proporcional, conforme este coeficiente se aproxima a cero la correlación negativa se va debilitando. Cuando el coeficiente de correlación es positivo, se dice que la relación es positiva, y se va haciendo más fuerte conforme va aumentando hasta llegar a 1 (*Correlación positiva perfecta*) (Hernández, Fernández & Baptista, 2010). El coeficiente  $r=0.867$  refleja una correlación positiva fuerte, y es significativo al nivel de 0.01. El resultado del coeficiente de determinación, elevando al cuadrado el coeficiente  $r$  de Pearson fue  $r^2 = (0.867)^2 = 0.751$ . Significa que la calidad del diseño técnico constituye a, o explica, el 75% de la variación de la calidad pedagógica, esto se puede apreciar gráficamente en la Figura 6.31.



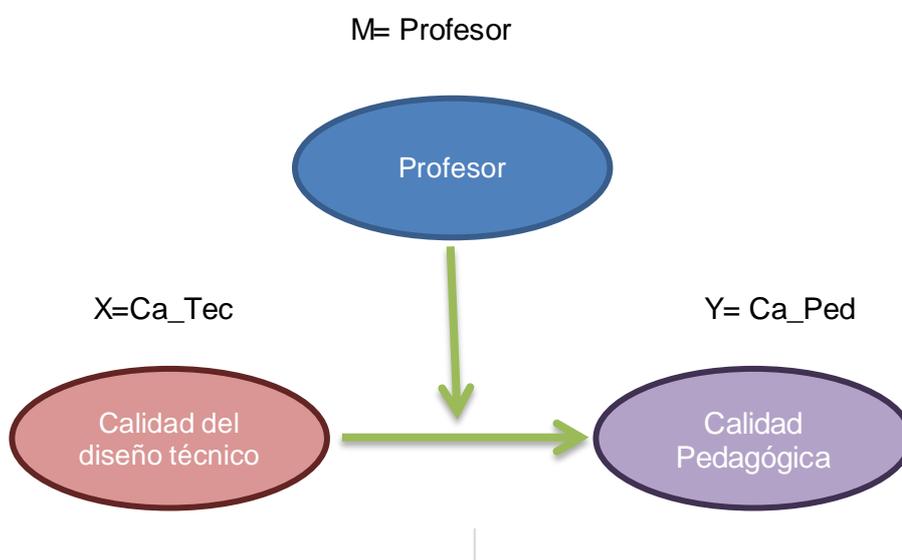
**Figura 6.31** Varianza de factores comunes

### a) Análisis de moderación

Para conocer más acerca de la correlación que existe entre las variables, se realizó un análisis de moderación, “procedimiento que permite establecer en qué punto o valor de la distribución de la variable moderadora (M), la variable X ejerce un efecto en la variable Y. Este procedimiento permite explorar o examinar el efecto de interacción (como un efecto condicional)” (Hayes, 2013, pp. 234-235, citado en Igartua, 2016).

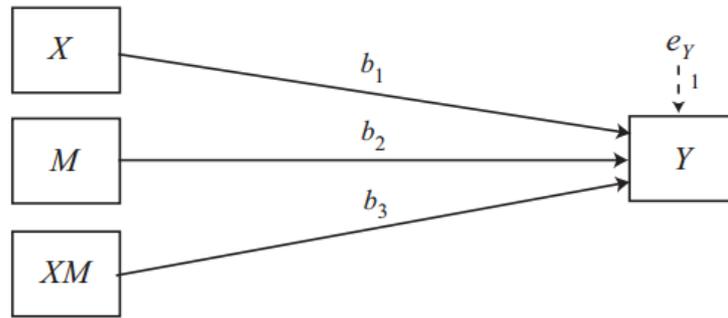
Partiendo de lo anterior se plantea que, ¿si la calidad del diseño técnico influye (X) en la calidad pedagógica (Y), en qué casos sucedría esto? La variable de moderación considerada fue si el sujeto tenía experiencia docente o no (M). Como se observó en el gráfico de correlación, efectivamente, las variables están correlacionadas, pero a través de este análisis se pretende responder en qué casos. Por lo que se plantea la **H1: La percepción de la calidad del diseño técnico como buena, se asocia a la valoración de la calidad pedagógica como buena, pero solo en los sujetos que no son profesores.**

Para comprobar esta hipótesis se utilizó la estrategia de análisis de moderación simple. Los cálculos fueron hechos a través de SPSS con el macro de Process presentado por Hayes (2013). La Figura 6.32 representa el modelo conceptual de la moderación de la variable dicotómica profesor (SI=-0.5, NO=0.5) entre las variables independiente  $X=Ca\_Tec$  y la dependiente  $Y=Ca\_Ped$ .



**Figura 6.32** Diagrama conceptual 1 de moderación simple

La Figura 6.33 muestra el diagrama estadístico, en él se observa que si “ $b_3$  es estadísticamente significativo, indica que el efecto X sobre Y depende de los valores de M” (Igartua, 2016, p. 47) “ $b_1$  cuantifica el efecto principal de X.  $b_2$  cuantifica el efecto principal de M.  $b_3$  cuantifica el efecto de interacción XM” (Igartua, 2016, p. 52)



**Figura 6.33** Diagrama estadístico de moderación simple  
Fuente: (Hayes, 2015, p. 1)

De acuerdo con los datos del Cuadro 6.1 se puede observar que  $b_3$  dado por el coeficiente de  $int\_1 = -.1206$ , no es estadísticamente significativo,  $p = .4801$ , esto indica que el efecto de la calidad del diseño técnico sobre la calidad pedagógica no depende si el experto tiene experiencia docente o no. Por otro lado el efecto condicional de X sobre Y para los diferentes valores de la variable de moderación son:  $B_{(Profesores=-0.5)} = 0.9347$ ,  $p < 0.001$  y  $B_{(NO\_Profesores=0.5)} = 0.8141$ ,  $p < 0.001$ , lo que revela que en ambos casos hay una influencia de la buena calidad del diseño técnico hacia la buena calidad pedagógica, pero esto ya era conocido con la prueba de correlación de Pearson.

**Cuadro 6.1** Matriz de procedimiento del análisis de moderación con Process

```
Run MATRIX procedure:
***** PROCESS Procedure for SPSS Release 2.15 *****
Written by Andrew F. Hayes, Ph.D. www.afhayes.com
Documentation available in Hayes (2013). www.guilford.com/p/hayes3
*****
Model = 1
Y = Ca_Ped
X = Ca_Tec
M = Profesor

Sample size
56

*****
Outcome: Ca_Ped

Model Summary
R    R-sq    MSE    F    df1    df2    p
.8698 .7565    .0750 53.8478 3.0000 52.0000 .0000

Model
coeff    se    t    p    LLCI    ULCI
```

```

constant .3986 .3334 1.1956 .2373 -.2704 1.0677
Profesor .5267 .6668 .7899 .4332 -.8114 1.8648
Ca_Tec .8744 .0848 10.3124 .0000 .7042 1.0445
int_1 -.1206 .1696 -.7113 .4801 -.4609 .2197

Product terms key:
int_1 Ca_Tec X Profesor
R-square increase due to interaction(s):
      R2-chng   F    df1   df2    p
int_1  .0024   .5060  1.0000 52.0000 .4801

*****

Conditional effect of X on Y at values of the moderator(s):
Profesor Effect se t p LLCI ULCI
-.5000 .9347 .0815 11.4708 .0000 .7712 1.0982
.5000 .8141 .1487 5.4739 .0000 .5156 1.1125

Values for quantitative moderators are the mean and plus/minus one SD from mean.
Values for dichotomous moderators are the two values of the moderator.

***** ANALYSIS NOTES AND WARNINGS *****
Level of confidence for all confidence intervals in output:
95.00
NOTE: The Johnson-Neyman method cannot be used with a dichotomous moderator
----- END MATRIX -----
    
```

El gráfico presentado en la Figura 6.34 muestra el efecto condicional entre las variables independiente y dependiente. Como se trata de variables cuantitativas, el programa las convierte en variables en tricotómicas, considerando el criterio de  $\pm 1$  desviación estándar respecto a la media y las categoriza, por ejemplo, en términos de regular, alta y muy alta calidad (valores asignados con los criterios del instrumento).

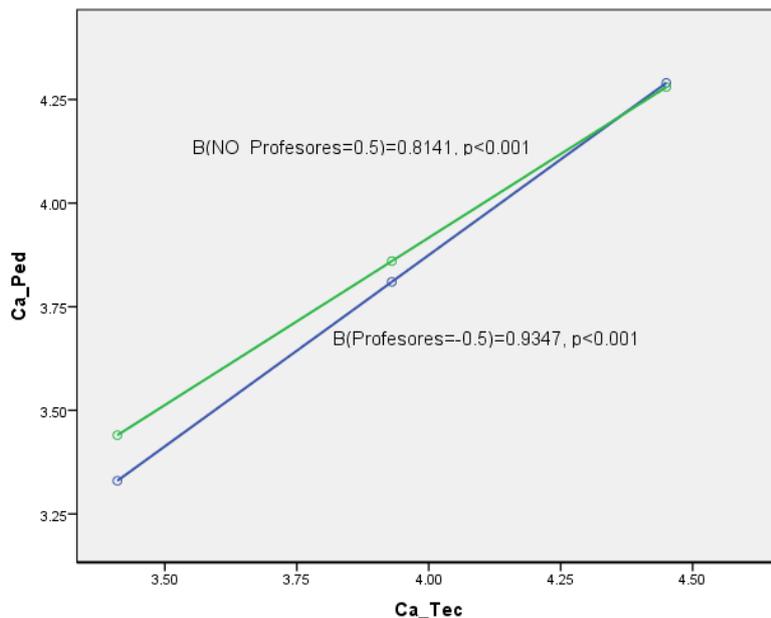
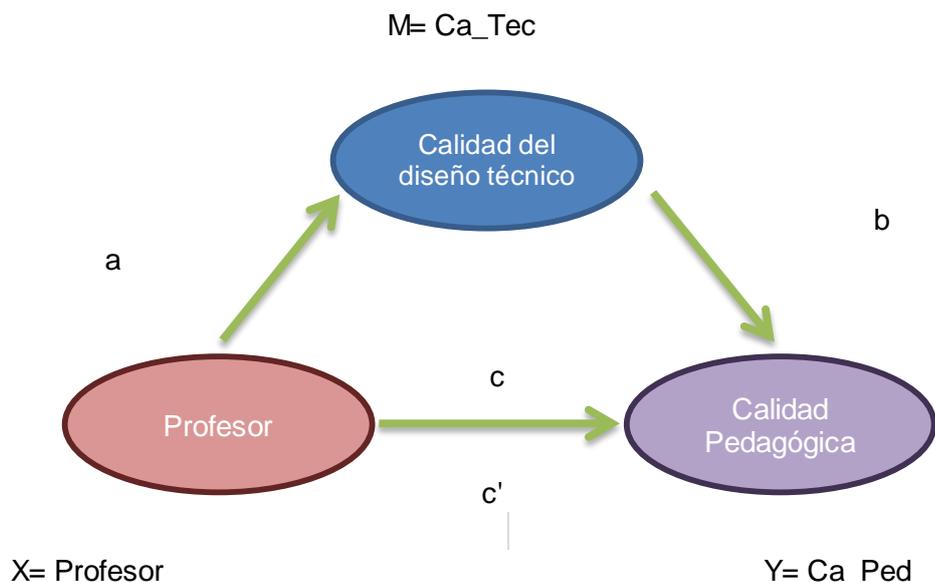


Figura 6.34 Visualización del efecto condicional de X sobre Y

Tanto el análisis efectuado con *Process* como el gráfico confirman el rechazo de la hipótesis planteada, que únicamente los que no eran profesores, si evaluaban la calidad del diseño técnico como buena, también lo harían con la calidad pedagógica, pues este efecto condicional se ve en las dos variables. De lo anterior se concluyen que, no importa si los sujetos tenían experiencia docente o no, evaluaron de la misma manera. Este análisis solo confirmó lo que ya se conocía, que existe una correlación entre las variables, pero no se puede determinar la causalidad entre ellas. Lo único que se demuestra es que ambos grupos cuando valoraban bien la calidad técnica, valoraban bien la calidad pedagógica, pero no demuestra la causalidad.

**b) Análisis de mediación**

De acuerdo con los resultados del análisis anterior, no influye la experiencia docente en la relación que existe entre las variables calidad del diseño técnico y calidad pedagógica. Por lo que se espera que en este análisis de mediación, tampoco exista evidencia estadísticamente significativa de la influencia del diseño técnico sobre la calidad pedagógica en los expertos que no tienen experiencia docente. Para probar esto, se partió del supuesto de que era posible, que aquellos sujetos que no eran profesores, por tener poca experiencia docente, serían menos estrictos y evaluaría a los OA como atractivos y funcionales, es decir de alta calidad en cuanto a su diseño técnico, lo que llevaría a valorar positivamente la calidad pedagógica. De este modo, se planteó la hipótesis mediacional H1: **Si el evaluador no es profesor, provocará que considere al OA de alta calidad en cuanto a su diseño técnico, lo que incitará a evaluar al OA como de alta calidad pedagógica.** La Figura 6.35 presenta el diagrama conceptual de la hipótesis.



**Figura 6.35** Diagrama conceptual y estadístico 4 de mediación simple  
Fuente: (Hayes, 2015, p. 6)

Para la realización de los cálculos se utilizó el macro de Process a través de SPSS. EL Cuadro 6.2 muestra los resultados de los efectos totales, directos e indirectos. Para realizar el contraste para probar la hipótesis planteada, se utiliza la técnica de *Bootstrapping*, el cual considera que un efecto indirecto es estadísticamente significativo, si en su intervalo de confianza no se incluye el cero. Si se observa un cambio de signo en los extremos del intervalo o uno de ellos es cero, no se puede rechazar la hipótesis nula, que asume que el efecto indirecto es cero, o dicho en otras palabras, que no existe asociación entre las variables involucradas (Hayes, 2013).

**Cuadro 6.2** Matriz de procedimiento del análisis de mediación con Process

```

Run MATRIX procedure:
*****PROCESS Procedure for SPSS Release 2.15 *****
                Written by Andrew F. Hayes, Ph.D.   www.afhayes.com
                Documentation available in Hayes (2013). www.guilford.com/p/hayes3
*****
Model = 4
  Y = Ca_Ped
  X = Profesor
  M = Ca_Tec
Sample size
  56
*****

Outcome: Ca_Tec
Model Summary
  R    R-sq    MSE    F    df1    df2    p
.0557 .0031    .2719   .1678  1.0000  54.0000  .6837

Model
  coeff    se    t    p    LLCI    ULCI
constant 3.9523  .0881  44.8402  .0000  3.7756  4.1290
Profesor -.0590  .1439  -.4096  .6837  -.3475  .2296
*****

Outcome: Ca_Ped
Model Summary
  R    R-sq    MSE    F    df1    df2    p
.8684 .7541    .0743  81.2764  2.0000  53.0000  .0000

Model
  coeff    se    t    p    LLCI    ULCI
constant .2453  .2849  .8613  .3930  -.3260  .8167
Ca_Tec   .9068  .0711  12.7496  .0000  .7642  1.0495
Profesor .0555  .0753  .7361  .4649  -.0957  .2066
***** TOTAL EFFECT MODEL *****

Outcome: Ca_Ped
Model Summary
  R    R-sq    MSE    F    df1    df2    p
.0018 .0000    .2965   .0002  1.0000  54.0000  .9894

Model

```



La correlación demostrada en los análisis de moderación y mediación ya se había comprobado con el coeficiente de correlación de Pearson. La falta de evidencia estadística para probar las hipótesis presentadas refleja un resultado favorable para la investigación, pues demuestran que los expertos tenían la mismas capacidades y formas para evaluar, independientemente de su experiencia docente; y que no existe asociación entre las variables involucradas.

Este resultado confirma lo observado en las pruebas de comparación de las medias realizado en el apartado anterior. Si los OA están valorados positivamente, en ambas dimensiones, se atribuye a que fueron construidos de manera correcta, y no a casualidades.

Aparentemente las variables están relacionadas, pero puede que no sea así, es decir, se puede tener una correlación espuria. Se ha encontrado una correlación entre las dos variables, esto solo significa que ambas comparten información, que comparten variabilidad. Para determinar la fuente de la variabilidad existen diferentes procedimientos, mediante los cuales es posible determinar la causa de ellas. Para esto se requeriría de una investigación en un nivel explicativo y de tipo correlacional, y así saber cómo y por qué las variables están supuestamente correlacionadas. Esto es lo que hacen los estudios exploratorios, crear situaciones que lleven a las preguntas de los diseños experimentales.

Además de este análisis estadístico, es importante conocer otros aspectos que describan más acerca de las mejoras que podrían ser realizadas y que no han identificadas a través del instrumento. A continuación se presenta una síntesis de las preguntas discutidas durante la presentación del seminario. Estas proporcionan información puntual acerca de la experiencia que los evaluadores tuvieron con el uso del OA.

#### **6.4 Síntesis y análisis de la opinión de los expertos**

Como parte de la estrategia de evaluación se impartió un seminario, cuyo propósito era dar a conocer el proyecto, mostrar la propuesta educativa y conocer la opinión de los evaluadores en ciertos aspectos. Al finalizar la exploración de los OA se entregaron unas preguntas que resultaron de interés para conocer la opinión de los evaluadores en algunos asuntos específicos. Esto con el propósito de identificar mejoras que no hubieran sido identificadas con el instrumento. Así como conocer las cualidades que tienen estos OA como recursos educativos innovadores

A continuación se presenta una síntesis de las contribuciones de los 16 sujetos que participaron de esta fase del seminario. Cabe mencionar que se han respetado las citas textuales con su ubicación, estas pueden ser consultadas en el apéndice E. Para esta

actividad los participantes se organizaron en equipos y se asignó un OA con el objetivo de explorarlo y evaluarlo: OA\_1 tres evaluadores (E1:OA1, E2:OA1, E3:OA1), OA\_2 tres evaluadores (E1:OA2, E2:OA2, E3:OA2, E4:OA2), OA\_3 dos evaluadores (E1:OA3, E2:OA3), OA\_4 dos evaluadores (E1:OA4, E2:OA4), OA\_5 dos evaluadores (E1:OA5, E2:OA5), OA\_6 tres evaluadores (E1:OA6, E2:OA6, E3:OA6).

Estos OA han sido diseñados bajo DI en el que cada uno de los elementos están integrados de una manera coherente, donde todos están orientados al cumplimiento de los objetivos de aprendizaje y la construcción de modelos mentales que representen los contenidos mostrados en los OA.

*-“Porque naquele momento ele vê a teoria e vai abstrair, vai falar e vai tentar entender alguma coisa; vai ver, criar as imagens e a partir dali ele vai escrever a conclusão a respeito daquilo. Então acredito que vai incentivar os modelos mentais” (E1:OA5 In115-118)<sup>2</sup>.*

*- Os objetos de aprendizagem são extremamente coerentes. As imagens que ilustram situações cotidianas são as que mais são armazenadas mentalmente, pois apesar dos gráficos em 3D serem atrativos, os exemplos práticos ilustrativos fixam melhor (E1:OA6).<sup>3</sup>*

En base a la teoría presentada, se esperaba que las imágenes, gráficos e ilustraciones fueran considerados como importantes para la construcción de los modelos mentales, pues su alto contenido analógico proporciona información específica que ayuda a la comprensión de los conceptos abstractos como los vectores.

*“as associadas às imagens, eles conseguem visualizar melhor, porque quer queira quer não vetores é um assunto muito imaginário, principalmente no campo da física, você vai associar o vetor elétrico com coisas que você não está vendo. Então quando você coloca a imagem, ele consegue absorver melhor o conhecimento” (E1:OA2)<sup>4</sup>.*

Si los OA solo presentaran información proposicional como definiciones teóricas, enunciados que presentan problemas y una serie de ejercicios resueltos, aunque tuvieran ilustraciones de esto, no serían considerados como recursos innovadores, pues

---

<sup>2</sup> Porque en aquel momento él (alumno) ve la teoría y la abstraer. Va a hablar e intentará entender alguna cosa; va a ver, crear las imágenes, y a partir de esto, va a escribir una conclusión respecto de aquello. Así que creo que va a incentivar los modelos mentales

<sup>3</sup> Los objetos de aprendizaje son extremadamente coherentes. Las imágenes que ilustran situaciones cotidianas, son las que más se almacenan mentalmente, pues, a pesar de que las gráficas en 3D son atractivas, los ejemplos prácticos ilustrativos fijan mejor.

<sup>4</sup> Las asociadas a las imágenes, consiguen visualizarse mejor, porque quiera o no, el tema de vectores es muy imaginativo. Principalmente en el campo de la física, usted va a asociar el vector eléctrico con cosas que usted no las ve. Así que cuando usted coloca la imagen, se consigue absorber mejor el conocimiento.

simplemente se estaría cambiado el formato de la presentación de contenidos, de los libros y la pizarra, al ordenador. Uno de los evaluadores indicó que para él, estos OA no eran mejores que los métodos tradicionales, *“não está passando da lousa branca, eu estou vendo que tem as informações que poderiam ser anotadas na lousa branca pelo professor, e tem o desenho.”*<sup>5</sup> (E1:OA3)

Esto no es un pensamiento errado, solo que no se considera que pueda aplicar a estos OA. Por ejemplo, las RG construidas con GeoGebra ofrecen la posibilidad de que las interpretaciones geométricas puedan ser manipuladas. A través de estos recursos se pueden reconfigurar instantáneamente los gráficos agregando, quitando o modificando información. Esto establece una relación directa entre los contenidos matemáticos y sus interpretaciones gráficas. Hecho que no puede realizarse en la pizarra, pues modificar una configuración representa prácticamente construirla de nuevo. Además a través del movimiento de las figuras en 3D el estudiante puede tener una mejor apreciación de los vectores en el espacio.

*“a través dos movimentos que ele pode proporcionar das situações que o próprio estudante pode estar colocando dentro dos gráficos, nós achamos que ele tem um bom potencial para a construção dos modelos mentais”*<sup>6</sup>.(E1:OA1)

*“Os valores para mim o gráfico tem movimento eu achei interessante mostrar o movimento do gráfico, porque quando um professor faz um gráfico fica aquela coisa tentando imaginar aquela coisa; e o desenho não fica tão claro aquilo você vai movimentando, você fica imaginando”*<sup>7</sup>.(E2:OA2).

Mostrar definiciones que puedan ser modeladas con imágenes manipulables, o sea, las RG con GeoGebra, ayudan al desarrollo del **proceso discursivo teórico**. Este es el de mayor nivel de conocimiento y dominio de la geometría (Duval R. , 1998). Los evaluadores sin conocer este concepto, han mostrado una opinión a favor de esto, incluso, califican a las construcciones con GeoGebra como los recursos que más aportaban al cumplimiento de los objetivos, es decir, el elemento más potencial para construir los modelos mentales que representen los contenidos de los OA.

---

<sup>5</sup> No se está pasando de la pizarra. Yo estoy viendo que está la información con un gráfico que podrían estar apuntadas en el pizarrón por el profesor.

<sup>6</sup>A través de los movimientos (de la construcciones GeoGebra), se pueden proporcionar situaciones en las que el propio estudiante puede colocarlas dentro de las gráficas. Nosotros creemos que este elemento tiene un buen potencial para la construcción de los modelos mentales.

<sup>7</sup> Para mí, los valores que hay en la gráfica tienen movimiento. Me parece interesante exhibir el movimiento de la gráfica, porque cuando un profesor hace una gráfica nos quedamos intentando imaginarla; y el dibujo no queda tan claro, con el otro (construcción con GeoGebra) vas moviéndolo y creando.

*“todo aquele esquema dele no GeoGebra possibilita sim ao aluno ter uma melhor visualização na interpretação, do que só tivesse só a parte teórica”<sup>8</sup>.(E2:OA3)*

*“O mais potencial é a imagem GeoGebra, consegui relacionar fórmula implementação do exercício possibilitando resolver corretamente os cálculos”<sup>9</sup> (E1:OA3 cuestionario)*

Estas construcciones con GeoGebra están diseñadas para mostrar gráficamente los conceptos, pero también pueden ser utilizadas para resolver problemas de manera deductiva. Una opción para implementar esto podría ser: *“na avaliação, ter algum espaço lá, que ele pudesse ele mesmo desenhar ou atribuir valores, e fosse automaticamente observando ou você poderia adicionar outra pergunta para ele responder”<sup>10</sup>* (E2:OA6).

Se ha mencionado que los elementos colocados en los OA ayudan a formar modelos mentales que representan cierto estado de cosas, en este caso, de conceptos, operaciones, y aplicaciones de vectores. En el capítulo anterior se presentó una propuesta de la tipificación de modelos mentales en el aprendizaje de las matemáticas. Estos engloban de manera general modelos que representan cuestiones teóricas y de resolución de problemas. Durante el análisis de esta propuesta se observó que no todos los OA tienen la misma capacidad para generar TODOS los diferentes tipos de modelos mentales sugeridos. Esto es debido a que hay algunos OA que pueden ser considerados como más “teóricos”, con poca aplicabilidad a un contexto, y/o demandan pocos o sencillos cálculos operacionales.

Por ejemplo, el OA\_1 muestra contenidos teóricos de la definición del concepto de vector y de sus componentes, también contiene ejemplos y ejercicios de problemas de aplicación, en los que para su resolución es necesario utilizar fórmulas y cálculos matemáticos, consecuentemente ayuda a formar modelos mentales ideal y operacional.

*“Em relação aos modelos mentais que podem ser construídos nos acreditamos que as informações contidas podem construir tanto modelos teóricos, porque ele traz a teoria de forma explicativa como os operacionais porque ele também traz de acordo quando for preciso usar um calculo ele traz um passo:a:passo de como é feito este processo”<sup>11</sup>.(E1:OA1)*

<sup>8</sup> Todo el esquema de esto en GeoGebra sí possibilita al alumno tener una mejor visualización en la interpretación, pero, solamente en la parte teórica.

<sup>9</sup> El más potencial es la imagen GeoGebra, conseguir relacionar la fórmula con la implementación del ejercicio, possibilita resolver correctamente los cálculos.

<sup>10</sup> En la evaluación, debería haber algún espacio que permitiera a él (el alumno) mismo dibujar o atribuir valores, e automáticamente fuera observando. O que pudiera agregar otra pregunta para que ser respondida.

<sup>11</sup> En relación a los modelos mentales que pueden ser construidos, nosotros creemos que la información presente puede construir tanto modelos teóricos, porque presenta la teoría de manera explicativa, como operacionales porque también presenta la necesidad del uso de un cálculo, un

El OA\_5 también puede considerarse que promueve la construcción de los dos tipos de modelos mentales “*a gente constou de acordo com o texto que você entregou pra gente aqui, dos modelos mentais de dupla e operacional*”<sup>12</sup> (E2:OA5). Asimismo el OA\_4, que aunque presente conceptos muy teóricos que contribuyen al modelo ideal, “*quando o aluno (...) usa as definições, os exemplos, a avaliação... eu acho que ele cria aquele ambiente sim, de ele ter a parte teórica*” (E2:OA4), sus ejemplos y ejercicios contienen cálculos matemáticos con matrices, y aporta para la construcción de modelos mentales operacionales “*pela teoria aplicada a gente consegue observar que nós vemos aqui o modelo operacional que você consegue fazer os esquemas direitinhos*”<sup>13</sup> (E1:OA4)

El OA\_3 enseña el tema de operaciones con vectores. Su definición es muy básica y simple, no muestra conceptos teóricos muy avanzados, pero, si utiliza varias operaciones matemáticas para la resolución de los problemas de aplicación en la sección de ejemplos y de autoevaluación. Por tal motivo, este objeto podría apoyar más a la construcción de modelos operacionales y relacionales “*os modelos mentais que visualizamos foram o relacional e o operacional*” (E1:OA3).

Para el OA\_6, el E1:OA6 mencionó que “*o foco fica nos modelos operacionais, porque eu não sei se as imagens ou as ilustrações, eles vão talvez desvirtuar um pouco a teoria, eu acho que eles vão chamar mas a atenção e evidenciar os operacionais*”<sup>14</sup>. No se está completamente de acuerdo con esta aportación. Pues ha sido diseñado para formar los dos tipos de modelos mentales, pues presenta definiciones de alto nivel matemático con sus respectivas interpretaciones gráficas y ejemplos y ejercicios para la resolución de problemas.

Por otro lado, el OA\_2 muestra en los contenidos cuestiones teóricas que tienen poca contextualización, sus definiciones e interpretaciones más bien son utilizadas para comprender otros conceptos, o forman los contenidos preliminares para otros OA. Por lo que este OA podría ayudar a generar modelos mas teóricos, “*porque vejo pouca coisa da operação, é você pegar e fazer... Eu acho que é muito bom para construir modelo mental ideal*” (E1:OA5 hablando del OA\_2).

Como se puede apreciar, de acuerdo con la opinión de los evaluadores, los OA pueden ayudar a generar distintos tipos modelos mentales, pero, ¿cómo sustraer esos

---

paso a paso de como se hace aquel proceso.

<sup>12</sup> Nosotros constatamos, de acuerdo con el texto que nos entregaste, que forman dos modelos mentales el dual y el operacional

<sup>13</sup> Por la teoría aplicada conseguimos observar aquí que forma el modelo operacional que posibilita hacer los esquemas.

<sup>14</sup> Están direccionados hacia los modelos operacionales, porque yo no se si las imágenes o las ilustraciones van quizá a devaluar la teoría, yo creo que el OA va provocar mas la atención a evidenciar los operacionales.

modelos mentales de los estudiantes? En el capítulo anterior se ha propuesto una prueba escrita, cuyo propósito es “extraer” e identificar los tipos de modelos generados una vez utilizada esta propuesta. Pero ¿qué opinan los evaluadores del uso de este instrumento? Los expertos manifestaron que las pruebas escritas propuestas de cada OA serían útiles para la investigación de los modelos mentales de los estudiantes, “Os elementos apresentados contribuem para a tipificação dos modelos mentais, uma vez que as informações são necessárias para orientar os alunos na construção dos modelos<sup>15</sup>”.(OA\_3 respuesta del cuestionario). También indicaron que las pruebas son adecuadas porque están relacionadas como los objetivos de los OA. Pues mencionan que “São adequados! devido a coerência dos objetos de aprendizagem e a falta de propriedade do assunto, apenas endosso o papel do mediador entre o programa e o aluno<sup>16</sup>” OA6\_1.

Además de considerar a la prueba escrita como un instrumento adecuado, señalaron algunas consideraciones para mejorar la efectividad de su uso, como aplicar el instrumento en el momento más conveniente, es decir, dejar pasar cierto tiempo después de que el estudiante ha utilizado el OA. De esta manera, se podrá tener una mejor apreciación de lo realmente ha aprendido, y descartar la posibilidad de que solo fue algún modelo que construyó de momento pero no le fue representativo y lo ha olvidado.

*“o aluno acabou de ter o contato com o GeoGebra e todas as informações, e de repente ele é colocado diante destes problemas desse teste. Ele responde rapidinho, ele acabou de ver aquilo ali e agente pergunta se será se isso aqui não é um teste para digamos assim, comparando o computador para a memória RAM. Se este mesmo teste fosse visto amanhã. O aluno teve contato hoje e só viu esse teste amanhã<sup>17</sup>.”(E1:OA1)*

Durante el análisis de este capítulo se ha observado un punto recurrente. Se trata de que los evaluadores constantemente sugieren la cuestión de contextualizar los contenidos. Este asunto también fue señalado para las pruebas escritas,

*“apesar de ser bom e bem construído, ele precisa de algo mais, porque ...vai pedir do aluno uma reprodução do que ele viu, não esta desafiando o aluno a fazer conexões com o que ele acabou de ver e outras coisas;... é uma questão de réplica de reprodução, ele viu, ele lembra, ele responde. Então talvez alguma coisa que*

<sup>15</sup> Los elementos presentados contribuyen para la tipificación de los modelos mentales, una vez que las informaciones son necesarias para orientar los estudiantes en la construcción de los modelos.

<sup>16</sup> Son adecuados! Debido a la coherencia de los objetos de aprendizaje y la alta de propiedad del tema, solamente refuerzo el papel del mediador entre el programa y el estudiante.

<sup>17</sup> El estudiante justo obtuvo el contacto con GeoGebra y toda la información, y de repente se pone delante de los problemas de las pruebas escritas. Él responde rápido, pues justo vio los temas, y nos cuestionamos, si será que esto realmente dará la información que se busca, por ejemplo, que si se compara la memoria RAM de una computadora. Si la misma prueba fuese vista al día siguiente. Es decir, el estudiante tuvo contacto hoy, y ¿podría resolverlo al día siguiente?

*desafie ele a utilizar aquilo em outras situações possa ajudar o professor a identificar que tipos de modelos mentais ele tem que construir<sup>18</sup>* (E2:OA5).

Como ya se mencionó anteriormente, debido a las características de cada OA, estos pueden ayudar a construir diferentes tipos de modelos mentales, pero, para considerar al objetivo de aprendizaje alcanzado, los estudiantes deben haber formado los mínimos requeridos mencionados en la guía de la prueba de evaluación. Otra aportación importante de los evaluadores fue que, además de la prueba escrita, la observación del mediador es un buen indicador del desempeño y del aprendizaje del estudiante, *pues “ele tem a capacidade de perceber os resultados dos alunos, ele vê quanto pode encaminar<sup>19</sup>”* (E1:OA6), y determinar si la evolución en el aprendizaje del estudiante es favorable.

Por lo tanto, algunos aspectos que deben ser considerados en las evaluaciones es no mecanizar y diversificar las preguntas, por ejemplo, colocar en el instrumento algunas cuestiones en sentido inverso, que en lugar de pedir representar un vector con un gráfico, colocar el grafico para que el estudiante identifique el vector y sus componentes. También es importante contextualizar, utilizar en medida de lo posible ejercicios que provoquen significado en los estudiantes. Y adecuar el tiempo, aplicar las pruebas en el momento preciso y complementar con una evaluación formativa que realice el profesor.

Una de las principales aportaciones hechas por los evaluadores fue la cuestión de contextualizar los contenidos. Este punto ha sido uno de los que ha representado el mayor reto, pues como se mencionó anteriormente hay OA que se “prestan” más para contextualizarlos en diferentes áreas. Aunque probablemente no se den aplicaciones en la “vida cotidiana” como tal, pero si se considerará presentar diversidad de ejemplos y problemas. O en su defecto, mencionar que serán importantes para conceptos futuros que si tienen una aplicación más tangible.

Hasta el momento, esta propuesta didáctica solo ha sido diseñada para sistemas de formación presencial, por lo que la participación de un facilitador es indispensable en la ejecución de la propuesta, está planeada para que el profesor la utilice como una herramienta didáctica dentro del salón de clases. De esta manera, él puede ir modificando las estrategias, el tiempo, los productos, entre otras cosas, conforme vaya identificando ciertas necesidades para adaptarse y conseguir los objetivos de aprendizaje. Sin embargo, con algunas adaptaciones, como agregar más video tutoriales, proporcionar más

---

<sup>18</sup> A pesar de ser bueno y bien construido (prueba escrita), hace falta algo más, porque... pedirá del estudiante una reproducción de lo que vio, no lo está retando a hacer conexiones con lo que justo aprendió... es una cuestión de réplica de reproducción, conoció, lo recuerda y contesta. Entonces quizá se pudiera agregar algo que motive a utilizar aquellos contenidos en otras situaciones que pueda ayudar al profesor a identificar cuales tipos de modelos mentales han de construir.

<sup>19</sup> Tiene la capacidad de percibir los resultados de los alumnos, y de lo que puede mejorar.

retroalimentación y agregar fuentes bibliográficas, el OA podría promover el aprendizaje autónomo y ser utilizado en la modalidad a distancia.

*“um manual, ate o mesmo vídeo aula, como explicar como funciona o site, essa ai futuramente possa ser que vinha não precisar de um mediador, e possa ser que o aluno possa aprender sozinho, o aluno chega lá lendo a traves de maiores especificações, como vídeo aula, material design,..., ai sim eu acho que tal vez dispense ao mediador<sup>20</sup>”*(E3:OA6)

La propuesta didáctica está orientada para estudiantes de grado. Sin embargo, los sujetos mencionaron que podría ser utilizado para bachillerato si se agregaran algunos elementos lúdicos *“porque é interessante ficar mexendo. E ai no final um joguinho para o entendimento<sup>21</sup>”* (E1:OA1) *“pra levar para o ensino básico esta faltando um pouco de ludicidade, porque esta muito teórico<sup>22</sup>”* (E3:OA6). Incluso se pueden agregar aplicaciones de los contenidos más específicas de un curso. Estos dos últimos puntos son importantes, pues se habla de que con adecuaciones menores pueden ser llevados a diferentes contextos. Esta característica de usabilidad es de las más importantes para los OA.

Otra consideración importante es que, se deben hacer revisiones de la traducción, buscar nomenclaturas que sean usadas comúnmente o conocidas, *“existe um caso com essa nomenclatura como se falou intercorrente, para nós é equivalente, talvez a nomenclatura possa atrapalhar um pouco em ligar uma coisa com a outra<sup>23</sup>”* (E1:OA5), para no causar confusión. También se debe de revisar toda la información presentada *“o aluno vai confiar muito talvez perca a credibilidade do objeto de aprendizagem, se tiver um errinho que seja vai perder a credibilidade<sup>24</sup>”* (E3:OA1).

Cuando los sujetos examinaron el OA, hubo ciertos inconvenientes a la hora de ejecutar los recursos como los videos, *“não abria a gente foi para o próximo. Ficou rodando, rodando, carregando a página, ai a gente pulou<sup>25</sup>”* (E2:OA5). También las aplicaciones con GeoGebra presentaron problemas, pues era necessário tener el Java instalado y actualizado. *“A gente não conseguir abrir o GeoGebra, porque o Java está com*

<sup>20</sup> Un manual, incluso el video tutorial, para explicar cómo funciona la página Web, esto futuramente puede ser que venga a no necesitar de un mediador, y puede que el alumno aprenda de manera autónoma. Que lee a través de otros recursos, como video tutorial, materiales design... entonces sí, creo que quizá se dispense al mediador.

<sup>21</sup> Porque es interesante manipularlo. Y al final poner un juego para el entretenimiento y aprendizaje.

<sup>22</sup> Para usarlo en las clases de preparatoria falta un poco de ludicidad, porque es muy teórico.

<sup>23</sup> Hay un caso con una nomenclatura se menciona “equivalente”, para nosotros es equivalente, quizá la nomenclatura pueda estorbar un poco en asociar una cosa con la otra.

<sup>24</sup> El alumno va a confiar mucho y quizá pierda la credibilidad del objeto de aprendizaje si hay algún error.

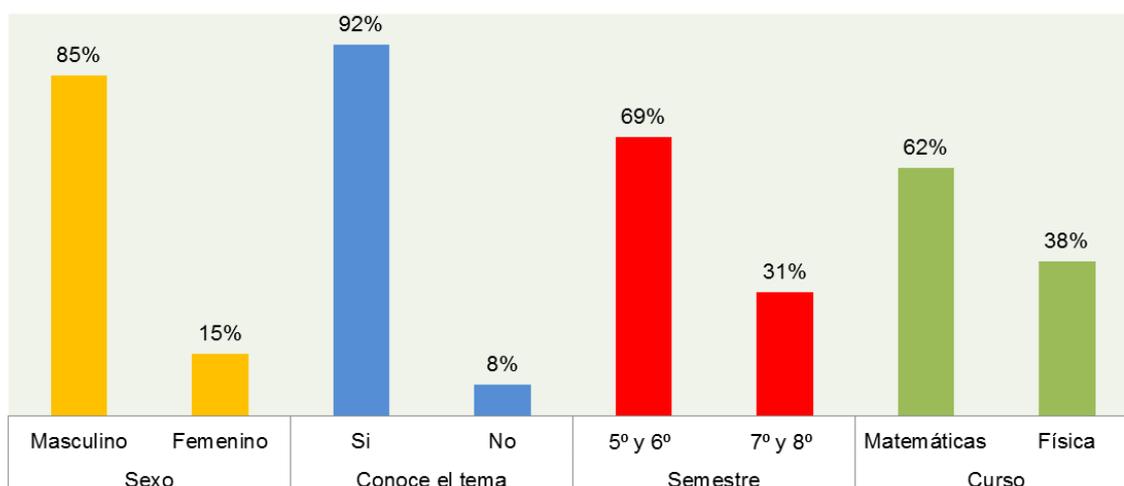
<sup>25</sup> No se cargó, seguimos al otro. Quedó cargándose, cargándose, cargándose, así que lo saltamos.

*um probleminha*<sup>26</sup> (E2:OA5). Una posible solución sería distribuir los OA off-line, descargar y colgar los vídeos, pero esto los haría pesados y dificultaría su distribución y reutilización. Además, las construcciones con GeoGebra solo es posible visualizarlas on-line.

Finalmente, otro aspecto importante a considerar, es colocar diversidad en los ejemplos y las actividades, de este modo, el estudiante podrá comprender diferentes situaciones o procesos en los que pueda utilizar lo aprendido, *“um pouco mais de exercícios porque era para que ele se aprofundasse um pouco mais para fixação do conteúdo”* (E1:OA4). Y colocar *“exemplificações que trazem as ilustrações, elas poderiam ter uma diferenciação em graus de dificuldade, em níveis”* de esta manera el estudiante identificaría la evolución que ha tenido.

### 6.5 Resultados de la aplicación piloto de los OA

Finalmente los OA fueron aplicados a 13 estudiantes de grado de Física y Matemáticas de la UEPB. Esto consistió, en primer lugar, en una actividad de evaluación con un pre-test y un post-test (con las pruebas escritas presentadas en el apartado 5.4.2.) y en segundo lugar, se aplicó una encuesta de satisfacción. El propósito principal de esta aplicación piloto fue conocer cómo sería la experiencia de los estudiantes al utilizar esta propuesta, y detectar aspectos que pudieran ser mejorados y que no hubieran sido identificados con la valoración de los expertos. Así como tener una idea inicial acerca de si el recurso ayudará a mejorar el aprendizaje de los temas para los cuales los OA fueron creados. Además, se quería conocer si las pruebas escritas son explícitas y entendibles, y si son adecuadas para extraer, identificar y tipificar los modelos mentales generados por los estudiantes. La Figura 6.37 muestra la distribución de las variables de la caracterización de la muestra.



**Figura 6.37** Distribución las variables de la caracterización de la muestra

<sup>26</sup> No conseguimos abrir al GeoGebra, porque el Java está con problema.

A través de estos resultados se pretende analizar la dimensión del **Potencial educativo como herramienta didáctica** de los OA, que se refiere a la efectividad educativa que estos pudieran tener al ser aplicados en estudiantes. Específicamente, desde la propuesta del DI de estos recursos, se quiere conocer si el uso de esta propuesta ayuda a crear modelos mentales que representen el tema de vectores y sus aplicaciones. De esta manera, el objetivo de este análisis es observar cómo a través del uso de los OA, y especialmente de las RG construidas con GeoGebra, los estudiantes experimentan o cumplen el MI a través de procesos cognitivos de visualización y razonamiento hasta construir un modelo mental.

El proceso de razonamiento es la capacidad que tienen los sujetos para utilizar el lenguaje natural y matemático para definir los conceptos y resolver problemas. Además, una de las estrategias más utilizadas para extraer la información de las mentes de los sujetos es utilizar protocolos verbales. Por estos motivos, la estrategia utilizada para la recolección de la información fue una prueba escrita con preguntas abiertas, en la que se solicitó definir los conceptos junto con una GR, así como, realizar un ejercicio de aplicación.

A manera de ejemplo se presenta el análisis de tres casos de pruebas escritas, correspondientes a los primeros tres temas. Como se verá a continuación, las evidencias parecen indicar que los estudiantes experimentaron el MI, y que como producto final, lograron formar modelos mentales de los temas tratados. Pero, no solo se trata de definir si han construido o no un modelo mental, sino de identificar si este es adecuado, pues al haber utilizado esta herramienta, debió haber construido algo en su mente, lo que también es un modelo mental, pero no necesariamente representa de manera correcta los conceptos que estudiaron. Por lo que, una vez que fueron comparados el pre y el post test, se hizo una clasificación del tipo de modelo mental exteriorizado en el post test, siguiendo la tabla 6.5 presentada en el apartado 5.4.2

**Tabla 6.5** Combinaciones para la identificación de los tipos de modelos mentales generados por los estudiantes

Tipo de modelo mental	Combinación
<b>Cuestiones teóricas</b>	
Sin modelo mental	NN, NP,PN
Modelo mental estructural	SN,
Modelo mental dual	SP ,PP
Modelo discursivo	NS, PS
Modelo mental ideal	SS
<b>Resolución de problemas de aplicación</b>	
Sin modelo mental	NNN
Modelo mental de representación	SNN
Modelo mental relacional	N,S,N; S,S,N
Modelo mental operacional	N,S,S; S,S,S

En este primer caso, referente a la definición de vector geométrico, se aplicó el instrumento presentado en el cuadro 6.3. En este se puede apreciar que es una pregunta abierta en la que se quiere profundizar en lo que ha comprendido el estudiante, desde los puntos de vista teórico y práctico. Este sujeto (E1), de sexo masculino, es estudiante del tercer año del grado de matemáticas.

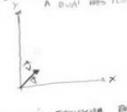
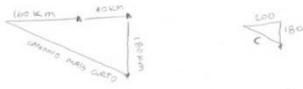
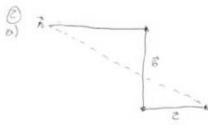
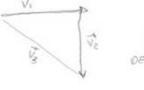
**Cuadro 6.3** Prueba escrita para el OA\_1

<p>1) Responde la pregunta considerando los siguientes puntos:</p> <p>a) Redacta con tus propias palabras todo lo que recuerde.</p> <p>b) Realiza un dibujo o un diagrama que ilustre tu definición.</p> <p>c) Redacta un ejemplo en el que pueda ser aplicado un vector.</p> <p>¿Qué es un vector y cuáles son sus componentes?</p>
<p>2) Resuelve el siguiente problema considerando los siguientes puntos:</p> <p>a) Realiza un dibujo que ilustre el problema.</p> <p>b) Coloca tus procedimientos completos y ordenados.</p> <p>c) Recuerda las fórmulas para calcular la magnitud de un vector <math> \vec{v}  = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}</math> y la velocidad <math>V = \frac{D}{T}</math>.</p> <p>Un automóvil viaja a una velocidad constante de 80 Km/h hacia el norte después de 2 hrs. cambia la dirección hacia el Oeste y viaja a una velocidad de 90km/h por 3hrs. Al día siguiente recorre una distancia de 60km al norte ¿Cuánto tiempo le tomará regresar al origen si decide tomar el camino más corto a una velocidad de 100km/h?</p>

Tras el primer análisis de las pruebas realizadas (Tabla 6.6) en los dos momentos se observó lo siguiente:

- En la definición de lo que es un vector y cuáles son sus componentes, en la primera prueba el estudiante limita la definición a un vector en el plano y no coloca la componente de magnitud de un vector. En cuanto en la segunda prueba, la definición es más clara y con un lenguaje matemático de mayor nivel, además, agrega que el origen puede ser en cualquier punto del plano y no limita la definición al plano.
- Las GR son correctas en ambas pruebas, solo que hay una diferencia importante, que el estudiante comprende que un vector puede iniciar en cualquier punto del plano y no exclusivamente en el origen.
- En el desarrollo del problema de aplicación, las GR son correctas en ambos casos, sin embargo en el pre-test los cálculos son incorrectos, pues no suma correctamente la distancia que recorre el carro.
- Finalmente, el estudiante redactó el mismo problema de aplicación. El da un ejemplo de cantidad de movimiento.

Tabla 6.6 Aplicación de la prueba escrita correspondiente al OA\_1

Pre-test	Pos-Test
<p>1) a) DEFINO COMO UN PAR ORDENADO EL CUAL POSEE SENTIDO Y DIRECCIÓN, Y EL CUAL ILUSTRAMOS COMO <math>\vec{v}</math>.</p> <p>b) </p> <p>c) JOSÉ CAMINHA 200M PARA O ESTE E OUTROS 180M PARA O SUR. JOSÉ CAMINHA DO PONTO A ATÉ O PONTO B, REALIZANDO ASSIM 2KM. DEPOIS ELE CAMINHA MAIS 3K DO PONTO B ATÉ O PONTO C. QUANTO QUIZAMOS JOSÉ CAMINHARIA SE SAISSE DO PONTO A ATÉ O PONTO C, PELO CAMINHO MAIS CURTO.</p> <p>1) a) </p> <p>LEGO EU POSSO TRANSFERIR O VETOR</p> <p></p> <p><math>\vec{c} = \sqrt{(200)^2 + (180)^2}</math> ONDE <math>\vec{v}_1 = 200</math> e <math>\vec{v}_2 = (180)</math></p> <p>LEGO:</p> <p><math>\vec{c} = \sqrt{40000 + 32400}</math></p> <p><math>\vec{c} = \sqrt{72400}</math></p> <p>COMO ELE VIAJA A 100KM, ELE IRA GASTAR:</p> <p><math>V = \frac{D}{T} \Rightarrow 100 \text{ KM/h} = \frac{\sqrt{72400} \text{ KM}}{T} \Rightarrow T = \frac{\sqrt{72400} \text{ KM}}{100 \text{ KM/h}} = \frac{\sqrt{72400}}{100}</math></p>	<p>a) O VETOR É UM CONJUNTO DE ELEMENTOS QUE GEOMETRICAMENTE DESCRIBEM UM SEGMENTO ORIENTADO COM MAGNITUDE E DIREÇÃO, COM ORIGEM EM A, E PONTO FINAL EM B.</p> <p>b) </p> <p>c) JOSÉ CAMINHA 300M PARA NESTE, SENDO DO PONTO A, PARA O PONTO B. EM SEGUIDA CAMINHA 2 KM PARA O LESTE, SENDO DO PONTO B ATÉ O PONTO C. QUANTO QUIZAMOS JOSÉ RECORRER PELO CAMINHO MAIS CURTO DO PONTO A PARA O PONTO C.</p> <p>a) </p> <p>b) </p> <p>TRANSFERINDO OS VETORES TEMOS O SEGUINTES</p> <p></p> <p>TEMOS OS DADOS DE <math>\vec{v}_1</math> e <math>\vec{v}_2</math> LEGO PODEMOS DETERMINAR <math>\vec{v}_3</math></p> <p><math>\vec{v}_1 = 300 \text{ KM}</math> <math>\vec{v}_2 = 270 \text{ KM}</math></p> <p><math>\vec{v}_3 = \sqrt{(300)^2 + (270)^2}</math></p> <p>LEGO PODEMOS DETERMINAR O TEMPO QUE ELE IRA GASTAR</p> <p><math>100 \text{ KM/h} = \frac{\sqrt{(300)^2 + (270)^2}}{T}</math></p> <p><math>T = \frac{\sqrt{(300)^2 + (270)^2}}{100 \text{ KM/h}} \approx 3.36 \text{ h}</math></p>
<p>E1:</p> <p>a) Yo defino como un par ordenado el cual posee sentido y dirección, y el cual ilustramos como <math>\vec{v}</math>.</p> <p>c) José caminha del punto A al punto B en sentido al sur, recorriendo así 2 Km, después él camina mas 3 km del punto B al punto C. en el sentido este. Cuántos km José caminaría se saliera del punto A al punto C, por el camino más corto.</p> <p><math>\vec{c} = \sqrt{(200)^2 + (180)^2}</math> where <math>\vec{v}_1 = 200</math> <math>\vec{v}_2 = 180</math></p> <p><math>\vec{c} = \sqrt{40000 + 32400}</math></p> <p><math>\vec{c} = \sqrt{72400}</math></p> <p>Como el viajó a 100 km, el va gastar :</p> <p><math>V = \frac{D}{T} \quad 100 \text{ km/h} = \frac{\sqrt{72400}}{T}</math></p> <p><math>T = \frac{\sqrt{72400} \text{ km}}{100 \text{ km/h}} = \frac{\sqrt{72400}}{100} \text{ h}</math></p>	<p>E1:</p> <p>-Un vector es un conjunto de elemntos que geométricamente describen un segmento orientado con magnitud y dirección, un origen en A y punto final en B.</p> <p>-José camina 30 Km al norte, llendo del punto A al B, en seguida, camina 2 Km para el este, llendo del punto B al punto C. Cuántos kilómetros José irá recorrer por el camino más corto del punto A al C.</p> <p>-Tengo los datos de <math>\vec{v}_1 = 200 \text{ km}</math> and <math>\vec{v}_2 = 270 \text{ km}</math> and b, then we can determine <math>\vec{v}_3</math>.</p> <p><math>\vec{v}_3 = \sqrt{(200)^2 + (270)^2}</math></p> <p>-Después podemos determinar el tiempo que el gastará.</p> <p><math>100 \text{ km/h} = \frac{\sqrt{(200)^2 + (270)^2} \text{ km}}{T}</math></p> <p><math>T = \frac{\sqrt{(200)^2 + (270)^2} \text{ km}}{100 \text{ km/h}} \approx 3.36 \text{ h}</math></p>

En conclusión, lo que respecta a este estudiante, la mayor diferencia es en la mejora del lenguaje matemático para la definición de un vector. Por lo tanto, en base a

estas evidencias, el estudiante ha manifestado haber mejorado sus competencias en las declaraciones verbales, es decir ha conseguido un razonamiento discursivo teórico. Por otro lado, también ha conseguido representar y resolver correctamente el problema, en base a esto, se puede afirmar que, el proceso de aprehensión discursiva y proceso configural se han cumplido. Tras haber introducido e ilustrado el concepto, él ha sido capaz de comprender y construir un modelo mental de la definición de vector y sus aplicaciones, que, como se muestra en la Tabla 6.7, es, respecto a las cuestiones teóricas de tipo “ideal”; y respecto a la resolución de problemas de tipo “operacional”.

**Tabla 6.7** Evaluación para identificación y tipificación de los modelos mentales del E1

Guía de evaluación			
<b>Cuestiones teóricas</b>	No=N	Parcialmente=P	Si=S
Realiza una representación geométrica adecuada			x
Define correctamente los conceptos			x
Combinación generada/ Tipo de modelo mental generado.	<b>Modelo mental ideal</b>		
<b>Resolución de Problemas.</b>	NO=N	SI =S	
Realiza representaciones gráficas del problema		x	
Utiliza las fórmulas adecuadas		x	
Realiza los cálculos necesarios para resolver el problema		x	
Combinación generada/ Tipo de modelo mental generado	<b>Modelo mental operacional</b>		

El segundo caso observado corresponde a un estudiante (E2) de sexo femenino del cuarto año del grado en Física. El tema corresponde tema de “tipos de vectores”. La prueba aplicada para este caso fue la presentada en el cuadro 6.4, es una pregunta abierta en la que se pide al estudiante definir con sus propias palabras los tipos de vectores junto con un dibujo que ilustre su definición.

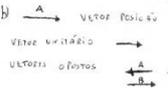
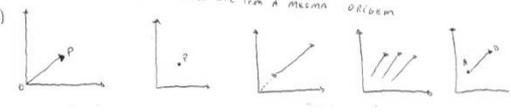
**Cuadro 6.4** Prueba escrita para el OA\_2.

<p>1) Define cada uno de los tipos de vectores considerando los siguientes puntos:</p> <p>a) Redacta con tus propias palabras cada una de las definiciones.</p> <p>b) Realiza un dibujo o un diagrama que ilustre tu definición.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Vector posición.</li> <li>✓ Vector nulo.</li> <li>✓ Vector unitario.</li> <li>✓ Vectores equipolentes.</li> <li>✓ Vectores libres.</li> <li>✓ Vector anclado.</li> <li>✓ Vector deslizante.</li> <li>✓ Vectores opuestos.</li> <li>✓ Vectores concurrentes.</li> </ul>
<p>2) Normaliza el vector <math>\vec{u} = (3, 2, -1)</math>.</p> <p>a) Realiza un dibujo que ilustre el problema y su solución</p> <p>b) Coloca tus procedimientos completos y ordenados.</p> <p>c) Recuerda la fórmula para normalizar un vector <math>\hat{u} = \frac{\vec{u}}{ \vec{u} }</math>.</p>

En la tabla 6.8 se puede apreciar que hay una gran diferencia entre los dos test. En el pre-test, el estudiante define de manera correcta solo la definición de vector unitario.

Mientras que el post-test consigue definir todo de manera correcta, excepto la definición de vector posición y vector nulo. Sus definiciones han sido descritas en lenguaje natural. También realiza GR análogas adecuadas. No resuelve el ejercicio numérico de normalización de un vector en ninguno de los test. En conclusión, este estudiante consigue el razonamiento discursivo natural y la aprehensión discursiva. No habiendo evidencia de que este estudiante haya desarrollado el razonamiento de proceso configural.

**Tabla 6.8** Aplicación de la prueba escrita correspondiente al OA\_2

Pre-test	Post-Test
<p>1. VETOR POSIÇÃO → INDICA DETERMINADAS POSIÇÕES DE CADA VETOR.</p> <p>VETOR UNITÁRIO → ONDE O SEU VALOR OU MÓDULO SERÁ 1.</p> <p>VETORES OPPOSTOS → ONDE CADA VETOR TEM SENTIDOS OPPOSTOS.</p> <p>VETORES CONCURRENTES → SÃO VETORES QUE SE ANULAM.</p> <p>a) VETOR POSIÇÃO ESCLARECE A POSIÇÃO.</p> <p>VETOR RAZO → APENAS UM VETOR.</p> <p>VETOR UNITÁRIO → TEM SEU MÓDULO 1.</p> <p>VETORES OPPOSTOS → TEM SENTIDOS OPPOSTOS.</p> <p>VETORES CONCURRENTES → UM CONCORRE COM O OUTRO.</p> <p>b)  VETOR POSIÇÃO.</p> <p>VETOR UNITÁRIO →  →</p> <p>VETORES OPPOSTOS →  →</p> <p>VETORES CONCURRENTES →  →</p> <p>2. <math>\vec{a} = \frac{\vec{a}}{ \vec{a} } = \frac{(3, 4, -1)}{\sqrt{3^2 + 4^2 + (-1)^2}}</math></p>	<p>a) VETOR POSIÇÃO → A POSIÇÃO DE UM PONTO A OUTRO.</p> <p>VETOR RAZO → NÃO TEM ORIENTAÇÃO, NEM SENTIDO.</p> <p>VETOR UNITÁRIO → TEM APENAS UM MÓDULO 1.</p> <p>VETOR EQUIVALENTE → QUANDO DOS VETORES TEM, MESMO MÓDULO, SENTIDO E DIREÇÃO.</p> <p>VETORES LIVRES → UM CONJUNTO DE VETORES EQUIVALENTE.</p> <p>VETOR ANCLADO → REPRESENTA UM VETOR LIVRE.</p> <p>VETOR DESLIZANTE → SÃO VETORES EQUIVALENTE QUE ESTÃO NA MESMA RETA E POSSUAM O MESMO SENTIDO, DIREÇÃO E MÓDULO.</p> <p>VETOR OPPOSTO → QUANDO APRESENTAM A MESMA DIREÇÃO, O MESMO MÓDULO, MAS SENTIDOS DIFERENTE.</p> <p>VETOR CONCURRENTE → SÃO VETORES QUE TEM A MESMA ORIGEM.</p> <p>b) </p>
<p>E2:</p> <p>1- Vector posición → Indica determinadas posiciones de cada vector.</p> <p>Vector unitário → donde el valor o módulo será 1</p> <p>Vectores opuestos → donde cada vector tiene sentidos opuestos.</p> <p>Vectores concurrentes → son vectores que se anulan.</p> <p>a) Vector posición, esclarece la posición.</p> <p>Vector razo → apenas un vector.</p> <p>Vector unitario → tiene su módulo 1.</p> <p>Vectores opuestos → tienen sentidos opuestos.</p> <p>Vectores cocurrentes → uno concurre con otro.</p>	<p>E2:</p> <p>a) Vector posición → La posición de un punto a otro.</p> <p>Vector razo → no tiene orientación, ni sentido.</p> <p>Vector unitario → presenta módulo 1.</p> <p>Vector equipolente → cuando dos vectores tiene el mismo módulo, sentido y orientación.</p> <p>Vectores libres → un conjunto de vectores equipolentes.</p> <p>Vector anclado → representa un vector libre.</p> <p>Vector deslizante → son vectores equipolentes, que están en la misma recta y poseen el mismo sentido, dirección y módulo.</p> <p>Vector opuesto → cuando tienen la misma dirección, el mismo módulo, pero diferente sentido.</p> <p>Vectores concurrentes → son vectores que tienen el mismo origen.</p>

Las evidencias sugieren que, se ha cumplido el MI, y que el estudiante ha alcanzado el proceso discursivo natural, por lo que ha llegado a creado un modelo mental. Como se puede observar en la tabla 6.9 ha construido, para los aspectos teóricos, un “Modelo mental dual”, y ninguno para la parte práctica.

**Tabla 6.9** Evaluación para identificación y tipificación de los modelos mentales del E2

Guía de evaluación			
Cuestiones teóricas	No=N	Parcialmente=P	Si=S
Realiza una representación geométrica adecuada		x	
Define correctamente los conceptos		x	
Combinación generada/ Tipo de modelo mental generado	<b>Modelo mental ideal.</b>		
Resolución de Problemas.	NO=N	SI =S	
Realiza representaciones gráficas del problema		x	
Utiliza las fórmulas adecuadas		x	
Realiza los cálculos necesarios para resolver el problema		x	
Combinación generada/ Tipo de modelo mental generado	<b>Modelo mental operacional.</b>		

El último caso corresponde al tema de operaciones con vectores. La prueba escrita, presentada en el cuadro 6.5, sigue el mismo modelo de las anteriores. Esta fue aplicada a un estudiante (E3), de sexo masculino, de tercer año del grado de matemáticas.

**Cuadro 6.5** Prueba escrita para el OA\_3

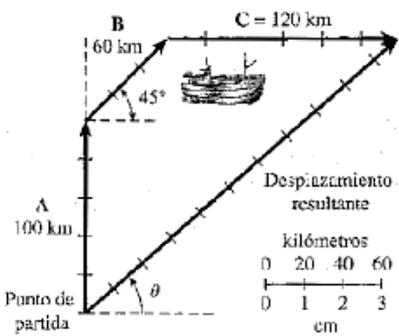
1) Responde las preguntas considerando los siguientes puntos:

- Redacta con tus propias palabras cada una de las definiciones.
- Realiza un dibujo o un diagrama que ilustre tu definición.
  - ✓ ¿Qué es la multiplicación escalar y explica qué sucede cuando el escalar es menor, o mayor que uno?
  - ✓ ¿Qué es la suma de vectores?

2) Resuelve el siguiente problema considerando los siguientes puntos:

- Realiza un dibujo que ilustre el problema.
- Coloca tus procedimientos completos y ordenados.
- Utiliza las fórmulas para calcular la suma entre dos vectores por componentes.

Un barco se desplaza 100 km hacia el norte. Después recorre 60 km girando 45 grados. Finalmente navega 120 Km más hacia el este. ¿Cuál es desplazamiento desde el punto de origen del barco?



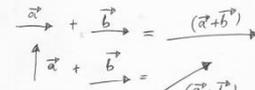
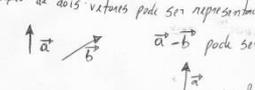
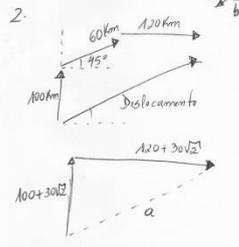
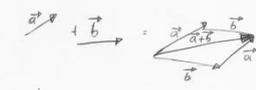
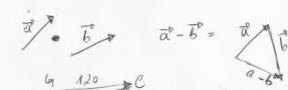
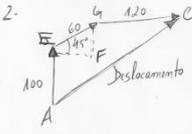
R: 216.02 Km con dirección de 41.24 grados.  
<http://orbitaneptuno.globered.com/categoria.asp?idcat=47>

En el pre-test, presentado en la parte izquierda de la Tabla 6.10, se percibe que el estudiante tenía una vaga idea de los conceptos. Solamente la R1 es correcta y bien

estructurada con su representación. Respecto a la resolución del problema se puede ver que el procedimiento es correcto, solo que tiene un pequeño error de cálculo y no completa el ejercicio.

En el post-test se aprecia que hubo una mejora notable. En cuanto a las definiciones se observa que, en todos los casos realiza una RG y define adecuadamente los conceptos. Respecto al ejercicio, se puede apreciar que el estudiante utilizó la misma estrategia que en pre-test, solo que en este caso resolvió satisfactoriamente el problema. Lo que resulta interesante, es que, a pesar que el estudiante ya tenía la medida de los catetos y podía calcular directamente el ángulo, opta por realizar otro método. De esto se pueden derivar dos posibilidades, que el estudiante no logró confiar que estaba correcto y no consiguió unir sus conocimientos previos con los nuevos, o que quiso evidenciar que dominaba ambas técnicas. De cualquier manera, el estudiante cumple exitosamente con la prueba.

Tabla 6.10 Aplicación de la prueba escrita correspondiente al OA\_3

Pre-test	Post-test
<p>Respostas</p> <p>1- Multiplicação escalar é aquela em qual um vetor é multiplicado por um número real qualquer, gerando um novo vetor múltiplo escalar do mesmo.</p>  <p>- Soma vetorial trata-se da soma de dois vetores, gerando um novo vetor.</p>  <p>- A subtração de dois vetores pode ser representada da seguinte forma:</p>  <p>2.</p>  <p>Displacemento</p> <p><math>a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = (120 + 30\sqrt{2})^2 + (100 + 30\sqrt{2})^2</math></p> <p><math>a^2 = 14400 + 2 \cdot 120 \cdot 30\sqrt{2} + 180 + 10000 + 2 \cdot 100 \cdot 30\sqrt{2} + 180</math></p> <p><math>a^2 = 24760 + 7200\sqrt{2} + 6000\sqrt{2}</math></p> <p><math>a^2 = 24760 + 13200\sqrt{2} \Rightarrow a = \sqrt{24760 + 13200\sqrt{2}}</math></p> <p><math>a \approx 209,1 \text{ Km}</math></p>	<p>Respostas</p> <p>1- A multiplicação por um escalar é uma operação feita entre um número real, um vetor.</p>  <p>Quando o escalar é menor que um, se obtém um múltiplo do vetor anterior, que é menor.</p> <p>- Tentar-se da soma entre dois vetores, onde a soma deve ser feita componente a componente.</p>  <p>- Subtração de vetores é feita multiplicando-se o segundo vetor por -1 e seguindo com a soma entre os dois.</p>  <p>2.</p>  <p>Displacemento</p> <p>Procedimento:</p> <p>1º Calculando o tamanho de <math>\vec{EF}</math>, <math>\vec{FG}</math></p> <p><math>\sin 45^\circ = \frac{FG}{60} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{FG}{60} \Rightarrow FG = 30\sqrt{2}</math></p> <p><math>\cos 45^\circ = \frac{EF}{60} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{EF}{60} \Rightarrow EF = 30\sqrt{2}</math></p> <p>2º Tamanhos de <math>\vec{AF}</math> e <math>\vec{FG}</math> e <math>\vec{EF}</math> e <math>\vec{GC}</math></p> <p>3º O deslocamento será dado pelo teorema de Pitágoras:</p> <p>Hipotenusa d catetos <math>100 + 30\sqrt{2}</math> e <math>120 + 30\sqrt{2}</math></p> <p><math>d^2 = (100 + 30\sqrt{2})^2 + (120 + 30\sqrt{2})^2</math></p> <p><math>d^2 = 20288,281 + 26380,25</math></p> <p><math>d = \sqrt{46668,531} \Rightarrow d \approx 216,02</math></p> <p>4º Somar os componentes para obter (x,y) do vetor h</p> <p><math>S_x = 0 + 42,42 + 120 = 162,42</math></p> <p><math>S_y = 100 + 42,42 + 0 = 142,42</math></p> <p><math>S = (162,42, 142,42)</math></p> <p>5º Cálculo do ângulo.</p> <p><math>\theta = \tan^{-1} \frac{142,42}{162,42} = 41,42</math></p>
E3:	E3:

<p>R1: Multiplicación escalar es aquella en la cual un vector es multiplicado por cualquier número escalar, generando un nuevo vector múltiplo escalar del mismo.</p> <p>R2: Suma vectorial se trata de la suma de dos vectores, generando un nuevo vector.</p> <p>R3: La resta de dos vectores puede ser representada de la siguiente forma:  <math>\vec{a} \times \vec{b}</math> puede ser representada así: ...  resultando en un vector <math>\vec{c}</math></p> <p>a) <math>\text{sen } 45^\circ = \frac{a}{60} \rightarrow \frac{a}{60} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow 60\sqrt{2} = 2a \rightarrow a = 30\sqrt{2}</math></p> <p><math>\text{cos } 45^\circ = \frac{b}{60} \rightarrow \frac{b}{60} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow 60\sqrt{2} = 2b \rightarrow b = 30\sqrt{2}</math></p> <p>b)</p> $a^2 = b^2 + c^2$ $a^2 = (120 + 30\sqrt{2})^2 + (100 + 30\sqrt{2})^2$ $a^2 = 14400 + 2120 \times 30\sqrt{2} + 180 + 10000$ $+ 2100 \times 30\sqrt{2} + 180$ $a^2 = 24760 + 7200\sqrt{2} + 180 + 6000\sqrt{2}$ $a = \sqrt{24760 + 13200\sqrt{2}}$ $a \cong 209,1 \text{ km}$	<p>1- La multiplicación escalar es una operación hecha entre un número real y un vector. Cuando el escalar es menor que uno, se obtiene un múltiplo del vector anterior que es menor.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Se trata de la suma entre dos vectores, donde la suma debe ser hecha componente a componente.</li> <li>- Sustracción de un vector es hecha multiplicando el segundo vector por -1, y se prosigue con la suma entre dos vectores.</li> </ul> <p>1- Calculando o tamaño de <math>\vec{EF}, \vec{FG}</math></p> $\text{sen } 45^\circ = \frac{\vec{FG}}{60} \rightarrow \frac{\vec{FG}}{60} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow 60\sqrt{2} = 2\vec{FG} \rightarrow \vec{FG} = 30\sqrt{2}$ $\text{cos } 45^\circ = \frac{\vec{EF}}{60} \rightarrow \frac{\vec{EF}}{60} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow 60\sqrt{2} = 2\vec{EF} \rightarrow \vec{EF} = 30\sqrt{2}$ <p>2-Tamaños de <math>\vec{AE} + \vec{FG}</math> e <math>\vec{EF} + \vec{GC}</math></p> <p>El desplazamiento sería dado por el teorema de Pitágoras: Hipotenusa d y los catetos <math>100 + 30\sqrt{2}</math> y <math>120 + 30\sqrt{2}</math></p> $d^2 = (120 + 30\sqrt{2})^2 + (100 + 30\sqrt{2})^2$ $d^2 = 20283,281 + 26380,25 \quad d = \sqrt{46663,70}$ $d \cong 216,02 \text{ km}$ <p>Cálculo del ángulo.</p> $A = (100,90^\circ) \quad B = (60,45^\circ) \quad C = (120,0^\circ)$ <p>1. Calcular las componentes de cada vector.</p> $A_x = 100 \cos 90 = 0 \quad A_y = 100 \sin 90 = 100$ $B_x = 60 \cos 45 = 30\sqrt{2} \quad B_y = 60 \sin 45 = 30\sqrt{2}$ $C_x = 120 \cos 0 = 120 \quad C_y = 120 \sin 0 = 0$ <p>Sumar las componentes para obtener (x, y) del vector S</p> $S_x = 0 + 42.42 + 120 = 162.42$ $S_y = 100 + 42.42 + 0 = 142.42$ $\vec{S} = (162.42, 142.42)$ <p>2. Cálculo del ángulo.</p> $\theta = \tan^{-1} \frac{142.42}{162.42} = 41.42$
---	---

Al igual que los anteriores, tras estas observaciones, puede ser dicho que el estudiante ha conseguido la aprehensión discursiva, pues relaciona las definiciones con sus RG; el proceso discursivo teórico, porque define con alto nivel matemático los conceptos; y el proceso configural, debido a que resuelve correctamente el ejercicio. Se ve que se cumple con el MI, y que el estudiante consigue construir el “Modelo mental ideal” y el “Modelo mental operacional” (Tabla 6.11).

**Tabla 6.11** Evaluación para identificación y tipificación de los modelos mentales del E3

Guía de evaluación	No=N	Parcialmente=P	Si=S
<b>Cuestiones teóricas</b>			
Realiza una representación geométrica adecuada			x
Define correctamente los conceptos			x
Combinación generada/ Tipo de modelo mental generado	<b>Modelo mental ideal</b>		
<b>Resolución de Problemas</b>	NO=N	SI =S	
Realiza representaciones gráficas del problema			x
Utiliza las fórmulas adecuadas			x
Realiza los cálculos necesarios para resolver el problema			x
Combinación generada/ Tipo de modelo mental generado	<b>Modelo mental operacional</b>		

No solo estos tres casos, sino la mayoría de los estudiantes consiguieron el razonamiento discursivo teórico y la aprehensión discursiva, pues consiguieron definir de manera clara y en lenguaje matemático los conceptos, y construyeron RG altamente específicas y adecuadas a los temas que estaban aprendiendo. Por otro lado, la mayoría de los estudiantes no completaron el ejercicio práctico.

Al terminar esta actividad, se entregó a los 13 estudiantes una encuesta para valorar la calidad del OA y conocer su opinión acerca de su experiencia, se utilizó un instrumento para valorar la calidad pedagógica y de diseño técnico desde la perspectiva de los estudiantes propuesto por Morales-Morgado (2010, p. 351). Se utilizó una escala de valoración de Likert con valores de “1=Deficiente”, “2=Regular”, “3=Aceptable”, “4=Bien” y “5=Muy Bien”. Además cuenta con una sección de comentarios para conocer la opinión de los usuarios. El instrumento fue traducido al portugués y transcrito en la herramienta de cuestionario de Google Drive para su implementación.

Los ítems de la encuesta y sus puntuaciones promedio obtenidas se muestran en la Tabla 6.12. Se observa que los ítems mejor valorados han sido de los aspectos técnicos y funcionales: las cuestiones de la navegación con 4.15 y de diseño con 4.31. Lo que significa que los estudiantes consideraran los OA fáciles de usar y atractivos. Por otro lado, los puntos débiles han sido los de nivel de dificultad y los objetivos educacionales.

**Tabla 6.12** Ítems de la encuesta con las puntuaciones promedio obtenidas

Ítem.	Valor promedio
Me mantuve motivado durante la realización de la lección.	3.92
El nivel de dificultad fue adecuado a mis conocimientos previos	3.54
Se ha explicado claramente mi participación en la lección	4.31
La descripción del tema ha sido adecuada (resumen, introducción, etc.)	3.54
He alcanzado los objetivos propuestos en la lección	3.38
Los contenidos fueron consistentes (adecuados a objetivos, referencias, etc.)	4.08
Las actividades y autoevaluación han sido claras y significativas para el aprendizaje	3.85
Tiempo de aprendizaje adecuado para el logro del objetivo propuesto	3.69
He obtenido realimentación de los contenidos (a través de foros, actividades, etc.)	3.62
Nivel de interactividad adecuado para el logro del objetivo	3.92
La navegación ha sido apropiada e intuitiva (fácil acceso, enlaces orientativos, etc.)	4.15
El diseño de los contenidos fue claro e intuitivo (colores, tamaño letra, etc.)	4.31

En el apartado de los comentarios del instrumento, los estudiantes colocaron su opinión acerca de su experiencia con el uso de los OA.

E1: *Bom, o questionário serviu pra eu ver o quanto ainda tenho que aprender e me aprofundar sobre a matemática para o meu futuro como professor, por que percebi que mesmo com os professores qualificados que dispomos em nossa*

universidade, ainda assim ficamos expostos ao esquecimento talvez pelo fato de tanto conteúdo em tão pouco tempo, é preciso buscar conhecimento também fora da sala de aula. As representações gráficas foram bem elaboradas, traz uma boa ilustração do que se fala além de permitir alterar os desenhos para um melhor entendimento.

E2: Ótima atividade, apesar de alguns equívocos (idioma e o tempo de aplicação, por exemplo) tende a melhorar cada vez mais. Uma sugestão é a utilização de mais imagens na proposta, uma vez que a interface do Software utilizado para expor o conteúdo não é tão rica em design, apesar de ser ótima em termos funcionais. As representações Geométricas foram muito boas.

E3: A atividade é uma ótima forma de aprendizagem, apenas indico que seria feita de uma forma mais rápida, pois se torna cansativa. As representações Geométricas foram interessantes.

E4: A metodologia utilizada foi muito importante, pois permite fazer uma revisão de conteúdos vistos anteriormente. Muito bom. O Geogebra é um ótimo Software, rico e muito completo, exigindo do usuário não apenas conhecimento do Software, mais de conteúdos matemáticos, um ótimo recurso para o ensino aprendizagem da matemática.

E5: Boa proposta. O GeoGebra mostra de maneira gráfica os conteúdos e facilita a aprendizagem.

E6: Muito pouco tempo para execução, pois é muita coisa para fazer. Nem sempre as imagens são didáticas.

E7: Muito interessante a pesquisa. O problema é o tempo já passado desde o fim da disciplina. Sempre podemos melhorar, mas já está muito bom.

E8: A atividade foi bem interessante, porém houve alguns erros na tradução das perguntas. As Representações com GeoGebra são proveitosas pois permite um melhor entendimento do conteúdo ao visualiza-lo.

E9: A metodologia adotada pela professora foi muito boa e o material GeoGebra facilitou muito para o entendimento do assunto dado em sala de aula. Acho que o Geogebra é o mais moderno, cumpri bem o seu papel e faz jus ao nome.

E10: O produto escalar está ótimo, o único ponto que poderá ser mais bem explorado seria a presença de vídeos sobre as operações, outro ponto é a interface eXeLearning poderia ter mas características gráficas. Cuidado com a tradução. As aplicações GeoGebra ilustram bem as definições.

E11: O GeoGebra me ajudou a compreender melhor.

*E12: O Software em questão agrada por ser fácil de manipulá-lo, podendo assim utilizá-lo desde as séries iniciais. As construções GeoGebra são muito boas*

*E13: O método de ensino é eficiente, pois permite a interação do aluno, ele pode simular as situações permitindo o melhor entendimento do que lhe é ensinado. As representações com GeoGebra são ótimas, oferecem a possibilidade de manipulação dos vetores, proporcionando uma maior abstração do aluno, que certamente passará a visualizar tais conteúdos de maneira mais eficaz e significativa, podendo além disso expressar seu aprendizado por meio dos modelos mentais que são uma excelente maneira de avaliação.*

De estas aportaciones se puede destacar lo siguiente:

- Es una buena herramienta para realizar tareas de repaso, pues muchas veces los contenidos son muy amplios y no da tiempo de asimilar bien los conceptos.
- La metodología es buena, pues es un recurso muy sencillo de usar y muy interactivo.
- Las RG construidas con GeoGebra son adecuadas para ayudar a aprender los conceptos. Resaltan que, visualizar y alterar los gráficos ayudan a comprender mejor los temas abstractos.
- Se podría aumentar el tiempo empleado para utilizar la herramienta, y que no sea en una sola sesión, sino a lo largo de varias clases. También que se debería de revisar las cuestiones de traducción y emplear términos más comunes en portugués.
- El nivel es un poco alto de acuerdo a los conocimientos previos.

Tras utilizar la propuesta didáctica, se observó que los estudiantes tenían una idea más clara acerca de los conceptos estudiados, realizaban ilustraciones muy semejantes a las colocadas las construcciones con GeoGebra y, en algunos casos, consiguieron resolver exitosamente los problemas de aplicación. Las altas puntuaciones obtenidas en las encuestas señalan que los estudiantes se mantuvieron motivados con el tema, que los contenidos eran explicados claramente, y que a través de las actividades y de la retroalimentación inmediata recibida habían alcanzado los objetivos propuestos de la lección.

Los resultados aluden a que los OA tienen un buen potencial educativo como herramienta de enseñanza-aprendizaje para el tema de vectores. Pues se ha observado que los OA lograron ayudar a construir modelos mentales en los estudiantes. Aunque para

poder profundizar en el tema y afirmar esta suposición, es necesario realizar un estudio de tipo experimental con un mayor número de estudiantes.

### 6.6 Mejoras realizadas a los OA en función de las evaluaciones

En base a las valoraciones y las contribuciones recibidas, los aspectos que debían ser mejorados fueron:

- Agregar recursos multimedia que complementaran la información y ejemplificaran ejercicios resueltos.
- Corregir algunos errores de ortografía y de cálculo de los ejemplos y ejercicios.
- Revisar las nomenclaturas utilizadas en portugués.
- El desarrollo de la aplicación Androide y las páginas Web facilitará a los profesores y estudiantes el acceso a los OA.
- La forma en que estaban contruidos los OA era necesario tener un mediador, por lo que el sistema de formación más adecuado para su implementación es a través del sistema presencial. Pero, mencionaba que con cambios menores, como agregar ciertos recursos y adecuar algunas actividades, sería posible utilizarlos a distancia o en *b-learning*.
- Contextualizar los contenidos. Aunque probablemente no se den aplicaciones en la “vida cotidiana” como tal, pero si presentar diversidad de ejemplos y problemas, en caso no haya aplicaciones muy evidentes, se debe mencionar que los contenidos son importantes para conceptos futuros que si tienen una aplicación más tangible.
- Mejorar el ambiente virtual con elementos más atractivos.
- Desarrollar propuestas de evaluación de los contenidos.

De esta manera, considerando todos los puntos anteriores fue desarrollada la versión 2.0 de los OA y diseñadas sus propuestas de evaluación. Además, estos OA podrán ser visualizados (en las dos versiones) a través de un sitio Web, el repositorio Gredos y de una aplicación para *Android* e-vector, la cual puede ser descargada a partir del código QR:



**Figura 6.38** Código QR para descarga de e-vector

La Figura 6.39 muestra tres ejemplos de pantalla de la aplicación e-vector de tres OA, en esta se puede observar que la interfaz es más colorida y atractiva. En cada una se colocó una barra de idiomas que permite al usuario visualizar el OA en portugués o español.

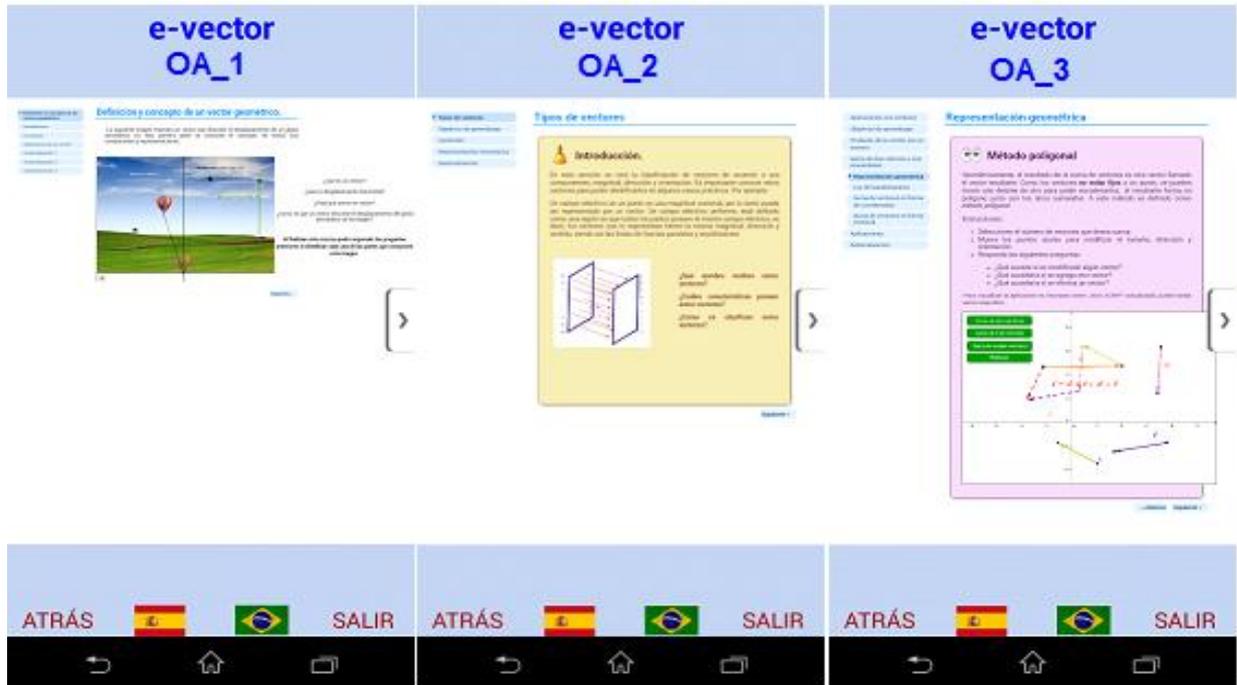


Figura 6.39 Algunas pantallas de los menús principales del aplicativo e-vector

La aplicación e-vector en su pantalla de inicio tiene la opción de seleccionar el idioma (Figura 6.40). En la siguiente pantalla está el menú en el que el usuario puede seleccionar si quiere abrir los OA o las actividades propuestas. En las siguientes dos pantallas se despliega un menú con los OA o las actividad propuestas.



Figura 6.40 Pantallas de los menús principales de la aplicación e-vector.



# 7

## Conclusiones

---

7.1 Aportes principales de esta investigación

7.2 Líneas de investigación futuras

7.3 Trabajos vinculados a esta tesis

## 7 Conclusiones

Esta tesis se inició con el planteamiento del problema de la falta de comprensión de conceptos abstractos de álgebra lineal, y se ha tomado como ejemplo, el tema de vectores para crear seis OA, que ayuden al aprendizaje de estos temas, a través de la contextualización y de las Representaciones Geométricas. Para crear la propuesta, primero se han investigado algunas Teorías del Aprendizaje, que dieron respuesta al cómo sucede este proceso. Los autores de la Teoría de los Modelos Mentales (1983,1996,2013) y los proceso cognitivos de visualización y razonamiento Duval (1995, 1998, 1999a) tienen algunas ideas en común. Una de estas es la necesidad de las representaciones semióticas y las representaciones proposicionales para el aprendizaje de conceptos. Otra es el uso de representaciones externas para el desarrollo de representaciones internas.

De esta manera se entendió que durante el aprendizaje de las matemáticas, los estudiantes experimentan ciertos procesos que los van llevando a la comprensión; y que una estrategia para mejorar el aprendizaje es el uso de modelos que presenten las proposiciones matemáticas, así como su aplicación en algún área de interés del estudiante. Teniendo como base estas Teorías se diseñó el MI, el cual fundamentó el DI de los OA. Cabe mencionar que, este método puede ser utilizado para crear otros recursos educativos para la enseñanza de conceptos matemáticos que tienen una interpretación geométrica.

Una vez analizado el problema, se diseñaron los recursos que integrarían los OA. Para colocarlos dentro de la interfaz del OA, no podían ser colocados de manera aleatoria sino que debían tener un orden y organización. Así, la estructura propuesta para este trabajo, está conformada por ocho elementos, que atienden a las fases del aprendizaje de los estudiantes, y a la taxonomía instructiva de Gagné (1975). Sobre esta base, se diseñó una estructura genérica, que puede ser utilizada en la construcción de otros OA, referentes a cualquier tema.

Finalmente, los OA fueron valorados, en base a los resultados obtenidos, se observó que los OA son de buena calidad pedagógica y de diseño técnico. Sin embargo, hubo algunas cuestiones que debieron ser mejoradas. Las diferentes estrategias utilizadas para la recolección de datos ayudaron a tener un análisis profundo. Entre lo que se puede destacar, que los evaluadores expertos consideraron muy útiles las RG con GeoGebra, pero que se debían agregar más ejercicios de contextualización. Por otro lado, los resultados observados en las pruebas de la aplicación piloto a los estudiantes, reflejan que los OA tienen un buen potencial educativo como herramienta didáctica. También, que el recurso que encontraron más interesante, fueron las RG construidas con GeoGebra. A

continuación se presentan las conclusiones obtenidas en relación a cada objetivo específico.

### **7.1 Aportes principales de esta investigación**

Este trabajo se inició con el planteamiento de la pregunta de investigación ¿Cómo son valorados los Objetos de Aprendizaje con *eXeLearning* y *GeoGebra* para la enseñanza del tema “Vectores reales geométricos: definición, operaciones y aplicaciones” en cuestiones de calidad pedagógica y de diseño técnico? Para responder a esta pregunta se planteó un objetivo general y los objetivos específicos para conseguirlo. El Objetivo general de esta investigación es: Valorar la calidad pedagógica y de diseño técnico de Objetos de Aprendizaje como estrategia didáctica para la enseñanza del tema “Vectores reales geométricos: definición, operaciones y aplicaciones”. Este fue conseguido conforme se fueron alcanzados los siguientes objetivos específicos.

#### **Objetivo 1. Definir el concepto de Objetos de Aprendizaje, Representaciones Geométricas y sistema de formación.**

Para identificar las características que debían tener los OA era necesario conocer las definiciones que han surgido a lo largo de la historia. En esta parte del marco teórico se pudo apreciar que la definición de lo que es un OA ha cambiado conforme se presentaban las necesidades de la sociedad del conocimiento. La evolución de este concepto se ha desarrollado principalmente por un esfuerzo de los autores para intentar unificar y estandarizar las características que estos deberían de tener.

Después de revisar el estado del arte, y analizar algunas definiciones para OA, se ha tomado, para este trabajo, la propuesta de Morales-Morgado, García-Peñalvo y Barrón (2007a), quienes definen a un OA como “*una unidad educativa con un objetivo mínimo de aprendizaje asociado a un tipo concreto de contenido y actividades para su logro, caracterizada por ser digital, independiente, y accesible a través de metadatos con la finalidad de ser reutilizadas en diferentes contextos y plataformas*”. Esta definición dio una pauta para los aspectos que debían ser considerados para el diseño y desarrollo de los OA.

De acuerdo con la definición, los OA son una unidad digital, independiente y accesible a través de metadatos. Actualmente existen asociaciones mundiales de profesionistas dedicadas a la estandarización y desarrollo en áreas tecnológicas que describen los estándares y especificaciones bajo los cuales los OA deben ser etiquetados. Para el ingreso de los metadatos de esta propuesta fue utilizado el perfil de aplicación

propuesto como oficial por el MEC España, LOM-ES V1.0 (Norma UNE71361:2010 para etiquetado normalizado de Objetos Digitales Educativos –ODE-)

Las principales cuestiones que se consideraron a la hora de desarrollar los OA, para que fueran considerados como tales, estos fueron construirlos cumpliendo con las características de: accesibilidad, reusabilidad, interoperabilidad, durabilidad, autocontención, asequibilidad y granularidad. Se analizaron algunas plataformas que permiten empaquetar los OA con estas características. *EXeLearning* fue la herramienta utilizada, pues, posibilita el etiquetado de OA bajo los estándares y especificaciones de la LOM-ES. Además permitió la exportación de los OA en diferentes formatos para ser distribuidos a través de algún SGA u otro medio de internet.

Durante el desarrollo de los OA, la herramienta carecía de algunas propiedades. Sin embargo, en el año del 2014, el MEC de España retomó el proyecto de *eXeLearning* y lo perfeccionó. Entre las principales mejoras que se identificaron fueron el diseño de la interfaz, y la inclusión de un área a través de cual podían agregarse metadatos bajo las especificaciones de la LOM-ES.

Por otro lado, para garantizar, en medida de lo posible, la calidad de los OA, estos deberían de ser evaluados, tras analizar las diferentes alternativas, para realizar este proceso se seleccionó HEODAR. Esta herramienta ha sido escogida, debido a que es asociada y derivada de la definición de OA utilizada. Para valorar la pertinencia y calidad de las RG construidas con GeoGebra, fueron agregados ítems a la dimensión de la calidad del diseño técnico del instrumento.

## **Objetivo 2. Resaltar la importancia de las Teorías del Aprendizaje como base para el desarrollo de recursos informáticos.**

La presentación de un panorama general de las Teorías del Aprendizaje más utilizadas en los últimos tiempos fue de gran ayuda para introducir y comprender el cómo sucede el aprendizaje desde diferentes perspectivas. A lo largo de la revisión bibliográfica se observó que existen elementos en común entre las teorías “clásicas” del aprendizaje y los modelos mentales, por ejemplo, el uso de las estructuras pre-existentes necesarias para generar nuevos aprendizajes.

La Teoría de los Modelos Mentales fue seleccionada porque representa una forma no tradicional en la explicación del aprendizaje de los sujetos. Lo que se propone en esta tesis es innovar y utilizar estrategias que ofrezcan una alternativa en los métodos de enseñanza-aprendizaje. El conocimiento a profundidad de esta teoría ayudó al diseño de los recursos y actividades que serían colocados dentro los OA. Pues se tenía claro que lo que si quería conseguir a través de la propuesta didáctica era generar estos modelos en

los estudiantes. De tal manera que el diseño instruccional estaba orientado para que cada recurso y actividad ayudara a desarrollar modelos mentales que representaran los temas tratados en los OA.

Los temas presentados con la propuesta didáctica utiliza conceptos de vectores geométricos, por lo que además de la Teoría de los Modelos Mentales, se seleccionó una teoría que ayudara a la explicación específica de estos temas. La teoría de Duval propone una serie de pasos que los estudiantes experimentan al momento de aprender geometría. Esto representó un soporte teórico para la formulación de las actividades que debían ser instruidas a los estudiantes.

Otro aspecto importante de esta parte de la revisión bibliográfica fue conocer estrategias utilizadas para la evaluación de los modelos mentales de los estudiantes. Se observó que otros autores que han usado esta teoría enfocan sus protocolos en promover el discurso. A través de diferentes herramientas y métodos como entrevistas, dibujos, descripciones orales, mapas conceptuales, entre otros, los autores han identificado de manera exitosa qué es lo que hay en la mente de los estudiantes.

En base a lo anterior se propusieron unas pruebas con las que se pretende identificar los modelos mentales de los estudiantes, entendiendo que no todos construyen los mismos modelos y que muchas veces no son adecuados, fue necesario tener una guía de tipificación. Como el autor de la teoría no propone una tipología formal, se elaboró una propia en base a los trabajos realizados por otros. De esta manera el instrumento propuesto para la evaluación de los estudiantes consiste en:

- Extraer mediante una prueba escrita que pide hablar libremente al estudiante acerca de ciertas definiciones y realizar un dibujo que la represente.
- Identificar los contenidos a través de una lista de cotejo.
- Tipificar de acuerdo a la propuesta el modelo mental sustraído.
- Valorar de acuerdo al tipo de modelo mental identificado.

El reconocimiento de las diferentes las Teorías del Aprendizaje no solo aportó a la parte pedagógica de los OA, sino también al diseño de la estructura de los elementos que los conforman. Una vez planeados y diseñados los recursos y actividades que serían utilizados, para dar organización con un buen diseño en cuanto al acomodo de los elementos se utilizó la taxonomía instructiva de Gagné. De esta manera los elementos fueron colocados de tal manera que se cumpliera el proceso instructivo propuesto por el autor.

**Objetivo 3. Proponer un método para el diseño instruccional basado en la Teoría de los Modelos Mentales y los procesos cognitivos: visualización y razonamiento.**

La Teoría de los Modelos Mentales se enfoca en el aprendizaje en general. Sin embargo, se quería conocer más acerca de los procesos en el aprendizaje de las matemáticas. Tras la búsqueda de algunas ideas que fueran más específicas en esta área, se consideró importante la teoría de los procesos cognitivos propuesta por el psicólogo francés, Raymond Duval. En esta Teoría, el autor sugiere ciertas etapas que los estudiantes experimentan al aprender geometría.

Durante esta revisión bibliográfica, se observó que varios autores recurrían a la modelización de conceptos para facilitar el aprendizaje. De este modo, se tenía un referente del cómo sucede el aprendizaje, de las etapas que suceden para el aprendizaje de la geometría y la estrategia de modelización, consecuentemente, surge la idea de proponer un método que uniese estos tres elementos, el MI. Después se buscaron estrategias que ayudaran al aprendizaje a través de este método, así se reconoció la importancia de agregar RG dinámicas a los otros recursos que integrarían los OA.

El método propuesto MI es definido como “una secuencia de etapas y procesos cognitivos, que utiliza RG para la construcción de modelos mentales de conceptos matemáticos que tienen una interpretación geométrica”. Su principal aportación no radica en proponer los procesos para el lograr el aprendizaje, sino en que representa una base para planear ciertas estrategias de enseñanza que lleven al cumplimiento de los objetivos educacionales. Este es un método propio creado para sustentar el DI de los OA, pero, puede ser utilizado para probarlo o validarlo con futuras investigaciones.

Los elementos y la estructura que conformarían a los OA debían tener un sentido. Es decir, no podían ser agregados recursos al azar y sin ninguna forma. Por este motivo, se estudiaron diferentes taxonomías instructivas que fundamentarían al DI de los OA. Los elementos fueron seleccionados atendiendo la taxonomía instructiva de Gagné, y organizados estructuralmente en forma de árbol predeterminada por la herramienta de autor utilizada, *eXeLearning*.

**Objetivo 4. Diseñar y elaborar, en base al método propuesto, Objetos de Aprendizaje con el tema de “Vectores reales geométricos: definición, operaciones y aplicaciones” integrando conceptos, aplicaciones en GeoGebra, recursos y autoevaluaciones.**

Pudiera parecer que primero fue diseñado el MI y después seleccionado el tema que sería más apropiado para ejemplificar su implantación. Sin embargo, el tema de vectores fue seleccionado desde el comienzo de esta tesis, y en base este, se investigaron

las Teorías del Aprendizaje y modelos que pudieran ayudar a la enseñanza de este tema. La primera versión del MI, fue pensado en la enseñanza de vectores, pero, conforme al desarrollo de la investigación, se identificó que esta propuesta podía ser extrapolada a cualquier contenido de matemáticas que tuviera una interpretación geométrica.

Una vez definido el tema que quería presentarse en esta propuesta, el primer punto que se tenía que tomar en cuenta era cómo serían divididos los subtemas, de tal manera que pudieran ser reutilizados fácilmente, pero que no quedaran los temas por la mitad. De esta manera el tema principal fue dividido en seis subtemas que fueron los que identificaron a cada OA con un nombre.

Para crear los seis OA, que conforman la propuesta didáctica, de tal manera que tuvieran un formato estándar y cada uno contuviera los mismos elementos, fue necesario establecer la estructura básica que los integraría. Tras buscar diferentes taxonomías instruccionales, se decidió utilizar la propuesta por Gagné (1975), que presenta diferentes etapas instructivas que corresponden a ciertos procesos cognitivos como la motivación, el procesamiento de la información, el desempeño, etc. Considerando las fases del diseño de Gagné, se ha propuesto una estructura genérica de ocho elementos para el diseño de los OA, la cual puede ser utilizada por otros investigadores para nuevos recursos educativos.

Se debe de tener en cuenta que los OA navegan en dos dimensiones, por tal motivo deben ser planeados y diseñados desde estas dos perspectivas. Con los elementos estructurales establecidos, se diseñaron y desarrollaron los recursos y actividades que serían colocadas dentro de estos elementos. Estos debían ser planeados de tal manera que apoyaran a la creación de los modelos mentales que representarían los temas presentados.

Uno de los recursos considerados como innovadores fueron las construcciones con GeoGebra, pues la manipulación de las configuraciones ayuda a la ejecución de los procesos cognitivos descritos por el MI, y por lo tanto a la comprensión de conceptos abstractos que tienen una interpretación geométrica. Esto se debe a que el sujeto puede añadir, quitar o modificar valores para transformar una configuración inicial. De esta manera los estudiantes también lograrán desarrollar el pensamiento deductivo, pues podrán predecir lo que sucede en las configuraciones al modificar la información. Estas construcciones fueron creadas desde cero y se intentó colocar el máximo contenido análogo posible, pues su propósito principal es ayudar a la creación de modelos mentales altamente específicos. El uso de las gafas 3D, como elemento lúdico, motivará a los estudiantes a manipular las variables de los vectores de una manera más real, saliendo de la "planicidad" del monitor provocando un aprendizaje más significativo.

Algunos recursos utilizados como los videos, laboratorios virtuales e imágenes ya estaban contruidos, otros fueron creados desde cero, y otros simplemente fueron insertados tal como estaban disponibles. Teniendo los recursos y la estructura bajo la cual serían colocados, se realizó el proceso de empaquetamiento. La herramienta para empaquetar los recursos, o propiamente dicho los datos, fue *eXeLearning*. Únicamente se tenían que ir insertando y adjuntando los archivos, como piezas de *puzzle*, hasta dar forma a lo que ahora se puede ver como los OA.

El último paso del proceso de desarrollo de los OA fue el empaquetamiento. Este fue realizado a través de LOM-PAD, y de *eXelearnig* utilizando el perfil de la LOM-ES, pues el formato oficial del MEC, España. Al comienzo de la creación de los OA la herramienta de *eXeLearning* no contaba con este perfil de empaquetamiento, pero, a finales del 2015, esta opción ya estaba disponible en la nueva versión 2.1.

#### **Objetivo 5. Adaptar la herramienta HEODAR para la valoración de la calidad de los OA.**

La definición y la gestión de los OA fueron tomadas de la propuesta de Morales-Morgado (2010), de ahí que se seleccionara HEODAR, pues está diseñada en base al trabajo de la autora. Se intentó que la herramienta sufriera las mínimas alteraciones para que no perdiera su validez y fiabilidad. Por lo que únicamente fueron agregados cinco ítems en una sub-dimensión dentro de la categoría de diseño técnico. Además el cuestionario fue traducido al portugués.

Para identificar posibles errores de traducción, se realizó una prueba piloto. En esta se confirmó que a través del instrumento se obtuviera la información que se requería en los dos idiomas. Además, se adquirió experiencia acerca de cómo era la mejor de manera de aplicar el cuestionario y de distribuir los OA. Con las primeras aportaciones de los sujetos se realizaron las modificaciones del primer OA que había sido creado, y en base a estas contribuciones fueron creados los demás. De esta manera, la prueba piloto no solo sirvió para la verificación del instrumento, sino también proporcionó información importante para la creación conjunta de la propuesta didáctica.

La validez de constructo de cada una de las escalas fue hecha a través del análisis factorial. En este observó que las escalas son unidimensionales y casi todos los pesos factoriales son apropiados para dejar la herramienta sin modificaciones. Sin embargo, es necesario analizar aquellos que han obtenido pesos muy bajos, para determinar si estos deben der ser excluidos o reestructurados, para esto es necesario recolectar más datos a través de la evaluación de OA distintos con este mismo instrumento.

El instrumento que originalmente está en español ahora puede ser utilizado en su versión de portugués, pues a través de este trabajo se comprobó la validez y la fiabilidad del cuestionario en sus dos versiones, por lo que podrá ser usado o adaptado para evaluar OA con características semejantes.

**Objetivo 6. Definir las estrategias para la valoración de la calidad pedagógica y de diseño técnico de los OA por parte de expertos.**

El objetivo principal de esta tesis es valorar los OA para que puedan ser reutilizados en otros contextos educativos. Por lo que definir las estrategias para la recolección exitosa de los datos, era probablemente el mayor reto. Para definir esto, se planteó la pregunta de ¿Qué tipo de personas serían las más adecuadas para evaluar estos OA? Por ser OA de un tema (vectores) aplicado principalmente en las ciencias, el primer criterio fue que deberían ser personas con formación básica en física, química, biología o matemáticas. Otros aspectos considerados fueron que deberían de ser expertos en la enseñanza de ciencias y que hablaran portugués. De esta manera los sujetos seleccionados fueron estudiante del PPGCEM.

Para la recolección de las evaluaciones primero fue presentado un seminario en el que se mostró la propuesta y se explicó el proceso de evaluación de los OA (se enviaron por e-mail los OA y el link del instrumento de evaluación). Sin embargo, las evaluaciones mínimas requeridas, para considerar la evaluación adecuada, no fueron conseguidas. Por este motivo, se citó de nuevo a los evaluadores para realizar la valoración de manera presencial. Así pues, se consiguieron las 56 evaluaciones, las cuales, después de analizarlas y calcular las puntuaciones representaban información confiable.

Pretendiendo recolectar más información para la realización de esta tesis, se intentó implementar los OA en algunos estudiantes de grado en física y matemáticas. Pero, lamentablemente, al tratarse de una muestra de participantes voluntarios, no se tuvo un número de participantes que fuera representativo. Por lo que los datos que se presentan muestran apenas algo que podríamos llamar como una “aproximación”.

El propósito de valoración es distribuir OA que sean de alta calidad. De tal manera que si existen algunas cuestiones que tengan que ser mejoradas o corregidas, sean identificados antes de ser utilizados por los estudiantes. A través de esta valoración con la adecuación de HEODAR ha sido posible realizar una revisión de los seis OA que conforman la propuesta educativa.

**Objetivo 7. Conocer la opinión de los evaluadores expertos sobre la propuesta didáctica y su valoración de los OA.**

Al inicio de este trabajo se pretendía que a través de un seminario solo se diera a conocer la propuesta didáctica, el sistema de valoración y realizar la valoración de manera presencial. Sin embargo, a lo largo del desarrollo de la tesis surgieron cuestiones de interés que no podían ser investigadas solamente con el cuestionario. Dichas cuestiones eran referentes a conocer más a fondo la opinión de los sujetos acerca del Diseño Instruccional desde un enfoque de la teoría de los modelos mentales, su experiencia con los OA y sus propuestas que mejoraran la implementación de la propuesta didáctica.

Una vez que fue presentado el proyecto y una breve descripción de la Teoría de los Modelos Mentales, se dividieron en grupos para examinar los OA desde la perspectiva de esta teoría. A cada equipo se le entregó una guía de preguntas que serían discutidas en plenaria.

De esta manera, se concluyó que, desde la perspectiva de los expertos, el Diseño Instruccional de los OA era adecuado para ayudar al estudiante a generar modelos mentales que representen de los temas tratados. Además de que las RG era, posiblemente, el recurso de mayor innovación, entre otras cosas.

Esta actividad fue muy importante para la tesis, pues se identificaron aspectos específicos de la investigación que no hubiera sido posible identificar solo con el cuestionario.

Durante este seminario también se realizó la validez a nivel de contenido de las propuestas de evaluación y la tipificación de los modelos construidos por los estudiantes. Las principales contribuciones fueron orientadas a la contextualización de los contenidos, a la mejor forma de implementación de la propuesta didáctica y que haciendo pequeñas modificaciones podrían incrementar su potencial de reusabilidad.

**Objetivo 8. Organizar y analizar los datos obtenidos para la valoración de la calidad pedagógica y de diseño técnico de los OA en la enseñanza del tema de “Vectores reales geométricos: definición, operaciones y aplicaciones”.**

Una vez obtenidos los datos, fueron organizados y recodificados en SPSS. Para el análisis se consideró principalmente aquellos aspectos que no fueron tan bien valorados en los OA, Pues de esta manera mejoraría la calidad de la propuesta didáctica.

De acuerdo con los indicadores, todos los OA fueron calificados como de alta calidad, la puntuación promedio obtenida fue de 3.88. Las puntuaciones se desvían, en promedio, 0.507 unidades respecto a la media, esto indica que la dispersión de los datos en relación a la media es poca.

Además de esto, se observó que las dimensiones descritas en el instrumento presentan una correlación positiva fuerte, pues el coeficiente obtenido de correlación

Pearson fue de 0.863. Considerando esta correlación, se planteó la pregunta de si los evaluadores estaban siendo influenciados por la alta calidad del diseño técnico a la hora de valorar la calidad pedagógica. Intentando responder esto, se realizaron análisis de mediación, para, determinar si percepción de la calidad del diseño técnico como buena, se asocia a la valoración de la calidad pedagógica como buena, pero solo en los sujetos que no son profesores, y de moderación para determinar si dado que el evaluador no es profesor, provocará que considere al OA de alta calidad en cuanto a su diseño técnico, lo que incitará a evaluar al OA como de alta calidad pedagógica, pero no se encontró evidencia estadística significativa de esto. Este resultado fue satisfactorio, pues no se encontró evidencia de que la experiencia docente del experto influyera en la objetividad de la evaluación.

El 75% de los sujetos valoraron positivamente la calidad de los OA, sin embargo el objetivo es mejorarlos. Por tal motivo fueron revisados aquellos ítems que no habían alcanzado los criterios de calidad alta. Uno de los aspectos no tan bien valorados fue la motivación. Este es un punto muy importante, pues a partir de aquí es donde genera el aprendizaje, si no se tienen estudiantes motivados, dispuestos e interesados por aprender, no se obtendrán los resultados deseados, y en vano será el esfuerzo del profesor y el diseñador. Para mejorar este aspecto, se debe poner atención en las cuestiones estéticas e innovadoras. Los sujetos en sus comentarios señalan que para lograr esto, es necesario colocar ejemplos contextualizados a las áreas de interés de los estudiantes y diversas actividades que promuevan el pensamiento crítico y deductivo.

En cuanto al diseño, los OA son considerados como atractivos y dinámicos. Su interfaz es sencilla de usar. Durante la exploración de los OA hubo varios inconvenientes en la ejecución de ciertos recursos. Esto llevó a un análisis para conocer las mejores opciones acerca de la manera en que deberían de ser distribuidos los OA. Tras identificar las diferentes opciones se definió que la manera más conveniente es a través de páginas de internet y de una aplicación *Android*. Pues estos medios permiten que el usuario pueda ver los OA actualizados y son mucho más portables y ligeros que si se desarrollara, por ejemplo, un CD con los recursos *Offline*.

Una de las aportaciones principales durante esta actividad fue lo referente al sistema de implementación y distribución de los OA. Tras la discusión acerca de los pros y los contras de distribuir en los sistemas *Offline* y *Online*, se llegó a la conclusión de que la manera más conveniente de distribuirlos es a través de un aplicativo móvil o por páginas Web. De esta manera fue creada la aplicación e-vector disponible para *Android*.

A través de la aplicación de los OA se obtuvo una primera impresión de que la propuesta didáctica ayudó a la comprensión de los contenidos. Los estudiantes

manifestaron que era sencilla de usar y muy dinámica. Para las RG construidas con GeoGebra, las expectativas fueron superadas, manifestaron que era un recurso muy moderno e innovador y que ayudaba a entender mejor los conceptos.

Los resultados obtenidos en todos los análisis realizados incitan a suponer que los OA tienen un alto potencial educativo como herramienta de enseñanza-aprendizaje. Sin embargo, para tener evidencias contundentes de esto es necesario profundizar con estudios de tipo experimental.

**Objetivo 9. Implementar, como estudio piloto, los OA en estudiantes de grado para tener una primera aproximación del potencial educativo de la propuesta didáctica.**

Los seis OA fueron aplicados a un grupo de 13 estudiantes de grado de física y matemáticas. El propósito de esta actividad fue conocer cómo estos OA ayudarían a los estudiantes a aprender el tema de vectores y sus aplicaciones. Para tener una primera aproximación de esto, fue creada la dimensión de **“Potencial educativo como herramienta didáctica”**. La cual fue valorada por una parte, con la comparación del pre-test y el post-test; y por otro, con los resultados de una encuesta de satisfacción.

De esta manera, tras haber comparado las pruebas, se analizaron los modelos mentales que habían construido los estudiantes, y se tipificaron de acuerdo con una propuesta propia, con lo que se concluyó que, los estudiantes habían mejorado mucho sus respuestas después de la implementación, y consiguieron crear modelos mentales altamente congruentes con las definiciones estudiadas.

Los resultados de las encuestas mostraron que los estudiantes, desde su percepción, estuvieron motivados durante toda la actividad, y que a través de las actividades, contenidos y la retroalimentación alcanzaron los objetivos educacionales propuestos en cada OA.

En base a todo lo anterior, se puede suponer que estos OA ayudarán al aprendizaje de los temas para los cuales fueron creados, de tal manera que tienen un buen potencial educativo como propuesta didáctica.

**Objetivo 10. Mejorar los OA en función de la valoración y opinión de los expertos.**

Se puede observar que de manera general, los evaluadores consideran que las páginas son sencillas y mantienen un diseño estándar en cuanto color, diseño, tamaños, etc. En todos los casos las RG han sido muy bien evaluadas, pues sus puntuaciones reflejan que los expertos las consideran necesarias para ilustrar las definiciones, promover el aprendizaje y que son atractivas para los estudiantes y adecuadas para el nivel que se están presentando.

Hubo dos cuestiones recurrentes importantes en la valoración de los OA, la primera se refiere a la contextualización de los contenidos y la segunda a mejorar los aspectos de la motivación. En base a las puntuaciones obtenidas con el cuestionario y las contribuciones recibidas en el seminario se realizaron las mejoras y correcciones de cada OA, creando así la segunda versión de la propuesta didáctica. Una de las aportaciones principales durante la investigación fue lo referente al sistema de implementación y distribución de los OA.

Tras haber discutidos los pros y contras de las diferentes opciones de distribución se concluyó que la mejor forma es a través de un sitio Web y de una aplicación *Android*. En sus pantallas de inicio tienen la opción de seleccionar el idioma. En la siguiente pantalla está el menú principal, en el que el usuario puede elegir cualquiera de los OA, las pruebas propuestas de evaluación, la herramienta para valorar la calidad del tema o descargar la guía del profesor.

La propuesta didáctica está orientada para sistemas de formación presencial, por lo que fue necesaria la realización de una guía de uso de los OA para el profesor. En la que se describen desde aspectos técnicos como la instalación y los requisitos de sistema operativo, hasta cuestiones pedagógicas como las propuestas de evaluación, objetivos, tiempo de aprendizaje, etc. Esta guía se encuentra dentro de la aplicación e-vector.

Para los procesos de evaluación basados en este método, se propone utilizar estrategias e instrumentos que permitan al estudiante expresarse libre y verbalmente. Que pueda representar su conocimiento a través de argumentos y dibujos con lo que se pueda “extraer” lo que hay en su mente. Sin embargo, una limitación de estos protocolos de evaluación, es la falta de objetividad, pues la valoración sería asignada por la percepción del profesor. Por lo que se recomienda crear rúbricas de evaluación que informen al estudiante cómo será evaluado.

## 7.2 Líneas de investigación futuras

Los datos obtenidos a través de este estudio proporcionaron información que describe apenas la calidad las dimensiones pedagógica y técnica y una idea del potencial educativo del uso de los OA como herramienta de enseñanza-aprendizaje. Pero ¿Qué hay de eficiencia educativa del OA? Es decir, ¿Estos OA realmente ayudan a generar modelos mentales de los temas tratados?

La parte sustancial de esta tesis radica en el desarrollo de recursos educativos digitales apoyados en Teorías del Aprendizaje poco exploradas. La evaluación del recurso ayuda al ofrecimiento de OA de calidad. Sin embargo, es necesario desarrollar otro tipo de

investigaciones de tipo experimental que reflejen la efectividad educativa de esta propuesta didáctica. Especificar ideas de cómo hacer el diseño. Esto es lo que hacen los estudios exploratorios, producir preguntas que lleven a estudios más profundos.

Los nuevos paradigmas educacionales se enfocan en identificar la manera en la que aprenden los estudiantes más que en el cuánto. Crear métodos que intenten describir cómo se va desarrollando el aprendizaje en los sujetos es importante, pues en base a esto serán planeadas las estrategias de enseñanza que se adapten a tales métodos. Deben de revisarse constantemente para comprobar que se están obteniendo los resultados deseados, y en caso contrario, realizar las adecuaciones necesarias que lleven al cumplimiento de los objetivos.

EL MI puede ser utilizado como base para la planeación de diferentes estrategias didácticas, como recursos o actividades que atiendan la enseñanza de las matemáticas. Lo importante es romper con paradigmas tradicionales, que limitan la capacidad de resolución de problemas y del pensamiento, y que obligan a los estudiantes a memorizar procesos que los lleven a una respuesta correcta, pero, que carecen de un significado. No existe un método que haya resuelto el “problema” en el aprendizaje de las matemáticas, pero sin duda, crear métodos, probarlos y ajustarlos a los contextos puede ayudar a mejorar la experiencia educativa.

### **7.3 Trabajos vinculados a esta tesis**

#### **Artículos en revistas científicas:**

Rodríguez, C., Morales-Morgado, E. & Da Silva Cordeiro Moita, F. (2015). Learning objects and geometric representation for teaching "definition and applications of geometric vector. *Journal of Cases on Information Technology*, 17(1), 13-30.

Orozco, R. C., Morales-Morgado, E. & Campos, O. (2016). Creación de Objetos de Aprendizaje basados en la Teoría de los Modelos Mentales de Johnson-Laird. *Série-Estudos*, 21(42), 21-40.

Orozco, C.R; Morales-Morgado, E.M. Geometric Representations built with GeoGebra for improving the visualization and reasoning cognitive process. *Journal of Information Technology Research (JITR)*. Aceptado el 09 de diciembre del 2016.

**Participación en Congresos:**

- Orozco, C., Morales-Morgado, E. & Moita, F. (2014 a). Objeto de aprendizaje con eXeLearning y Geogebra para la definición del concepto de vector real. En *Actas del congreso Nacional de Educação CONEDU*. 18-20 de septiembre em Campina Grande, Paraíba. : Realize.
- Orozco, C., Morales-Morgado, E. & Moita, F. (2014 b). The eXeLearning and GeoGebra integration for teaching geometrics definitions and vectors representations through learning objects. In *Proceedings of the Second International Conference on Technological Ecosystems for Enhancing Multiculturality TEEM '14* (pp. 639-645). 1-3 de octubre en la Univerisdad de Salamanca, España. New York: ACM Digital library.
- Orozco, C. (2014). Objetos de *aprendizaje* y representaciones geométricas para la enseñanza del tema "vectores reales geométricos y sus aplicaciones. *En memorias del IV Simposio de Becarios CONACyT en Europa 2014*. 5-7 de noviembre en el Parlamento Europeo en Estrasburgo, Francia.
- Orozco, C. & Morales-Morgado, E. (2015). Criação de recursos educativos digitais sob a abordagem da teoria dos modelos mentais de Johnson-Laird. *II Semana Académica em Ensino de Ciências em Educação matemática*. Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande-Brasil.
- Orozco, C. & Morales-Morgado, E. (2016). Creation and assessment of Learning Objects for the definition and geometric representation of operations and applications of vectors. *International Conference Technological Ecosystems for Enhancing Multiculturality, TEEM'16*. Salamanca.
- Orozco, C. & Morales-Morgado, E. (2016). Psychometric testing for HEODAR tool. *International Conference Technological Ecosystems for Enhancing Multiculturality, TEEM'16*. Salamanca.



# 8

## Conclusões

---

8.1 Contribuições principais desta pesquisa

8.2 Linhas de pesquisa futuras

8.3 Trabalhos relacionados com esta tese

## 8 Conclusões

Esta tese se iniciou com o planejamento do problema da falta de compreensão de conceitos abstratos de álgebra linear, e se tomou como exemplo, o tema de vetores para criar seis OA, que ajudem a aprendizagem de estes temas, através da contextualização e das Representações Geométricas. Para criar a proposta, primeiro se investigou algumas Teorias da Aprendizagem, que deram resposta a como sucede este processo. Os autores da Teoria dos Modelos Mentais (1983,1996,2013) e os processos cognitivos de visualização e raciocínio Duval (1995, 1998, 1999a) têm algumas ideias em comum. Uma destas necessidades das representações semióticas e as representações proposicionais para a aprendizagem de conceitos. Outra é o uso de representações externas para o desenvolvimento de representações internas.

Desta maneira se entendeu que durante a aprendizagem das matemáticas, os estudantes experimentam certos processos que os vão levando à compreensão; e que uma estratégia para melhorar a aprendizagem é o uso de modelos que apresentem as proposições matemáticas, assim como sua aplicação em alguma área de interesse do estudante. Tendo como base estas Teorias se desenhou o MI, o qual fundamentou o DI dos OA. Cabe mencionar que, este método pode ser utilizado para criar outros recursos educativos para o ensino de conceitos matemáticos que têm uma interpretação geométrica.

Uma vez analisado o problema, se desenharam os recursos que integrariam os OA. Para colocá-los dentro da interface do OA, não podiam ser colocados de maneira aleatória senão que deviam ter uma ordem e organização. Assim, a estrutura proposta para este trabalho, está conformada por oito elementos, que atendem às fases da aprendizagem dos estudantes, e a taxonomia instrutiva de Gagné (1975). Sobre esta base, se desenhou uma estrutura genérica, que pode ser utilizada na construção de outros OA, referentes a qualquer tema.

Finalmente, os OA foram avaliados, em base aos resultados obtidos, se observou que os OA são de boa qualidade pedagógica e de desenho técnico. No entanto, houve algumas questões que deveriam ser melhoradas. As diferentes estratégias utilizadas para a coleta dos dados ajudaram a ter uma análise mais profunda. Entre o que se pode destacar, os avaliadores especialistas consideraram muito úteis as RG com GeoGebra, mas que deviam ser adicionados mais exercícios de contextualização. Por outro lado, os resultados observados nos testes de aplicação piloto aos estudantes, refletem que os OA têm bom potencial educativo como ferramenta didática. Também, que o recurso que

encontraram mais interesse, foram as RG construídas com GeoGebra. A continuação se apresentam as conclusões obtidas em relação a cada objetivo específico.

### **8.1 Contribuições principais desta pesquisa**

Este trabalho iniciou com o planejamento da pergunta de pesquisa Como são avaliados os Objetos de Aprendizagem com *eXeLearning* e GeoGebra para o ensino do tema “Vetores reais geométricos: definição, operações e aplicações” em questões de qualidade pedagógica e de desenho técnico? Para responder a esta pergunta se planejou um objetivo geral e os objetivos específicos para consegui-lo. O objetivo geral desta pesquisa é: Avaliar a qualidade pedagógica e de desenho técnico de Objetos de Aprendizagem como estratégia didática para o ensino do tema “Vetores reais geométricos: definição, operações e aplicações”. Isto foi conseguido conforme foram alcançados os seguintes objetivos específicos.

#### **Objetivo 1. Definir o conceito de Objetos de Aprendizagem, Representações Geométricas e sistema de formação.**

Para identificar as características que deveriam ter os OA era necessário conhecer as definições que tinham surgido ao longo da história. Nesta parte do referencial teórico se pôde apreciar que a definição do que é um OA foi alterada conforma se apresentavam as necessidades da sociedade do conhecimento. A evolução deste conceito tem sido desenvolvida principalmente por um esforço dos autores para tentarem unificar e padronizar as características que estes deveriam de ter.

Depois de revisar o estado de arte e analisar as definições de OA apresentadas, a que se foi tomada para este trabalho é a proposta por Morales Morgado, García-Peñalvo, e Barrón (2007a), quem definiram a um OA como “uma unidade educativa com um objetivo mínimo de aprendizagem associado a um tipo concreto de conteúdo e atividades para sua conquista, caracterizada por ser digital, independente e acessível através de metadados com confiabilidade de serem reutilizados em diferentes contextos e plataformas”. Esta definição deu uma pauta para os aspectos que deveriam ser considerados para o desenho e desenvolvimento dos OA.

De acordo com a definição, os OA são uma unidade digital, independente e acessível através de metadados. Atualmente existem associações mundiais de profissionais dedicados à padronização e desenvolvimento em áreas tecnológicas que descrevem os padrões e especificamente sob os quais os OA devem ser etiquetados. Para o ingresso dos metadados desta proposta foi utilizado o perfil de aplicação proposto como

oficial pelo MEC España, LOM-ES V1.0 (Norma UNE71361:2010 para etiquetado normalizado de Objetos Digitales Educativos –ODE-)

As principais questões que se consideraram à hora de desenvolver os OA, para que fossem considerados como OA, foi construí-los conforme a certas características como: acessibilidade, reutilização, interoperabilidade, durabilidade, autocontenção, acessibilidade e granularidade. Analisaram-se algumas plataformas que permitirão empacotar os OA com estas características. *EXeLearning* foi a ferramenta utilizada, pois, possibilita a etiquetação de OA sob os padrões e especificações da LOM-ES. Além disto, permitiu a exportação dos OA em diferentes formatos para serem distribuídos através de algum SGA ou outro meio de internet.

Durante o desenvolvimento dos OA, a ferramenta carecia de algumas propriedades. No entanto, no ano de 2014 o MEC da Espanha, retomou o projeto de *eXeLearning* e o aperfeiçoou. Entre as principais melhoras que se identificaram foram o desenho da interface e a inclusão de uma área através do qual podiam acrescentar metadados sob as especificações da LOM-ES.

Por outro lado, para garantir, na medida do possível a qualidade dos OA, estes deveriam ser avaliados, após analisar as diferentes alternativas, para realizar este processo se selecionou a ferramenta HEODAR, e se acrescentaram alguns itens para avaliar algumas questões específicas. Entre os principais motivos de seleção, pode-se mencionar que foi devido a que é a ferramenta associada e derivada da definição de OA utilizada.

## **Objetivo 2. Ressaltar a importância das Teorias de Aprendizagem como base para o desenvolvimento de recursos informáticos.**

A apresentação de um panorama geral das Teorias da Aprendizagem mais utilizadas nos últimos tempos foi de grande ajuda para introduzir e compreender como ocorre a aprendizagem desde diferentes perspectivas. Ao longo da revisão bibliográfica se observou que existem elementos em comum entre as teorias “clássicas” da aprendizagem e os modelos mentais, por exemplo, o uso das estruturas pré-existentes necessárias para gerar novos aprendizados.

A teoria dos modelos mentais foi selecionada porque representa uma forma não tradicional na explicação da aprendizagem dos sujeitos. O que se propõe nesta tese é inovar e utilizar estratégias que ofereçam uma alternativa nos métodos de ensino-aprendizagem dos sujeitos. O conhecimento a profundidade desta teoria ajudou ao desenho de recursos e atividades que seriam colocadas dentro do OA. Pois se tinha claro que o que se queria conseguir através da proposta didática era gerar estes modelos nos

estudantes. De tal maneira que o desenho instrucional estava orientado para que cada recurso e atividade ajudassem a desenvolver modelos mentais que representem os temas tratados nos OA.

Os temas apresentados com a proposta didática utilizam conceitos de vetores geométricos, pelo que além da teoria de modelos mentais, se selecionou uma teoria que ajudará à explicação específica destes temas. A teoria de Duval propõe uma série de passos que os estudantes experimentam no momento de aprender geometria. Isto representou um suporte teórico para a formulação de atividades que deviam ser instruídas aos estudantes.

Outro aspecto importante desta parte da revisão bibliográfica foi conhecer estratégias utilizadas para a avaliação dos modelos mentais dos estudantes. Observou-se que outros autores que tem utilizado esta teoria focam seus protocolos em promover o discurso nos alunos. Através de diferentes ferramentas e métodos como entrevistas, desenhos, entre outros; alguns autores tem identificado de maneira mais exitosa o que há na mente dos estudantes.

Com base nisto, foi proposto uns testes com as que se pretende identificar os modelos mentais dos estudantes, entendendo que nem todos constroem os mesmos modelos e que muitas vezes não são adequados, foi necessário ter um guia de tipificação. Como o autor da teoria não propõe uma tipologia formal, se elaborou uma própria com base aos trabalhos realizados por outros. Desta maneira, o instrumento proposto para a avaliação dos estudantes consiste em:

- Extrair mediante uma prova escrita que pede ao estudante para falar livremente acerca de certas definições e realizar um desenho que a represente.
- Identificar os conteúdos através de um check list.
- Tipificar, de acordo à proposta do modelo mental obtido.
- Avaliar, de acordo ao tipo de modelo mental identificado.

O reconhecimento das diferentes Teorias de Aprendizagem não só contribuiu à parte pedagógica dos OA, senão também ao desenho da estrutura dos elementos que os conformam. Uma vez planejados e desenhados, os recursos e atividades que seriam utilizados para dar organização com um bom desenho em quando ao acômodo dos elementos se utilizou a taxonomia instrutiva de Gagné. Desta maneira os elementos foram colocados de tal maneira que se cumprisse o processo instrutivo pelo autor.

**Objetivo 3. Propor um método para o desenho instrucional baseado na teoria dos modelos mentais e os processos cognitivos: visualização e raciocínio.**

A teoria dos modelos mentais enfoca na aprendizagem geral. No entanto se queria conhecer mais acerca dos processos na aprendizagem das matemáticas. Após a busca de algumas ideias que foram mais específicas nesta área, se considerou importante a teoria dos processos cognitivos proposta pelo psicólogo francês, Raymond Duval. Nesta o autor sugere certas etapas que os estudantes experimentam ao aprender geometria.

Durante esta revisão bibliográfica, se observou que vários autores recorriam à modelagem de conceitos para facilitar a aprendizagem. Deste modo se tinha uma referencia de como ocorre a aprendizagem, das etapas que ocorrem para a aprendizagem da geometria e a estratégia de modelagem, conseqüentemente, surge a ideia de propor um método que unisse estes três elementos, o MI. Depois se buscaram estratégias que ajudassem através deste método, assim se reconheceu a importância de acrescentar RG dinâmicas a outros recursos que integrariam os OA.

O método proposto MI é definido como “uma sequência de etapas e processos cognitivos, que utiliza RG para a construção de modelos mentais de conceitos matemáticos que têm uma interpretação geométrica”. Sua principal contribuição não reside em propor os processos para se conseguir a aprendizagem, senão em que representa uma base para planejar certas estratégias de ensino que levem ao cumprimento dos objetivos educacionais. Este é um método próprio criado para sustentar o DI dos OA, mas pode ser utilizado para testá-lo ou validá-lo com futuras pesquisas.

Os elementos e a estrutura que conformariam os OA deveriam ter um sentido. Quer dizer, não podiam ser acrescentados recursos aleatórios e sem nenhuma forma. Por este motivo, se estudaram diferentes taxonomias instrutivas que fundamentariam ao DI dos OA. Os elementos foram selecionados atendendo a taxonomia instrutiva de Gagné, e organizados estruturalmente em forma de árvore pré-determinada pela ferramenta de autor utilizada, *eXeLearning*.

**Objetivo 4. Desenhar e elaborar, com base ao método proposto, Objetos de Aprendizagem com o tem de “Vetores reais geométricos: definição, operações e aplicações” integrando conceitos, aplicações em GeoGebra, recursos e auto-avaliações.**

Poderia parecer que primeiro foi desenhado o MI e depois selecionado o tema que seria mais apropriado para exemplificar sua implantação. No entanto, o tema de vetores foi selecionado desde o começo desta tese, e em base a isto, se investigaram as Teorias da Aprendizagem e modelos que pudessem ajudar ao ensino deste tema. A primeira versão do MI foi pensado no ensino de vetores, mas, conforme o desenvolvimento da pesquisa, se

identificou que esta proposta podia ser extrapolada a qualquer conteúdo de matemática que tivesse uma interpretação geométrica.

Uma vez definido o tema que queria apresentar nesta proposta, o primeiro ponto que se teria que tomar em consideração era como seriam divididos os subtemas, de tal maneira que pudessem ser reutilizados facilmente, mas que não deixassem os temas pela metade. Desta maneira o tema principal foi dividido em seis subtemas que foram os que identificaram a cada OA com um nome.

Para criar os seis OA, que conformam a proposta didática, de tal maneira que tivessem um formato padrão e cada um contivesse dos mesmos elementos, foi necessário estabelecer a estrutura básica que os integraria. Após buscar diferentes taxonomias instrucionais, se decidiu utilizar a proposta de Gagné (1975), que apresenta diferentes etapas instrutivas que correspondem a certos processos cognitivos como a motivação, o processamento da informação, o desempenho, etc. Considerando as fases do desenho de Gagné, foi proposto uma estrutura genérica de oito elementos para o desenho dos OA, o qual pode ser utilizado por outros pesquisadores para novos recursos educativos.

Deve-se ter em consideração que os OA navegam em duas dimensões, por tal motivo devem ser planejados e desenhados desde estas duas perspectivas. Com os elementos estruturais estabelecidos, se desenharam e desenvolveram os recursos e atividades que seriam colocadas dentro destes elementos. Estes deveriam ser planejados de tal maneira que apoiassem à criação dos modelos mentais que representassem os temas apresentados.

Um dos recursos considerados como inovadores foram as construções com GeoGebra, pois a manipulação das configurações ajuda à execução dos processos cognitivos descritos pelo MI, e portanto à compreensão de conceitos abstratos que têm uma interpretação geométrica. Isto se deve a que o sujeito pode adicionar, remover ou modificar valores para transformar uma configuração inicial. Desta maneira, os estudantes também conseguirão desenvolver o pensamento dedutivo, pois poderão predizer o que ocorre nas configurações ao modificar a informação. Estas construções foram criadas desde o zero e se tentou colocar o máximo de conteúdo análogo possível, pois seu propósito principal é ajudar a criação de modelos mentais altamente específicos. O uso dos óculos 3D, como elemento lúdico, motivará aos estudantes a manipular as variáveis dos vetores de uma maneira mais real, saindo do “plano” do monitor e provocando uma aprendizagem mais significativa.

Alguns recursos utilizados como os vídeos, laboratórios virtuais e imagens já estavam construídos, outros foram criados desde o zero, e outros simplesmente foram inseridos tal como estavam disponíveis. Tendo os recursos e a estrutura sob a qual seriam

colocadas, se realizou o processo de empacotamento. A ferramenta para empacotar os recursos, ou os dados propriamente dito, foi *eXeLearning*. Unicamente se tinham que ser inseridos e anexados os arquivos, como peças de *puzzle*, até dar forma ao que agora se pode ver como os OA.

O último passo do processo de desenvolvimento dos OA foi o empacotamento. Este foi realizado através de LOM-PAD, e de *eXelearning* utilizando o perfil da LOM-ES, pois é o formato oficial do MEC, Espanha. No começo da criação dos OA, a ferramenta de *eXeLearning* não contava com este perfil de empacotamento, mas ao final de 2015, esta opção já estava disponível na versão 2.1.

### **Objetivo 5. Adaptar a ferramenta HEODAR para a avaliação da qualidade dos OA.**

A definição e a gestão dos OA foram tomadas da proposta de Morales-Morgado (2010), daí que se selecionou HEODAR, pois está desenhada em base ao trabalho da autora. Tentou-se que a ferramenta sofresse as mínimas alterações para que não perdesse sua validade e confiabilidade. Pelo que unicamente fosse acrescentados cinco itens em uma sub-dimensão dentro da categoria de desenho técnico. Além do mais, o questionário foi traduzido ao português.

Para identificar possíveis erros de tradução, se realizou uma prova piloto. Nesta se confirmou que através do instrumento se obtivesse a informação que se requeria nos dois idiomas. Além do mais, se adquiriu experiência acerca de como era a melhor maneira de aplicar o questionário e de distribuir os OA. Com as primeiras contribuições dos sujeitos se realizaram as modificações do primeiro OA que havia sido criado, e em base a estas contribuições foram criados os demais. Desta maneira a prova piloto não só serviu para a verificação do instrumento, senão também proporcionou informação importante para a criação conjunta da proposta didática.

A validade de constructo de cada uma das escalas foi feita através da análise fatorial. Nisto se observou que as escalas são unidimensionais e quase todos os pesos fatoriais são apropriados para deixar a ferramenta sem modificações. No entanto, houve alguns que se obtiveram pesos muito baixos, porém, para determinar se estes deveriam ser excluídos ou reestruturados, é necessário re-coletar mais dados através da avaliação de OA distintos com este mesmo instrumento.

O instrumento que originalmente está em espanhol agora pode ser utilizado em sua versão em português, pois através deste trabalho se comprovou a validade e confiabilidade do questionário em suas duas versões, pelo que poderá ser utilizado ou adaptado para avaliar OA com características semelhantes

**Objetivo 6. Definir as estratégias para a avaliação da qualidade pedagógica e de desenho técnico dos OA por parte de especialistas.**

O objetivo principal desta tese é avaliar os OA para que possam ser reutilizados em outros contextos educativos. Pelo que definir as estratégias para a re-coleta exitosa dos dados, era provavelmente o maior desafio. Inicialmente tanto os OA como a ferramenta HEODAR estavam disponíveis somente em espanhol. Com o objetivo de expandir o público a que seriam dirigidos, estes foram traduzidos ao português.

Posteriormente, se planejou a pergunta de Qual tipo de pessoas seriam as mais adequadas para avaliar estes OA? Por ser OA de um tema (vetores) aplicado principalmente nas ciências, o primeiro critério foi de que deveriam ser pessoas com formação básica em física, química, biologia ou matemática. Outros aspectos considerados foram que deveriam de ser especialistas no ensino das ciências e que falassem português. Desta maneira os sujeitos selecionados foram estudantes do PPGEEM.

Para a re-coleta das avaliações, primeiro foi apresentado um seminário em que se mostrou a proposta e se explicou o processo de avaliação dos OA (foram enviados por e-mail os OA e o link do instrumento de avaliação). No entanto, as avaliações mínimas requeridas, para considerar a avaliação adequada, não foram conseguidas. Por este motivo, se reuniram outra vez os avaliadores para realizar a avaliação de maneira presencial. Assim, se conseguiram as 56 avaliações, as quais, depois de analisadas e calculadas as pontuações, representavam informação confiável.

Pretendendo re-coletar mais informação para a realização desta tese, se tentou aplicar os OA em alguns estudantes de graduação de física e matemática. Mas, lamentavelmente, ao se tratar de uma amostra de participantes voluntários, não se obteve um número de participante que fosse representativo. Pelo que os dados que se apresentaram mostram apenas algo que poderíamos chamar de uma “aproximação”.

O propósito de avaliação é distribuir OA que sejam de alta qualidade. De tal maneira que se existem algumas questões que tenha que ser melhoradas ou corrigidas, sejam identificados antes de ser utilizado pelos estudantes. Através desta avaliação com adequação de HEODAR foi possível realizar uma revisão dos seis OA que conformam a proposta educativa.

**Objetivo 7. Conhecer a opinião dos avaliadores especialistas sobre a proposta didática e sua avaliação dos OA.**

No início deste trabalho se pretendia que através de um seminário só se desse a conhecer a proposta didática, o sistema de avaliação e realizar a avaliação de maneira presencial. No entanto, ao longo do desenvolvimento da tese surgiram questões de

interesse que no podiam ser investigadas somente com o questionário. Ditas questões eram referentes a conhecer mais a fundo a opinião dos sujeitos acerca do desenho instrucional desde um enfoque da teoria dos modelos mentais, sua experiência com os OA e suas propostas que melhorassem a aplicação da proposta didática.

Uma vez que foi apresentado o projeto e uma breve descrição da teoria dos modelos mentais, se dividiram em grupos para examinar os OA desde a perspectiva desta teoria. A cada equipe se entregou um guia de perguntas que seriam discutidas em roda e conversa.

Desta maneira, se concluiu, que desde a perspectiva dos especialistas, o desenho instrucional dos OA era adequada para ajudar ao estudante a gerar modelos mentais que representassem os temas tratados. Além de que as RG era, possivelmente, o recurso de maior inovação, entre outras coisas.

Esta atividade foi muito importante para a tese, pois se identificaram aspectos específicos da pesquisa que não tivesse sido possível identificar somente com o questionário.

Durante este seminário também se realizou a validez a nível de conteúdo das propostas de avaliação e a tipificação dos modelos construídos pelos estudantes. As principais contribuições foram orientadas à contextualização dos conteúdos à melhor forma de aplicação da proposta didática e que fazendo pequenas modificações poderiam incrementar seu potencial de re-usabilidade.

### **Objetivo 8. Organizar e analisar os dados obtidos para a avaliação da qualidade pedagógica e de desenho técnico dos OA no ensino do tema “Vetores reais geométricos: definição, operações e aplicações”.**

Uma vez obtidos os dados, foram organizados e recodificados em SPSS. Para a análise se considerou principalmente aqueles aspectos que não foram tão bem avaliados nos OA, pois desta maneira melhoraria a qualidade da proposta didática.

De acordo com os indicadores, todos os OA foram qualificados como de alta qualidade, a pontuação média obtida foi de 3.88 As pontuações se desviam, em média, 0.507 unidades em relação a média, isto indica que a dispersão dos dados em relação à média é pouca.

Além disto, se observou que as dimensões descritas no instrumento apresentam uma correlação positiva forte, pois o coeficiente obtido de correlação de Pearson foi de 0.863. Considerando esta correlação, se planejou a pergunta de se os avaliadores estavam sendo influenciados pela alta qualidade do desenho técnico na hora de avaliar a qualidade pedagógica. Tentando responder isto, se realizaram análise de mediação, para

determinar se a percepção de qualidade do desenho técnico boa, se associa à avaliação da boa qualidade pedagógica, mas somente nos sujeitos que não são professores, e de moderação para determinar se dado que o avaliador não é professor, provocará que considere ao OA de alta qualidade em quanto a seu desenho técnico, o que incitará a avaliar o OA como de alta qualidade pedagógica, mas não se encontrou evidência estatística significativa disto. Este resultado foi satisfatório, pois não se encontrou evidência de que a experiência docente do especialista influenciasse na objetividade da avaliação.

75% dos sujeitos avaliaram positivamente a qualidade dos OA, no entanto o objetivo é melhorá-los. Por isto foram revisados aqueles itens que não haviam alcançado os critérios de qualidade alta. Um dos aspectos não tão bem avaliados foi a motivação. Este é um ponto muito importante, pois a partir daqui é onde gera a aprendizagem, senão se tem estudantes motivados, disposto e interessados em aprender, não se obterão os resultados desejados, e em vão será o esforço do professor e do desenhador. Para melhorar este aspecto, se deve por atenção nas questões estéticas e inovadoras. Os sujeitos em seus comentários assinalam que para conseguir isto, é necessário colocar exemplos contextualizados às áreas de interesse dos estudantes e diversas atividades que promovam o pensamento crítico e dedutivo.

Em relação ao desenho os OA são considerados como atrativos e dinâmicos. Sua interface é simples de usar. Durante a exploração dos OA houve vários inconvenientes na execução de certos recursos. Isto levou a uma análise para conhecer as melhores opções acerca da maneira em que deveriam de ser distribuídos os OA. Após identificar as diferentes opções, se definiu que a maneira mais conveniente é através de páginas de internet e de uma aplicação Androide. Pois estes meios permitem que o usuário possa ver os OA atualizados e são muito mais portáteis e leves que se desenvolvesse, por exemplo, um CD com os recursos off-line.

Uma das contribuições principais durante esta atividade foi o referente ao sistema de aplicação e distribuição dos OA. Após a discussão acerca dos prós e contras de distribuir nos sistema off-line e online, se chegou a conclusão de que a maneira mais conveniente de distribuí-los é através de um aplicativo de celular ou por páginas de internet. Desta maneira foi criado o aplicativo e-vector disponível para Androide.

Através do aplicativo dos OA se obteve uma primeira impressão de que a proposta didática ajudou à compreensão dos conteúdos. Os estudantes manifestaram que era simples de usar e muito dinâmica. Para as RG construídas com GeoGebra, as expectativas foram superadas, manifestaram que era um recurso muito moderno e inovador e que ajudava a entender melhor os conceitos.

Os resultados obtidos em todas as análises realizadas incitam a supor que os OA têm um alto potencial educativo como ferramenta de ensino-aprendizagem. No entanto, para ter evidências contundentes disto, é necessário aprofundar com estudos do tipo experimental.

**Objetivo 9. Aplicar, como estudo piloto, os OA em estudantes de graduação para ter uma primeira aproximação do potencial educativo da proposta didática.**

Os seis OA foram aplicados a um grupo de 13 estudantes de graduação de física e matemática. O propósito dessa atividade foi conhecer como estes OA ajudariam aos estudantes a aprender o tema de vetores e suas aplicações. Para ter uma primeira aproximação disto, foi criada a dimensão “**Potencial educativo como ferramenta didática**”. A qual foi avaliada por uma parte, com a comparação do pré-teste e o pós-teste; e por outro, com os resultados de um questionário de satisfação.

Desta maneira, após ter comparado os testes, se analisaram os modelos mentais que os estudantes haviam construído, e se tipificaram de acordo com uma proposta própria, com o que se concluiu que, os estudantes haviam melhorado muito suas respostas depois da aplicação, e conseguiram criar modelos mentais altamente congruentes com as definições estudadas.

Os resultados dos questionários mostraram que os estudantes, desde sua percepção, estiveram motivados durante toda a atividade, e que através das atividades, conteúdos e a retroalimentação, alcançaram os objetivos educacionais propostos em cada OA.

Com base no anterior, se pode supor que estes OA ajudarão a aprendizagem dos temas para os quais foram criados, de tal maneira que têm um bom potencial educativo como proposta didática.

**Objetivo 10. Melhorar os OA em função da avaliação e opinião dos especialistas.**

Pode-se observar que, de maneira geral, os avaliadores consideram que as páginas são simples e mantêm um desenho padrão em relação à cor, desenho, tamanho, etc. Em todos os casos, as RG têm sido muito bem avaliadas, pois suas pontuações refletem que os especialistas as consideram necessárias para ilustrar as definições, promover a aprendizagem e que são atrativas para os estudantes e adequadas para o nível que se estão apresentando.

Houve dois questionamentos recorrentes importante na avaliação dos OA, o primeiro se refere à contextualização dos conteúdos e o segundo a melhora dos aspectos de motivação. Com base às pontuações obtidas com o questionário e as contribuições recebidas n seminário, se realizaram as melhoras e correções de cada OA, criando assim,

a segunda versão da proposta didática. Uma das contribuições principais durante a pesquisa foi o referente ao sistema de aplicação e distribuição dos OA.

Após ter sido discutido os prós e contras das diferentes opções de distribuição, se concluiu que a melhor forma é através de um site e de um aplicativo Androide. Em suas telas de início tem a opção de selecionar o idioma. Na seguinte tela está o menu principal, em que o usuário pode escolher qualquer um dos OA, as provas propostas de avaliação, a ferramenta para avaliar a qualidade do tema ou baixar o guia do professor.

A proposta didática está orientada para sistemas de formação presencial, pelo que foi necessária a realização de um guia de uso dos OA para o professor. Na que se descrevem, desde aspectos técnicos como a instalação e os requisitos do sistema operativo, até questões pedagógicas como as propostas de avaliação, objetivos, tempo de aprendizagem, etc. Este guia se encontra dentro do aplicativo e-vector.

Para os processos de avaliação baseados neste método, se propõe utilizar estratégias e instrumentos que permitam ao estudante se expressar livre e verbalmente. Que possa representar seu conhecimento através de argumentos e desenhos com o que se possa “extrair” o que há na sua mente. No entanto, uma limitação destes protocolos de avaliação é a falta de objetividade, pois a avaliação seria estabelecida pela percepção do professor. Pelo que se recomenda criar rubricas de avaliação que informem ao estudante como será avaliado.

## **8.2 Linhas de pesquisa futuras.**

Os dados obtidos através deste estudo proporcionaram informação que descreve apenas a qualidade das dimensões pedagógicas e técnica e uma ideia do potencial educativo do uso dos OA como ferramenta de ensino-aprendizagem. Mas O que há de eficiência educativa do OA? Quer dizer, Estes OA realmente ajudam a gerar modelos mentais dos temas tratados?

A parte substancial desta tese reside no desenvolvimento de recursos educativos digitais apoiados em Teorias da Aprendizagem pouco exploradas. A avaliação do recurso ajuda ao oferecimento de OA de qualidade. No entanto, é necessário desenvolver outro tipo de pesquisa do tipo experimental que reflita na efetividade educativa desta proposta didática. Especificar ideia de como fazer o desenho. Isto é o que fazem os estudos exploratórios, produzir perguntas que levem a estudos mais profundos.

Os novos paradigmas se enfocam em identificar a maneira em que aprendem os estudantes, mais que em quanto. Criar métodos que tentem descrever como se vai desenvolvendo a aprendizagem nos sujeitos é importante, pois em base a isto serão

planejadas as estratégias de ensino que se adaptem a tais métodos. Deve de se revisar constantemente para comprovar que se está obtendo os resultados desejados, e em caso contrário, realizar as adequações necessárias que levem ao cumprimento dos objetivos.

O MI pode ser utilizado como base para o planejamento de diferentes estratégias didáticas, como recursos ou atividade que atendam o ensino das matemáticas. O importante é romper com paradigmas tradicionais, que limitam a capacidade de resolução de problemas e do pensamento, e que obrigam aos estudantes a memorizar processos que os levem a uma resposta correta, mas que carecem de um significado. Não existe um método que haja resolvido o “problema” na aprendizagem das matemáticas, mas, sem dúvida, criar métodos, prová-los e ajustá-los aos contextos pode ajudar a melhorar a experiência educativa.

### 8.3 Trabalhos relacionados com esta tese

#### Artigos em revistas científicas:

Orozco, R. C., Morales-Morgado, E. & Campos, O. (2016). Creación de Objetos de Aprendizaje basados en la Teoría de los Modelos Mentales de Johnson-Laird. *Série-Estudos*, 21(42), 21-40.

Rodríguez, C., Morales Morgado, E. & Da Silva Cordeiro Moita, F. (2015). Learning objects and geometric representation for teaching "definition and applications of geometric vector. *Journal of Cases on Information Technology*, 17(1), 13-30.

Orozco, C.R; Morales-Morgado, E.M. Geometric Representations built with GeoGebra for improving the visualization and reasoning cognitive process. *Journal of Information Technology Research (JITR)*. Aceptado el 09 de diciembre del 2016.

#### Participação em Congressos:

Orozco, C., Morales, E. & Moita, F. (2014 a). Objeto de aprendizaje con eXeLearning y Geogebra para la definición del concepto de vector real. En *Actas del congreso Nacional de Educação CONEDU*. 18-20 de septiembre em Campina Grande, Paraíba. : Realize.

Orozco, C., Morales, E. & Moita, F. (2014 b). The eXeLearning and GeoGebra integration for teaching geometrics definitions and vectors representations through learning objects. In *Proceedings of the Second International Conferenceon Technological Ecosystems for Enhancing Multiculturality TEEM '14* (pp. 639-645). 1-3 de octubre en la Univerisdad de Salamanca, España. New York: ACM Digital library.

- Orozco, C. (2014). Objetos de *aprendizaje* y representaciones geométricas para la enseñanza del tema "vectores reales geométricos y sus aplicaciones. *En memorias del IV Simposio de Becarios CONACyT en Europa 2014*. 5-7 de noviembre en el Parlamento Europeo en Estrasburgo, Francia.
- Orozco, C. & Morales-Morgado, E. (2015). Criação de recursos educativos digitais sob a abordagem da teoria dos modelos mentais de Johnson-Laird. *II Semana Académica em Ensino de Ciências em Educação matemática*. Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande-Brasil.
- Orozco, C. & Morales-Morgado, E. (2016). Creation and assessment of Learning Objects for the definition and geometric representation of operations and applications of vectors. *International Conference Technological Ecosystems for Enhancing Multiculturality, TEEM'16*. Salamanca.
- Orozco, C. & Morales-Morgado, E. (2016). Psychometric testing for HEODAR tool. *International Conference Technological Ecosystems for Enhancing Multiculturality, TEEM'16*. Salamanca.

## 9 Bibliografía

- ADL. (2006). Fonte: Advanced Distributed Learning Initiative:  
<http://www.adl.gov/scorm/20043ed/index.aspx>
- ADL. (2009a). Advanced Distributed Learning. Fonte:  
[http://www.adlnet.gov/Technologies/scorm/SCORMSDocuments/SCORM%202004%204th%20Ed%20V1.1/Documentation%20Suite/SCORM\\_2004\\_4ED\\_v1\\_1\\_Doc\\_Suite.zip](http://www.adlnet.gov/Technologies/scorm/SCORMSDocuments/SCORM%202004%204th%20Ed%20V1.1/Documentation%20Suite/SCORM_2004_4ED_v1_1_Doc_Suite.zip)
- AICC. (2005). Aviation Industry CBT (Computer-Based Training) Committee. Acceso el 01 del 08 del 2014, disponible en <http://www.aicc.org>.
- Alcantud, F. (1999). Teleformación: diseño para todos. Valencia, España: Universitat de Valencia Estudi Geral.
- Amado, N., Sanchez, J. & Pinto, J. (2015). A Utilização do Geogebra na Demonstração Matemática em Sala de Aula: o estudo da reta de Euler. *Bolema - Mathematics Education Bulletin*, 52(52), 637-657.
- Anderson, L. W., Krathwohl, D. R. & Bloom, B. (2001). A taxonomy for learning, teaching, and assessing: a revision of Bloom's taxonomy of educational objectives. Nova York: Addison Wesley Longman.
- Area. (2012). Enseñar y aprender con TIC: más allá de las viejas pedagogías. *Aprender para educar con tecnología*, 4-7.
- Area, M. & Adell, J. (2009). e-Learning: Enseñar y Aprender en Espacios Virtuales. *Tecnología Educativa. La formación del profesorado en la era de Internet*, 391-424.
- Asuman, O. M. (2010). ¿Cómo se aprenden los conceptos de álgebra lineal? *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 13, 4-11.
- Ausubel, D., NovaK, J. & Hanesian, H. (1983). *Psicología Educativa: un punto de vista cognositivo*. (2 ed.). México: Trillas.
- Baño, J., Bosom, Á. & Ezquerro, E. (1 de Septiembre de 2010). Herramientas para la tutoría virtual. Acceso el 15 del 04 del 2015, disponible en GRupo de Investigación en interAcción y eLearning (GRIAL):  
<http://antia.fis.usal.es/sharedir/TOL/herramientasTutoria/index.html>
- Barritt, C., Lewis, D. & Wieseler, W. (1999). Cisco Systems Reusable Information Object Strategy. Definition, Creation Overview, and Guidelines. (R. e.  
[http://www.cisco.com/warp/public/779/ibs/solutions/learning/whitepapers/el\\_cis](http://www.cisco.com/warp/public/779/ibs/solutions/learning/whitepapers/el_cis), Ed.) Cisco Systems, Inc.
- Bartolomé, A. (2004). Blended Learning. Conceptos básicos. *Revista de Medios y Educación*, 23, 7-20.

- Belloch, C. (2013). Modelos de Diseño Instruccional. *Entornos Virtuales de Formación de la Universidad de Valencia*. Acceso 03 de 06 de 2014, disponible en <https://www.uv.es/bellochc/pedagogia/EVA4.wiki?1>
- Benitez, M. (2010). El modelo de diseño instruccional Assure aplicado a la educación a distancia. *Revista Académica de Investigación*, 01, 61-71.
- Berger, C. & Kam, R. (18 de Octubre de 1996). Definitions of Instructional Design Adapted from "Training and Instructional Design". Acceso el 12 del 05 del 2015, disponible en <http://www.umich.edu/~ed626/define.html>
- Bloom, B. S. (1956). *Taxonomy of educational objectives*. New York: David Mckay.
- Bohrnstedt, G. (1976). Evaluación de la validez y confiabilidad en la medición de actitudes. En: *Medición de actitudes*. México: Trillas.
- Botana, F. (2014). A parametric approach to 3D dynamic geometry. *Mathematics and Computers in Simulation*, 10(4), 3-20.
- Botana, F., Hohenwarter, M., Janičić, P., Kovács, Z., Petrović, I., Recio, T., et al. (2015). Automated Theorem Proving in GeoGebra: Current Achievements. *Journal of Automated Reasoning*, 55(1), 39-59.
- Boyle, T. & Bradley, I. (2009). *User Guide for the GLO Maker 2 Authoring Tool*. Londres: London Metropolitan University .
- Branch, R. (2009). *Instructional design: The ADDIE approach*. New York: Springer.
- Broderick, C. L. (2012). Intuitional Design central. Acceso el 17 del 06 del 2015, disponible en *What is Instructional Design?:* [http://www.instructionaldesigncentral.com/html/IDC\\_instructionaldesigndefinitions.htm](http://www.instructionaldesigncentral.com/html/IDC_instructionaldesigndefinitions.htm)
- Bruner, J. (1996). *Toward a theory of instruction*. Cambridge.: Harvard University Press.
- Bu, L. & Schoen, R. (2011). *Model-Centered Learning: Pathways to Mathematical Understanding Using GeoGebra*. Rotterdam: Sense Publisher.
- Burga, L. (2006). La unidimensionalidad de un instrumento de medición: perspectiva factorial. *Revista de Psicología*, 24(1), 53-80.
- Camacho, M. & Benítez, R. (2011). La Tecnonlogía Instruccional y educación a distancia ¿Es una profesión emergente o solo una moda? *Revista académica de investigación TLATEMOANI*, 7(1), 1-21.
- Carmines, E. & Zeller, R. (1979). *Reliability and validity assessment*. . California: Sage.
- Castro, S., Clarenc, C., de Lenz, C., Moreno, M. & Tosco, N. (2013). *Analizamos 19 plataformas de e-Learning: Investigación colaborativa sobre LMS*. Argentina : Lulu.

- CEIBAL, P. (Julio de 2009). Manual para el Diseño y Desarrollo de Objetos de Aprendizaje. Acceso el 01 del 02 del 2014, disponible en <http://ceibal.edu.uy/UserFiles/P0001/File/PDFs/Manual%20para%20el%20diseo%20y%20desarrollo%20de%20Objetos%20de%20Aprendizaje.pdf>
- Chevalley, T. & Schaeken, W. (2016). Considering too few alternatives: The mental model theory of extensional reasoning. *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 69(4), 728-751.
- Churches, A. (01 de 10 de 2009). Taxonomía de Bloom para la era digital. Acceso el 01 del 03 del 2015, disponible en eduteka: <http://www.eduteka.org/TaxonomiaBloomDigital.php>
- Cisco System. (2000). Reusable Information Object Strategy, Definition Creation Process and Guidelines for Building. version 3.1.: Technical Report.
- Cisco System. (2003). Reusable Learning Object Authoring Guidelines: How to build Modules, Lessons and Topics. White Paper.
- Clark, R. (1999). Developing Technical Training. A structured Approach for Developing Classroom and Computer based Instructional Materials. International Society for Performance Improvement.
- CLOE. (2003). CLOE Over viwe. [net.educause.edu/ir/library/pdf/CSD3677.pdf](http://net.educause.edu/ir/library/pdf/CSD3677.pdf): paper withe.
- Coaten, M. (2003). Blended e-learning. *educaweb*, 6(1), 60-69.
- Condie, R., Munro, B., Muir, D. & Collins, R. (2005). The impact of ICT initiatives in scottish schools: Phase 3. Edimburgo: Scottish Executive Education Departament. Edimburgo, <http://www.scotland.gov.uk/Publications/2005/09/14111116/11170> .
- Consejería de Educación, Juventud y Deporte de la Comunidad de Madrid. (s.f.). Educa Madrid. Acceso el 01 de 2015, disponible em: <http://www.educa2.madrid.org/educamadrid/madrid-linux>
- Cruz, I. & Puentes, Á. (2012). Innovación Educativa: Uso de las TIC en la enseñanza de la Matemática Básica. *Revista de Educación Matemática y TIC.*, 1(2), 127-147.
- D'Amore, B., Fandiño, M., Lori, M. & Matteuzz, M. (2015). Análisis de los antecedentes Histórico-Filósoficos de la "Paradoja Cognitiva de Duval". *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 18(2), 177-212.
- DCMI. (2010a). Dublin Core Metada Initiative . Fonte: Metadata Basics: <http://dublincore.org/metadata-basics/>
- De Witte, K. & Rogge, N. (2014). Does ICT matter for effectiveness and efficiency in mathematics education? *Computers & Education*, 173–184.

- Del Moral, M. E. (2000). Diseño de aplicaciones multimedia e hiperdocumentos para el aprendizaje. *Quaderns Digitals. Net Revista de Nuevas Tecnologías y Sociedad* [Revista en línea].
- Dikovi, L. (2009). Applications GeoGebra into Teaching Some Topics of Mathematics at the College Level. *ComSIS*, 6(2), 191-203.
- Dominguez García, S., García-Planas, M. & Taberna, J. (2015). Modelling E-portfolio for a Linear Algebra undergraduate course. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 9, 115-121.
- Domínguez, E. (2009). Las TIC como apoyo al desarrollo de los procesos de pensamiento y la construcción activa de conocimientos. *Revista del Instituto de Estudios de Educación.*, 149-155.
- Dubrau, A. & Hendren, L. (2012). Taming MATLAB. *Object-Oriented Programming Systems, Languages, and Applications, OOPSLA* . 47, pp. 503-522. Canada : ACM SIGPLAN Notices.
- Duval, R. (1995a). Geometrical Pictures : Kinds of Representation and specific Processings. *Exploiting Mental Imagery with Computers in Mathematics Education*, 142-157.
- Duval, R. (1995b). *Sémiosis et pensée humaine*. (Traducción: Myriam Vega Restrepo, 1999, Universidad de Valle, Colombia. ed.). Peter Lang S.A. Editions scientifiques européennes.
- Duval, R. (1998). Geometry from a cognitive point of view. *Perspective on the Teaching of the Geometry for the 21st Century*, 37–51.
- Duval, R. (1999a). Representation, vision and visualisation: cognitive functions in mathematical thinking. *Proceedings of the 21st Annual Meeting North American Chapter of the International Group of PME, Cuernavaca, México* (pp. 3–26). Ohio, USA: F. Hitt & M. Santos.
- Eisenck, M. & Mark, K. (1994). *Psicología cognitiva : um manual introdutório*. Porto Alegre: Artes Médicas.
- Ertekin, E. (2014). Is Cabri 3D Effective for the Teaching of Special Planes in Analytic Geometry? *International Journal of Educational Studies in Mathematics*, 1(1), 27-36.
- Fermoso, A. & Pedrero, A. (2009). RED, *Revista de Educación a Distancia*. *Revista de Educación a Distancia, especial dedicado a Experiencias digitales en el aula.*, 3-9.
- Fernández-Papillón, A. (2009). Las plataformas e-learning para la enseñanza y aprendizaje universitario en internet. En: *Las plataformas del aprendizaje. Del mito a la realidad* (pp. 45-27). Madrid: Biblioteca nueva.

- Galarza, M. (10 de 10 de 2012). Momento de torsión. Acceso el 08 del 07 del 2014, disponible en slideshare: [http://es.slideshare.net/moises\\_galarza/momento-de-torsion](http://es.slideshare.net/moises_galarza/momento-de-torsion)
- Gangé, R. M. (1975). Las condiciones del aprendizaje. México: Nueva editorial interamericana.
- García-Peñalvo, F., Carabias J., González, A., García, J., & Berlanga, A. (2004). Facilidades de Interacción en la Herramienta de Autor HyCo para la Creación de Recursos Docentes. V Congreso Interacción Persona Ordenador, (pp. 113-120.). Lleida, España.
- García, A. L. (2005a). Objetos de aprendizaje. Características y repositorios. Boletín Electrónico de Noticias de Educación a Distancia (BENED).
- García, I. & Pacheco, C. (2013). A constructivist computational platform to support mathematics education in elementary school. *Computers & Education*, 66, 25–39.
- García, J., Gil, F. & Rodríguez, G. (2000). Análisis factorial. Madrid: La Muralla.
- García-Santillán, A., Ríos-Álvarez, L., Escalera-Chávez, .. M., Zamora-Lobato & T. Pozos-Texon, F. (2015). From Traditional Classroom to Programming and Design Financial Tool to Debt Restructuring with Equivalent Equations Model. *Mediterranean Journal of Social Sciences*, 6(2), 35.43.
- García-Valcárcel, A. (2005). Medios Informáticos. Fonte: Gredos USal: Disponible: <http://web.usal.es/~anagv/arti5.htm#punto53>
- García-Valcárcel, A. & Hernández, M. A. (2010). Evaluación de procesos de innovación escolar basados en el uso de las TIC desarrollados en la comunidad de Castilla y León. Salamanca: Aquilafuente.
- GeoGebra, M. M. (2016). Hall, J.; Lingefjärd, T. Estados Unidos de América: John Wiley & Sons.
- GloMaker. (s.f.). Glo Maker. Acceso el 07 de 01 de 2015, disponible en <http://www.glomaker.org/>
- Gráficos con Clase. (07 de 06 de 2004). Acceso el 11 de 06 de 2014, disponible en <http://graficos.conclase.net/curso/?cap=601#inicio>
- Gros, B. (. (1997). Diseño y programas educativos. Pautas pedagógicas para la elaboración de software. Barcelona : Ariel Educación.
- Grossman, S. & Flores, J. J. (2012). Álgebra lineal (Séptima Edición. ed.). Ciudad de México: McGraw-Hill.
- Guenaga, M., Mechaca, I., Romero, S. & Eguíluz, A. (2012). A tool to evaluate the level of inclusion of digital learning objects. 4th International Conference on Software

- Development for Enhancing Accessibility and Fighting Info-Exclusion, DSAI 2012, 148-154.
- Guimarães, N., Gobara, S., Jardim, M., Errobidart, H. & Marques, S. (2013). Modelos mentais e representações utilizadas por estudantes do ensino médio para explicar ondas. *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias*, 12(3), 440-457.
- Hair, J., Black, W., Babin, B. & Anderson, R. (2009). *Multivariate Data Analysis (7th Edition)*. New Jersey: Pearson.
- Hall, J. & Lingefjärd, T. (2016). *Mathematical Modeling: Applications with GeoGebra*. Estados Unidos de América: John Wiley & Sons.
- Hayes, A. (2013). *Introduction to Mediation, Moderation, and Conditional Process Analysis*. New York: The Guilford Press.
- Hayes, A. (2015). *Model Templates for PROCESS for SPSS and SAS*. New York: The Guilford Press.
- Hegarty, M., Stieff, M. & Dixon, B. (2013). Cognitive change in mental models with experience in the domain of organic chemistry. *Journal of Cognitive Psychology*, 25(2), 220-228.
- Hernández, S., Fernández, C. & Baptista, L. (2010). *Metodología de la investigación*. Cd. de México: McGraw-Hill.
- <http://es.wikipedia.org/wiki/GeoGebra>. (s.f.). Acceso el 04 de 2015, disponible en Wikipedia: <http://es.wikipedia.org/wiki/GeoGebra>
- <http://exelearning.net>. (s.f.). eXeLearning . Acceso el 01 de 06 de 2015
- IEEE LOM. (2002). *Standard for Learning Object Metadata*.
- IEEE LTSC. (2002). *Draft Standard for Learning Object Metadata*.
- IEEE The Institute of Electrical and Electronics Engineers. (s.f.). [www.ieee.org](http://www.ieee.org).
- Igartua, J. (2016). *Mediación, moderación y análisis de la mediación moderada con técnicas de bootstrapping*. Salamanca: Univesridad de Salamanca.
- Insuasty, E., Martín García, A. & Insuasty, J. (2014). Comparación de tres metodologías de evaluación de Objetos de Aprendizaje Virtuales. *Teoría de la Educación. Educación y Cultura en la Sociedad de la Información*, 15(2), 67-85.
- International GeoGebra Institute. (s.f.). *Acerca de GeoGebra*. Acceso el 01 de 12 de 2016, disponible en GeoGebra: <http://www.geogebra.org>
- Iriarte, X., Aginaga, J. & Ros, J. (2014). Teaching mechanism and machine theory with GeoGebra. 1st International Symposium on the education in mechanism and

machine science, ISEMMS 2013 (pp. 211-219). Bilbao; Spain: Garcia-Prada J.C., Castejon C.

ISO. (1998). Ergonomic requirements for office work with visual display terminals (VDT)s Part 11 Guidance on usability,.

Johnson-Laird. (2013). Mental models and cognitive change. *Journal of Cognitive Psychology*, 25(2), 131-138.

Johnson-Laird, P. (1983). *Mental models: Toward a cognitive science of language, inference, and consciousness*. Cambridge, USA: Harvard University Press.

Johnson-Laird, P. (1996). Images, Models, and Propositional Representations. En: *Models of Visuospatial Cognition* (pp. 90-126). New York, Oxford: Oxford University Press.

Kaiser, H. F. (1974). An index of factorial simplicity. *Psychometrika*, 39(1), 31-36.

Kösa, T. & Karakuş, F. (2014). Using dynamic geometry software Cabri 3D for teaching analytic geometry. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 2(2), 1385-1389.

Kottler, H., Parsons, J., Wardengurg, S. & Vornbrock, F. (2000). *Knowledge Objects: Definition, Development Initiatives, and Potencial Impact*. New York: McGraw-Hill.

L'Allier, J. J. (1997). *Frame of Reference: NETg's Map to the Products, Their Structure*. (<http://www.netg.com/research/whitepapers/frameref.asp>, Ed.) NetG.

Lamport, L. (1986). *LaTeX User's Guide and Document Reference Manual*. Addison-Wesley, Reading, MA.

Lee, N. Y. & Johnson-Laird, P. N. (2013). Strategic changes in problem solving. *Journal of Cognitive Psychology*, 25(2), 165–173.

López Guzmán, C. & García Peñalvo, F. J. (2005). *Los Repositorios de Objetos de Aprendizaje como soporte a un entorno e-learning*. Salamanca, España: Tesina Doctoral.

Olmo, M. (2000). *Operaciones Básicas con Vectores*. Acceso el 01 de 08 de 2014, disponible en hyperphysics: <http://hyperphysics.phyastr.gsu.edu/hbasees/vect.html#veccon>

Majo, J. & Marquès, P. (2002). *La revolución educativa en la era internet*. Barcelona: CissPraxis.

Marcheti, F.A. & Belhot, R. (2010). Taxonomia de Bloom: revisão teórica e apresentação das adequações do instrumento para definição de objetivos instrucionais. *Gestão & Produção*, 17(2), 421-431.

Marmolejo, G. & Vega, M. (2012). La visualización en las figuras geométricas. Importancia y complejidad de su aprendizaje. *Educación matemática*, 24(3), 7-32.

- Marques, P. (2011). Pere Marques y tecnología educativa. Acceso el 15 de 03 de 2015, disponible en <http://www.peremarques.net/medios2.htm#inicio>
- Martinez, R. & Bonachea, O. (2011). ¿ Estrategias de enseñanza i estrategias de aprendizaje? Revista Varela, Disponible en <http://www.revistavarela.rimed.cu/articulos/rv1305.pdf>.
- Martinez Abad, F. J. (2013). Evaluación y Formación en Competencias Informacionales en la Educación Secundaria Obligatoria. Tesis Doctoral. Universidad de Salamaca.
- McGreal, R. (2004). Online Education using Learning Objects. New York: NY, 10001.
- McNeil, S. (2014). Visualizing mental models: understanding cognitive change to support teaching and learning of multimedia design and development. Educational Technology Research and Development., 63(1), 73-96.
- MECD. (08 de 02 de 2010). Análisis del perfil de aplicación LOM-ES v1.0. Fuente: educalab.es: [http://www.edu.xunta.es/contidos/ODEs/lex2/norma\\_une.htm](http://www.edu.xunta.es/contidos/ODEs/lex2/norma_une.htm)
- Méndez, D. & Méndez, M. (2014). El profesorado de ciencias y matemáticas y la comunicación a través de las TIC. Historia y Comunicación Social, 19, 315-326.
- Méndez, M. C. & Rondón, S. M. (2012). Introducción al análisis factorial exploratorio. Revista Colombiana de Psiquiatría, 41(1), 197-207.
- MERLOT. (1997). Multimedia educational Resource for Learning and Online Teaching. Acceso el 01 de 05 de 2015, disponible en <http://www.merlot.org>.
- Merrill, M. (1996). Instructional Transaction Theory:. Educational Technology, 36(3), 30-38.
- Merrill, M. (1999). Instructional Design Theories and Models: A new Paradigm of Instructional Theory. Lawrence Erlbaum Assoc.
- Mora, F. (2012). Objetos de aprendizaje: importancia de su uso en la educación virtual. Calidad en la Educación Superior, 3(1), 104-118.
- Morales Morgado, E. M., García-Peñalvo, F. & Barrón, Á. (2007a). Definición Pedagógica Del Nivel De Granularidad De Objetos De Aprendizaje. Actas del I Congreso Internacional de Tecnología,.
- Morales Morgado, E. M., Gómez, D. A., García Peñalvo, F. J. & Therón, R. (2009). Supporting the Quality of Learning Objects through their Ranking Visualization. International Journal of Emerging Technologies in Learning (IJET).
- Morales Morgado, E., Muñoz, C., Conde, M. & García Peñalvo, F. J. (2010). Resultados de la aplicación de la Herramienta de Evaluación de Objetos Didácticos de Aprendizaje Reutilizables (HEODAR) en Moodle. CCITA, 2.

- Morales Vallejo, P., Urosa, S. & Blanco, A. (2003). Construcción de escalas de actitudes tipo likert: una guía práctica. Madrid: La Muralla.
- Morales, E. M., García, F. J. & Barrón, Á. (2003). Knowledge Management in E-learning . In: A. Méndez & J. M. Mesa, *Advances in Technology-Based Education: Toward a Knowledge-Based Society*. Proceedings of the 2nd International Conference on Multimedia and Information & Communication Technologies in Education (pp. 860-864). Badajoz, España.
- Morales, E. M., García, F. J. & Barrón, Á. (2006a). LOs Instructional Design based on an Ontological Model to Improve their Quality. In: L. Panizo Alonso, L. Sánchez González, B. Fernández Majón & M. Llamas Nistal, *8th International Symposium on Computers in Education* (pp. 441-448.). León, España.
- Morales, E. M., García, F. J., Barrón, Á., Berlanga & López, A. (2005). Propuesta de evaluación de objetos de aprendizaje. Simposio Pluridisciplinar sobre Diseño, Evaluación y Descripción de Contenidos Educativos Reutilizables, (pp. 19-21). Barcelona, España.
- Morales, E., García Peñalvo, F., Campos, R. & Astroza, C. (2012). Desarrollo de competencias a través de objetos de aprendizaje. RED. Revista de Educación a Distancia., 5-19.
- Morales, E., García, F. & Barrón, Á. (2008a). An Evaluation Instrument for Learning Object Quality and Management. 10th International Conference on Enterprise Information Systems. . Barccelona.
- Morales, E., García, F. & Barrón, Á. (2008a). Análisis comparativo de instrumentos de evaluación de Objetos de Aprendizaje. V Simposio Pluridisciplinar sobre Diseño y Evaluación de Contenidos Educativos Reutilizables. Salamanca, España.
- Morales, M. E., García, F. & Olmos, S. (2010). Diseño de Objetos de Aprendizaje para potenciar el desarrollo de competencias y su evaluación con HEODAR. Segundo Congreso Iberoamericano de Informática Educativa, (pp. 683-690). Santiago Chile.
- Morales-Morgado, E. M. (2010). Gestión del conocimiento en sistemas e-learning, basados en objetos de aprendizaje, cualitativa y pedagógicamente definidos. (S. Ediciones Universidad de Salamanca, Ed.) Salamanca: Colección Vítor, 273.
- Morales-Morgado, E. M., García Peñalvo, F. J. & Barrón Ruiz, A. (2008). Aspectos a considerar en la creación de Objetos de Aprendizaje (OAs). eUniverSALearning'2008, (pp. 87-97). Salamanca.
- Morales-Morgado, E. M., Gómez-Aguilar, D. & García-Peñalvo, F. J. (2008b). Herramienta para la Evaluación de Objetos Didácticos de Aprendizaje Reutilizables. In: J. Á. Velázquez Iturbide, F. J. García Peñalvo & A. B. Gil González (Ed.), X Simposio Internacional de Informática Educativa - SIIE'08 (Salamanca, España, 1-3 de Octubre de 2008). Salcamca, España: Ediciones Universidad de Salamanca. Colección Aquilafuente.

- Moreira. (1999). Modelos Mentais. *Investigações em Ensino de Ciências*, 1(3), 193-232.
- Moreira, M.A., Caballero, M.C. & Rodríguez, M.L. (1997). Aprendizaje Significativo: Un Concepto Subyacente. *Actas del Encuentro Internacional sobre el Aprendizaje Significativo*. Burgos, España. 19-44.
- Moreira, M. A. (2010). *Teoria da Aprendizagem*. EPU.
- Moreira, M. A., Greca, I. M. & Palmero, M. L. (2002). Modelos Mentales y Modelos Conceptuales en la enseñanza y aprendizaje de las ciencias. (3. d. 2015, Ed.) *Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências*, 2(3), 37-57.
- Moreira, M. & Krey, I. (2006). Dificuldades dos alunos na aprendizagem da lei de Gauss em nível de física geral á luz da teoria dos modelos mentais de Johnson-Laird. *Revista de Ensino de Física*, 28(3), 353-360.
- Moreno, F. & Bailly-Baillièrè, M. (2002). Diseño instructivo de la formación on-line. Aproximación metodológica a la elaboración de contenidos. Barcelona: Editorial Ariel Educación.
- Nesbit, J. C., Belfer, K. & Leacock, T. (2004). LORI 1.5: Learning Object Review Instrument. <http://www.elera.net>.
- Nielsen, J. (2000). *Usabilidad Diseño de Sitios Web*. Prentice Hall PTR.
- Novak, J. D. & Gowin, D. B. (1984). *Learning How to Learn*. New York: Cambridge Univ.
- OEI, [Organización de Estados Iberoamericanos]. (Agosto de 2016). Introducción. Fonte: Club GeoGebra Iberoamericano: <http://ibercienciaoei.org/clubgeogebra/>
- Orozco, R. C., Morales-Morgado, E. & Campos, O. (2016). Creación de Objetos de Aprendizaje basados en la teoría de los Modelos Mentales de Johnson-Laird. *Série-Estudos*, 21(42), 21-40.
- Otero, M. R. & Banks-Leite, L. (2006). Modelos mentales y modelos numéricos: un estudio descriptivo en la enseñanza media. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 9(1), 151-178.
- Otero, M. R., Moreira, M. & Greca, I. (2002). El uso de imágenes en textos de física para la enseñanza secundaria y universitaria. *Investigações em Ensino de Ciências*, 7(2), 127-154.
- Pascual, M. (2003). "El Blended learning reduce el ahorro de la formación on-line pero gana en calidad". *Educaweb*.
- Piaget, J. (1971). *O nascimento da inteligência na criança*. Rio de Janeiro: Zahar, Editores.
- Piaget, J. (1976). *Equilíbrio das estruturas cognitivas*. Rio de Janeiro : Zahar, Editores.

- Pierce, R. & Stacey, K. (2011). Using Dynamic Geometry to Bring the Real World into the Classroom. In: L. Bu & R. Schoen, *Toward model-centered mathematics learning and instruction using geogebra* (pp. 40-56). Rotterdam: Sense Publisher.
- Polsani, P. (2003). Use and abuse of reusable learning objects. *Journal of Digital*, 3(4).
- Pozo, J. (2010). *Teorías cognitivas del aprendizaje*. (10 ed.). Facultad de Psicología de la Universidad Autónoma de Madrid., Madrid, España.: Ediciones Morata.
- Prada San Segundo, M. S. (2011). *Integración de las TIC en la docencia Universtiaría*. España: NETBIBLO,S. L.
- Prio, J. & Torregosa, G. (2013). Razonamiento configural y procedimientos de verificación en contexto geométrico. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 16(3), 339-368.
- Pulido, P. O. (2002). *La enseñanza del Álgebra Lineal mediante sistemas informáticos de cálculo algebraico*. Madrid.
- Reigeluth, C. M. (1999). What is Instructional-Design Theory and How is it Changing? (C. M. Reigeluth, Ed.) *Instructional-Design Theories and Models: a New Paradigm of Instructional Theory*, 2, 5-29.
- Reigeluth, C. M. & Stein, F. S. (1983). The elaboration theory of instruction. en C. Reigeluth (ed.). Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates.
- RELOAD. (2005). Reusable eLearning Object Authoring and Delivery. Fonte: Reload editor: <http://www.reload.ac.uk/editor.html>
- RELOAD. (s.f.). Eclipse Rich Client Platform. Acceso el 07 del 06 del 2015, disponible en The Eclipse-based RELOAD Editor: [http://www.reload.ac.uk/new/editor\\_eclipse.html](http://www.reload.ac.uk/new/editor_eclipse.html)
- RELOAD. (s.f.). Reusable eLearning Object Authoring and Delivery . Acceso el 07 del 06 del 2015, disponible en REOLAD SCORM Player: <http://www.reload.ac.uk/new/scormplayer.html>
- RELOAD. (s.f.). Reusable e-Learning Object Authoring and Delivery (RELOAD). Acceso el 07 del 06 del 2015, disponible en <http://www.reload.ac.uk/>
- RELOAD. (s.f.). Reusable eLearning Object Authoring and Delivery . Acceso 07 del 06 del 2015, disponible en Learning Design Editor: <http://www.reload.ac.uk/new/ldeditor.html>
- Richye, R., Fields, D. & Foxon, M. (2001). *Instructional Design Competencies* (3rd ed.). Syracuse: ERIC Clearinghouse on Information & Technology.
- Rodríguez, C., Morales-Morgado, E. & Da Silva Cordeiro Moita, F. (2015). Learning objects and geometric representation for teaching "definition and applications of geometric vector. *Journal of Cases on Information Technology*, 17(1), 13-30.

- Rodríguez, M. (2011). Exploración del impacto producido por la integración del ambiente de geometría dinámica (agd) geogebra en la enseñanza de los cursos de matemáticas básicas de primer semestre de la universidad nacional de Colombia sede palmira. . Colombia.
- Román, M. & Murillo, F. (2014). Disponibilidad y uso de TIC en escuelas latinoamericanas: incidencia en el rendimiento escolar. *Educação e Pesquisa*, 40(4), 869-895.
- Sarasa, C., Fernández-Pampillón, A., Rueda, A. & Riani, C. (2016). Una Herramienta Web para la evaluación de la calidad de los materiales educativos digitales. *Proceedings of the XVIII Simposio Internacional de Informática Educativa - SIIE'16* (pp. 303-338). Salamanca: Ediciones Universidad de Salamanca.
- SCORM. (2004). Sharable Content Object Reference Model v1.3. Fonte: <http://www.adlnet.org/scorm/index.cfm>.
- Seo, Y. J. & Woo, H. (2010). The identification, implementation, and evaluation of critical user interface design features of computer-assisted instruction programs in mathematics for students with learning disabilities. *Computers & Education*, 55(1), 363–377.
- Sicilia Urbán, M.-A. & Sánchez Alonso, S. (2009a). Learning objects y learning signs: conceptos. En: *Diseño y Evaluación de contenidos y actividades educativas reutilizables*, Information Engineering Research Unit.
- Sicilia, M. Á. & García, E. (2003). On the Concepts of Usability and Reusability of Learning Objects. (A. University, Ed.) *International Review of Research in Open and Distance Learning*, 2(4).
- Sicilia, M. Á. & Sánchez, S. (2005). Reusabilidad y reutilización de objetos didácticos: mitos, realidades y posibilidades. *RED Revista de Educación a Distancia*, 2, 1-12.
- Skinner, B. (1938). *The Behavior of Organisms: An Experimental Analysis*. Reimpreso por la fundación B.F. Skinner en 1991.
- Soylu, Y. (2007). The role of the geometric models in the explanation of determinant and the properties of a determinant. *Turkish Online Journal of Distance Education-TOJDE*.
- Stains, M. & Sevan, H. (2015). Uncovering Implicit Assumptions: a Large-Scale Study on Students' Mental Models of Diffusion. *Research in Science Education*, 45(6), 807-840.
- Tejedor, F. J. (2011). *Integración de las TIC en la docencia Universitaria*. Salamanca: NETBIBLO, S. L.
- Torregosa, G. & Quesada, H. (2007). Coordinación de procesos cognitivos en geometría. *Revista Latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 276-300.

- Torregrosa, G. Quesada, H. & Penalva, M. (2010). Razonamiento configural como coordinación de procesos de visualización. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 28(3), 327–340.
- Torres Rojas, A. (2012). UF0241: Fases y procesos en artes gráficas. . Málaga: ic editorial.
- Torres-Díaz, J., Jara, D. & Valdiviezo, P. (2012). Integración de las redes sociales y entornos virtuales de aprendizaje. *Revista de Educación a Distancia*, 35(1), 1-8.
- Trushell, J., Byrne, K. & Hassan, N. (2013). ICT facilitated access to information and undergraduates' cheating behaviours. *Computers and Education*, 63, 151-159.
- UNESCO. (07 de 02 de 2005). *Hacia las sociedades del conocimiento*. Acceso el 21 del 05 del 2013, disponible en Unesco Data Base.:  
<http://unesdoc.unesco.org/images/0014/001419/141908s.pdf>
- Victoria, M., Querin, O., Díaz, C. & Martí, P. (2016). liteITD a MATLAB Graphical User Interface (GUI) program for topology design of continuum structures. *Advances in Engineering Software*, 126-147.
- Vygotsky, L. (1978). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Barcelona: Grijalbo.
- Wenger, E. (2001). *Comunidades de Práctica. Aprendizaje, significado e identidad*. Barcelona: Paidós.
- Wiley, D. (2000a). Connecting learning objects to instructional design theory: A definition, a metaphor, and a taxonomy. *The Instructional Use of Learning Objects*.
- Wiley, D., Gibbons, A. & Recker, M. (2000). A reformulation of the issue of learning object granularity and its implications for the design of learning objects. *The instructional use of learning objects*.
- Wolfram Research Team. (2016). About Wolfram|Alpha. Acceso el 08 del 11 del 2016, disponible en Wolfram|Alpha:  
[http://www.wolframalpha.com/about.html?\\_ga=1.51485865.1615539028.1478607748](http://www.wolframalpha.com/about.html?_ga=1.51485865.1615539028.1478607748)
- Zamke, S. (2016). Developing a coding framework to analyze student-to-student reasoning based on mental models theory. *International Journal of Engineering Education*, 2, 584-597.
- Zill, D. G. & Wright, W. S. (2011). *Cálculo de varias variables*. Ciudad de México: McGraw-Hill.

## Apéndices

### Apéndice A. Tablas de planeación y diseño de contenidos, recursos, y actividades de la propuesta didáctica.

Elemento.	Actividades planeadas
Nombre OA_2	<p><b>Tipos de vectores</b></p> <p><b>Recursos:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Texto estático.</li> </ol>
Objetivos de aprendizaje.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Conocer los diferentes tipos de vectores a través de su definición.</li> <li>2. Identificar la clasificación de los vectores a través de sus características</li> <li>3. Obtener un vector asociado a un vector, realizando el proceso de normalización</li> <li>4. Concretizar la clasificación de vectores por medio de representaciones geométricas en el plano y el espacio</li> </ol> <p><b>Recursos:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Texto estático.</li> <li>2. Gift animado.</li> </ol>
Introducción.	<p>En esta sección se verá la clasificación de vectores de acuerdo a sus componentes; magnitud, dirección y orientación. Es importante conocer estos vectores para poder identificarlos en algunos casos prácticos. Por ejemplo:</p> <p>Un campo eléctrico en un punto es una magnitud vectorial, por lo tanto puede ser representado por un vector. Un campo eléctrico uniforme, está definido como una región en que todos los puntos poseen el mismo campo eléctrico, es decir los vectores que lo representan tienen la misma magnitud, dirección y sentido, siendo así las líneas de s paralelas y equidistantes.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ ¿Qué nombre reciben estos vectores?</li> <li>➤ ¿Cuáles características poseen estos vectores?</li> <li>➤ ¿Cómo se clasifican estos vectores?</li> </ul> <p><b>Recursos:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Texto estático.</li> <li>2. Imagen ilustrativa</li> </ol>
Contenidos.	<p><b>Vector posición</b></p> <p>Es un vector geométrico que representa la posición de un punto P en el plano o el espacio la orientación del vector va de O a P, donde O es el origen. Usualmente denotado <math>\vec{r} = \overrightarrow{OP}</math></p> <p><b>Recursos:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Texto estático.</li> <li>2. Imagen ilustrativa</li> </ol>
	<p><b>Vector nulo</b></p> <p>Vector de magnitud cero, su origen coincide con su extremo, no tiene dirección ni orientación definida. Se denota por:</p> $\mathbf{0} = (0, 0, 0, \dots, 0)$ <p><b>Recursos:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>3. Texto estático.</li> <li>4. Imagen ilustrativa.</li> </ol>
	<p><b>Vector unitario</b></p> <p>Un vector de magnitud uno. En ocasiones se le llama también <b>vector normalizado</b>. Todos los espacios euclídeos tienen un producto escalar natural que da lugar a una norma, sin embargo el concepto de vector unitario solo puede ser definido si el espacio vectorial es un espacio normado.</p> <p>Al proceso de obtener un vector asociado a otro vector se le conoce como <b>normalización del vector</b>, razón por la cual es común referirse a</p>

	<p>un vector unitario como vector normalizado. La normalización del vector <math>v</math> se obtiene mediante la fórmula: <math>\hat{u} = \frac{\vec{u}}{ \vec{u} }</math></p> <p><b>Recursos:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Texto estático.</li> <li>2. Imagen ilustrativa.</li> <li>3. Video de proceso de normalización.</li> </ol>
	<p><b>Vectores equipolentes</b></p> <p>Cuando dos vectores tienen el mismo módulo, dirección y orientación, se dice que son equipolentes. ¿Qué quiere decir? Que miden igual, se encuentran en líneas paralelas y apuntan hacia el mismo lado.</p> <p><b>Recursos:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Texto estático.</li> <li>2. Imagen ilustrativa.</li> </ol>
	<p><b>Vectores libres</b></p> <p>El conjunto de los vectores equipolentes recibe el nombre de vectores libres. Es decir, que un vector libre es el grupo de vectores que cuentan con el mismo modulo, dirección y sentido. <b>Son vectores que pueden trasladarse en el plano (o en el espacio) sin modificar sus características, es decir, la ubicación de su punto inicial no es determinante.</b></p> <p><b>Recursos:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Texto estático.</li> <li>2. Imagen ilustrativa.</li> </ol>
	<p><b>Vector anclado</b></p> <p>Un vector anclado es el representante de un vector libre, o un elemento del conjunto de vectores equipolentes. Es decir que estos serán iguales solo si tienen igual módulo, dirección, sentido y <b>si cuentan con el mismo punto inicial.</b></p> <p><b>Recursos:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Texto estático.</li> <li>2. Imagen ilustrativa.</li> </ol>
	<p><b>Vector deslizante</b></p> <p>Son aquellos vectores equipolentes que se encuentran en la misma recta. Así, esta clase de vectores tendrán la igual dirección, módulo, sentido y además <b>formarán parte de la misma recta.</b></p> <p><b>Recursos:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Texto estático.</li> <li>2. Imagen ilustrativa.</li> </ol>
	<p><b>Vectores opuestos</b></p> <p>Cuando dos vectores tienen la misma dirección, el mismo módulo pero distinto sentido reciben el nombre de vectores opuestos.</p> <p><b>Recursos:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Texto estático.</li> <li>2. Imagen ilustrativa.</li> </ol>
	<p><b>Vectores concurrentes</b></p> <p>Si dos vectores tienen el mismo origen se los denomina vectores concurrentes, pueden o no poseer las misma magnitud, orientación o dirección.</p> <p><b>Recursos:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Texto estático.</li> <li>2. Imagen ilustrativa.</li> </ol>

	<p><b>Vectores coplanares</b>                  Son vectores coplanares los que pertenecen al mismo plano, puede o no tener las misma magnitud, orientación o dirección. Cuando tenga dos vectores existirá un plano que los contenga, así estos DOS VECTORES SIEMPRE SON COPLANARES. Por ejemplo, Si dibuja dos vectores en el pizarrón o su cuaderno, serán coplanares, pues pertenecen al mismo plano.</p> <p><b>Recursos:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Texto estático.</li> <li>2. Imagen ilustrativa.</li> </ol>
<p><b>RG</b></p>	<p>En la siguiente figura interactiva se muestran los tipos de vectores en el espacio. Puede modificar el tamaño y la posición de los vectores moviendo los puntos azules.                  Observe la Figura para responder las siguientes preguntas.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ ¿Todos los vectores pueden ser normalizados?</li> <li>➤ ¿Los vectores libres es un conjunto de vectores iguales o diferentes?</li> <li>➤ ¿Los vectores concurrentes tienen necesariamente la misma magnitud?</li> </ul> <p><b>Recursos:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>3. Texto estático.</li> <li>4. Recurso interactivo GeoGebra.</li> </ol>
<p><b>Ejemplos.</b></p>	<p><b>Normaliza el vector.</b>  <math>\vec{u} = (-3, 6, 3)</math>  <math>\hat{u} = \frac{\vec{u}}{ \vec{u} } = \frac{(-3, 6, 3)}{\sqrt{(-3)^2 + (6)^2 + (3)^2}}</math>  <math>\hat{u} = \frac{\vec{u}}{ \vec{u} } = \frac{(-3, 6, 3)}{\sqrt{9 + 36 + 9}} = \frac{(-3, 6, 3)}{\sqrt{54}}</math>  <math>\hat{u} = \frac{(-3, 6, 3)}{\sqrt{54}} = \frac{3(-1, 2, 1)}{3\sqrt{6}}</math>  <math>\hat{u} = \frac{(-1, 2, 1)}{\sqrt{6}} = \frac{-1}{\sqrt{6}}, \frac{2}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}</math></p> <p><b>Recursos:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>3. Texto estático.</li> <li>4. Imagen ilustrativa.</li> </ol>
<p><b>Aplicaciones.</b></p>	<p>Sin contextualizar. Conceptos apenas teóricos.</p>
<p><b>Autoevaluación.</b></p>	<p><b>Autoevaluación de tipos de vectores.</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Vectores equipolentes son aquellos que tienen la misma dirección, el mismo módulo pero diferente orientación.</li> <li>2. Los vectores unitarios son vectores de magnitud uno.</li> <li>3. Los vectores concurrentes, tienen el mismo origen y magnitud.</li> <li>4. Los vectores nulos son aquellos que su magnitud no está definida.</li> <li>5. El vector posición representa la posición de un punto P en el plano o el espacio la orientación del vector va de P a O, donde O es el origen.</li> <li>6. Los vectores coplanares, pertenecen al mismo plano y tienen la misma magnitud orientación y dirección.</li> </ol> <p><b>Recursos:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Cuestionario Falso o verdadero.</li> </ol>

	<p>Un campo eléctrico en un punto es una magnitud vectorial, por lo tanto puede ser representado por un vector <u>anclado</u>. Un campo eléctrico uniforme, está definido como un conjunto en que todos los puntos poseen el mismo campo eléctrico con la misma magnitud, dirección y sentido, puede ser representado por vectores <u>libres</u>, es decir por un conjunto de vectores <u>equipolentes</u>. No puede haber vectores <u>concurrentes</u>, debido a que todos los campos eléctricos que contiene son paralelos y equidistantes.</p> <p><b>Recursos:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Texto con huecos que rellenar.</li> <li>2. Imágenes ilustrativas.</li> </ol>
	<p>Normaliza el siguiente vector <math>\vec{v} = (-4, 8, -6)</math></p> <p><b>Recursos:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Cuestionario selección múltiple.</li> </ol>

<b>Elemento.</b>	Actividades planeadas.
<b>Nombre. OA_3</b>	<p><b>Operaciones con vectores</b></p> <p><b>Recursos:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Texto estático.</li> </ol>
<b>Objetivos de aprendizaje.</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Conocer el concepto de multiplicación de un vector por un escalar así como su propiedades.</li> <li>2. Identificar los cambios producidos en un vector al multiplicarlo por un escalar.</li> <li>3. Interpretar geoméricamente el producto de un vector por un escalar.</li> <li>4. Conocer el concepto de suma de dos vectores así como sus propiedades.</li> <li>5. Representar de manera geométrica la suma de dos vectores a través del método del polígono y paralelogramo.</li> <li>6. Resolver ejercicios de vectores que impliquen la suma de dos vectores y multiplicación por un escalar.</li> </ol> <p><b>Recursos:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Texto estático.</li> <li>2. Gift animado.</li> </ol>
<b>Introducción.</b>	<p>Existen cuatro operaciones que pueden realizarse con vectores: multiplicación escalar por un vector, suma de dos vectores, resta de dos vectores, producto escalar o producto punto y producto vectorial o producto cruz, en esta sección se verán las tres primeras operaciones.</p> <p>Para dar inicio planteamos las siguientes preguntas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ ¿Qué representa la Figura anterior?</li> <li>➤ ¿Cómo fue calculado el vector S?</li> <li>➤ ¿Cuáles son las aplicaciones de las operaciones con vectores?</li> </ul> <p><b>Recursos:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Texto estático.</li> <li>2. Gift animado.</li> </ol>

<p><b>Contenidos.</b></p>	<p><b>Multiplicación escalar</b>                  La multiplicación escalar <math>\alpha</math> por cada elemento del vector <math>\vec{v}</math> modifica todos los elementos del vector igualmente, esto es, el vector crece o disminuye proporcionalmente. Puede cambiar su orientación, pero su dirección no varía. Está dada por:  <math display="block">\alpha \vec{v} = \alpha(v_1, v_2, v_3, \dots, v_n) = (\alpha v_1, \alpha v_2, \alpha v_3, \dots, \alpha v_n)</math>                 La multiplicación escalar por un vector tiene las siguientes propiedades:                  Sean el vector <math>\vec{v} = (v_1, v_2, v_3, \dots, v_n)</math> y los escalares <math>\alpha</math> y <math>\beta</math></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Conmutativa: <math>\alpha \vec{v} = \vec{v} \alpha</math></li> <li>• Asociativa: <math>(\alpha \beta) \vec{v} = \alpha(\beta \vec{v})</math></li> <li>• Distributiva: <math>(\alpha + \beta) \vec{v} = (\alpha \vec{v}) + (\beta \vec{v})</math></li> </ul> <p><b>Negativo de un vector</b>                  El negativo de un vector está dado por la multiplicación escalar de -1 por cada elemento del vector <math>\vec{v}</math>, modifica la orientación. Se define por  <math display="block">-1 \vec{v} = -1(v_1, v_2, v_3, \dots, v_n) = (-v_1, -v_2, -v_3, \dots, -v_n)</math></p> <p><b>Recursos:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Texto estático.</li> <li>2. Gift animado.</li> </ol>
	<p><b>Suma de vectores.</b>                  La suma de vectores <math>\vec{v}</math> y <math>\vec{u}</math> gráficamente, puede ser definido como dos recorridos consecutivos, donde el vector suma corresponde al vector resultante va desde el punto inicial hasta el punto final.                  Donde matemáticamente está dada por:</p> <p>Sean : <math>\vec{v} = (v_1, v_2, v_3, \dots, v_n)</math> y <math>\vec{u} = (u_1, u_2, u_3, \dots, u_n)</math>                  La suma de dos vectores está definida por:  <math display="block">\vec{v} + \vec{u} = (v_1, v_2, v_3, \dots, v_n) + (u_1, u_2, u_3, \dots, u_n) = (v_1 + u_1, v_2 + u_2, v_3 + u_3, \dots, v_n + u_n)</math></p> <p>La suma solo se puede hacer si los dos vectores son del mismo orden o dimensión.</p> <p><b>Propiedades.</b>                  Sean : <math>\vec{v} = (v_1, v_2, v_3, \dots, v_n)</math>, <math>\vec{u} = (u_1, u_2, u_3, \dots, u_n)</math> y <math>\vec{w} = (w_1, w_2, w_3, \dots, w_n)</math>                  vectores en <math>R^n</math> y <math>\alpha</math> un escalar</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Conmutativa <math>\vec{v} + \vec{u} = \vec{u} + \vec{v}</math></li> <li>➤ Asociativa <math>\vec{u} (\vec{v} + \vec{w}) = (\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w}</math></li> <li>➤ Distributiva con escalares <math>\alpha(\vec{u} + \vec{v}) = \alpha \vec{u} + \alpha \vec{v}</math></li> </ul> <p><b>Recursos:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>3. Texto estático.</li> <li>4. Video.</li> </ol>
	<p><b>Ley del paralelogramo.</b>                  Es el método para sumar dos vectores concurrentes. Sean los vectores <math>\vec{u}</math> y <math>\vec{v}</math> concurrentes, para utilizar el método del paralelogramo, se desplaza el vector <math>\vec{u}</math> hacia el punto final de <math>\vec{v}</math> y se desplaza el vector <math>\vec{v}</math> hacia el punto final de <math>\vec{u}</math>, luego se formará el paralelogramo el vector resultante será su diagonal. Este vector tendrá también el punto de inicio unido al punto de inicio de los otros dos y su punto final estará al final de la diagonal.</p> <p><b>Recursos:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Texto estático.</li> <li>2. Imagen ilustrativa.</li> </ol>
<p><b>RG</b></p>	<p><b>Multiplicación escalar.</b></p> <p>En la siguiente figura interactiva se muestra la multiplicación de un escalar por un vector y el negativo de un vector.</p>

	<p>Responda las siguientes preguntas.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ ¿Qué sucede si el escalar es menor a 1?</li> <li>➤ ¿Qué sucede si el escalar es igual a 0?</li> <li>➤ ¿Qué sucede si el escalar es igual a 1?</li> <li>➤ ¿Qué sucede si el escalar es menor a 1?</li> </ul> <p><b>Recursos:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>3. Texto estático.</li> <li>4. Recurso interactivo GeoGebra.</li> </ol>
	<p><b>Suma de vectores método poligonal.</b> Geoméricamente, el resultado de la suma de vectores es otro vector llamado el <i>vector resultante</i>. Como los vectores <b>no están fijos</b> a un punto, se pueden mover uno delante de otro para poder encadenarlos, el resultante forma un polígono junto con los otros sumandos. A este método es definido como <i>método poligonal</i>.</p> <p>Instrucciones:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Selecciones el número de vectores que desea sumar.</li> <li>2. Mueva los puntos azules para modificar el tamaño, dirección y orientación.</li> <li>3. Responda las siguientes preguntas             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ ¿Qué sucede si es modificado algún vector?</li> <li>➤ ¿Qué sucedería si se agrega otro vector?</li> <li>➤ ¿Qué sucedería si se elimina un vector?</li> </ul> </li> </ol> <p><b>Recursos:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Texto estático.</li> <li>2. Recurso interactivo GeoGebra.</li> </ol>
	<p><b>La ley del paralelogramo. 3D</b> El método del paralelogramo puede aplicarse también para la suma de vectores en el espacio.</p> <p>Instrucciones:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Mueva los puntos azules para modificar los vectores</li> <li>2. Utilice la herramienta de arrastre para mover el gráfico y apreciar de diferente perspectiva.</li> <li>3. Responda las siguientes preguntas.             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ ¿Es posible la ley del paralelogramo para tres vectores?</li> <li>➤ ¿Cómo sería el proceso de la suma por el método del paralelogramo si se quieren sumar más de dos vectores?</li> </ul> </li> </ol> <p><b>Recursos:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>3. Texto estático.</li> <li>4. Recurso interactivo GeoGebra.</li> </ol>
<p><b>Ejercicios.</b></p>	<p><b>Multiplicación escalar.</b></p> <p>Sea <math>\vec{u} = (-5, 0, 3)</math>. Resuelva las siguientes operaciones.</p> <p>1.- <math>5\vec{u} = 5(-5, 0, 3) = (-25, 0, 15)</math>          2.- <math>(3-5)\vec{u} = (3-5)(-5, 0, 3) = -2(-5, 0, 3) = (10, 0, -6)</math>          3.- <math>-\vec{u} = -(-5, 0, 3) = (5, 0, -3)</math></p> <p><b>Suma de vectores.</b></p>

Sean  $\vec{u} = (-3, 2, -1), \vec{v} = (4, -2, 0), \vec{w} = (0, 5, -2)$

Resuelva las siguientes operaciones o determine el valor de r según sea el caso.

1.  $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w} = (-3, 2, -1) + (4, -2, 0) + (0, 5, -2) = (1, 5, -2)$

2.  $\vec{u} - \vec{v} = (-3, 2, -1) - (4, -2, 0) = (-3, 2, -1) + (-4, 2, 0) = (-7, 4, -1)$

3.  $2\vec{u} - 4\vec{r} = (2, 1, -2)$

$2(-3, 2, -1) - 4\vec{r} = (2, 1, -2)$

$-4\vec{r} = (2, 1, -2) - 2(-3, 2, -1) = (2, 1, -2) + (6, -4, 2) - 4\vec{r} = (8, -3, 0)$

$\vec{r} = -\frac{1}{4}(8, -3, 0) = (-2, \frac{3}{4}, 0)$

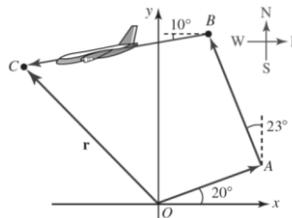
4.  $-3\vec{u} - \vec{v} + 4\vec{w} = -3(-3, 2, -1) - (4, -2, 0) + 4(0, 5, -2) = (9, -6, 3) + (-4, 2, 0) + (0, 20, -8) = (5, 16, -8)$

**Aplicaciones.**

**Cantidad de movimiento.**

Un avión parte de un aeropuerto ubicado en el origen O y vuela a 150 mi en la dirección 20° noreste a la ciudad A. De A el avión vuela después 200 mi en la dirección 23° noroeste a la ciudad B. De B el avión vuela 240 mi en la dirección 10° suroeste a la ciudad C. Realizar una ilustración del problema. Expresar la ubicación de la ciudad C como un vector r. Determinar la distancia de O a C. (Zill & Wrght, 2011, p. 608)

3. Realizar ilustración.



4. Identificar las fórmulas matemáticas a ser utilizadas.

1.  $\vec{r} = \mathbf{A} + \mathbf{B} + \mathbf{C}$
2.  $\vec{r} = (x, y)$
3.  $x = A_x + B_x + C_x$  y  $y = A_y + B_y + C_y$
4.  $A_x = A \cos \theta$  y  $A_y = A \sin \theta$
5.  $|\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2}$

5. Escribir el trayecto del avión en forma de vectores.

$\mathbf{A} = (150, 20^\circ)$   $\mathbf{B} = (200, 113^\circ)$   $\mathbf{C} = (240, 190^\circ)$

6. Calcular las componentes de cada vector.

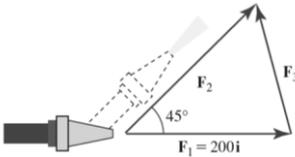
1.  $A_x = 150 \cos 20 = 140.95$  y  $A_y = 150 \sin 20 = 51.30$
2.  $B_x = 200 \cos 113 = -78.14$  y  $B_y = 200 \sin 113 = 184.1$
3.  $C_x = 240 \cos 190 = -236.35$  y  $C_y = 240 \sin 190 = -41.67$

7. Sumar las componentes para obtener (x, y) del vector r

1.  $x = A_x + B_x + C_x = 140.95 - 78.14 - 236.35 = -173.54$
2.  $y = A_y + B_y + C_y = 51.30 + 184.1 - 41.67 = 193.72$
3.  $\vec{r} = (x, y) = (-173.54, 193.72)$

8. Calcular la distancia de O a C, que está dada por  $|\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2}$

1.  $\vec{r} = (x, y) = (-173.54, 193.72)$
2.  $|\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-173.54)^2 + (193.72)^2} = 260.09 \text{ mi}$

	<p><b>Fuerza resultante.</b>          El agua que corre por una manguera contra incendios ejerce una fuerza horizontal <math>F_1</math> de magnitud igual a 200lb. Como se muestra en la siguiente figura. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza <math>F_3</math> que un bombero debe ejercer para sostener la manguera a un ángulo de <math>45^\circ</math> desde la horizontal? (Zill &amp; Wrght, 2011, p. 608)</p>  <ol style="list-style-type: none"> <li>Identificar las fórmulas matemáticas a ser utilizadas.             <ol style="list-style-type: none"> <li><math>F_3 = F_2 - F_1</math></li> <li><math>F_3 = (F_x, F_y)</math></li> <li><math>F_x = F \cos \theta</math> y <math>F_y = F \sin \theta</math></li> <li><math> F  = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}</math></li> </ol> </li> <li>Escribir las fuerzas en forma de vectores.  <math>F_1 = (200, 0^\circ)</math> <math>F_2 = (200, 45^\circ)</math></li> <li>Calcular las componentes de cada vector.             <ol style="list-style-type: none"> <li>Para <math>F_1</math>, <math>F_x = 200 \cos 0 = 200</math> y <math>F_y = 200 \sin 0 = 0</math></li> <li>Para <math>F_2</math>, <math>F_x = 200 \cos 45 = 141.42</math> y <math>F_y = 200 \sin 45 = 141.42</math></li> <li><math>F_1 = (200, 0)</math> <math>F_2 = (141.42, 141.42)</math></li> </ol> </li> <li>Calcular el vector de la fuerza resultante.  <math>F_3 = F_2 - F_1 = (141.42, 141.42) - (200, 0) = (-58.57, 141.42)</math>.</li> <li>Calcular la magnitud de la fuerza.  <math> F_3  = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(-58.57)^2 + (141.42)^2} = 153.07 \text{ lb}</math></li> </ol>
<p><b>Autoevaluación.</b></p>	<p><b>Multiplicación escalar.</b>          Lea las siguientes afirmaciones y complete las frases con las palabras, menor, mayor o igual.</p> <p>Sea <math>\alpha</math> un escalar y <math>\vec{v}</math> un vector.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Si <math>\alpha</math> es <u>mayor</u> que 1, entonces la magnitud de <math>\vec{v}</math> aumenta.</li> <li>Si <math>\alpha</math> es <u>igual</u> que 0, entonces <math>\vec{v}</math> cambia a vector nulo.</li> <li>Si <math>\alpha</math> es <u>menor</u> que 0, entonces la orientación de <math>\vec{v}</math> cambia de sentido y su magnitud disminuye o aumenta según el valor de <math>\alpha</math>.</li> <li>Si <math>\alpha</math> es <u>igual</u> que 1, <math>\vec{v}</math> no varía ni su magnitud ni su dirección.</li> <li>Si <math>\alpha</math> es <u>mayor</u> que 0 y menor que 1, entonces la magnitud de <math>\vec{v}</math> disminuye.</li> </ol> <p><b>Recursos:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Texto con huecos que rellenar.</li> </ol>
	<p><b>Suma de vectores.</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Determine el vector <math>\vec{s} = \vec{u} + \vec{v} + \vec{w}</math>, si  <math>\vec{u} = (4.27, 13.26^\circ)</math> <math>\vec{v} = (1.78, 271.26^\circ)</math> <math>\vec{w} = (5.03, 9.61^\circ)</math></li> <li>Determine el vector <math>(2 + 1)\vec{u} - 3\vec{v} + \vec{u} - 2\vec{w} = 6\vec{w}</math> dónde:  <math>\vec{u} = \left(\frac{1}{4}, 0, \frac{-3}{4}\right)</math> <math>\vec{v} = (-2, 3, -4)</math> <math>\vec{w} = \left(\frac{-2}{3}, \frac{-7}{2}, \frac{1}{2}\right)</math></li> <li>Un globo aerostático parte del origen O y se eleva a 100 mi en la dirección de <math>60^\circ</math> al noreste. Después el globo se desplaza después 50min en la dirección de <math>70^\circ</math> noroeste. Expresar la ubicación del globo en forma de vector respecto al origen, y determinar la distancia de O a B.</li> </ol> <p><b>Recursos:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Cuestionario selección múltiple.</li> </ol>

<b>Elemento.</b>	Actividades planeadas.
<b>Nombre. OA_4</b>	<b>Independencia lineal entre vectores</b>
<b>Objetivos de aprendizaje.</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Definir el concepto de combinación lineal.</li> <li>2. Conocer los vectores que componen una base canónica</li> <li>3. Determinar si un conjunto de vectores es linealmente Independiente por medio de la solución de determinantes.</li> <li>4. Determinar si un conjunto de vectores es linealmente Independiente por introspección.</li> <li>5. Determinar si un conjunto genera un espacio vectorial.</li> </ol> <p><b>Recursos:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Texto estático.</li> <li>2. Gift animado.</li> </ol>
<b>Introducción.</b>	<p>Cualquier vector en <math>R^n</math> puede ser escrito de manera única como una combinación lineal de otros vectores en el mismo espacio. Específicamente para <math>R^2</math> y <math>R^3</math> los vectores se pueden representar como una combinación lineal de los vectores <math>\hat{i}, \hat{j}</math> para <math>R^2</math> e <math>\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}</math> para <math>R^3</math>, estos vectores forman una base para para <math>R^2</math> y <math>R^3</math>. En la siguiente figura se muestra la representación de una combinación lineal. Pero:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ¿Qué es una combinación lineal?</li> <li>2. ¿Cuáles son los vectores <math>\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}</math>?</li> <li>3. ¿Qué es una base una para <math>R^2</math> y <math>R^3</math>?</li> </ol> <p><b>Recursos:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Texto estático.</li> <li>2. Gift animado.</li> </ol>
<b>Contenidos.</b>	<p><b>Combinación Lineal</b></p> <p>Dados <b>dos vectores:</b> <math>\vec{u}</math> y <math>\vec{v}</math>, y <b>dos números:</b> <math>\alpha</math> y <math>\beta</math>, el <b>vector</b> <math>\alpha\vec{u} + \beta\vec{v}</math> se dice que es una <b>combinación lineal</b> de <math>\vec{u}</math> y <math>\vec{v}</math>.</p> <p>Una <b>combinación lineal</b> de dos o más vectores es el <b>vector</b> que se obtiene al <b>sumar</b> esos <b>vectores multiplicados</b> por <b>escalares</b>.</p> <p>De manera general para vectores en <math>R^n</math>.</p> <p>Sean vectores <math>(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3, \dots, \vec{v}_n)</math> en <math>R^n</math> entonces cualquier vectores de la forma <math>\vec{v} = \alpha_1\vec{v}_1 + \alpha_2\vec{v}_2 + \alpha_3\vec{v}_3 + \dots + \alpha_n\vec{v}_n</math> es una <b>combinación lineal</b> de <math>(\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3, \dots, \vec{v}_n)</math> donde <math>\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n</math> son escalares.</p> <p>Cualquier <b>vector</b> se puede poner como <b>combinación lineal</b> de otros que sean linealmente independientes.</p>

**Independencia lineal.**

$S = (\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3, \dots, \vec{v}_n)$  es linealmente independientes si la ecuación  $c_1\vec{v}_1 + c_2\vec{v}_2 + c_3\vec{v}_3 + \dots + c_n\vec{v}_n = 0$  (1) se cumple únicamente para  $c_1 = c_2 = c_3 = \dots = c_n = 0$

Sea

$$\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \vdots \\ a_{m1} \end{pmatrix}, \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \vdots \\ a_{m2} \end{pmatrix}, \dots, \vec{v}_n = \begin{pmatrix} a_{1n} \\ a_{2n} \\ \vdots \\ a_{mn} \end{pmatrix}$$

Entonces la ecuación (1) se puede escribir como:

$$\begin{aligned} a_{11}c_1 + a_{12}c_2 + \dots + a_{1n}c_n &= 0 \\ a_{21}c_1 + a_{22}c_2 + \dots + a_{2n}c_n &= 0 \\ \vdots & \\ a_{m1}c_1 + a_{m2}c_2 + \dots + a_{mn}c_n &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

Por lo que se puede decir que el conjunto **S** es linealmente independiente, si el sistema de ecuaciones (2) tiene solución única trivial.

**TEOREMA**

Dos vectores en un espacio vectorial son linealmente dependientes si y solo si uno de ellos es múltiplo escalar de otro.

**Recursos:**

1. Texto estático.
2. Video que muestra ejemplo.

**Determinación de independencia lineal**

Se mostró que a través de la solución del sistema de ecuaciones formado por un conjunto de vectores se puede determinar si este conjunto es linealmente independiente.

**Teorema**

Sea el sistema homogéneo.

$$\begin{aligned} a_{11}c_1 + a_{12}c_2 + \dots + a_{1n}c_n &= 0 \\ a_{21}c_1 + a_{22}c_2 + \dots + a_{2n}c_n &= 0 \\ \vdots & \\ a_{m1}c_1 + a_{m2}c_2 + \dots + a_{mn}c_n &= 0 \end{aligned}$$

Entonces si  $c_1 = c_2 = c_3 = \dots = c_n = 0$  si y solo si  $|A| \neq 0$  Dónde **A** es la matriz de coeficientes del sistema:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Este curso trata de vectores, para conocer como determinar si un conjunto de vectores en el plano o en el espacio son linealmente independientes, es necesario recordar como calcular el determinante de una matriz.

**Independencia lineal en el plano.**

En el caso particular de la definición para  $R^2$  sería a través del cálculo del determinante de la matriz generada al colocar cada vector como columna de la matriz. Después se puede determinar si dos vectores son linealmente independientes.

Sea  $S = \{\vec{v}_1, \vec{v}_2\}$  donde  $\vec{v}_1 = (a_1, b_1)$  y  $\vec{v}_2 = (a_2, b_2)$  y la matriz  $A = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{bmatrix}$

el conjunto  $S$  es linealmente independiente si  $|A| \neq 0$ .

Nota: Si los elementos de  $S$  son más de 2 entonces es un conjunto linealmente dependiente.

Un conjunto de vectores en el plano es linealmente independiente si un vector no es múltiplo escalar de otro.

**Independencia lineal en el plano.**

En el caso particular de la definición para  $R^3$  sería a través del cálculo del determinante de la matriz generada al colocar cada vector como columna de la matriz. Después se puede determinar si dos vectores son linealmente independientes.

Sea  $S = \{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3\}$  donde  $\vec{v}_1 = (a_1, b_1, c_1)$ ,  $\vec{v}_2 = (a_2, b_2, c_2)$  y  $\vec{v}_3 = (a_3, b_3, c_3)$

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix}$$

y la matriz

el conjunto  $S$  es linealmente independiente si  $|A| \neq 0$ .

Nota: Si los elementos de  $S$  son más de 3 entonces es un conjunto linealmente dependiente.

Un conjunto de vectores en el plano es linealmente independiente si un vector no es múltiplo escalar de otro.

**Recursos:**

1. Texto estático.
2. Video.
3. Imagen ilustrativa

**Base canónica.**

Existen dos vectores en  $R^2$  que permiten representar cualquier vector en el plano, el vector  $\hat{i} = (1,0)$  y el vector  $\hat{j} = (0,1)$ .

Así el vector  $\vec{u} = (a, b)$  se puede escribir como una combinación lineal de  $\hat{i}$  y  $\hat{j}$  de esta manera

$$\vec{u} = (a, b) = a(1,0) + b(0,1).$$

Al conjunto de vectores  $S = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$  se denomina base canónica para  $R^2$

Existen tres vectores en  $R^3$  que permiten representar cualquier vector en el espacio, el vector  $\hat{i} = (1,0,0)$ , el vector  $\hat{j} = (0,1,0)$  y el vector  $\hat{k} = (0,0,1)$ . Así el vector  $\vec{u} = (a, b, c)$  se puede escribir como una combinación lineal de  $\hat{i}$ ,  $\hat{j}$  y  $\hat{k}$  de esta manera

$$\vec{u} = (a, b, c) = a(1,0,0) + b(0,1,0) + c(0,0,1)$$

Al conjunto de vectores  $S = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$  se denomina base canónica para  $R^3$ .

	<p><b>Recursos:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Texto estático.</li> <li>2. Imagen ilustrativa.</li> </ol>
<p><b>RG</b></p>	<p>Ilustraciones estáticas de vectores linealmente dependientes e independientes en <math>R^2</math> y <math>R^3</math>.</p>
<p><b>Ejemplos.</b></p>	<p><b>Combinación lineal</b>          Dados los vectores <math>\vec{u} = (1,2)</math> y <math>\vec{v} = (3, -1)</math>, hallar el <b>vector</b> <math>\vec{z} = 2\vec{u} + 3\vec{v}</math> de <b>combinación lineal</b>.  <math>\vec{z} = 2\vec{u} + 3\vec{v} = 2(1,2) + 3(3, -1) = (2,4) + (9, -3) = (11,1)</math></p> <p><b>Independencia lineal.</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Determine si los siguientes vectores son Linealmente independientes. <math>\vec{u} = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}</math> y <math>\vec{v} = -4\mathbf{i} - 3\mathbf{j}</math>               Solución:              El determinante de la matriz generada por los vectores <math>\vec{u}</math> y <math>\vec{v}</math> está dado por:   <math display="block"> A  = \begin{vmatrix} 2 &amp; -4 \\ 3 &amp; -3 \end{vmatrix} = 2(-3) - (3(-4)) = -6 + 12 = 6</math>               Al ser <math> A  \neq 0</math>, entonces <math>\vec{u}</math> y <math>\vec{v}</math> son linealmente independientes.</li> <li>2. Determine si los siguientes vectores son Linealmente independientes. <math>\vec{u} = \mathbf{i} - 5\mathbf{j}</math> y <math>\vec{v} = -4\mathbf{i} + 20\mathbf{j}</math>               Solución:              El determinante de la matriz generada por los vectores <math>\vec{u}</math> y <math>\vec{v}</math> está dado por:   <math display="block"> A  = \begin{vmatrix} 1 &amp; -4 \\ -5 &amp; 20 \end{vmatrix} = 1(20) - (-4(-4)) = 20 - 20 = 0</math>               Al ser <math> A  = 0</math>, entonces <math>\vec{u}</math> y <math>\vec{v}</math> son linealmente dependientes.</li> <li>3. Determine si los siguientes vectores son Linealmente independientes. <math>\vec{u} = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - \mathbf{k}</math>, <math>\vec{v} = -4\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + 7\mathbf{k}</math> <math>\vec{w} = \mathbf{j} + 3\mathbf{k}</math>               Solución:              El determinante de la matriz generada por los vectores <math>\vec{u}</math>, <math>\vec{v}</math> y <math>\vec{w}</math> está dado por:   <math display="block"> A  = \begin{vmatrix} 2 &amp; -4 &amp; 0 \\ 3 &amp; -3 &amp; 1 \\ -1 &amp; 7 &amp; 3 \end{vmatrix} = 2(-3(3) - 7(1)) - 3(-4(3)) + -(-4(1)) = 8</math>               Al ser <math> A  \neq 0</math>, entonces <math>\vec{u}</math>, <math>\vec{v}</math> y <math>\vec{w}</math> son linealmente independientes.</li> <li>4. Determine si los siguientes vectores son Linealmente independientes. <math>\vec{u} = \mathbf{i} - \mathbf{k}</math>, <math>\vec{v} = -2\mathbf{i} - \mathbf{j} + \mathbf{k}</math> <math>\vec{w} = 2\mathbf{i} + \mathbf{j} - \mathbf{k}</math>               Solución:              El determinante de la matriz generada por los vectores <math>\vec{u}</math>, <math>\vec{v}</math> y <math>\vec{w}</math> está dado por:   <math display="block"> A  = \begin{vmatrix} 1 &amp; -2 &amp; 2 \\ 0 &amp; -1 &amp; 1 \\ -1 &amp; 1 &amp; -1 \end{vmatrix} = -(-1) - 1 - 0 + -1(-2 + 2) = 0</math>               Al ser <math> A  = 0</math>, entonces <math>\vec{u}</math>, <math>\vec{v}</math> y <math>\vec{w}</math> son linealmente dependientes.</li> </ol>

<b>Aplicaciones.</b>	No se han colocado aplicaciones.
<b>Autoevaluación.</b>	<p><b>Independencia lineal.</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Cualquier vector puede ser generado por otros vectores mediante una combinación lineal.</li> <li>2. Dos vectores paralelos son linealmente independientes.</li> <li>3. Tres vectores en <math>R^2</math> son linealmente dependientes.</li> <li>4. Tres vectores deslizantes en <math>R^3</math> son linealmente independientes.</li> <li>5. Si en un conjunto de vectores, uno de sus elementos es el vector nulo, entonces el conjunto es linealmente dependiente.</li> <li>6. Un conjunto de tres vectores coplanares es conjunto linealmente independiente.</li> <li>7. <math>v_1 = (1,3)</math> y <math>v_2 = (-4,9)</math>, son una base para <math>R^2</math>.</li> <li>8. <math>v_1 = (0,3,-1)</math>, <math>v_2 = (6,2,0)</math> y <math>v_3 = (3,1,0)</math>. Son una base para <math>R^3</math>.</li> <li>9. <math>v_1 = (1,4,7)</math>, <math>v_2 = (3,-5,-2)</math>, <math>v_3 = (10,0,0)</math> y <math>v_4 = (6,8,9)</math> son linealmente independientes.</li> <li>10. Cualquier vector puede ser generado a través de una combinación lineal de la base canónica de su espacio vectorial.</li> </ol> <p><b>Recursos:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Cuestionario de falso o verdadero.</li> </ol>

<b>Elemento.</b>	Actividades planeadas.
<b>Nombre. OA_5</b>	Producto punto entre dos vectores y proyecciones en plano.
<b>Objetivos de aprendizaje.</b>	<p>Al final de esta sección será capaz de:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Conocer el concepto de producto escalar.</li> <li>2. Calcular el producto escalar entre dos vectores.</li> <li>3. Identificar las propiedades del producto escalar.</li> <li>4. Aplicar el producto escalar en el cálculo de ángulo entre vectores.</li> <li>5. Identificar cuando dos vectores son paralelos y ortogonales.</li> <li>6. Conocer el concepto de proyección ortogonal y su representación geométrica.</li> <li>7. Resolver ejercicios de proyecciones ortogonales.</li> <li>8. Aplicar el concepto de proyección ortogonal para el cálculo del trabajo de una fuerza.</li> </ol> <p><b>Recursos:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Texto estático.</li> <li>2. Gift animado.</li> </ol>
<b>Introducción.</b>	<p>Suponga que un fabricante produce cuatro artículos. Su demanda está dada por el vector demanda <math>d=(30,20,40,10)</math>. El precio por unidad que recibe el fabricante por los artículos está dado por el vector precios <math>p=(\\$20,\\$15,\\$18,\\$40)</math>. Si se cumple la demanda. ¿Cuánto dinero recibirá el fabricante? \$2020.</p> <p>Este ejemplo aunque es sencillo, puede ser representado por dos vectores y la operación realizada entre ellos es el producto escalar. Pero, <b>¿Qué es el producto escalar?</b>, <b>¿Cuántas formas de representación existen?</b> y <b>¿Cuáles son sus aplicaciones?</b></p> <p>¡Siga adelante para responder estas preguntas!</p> <p><b>Recursos:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Texto estático.</li> <li>2. Gift animado.</li> </ol>

<p><b>Contenidos.</b></p>	<p><b>Definición y propiedades del producto punto.</b>                  Sean <math>\vec{u} = (u_1, u_2, u_3, \dots, u_n)</math> y <math>\vec{v} = (v_1, v_2, v_3, \dots, v_n)</math> dos vectores de dimensión n. El <b>producto escalar</b> entre estos dos vectores está dado por:</p> $\vec{u} \cdot \vec{v} = (u_1 + v_1, u_2 + v_2, u_3 + v_3, \dots, u_n + v_n)$ <p>El producto punto entre dos vectores es un escalar o un número, de ahí su nombre, aunque por la notación de esta operación, es común llamarla producto punto. Con el producto escalar se puede calcular la longitud de un vector, y el ángulo que forman dos vectores.</p> <p><b>Propiedades.</b>                  Sean <math>\vec{u}, \vec{v}</math> y <math>\vec{w}</math> tres vectores de dimensión n y sea <math>\alpha</math> un escalar. Entonces:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\vec{u} \cdot \vec{0} = 0</math></li> <li>• <math>\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}</math></li> <li>• <math>\vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w}) = (\vec{u} \cdot \vec{v}) + (\vec{u} \cdot \vec{w})</math></li> <li>• <math>(\alpha \vec{u}) \cdot \vec{v} = \alpha(\vec{u} \cdot \vec{v})</math></li> </ul>
	<p><b>Proyecciones en el plano</b>                  Ya hemos visto la definición del producto escalar y como calcularlo. Pero, ¿que representa geoméricamente el producto escalar? Veamos primero algunas definiciones.</p> <p><b>Ángulo entre vectores.</b> Sean <math>\vec{u}</math> y <math>\vec{v}</math>, dos vectores no nulos. Entonces el ángulo entre ellos, denominado <math>\theta</math> está dado por:</p> $\theta = \cos^{-1} \left( \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\ \vec{u}\  \ \vec{v}\ } \right)$ <p>Si el producto escalar es positivo, los vectores forman un ángulo agudo y, si es negativo, un ángulo obtuso.</p> <p><b>Vectores paralelos.</b> Dos vectores no nulos son paralelos si el ángulo <math>\theta=0</math> o <math>\theta=180</math> grados. Si un vector es múltiplo escalar de otro, entonces son paralelos.</p> <p><b>Vectores perpendiculares.</b> Dos vectores no nulos son perpendiculares si el ángulo <math>\theta=90</math> grados. Si el producto escalar entre dos vectores es igual a cero, entonces el ángulo entre ellos es recto y se dice que son ortogonales.</p> <p>Sean <math>\vec{u}</math> y <math>\vec{v}</math> dos vectores diferentes de cero. Entonces la <b>proyección <math>\vec{u}</math> sobre <math>\vec{v}</math> es un vector denotado por</b></p> $\text{proy}_{\vec{v}}^{\vec{u}} = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{ \vec{v} ^2} \vec{v}$ <p>La componente de <math>\vec{u}</math> en la dirección de <math>\vec{v}</math> es un escalar dado por:</p> $\frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{ \vec{v} }$ <p>Observe que <math>\frac{\vec{v}}{ \vec{v} }</math> es un vector unitario en la dirección de <math>\vec{v}</math>.</p> <p>Además, sea un vector no nulo <math>\vec{v}</math>. Entonces para cualquier otro vector <math>\vec{u}</math> existe un vector <math>\vec{w}</math> que es ortogonal a <math>\vec{v}</math>.</p> <p><b>Recursos:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Texto estático.</li> <li>2. Gift animado.</li> <li>3. Imagen ilustrativa.</li> </ol>
<p><b>RG</b></p>	<p><b>Recursos:</b>                  La siguiente aplicación muestra la representación geométrica de la proyección ortogonal de un vector sobre otro.                  Instrucciones:                  Seleccione el vector que desea proyectar.                  Ingrese los valores en las casillas o mueva los puntos azules para modificar los vectores.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Texto estático.</li> <li>2. Recurso interactivo GeoGebra.</li> </ol>

<p><b>Ejercicios.</b></p>	<p><b>Producto punto</b></p> <p>Sean <math>\vec{a} = (x_1, y_1)</math> y <math>\vec{b} = (x_2, y_2)</math>, el producto escalar está dado por:</p> $\vec{a} \cdot \vec{b} = (x_1, y_1) \cdot (x_2, y_2) = x_1 x_2 + y_1 y_2$ <p>También puede ser calculado por la multiplicación de las magnitudes y el ángulo entre los dos vectores, es decir que el producto escalar está dado por:</p> $\vec{a} \cdot \vec{b} = \ \vec{a}\  \ \vec{b}\  \cos \theta$ <p>Recordemos que <math>\ \vec{a}\  = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}</math> y <math>\ \vec{b}\  = \sqrt{x_2^2 + y_2^2}</math>. Además, <math>\theta =</math> ángulo entre los vectores.</p> <p><b>Recursos:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Texto estático.</li> <li>2. Video educativo.</li> </ol> <p><b>Proyecciones en el plano.</b></p> <p>Encuentre el ángulo entre los vectores. <math>\vec{u} = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}</math> y <math>\vec{v} = -7\mathbf{i} + \mathbf{j}</math></p> $\vec{u} \cdot \vec{v} = -14 + 3 = -11$ $ \vec{u}  = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13},  \vec{v}  = \sqrt{(-7)^2 + 1^2} = \sqrt{50}$ $\cos \varphi = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{ \vec{u}   \vec{v} } = \frac{-11}{\sqrt{13} \sqrt{50}} = -0.431455497$ $\varphi = \cos^{-1}(-0.431455497) = 115^\circ$ <p>Demuestre que los vectores <math>\vec{u} = 2\mathbf{i} - 3\mathbf{j}</math> y <math>\vec{v} = -4\mathbf{i} + 6\mathbf{j}</math> son paralelos.</p> $\vec{u} \cdot \vec{v} = -8 - 18 = -26$ $ \vec{u}  = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13},  \vec{v}  = \sqrt{4^2 + 6^2} = \sqrt{52}$ $\cos \varphi = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{ \vec{u}   \vec{v} } = \frac{-26}{\sqrt{13} \sqrt{52}} = -1$ $\varphi = \cos^{-1}(-1) = 180^\circ$ <p><b>Recursos:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Texto estático.</li> <li>2. Video educativo.</li> <li>3. Imágenes ilustrativas.</li> </ol>
<p><b>Aplicaciones.</b></p>	<p><b>Trabajo efectuado por una fuerza</b></p> <p>. Determine el trabajo realizado por una fuerza <math>\vec{F} = 2\mathbf{i} + 4\mathbf{j}</math> constante sobre un bloque que se mueve de <math>P=(1,1)</math> a <math>Q=(4,6)</math>. Suponga que <math> \vec{F} </math> se mide en libras y <math> \overrightarrow{PQ} </math> se mide en pies</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OQ} = 3\mathbf{i} + 4\mathbf{j}</math></li> <li>2. Por lo tanto el trabajo realizado es</li> </ol> $W = \vec{F} \cdot \overrightarrow{PQ} = (2\mathbf{i} + 4\mathbf{j}) \cdot (3\mathbf{i} + 5\mathbf{j}) = 26 \text{ pies/libras}$ <p>Si una fuerza <math>\vec{F}</math> no cambia su sentido y mantiene su módulo constante y actúa sobre un objeto que se mueve desde el punto P al punto Q a lo largo del segmento PQ, el trabajo efectuado por <math>\vec{F}</math> que es W es el producto de la componente de la fuerza en la dirección del desplazamiento por el módulo de <math>\overrightarrow{PQ}</math>.</p> <p>Trabajo efectuado por <math>W =  \vec{F}  \cos \theta  \overrightarrow{PQ} </math></p> <p>Si <math>\theta=0</math> entonces W se reduce a <math>W = \vec{F} \cdot \overrightarrow{PQ}</math></p>

	<p><b>Recursos:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Texto estático.</li> </ol>
<p><b>Autoevaluación.</b></p>	<p><b>Producto punto.</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Para realizar el producto punto entre dos vectores, la dimensión de ambos debe ser la misma.</li> <li>2. El producto escalar entre dos vectores no es conmutativo.</li> <li>3. La ley asociativa no existe para el producto escalar.</li> </ol> <p><b>Recursos:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Cuestionario falso o verdadero.</li> </ol> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Sean <math>\vec{a} = (2, -5, 4, -6)</math> y <math>\vec{b} = (1, 0, -7, 3)</math>. Entonces <math>\vec{a} \cdot \vec{b} = \underline{-44}</math></li> <li>2. Sean <math>\vec{a} = (-4, -2, 3)</math> y <math>\vec{b} = (3, -2, -5)</math>. Entonces <math>\vec{a} \cdot \vec{b} = \underline{-23}</math></li> <li>3. Sean <math>\vec{a} = (4, 1, 3)</math>, <math>\vec{b} = (2, 5, -7)</math> y <math>\vec{c} = (-6, 8, 0)</math>. Entonces,             <math display="block">(2\vec{a}) \cdot (3\vec{b}) = \underline{-108}</math> <math display="block">(2\vec{b}) \cdot (3\vec{c} - 5\vec{a}) = \underline{28}</math> <math display="block">(3\vec{b} - 4\vec{a}) \cdot (4\vec{c} + 2\vec{b} - \vec{a}) = \underline{48}</math> </li> </ol> <p><b>Recursos:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Texto de rellenar huecos.</li> </ol> <p>Un turista regresó de un viaje por América del Sur con divisa extranjera de las siguientes denominaciones: 1000 pesos argentinos, 20 reales de Brasil, 100 pesos colombianos, 5000 pesos chilenos, y 90 colones de Costa Rica. En dólares, un peso argentino valía 0.3174, los reales brasileños 0.4962, los pesos colombianos 0.000471, los pesos chilenos 0.00191 y los colones 0.001928.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Exprese la cantidad de cada tipo de moneda por medio de un vector.</li> <li>• Exprese el valor de cada tipo de moneda en dólares por medio de un vector.</li> <li>• Utilice el producto escalar para calcular cuántos dólares valía el dinero extranjero del turista.</li> </ul> <p><b>Recursos:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Cuestionario de opción múltiple.</li> </ol>

	<p><b>Proyección ortogonal.</b></p> <p>Dados los vectores <math>\vec{u}</math> y <math>\vec{v}</math> calcule el ángulo entre ellos .</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>\vec{u} = (7,9), \vec{v} = (-8,9) \quad \varphi = 79.5^\circ</math></li> <li>2. <math>\vec{u} = (-5,0), \vec{v} = (0,18) \quad \varphi = 90^\circ</math></li> <li>3. <math>\vec{u} = (3,4), \vec{v} = (-4,3) \quad \varphi = 0^\circ</math></li> </ol> <p>Sean <math>\vec{u} = -3\mathbf{i} + 6\mathbf{j}</math> y <math>\vec{v} = 2\mathbf{i} + \alpha\mathbf{j}</math>. Determine <math>\alpha</math> de tal manera que:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>\vec{u}</math> y <math>\vec{v}</math> sean ortogonales <math>\alpha = 2</math></li> <li>2. <math>\vec{u}</math> y <math>\vec{v}</math> sean paralelos <math>\alpha = \frac{5}{6}</math></li> <li>3. El ángulo entre <math>\vec{u}</math> y <math>\vec{v}</math> sea de <math>45^\circ \alpha = 6</math></li> </ol> <p>Dado <math>\vec{u} = 2\mathbf{i} - 3\mathbf{j}</math> y <math>\vec{v} = -9\mathbf{i} + 6\mathbf{j}</math>. Calcule <math>proy_{\vec{v}}\vec{u}</math></p> <p>Dado <math>\vec{u} = \mathbf{i} + \mathbf{j}</math> y <math>\vec{v} = -2\mathbf{i} - 3\mathbf{j}</math>. Calcule <math>proy_{\vec{v}}\vec{u}</math></p>
	<p><b>Trabajo realizado por una fuerza.</b></p> <p>Un trineo se jala horizontalmente sobre el hielo por medio de una cuerda unida a su frente. Una fuerza de 20 lb que actúa a un ángulo de <math>60^\circ</math> con la horizontal desplaza el trineo 100 pies. Determine el trabajo realizado. (Zill &amp; Wrght, 2011, p. 621)</p> <p>R= <u>1000</u> pies-lb</p> <p><b>Recursos:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Texto para rellenar huecos</li> <li>2. Cuestionario de selección múltiple.</li> </ol>

Elemento.	Actividades planeadas.
Nombre. OA_6	<b>Producto vectorial de dois vetores.</b>
Objetivos de aprendizaje.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Conocer el concepto de producto vectorial entre dos vectores.</li> <li>2. Calcular el producto vectorial por medio de determinantes.</li> <li>3. Interpretar geoméricamente el concepto de producto vectorial.</li> <li>4. Aplicar el producto cruz en la física.</li> </ol> <p><b>Recursos:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Texto estático.</li> <li>2. Gift animado.</li> </ol>
Introducción.	<p>Entre las operaciones que pueden realizarse con vectores está el producto vectorial. Es una operación binaria sobre vectores en un espacio vectorial. Su resultado es otro vector que siempre es perpendicular u ortogonal a ambos vectores.</p> <p>La siguiente figura muestra un ejemplo gráfico de lo que es el producto vectorial y el sistema de mano derecha o izquierda. En sección se responderán preguntas de <b>¿Cómo fue calculado el vector <math>\vec{c}</math>?</b> y <b>¿Por qué cambia la dirección del vector?</b></p> <p><b>Recursos:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Texto estático.</li> <li>2. Construcción GeoGebra</li> </ol>

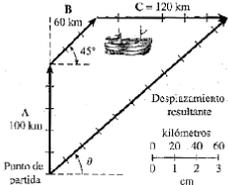
<p><b>Contenidos.</b></p>	<p>Dados dos vectores <math>\vec{u}</math> y <math>\vec{v}</math> , el producto vectorial <math>\vec{u} \times \vec{v}</math> es un vector ortogonal a ambos vectores que tiene:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Módulo:</b> el producto del módulo de <math>\vec{u}</math> por el módulo de <math>\vec{v}</math> y por el seno del ángulo que forman entre ellos: <math display="block"> \vec{u} \times \vec{v}  =  \vec{u}  \vec{v}  \sin \alpha</math> </li> <li>• <b>Dirección:</b> ortogonal al plano determinado por <math>\vec{u}</math> y <math>\vec{v}</math> .</li> <li>• <b>Sentido:</b> se puede deducir por <u>la regla de la mano derecha</u>: cogiendo con la mano derecha la dirección del vector producto vectorial, de tal forma que los dedos indiquen el sentido de paso del primer vector al segundo vector por el camino más corto, el pulgar extendido indica el sentido del vector producto vectorial.</li> </ul> <p><b>Recursos:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Texto estático.</li> <li>2. Imágenes ilustrativas.</li> <li>3. Recurso interactivo GeoGebra.</li> </ol>
<p><b>RG</b></p>	<p>La siguiente figura muestra la representación geométrica de la dirección del producto vectorial entre dos vectores. Mueva el punto azul y responda la siguiente pregunta <b>¿Por qué cambia la dirección del producto vectorial?</b></p> <p><b>Recursos:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Texto estático.</li> <li>2. Recurso interactivo GeoGebra.</li> </ol>
<p><b>Ejemplo.</b></p>	<p><b>Torsión</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Encuentre la magnitud de la torsión dada por <math> \vec{F}  = 20N</math> <math> \vec{r}  = 3.5 m</math> y <math>\theta = 30^\circ</math> (Zill &amp; Wrght, 2011, p. 627)  <math> \vec{u} \times \vec{v}  = 20N \cdot 3.5m \sin 30^\circ = 35Nm</math></li> <li>2. Una fuerza de 80N actúa en el extremo de la llave de 12 cm como se muestra en la Figura. Encuentre el momento de torsión. (Galarza, 2012, p. 12)  <math> \vec{F}  = 80N</math> <math> \vec{r}  = 12cm</math> y <math>\theta = 60^\circ</math>  <math> \vec{u} \times \vec{v}  = 80N \cdot (.12m) \sin 60^\circ = 8.31Nm</math></li> </ol> <p><b>Recursos:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Texto estático.</li> <li>2. Imágenes ilustrativas.</li> </ol>
<p><b>Aplicaciones.</b></p>	<p><b>Torsión o Torque.</b> En física una fuerza <math>\mathbf{F}</math> que actúa en el extremo de un vector de posición <math>\mathbf{r}</math>, como se muestra en la siguiente figura, se dice que produce una <b>torsión</b> <math>\mathcal{T}</math> también llamado torque definida por <math>\mathcal{T} = \vec{r} \times \vec{F}</math>. Si <math>\mathbf{F}</math> y <math>\mathbf{r}</math> están en el plano de la página, la regla de la mano derecha implica que la dirección de <math>\mathcal{T}</math> es hacia afuera de la misma, y perpendicular a ella (hacia el lector). Como podemos se puede observar en la Figura, cuando una fuerza <math>\mathbf{F}</math> se aplica a una llave de tuercas, la magnitud de la torsión <math>\mathcal{T}</math> es una medida del efecto de rotación alrededor del punto pivote <math>\mathbf{P}</math> y el vector <math>\mathcal{T}</math> se dirige a lo largo del eje de la tuerca. En este caso apunta hacia adentro de la página.</p> <p><b>Recursos:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Texto estático.</li> <li>2. Imágenes ilustrativas</li> </ol>
<p><b>Autoevaluación.</b></p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. El producto vectorial es una operación <u>binaria</u> sobre vectores en un espacio vectorial. Su resultado es otro vector que siempre es perpendicular u <u>ortogonal</u> a ambos vectores.</li> </ol>

	<p>2. Calcule el producto vectorial de los siguientes vectores  <math>\vec{u} = (-1,3,5)</math> y <math>\vec{v} = (4,2,0)</math> R: (-10, 20,-14)</p> <p>3. Una fuerza de 20N actúa en el extremo de la llave de 1m con una inclinación de 120 °. Encuentre el momento de torsión.  <math> \vec{u} \times \vec{v}  = 20N(1m) \sin 120^\circ = 17.32Nm</math></p> <p><b>Recursos:</b></p> <p>1. Texto de rellenar huecos.</p>
--	--

**Apéndice B.** Pruebas escritas para la identificación y tipificación de modelos mentales.

<b>OA_1 Definición de Vectores.</b>	<p><b>Nombre:</b></p> <p><b>Fecha:</b></p> <p><b>Graduación:</b></p> <p><b>Nota:</b></p>
<p>2) Responde la pregunta considerando los siguientes puntos:</p> <p>d) Redacta con tus propias palabras todo lo que recuerde.</p> <p>e) Realiza un dibujo o un diagrama que ilustre tu definición.</p> <p>f) Redacta un ejemplo en el que pueda ser aplicado un vector.</p> <p>¿Qué es un vector y cuáles son sus componentes?</p>	
<p>3) Resuelve el siguiente problema considerando los siguientes puntos:</p> <p>a) Realiza un dibujo que ilustre el problema.</p> <p>b) Coloca tus procedimientos completos y ordenados.</p> <p>c) Recuerda las fórmulas para calcular la magnitud de un vector <math> \vec{v}  = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}</math> y la velocidad <math>V = \frac{D}{T}</math>.</p> <p>Un automóvil viaja a una velocidad constante de 80 Km/h hacia el norte después de 2 hrs. cambia la dirección hacia el Oste y viaja a una velocidad de 90km/h por 3hrs, Al día siguiente recorre una distancia de 60km al norte ¿Cuánto tiempo le tomará regresar al origen si decide tomar el camino más corto a una velocidad de 100km/h?</p>	

<b>OA_2. Tipos de Vectores.</b>	<p><b>Nombre:</b></p> <p><b>Fecha:</b></p> <p><b>Graduación:</b></p> <p><b>Nota:</b></p>
<p>2) Define cada uno de los tipos de vectores considerando los siguientes puntos:</p> <p>d) Redacta con tus propias palabras cada una de las definiciones.</p> <p>e) Realiza un dibujo o un diagrama que ilustre tu definición.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Vector posición.</li> <li>✓ Vector nulo.</li> <li>✓ Vector unitario.</li> <li>✓ Vectores equipolentes.</li> <li>✓ Vectores libres.</li> <li>✓ Vector anclado.</li> <li>✓ Vector deslizante.</li> <li>✓ Vectores opuestos.</li> <li>✓ Vectores concurrentes.</li> </ul>	
<p>3) Normaliza el vector <math>\vec{u} = (3,2, -1)</math>.</p> <p>a) Realiza un dibujo que ilustre el problema y su solución</p> <p>b) Coloca tus procedimientos completos y ordenados.</p> <p>c) Recuerda la fórmula para normalizar un vector <math>\hat{u} = \frac{\vec{u}}{ \vec{u} }</math>.</p>	

<p>OA_3 Operaciones con vectores.</p>	<p><b>Nombre:</b> <b>Fecha:</b> <b>Graduación:</b> <b>Nota:</b></p>
<p>2) Responde las preguntas considerando los siguientes puntos:</p> <p>d) Redacta con tus propias palabras cada una de las definiciones.</p> <p>e) Realiza un dibujo o un diagrama que ilustre tu definición.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ ¿Qué es la multiplicación escalar y explica qué sucede cuando el escalar es menor, o mayor que uno?</li> <li>✓ ¿Qué es la suma de vectores?</li> <li>✓ Conociendo las definiciones anteriores se puede deducir lo que es la resta entre vectores. ¿Cómo sería su definición y su representación geométrica?</li> </ul>	
<p>3) Resuelve el siguiente problema considerando los siguientes puntos:</p> <p>a) Realiza un dibujo que ilustre el problema.</p> <p>b) Coloca tus procedimientos completos y ordenados.</p> <p>c) Utiliza las fórmulas para calcular la suma entre dos vectores por componentes.</p> <p>Un barco se desplaza 100 km hacia el norte. Después recorre 60 km girando 45 grados. Finalmente navega 120 Km más hacia el este. ¿Cuál es desplazamiento desde el punto de origen del barco?</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p style="text-align: center;">R: 216.02 Km con dirección de 41.24 grados. <a href="http://orbitaneptuno.globered.com/categoria.asp?idcat=47">http://orbitaneptuno.globered.com/categoria.asp?idcat=47</a></p>	

<p>OA_4 Independencia lineal entre vectores.</p>	<p><b>Nombre:</b> <b>Fecha:</b> <b>Graduación:</b> <b>Nota:</b></p>
<p>1) Responde la pregunta considerando los siguientes puntos:</p> <p>a) Redacta con tus propias palabras.</p> <p>b) Realiza un dibujo o un diagrama que ilustre tu definición.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ ¿Qué es una combinación lineal?</li> <li>✓ ¿Qué es independencia lineal?</li> </ul>	
<p>2) Representa un conjunto de vectores linealmente dependientes y justifica por qué no son linealmente independientes.</p> <p>a) Realiza un dibujo que ilustre el conjunto.</p> <p>b) Coloca tus procedimientos completos y ordenados.</p> <p>c) Recuerda el uso del determinante para probar la independencia lineal</p>	

<p>OA_5 Producto escalar de dos vectores y proyecciones en plano.</p>	<p><b>Nombre:</b> <b>Fecha:</b> <b>Graduación:</b> <b>Nota:</b></p>
<p>1) Responde las preguntas considerando los siguientes puntos:</p> <p>a) Redacta con tus propias palabras.</p>	

<p>b) Realiza un dibujo o un diagrama que ilustre tu definición.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ ¿Qué es el producto escalar?</li> <li>✓ ¿Cuáles son las formas de representación existen?</li> <li>✓ ¿Por qué el producto escalar entre dos vectores ortogonales es cero?</li> <li>✓ ¿Qué es la proyección entre vectores?</li> </ul>
<p>2) Resuelve el problema considerando los siguientes puntos:</p> <p>a) Realiza un dibujo que ilustre el problema.</p> <p>b) Coloca tus procedimientos completos y ordenados.</p> <p>c) Utiliza las fórmulas para calcular la dirección de un vector.</p> <p>Una fuerza constante <math>\vec{F}</math> de magnitud igual a 3 lb se aplica al bloque. <math>\vec{F}</math> tiene la misma dirección que el vector <math>\vec{a} = 3i + 4j</math>. Determine el trabajo realizado en la dirección de movimiento si el bloque se mueve de P(3,1) a Q(9,3) Suponga que la distancia se mide en pies. (Zill &amp; Wrght, 2011, p. 621.</p> <p style="text-align: center;">R: <math>\frac{78}{5}</math> pies/lb</p> <p>Nota: Encuentra el vector <math>\vec{F}</math> por medio de sus componentes magnitud y dirección.</p>

<b>OA_6 Producto cruz entre vectores</b>	<b>Nombre:</b> <b>Fecha:</b> <b>Graduación:</b> <b>Nota:</b>
<p>1) Responde las preguntas considerando los siguientes puntos:</p> <p>a) Redacta con tus propias palabras.</p> <p>b) Realiza un dibujo o un diagrama que ilustre tu definición.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ ¿Qué es el producto vectorial?</li> <li>✓ ¿Por qué el producto cruz entre dos vectores es 0?</li> </ul>	
<p>3) Resuelve el problema considerando los siguientes puntos:</p> <p>a) Realiza un dibujo que ilustre el problema.</p> <p>b) Coloca tus procedimientos completos y ordenados.</p> <p>c) Utiliza las fórmulas para calcular la dirección de un vector.</p> <p>Una fuerza de 10N actúa en el extremo de la llave de 2m con una inclinación de 120 °. Encuentre el momento de torsión.</p> <p style="text-align: center;"><math> \vec{u} \times \vec{v}  = 10N(2m) \sin 120^\circ = 17.32Nm</math></p>	

**Apéndice C.** Las etiquetas de los ítems descritos en el instrumento de evaluación.

Variables	Descripción
Pe_Ps_M1	Presentación atractiva y original: captar la atención de los estudiantes y mantener el interés.
Pe_Ps_M2	Información relevante: entregar información importante para ayudar a comprender los contenidos.
Pe_Ps_M3	Participación del alumno: explica claramente su participación en el desarrollo del programa.
Pe_Ps_De	Adecuación a competencias profesionales: adecuar la utilidad de los contenidos y actividades para las necesidades.
Pe_Ps_Di1	Profundidad pertinente: adecuar profundidad según conocimientos previos y nivel de complejidad que el estudiante es capaz de comprender.
Pe_Ps_Di2	Nivel de Lenguaje: adecuar lenguaje utilizado (científico, etc.) a los conocimientos previos de los estudiantes.
Pe_Ps_In1	Nivel de interactividad: promover actividades abiertas, diversas maneras de resolver problemas, proporcionar realimentación y corrección de errores.
Pe_Ps_In2	Tipo de interactividad: adecuar interactividad a los objetivos de la metodología, los niveles pueden ser: activos, expositivos o mixtos
Pe_Ps_Cr1	Promover el desarrollo e iniciativa y el aprendizaje autónomo.
Pe_Ps_Cr2	Promover el desarrollo de habilidades metacognitivas y estrategias de aprendizaje que les permita planificar, regular y evaluar su propia actividad intelectual
Pe_Cu_Co	Nivel formativo adecuado a la situación educativa, por ejemplo: educación secundaria, etc.
Pe_Cu_Co2	Descripción de la unidad: Presenta una introducción y/o resumen que explica de forma clara en qué consiste la unidad
Pe_Cu_Ob1	Correctamente formulado: generalmente los objetivos se elaboran según la fórmula: verbo infinitivo + contenido
Pe_Cu_Ob2	Factible: puede ser alcanzado.
Pe_Cu_Ob3	Indica lo que se espera sea aprendido: el alumno debe ser consciente de lo que tiene que aprender.
Pe_Cu_Ob4	Coherente con los objetivos generales: los objetivos específicos deben ayudar a cumplir los objetivos generales.
Pe_Cu_Ti	El tiempo de duración estimado en el desarrollo de la unidad es adecuado al tiempo disponible.
Pe_Cu_C1	Presenta información suficiente y adecuada al nivel educativo.
Pe_Cu_C2	Adecuar los contenidos al objetivo propuesto.
Pe_Cu_C3	Presentar información en distintos formatos (texto, audio, etc).
Pe_Cu_C4	Permite interactuar con el contenido a través de enlaces.
Pe_Cu_C5	Presentar información complementaria para ayudar a los estudiantes que deseen profundizar sus conocimientos.
Pe_Cu_C6	Cuidar que la información que presenta sea confiable, (datos exactos, referencias bibliográficas, etc.).
Pe_Cu_C7	Presentar la información de forma adecuada para ayudar a una mejor comprensión del contenido
Pe_Cu_C8	Verificar que el idioma empleado en los contenidos sea pertinente a los objetivos de enseñanza.
Pe_Cu_Ac1	Ayudan a reforzar los conceptos
Pe_Cu_Ac2	Promueve una participación activa: estimulan la reflexión y la crítica, esto es el cuestionamiento de las propias ideas para la integración de la nueva información a los conocimientos pre-existentes
Pe_Cu_Ac3	Presenta distintos tipos de estrategias de aprendizaje, según sea el caso (resolución de problemas, estudio de caso)

Pe_Cu_Ac4	Presenta actividades de evaluación y práctica
Pe_Cu_Ac5	Se propone modalidad de trabajo según sea el caso (individual, colaborativa y/o cooperativa).
Pe_Cu_Re	Se refuerzan los conocimientos a través de ejercicios, autoevaluaciones, etc.
Us_In_Te1	Organizar en párrafos cortos, sin romper los párrafos ni la continuidad de las ideas que se exponen en ellos.
Us_In_Te2	Utilizar hipertexto para dividir información extensa en múltiples páginas
Us_In_Te3	Marcar bloques de contenido a través de títulos o epígrafes
Us_In_Te4	Usar mayúsculas para los títulos, encabezados o resaltar textos puntuales
Us_In_Te5	Evitar subrayados cuando no hay enlaces.
Us_In_Te6	Tipo de letra legible y tamaño adecuado.
Us_In_Te7	Los colores y tipos de letras aportan información por sí mismos.
Us_In_Te8	No presentar ningún error ortográfico.
Us_In_Im1	Aclarar la información textual.
Us_In_Im2	Su presencia no es superflua.
Us_In_An1	Las animaciones están justificadas no se abusa de ellas.
Us_In_An2	Atraer la atención del usuario para destacar cosas relevantes.
Us_In_An3	No tardar mucho tiempo en cargarse.
Us_In_An4	Evitar animaciones que se presentan en un ciclo sin detenerse.
Us_In_AG1	Usar aplicaciones justificadamente, solo cuando sea necesario para mostrar algo.
Us_In_AG2	Indicar entre paréntesis cuando el tiempo estimado de carga pueda superar los 2 segundos y las condiciones tecnológicas necesarias.
Us_In_AG3	Sencillas de usar y con instrucciones claras.
Us_In_AG4	Adecuadas para el nivel educativo.
Us_In_AG5	Ayudan a comprender mejor los conceptos que se están estudiando
Us_In_Mu1	Usar multimedia justificadamente, solo cuando sea necesario aumentar algo.
Us_In_Mu2	Indicar entre paréntesis cuando el tiempo estimado de descarga pueda superar los 2 segundos
Us_In_So1	Emplear el sonido solo cuando sea necesario (opcional para el usuario).
Us_In_So2	Informar de las características del archivo de audio antes su descarga (tamaño, tipos de conexión, etc.).
Us_In_Vi1	Utilizar justificadamente, solo cuando pueda aportar algo.
Us_In_Vi2	La imagen y el audio se presentan de forma clara.
Us_Na_In1	Aclarar al usuario dónde se encuentra y el objetivo del sitio.
Us_Na_In2	Presentar las principales áreas de contenido del sitio con hipervínculos para acceder a ella.
Us_Na_In3	Si existe pantalla de bienvenida, ésta no debe retardar la llegada del usuario a la página de inicio.
Us_Na_Na1	Poseer una estructura flexible que permita al usuario controlar su navegación.
Us_Na_Na2	Presentar títulos claros indicando nombre o contenido principal.
Us_Na_Na3	La interfaz de navegación muestra todas las alternativas posibles al mismo tiempo, para que los usuarios puedan escoger su opción.
Us_Na_Na4	El usuario sabe dónde se encuentra en todo momento.
Us_Na_Na5	Las pantallas dedican en gran parte espacio al contenido.
Us_Na_Na6	La páginas deben ser sencillas, no estar recargadas con publicidad, animaciones, etc.

Us_Na_Na7	El diseño es consistente en todas las pantallas (tamaños, colores, iconos, tipos de letra, etc.).
-----------	---

**Apêndice D** Comentários de la herramienta HEODAR.

OA_1	A Idéia deste Objeto de aprendizagem é ótima e ele está em um estágio muito bem pensado, melhorias sempre podem surgir. Parabéns pelo trabalho!
OA_1	Apresenta excelente nível qualitativo, satisfatório ao trabalho educativo e de possível utilização.
OA_1	A linguagem esta bastante acessível para os alunos. objeto está claro para a aprendizagem. Tenho uma observação quanto a avaliação. Me parece pouco criativa e estimula a repetição, o que é válido, mas a sociedade exige seres críticos que compreendam a realidade. Você aplicou o conteúdo de forma brilhante mas precisa avançar em relação a avaliação que me parece altamente tradicional.
OA_1	O objeto de aprendizagem ajuda muito na aprendizagem dos educandos, visto que será uma atividade interativa e diferente, pois estamos acostumados com praticas em que só o professor fala, e com o objeto os alunos irão aprender.
OA_1	Nada a declarar
OA_1	O objeto de aprendizagem condiz com as necessidades, porém em alguns trechos o texto se encontra em espanhol, seria interessante considerar a ideia de criar um menu de seleção de idioma, assim poderia servir a um publico maior, a interface esta bem simples e a informação devidamente exposta, porém algumas ilustrações ficariam mais chamativas se tivessem um pouco mais de cor. Além disso o tamanho do texto varia em alguns locais, seria melhor manter um tamanho padrão.
OA_1	Considero a ferramenta importante como um reforço do conteúdo visto durante a aula. É importante para o aluno revisar e estudar o conteúdo.
OA_1	Há muita interatividade entre o usuário e o OA, torna mais fácil para ele entender todo o processo e obter melhor aprendizagem.
OA_1	Muito interativo e ajuda o aluno no entendimento de visualizar melhor os conteúdos e bastante contextualizado, porém melhora o processo de ensino aprendizagem no contexto educativo.
OA_2	Um ótimo objeto de estudo capaz de chamar atenção do aluno para aprendizagem dos conceitos que são necessários diante do conteúdo. Se não tiver como, sugiro que possa-se ver uma forma do GeoGebra ser utilizado off-line.
OA_2	Excelente objeto de aprendizagem, acessível quanto ao nível e utilidade. Possível contribuição ao ensino e qualitativamente satisfatório.
OA_2	Acredito que você precisa buscar questões contextualizadas e fugir um pouco de tradicional. Gostaria de ver inovação nos exercícios assim como Você inovou na aplicação do conteúdo!
OA_2	Muito importante para a aprendizagem dos educandos, pois de forma interativa eles aprendem mais.
OA_2	neuma observação
OA_2	O objeto de aprendizagem em questão corresponde bem as necessidades e apresenta o conteúdo de forma clara e precisa, porém talvez fosse interessante colocar imagens que chamassem atenção para os tópicos, além disso, alguns trechos estão em espanhol. As aplicações feitas no GeoGebra estão bem objetivas e ilustram bem os conceitos, o que auxilia no entendimento.
OA_2	Esse objeto estar muito bom, a linguagem é clara e compreensível e os conteúdos são apresentados de forma clara para que o aluno possa compreender. Não encontrei problemas que possam prejudicar a qualidade do objeto.

OA_2	Verificar na introdução dois erros: um de digitação e outro de repetição
OA_2	Importante para a compreensão do usuário a imagem interativa, com movimentos que possam levar ele ao entendimento do conteúdo.
OA_2	Seria interessante ter mais interatividade!
OA_3	Acho que mais desenhos seria interessante
OA_3	bom Moderador! todos os seus objetos de aprendizagem seguem o mesmo padrão e quanto ao texto, aplicações não tenho nada a acrescentar. como mencionei nas outras avaliações o que eu achei deficiente foi a auto avaliação ao meu ver ela favorece o ensino tradicional pautado na transmissão e repetição. creio de essa parte precisa ser aprimorada.
OA_3	Nada a declarar
OA_3	O objeto de aprendizagem apresenta uma interatividade satisfatória e facilita a compreensão, pois transmite a informação de forma clara e concisa.
OA_3	poderia usar mais alguns modelos de avaliações na auto avaliação
OA_3	A quantidade de conteúdos excede o tempo previsto para uma aula.
OA_3	É preciso rever algumas partes do OA e do instrumento de avaliação, quando à ortografia. Tem que ser definido se o OA será totalmente em Português ou em Espanhol. Tem algumas partes do OA que os dois se misturam Ex Aparecem VECTOR e VETOR.
OA_3	O uso de uma linguagem mais clara facilitaria a compreensão do objeto de aprendizagem.
OA_4	Acho que você pode colocar situações do cotidiano nas questões ok.
OA_4	Não vou me deter nas partes ótimas de seu trabalho... Reveja a avaliação e os exercícios falta contextualização e muito tradicional
OA_4	Nada a declarar
OA_4	O objeto de aprendizagem em questão apresenta a informação de forma objetiva e atende aos objetivos, além disso, sua interatividade permite a ação e reflexão do aluno, o que facilita a aprendizagem dos conceitos.
OA_4	Usar outras formas e modelos interativos na auto-avaliação.
OA_4	Na auto-avaliação senti falta de mesclar o visual que foi visto durante o conteúdo.
OA_5	a explicação contida nesse objeto é clara e de fácil compreensão para o estudante, porém colocar exemplos após cada equação matemática apresentada poderá ajudar os alunos a entenderem como funcionam a aplicação dessas fórmulas. Algumas das questões contidas na auto-avaliação, com muitas casas decimais e com alguns erros, podem confundir os alunos. Aconselho criar níveis de dificuldades, iniciando com questões muito fáceis e aos poucos ir aumentando a sua complexidade. Parabéns pelo trabalho, ele estar ótimo!
OA_5	Toda interação vai depender muito do nível dos alunos e do objetivo real proposto. Sendo assim, a complexidade está diretamente relacionada ao conteúdo e ao aluno.
OA_5	Eu penso que deveria haver uma pouco mais de exercícios "práticos". O tamanho dos textos estão ideais, não estão cansativos, o suportes de imagens e vídeos complementa de forma agradável o conteúdo..
OA_5	Acresce notar mais exercícios contextualizados.
OA_5	Nenhuma observação
OA_5	O objeto de aprendizagem em questão auxilia o entendimento dos conceitos e resolução das atividades, pois apresenta vídeos, animações e aplicações que favorecem o entendimento do conteúdo.

OA_5	Considero que a quantidade de conteúdos está muito alta em relação ao tempo que o objeto se propõe.
OA_5	Projeto inovador, de excelente aplicação em sala de aula.
OA_5	O objeto de aprendizagem analisado apresenta uma interface simples e atrai o interesse dos usuários facilitando o processo de ensino e aprendizagem, as animações feitas no GeoGebra e os vídeos facilitam o entendimento. além disso os questionários são bem objetivos e possibilitam aos discentes uma maior autonomia ao aprender, somando todos os recursos apresentados, este O.A apresenta-se como uma poderosa ferramenta pedagógica capaz de facilitar a aprendizagem através da interatividade e dinâmica que a mesma proporciona.
OA_6	Olá! Esse objeto está ótimo. Os gráficos utilizados são uma boa ferramenta para que os estudantes construam o significado sobre o produto vetorial. A explicação também é clara e fácil de compreender. A interface do objeto é de fácil acesso e não causa confusão para quem estar usando. A auto avaliação também é um ponto forte para os alunos testarem seus conhecimentos, estende-la ajudará os estudantes a compreender com clareza o que foi exposto nesse objeto de aprendizagem.
OA_6	Seria interessante a inserção de alguns aplicativos para uma inclusão social maior.
OA_6	As imagens, os textos estão ideais para aprendizagem. Textos pequenos, sem enrolação, ideais para uma aprendizagem rápida. A idéia de colocar a GeoGebra foi perfeita.. Sobre os exercícios , penso que deveria haver uma variedade maior...
OA_6	como mencionei nos objetos anteriores melhorar a auto avaliação
OA_6	Nada a declarar
OA_6	Projeto inovador e flexível. Parabéns pela iniciativa!
OA_6	O objeto de aprendizagem apresenta simulações e animações bem claras e objetivas, o que facilita muito no entendimento dos conceitos, porém poderia conter uma sessão contendo uma bibliografia sugerida e links com informações complementares.
OA_6	Ainda existem incoerências no conteúdo apresentado. Exemplos: em CONTEÚDO a fórmula $u \times v$ não condiz com a figura que representa o cálculo $v \times u$ ; em APLICAÇÃO o texto coloca torque como $r \times F$ , quando o que condiz com a demonstração seria $F \times r$ . Os exemplos de aplicação poderiam sugerir o uso de cálculos com determinantes, já que o mesmo será pedido em seguida.
OA_6	O objeto de aprendizagem analisado atende as expectativas proporcionando uma aprendizagem interativa e dinâmica de modo que este se torna bastante atrativo aos usuários, além disso as aplicações em GeoGebra facilitam o entendimento.

**Apêndice E** Diálogo de sessão de discussão.

- 1 Moderador :vamos começar com os equipes que analisaram o OA\_1 e em base as perguntas eu quero escutar os comentários, como eu falei em um  
2 principio, eu não estou aqui para escutar elogios, se não para escutar críticas que ajudem a melhorar a pesquisa, mas os elogios também os elogios são  
3 bem-vindos. Não falo de coisas ruins, mas de coisas que posam ser melhoradas. Por favor, vocês podem falar de seu primer objeto.  
4 \*Objeto de Aprendizaje 1  
5 E1:OA1: Nos achamos que eles estão sim coerentes com conteúdo, e por trazer conceitos, ilustrações, descrições de passo a passo dos cálculos e  
6 animações isso tudo torna:se um bom elemento para a construção dos modelos mentais dos estudantes, nos acreditamos que o que tem um grão  
7 potencial são as ilustrações das situações concretas do cotidiano. Essa é a nossa visão do primeiro ponto.  
8 E1:OA1: Pergunta dois. Essas ilustrações são bons instrumentos na construção dos modelos mentais dos estudantes, e o primer contato com o mesmo, a  
9 través dos movimentos que ele pode proporcionar das situações que o próprio estudante pode estar colocando dentro dos gráficos, nos achamos que ele  
10 tem um bom potencial para a construção dos modelos mentais.  
11 E1:OA1: Em relação aos modelos mentais que podem ser construídos nos acreditamos que as informações contidas podem construir tanto modelos  
12 teóricos, porque ele traz a teoria de forma explicativa como os operacionais porque ele também traz de acordo quando for preciso usar um calculo ele traz  
13 um passo:a:passo de como é feito este processo.  
14 E2:OA1. Podendo também até construir para operar as situações.  
15 E1:OA1: E também tem os exercícios que vão ajudando com a tentativa de acerto e erro.  
16 E1:OA1: Em relação a “se os instrumentos são adequados para obter essas informações”, que são estes questionários. Nos acreditamos que eles podem  
17 ser sim, mas o que nos deixa assim, no questionamento é o seguinte: o aluno acabou de ter o contato com o GeoGebra e todas as informações, e de  
18 repente ele é colocado diante destes problemas desse teste. Ele responde rapidinho, ele acabou de ver aquilo ali e agente pergunta se será se isso aqui  
19 não é um teste para digamos assim, comparando o computador para a memoria RAM. Se este mesmo teste fosse visto amanhã. O aluno teve contato  
20 hoje e só viu esse teste amanhã. Se não poderia ser mais eficaz?  
21 Moderador: Você para isto, não teria alguma proposta para ele ser mais eficaz?  
22 E1:OA1: No caso, ele não ser aplicado no mesmo instante. No mesmo instante.  
23 E2:OA1: Para ver se ele realmente aprendeu, se ele construiu ou se foi alguma coisa de momento.  
24 E1:OA1 :E em relação ao “se você acha que há algum elemento desnecessário no objeto?” Não, nós achamos que os elementos que tem, que estão ali,  
25 são bem colocados, são necessários. E o que nos colocaríamos a mais seriam mais atividades mesmo para essa tentativa de acerto e erro para uma  
26 maior prática e alguns joguinhos ao final, porque é interessante ficar mexendo. E ai no final um joguinho para o entendimento e ao mesmo tempo  
27 ajudando nessa construção desses modelos.  
28 E2:OA1: E ai, quanto ao que nos havíamos estudado a tarde, que seria o objeto 2 nos vimos que supriu ate o nosso comentário, que era em relação a  
29 vivencia cotidiana dele que nos percebemos no 1 que acontece situações de força, distancia e deslocamento, que tudo isso o aluno pode abstrair durante  
30 o dia-a-dia e pode ser melhor para construir.

- 31 *E1:OA1: O objeto 1 na verdade tinha o que nos falamos que faltava no 2, que era coisas do cotidiano do aluno. Ele se identificava, tinha os desenhos,*  
32 *que a gente ate comentou.*
- 33 *Moderador: Mais alguma coisa?*
- 34 *E3:OA2: Só dois pontos. No restante eu concordo. A questão que é importante trazer um contexto não é? Colocar o aluno em uma situação problemática.*  
35 *Mostra a agente inicialmente a velocidade... um certo veículo se desloca de um lugar para outro e tal. Que ele venha nessa problemática situação e que*  
36 *os resultados, assim como, o foco da pesquisa é a questão dos vetores não é? Que ele realmente, assim, tenha um resultado com expressão vetorial.*
- 37 *E3:OA1: Na verdade comparando com a experiência de hoje a tarde, sem repetir muito a fala das meninas. Foi a mesma expressão, porque hoje a tarde*  
38 *eu falei no sentido de não ter mais exemplos práticos, exemplos mais reais que desse significado ao conceito que o aluno acabava de receber. E agora*  
39 *nessa experiência foi bem mais interessante não é? Que a gente teve isso. Segundo, a parte que eu poderia chamar de negativa, eu acho que eu já te*  
40 *falei. O aluno pode estudar off-line a parte dos conceitos, algumas imagens, mas para executar o GeoGebra só se tiver online. Acho que não depende*  
41 *muito de você, mas é um aspecto que a gente pode chamar de negativo. Mas eu achei sim, quanto a usabilidade, adorei a usabilidade. A gente teve o*  
42 *contato mexendo nos botões e tal. Teve aquela partezinha também do gráfico que é importante rever, porque se tiver um erro. Eu fiquei confusa, eu me*  
43 *coloquei no lugar aluna, eu estava com um pensamento, tinha construído um conhecimento e quando fui ver no aplicativo, lá no objeto estava diferente. É*  
44 *importante fazer essa revisão nesse sentido, o aluno vai confiar muito talvez perca a credibilidade do objeto de aprendizagem, se tiver um errinho que*  
45 *seja vai perder a credibilidade.*
- 46 *\* Objeto de Aprendizaje 2*
- 47 *Moderador: Elementos, objetivos, conteúdos, atividades, representações geométricas e recursos colocados neste objeto de aprendizagem tem coerência?*  
48 *Tem coerência porque todos estão enfocados a ensinar o tema que estamos procurando. O tema de vetores*
- 49 *Moderador: O que vocês fazem? Tem coerência?*
- 50 *Alunos: Tem.*
- 51 *Alguma pergunta mais?*
- 52 *Moderador: Vocês acham que esses modelos mentais é o foco dele é ajudar aos alunos estudantes a construir modelos mentais do tema?*
- 53 *Alunos: Sim*
- 54 *Moderador: Por que alguém me poderia falar o porquê?*
- 55 *E1:OA5: Porque naquele momento ele vê a teoria e vai subtrair, vai falar e vai tentar entender alguma coisa; vai ver criar as imagens e a partir dali ele vai*  
56 *escrever a conclusão a respeito daquilo. Então acredito que vai incentivar os modelos mentais.*
- 57 *Moderador: Por aqui alguma coisa?*
- 58 *E2:OA2: acho que não e só imagem não, a parte 3 d, a parte visual é interessante, mas acho que depende de cada aluno, tem aluno que vai construir o*  
59 *modelo mental só a partir do momento quando for ler o conceito; vai começar a construir; já outro aluno que precisa de um recurso mais visual, não gosto*  
60 *de estabelecer a regra; só depois que viu, acho que depende de cada um, depende da experiência prévia de cada um do que ele já sabe de outras*  
61 *disciplinas talvez, mas que se complementam. O objeto eu avalio ele completo nesse sentido porque ele atende ao aluno que já tem conhecimento*  
62 *naquela área e o aluno que está criando a partir dessa o objeto de aprendizagem.*

- 63 Moderador: Obrigada. Alguém quer falar alguma coisa?
- 64 E3:OA2: Qual é o tema depois desse?
- 65 Moderador: É vetor.
- 66 E3:OA2: Ah, então o que você diz é o vetor elétrico. Assim seria interessante colocar outras situações diferentes para poder abstrair a ideia a situações diferentes.
- 67
- 68 Moderador: se o aluno está com alguém problema vai incentivar a curiosidade do próprio no tema?
- 69 E3:OA2:: Não seriam outras situações diferentes, mais exemplos.
- 70 E2:OA2: Melhorar a aplicabilidade. É isso que você está querendo dizer? Que ele consiga ver todas as situações fora desse contexto?
- 71 E2:OA1: A questão da mecânica.
- 72 E1:OA5: Acho também que a nomenclatura, porque talvez como dia aqui na folha se existe um caso com essa nomenclatura como se falou intercorrente, para nós é equivalente, talvez a nomenclatura possa atrapalhar um pouco e ligar uma coisa com a outra.
- 73
- 74 Moderador Utilizar o mesmo nome dentro da sala de aula da teórica com o Objeto isso já seria método de aprendizagem.
- 75 Moderador: Pronto! Daqueles elementos que mostrei para vocês, as atividades, as imagens, tudo que eu mostrei. Qual elemento que vocês consideram que mais corresponde a criação dos modelos mentais estruturais? Quais mais correspondem? Lembram que temos objetivos, tínhamos auto-avaliação, tínhamos representações aritméticas, tínhamos a definição extra-posicionais, tínhamos a introdução. Qual desses elementos, vocês consideram, vocês acham estimulam mais a posição dos modelos mentais dentro do Tema de vetores?
- 76
- 77
- 78
- 79 E1:OA2: Acho as associadas às imagens, eles conseguem visualizar melhor, porque quer queira quer não vetores é um assunto muito imaginário, principalmente no campo da física, você vai associar o vetor elétrico com coisas que você não está vendo. Então quando você coloca a imagem, ele consegue absorver melhor o conhecimento.
- 80
- 81
- 82 Moderador: Certo! Alguém mais por aqui? E para você acharam alguém elemento que ajude mais a criar esses modelos mentais do tema de vetores?
- 83 Quais elementos vocês acham necessários?
- 84 E2:OA2: Acho que o recurso visual, para mim, mas eu acredito que para mim ainda tenho a ideia de que essa construção do conhecimento é bem individual pelo que a gente disse e conversamos várias vezes. Para mim eu me sinto muito a vontade quando vejo, mas também não estar com essa possibilidade de outra pessoa construir; acho melhor uma definição que ele teria; mas para mim é a imagem.
- 85
- 86
- 87 E2:OA1: Assa questão do movimento, porque a imagem você tema a possibilidade de mover, e um ponto que gostei .
- 88 Moderador: A reconfiguração de configurações iniciais?
- 89 Aluna: É
- 90 Moderador: Pronto! Vamos ao seguinte. No ponto dos modelos mentais o que vocês acham daquela construção feita com GeoGebra? Vocês acham que ajuda, não ajuda? O que vocês acham? Podem falar a vontade. Para mim quanto mais absorver melhor.
- 91
- 92 E1:OA5: Sim, usar óculos de lente e que também tem alunos que são epiléticos que não podem utilizar; alunos que estejam tenham esses problemas.
- 93 Não fica visível par ao aluno que possa ter algum problema, então decorre esse problema e também seria bom ter imagens que não tivessem tanta

- 94 *informação; porque temos ali uma imagem que tem vetores: o plano cheio de informações com numerozinhos e mais isso vai dificultando. Acho que se*  
95 *colocar e se iniciar com imagens mais simples e depois fosse introduzindo mais informações eu acho que ficaria mais interessante.*
- 96 *Moderador: Quanto aos modelos mentais? O que vocês que essas representações construídas com GeoGebra ajudam ou não ajudam? Podem ser que*  
97 *não sirvam para nada e pode ser que motivem?*
- 98 *E1:OA1: Acho que depende muito do que ele aprendeu. Eu acho que motiva também a aprendizagem.*
- 99 *E1:OA1 y E2:OA1: É uma forma diferente. É da mesma coisa que existe, não como eu poderia dizer aplicativo dá para ver o corpo por exemplo em*  
100 *diferentes partes. Então dá para realmente aprender, estimular.*
- 101 *Moderador: Pronto! Vocês têm uma folhinha aí dos tipos de modelos mentais lembram que vimos questões teóricas e operacionais. De acordo com essa*  
102 *teoria, vocês podem falar que tipo de modelos mentais os estudantes podem construir com este objeto de aprendizagem? Do tipo operacional ou tipo*  
103 *teórico?*
- 104 *E1:OA5: Acho que teórico, porque vejo pouca coisa da operação é você pegar e fazer... Eu acho que é muito bom para construir modelo mental ideal.*
- 105 *Moderador: Mas, também para a natureza um conteúdo de vetores é bem pior. Quem mais? Que tipos de modelos mentais? Vocês concordam com o*  
106 *companheiro que ajuda a criar objetos de aprendizagem de tipo teórico? O que vocês acham? Teórico ou operacional do tipo da matemática. Pronto:*  
107 *Ficamos com o teórico.*
- 108 *Moderador: Aqueles instrumentos que eu dei para vocês de aprendizagem de vetores. Vocês acham que são para identificar e classificar esses objetos*  
109 *de aprendizagem? Podem falar alguma coisa havia muita crítica no começo, mas agora podem falar a vontade. O que vocês acham desses instrumentos?*
- 110 *E1:OA5: No caso é esse daqui?*
- 111 *Moderador: É esse quem tem aquela marca de aba, esse mesmo. Vocês acreditam, acha quem esse instrumento provoca, perdão pode classificar e*  
112 *modificar os modelos mentais ajuda a obter informação dos estudantes para identificar esses modelos mentais que eles construíram? E por quê?*
- 113 *E2:OA5: Talvez esse único instrumento seja insuficiente apesar de ser bom e bem construído ele precisa de algo mais, porque da forma como ela sendo*  
114 *apresentado aqui ainda vai pedir do aluno uma reprodução do que ele viu não está desafiando o aluno a fazer conexões com o que ele acabou de ver e*  
115 *outras coisas que ele já tenha aprendido; convém a precisão, ainda é uma questão de réplica de reprodução, ele viu, ele lembra, ele responde. Então*  
116 *talvez alguma coisa que desafie ele a utilizar aquilo em outras situações possa ajudar o professor a identificar que tipos de modelos mentais ele tem que*  
117 *construir.*
- 118 *E1:OA5: Como ele falou usar os vetores e problemas da matemática, da física e usar como uma questão cotidiana. Eu acho mais fácil que fica resolver*  
119 *essa associação entre a teoria e os problemas.*
- 120 *Moderador: Entendi. Alguém mais?*
- 121 *E3:OA2: O que foi sugerido a ele que descreva a situação de vetores.*
- 122 *Moderador: Alguém mais?*
- 123 *E4:OA2: Não sei se é relevante, mas a questão 2 aqui fala para você fazer um cálculo baseado no vetor . É um cálculo matemático que pretende e lá nas*  
124 *demonstrações do seu objeto de aprendizagem eu não consegui perceber a relação da figura com a grandeza da matemática com os gráficos que estão*  
125 *sendo mostrados. Você mostrou um plano em três dimensões só que eu não estava conseguindo fazer essa conexão do tamanho do vetor, da magnitude*

- 126 do seu vetor com o valor matemático. E aqui você faz a exploração do valor então seria uma forma de você casar essa visualização com algum dado  
127 matemático. Por exemplo o vetor esta pequenininho ele esta mostrando tal valor naquele estado.
- 128 Moderador: Colocar a informação do vetor.
- 129 E4:OA2: Isso e quando ele crescer e estiver em um tamanho maior terá um valor matemático maior. Fazer essa conexão.
- 130 Alunos: Explorar mais. É para estabelecer essas conexões.
- 131 E4:OA2: Como eu não sou matemático acho que essa visão de fora ela vai lucrar. Qual a função do gráfico ali, porque você mostrou vários vetores, você  
132 girou só que eu não consegui ver a função porque o gráfico mostra quantidade. Estou errado? Nos três planos, eu não consegui ver essa quantidade na  
133 matemática, quanto na visualização da figura, no sentido de separação.
- 134 Moderador: Algo mais de vocês?
- 135 E1:OA5: Acho que é importante especificar uma pouco mais porque fica para você fica subentendido, mas para o aluno talvez um bloqueio e não consiga  
136 responder. Precisa de algo mais explicito.
- 137 Moderador: Alguma coisa mais? O que vocês acrescentariam nesse instrumento?
- 138 E1:OA5: Eu acho que tem a questão da nomenclatura para equiparar. A B.
- 139 Moderador: Alguma coisa mais? O que vocês melhorariam. Quais as melhoras que vocês fariam no instrumento?
- 140 E2:OA5: O instrumento não tem como você abordar os vetores sozinhos para depois ir para o gráfico, não? Eu acho que eu concordo com ele está um  
141 pouco sobrecarregado: porque algumas eu vou olhar para o vetor e outras vezes eu vou olhar para o gráfico e ficar neste tiroteio. Se puder primeiro ver o  
142 vetor e depois os gráficos vai começar a normalizar as idéias dessa quantidade.
- 143 E4:OA2: Está certo. Alguém por aqui? A contribuição de vocês é muito preciosa para mim. Aqui você tem alguma dica para melhorar os instrumentos?
- 144 Tamara: Os valores para mim o gráfico tem movimento eu achei interessante mostrar o movimento do gráfico, porque quando um professor faz um  
145 gráfico fica aquela coisa tentando imaginar aquela coisa; e o desenho não fica tão claro aquilo você vai movimentando, você fica imaginando.
- 146 E2:OA2: Eu senti falta do elemento como disseram antes, eu incrementaria o objeto de aprendizagem acrescentando como os meus colegas já falaram  
147 elementos desses problemas mais concretos, quanto ao conceito de vetores, outras classificações para que depois viesse para um problema mais  
148 cotidiano que pudesse ser aplicado pelos alunos.
- 149 Moderador: Está certo. Alguma coisa mais sobre a questão do instrumento?
- 150 E1:OA2: Acho que só a questão do tempo que você vai utilizar. 1h40 eu acho que seja muito tempo.
- 151 E1:OA5: Porque é muita informação para processar, mas daí eu já acho que tem que interligar uma coisa com a outra para fazer o modelo, acho que isso  
152 é muito importante, conseguir raciocinar, equiparar tudinho e responder ao questionário com duas questões a, b, c, d e analisar os desenhos que não são  
153 fáceis de fazer.
- 154 Moderador: A última pergunta. Vamos falar agora do objeto de aprendizagem. Vocês acham algum elemento desnecessário no objeto de aprendizagem?  
155 Os que vocês acrescentariam? Vocês retirariam daquele objeto de aprendizagem. Vamos falar das sugestões para melhorar esse objeto de  
156 aprendizagem. O que vocês considerariam?
- 157 E1:OA2: Um pouco cansativo, quando você coloca os óculos e começa a visualizar as imagens e fica cansada. Pode ser com óculos escuros?

- 158 Moderador: Não, por questões financeiras. Acho que não presta com óculos de sol, porque eu coloquei os óculos de sol que tenho em casa e não deu,  
159 não funcionou, não fez efeito. Mais alguma coisa que vocês acrescentariam neste objeto de aprendizagem?
- 160 E2:OA5: Mais exemplos de vetores como você colocou e não ficasse só na tabela, a aplicação de vetores na física é muito ampla então dá para pegar  
161 uma infinidade de desenhos.
- 162 E1:OA5: Acho que poderia pegar um problema e ilustrar no gráfico porque na verdade ao resolver o problema da física é só ligar ao fato fazendo um  
163 esquema, um desenho. Então acho que seria interessante usar um Software para fazer essa ilustração para eles conseguirem visualizar.
- 164 Moderador: Mais alguma coisa? Alguma sugestão?
- 165 Alunos: não.
- 166 Moderador: Bem pessoal terminamos foi muito precioso a contribuição.
- 167 \* Objeto de Aprendizaje 3
- 168 E1:OA3 : O nosso foi o 3.
- 169 Moderador : Sim desculpa, aqui o 3 foi analisado por outro.
- 170 E1:OA3 : Para não repetir o fato da nossa companheira. Concordo que há a falta da contextualização após a visualização. Então eu vejo que, o  
171 programa, ele por ser um programa de computador, ele não está conseguindo trazer a aula além da exposição do conhecimento. Tipo, não está passando  
172 da lousa branca, eu estou vendo que tem as informações que poderiam ser anotadas na lousa branca pelo professor, tem o desenho. Ponto positivo: o  
173 gráfico tridimensional, mas eu não vejo o momento em que o aluno possa construir a partir de um exemplo, e eu também não vejo o momento que ocorra  
174 a aplicação prática desse conhecimento, tipo um exemplo no cotidiano dele que seja influenciado, tenha influência daquilo, desses conteúdos no convívio  
175 do aluno. Então eu vejo como um ponto positivo o gráfico, que ele consegue visualizar de forma tridimensional, para cima, para baixa para um lado, mas o  
176 ponto negativo é o fato dele não ter aplicação na vida dele, ele está tendo aula de física por física. Ele está vendo o vetor, ele está conseguindo construir  
177 o vetor, mas aquilo ali na vida dele esta sendo inserido em que? Então é como ela aqui citou, como Luciano também citou, o fato de ter pelo menos um  
178 desenho onde ele possa ver a aplicabilidade na vida dele, como as meninas aqui citaram, um joguinho, poderia ser um jogo, um carro, um vem em  
179 sentido com outro carro, em sentidos contrários, o que aconteceria? como seria o esboço do vetor?, vetor maior, vetor menor, a pancada é maior do lado  
180 de cá ou do lado de lá? Então eu acho que esse é o ponto negativo. O ponto positivo é porque foge um pouquinho da realidade da sala, quadro, pincel,  
181 professor, no que diz respeito ao gráfico sendo tridimensional, mas tirando isso eu não vejo outra diferença, você esta entendendo?
- 182 Moderador : Os elementos que vocês viram ai, que foi o objetivo, conteúdo e habilidades, que estão dentro do objeto, vocês acham que tem coerência  
183 para formar os modelos mentais nos objetos estudados?
- 184 E1:OA3: Sim, com certeza. O que eu coloquei aqui é... há coerência dos elementos apresentados no que diz respeito a construção dos modelos mentais,  
185 maior potencial do programa é conseguir expor objeto de forma proveitosa, como eu falei, tridimensional, ajudando o alunado a finalização e  
186 consequentemente a melhor compreensão, essa daí sem sombra de dúvidas.
- 187 E3:OA6: Moderador, agora assim, quais os estudantes? Porque hoje a tarde você disse que eram estudantes do curso de matemática, alunos graduados,  
188 mas é pro estudante da educação básica?
- 189 E1:OA3: Eu fiz da educação básica. Eu me senti como estudante da educação básica.

- 190 Moderador: Esses são orientados para estudante de graduação.
- 191 E3:OA6: De graduação. Porque pra levar para o ensino básico esta faltando um pouco de ludicidade, porque esta muito teórico, está teoria por teoria ali,
- 192 porque só os gráficos ali com algumas coisas ali, mostrando algo 3D, a terceira dimensão, não está em si atrativa não, não está uma metodologia atrativa
- 193 não.
- 194 Moderador: Para básico não. Este é para graduação, especificamente para a graduação de matemática e o curso de física. São outros sujeitos de estudo,
- 195 física e matemática, são estes, que talvez por isso tenha este alto nível de linguagem nas questões teóricas.
- 196 Moderador: Falando do instrumento numero 3, o instrumento que você viu nessa pequena prova, vocês acham que ela é adequado para pegar os
- 197 modelos mentais criados pelos estudantes e que tipos de modelos mentais podem ser investigados através deste instrumento?
- 198 E1:OA3: Eu não participei deste primeiro momento, mas eu fiz a leitura do texto que foi dado, e os modelos mentais que visualizamos foram o relacional
- 199 e o operacional, foi o que a gente conseguiu ver que ficou bastante inserido nesse ponto, entendeu? Na minha opinião.
- 200 Moderador: Está certo. E vocês acrescentariam mais alguma coisa ao instrumento?
- 201 E1:OA3: A contextualização mesmo. E um espaço para que foi dado um programa que seja introduzido de forma distinta, mas com o conhecimento
- 202 similar, para que possa dar naquele momento ali uma contribuição que ele entendeu.
- 203 Moderador: Alguém me falou aqui que seria bom colocar o sentido inverso das perguntas por exemplo, eu perguntava para velocidade, a velocidade pode
- 204 ser representada por um vetor. Eu dava o tempo e dava o espaço ai o menino me comentou e se você perguntar do espaço para o menino conseguiria
- 205 colocar no vetor. Ai eu estava dando um sentido inverso ao que estamos comentando, também no sentido de que em lugar de eu pedir que o aluno faça
- 206 um desenho eu colocar um desenho e que ele identifique o tipo de vetor que estamos utilizando na teoria que a gente está utilizando. Foi uma das coisas
- 207 que eu mais quis, procurar o duplo sentido tanto da teoria para o desenho, do desenho para a teoria ou a partir de um vetor gerar algum conceito ou de
- 208 algum conceito gerar um vetor ou uma teoria. Alguma coisa mais que queiram acrescentar?
- 209 E1:OA3: Eu acho que a ideia é não mecanizar. Porque a maior problemática hoje de ensino e educação é a mecanização, é a memorização de formulas,
- 210 é eu tenho isso, tenho isso e está faltando isso, então é isso. Então se tiver esse dado eu vou procurar o outro, então é fazer com que use todos os dados
- 211 possíveis que a questão possa fornecer como o desenho, como a interpretação textual, como pontos, como formulas, para que ele junte tudo isso para
- 212 que ele elabore sua própria resolução, não tenha uma formula pronta que ele pode aplicar e ter um valor numérico e aquilo ali acaba naquilo mesmo. O
- 213 que eu acho que não deveria ter, começa assim, termina assado, começa assado, não. Eu acho que tem que ter uma diferenciação na elaboração da
- 214 questão para que o aluno seja obrigado a pensar, eu acho que esse é o grande problema.
- 215 Moderador: Verdade. O ponto sobre objetivos principais para escolher esta teoria foi precisamente esse que não estamos envolvidos em um ensino da
- 216 matemática por meio da retenção e a mecânica, que não permite investigar se o aluno realmente aprendeu de outras formas. Então os modelos mentais
- 217 é isso mesmo. explica com tuas palavras. Ai o aluno realmente tem que pensar porque, e compreender porque ele esta fazendo isso na hora de aplicar o
- 218 instrumento, é para ser feita depois. Ele tem que lembrar e trazer aquelas coisas que ele aprendeu para ser mais absorvida. Infelizmente matemática é
- 219 muito assim, muito fechado na questão do resultado. Eu utilizava muito as mecânicas com os estudantes de não colocar os resultados, vocês viram que
- 220 os resultados estavam ai. Não estava por a caso não, estavam ai porque realmente não importa o resultado, importa o processo que o aluno está
- 221 fazendo. O resultado está ai, está pronto, a fórmula não precisa ficar de cabeça, está ai, está pronto, então são as coisas que eu estou tentando fazer

- 222 com minha pesquisa, tirar esse tipo de avaliações rígidas. Eu fui muito questionada agora, que o pessoal me falou, que tinha que quantificar o  
223 conhecimento, e eu não estou de acordo com isso. E vai ser uma coisa que eu tenho que defender na minha pesquisa. O pessoal de lá é quantitativo e o  
224 pessoal que trabalha com isso tem que se dar conta de que vai enfrentar um problema com as pesquisas quantitativas e qualitativas, porque para mim o  
225 ensino é uma pesquisa qualitativa, não quantitativa. Então é por isso que a tendência é “como que você vai fazer perguntar abertas?, está doida pra fazer  
226 uma análise desse tipo” Vamos ver, vamos tentar encaixar essas tipologias aos estudantes para encurtar um pouco esta pesquisa. Muito obrigada, gostei  
227 da sua contribuição. Alguma coisa mais que você deseja acrescentar?
- 228 E1:OA3: Só isso mesmo.
- 229 \*Objeto de Aprendizaje 4
- 230 Moderador: Pronto, ai os meninos do objeto de aprendizagem 4...
- 231 E2:OA5: Eu estou com o 5 não é o 4 não.
- 232 Moderador: Foi, eles ficaram com o 4. que coisa mais bonita, vocês são de que área?
- 233 E1:OA4: Química e Biologia.
- 234 Moderador: Ai que bom, ficou um tema bem bonito para os matemáticos: independência linear. Independência linear é para os matemáticos mesmos.
- 235 E1:OA4: Ajudou bastante assim, e para completar eu não assisti a tarde não é? então ficou bem legal...
- 236 Moderador: Esse objeto é complicado de independência linear.
- 237 E1:OA4: É mas assim, pelo que foi se construindo, nós concordamos com as respostas dos colegas, que realmente, pelo que observamos o Software  
238 ele tem todo um manejo. Ele está dentro dos elementos... como é que se diz... ele tem uma coerência, então pra não repetir o que já foi falado. Eu  
239 acho que até discordo um pouco numa questão, porque pra saber... vamos colocar uma parte mais prática porque funciona... mas ai pra que publico vai  
240 ser atingido isso? Porque eu observo muito hoje que para a gente no ensino básico, ele vem todo contextualizado, então ele quer contextualizar demais o  
241 que não está naquilo ali em matemática. Então se não for uma pessoa que já tenha uma certa experiência, ele pega o livro, e nem ele consegue mais  
242 andar, daquele jeito. Ficar perdido. Então eu acho que depende do público que vai atingir, então eu acho que ali está perfeito, eu acho que talvez  
243 especialmente o que você tinha dito. A única coisa que eu sugeriria ai não é? Talvez seja porque ele estava travando um pouco e que só no final foi que  
244 passou até o vídeo e tal, é que tivesse um exercício, eu acho que mais prático, onde ele pudesse ir colocando valores para ir mostrando no gráfico, talvez,  
245 acho que só isso. Mas as questões teóricas também, eu acho que a teoria é muito importante, o pessoal fala muito em contextualizar falar, mas se você  
246 não sabe aquilo ali, não sabe o resto, então é necessário a ainda aquela teoria chata, quer dizer o decoreba o que é isso? o que é aquilo?. E  
247 principalmente um aluno de matemática da graduação, ele tem que saber aquela fase mesmo, as propriedades, se ele não sabe aquilo, ele vai aplicar  
248 aonde? Só vai conseguir aplicar no dia a dia se tiver a base, a teoria.
- 249 Moderador: Falando do instrumento, você acha que esse instrumento é adequado para investigar os modelos mentais criados nos estudantes?
- 250 E1:OA4: Sim.
- 251 Moderador: Porque você acha isso?
- 252 E1:OA4: Quando a gente olhou, lendo os conceitos que a gente não tinha estudado porque não leu não é? Então pela teoria aplicada a gente consegue  
253 observar que nós vemos aqui o modelo operacional que você consegue fazer os esquemas direitinhos.

- 254 E2:OA4: O relacional não é? é uma parte que quando ele usa as definições, os exemplos, a avaliação... eu acho que você cria a aquele ambiente sim, de o  
255 aluno ter a parte teórica e ter a parte pratica, não é? De visualizar. Ok. Agora só que, realmente, embora ele visualize o gráfico que já está pronto, o  
256 exemplo que você deixou aqui dos vetores, ele poderia mais na frente, depois da auto avaliação ter algum espaço lá, que ele pudesse ele mesmo  
257 desenhar ou atribuir valores, e fosse automaticamente observando ou você poderia adicionar outra pergunta para ele responder...
- 258 Moderador: Você acrescentaria algo no instrumento ou retiraria algo do instrumento?
- 259 E1:OA4: Não, pior que não. Para o publico que você pensou, ele esta tranquilo, ate porque a teoria que ele vem, a pessoa mesmo sem ter estes  
260 conceitos, ele tem a definição lá, então assim, você com vontade, você leu, você entendeu os exemplozinhos, você consegue fazer.
- 261 Moderador : Obrigada. Alguma coisa mais?
- 262 E1:OA4: Não.
- 263 \*Objeto de Aprendizaje 5
- 264 Moderador : E o 5? Quem é o 5? Produto escalar, lindo também.
- 265 E2:OA5A gente achou interessante. Nossas recomendações em relação ao corpo do objeto é que ele não começasse dando o conceito de vez, porque já  
266 começa produto ponto é, ai já dava a formula matemática dizendo o que era. Ele desse aquela introdução conversasse um pouco ali sobre o tema não e?  
267 Como ele é voltado para graduação eu acho que ele dá logo a fórmula matemática, dar aquele conceito de repente ele fica muito mesmo nesse decorar,  
268 nesse... fazer que o graduando, ele tenha aquilo decorado sem saber o que significa, sem discutir aquele tema, aquele assunto. Então isso pode ter a  
269 formação do professor muito vicionalizada, seria bom sempre ter aquela introdução, discutir mais não é?
- 270 E2:OA5: A gente acha que os objetivos estão coerentes com o corpo...
- 271 E2:OA5Todo aquele ar de aplicativos dos objetivos está cumprindo.
- 272 : Dos elementos que vocês analisaram ai, qual foi o que vocês consideram o que foi mais potencial, que ajuda a criar os modelos mentais do produto  
273 escalar nos estudantes?
- 274 E2:OA5: Os vídeos. Os vídeos foram um ponto chave... A gente não conseguir abrir o GeoGebra, porque o Java está com um probleminha. A gente acha  
275 que os vídeos ajudam muito neste trabalho que é muito braçal, que é fazer os cálculos escalar, que é muita paciência, e tem que escrever bastante. A  
276 gente quebrou a cabeça aqui, porque chega uma hora que já não dá pra fazer na cabeça, então tem que ir para o papel, e os vídeos ajudam muito nessa  
277 parte, porque você vê como é que faz e ajuda a reproduzir em outra situação.
- 278 E2:OA5: Para o iniciante, ter só o texto ali, ele vai começar primeiro como uma pessoa leiga, então ter só o texto não vai adiantar, porque como vai ser ele  
279 leigo, vai precisar de alguém para explicar e é isso que vai ser o papel do vídeo, na ausência de um professor vai ter alguém pra explicar, o vídeo. Então  
280 esse vídeo vai ter o esse papel de professor temporário. Então, foi o ponto chave. E em relação ao GeoGebra, acabou não dando certo não é?
- 281 Moderador: Os tipos de modelos mentais que podem ser construídos com esse objeto de aprendizagem?
- 282 E2:OA5: Ele fixa bem essa questão geral, o operacional, que é trabalhar com a matemática e a aplicação, que pede coisas pra resolver e bastante  
283 questões não é? E bota questão bem extensa... Então assim, bem manual mesmo, eu acho que é bom... pelo menos assim, quando a gente faz o curso  
284 de física sempre a dica é: resolva muitas questões, quanto mais questões você resolver mais você vai conseguir entender para isso. O importante é

- 285 *aquele momento de leitura para entender o conceito e resolver questões para entender como vai funcionar. Então, também foi bem interessante você*  
286 *colocar uma boa quantidade de questões para ele resolver para ele se acostumar, aprender como aplicar.*  
287 *E2:OA5: A gente gostou, a gente constou de acordo com o texto que você entregou pra gente aqui, dos modelos mentais de dupla e operacional.*  
288 *Moderador: Sim. E os instrumentos?*  
289 *E2:OA5: Com relação aos instrumentos, a gente... precisa fazer uma revisão dos exercícios... erros de cálculo, mas uma simples revisão resolve.*  
290 *E2:OA5: No caso, algumas frases que podem dar um significado...*  
291 *Moderador: E os instrumentos eles conseguem extrair do estudante os modelos mentais do tema de produto escalar? Eles conseguem? Vocês poderiam*  
292 *identificar os modelos mentais que os estudantes criariam com estes instrumentos?*  
293 *E2:OA5: Consegue. A gente só acha que está muito matemático. Falta talvez um ponto de vista mais conceitual, menos abstrato. Mas a gente vê que*  
294 *tem alguns modelos, alguns exemplos voltados para uma educação empiristas, como o calculo do trabalho, esta bacana.*  
295 *Moderador: Alguma coisa que vocês acrescentariam no instrumento?*  
296 *E2:OA5: Pronto. Colocar algum instrumento que seja mais conceitual. Esse exemplo mesmo de colocar desenhos, minijogos...*  
297 *E2:OA5: Ainda está muito direto ao ponto, está curto e grosso. Deveria ter um pouco mais de ilustrações., embora em termo de produtos escalar a gente*  
298 *não te explicação praticas e do cotidiano, não da pra explicar um produto escalar no dia-a-dia.*  
299 *Moderador: É. Por isso que eu ficou pouco meio assim, mas você me fala alguma aplicação no dia a dia...*  
300 *E2:OA5: Dá. Vetor no dia a dia é, o vetor no dia a dia, é o mosquitinho da dengue. O pessoal de biologia sabe do que é que eu estou falando.*  
301 *Moderador: Está certo. Então alguma coisa quer vocês acrescentariam no objeto de aprendizagem?*  
302 *E2:OA5Acho só a questão mesmo de colocar esse texto introdutório para não ficar na introdução o produto escalar é... ai coloca o conhecimento*  
303 *caseiro... faz uma discussãozinha...*  
304 *Moderador: Mas na primeiras folhas tem um exemplo das moedas, que ele faz a conversão monetária para um turista. Uma pessoa tem a loja que é pra*  
305 *calcular o ganho...*  
306 *E2:OA5: Ahh, não abria a gente foi para o próximo. Ficou rodando, rodando, carregando a página, ai a gente pulou. Deve ter sido isto.*  
307 *Moderador: É porque normalmente são uma das coisas que didaticamente sabemos que...*  
308 *E2:OA5: Lembra do vídeo que não abriu?*  
309 *Moderador: Foi*  
310 *E2:OA5: A gente pulou também, ai quando voltou ele estava aberto.*  
311 *Moderador: Pronto. Alguma coisa mais?*  
312 *E2:OA5: Não*  
313 *\*Objeto de Aprendizaje 6*  
314 *Moderador: Vamos terminar... já o ultimo objeto de aprendizagem com vocês, o 5 com Renato aqui.*  
315 *Moderador: É o 6.*  
316 *Moderador: O que mais ou menos vocês responderam essas perguntas?*

- 317 E2:OA6: Certo. Eu acho que na situação da gente, eu não sei se é porque a gente não veio a tarde e então ficou um pouco meio perdido nessa questão,  
 318 e agora a noite pelas conversações o mais truncado possível, mas direto ao ponto eu acho que em relação ao qualquer um outro. O que eu achei, ao meu  
 319 ver, assim pelo menos da ilustração aqui, eu achei bem interessante. Concordo com o que a maioria, em geral disse aqui. Eu acho talvez as  
 320 exemplificações que trazem as ilustrações, elas poderiam ter uma diferenciação em graus de dificuldade, em níveis eu acho, talvez um aprofundamento  
 321 no assunto em níveis, eu sinto um pouco a falta disso, eu achei muito, um exemplos bem similar ao outro e meio que falta também assim trazer um pouco  
 322 pra realidade, às vezes é até difícil a questão de como introduzir isso na realidade, no cotidiano e na vivência, mas por exemplo a imagem aqui, que tem  
 323 uma chave de fenda apertando a porca é uma imagem que é bem nossa, bem do nosso dia-a-dia do nosso cotidiano, é uma imagem que fixa mesmo é a  
 324 questão da regra, você visualiza e já consegue trazer pro real. Eu acho que é bem-vindo porque às vezes o 3D por mais que tenha uma ilustração  
 325 bacana, as vezes por si só não é tão atrativo. Ai eu acho, eu não sei qual é a proposta, até que ponto vai, mas talvez a sutileza do interventor, que ai no  
 326 caso seria a figura de quem está mediando mesmo, porque ai tem a questão do grau de contato mesmo do aluno aprender isso com a maquina, essa  
 327 questão de integração, eu acho que a dinâmica do interventor, se ele tiver a sutileza de perceber como é que o aluno esta se portando frente a este  
 328 Software eu acho que o feedback disso, o resultado pode ser muito mais promissor.
- 329 Moderador: Assim, em geral você considera que estes objetos de aprendizagem podem ser utilizados de maneira autônoma, quando um aluno sozinho  
 330 pode chegar mexer e aprender por si só, ou precisa de um mediador?
- 331 E3:OA1: A ideia que eu... desde hoje a tarde especialmente, que eu pensei é essa. Eu nem sabia qual era a sua proposta nesse sentido, mas eu pensei  
 332 que o aluno estudasse só.
- 333 Moderador: O primeiro disse que dá. O segundo dá ou não dá pra estudar sozinho?
- 334 E1:OA3: Como E2:OA5 está dizendo... eu acredito que tem que ter algo a mais eu acho que o livro, o professor... eu acho que dispensar o professor eu  
 335 acho que é inviável dependendo do tipo, do grau do alunado como ela falou, se é educação básica, se é graduação. Você falou que é graduação, eu  
 336 acredito que para graduação eu acho que teve condições de analisar já que ele teve base no ensino médio, mas acho que o livro é um complemento  
 337 muito interessante.
- 338 Moderador: Como bibliografia complementar.
- 339 E1:OA4: Agora o nosso em particular, ele traz uma definição bem clara, traz o exemplo bem claro, então assim o que eu vejo, a vontade, independe do  
 340 nível... da necessidade, ele tem que estudar isso daqui para fazer tal prova, então ele vai aprender porque ele tem a definição clara e traz um exemplo  
 341 claro...
- 342 E1:OA1: Eu acredito que é esse princípio, por exemplo quem chegou no 4, se você analisar pelo 4... mas ele passou pelo 1, pelo 2, pelo 3... foi evoluindo  
 343 não é?
- 344 E3:OA1: Pelo menos esse que eu observei, que eu acho que foi o 1, eu achei ele legal. Desse que eu analisei eu achei legal o conteúdo.
- 345 E3:OA1: É que também nós temos que observar que são diferentes níveis de compreensão, por exemplo o 2 é mais avançado.
- 346 E1:OA4: O que faltaria, que eu acho era só isso mesmo, um pouco mais de exercícios porque era para que ele se aprofundasse um pouco mais para  
 347 fixação do conteúdo, mas as teorias estão perfeitas.

- 348 *E1:OA6: A vantagem que eu achei é um pouco contraria ao que disseram, é a questão de ir direto ao ponto. Eu acho isso interessante nesse programa*  
349 *porque o aluno que vai trabalhar com um material desse, ele não quer um material extenso porque os livros já são extensos, não precisa de uma*  
350 *introdução grande. Os alunos não querem trabalhos extensos porque eles se cansam, então as introduções rápidas, a mecanicidade de a definição de ir*  
351 *direto a ponto, que é produto vetorial? De ir desse ponto e depois a esse ponto. Neste curso que você pretende fazer, eu ache interessante que vai direto*  
352 *a ponto, os alunos não querem que você passe uma definição de dez linhas, eu ache interessante essa praticidade y essa rapidez na definição, eu não*  
353 *considero ponto negativo, y outra coisa, a pesar de se propor para um aluno de graduação, é interessante sim tenha a ludicidade, porque tem alunos de*  
354 *física e da matemática tem que ter uma teoria para se basear, mas no final de um trabalho destes que tem que resolver exercícios e interessante utilizar a*  
355 *ludicidade, esse e o meu pensamento.*
- 356 *E3:OA6: A proposta ela e interessante, o aluno pode aprender com o computador como um manual, só que por exemplo hoje um dos grandes e o*  
357 *material design, esse aqui e um projeto que esta pioneiro ainda, e se de certo vão inverter no material design, da maneira que esta, ainda eu acho que*  
358 *precisa de um mediador, posse ser que aprimoramentos futuros mais detalhadamente o manual ate o mesmo vídeo aula, como explicar como funciona o*  
359 *site, essa ai futuramente possa ser que vinha não precisar de um mediador, e possa ser que o aluno possa aprender solzinho, o aluno chega lá lendo a*  
360 *traves de maiores especificações, como vídeo aula, material design bem bacana, ai sim eu acho que tal vez dispense ao mediador.*
- 361 *Moderador: Desde o ponto da teoria de vista vocês acham que esse OA que tipo de modelos mentais ele produz nos estudantes. Lembram operacionais*  
362 *e teóricos.*
- 363 *E1:OA6: Eu acho que o foco fica nos modelos operacionais, porque eu não se as imagens o as ilustrações eles vão talvez desvirtuar um pouco a teoria,*  
364 *eu acho que eles vão chamar mas a atenção e evidenciar os operacionais.*
- 365 *E3:OA6: O foco ai é o que e a aprendizagem pelo conteúdo em si o dos modelos mentais?*
- 366 *Moderador: Para a minha pesquisa são os Objetos de Aprendizagem.*
- 367 *Moderador: Do instrumento vocês acham que eles podem ajudar a investigar os modelos metais dos estudantes, que vocês me podem falar disso?*
- 368 *E1:OA6: A meu ver sim, mas por eu não ter tanta propriedade quanto no assunto, é difícil relatar alguma coisa que venha acrescentar, assim a gente*  
369 *tentou endossar esse papel do mediador, ao menos do jeito que esta aqui, o mediador seria muito interessante porque ele tem a capacidade de perceber*  
370 *os resultados dos alunos, ele vê quanto pode encaminhar, do que pode estar trabalhando com a máquina com o programa de GeoGebra.*
- 371 *Moderador: Alguma coisa mas?*
- 372 *E1:OA6: A intenção e que o aluno estude sim mediador? E isso*
- 373 *Moderador: A intenção de este curso é precisamente isso, assim colocar as caraterísticas dele, como os Objetos vão poder ser utilizados, em primeira*  
374 *parte é a implementação com mediação, e o que se observou até agora é que possam ser utilizados a distancia mais acrescentando algumas coisas.*
- 375 *Moderador: Das representações geométricas?*
- 376 *Moderador: Do seu Objeto.*
- 377 *E1:OA1: Como nós não vamos assim a fundo, lendo detalhadamente, e também não somos assim, muito matemáticos... quando precisamos fazer*  
378 *gráficos, o fazemos com certa dificuldade, então assim, a gente não tem muito o que falar em relação aos pontos... Ficou difícil a pergunta.*
- 379 *Moderador: Ficou difícil?*

- 380 E1:OA1: Não, não em relação a pergunta, mas assim, ficou difícil a visualização desta questão para dar aula.
- 381 Moderador: O\_A 3, quem foi que fez o 3? Quem foi?
- 382 E2:OA3: Assim, GeoGebra é um recurso..., foi um recurso necessário no objeto.
- 383 Moderador: Desnecessário ou necessário?
- 384 E2:OA3: Necessário. Porque justamente por ver a parte geométrica, e quando você vê essa parte, esse conceito de forma geométrica aí sim te ajuda a
- 385 compreender e automaticamente a construir os modelos mentais que se prefere.
- 386 Moderador: Certo.
- 387 Moderador: E o 4? O 4 ficou com quem? Você pode falar?
- 388 E2:OA4: Na área de matemática eu acho que realmente este GeoGebra é importante não é? Tipo assim, se você colocou algumas definições, os
- 389 conceitos de vetor, produto linear e tudo mais... todo aquele esquema dele no GeoGebra possibilita sim ao aluno ter uma melhor visualização na
- 390 interpretação, do que só tivesse só a parte teórica.
- 391 Moderador: O 5\_....
- 392 E1:OA5: Assim, eu acho que quando envolve GeoGebra em geometria é sempre bom ter esse recurso visual não é? Utilizar o GeoGebra é um ponto
- 393 forte, não é? Então aproveitar o máximo dele, o recurso dele é uma ideia interessante. Ele é bom, é algo muito legal de se trabalhar.
- 394 Moderador: Aí o 6, vocês que mexeram bastante aí com o...
- 395 E1:OA6: Eu acho que essa representação geométrica através de ilustração em que você possa trabalhar de diversas formas não é? É uma questão, meio
- 396 que, como Vygotsky chama, dá significação. Então assim, dá muito mais sentido, então ele lhe dá um suporte muito melhor, vai dar esse feedback de
- 397 você mentalizar e assimilar aquilo não é? A única questão que eu faço assim de receio, de cuidado, é: se aquele Software não tiver fazendo os
- 398 procedimentos geométricos e os cálculos adequados, então pode lhe levar a uma vertente totalmente negativa não é? Uma representação errônea em
- 399 que você vai assimilar, e, se não tiver realmente coerente e condizente com os cálculos que são reais não é? Aquela imagem lhe pode levar a algo em
- 400 que lhe vai dar até um bloqueio de aprendizagem naquela temática. Então acho que o único receio é: se o programa não tiver calculando bem coerente e
- 401 condizente isso pode dar uma representação de uma imagem em que você vai absorver e vai assimilar de forma errada.
- 402 Moderador: Certo. Mais alguma coisa que alguém queira acrescentar? Nada? Então vamos fechar.

**Apêndice F** *Respuestas de la Guía de tópicos.*

1. Os elementos (Objetivos, conteúdos, atividades e recursos) colocados nos OA têm coerência e foco? Buscam incentivar e ajudar os alunos a construir modelos mentais do tema? Qual é o mais potencial? E, por quê?

OA	Respuesta
OA_1	Vejo coerência no OA. A imagem que representa cada conceito é muito importante para a construção dos modelos.  É um objeto coerente e por trazer conceitos ilustrações descrições de passos e animações tornasse um bom elemento para a construção dos modelos mentais dos estudantes, tem um grande potencial por demonstrar de forma ilustrada situações concretas do cotidiano.
OA_2	Os elementos são concorrentes. Percebe-se claramente que o OA auxilia na construção de modelos mentais. Para mim é a parte gráfica com imagens em movimento, acho que complementa a teoria
OA_3	Há coerência nos elementos apresentados; no que diz respeito à construção dos modelos mentais o maior potencial do OA é conseguir de forma proveitosa, ajudando o aluno conseqüentemente a melhor compreensão.
OA_4	Sim. O mais potencial é a imagem GeoGebra, consegui relacionar fórmula implementação do exercício possibilitando resolver corretamente os cálculos
OA_5	São elementos coerentes do ponto de vista matemático, faltando uma melhor definição física. E o maior potencial está nos vídeos que exemplificam as aplicações.
OA_6	Os objetos de aprendizagem são extremamente coerentes. As imagens que ilustram situações cotidianas são as que mais são armazenadas mentalmente, pois apesar dos gráficos em 3D serem atrativos, os exemplos práticos ilustrativos fixam melhor.

2. Desde o ponto de vista teórico dos modelos mentais, o que você acha sobre RG construída com GeoGebra colocadas no OA?

OA	Respuesta
OA_1	No OA os conceitos são tão importantes quanto acho que se complementam. O tempo foi um elemento importante no uso do OA. É interessante e necessário é seja respeitado o tempo de cada aluno para construir seu conhecimento.  Um bom instrumento para ajudar na construção de modelos mentais para o estudante que tiver contato como o mesmo.
OA_2	A Representação Geométrica é muito importante a construção de modelos é algo muito individual alguns alunos apenas reforçam o moderno já construíram com a imagem me têm alunos que só não constroem a partir das imagens
OA_3	Bom a exposição gráfica em conjunto com a equação vetorial, o alunado pode-se explorar de forma clara os pontos apresentado, de modo crítico, deixando apenas a desejar em um espaço gráfico em que o indivíduo possa elaborar seu próprio gráfico
OA_4	As representações construídas como George possibilitam que os alunos tenha uma melhor visualização dos conceitos e dos exemplos geométricos.
OA_5	Não vimos o GeoGebra pois o Java estava desatualizado.
OA_6	As representações geométricas da significação ao conteúdo, assim como permite mediante um intermediário que tenha propriedades com o manuseio do Software , aplicar o quê Vygotsky chama zona de desenvolvimento próximo

3. Os alunos após estudar o tema dos vetores geométricos com estes OA, Que tipo de modelos mentais poderiam construir (conceituais e operacionais)?

OA	<i>Respuesta</i>
OA_1	<i>Modelo mental ideal.</i>
	<i>Modelo mental ideal e operacional.</i>
OA_2	<i>Modelo mental ideal.</i>
OA_3	<i>Modelo mental relacional e operacional</i>
OA_4	<i>Modelo mental operacional e modelo mental dupla</i>
OA_5	<i>Modelo mental dupla e modelo mental operacional</i>
OA_6	

4. Os instrumentos são adequados para obter informações para tipificação dos modelos mentais construídos pelos estudantes?

OA	<i>Respuesta</i>
OA_1	<i>Gostei desta avaliação, especialmente pelo exemplo prático, é importante para significação do conteúdo</i>
	<i>Sim, mais tempo entre o uso de OA e o momento de responder o questionário.</i>
OA_2	<i>a avaliação é coerente com OA. No entanto, penso também em questões práticas.</i>
OA_3	<i>Os elementos apresentados contribuem para a tipificação dos modelos mentais, uma vez que as informações são necessárias para orientar os alunos na construção dos modelos.</i>
OA_4	<i>Sim</i>
OA_5	<i>Sim, mas acrescentaria instrumentos extras como mapas conceituais, diagramas, definições, etc. que possibilite a exposição dos modelos mentais dos alunos.</i>
OA_6	<i>São adequados! devido a coerência dos objetos de aprendizagem e a falta de propriedade do assunto, apenas endosso o papel do mediador entre o programa e o aluno.</i>

5. Você acha que há algum elemento desnecessário no OA ou nos instrumentos? Encontrou alguma deficiência ou aspecto que poderia ser melhorado?

OA	<i>Respuesta</i>
	<i>Não vi nada desnecessário; mas faço sugestões:</i>
	<i>1.- pensando em uma pessoa com baixa visão ter uma cor escura no fundo e uma clara na fonte. aumentar o tamanho da fonte</i>
	<i>2.- na introdução ao entrar no laboratório acho importante ter os nomes dos pares de vetores.</i>
	<i>3.- nos exemplos sobre deslocamento não vi a fórmula mecânica <math>D=Vxt</math></i>
OA_1	<i>Não, Colocaria mais atividades de auto-avaliação para que haja uma maior prática e tentativos de acerto, e também pode ter ao final um jogo.</i>
OA_2	<i>Penso que no OA deveria ter imagens mais próximas do cotidiano, o aluno poderia ver aplicações prática sobre vetores.</i>
OA_3	<i>Todos os pontos são necessários, porém faltassem elementos de contextualização, inserido e conteúdo numa pontuação mais gráfica e vivenciada pelo sujeito aprendiz.</i>
OA_4	<i>Poderia melhorar si na área do OA o aluno pudesse criar um modelo para exemplificar os conceitos trabalhados.</i>
OA_5	<i>Seria bom acrescentar discussões introdutórias antes das definições, e correção de alguns erros conceituais, uma breve revisão na definição e nas questões poderia ajudar.</i>
OA_6	<i>Não vi nada desnecessário. Creio que poderia haver mais exemplos com diferentes níveis de dificuldade, sempre atrelados a realidade dos alunos.</i>

**Apêndice G. Comentários de los usuários**

Comentarios del OA	Comentarios de las construcciones GeoGebra.
<i>Bom o questionário serviu pra mim ver o quanto ainda tenho que aprender sobre, e me aprofundar sobre a matemática para o meu futuro como professor, por que percebi que mesmo com os professores qualificados que disponibilizamos em nossa universidade, ainda assim ficamos escassos ao esquecimento talvez pelo fato de tanto conteúdo em tão pouco tempo, é preciso buscar conhecimento também fora da sala de aula.</i>	<i>As representações gráficas foram bem elaboradas traz uma boa ilustração do que se fala além de permitir alterar os desenhos para um melhor entendimento.</i>
<i>Ótima atividade, apesar de alguns equívocos (idioma e o tempo de aplicação, por exemplo) tende a melhorar cada vez mais. Uma sugestão é a utilização de mais imagens na proposta, uma vez que a interface do Software utilizado para expor o conteúdo não é tão rica em design,</i>	<i>bom</i>
<i>A atividade é uma ótima forma de aprendizagem apenas indico que seria feita de uma forma mas rápida pois se torna cansativa.</i>	<i>Foram interessantes</i>
<i>a metodologia utilizada foi muito importante pois permite fazer uma revisão de conteúdos vistos anteriormente.</i>	<i>muito bom, o Geogebra é um ótimo Software, rico e muito completo, exigindo do usuário não apenas conhecimento do Software, mais de conteúdos matemáticos, um ótimo recurso para o ensino aprendizagem da matemática</i>
<i>Boa proposta</i>	<i>mostra de maneira gráfica os conteúdos e facilita o aprendizagem</i>
<i>Muito pouco tempo para execução pois é muita coisa para saber.</i>	<i>nem sempre as imagens são didáticas,</i>
<i>muito interessante a pesquisa. o problema e o tempo já passado desde o fim da disciplina.</i>	<i>Sempre podemos melhorar, mas já está muito bom.</i>
<i>a pesquisa foi bem interessante, porém houve alguns desentendimentos na tradução das perguntas.</i>	<i>são proveitosas pois permite um melhor entendimento do conteúdo ao visualiza-lo.</i>
<i>a metodologia adotada pela professora foi muito boa e o material GeoGebra facilitou muito para o entendimento do assunto dado em sala de aula</i>	<i>Acho que o Geogebra é o mais moderno, cumpri bem o seu papel e faz jus ao nome.</i>
<i>O produto escalar está ótimo, o único ponto que poderá ser mais bem explorado seria a presença de vídeos sobre as operações, outro ponto é a interface exelarning poderia ter mais características gráficas. cuidado com a tradução.</i>	<i>Ilustram bem as definições</i>
<i>o Software em questão agrada por ser fácil manipula-lo, podendo assim utiliza-lo desde as series iniciais.</i>	<i>muito boas</i>
<i>O método de ensino é eficiente, pois permite a interação do aluno, ele pode simular as situações permitindo o melhor entendimento do que lhe é ensinado.</i>	<i>Ótimas, oferecem a possibilidade de manipulação dos vetores, proporcionando uma maior abstração do aluno, que certamente passará a visualizar tais conteúdos de maneira mais eficaz e significativa, podendo além disso expressar seu aprendizado por meio dos modelos mentais que são uma excelente maneira de avaliação.</i>