



Vicerrectorado de Docencia  
Negociado de Espacio Europeo de Educación Superior  
Universidad de Salamanca

Asunto: Informe de ejecución del  
Proyecto Innovación Docente ID2012/247

Título: Creación de una herramienta informática para docencia y prácticas de Sistemas Eléctricos de Potencia (redes eléctricas malladas).

Financiación: 0.00 €

Coordinador: Norberto Redondo Melchor.

Resumen del informe: El grado de cumplimiento de los objetivos propuestos ha sido muy elevado.

Se ha diseñado una hoja de cálculo y un breve manual de instrucciones para permitir la resolución de problemas complejos de cálculo de soluciones en flujos de potencia con restricciones diversas.

Los alumnos la han utilizado durante el curso 2012/2013 en las siguientes asignaturas:

- Sistemas Eléctricos de Potencia (Grado)
- Sistemas Eléctricos de Potencia (curso adaptación a Grado)

Su valoración ha sido muy positiva. Y al facilitar el cálculo el alumno ha podido fijar más la atención sobre las consecuencias de cada situación, que era el propósito principal de este Proyecto de Innovación.

Adjuntamos informe.

Salamanca, 27 de junio de 2013

Prof. Dr. Norberto Redondo Melchor / Coordinador del Proyecto  
Tel: 667 365 675



# HERRAMIENTA DE SOLUCIÓN DE FLUJOS DE POTENCIA EN REDES ELÉCTRICAS MALLADAS

## INFORME DE EJECUCIÓN DEL PROYECTO DE INNOVACIÓN DOCENTE ID 2012/247

I. GRADO DE CUMPLIMIENTO DE LOS OBJETIVOS PROPUESTOS.....	3
II. CALENDARIO SEGUIDO .....	4
III. OPINIÓN PERSONAL DE LOS DOCENTES PARTICIPANTES EN EL PROYECTO.....	5
IV. CONCLUSIÓN.....	6

### Manual de la herramienta de cálculo

I. FUNDAMENTOS DE CÁLCULO .....	8
A. Parámetros del modelo simplificado .....	8
B. Solución del modelo simplificado .....	10
C. Obtención de pérdidas y rendimientos .....	11
II. ANÁLISIS DE SISTEMAS POR EL MÉTODO SIMPLIFICADO .....	12
A. Funcionamiento de la herramienta de cálculo (v. 2012.a) .....	13
B. Interpretación de resultados.....	15



## I. GRADO DE CUMPLIMIENTO DE LOS OBJETIVOS PROPUESTOS

### OBJETIVO ÚNICO:

El alumno de Grado en ingeniería eléctrica debía poder resolver problemas involucrando decenas de ecuaciones simultáneas para llegar a la solución de situaciones de flujo de redes distintas y poder obtener conclusiones de cada restricción impuesta. Y el coste debería ser despreciable, tanto en tiempo como en dinero. Con la hoja de cálculo que les hemos hecho a los alumnos se ha conseguido todo ello.

### MÉTODO ELEGIDO:

Creación de una hoja de cálculo abierta, modificable por los alumnos, con programación basada en fórmulas sencillas sobre celdas en tablas, implementando un procedimiento iterativo (Gauss-Seidel) cuya lógica y contenido es totalmente transparente.

Puesta a disposición de los alumnos de la citada hoja de cálculo, para su empleo en las clases y en casa.

Incorporación de la estrategia docente en los apuntes de las asignaturas del área relacionadas con instalaciones y redes.

Objetivos propuestos	Grado de cumplimiento
1. Elaboración de apuntes en PDF explicando los algoritmos de resolución por ordenador de redes eléctricas malladas (método de los nudos).	Conseguido. Incluidos en los apuntes de Sistemas eléctricos de potencia Descargar de <a href="http://www.usal.es/electricidad">www.usal.es/electricidad</a>
2. Programar varias hojas de cálculo con los algoritmos de resolución de redes de diversos tipos.	Conseguido. Entregadas a los alumnos.
3. Elaborar las correspondientes guías de uso en PDF de las aplicaciones contenidas en las <i>data sheet</i> anteriores.	Conseguido. Incluidos en los apuntes de Sistemas eléctricos de potencia Descargar de <a href="http://www.usal.es/electricidad">www.usal.es/electricidad</a>



## II. CALENDARIO SEGUIDO

- Elaboración del material:
  - La versión 01 estuvo lista a mediados del primer semestre del curso 2012/2013
  - La versión 02 la terminamos a punto para las clases del curso de adaptación al grado a primeros de mayo de 2013.
- Memoria de las actividades realizadas: esta memoria, antes del 30 de junio de 2013.



### III. OPINIÓN PERSONAL DE LOS DOCENTES PARTICIPANTES EN EL PROYECTO

El grado de cumplimiento de los objetivos planteados ha sido muy elevado.

El funcionamiento de la herramienta de cálculo es incluso mejor al esperado. Así, por ejemplo:

- Se han introducido más características que las inicialmente pensadas, como el rendimiento de la red, la identificación de congestiones o la determinación de la capacidad de carga idónea.
- Se ha conseguido una potencia de cálculo muy alta, de hasta 14 nudos simultáneos, aunque a efectos docentes no conviene trabajar más que con 6 nudos. En los problemas de los libros llegan como mucho a 4 y lo normal es 2 ó 3 nada más.

La acogida por parte del alumnado de esta estrategia docente ha sido muy favorable. Aunque no disponemos de estadísticas concretas, sí hemos comprobado que los alumnos han usado nuestra herramienta de cálculo con seguridad y comodidad, y ninguno ha interpretado mal los resultados.

El curso que viene tendremos ocasión de comprobar mejor los efectos de esta estrategia, porque llegarán a matricularse más alumnos (es una asignatura de último curso) dado que la transición de ingeniería técnica a grado estará prácticamente terminada.



#### IV. CONCLUSIÓN

El resultado del Proyecto de innovación docente ha sido excelente.

La experiencia adquirida ha sido satisfactoria por todos los conceptos, tanto para profesores como para alumnos.

Esto nos estimula a plantear el siguiente paso, que será el de ampliar la herramienta para redes malladas a la optimización económica de los sistemas de potencia. La parte técnica está ya resuelta con lo que tenemos, y falta la resolución de problemas con restricciones económicas.

Béjar, 27 de junio de 2013

Dr. Ing. Norberto Redondo Melchor  
Coordinador del proyecto

Sigue la descripción de la Herramienta de cálculo.



UNIVERSIDAD DE SALAMANCA  
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE  
INGENIERÍA INDUSTRIAL

Avda. Fernando Ballesteros, 2  
37700 BÉJAR  
Fax 923 40 81 27  
Telf. 923 40 80 80

ÁREA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

# SOLUCIÓN DE FLUJOS DE POTENCIA EN REDES ELÉCTRICAS MALLADAS

Fundamentos de cálculo

Herramienta informática



## I. FUNDAMENTOS DE CÁLCULO

El cálculo fasorial que requieren las soluciones a los problemas de flujo de potencia implica trabajar con números complejos para resolver redes, lo que redundaría en una excesiva complejidad que en sí misma no aporta nada a la enseñanza y comprensión de los flujos de carga. Por ello se prefiere, a nivel docente, simplificar el problema y trabajar con resistencias en lugar de impedancias, de manera que se obtiene un modelo simplificado para la resolución de problemas con números reales que ilustra muy bien el comportamiento de los sistemas reales de potencia.

Los parámetros y las ecuaciones de este modelo simplificado son similares a las del modelo general, y son los que se utilizan en la herramienta de cálculo para la resolución de problemas.

### A. Parámetros del modelo simplificado

Sea la red de 6 nudos de la figura 1, representada por medio de un esquema unifilar coherente con lo visto en la asignatura. En ella se supone conectada una instalación generadora en el nudo 1 y cinco instalaciones consumidoras conectadas en los nudos restantes. Las líneas de la red se identifican mediante los números asignados al par de nudos que enlaza cada una. Se conoce su impedancia en  $\Omega$ , con lo que también es conocida su admitancia en S, pues  $Y = 1/Z$ .

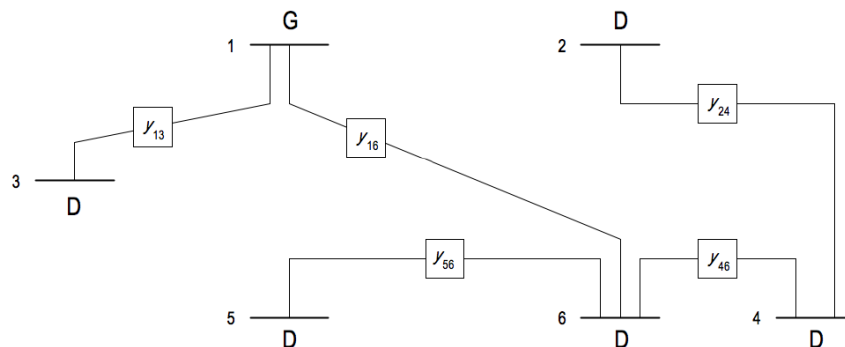


Fig. 1. Sistema eléctrico de 6 nudos, uno de generación neta y cinco de demanda neta.

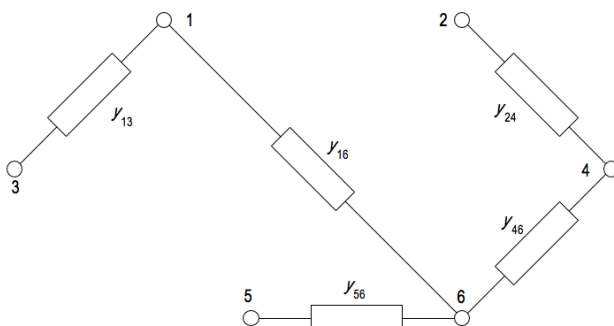


Fig. 2. Red de impedancias equivalente a la de fig. 1.

Para el análisis estacionario de la red se recurre al modelo de sistema de fuentes con un terminal común. Las líneas quedan asimiladas a ramas de una red mallada como la de la figura 2 a). En ella aparentemente no hay mallas, pero al introducir las fuentes, las mallas se forman siempre, como muestra la fig. 3.



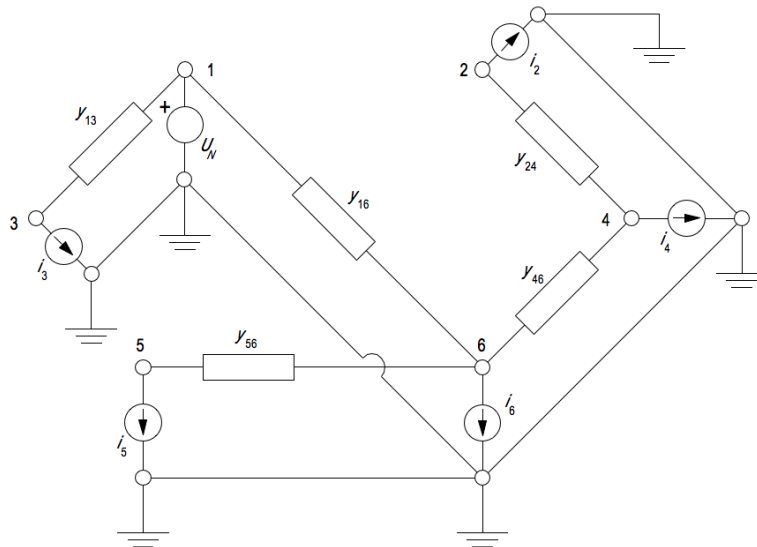


Fig. 3. Red de las figs. 1 y 2 con las fuentes introducidas, mostrando las mallas que se forman. El modelo de líneas adoptado es el correspondiente a *líneas cortas*.

Se pone enseguida de manifiesto la ventaja de utilizar un esquema unifilar como el de la fig. 4, que reproduce la misma información que el diagrama de la fig. 3 pero con mayor simplicidad.

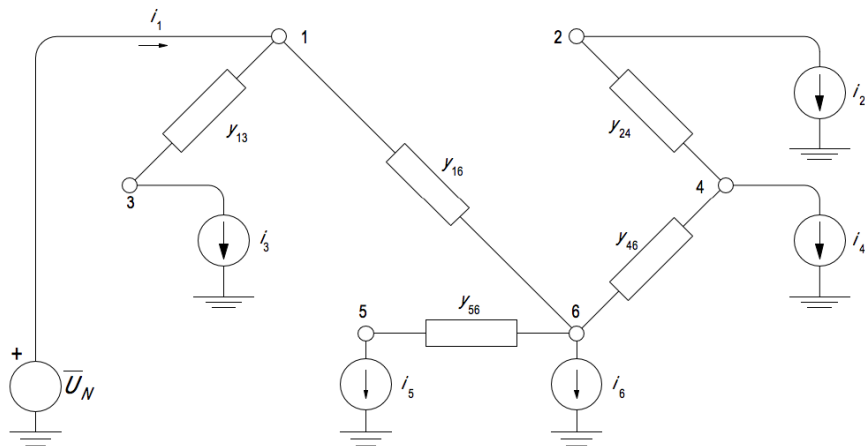


Fig. 4. Modelo de análisis de la red de la fig. 3 representado mediante esquema unifilar.

Con las admitancias de las ramas se obtiene inmediatamente la matriz de admitancias

$$[Y] = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \dots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \dots & Y_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \dots & Y_{nn} \end{bmatrix} \text{ con } Y_{kk} = \sum_{i=1}^n y_{ki}, \text{ e } Y_{jk, j \neq k} = -y_{jk, j \neq k}.$$



En este caso se tiene que

$$[Y] = \begin{bmatrix} y_{13} + y_{16} & 0 & -y_{13} & 0 & 0 & -y_{16} \\ 0 & y_{24} & 0 & -y_{24} & 0 & 0 \\ -y_{13} & 0 & y_{13} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -y_{24} & 0 & y_{24} + y_{46} & 0 & -y_{46} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & y_{56} & -y_{56} \\ -y_{16} & 0 & 0 & -y_{46} & -y_{56} & y_{16} + y_{46} + y_{56} \end{bmatrix}$$

Los términos de la diagonal principal son las admitancias propias de cada nudo.

Se fija también el valor de la tensión en el nudo 1, al que es útil asignarle la tensión nominal de la red. Esto elimina como incógnita la tensión de ese nudo, pero introduce la de la intensidad de la fuente.

$$[I] = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \\ i_6 \end{bmatrix}$$

Por último, se determinan las intensidades del resto de las fuentes. Tratándose de problemas de flujo de carga, lo que se fija es la potencia de cada una, luego las intensidades son

$$I_i = \frac{\sum P_i}{U_i} = \frac{\sum P_{Gi} - \sum P_{Di}}{U_i}$$

donde  $\sum S_{Gi} - \sum S_{Di}$  es el balance neto de la potencia de las fuentes conectadas al nudo  $i$ , generación menos demanda.

### B. Solución del modelo simplificado

La red de la figura 4, con los parámetros calculados en el apartado anterior, tiene como tensiones de nudo los valores que se obtienen al resolver la ecuación

$$[Y][U] = [I]$$

es decir,

$$\begin{bmatrix} y_{13} + y_{16} & 0 & -y_{13} & 0 & 0 & -y_{16} \\ 0 & y_{24} & 0 & -y_{24} & 0 & 0 \\ -y_{13} & 0 & y_{13} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -y_{24} & 0 & y_{24} + y_{46} & 0 & -y_{46} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & y_{56} & -y_{56} \\ -y_{16} & 0 & 0 & -y_{46} & -y_{56} & y_{16} + y_{46} + y_{56} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ U_5 \\ U_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \end{bmatrix}$$

La solución del problema puede obtenerse mediante el proceso iterativo conocido como método de GAUSS-SEIDEL. Por tratarse de redes de KIRCHHOFF sabemos de antemano



que el problema tiene solución <sup>(1)</sup>, luego se cumple que

$$U_i^{(m+1)} = \frac{1}{Y_{ij}} \left( I_i - \sum_{1 \leq k < i} Y_{ik} U_k^{(m+1)} - \sum_{k > i} Y_{ik} U_k^{(m)} \right)$$

donde  $m$  indica la iteración en curso y  $k$  recorre todos los nudos de la red hasta  $n$ . Tras sucesivas iteraciones se obtienen valores de  $U_i$  cada vez más parecidos, siempre que se parta de una aproximación inicial razonable, como puede ser la de suponer que todas las tensiones coinciden con la nominal de la red, normalmente asignada al nudo 1.

Obtenidas finalmente las tensiones, las intensidades de las fuentes de nudo se hallan mediante la expresión

$$\bar{I}_i = \sum_{k=1}^n \bar{U}_k \bar{Y}_{ik}$$

### C. Obtención de pérdidas y rendimientos

Una vez que se conocen las tensiones de nudo y las intensidades de sus fuentes, las potencias de éstas son

$$P_i = U_i I_i$$

En general en una red de  $n$  nudos se cumple que  $\sum_{i=1}^n P_i \neq 0$  porque la potencia que entregan unas fuentes no es solo la absorbida por las demás, sino que hay que compensar también las pérdidas de la red. Se tiene entonces que

$$\sum_{i=1}^n P_i = \sum P_{pp}$$

Otra forma de calcular el valor de esas pérdidas es hallar la suma de las potencias entregadas a las líneas desde cada nudo, porque esa suma coincide con la potencia de las fuentes de ese nudo:

$$P_i = \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n P_{ik}$$

Si se suman todas las potencias entregadas a las líneas desde cada nudo, se pueden obtener también las pérdidas de la red porque

$$\sum P_{pp} = \sum_{i=1}^n P_i = \sum_{i=1}^n \left( \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n P_{ik} \right)$$

Es decir: la suma de las pérdidas en las líneas de la red, que es igual a la suma de las potencias de las fuentes de nudo en toda ella, se puede calcular como la suma, para los

<sup>1</sup> Porque la matriz de coeficientes  $[Y]$  es simétrica y definida positiva, como exige el método.



$n$  nudos, de las potencias entregadas desde cada uno hacia las líneas que parten de él. Este es el método que informa, de paso, de la potencia que transporta cada línea, que es un parámetro a tener en cuenta también en la solución de los problemas de flujo de cargas.

La potencia que el nudo  $i$  entrega a la línea que lo une con el nudo  $k$  vale

$$P_{ik} = U_i I_{ik} = U_i (-Y_{ik})(U_i - U_k)$$

donde se ha tenido en cuenta que

$$I_{ik} = y_{ik} U_{ik} = y_{ik} (U_i - U_k)$$

No coincide con el valor de la potencia que el nudo  $k$  entrega hacia la línea que lo une con  $i$

$$P_{ki} = U_k I_{ki} = U_k (-Y_{ki})(U_k - U_i)$$

no solo porque el signo será opuesto  $[(U_i - U_k) = -(U_k - U_i)]$ , sino porque, aunque sean iguales las admitancias  $Y_{ik} = Y_{ki}$ , son distintas las tensiones de nudo

$$U_{ik} \neq U_{ki}.$$

El rendimiento de la red es la relación entre la potencia extraída por las cargas y la potencia activa inyectada por los generadores a la red:

$$\eta = \frac{\sum P_D}{\sum P_G} = 1 - \frac{\sum P_{pp}}{\sum P_G}$$

Se ha utilizado la igualdad  $\sum P_G = \sum P_D + \sum P_{pp}$ .

## II. ANÁLISIS DE SISTEMAS POR EL MÉTODO SIMPLIFICADO

El modelo teórico de análisis explicado en la sección anterior, válido para cualquier sistema eléctrico real, requiere utilizar herramientas informáticas de cierta potencia de cálculo, porque aparte de trabajar en todo momento con números complejos, es preciso resolver por iteraciones sucesivas el sistema de ecuaciones que proporciona el método de los nudos, para obtener las tensiones de la red.

De los dos factores anteriores, es el empleo de números complejos el que más dificulta el cálculo, pues para resolver sistemas indeterminados se pueden utilizar simples hojas de cálculo. Por este motivo, y para facilitar al alumno la posibilidad de resolver ejercicios por sí mismo sin necesidad de utilizar aplicaciones informáticas no tan habituales, en adelante se trabajará solo con números reales. Esto significa que el modelo no tendrá en cuenta inductancias ni capacitancias, sino solo resistencias, y que la potencia considerada será la activa, no la aparente, pero las conclusiones que se obtengan, y el comportamiento de los modelos informáticos que se podrán crear, ilustrarán igual de bien las conclusiones a las que se pretende llegar.



	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1		UNIVERSIDAD DE SALAMANCA							RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE FLUJO DE CARGA
2									RED TRIFÁSICA, PURAMENTE RESISTIVA
3		ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE							
4		INGENIERÍA INDUSTRIAL							
5		BÉJAR						TENSIÓN NOMINAL RED (V)	45 000
7			1	2	3	4	5	6	TOTAL
8		CARGA MÁXIMA ESTADÍSTICA (kW)		29 400	35 280	14 700	21 560	43 120	
9		CARGA MÍNIMA ESTADÍSTICA (kW)	6.0%	1 764	2 117	882	1 294	2 587	
10		GENERACIÓN CONECTADA (kW)	145 646						145 646
11		H		29 400	35 280	14 700	21 560	43 120	144 060
13		ADMITANCIAS DE LÍNEA	INI	FIN	L (km)	Z (Ω)	LÍNEA	Y (Ω <sup>-1</sup> )	
14		z: 5,000 Ω/km	1	2	100	500	12	0,0020000	
15		I máx: 600 A	1	3	60	300	31	0,0033333	
16			1	4	80	400	41	0,0025000	
17			1	5	120	600	51	0,0016667	
18			1	6		0	61	0,0000000	
19			2	3		0	32	0,0000000	
20			2	4		0	42	0,0000000	
21			2	5	40	200	52	0,0050000	
22			2	6		0	62	0,0000000	
23			3	4	100	500	43	0,0020000	
24			3	5		0	53	0,0000000	
25			3	6		0	63	0,0000000	
26			4	5		0	54	0,0000000	
27			4	6	90	450	64	0,0022222	
28			5	6		0	65	0,0000000	
30		MATRIZ DE ADMITANCIAS DE NUDO	1	2	3	4	5	6	
31	1		0,0095	-0,0020	-0,0033	-0,0025	-0,0017	0,0000	
32	2		-0,0020	0,0070	0,0000	0,0000	-0,0050	0,0000	
33	3		-0,0033	0,0000	0,0053	-0,0020	0,0000	0,0000	
34	4		-0,0025	0,0000	-0,0020	0,0067	0,0000	-0,0022	
35	5		-0,0017	-0,0050	0,0000	0,0000	0,0067	0,0000	
36	6		0,0000	0,0000	0,0000	-0,0022	0,0000	0,0022	
38		NUDO	1	2	3	4	5	6	TENSIONES (V)
39		ADMITANCIA PROPIA	0,010	0,007	0,005	0,007	0,007	0,002	44 133
40		TENSIÓN DE NUDO (V)	45 000	44 686	44 692	44 573	44 692	44 133	-1,93%
41		INTENSIDAD DE FUENTES DE NUDO (A)	1868,6	-379,9	-455,8	-190,4	-278,5	-564,1	44 692
42		POTENCIA DE FUENTES DE NUDO (kW)	145 646	-29 400	-35 280	-14 700	-21 560	-43 120	-0,68%
44		POT. ENTREGADAS A LAS LÍNEAS (kW)	1	2	3	4	5	6	NUDO
45	1			28 239	46 245	48 086	23 076	0	145 646
46	2		-28 042		0	0	-1 358	0	-29 400
47	3		-45 928	0		10 648	0	0	-35 280
48	4		-47 630	0	-10 620		0	43 550	-14 700
49	5		-22 918	1 358	0	0		0	-21 560
50	6		0	0	0	-43 120	0		-43 120
51								PÉRDIDAS (kW)	1 586
52		ERROR DIV/O	0,0000001					RENDIMIENTO	98,911%
54		INTENSIDADES HACIA LAS LÍNEAS (A)	1	2	3	4	5	6	NUDO
55	1			362,3	593,3	616,9	296,1	0,0	1868,6
56	2		-362,3		0,0	0,0	-17,5	0,0	-379,9
57	3		-593,3	0,0		137,6	0,0	0,0	-455,8
58	4		-616,9	0,0	-137,6		0,0	564,1	-190,4
59	5		-296,1	17,5	0,0	0,0		0,0	-278,5
60	6		0,0	0,0	0,0	-564,1	0,0		-564,1

Fig. 5. Ejemplo de hoja de cálculo para resolver sistemas de hasta 6 nudos (hasta 15 líneas).

La figura 5 es una captura de pantalla de una hoja de cálculo que resuelve problemas de estabilidad de sistemas compuestos de 6 nudos. La cantidad de líneas que pueden establecerse es el número de combinaciones de 6 elementos tomados de dos en dos:

$$N_L = \binom{6}{2} = \frac{6!}{2!(6-2)!} = \frac{720}{48} = 15 \text{ líneas.}$$

Con este modelo se pueden hacer ejercicios sobre un pequeño ordenador en el que funcione una hoja de cálculo dotada de la función de cálculos iterativos para resolver las referencias circulares que surgen al programar la solución del sistema de ecuaciones del método de los nudos basada en el método de GAUSS-SEIDEL.

### A. Funcionamiento de la herramienta de cálculo (v. 2012.a)

La hoja de cálculo de la fig. 5 está diseñada para considerar, como viene siendo habitual



en la literatura sobre flujos de carga, que en el nudo 1 se inyecta únicamente potencia de generación en la cantidad suficiente como para que la tensión de ese nudo se mantenga en el valor prefijado.

En el resto de los nudos se pueden indicar tanto potencias de generación como de demanda (fig. 6), con la particularidad, para estas últimas, de que un parámetro controla en qué situación se estudia la red (demanda alta o baja):

- El rango de celdas D08:H08 contiene, con signo positivo, la demanda máxima que soportará la red en cada nudo. Este conjunto de valores proporcionará la solución de la red de menores tensiones (máximas caídas de tensión en los nudos). El nudo 1 se supone, como se ha explicado, que es de generación pura.
- El valor de la celda C09 indica, en tantos por ciento, el valor de la demanda máxima que absorberán los nudos anteriores en condiciones de mínima carga. Este valor es útil para estudiar el comportamiento de la red frente a cargas mínimas, cuando las tensiones son más altas y las caídas de tensión son más pequeñas.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
6									
7			1	2	3	4	5	6	TOTAL
8		CARGA MÁXIMA ESTADÍSTICA (W)		15 000 000	18 000 000	7 500 000	11 000 000	22 000 000	
9		CARGA MÍNIMA ESTADÍSTICA (W)	6%	900 000	1 080 000	450 000	660 000	1 320 000	
10		GENERACIÓN CONECTADA (W)	78 292 823						78 292 823
11		H		15 000 000	18 000 000	7 500 000	11 000 000	22 000 000	73 500 000
12									

Fig. 6. Las celdas amarillas permiten la introducción de la generación y la demanda.

- La generación conectada en cada nudo se indica en las celdas C10:H10. La hoja permite la asignación de cualquier potencia en las celdas amarillas, pero en la C10 se obtiene el resultado del proceso iterativo correspondiente a la potencia de generación del nudo 1, para el que se puede fijar la tensión en la celda C42. Fijada la tensión de la fuente, la variable que se calcula como resultado es la intensidad, que a su vez determina la potencia de esa fuente. Por ello no es dato (celda amarilla) sino resultado.
- Las potencias siempre se introducen con signo positivo. La herramienta corrige internamente, asignando signo positivo a la potencia inyectada por los generadores, y negativo a la absorbida por los centros de demanda.
- Cuando figure una "H" en la celda B11 la hoja calculará el estado de la red tomando los valores de la máxima carga (D08:H08), y cuando figure "L" tomará el valor reducido (D09:H09). El valor seleccionado en cada caso aparece en el rango de celdas D11:H11. De esta forma es posible alternar entre los dos estados de la red rápidamente, para evaluar los límites de funcionamiento de ésta en una situación dada.

La configuración topológica de la red y los parámetros de las líneas se indican en el rango de celdas de la fig. 7.



◇	A	B	C	D	E	F	G	H
12								
13		ADMITANCIAS DE LÍNEA	INI	FIN	L (km)	Z (Ω)	LÍNEA	Y (Ω-1)
14		z: 5,000 Ω/km	1	2	100	500	12	0,0020000
15		l máx: 600 A	1	3	60	300	31	0,0033333
16			1	4	80	400	41	0,0025000
17			1	5	120	600	51	0,0016667
18			1	6		0	61	0,0000000
19			2	3		0	32	0,0000000
20			2	4		0	42	0,0000000
21			2	5	40	200	52	0,0050000
22			2	6		0	62	0,0000000
23			3	4	100	500	43	0,0020000
24			3	5		0	53	0,0000000
25			3	6		0	63	0,0000000
26			4	5		0	54	0,0000000
27			4	6	90	450	64	0,0022222
28			5	6		0	65	0,0000000
29								

Fig. 7. Introducción de los parámetros de las líneas en las celdas amarillas.

- Los tramos están predefinidos en las columnas marcadas como INI y FIN, así como en la columna LÍNEA. Estos códigos no deben ser modificados.
- Si la línea "12" existe, es decir, si los nudos 1 y 2 de la red están conectados, en la celda correspondiente (en este caso la E15) se indicará el valor de la longitud en km de esa línea. Si la línea no existe, porque los nudos no están conectados, la celda amarilla correspondiente quedará en blanco. La herramienta interpretará que la admitancia es cero (impedancia infinita).
- Anotar, por el contrario, un cero en el valor de la impedancia de una línea significaría que la línea existe y que es un cortocircuito de impedancia nula, lo que causaría la inestabilidad de la herramienta por admitancia infinita y el fracaso de la solución por el método iterativo. Por eso la hoja está protegida frente a este descuido, y un valor cero no afecta a la impedancia de la línea, que se considerará a pesar de ello infinita, y su admitancia nula.
- En la columna "Y (Ω-1)" aparece el valor, en S, de la admitancia de la línea, como inverso de su impedancia. Este valor es fruto de un cálculo, por lo que el contenido de la celda no debe ser modificado.

## B. Interpretación de resultados

El cálculo de la matriz de impedancias de la red se efectúa automáticamente en el rango de celdas C31:H36, que se interpretan como es habitual:

◇	A	B	C	D	E	F	G	H	
29									
30		MATRIZ DE ADMITANCIAS DE NUDO	1	2	3	4	5	6	
31			1	0,0095	-0,0020	-0,0033	-0,0025	-0,0017	0,0000
32			2	-0,0020	0,0070	0,0000	0,0000	-0,0050	0,0000
33			3	-0,0033	0,0000	0,0053	-0,0020	0,0000	0,0000
34			4	-0,0025	0,0000	-0,0020	0,0067	0,0000	-0,0022
35			5	-0,0017	-0,0050	0,0000	0,0000	0,0067	0,0000
36			6	0,0000	0,0000	0,0000	-0,0022	0,0000	0,0022
37									

Fig. 8. Rango de celdas con las admitancias de las ramas y las propias de cada nudo (diagonal sombreada).

- En la diagonal principal aparecen las admitancias propias de nudo, en S.
- El resto de términos se deben interpretar en función de los encabezados de filas y



columnas de la matriz. Así, el término  $Y_{12}$  está en la celda D31, y el  $Y_{21}$  en la C32. Los valores de las admitancias de las ramas correspondientes, en este caso la rama "12" (o la "21", que es la misma) son los opuestos de los valores que figuran en la matriz (en este caso el valor tomado automáticamente de la celda H14 y cambiado de signo).

El resultado del cálculo se muestra en el bloque de celdas de la fig. 9.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
37									
38		NUDO	1	2	3	4	5	6	TENSIONES (V)
39		ADMITANCIA PROPIA	0,010	0,007	0,005	0,007	0,007	0,002	44 133
40		TENSIÓN DE NUDO (V)	45 000	44 686	44 692	44 573	44 692	44 133	-1,93%
41		INTENSIDAD DE FUENTES DE NUDO (A)	1868,6	-379,9	-455,8	-190,4	-278,5	-564,1	44 692
42		POTENCIA DE FUENTES DE NUDO (KW)	145 646	-29 400	-35 280	-14 700	-21 560	-43 120	-0,68%

Fig. 9. Resultados del proceso iterativo de solución de la red.

- La admitancia propia de cada nudo es el valor calculado en la matriz de la fig. 8, automáticamente tomado de su diagonal principal.
- Las tensiones de nudo, en V, se indican en las celdas C40:H40 tras finalizar el proceso iterativo. El valor máximo y mínimo de las tensiones de los nudos aparece en las celdas I39:I42. En porcentajes figuran la variación respecto de la tensión nominal de la red, asignada al nudo 1 en C40.
- Las tensiones de nudo son obtenidas mediante un proceso iterativo basado en el método de GAUSS-SEIDEL. Para que la iteración tenga éxito es fundamental partir de un conjunto de valores que sean solución de un caso anterior razonablemente próximo a la solución que se busca. De lo contrario la hoja no dará resultado, mostrando probablemente el aspecto de la fig. 10.
- La única solución para revertir la situación a un punto de partida estable para la iteración consiste en cerrar el documento y volver a abrir una versión previamente guardada que fuera internamente consistente, reintroducir los cambios necesarios y volver a intentar la iteración. Por ello se recomienda hacer copia de seguridad de una hoja que cumpla este requisito, para poder volver a ella cuando sea necesario.
- La iteración está bien terminada cuando al forzar nuevos cálculos sobre los mismos parámetros no se percibe que los valores cambien. Si, por el contrario, el programa aún muestra intentos de búsqueda de una solución, es que la iteración no ha concluido. Revisense las condiciones de partida, en especial la proximidad de la situación inicial a la solución buscada. Si la distancia fuera mucha, ajústense los parámetros gradualmente para ir aproximando la condición de estudio a la deseada, a través de procesos iterativos bien terminados.





A	B	C	D	E	F	G	H	I
NUDO		1	2	3	4	5	6	TENSIONES (V)
ADMITANCIA PROPIA		0,392	0,325	0,393	0,350	0,243	0,233	#####
TENSIÓN DE NUDO (V)		66 000	#####	#####	#####	#####	#####	#####
INTENSIDAD DE FUENTES DE NUDO (A)		#####	#####	#####	#####	#####	#####	#####
POTENCIA DE FUENTES DE NUDO (W)		#####	#####	#####	#####	#####	#####	#####
MATRIZ DE POTENCIAS ENTREGADAS A LAS LÍNEAS (W)								
		1	2	3	4	5	6	NUDO
1		#####	#####	#####	#####	0	0	#####
2		#####	0	#####	#####	0	0	#####
3		#####	0	0	#####	#####	#####	#####
4		#####	#####	0	#####	0	#####	#####
5		0	0	#####	0	#####	#####	#####
6		0	0	#####	#####	#####	#####	0
ERROR DIV/0		0,0000001						PÉRDIDAS (W) RENDIMIENTO
								266,4%

Fig. 10. Cuando no se parte de un conjunto de valores que fueran solución de un análisis anterior, la iteración no tiene éxito y aparecen errores irreversibles como el que se muestra.

- En ocasiones de graves caídas de tensión el método GAUSS-SIEDEL no puede producir resultados. Pero esto probablemente sólo ocurra cuando los rendimientos de la red sean, además, pésimos. Por tanto, estaríamos ante un supuesto irreal, cuyo estudio carece de interés.
- Las intensidades de las fuentes de cada nudo se calculan a partir de las tensiones de nudo y los términos de la matriz de admitancias, según la expresión ya deducida  $I_i = \sum_{k=1}^n U_k Y_{ik}$ . Como en los cálculos se introduce la tensión compuesta de la red (celda C40, celda I5, etc.), es preciso corregir ese sumatorio dividiéndolo por  $\sqrt{3}$ , para regresar a la tensión simple, que es la de las fuentes en el esquema unifilar que se analiza. Además, al haberse obtenido las tensiones a partir de potencias en kW, es necesario corregir la intensidad para pasarla de mA a A, multiplicando el sumatorio por 1000. Los resultados se muestran en el rango de celdas C41:H41.
- La potencia de las fuentes de cada nudo se halla a partir de las tensiones y las intensidades de acuerdo con la expresión habitual para cargas trifásicas equilibradas  $P_i = \sqrt{3} U_i I_i$ .

La matriz de potencias entregadas a las líneas (fig. 11) indica, en kW, la potencia que cada nudo entrega a cada línea. Y en la columna "NUDO" de las celdas I49:I54, la suma para cada una de las filas.

- La potencia que se entrega desde el nudo 1 a la línea que lo une con el 2 está en D45. La que del nudo 2 se entrega a la línea hacia el nudo 1 está en C46. El signo negativo de esta segunda indica que el nudo absorbe realmente la potencia que se calcula, y el positivo de la primera, que la entrega.
- La suma de la potencia que sale de un nudo al otro y la que sale del segundo al primero es la pérdida de potencia en la línea a consecuencia de su impedancia. No aparece expresamente calculada en la hoja.
- La columna "NUDO" es la suma de las potencias entregadas a las líneas por un mismo nudo (suma de los valores de la fila correspondiente), que es también la potencia de las fuentes conectadas a cada nudo y coincide, por tanto, con la introducida en los parámetros al inicio de la hoja.



	A	B	C	D	E	F	G	H	I
43									
44		POT. ENTREGADAS A LAS LÍNEAS (KW)	1	2	3	4	5	6	NUDO
45			1	28 239	46 245	48 086	23 076	0	145 646
46			2	-28 042	0	0	-1 358	0	-29 400
47			3	-45 928	0	10 648	0	0	-35 280
48			4	-47 630	0	-10 620	0	43 550	-14 700
49			5	-22 918	1 358	0	0	0	-21 560
50			6	0	0	-43 120	0	0	-43 120
51								PÉRDIDAS (KW)	1 586
52		ERROR DIV/0	0,0000001					RENDIMIENTO	98,911%

Fig. 11. Matriz de potencias entregadas a las líneas desde cada nudo, y valores totales por nudo.

- La suma total de las potencias de las fuentes (rango I45:I50) son las pérdidas totales en la red, que se indican en la celda I51. El rendimiento de la red aparece en la celda I52.
- La celda C562 es un parámetro que evita el error de *división por cero* en el cálculo automático. Este error se produciría al calcular la red cada vez que se llegase a dos nudos no unidos por una línea, donde la admitancia sería cero. La hoja se ha programado para que dicha admitancia nunca sea exactamente cero, sino al menos el valor indicado en C52, que al ser muy pequeño, no altera apreciablemente el resultado pero evita el error.

Por último, conocidas las potencias entregadas a las líneas y las tensiones de las fuentes en los nudos, se calculan las intensidades de cada línea en una matriz idéntica a la de las potencias entregadas a las líneas, según la expresión propia de redes trifásicas

$$I_{ik} = \frac{P_{ik}}{\sqrt{3} U_i}$$

La matriz sale perfectamente simétrica, porque rama *ik* es la misma que la rama *ki*.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
53									
54		INTENSIDADES HACIA LAS LÍNEAS (A)	1	2	3	4	5	6	NUDO
55			1	362,3	593,3	616,9	296,1	0,0	1868,6
56			2	-362,3	0,0	0,0	-17,5	0,0	-379,9
57			3	-593,3	0,0	137,6	0,0	0,0	-455,8
58			4	-616,9	0,0	-137,6	0,0	564,1	-190,4
59			5	-296,1	17,5	0,0	0,0	0,0	-278,5
60			6	0,0	0,0	0,0	-564,1	0,0	-564,1
61									

Fig. 12. Matriz de intensidades de cada rama, y valores totales por nudo.

- Los valores obtenidos para cada rama son comparados automáticamente con el parámetro de intensidad máxima introducido en la celda B15, y se resaltan aquellos valores que vulneran el límite prefijado. En la fig. 12 la línea 1-4 soporta más del límite y por ello su intensidad aparece en número rojo sobre fondo amarillo.