XXV Olimpiada Española de Física

Fase Local del Distrito Universitario de Valladolid

Sección Local de Valladolid
Real Sociedad Española de Física

Universidad de Valladolid

UVa Facultad de Ciencias

Junta de Castilla y León

José Carlos Cobos Hernández
Presidente de la Comisión Local Organizadora (2014) de la Fase del Distrito Universitario de Valladolid

Este año 2014 se celebra la vigésimo quinta edición [XXV] de la Olimpiada Española de Física ([OEF] en lo sucesivo), que es la competición de física para estudiantes preuniversitarios más antigua y de mayor nivel académico que se celebra en España. La organiza la Real Sociedad Española de Física [RSEF], por encargo del Ministerio de Educación; que, a su vez, confía a sus diferentes Secciones Locales [RSEF] el que, en colaboración con las autoridades educativas de las diferentes Comunidades Autónomas y las dos ciudades de Ceuta y Melilla, junto con los Rectorados de las diferentes universidades públicas que imparten docencia presencial en nuestro país, lleven a buen término todo el proceso administrativo y de selección de competidores.

Organización general de la [OEF]

La [OEF] se organiza por ello en tres rondas consecutivas, en cada una de las cuales la selección de los competidores y la exigencia académica alcanza un mayor nivel. En primer lugar está la llamada Fase Local, que se realiza en cada una de las 47 universidades públicas presenciales, en donde se seleccionan los tres ganadores que forman el Equipo Titular que representará a dicha universidad en la siguiente ronda. En segundo lugar se realiza la Fase Nacional, donde los 141 estudiantes de esas 47 universidades compiten para seleccionar los estudiantes que representarán a España en las dos competiciones internacionales (la tercera ronda) a las que acudimos. Los 5 primeros clasificados en la Fase Nacional participan en la Olimpiada Internacional de Física [IPhO] –este año se celebrará la XLV edición, que tendrá lugar del 13 al 21 de julio del 2014 en Astaná (Kazajistán)–, mientras que los clasificados entre el 6º y el 9º puesto participan en la Olimpiada Iberoamericana de Física [OIbF] –este año se celebrará la XIX edición, que tendrá lugar en Asunción (Paraguay), en septiembre de 2014–, constituyendo ambas la Fase Internacional de la Olimpiada Española de Física.

Presentación de la Fase Local en el Distrito Universitario de Valladolid de la XXV edición de la [OEF]

La Fase Local del Distrito Universitario de Valladolid 2014 de la XXV [OEF], tuvo lugar el pasado viernes 14 de marzo de 2014, a partir de las 16 horas, en cada uno de los Campus (Palencia, Segovia, Soria y Valladolid) que la forman. Durante 4 horas los participantes tuvieron que resolver las pruebas que se les plantearon, cuyos enunciados y sus correspondientes soluciones se presentan en la siguiente sección de este artículo.

Es muy importante destacar que dichas pruebas son siempre originales (son ejercicios propuestos por los profesores de enseñanza secundaria y universidad que forman la Comisión Local Organizadora de la

Revista de Ciencias, 4, 36-47, abril 2014
ISSN: 2255-5943

Fase Local), y que el espíritu y la filosofía que se sigue en la preparación de las mismas consiste en intentan mantener un estilo cultural y didáctico más que en proponer un simple problema convencional de física, adecuado al nivel de los estudiantes que van a competir (2º curso de bachillerato).

En esta edición 2014 han participado 101 competidores (80 chicos y 21 chicas), procedentes de 22 Centros de Enseñanza Secundaria (17 Institutos [IES] y 5 Colegios). Es de hacer notar que ha aumentado significativamente, respecto de ediciones anteriores, tanto el número de Centros participantes como el número de competidores, así como que poco a poco aumenta el número de alumnos de la provincia de Palencia. En particular, debe destacarse que el ganador absoluto de esta edición es un alumno del I.E.S. "Alonso Berruguete" de Palencia (D. Edgar Díez Alonso); así como, que es especialmente reseñable el resultado alcanzado por el estudiante del I.E.S. "Zorrilla" de Valladolid, D. Pablo Vivero García, que a pesar de tener una extrema minusvalía física alcanzó el 4º puesto (formando parte del Equipo suplente de la UVa).

Los tres miembros del Equipo Titular que representaron al Distrito Universitario de Valladolid en la en la Fase Nacional de la XXV [OEF], los centros donde estudian y sus profesores tutores, fueron los siguientes:

1º.- D. Edgar Díez Alonso. I.E.S. "Alonso Berruguete" (Palencia). Prof. tutor: D. Alfonso Sangrador Lechón
2º.- D. Daniel Muñoz Segovia. I.E.S. "Ribera de Castilla" (Valladolid). Prof. tutora: Dª. Rosa María Nicolás Medina
3º.- D. Adrián Vaquero García. I.E.S. "La Albuera" (Segovia). Prof. tutora: Dª. Lucía Agudo Hernangómez

La Ceremonia de Entrega de Premios tuvo lugar el jueves 20 de marzo de 2014, a las 17:30 horas, en el Aula Magna de la Facultad de Ciencias, durante la cual los seis primeros clasificados en la Fase Local recibieron un diploma y algunos obsequios regalados por el Vicerrectorado de Estudiantes de la Universidad de Valladolid. Asimismo, sus respectivos profesores tutores recibieron otro diploma de reconocimiento de la ejemplar labor de formación y promoción de la Ciencia que realizan. Previamente a la entrega de premios y Diplomas, el Profesor de la Universidad de Valladolid y Presidente de la Sección Local de Valladolid de la Real Sociedad Española de Física, Prof. Dr. D. José Carlos Cobos Hernández, Catedrático de Física Aplicada, impartió una Conferencia titulada: "Ave et Vale (Hola y Adiós)", en la que comentó las pruebas y resultados de este año y repasó los hechos más notables de las 25 ediciones celebradas de la Fase Local del Distrito Universitario de Valladolid de la [OEF].

Ganadores de la fase Local, con las autoridades académicas que presidieron el Acto: La vicerrectora de Docencia y Estudiantes, el Decano de la facultad de Ciencias (centro) y el Presidente de la Comisión Local Organizadora y autor del presente artículo (2º izda).

Presentación de la Fase Nacional de la XXV edición de la Olimpiada Española de Física [OEF]

Durante el período del 4 al 7 de abril de 2014 se celebró en La Coruña la Fase Nacional de la XXV [OEF], organizada por la Universidade da Coruña, con la colaboración del Ayuntamiento y de la Diputación de A Coruña y de la Consejería de Educación y Ordenación Universitaria de la Xunta de Galicia.

Como no podía ser de otra manera en una ciudad costera como La Coruña, los competidores tuvieron que resolver varias pruebas teóricas dedicadas al estudio de las "Olas de altura en Galicia" (prueba nº 1), "Las mareas oceánicas" (prueba nº 2) y "¡Y se hizo la luz!" (prueba nº 3), junto con la correspondiente prueba experimental, dedicada al estudio de la "Difracción de luz en un hilo".

Dos de los representantes del Equipo Titular del Distrito de Valladolid han conseguido premio. Uno de ellos, D. Daniel Muñoz Segovia, estudiante del I.E.S. "Ribera de Castilla" de Valladolid, ha conseguido esta vez una Medalla de Plata (en la edición del año pasado ya consiguió una medalla de bronce), habiendo alcanzado el puesto nº 12 en la clasificación; mientras que otro, D. Adrián Vaquero García, del I.E.S. "La Albuera" de Segovia, ha conseguido una Mención de Honor.

Por otra parte, es importante que en la Fase Nacional se haya concedido el Premio en el "Concurso al mejor problema de las Fases Locales" a uno de los que se propusieron en la Fase Local del Distrito Universitario de Valladolid. En concreto, se ha otorgado el premio a la prueba titulada: "De lo que hablaban una central hidroeléctrica y una clepsidra" (propuesto por el Prof. D. José Luis Orantes, Catedrático del I.E.S. "Zorrilla" de Valladolid).

Cabe destacar que el "Concurso al mejor problema de las Fases Locales" de las Olimpiadas Españolas de Física se lleva celebrando desde la edición de 2006 (XVII [OEF], que se celebró en Teruel); es decir, se ha concedido hasta ahora en 9 ocasiones. Y que, la Fase Local del Distrito de Valladolid ha ganado el concurso en dos de ellas, pues además de la de este año, ganamos el Concurso del año 2009, con una prueba titulada "Concurso Aerostático", que también propuso el Prof. D. José Luis Orantes. Esta prueba de 2009 fue publicada en la Revista Española de Física, Vol. 23 [2] en abril–junio (2009), pp. 64.

Para finalizar, debe destacarse que tanto la UVa como la Dirección General de Innovación Educativa y Formación del Profesorado, de la Consejería de Educación de la Junta de Castilla y León, han financiado los gastos que se originan en estas pruebas. Instituciones a las que agradecemos de corazón el interés que ponen en potenciar las mismas, como forma de promocionar la Ciencia entre los estudiantes de enseñanza secundaria.

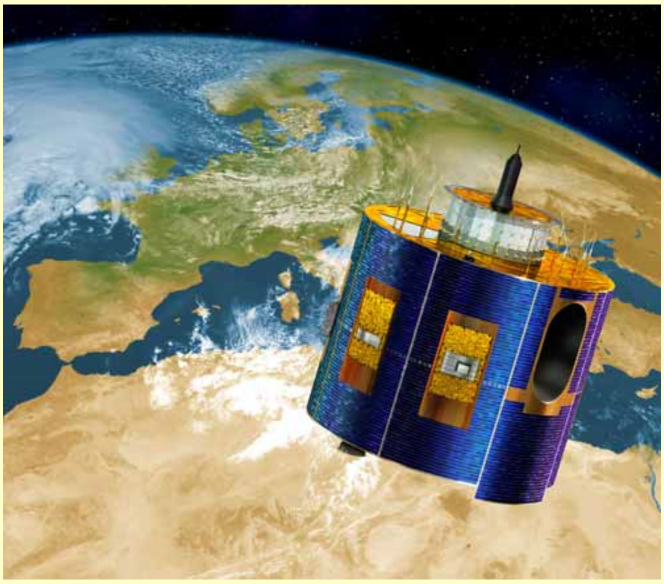
PRUEBA nº 1

Eppur si muove

("¡Y sin embargo, se mueve!", Galileo Galilei 1564-1642)

Autor: **Abel Calle Montes,** Prof. Titular de Univ. Dpto. de Física Aplicada. UVa

Una maniobra habitual para desplazar un satélite, en órbita geoestacionaria a la Tierra, entre dos longitudes geográficas consiste en subir o bajar su órbita, mediante un empuje instantáneo, y colocarlo de nuevo en la órbita original una vez realizado el desplazamiento. De esta forma se ahorra combustible al realizar solamente dos empujes (primer movimiento y posterior recolocación) entre dos órbitas estables no propulsadas.



Siguiendo este procedimiento, el Meteosat–5 fue desplazado para su colocación cercana a la India, entre su posición original, en *standby*, de longitud 10ºW hasta la longitud de 63ºE, sobre el océano Indico, en una maniobra que duró 124 días (entre el 14 de enero y el 18 de mayo de 1998): Experimento INDOEX.

Determinar:

- **a)** El radio de la órbita geoestacionaria.
- **b)** Razonar si el radio de la órbita se debe aumentar o disminuir, respecto del caso geoestacionario, según se busque que el desplazamiento del satélite sea hacia el Este o hacia el Oeste.
- **c)** El cambio en el radio de la órbita para que se pueda efectuar la maniobra descrita.
- **d)** La velocidad del punto subsatélite (la proyección vertical del satélite sobre la superficie de la Tierra) y la velocidad del satélite respecto al centro de la Tierra, mientras se producía el desplazamiento.

Constantes Físicas y datos numéricos:

Constante de gravitación universal:	$G = 6,67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2 / kg^2}$
Masa de la Tierra:	$M_T = 5,972 \cdot 10^{24}\ \mathrm{kg}$
Radio medio de la Tierra:	$R_T = 6378\ \mathrm{km} = 6,378 \cdot 10^6\ \mathrm{m}$

Nota de aclaración: en el enunciado se menciona que el paso de una órbita (la geoestacionaria) a la de traslación se realiza mediante un impulso instantáneo; cabe destacar, sin embargo, que esta maniobra duró 12 horas, aproximadamente en cada uno de los movimientos, de ascenso y descenso.

Solución

(a) El radio de la órbita geoestacionaria: Consideraremos, como aproximación en el resto del problema, que el satélite en órbita geoestacionaria tiene un periodo de rotación alrededor de la Tierra equivalente a un día solar medio (T_T= 86400 s), en lugar del real, que corresponde a un día sidéreo ($T_{T,real}$ = 86164 s).

Aplicando las ecuaciones habituales que se utilizan en estos casos, se tiene que:

$$\left.\begin{array}{l} m_{\text{sat}}\cdot\dfrac{\text{v}_{\text{sat}}^2}{r}=m_{\text{sat}}\cdot\omega_{\text{sat}}^2\cdot r_{\text{sat}}=G\cdot\dfrac{M_T\cdot m_{\text{sat}}}{r_{\text{sat}}^2} \\ \text{geoestacionario}\ \Rightarrow\ \omega_{\text{sat}}^{\text{geo}}=\omega_{\text{T}}=\dfrac{2\cdot\pi}{T_{\text{T}}} \\ T_{\text{T}}=86.400\ \text{ s} \end{array}\right\}\Rightarrow$$

$$\left\{\begin{array}{l} \omega_{\text{sat}}^{\text{geo}}=\omega_{\text{T}}=\dfrac{2\cdot\pi}{T_{\text{T}}}=7,2722\times10^{-5}\ \text{ rad/s} \\ r_{\text{sat,geo}}=\sqrt[3]{\dfrac{G\cdot M_{\text{T}}}{\omega_{\text{T}}^2}} \\ r_{\text{sat,geo}}=\sqrt[3]{\dfrac{G\cdot M_{\text{T}}\cdot T_{\text{T}}^2}{4\cdot\pi^2}}=42.231.625\ \text{ m}=42.232\ \text{ km} \end{array}\right.$$

(b) El desplazamiento se produce por desacoplamiento entre la velocidad angular de rotación de la Tierra ω_T y la velocidad angular de rotación del satélite alrededor de la Tierra ω_{sat}:

$$\frac{\text{v}_{\text{sat}}}{r}=\omega_{\text{sat}}=\frac{2\cdot\pi}{T_{\text{sat}}}=\omega_{\text{T}}+\omega^*=$$
$$=\frac{2\cdot\pi}{T_{\text{T}}}+\omega^*\neq\omega_{\text{T}}=\frac{2\cdot\pi}{T_{\text{T}}}$$

De acuerdo con la 3ª Ley de Kepler:

$$T_{\text{sat}}^2=\frac{4\pi^2}{G\cdot M_{\text{T}}}r_{\text{sat}}^3\ \Rightarrow\ \omega_{\text{sat}}=\frac{2\pi}{T_{\text{sat}}}=\sqrt{\frac{G\cdot M_{\text{T}}}{r_{\text{sat}}^3}}$$

De forma que, una altura más baja que la órbita geoestacionaria producirá mayor velocidad angular de rotación del satélite alrededor de la Tierra (ω^*>0, al disminuir r); y, por consiguiente, el satélite se adelantará a la Tierra. Y viceversa, una altura más alta que la órbita geoestacionaria producirá menor velocidad angular de rotación del satélite alrededor de la Tierra (ω^*<0, al aumentar r); y, por consiguiente, el satélite se atrasará respecto de la Tierra.

Por lo tanto, si queremos realizar un desplazamiento hacia el Este, como ocurre en el enunciado, tendremos que "adelantar" el satélite pasando a una órbita más baja que la geoestacionaria. Si el desplazamiento fuera hacia el Oeste, la órbita de transferencia debería ser más alta.

(c) Dado que el desplazamiento angular es de 73º=1.274 rad hacia el Este, y que debe realizarse en 124 días, la velocidad angular del satélite, en la órbita de transferencia, deberá ser la siguiente:

$$\omega^*=\frac{1,274\ \text{rad}}{124\ \text{días}}=\frac{\left(\dfrac{1,274\ \text{rad}}{10713600\ \text{s}}\times86400\ \text{s}\right)}{86400\ \text{s}}\ \text{rad/s}$$

$$\omega^*=\frac{\left(1,0274\times10^{-2}\right)}{T_{\text{T}}}=1,1892\times10^{-7}\ \text{rad/s}$$

$$\omega_{\text{sat}}=\omega_{\text{T}}+\omega^*=\frac{2\cdot\pi}{T_{\text{T}}}+\frac{\left(1,0274\times10^{-2}\right)}{T_{\text{T}}}\ \text{rad/s}$$

$$\omega_{\text{sat}}=\left(7,2722\times10^{-5}+1,1891\times10^{-7}\right)\ \text{rad/s}=7,2841\times10^{-5}\ \text{rad/s}$$

De forma que el radio de la nueva órbita será:

$$r_{\text{transf}}=\sqrt[3]{\frac{G\cdot M_{\text{T}}}{\omega_{\text{sat}}^2}}=42.185.650\,\text{m}\simeq42.186\ \text{km}$$

Por lo tanto la órbita de transferencia es 45,975 km más baja que la geoestacionaria.

(**Nota:** el valor real era de 45,84 km más baja; dicho valor puede ser obtenido utilizando el periodo sidéreo para la órbita geoestacionaria).

(d) Finalmente, la velocidad del punto sub–satélite (la proyección vertical del satélite sobre la superficie de la Tierra), será de:

$$\text{v}_{\text{track}}=\omega^*\cdot R_{\text{T}}=0,758\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}=2,73\ \text{km/h}$$

Mientras que la velocidad del satélite respecto al centro de la Tierra, vendrá dada por

$$\text{v}_{\text{sat}}=\omega_{\text{sat}}\cdot r_{\text{transf}}=3072,8\,\text{m}\,\text{s}^{-1}=11062,5\ \text{kmh}^{-1}$$

——————— • ———————

PRUEBA nº 2

De lo que hablaban una central hidroeléctrica y una clepsidra

Autor: **José Luis Orantes de la Fuente**. Catedrático del I.E.S. "Zorrilla" de Valladolid
Problema ganador del "Concurso al mejor problema de las Fases Locales" en la XXV Olimpiada Española de Física (La Coruña 4 al 7 de abril de 2014)

Una central hidroeléctrica le decía a una clepsidra:
"– Mi misión fundamental es producir energía eléctrica a partir de la energía potencial gravitatoria que tiene el agua almacenada en mi embalse. Pero el problema es que la potencia que produzco depende de la altura del agua. El agua que fluye haciendo mover mi turbina varía de velocidad con la altura de la presa…"
"– ¡No me hables de velocidad! –protestó la clepsidra- Fui diseñada para medir las horas por el tiempo que tarda en vaciarse el agua que tengo en mi interior. Pero la velocidad del agua que sale por mi espita es variable y, aún así, el nivel del agua en mi interior desciende a ritmo constante. Con tanto pensarlo se me está poniendo la cabeza como un cántaro…"

Un profesor de física que pasaba por allí no pudo resistir la tentación de escuchar aquel diálogo, pero tuvo la prudencia de no intervenir. Sin embargo, cuando llegó a clase propuso a sus alumnos las siguientes,

Cuestiones:

a) Si una central hidroeléctrica posee un embalse cuyo nivel de agua se encuentra a 10 m por encima del eje de su turbina y el caudal del agua que sale es de 10 m^3/minuto, ¿Cuál será la potencia máxima teórica producida por la central?

b) Suponiendo que se conserve la energía mecánica, ¿Cómo podemos saber la velocidad del agua que mueve la turbina? Determina dicha velocidad. ¿Es válida en este caso la fórmula $v=\sqrt{2\cdot g\cdot h}$?

c) Las clepsidras son recipientes de dejan escapar en su fondo un pequeño chorro de agua, por lo que el nivel de la misma en su interior va disminuyendo paulatinamente. Podemos considerar la clepsidra como una tubería vertical de sección circular variable tal que el caudal de agua que desciende en su parte superior es igual al caudal del agua que sale en su parte inferior. Si llamamos A al área del orificio inferior, R el radio de la vasija a la altura z donde llega el agua, Determina qué relación debe existir entre z y R para que el agua descienda a una velocidad constante v_C.

d) Queremos construir una clepsidra cuyo orificio de salida sea de 2 mm^2 de sección y su nivel de agua descienda con una velocidad constante de v_C=0,1 mm/s. Si la altura inicial del agua en su interior está a z=30 cm por encima del orificio de salida ¿Qué radio debe tener dicha clepsidra para esa altura? ¿Y a 20, 10 y 5 cm de altura? Haz una representación gráfica proporcional de la forma y tamaño de dicha clepsidra. Trata de darles a todas ellas la respuesta adecuada.

Definiciones y Datos:
Caudal = Volumen/tiempo=Sección·velocidad; g=9,8 m/s^2

Nota Histórica: Las clepsidras ya se utilizaban en el antiguo Egipto y su misión principal era medir el paso del tiempo durante la noche. Su uso era más reducido en países de latitud elevada dado que el descenso de temperatura hacía congelarse el agua invalidando el uso de la clepsidra. Esto impulsó, en aquellos lugares, el desarrollo de otros dispositivos, como los relojes de arena o los mecánicos.

Solución

(a) La variación de energía potencial de una capa de agua de masa Δm y altura h en un tiempo t, dará una potencia máxima a la central dada por la expresión:

$$P=\frac{\Delta m\cdot g\cdot h}{t}=\frac{\Delta m}{t}\cdot g\cdot h=\frac{\Delta V\cdot d}{t}\cdot g\cdot h=$$
$$=\frac{\Delta V}{t}\cdot d\cdot g\cdot h=C_A\cdot d\cdot g\cdot h=16333\ \text{W}=16{,}3\ \text{kW}$$

Donde d representa la densidad del agua, y C_A el caudal del agua que sale del fondo de la presa.

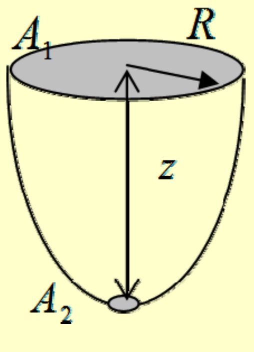
(b) La conservación de la energía mecánica nos dice que la variación de energía potencial ΔE_p debe ser igual a menos la variación de la energía cinética ΔE_c , por lo que:

$$\Delta E_p=-\Delta E_c$$
$$\Delta m\cdot g\cdot h=\tfrac{1}{2}\cdot\Delta m\cdot v^2\Rightarrow v=\sqrt{2\cdot g\cdot h}=14\ \text{m/s}$$

Como vemos, SÍ es válida la fórmula propuesta.

(c) La cantidad de agua que fluye por una tubería es constante, si no tiene pérdidas o aportes, independientemente de que la tubería varíe su sección. En una sección grande, la velocidad disminuye, y en una sección más estrecha, la velocidad del fluido aumentará.

Consideraremos que el recipiente formado por la clepsidra es una tubería vertical de sección circular variable, pero que el caudal que atraviesa una sección cualquiera de la misma debe ser constante en cualquier punto. Es decir:



Si $v_1=v_c$ es la velocidad de descenso del agua en la sección A_1, que se encuentra a una altura z sobre el orificio de salida de sección A_2 y v_2 es la velocidad de salida del agua por este orificio, tendremos:

$$C_1\,(\text{Caudal }1)=C_2\,(\text{Caudal }2)=\text{constante}$$
$$A_1\cdot v_1=A_2\cdot v_2$$

Teniendo en cuenta que v_c=Cte y $v_2=\sqrt{2\cdot g\cdot z}$, sustituyendo y elevando al cuadrado, obtenemos la relación entre z y R siguiente:

$$\left[A_1\cdot v_1\right]^2=\left(\pi\cdot R^2\right)^2\cdot v_c^2=A_2^2\cdot(2\cdot g\cdot z)=\left[A_2\cdot v_2\right]^2$$
$$z=z(R)=k\cdot R^4\quad\left[k=\frac{\pi^2\cdot v_c^2}{2\cdot g\cdot A_2^2}\right]\Rightarrow$$
$$R=R(z)=\sqrt[4]{\frac{z}{k}}=k^*\cdot\sqrt[4]{z}\quad\left[k^*=\sqrt[4]{\frac{1}{k}}=\frac{\sqrt{A_2}\cdot\sqrt[4]{2\cdot g}}{\sqrt{\pi\cdot v_c}}\right]$$

Como vemos, la dependencia entre z=z(R) corresponde con una función de cuarta potencia, con un coeficiente k; por lo que la dependencia R=R(z) es de raíz cuarta, con un coeficiente k^*.

(d) Si consideramos los valores:

$$v_1=v_c=0{,}1\ \text{mm/s}=10^{-4}\ \text{m/s}$$
$$A_2=2\ \text{mm}^2=2\cdot10^{-6}\,\text{m}^2,$$

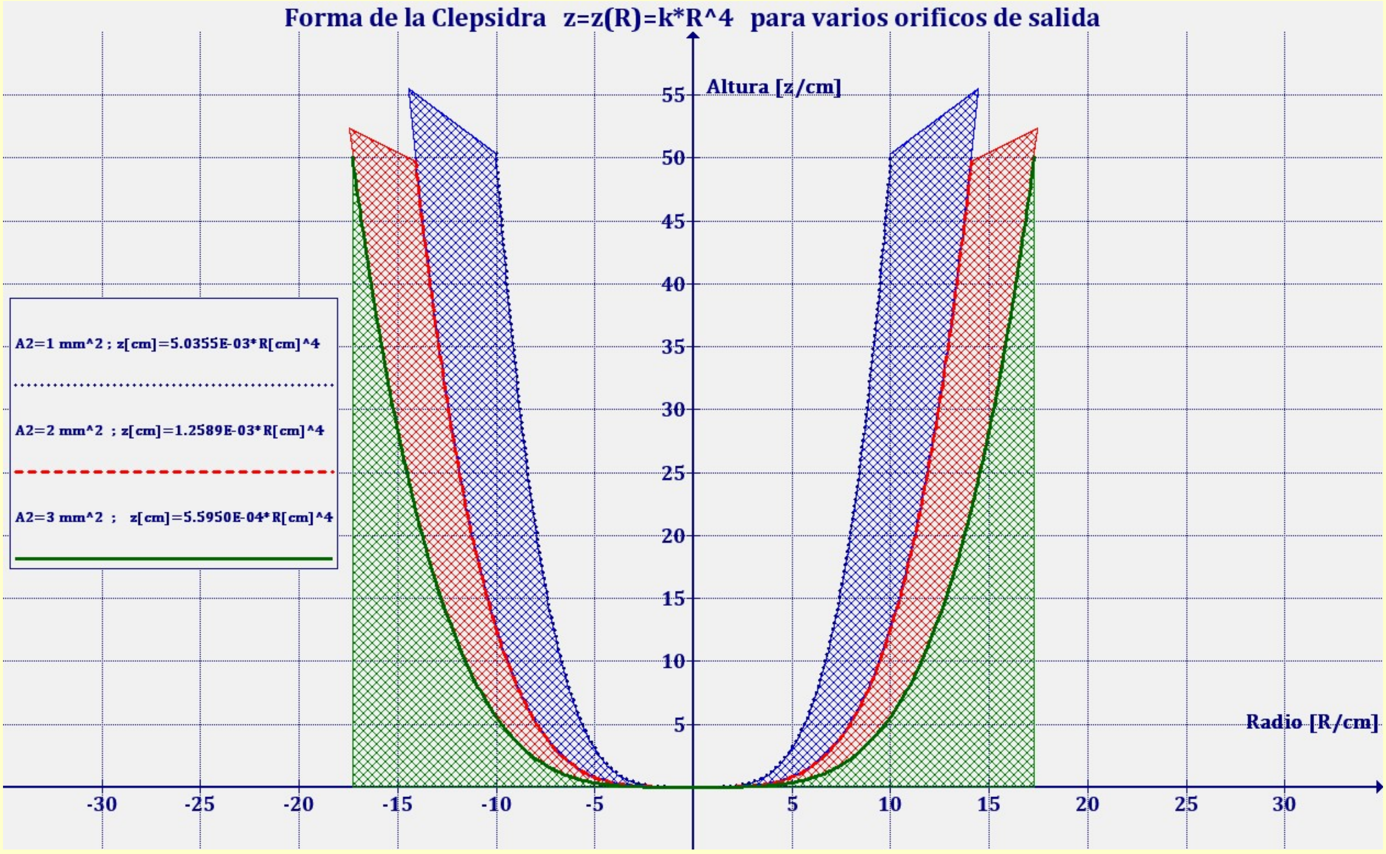
obtenemos que:

$$k=1258{,}9\ \text{m}^{-3}=1{,}2589\cdot10^{-3}\ \text{cm}^{-3}$$
$$\left(k^*=0{,}16788\ \text{m}^{3/4}=5{,}3089\ \text{cm}^{3/4}\right),$$

de forma que los valores de R buscados son:

z (cm)	R (cm)
30	12,4247
20	11,2269
10	9,4407
5	7,9386

En la gráfica siguiente podemos ver el comportamiento de la curva z=z(R) (por tanto, de la forma que debe tener la clepsidra), para varios valores de A_2(1, 2 y 3 mm^2).


Forma de la Clepsidra z=z(R)=k*R^4 para varios orificos de salida
Altura [z/cm]
Radio [R/cm]
A2=1 mm^2 ; z[cm]=5.0355E-03*R[cm]^4
A2=2 mm^2 ; z[cm]=1.2589E-03*R[cm]^4
A2=3 mm^2 ; z[cm]=5.5950E-04*R[cm]^4
55
50
45
40
35
30
25
20
15
10
5
-30
-25
-20
-15
-10
-5
5
10
15
20
25
30

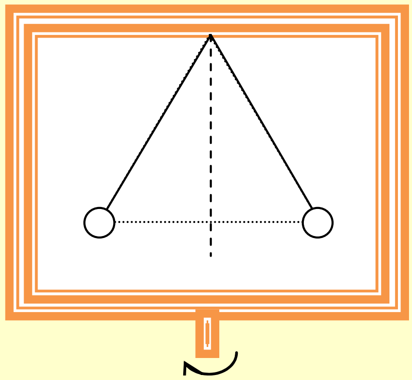
———————— • ————————

PRUEBA nº 3

Planetas eléctricos

Autor**: José Luis Orantes de la Fuente.** Catedrático del I.E.S. “Zorrilla” de Valladolid

Un doble péndulo electrostático consta de dos pequeñas esferas, de 10 mg de masa, cargadas con idéntica carga eléctrica. Ambas están unidas por sendos hilos de masa despreciable y de 10 cm de longitud, con sus extremos unidos a un soporte vertical.



El conjunto mantiene una posición de equilibrio cuando los hilos forman un ángulo de 60º.

Pregunta a: Determina el valor de la carga eléctrica que posee cada una de las esferas.

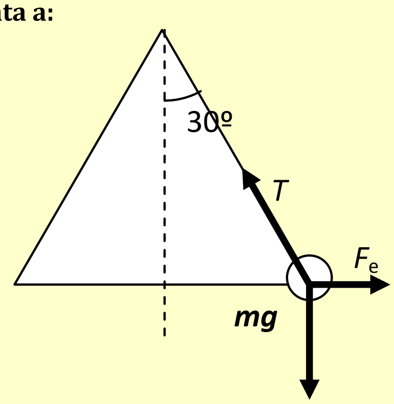
Partiendo de esta situación, se hace girar el soporte del doble péndulo respecto del eje vertical que pasa justo por el punto de suspensión de los hilos, con una velocidad angular ω. Los péndulos giran de modo solidario con el soporte.

Pregunta b: Haz un esquema de las fuerzas que actúan sobre cada esfera en esta situación.

Pregunta c: Determina la velocidad angular que debe tener el sistema para que los hilos formen entre sí un ángulo de 90º.

Solución

Pregunta a:



Se tiene que:

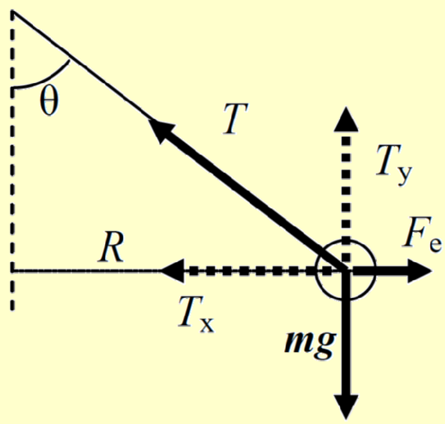
$$F_e = m \cdot g \cdot tg\left(30^\circ\right) \;\; ; \;\; F_e = K \cdot \frac{q^2}{l^2} \;\; \Rightarrow$$

$$q = \sqrt{\frac{m \cdot g \cdot l^2 \cdot tg\left(30^\circ\right)}{K}}$$

De forma que el valor de la carga eléctrica que posee cada una de las esferas será:

$$q = \sqrt{\frac{m \cdot g \cdot l^2 \cdot tg\left(30^\circ\right)}{K}} = 7{,}93 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{C}$$

Pregunta b:



Análogamente, tenemos ahora que:

$$T_x = m \cdot g \cdot tg\left(\theta\right) \;\; ; \;\; F_e = K \cdot \frac{q^2}{4 \cdot R^2}$$

$$F_{cent} = T_x - F_e \;\; \Rightarrow$$

$$m \cdot \omega^2 \cdot l \cdot \sin\theta = m \cdot g \cdot tg\left(\theta\right) - K \cdot \frac{q^2}{4 \cdot l^2 \cdot \sin^2\theta}$$

Pregunta c:

Para $\theta = 45^\circ \;\; \Rightarrow \;\; \omega = \; 9{,}92\ \mathrm{rad \cdot s^{-1}} = 94{,}8$ r.p.m.

———————— • ————————

PRUEBA nº 4

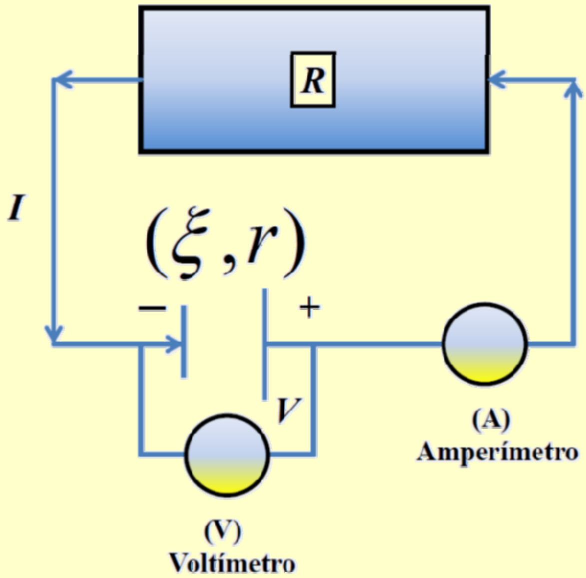
¿Qué potencia consume la resistencia?

Autora**: Rosa María Nicolás Medina.** Catedrática del I.E.S. "Ribera de Castilla" de Valladolid

Si una pila de fuerza electromotriz (f.e.m.) ξ y resistencia interna r se conecta a una resistencia externa *R*, hará que por el circuito circule una intensidad I, que podemos medir con un amperímetro (A). La resistencia R disipará una potencia $P=I^2 \cdot R$, y la propia pila consumirá una potencia $I^2 \cdot r$; es decir, no toda la potencia de la pila $\xi \cdot I$ pasará al circuito externo. Podemos escribir que:

$$\xi \cdot I = I^2 \cdot R + I^2 \cdot r \qquad \text{(Ecuación 1)}$$

Si medimos con un voltímetro (V) la diferencia de potencial (d.d.p.) V, en los bornes de la resistencia R, la *ley de Ohm* nos dice que $V=I \cdot R$; y, por tanto:



$$\xi \cdot I = V \cdot I + I^2 \cdot r \qquad \text{(Ecuación 2)}$$

$$(\xi - V) \cdot I = I^2 \cdot r \qquad \text{(Ecuación 3)}$$

$$V = \xi - I \cdot r \qquad \text{(Ecuación 4)}$$

La ecuación 4 nos dice que si conectamos a una misma pila diferentes resistencias de carga R, la intensidad I, y la d.d.p. V, en R irán cambiando y V será una función lineal de I.

Método experimental

Queremos determinar la f.e.m. ξ, y la resistencia interna *r*, de una pila. Para ello se conecta a una resistencia variable *R*, y se mide la intensidad I, que circula por la resistencia, así como la d.d.p. V, en los bornes de la misma. Los *datos experimentales* se recogen en la Tabla 1.

Tabla 1											
I (A)	4'10	3'80	3'50	3'00	2'20	1'80	1'50	1'30	1'10	0'90	0'70
V (V)	0'40	0'70	1'00	1'50	2'30	2'70	3'00	3'20	3'40	3'60	3'80

1º.- Representa en papel milimetrado (gráfica 1) la d.d.p. V, en función de la intensidad de corriente *I*; y, de la pendiente y ordenada en el origen, determina los valores de r y de ξ.

2º.- Utiliza la *ley de Ohm* para construir una tabla (Tabla 2), con los diferentes valores de la resistencia de carga R, y la potencia P, disipada por cada resistencia.

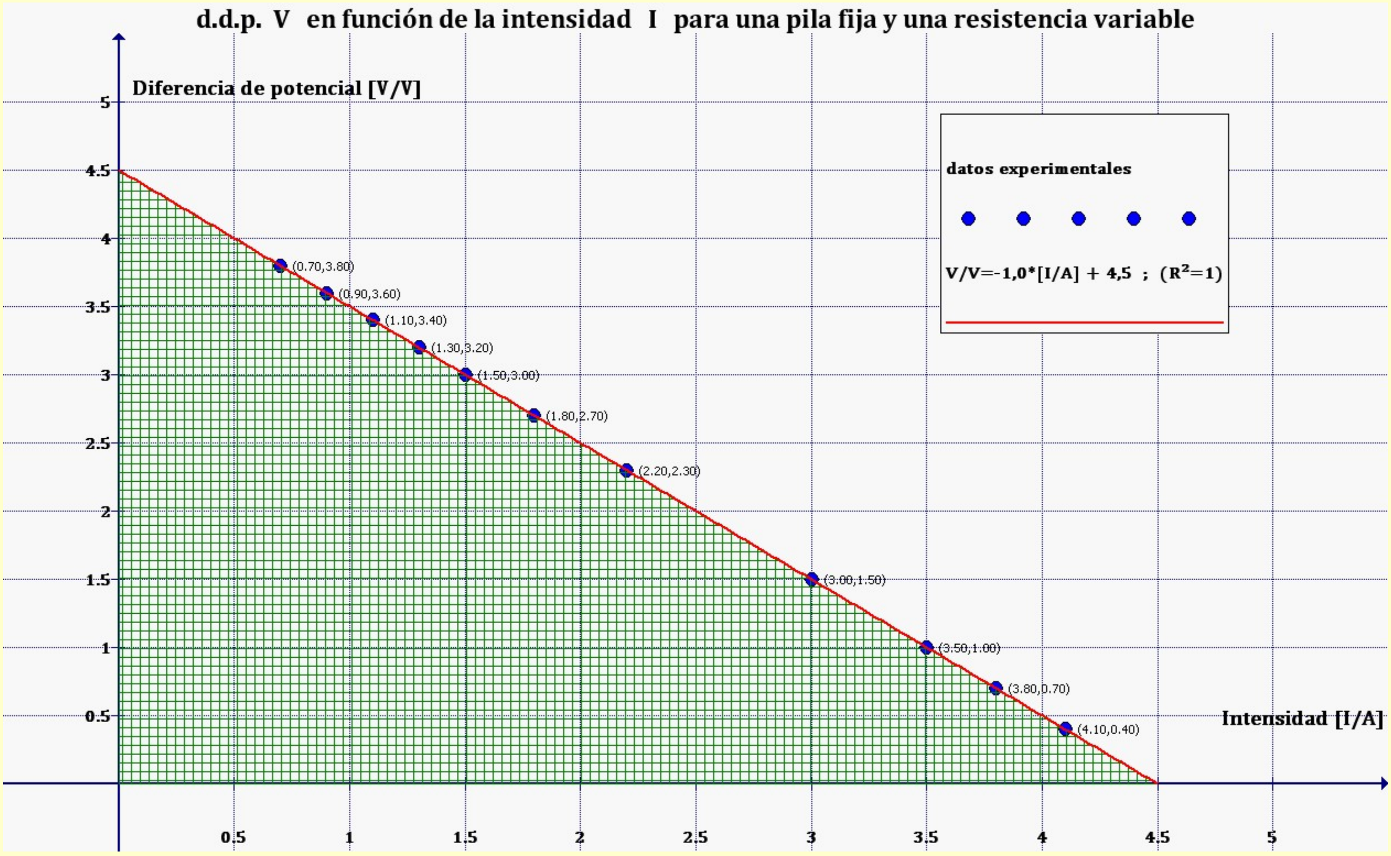
3º.- Representa en papel milimetrado (gráfica 2) la potencia P, en función de R.

4º.- La gráfica presenta un máximo de potencia P_m, para una determinada resistencia de carga R_m. Lee en la gráfica dichos valores. Halla, para este caso, la relación entre la potencia consumida en la resistencia de carga P_m, y la potencia suministrada por la pila $\xi \cdot I_m$.

5º.- Si la pila almacena una energía *E*, halla la resistencia de carga necesaria R_{100} para que la pila dure 100 veces más de tiempo que si se conecta a la resistencia R_m determinada en el apartado 4º anterior. ¿Qué potencia P_{100} disipará en este caso la resistencia R_{100} comparada con la suministrada por la pila $\xi \cdot I_{100}$?

Solución

1º.- Con los datos de la Tabla 1 representamos la diferencia de potencial (d.d.p.) V en función de la intensidad *I*, para las diferentes resistencias de carga R, construyendo la gráfica 1.



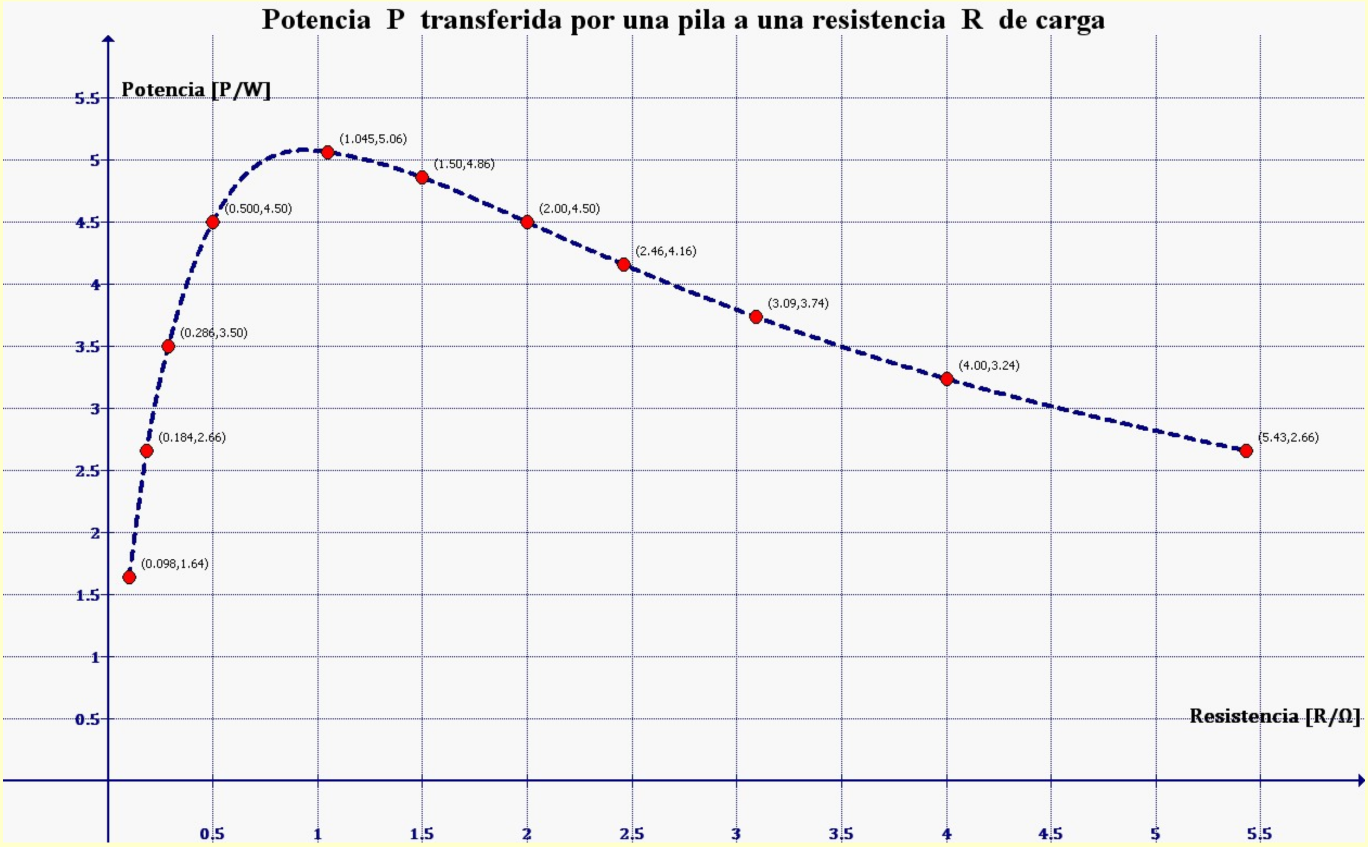
De acuerdo con la (Ecuación 4): $V = \xi - I \cdot r$, ajustamos por mínimos cuadrado los datos de la Tabla 1, obteniendo la pendiente, que coincide con $-r$, y la ordenada en el origen, que es ξ. De esta forma, se obtienen los valores de ambas magnitudes:

Resistencia interna: $r = 1\ \Omega$
Fuerza electromotriz: $\xi = 4{,}5$ V

2º.- Utilizamos la *ley de Ohm* $V = I \cdot R$, para construir la Tabla 2, con los diferentes valores de la resistencia de carga, $R = V / I$, y la potencia, $P = V \cdot I = I^2 \cdot R$, disipada por cada resistencia.

3º.- La gráfica 2, representa la potencia $P = V \cdot I = I^2 \cdot R$ en función de R.

Tabla 2											
I/A	4’10	3’80	3’50	3’00	2’20	1’80	1’50	1’30	1’10	0’90	0’70
V/V	0’40	0’70	1’00	1’50	2’30	2’70	3’00	3’20	3’40	3’60	3’80
R/Ω	0’098	0’184	0’286	0’500	1’045	1’50	2’00	2’46	3’09	4’00	5’43
P/W	1’64	2’66	3’50	4’50	5’06	4’86	4’50	4’16	3’74	3’24	2’66



4º.- La gráfica 2 presenta máximo de potencia P_m, para una determinada resistencia de carga R_m. Leemos en la gráfica el valor de R_m y hallamos P_m.

Calculamos la relación entre la potencia consumida en la resistencia de carga P_m y la potencia suministrada por la pila $\xi \cdot I_m$.

$$R_{\mathrm{m}} = 1\,\Omega \quad \Rightarrow \quad P_{\mathrm{m}} = 5{,}0625 \text{ W}$$
$$I_{\mathrm{m}} = 2{,}25 \text{ A} \quad \Rightarrow \quad P_{\mathrm{m}} / \xi \cdot I_{\mathrm{m}} = 0{,}5$$

Es decir, la máxima transferencia de potencia desde la pila a la resistencia se hace cuando esta es el 50%. En este caso la pila consume el otro 50%.

5º.- Si la pila almacena una energía E, el tiempo t que durará encendida, cumplirá la ecuación: $E = \xi \cdot I \cdot t$; o bien para un tiempo t_{100}=100·t se cumplirá que $E = \xi \cdot I_{100} \cdot t_{100}$. Es decir, ha de ser $I = 100 \cdot I_{100}$. Por tanto:

$$I_{100} = 0{,}0225 \text{ A}$$
$$V_{100} = 4{,}4775 \text{ V}$$
$$R_{100} = 199\ \Omega$$
$$P_{100} = 0{,}1007 \text{ W} \quad \Rightarrow \quad P_{100} / \xi \cdot I_{100} = 0{,}995$$

Ahora la pila transfiere el 99'5% de la potencia a la resistencia de carga; la potencia es pequeña comparada con la anterior, por eso la pila dura más.

Nota: El resultado de los puntos 4º y 5º se puede resolver teóricamente.

——————— • ———————