



---

**Universidad de Valladolid**

Facultad de Educación y Trabajo Social

Departamento de Matemáticas

**TRABAJO FIN DE GRADO**

Grado en Educación Primaria

**“ESTRATEGIAS PARA LA  
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS”**

**Autor:** DÑA. LAURA GONZÁLEZ SENOVILLA

**Tutor académico:** DÑA. ROSA MARÍA FERNÁNDEZ BARCENILLA



# **ESTRATEGIAS PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS/STRATEGIES FOR PROBLEM SOLVING**

## **RESUMEN**

La realidad educativa española en la parte que se refiere a la adquisición de competencias matemáticas, nos muestra un mapa de resultados susceptibles de mejora y se materializa en altos porcentajes de fracaso escolar, abandono y desmotivación. Estos resultados están referidos a los alumnos/as, no obstante en el presente trabajo me propongo plantear propuestas de intervención educativa. Es mi propósito contribuir a que las matemáticas y en particular la resolución de problemas, deje de ser un obstáculo y se convierta en una herramienta que facilite el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

## **PALABRAS CLAVE**

Enseñanza, aprendizaje, aprender a aprender, aprendizaje significativo, estrategias, problemas.

## **ABSTRACT**

The Spanish educational situation regarding the acquisition of mathematical competence shows us a results map which need to be improved and are materialized in high percentages of academic failure, school-leaving and demotivation. These results refer to pupils, however in the present work I propose to analyze the causes and make intervention proposals. The purpose is to contribute to making mathematics and in particular problem-solving not be an obstacle and to become a tool wich facilitates the learning-teaching process of mathematics.

## **KEYWORDS**

Teaching, learning, learn to learn, significant learning, strategies, problems.



# ÍNDICE

<b>INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>7</b>
<b>CAPÍTULO I: JUSTIFICACIÓN .....</b>	<b>9</b>
<b>1.1 RELEVANCIA DEL TEMA .....</b>	<b>9</b>
<b>1.2 OBJETIVOS .....</b>	<b>10</b>
1.2.1 Objetivos generales.....	10
1.2.2 Objetivos específicos.....	10
1.2.3 Objetivos personales.....	10
<b>1.3 RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS DEL TÍTULO .....</b>	<b>11</b>
<b>CAPÍTULO II: FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA .....</b>	<b>13</b>
<b>2.1 TENDENCIAS ACTUALES EN LA DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS..</b>	<b>14</b>
2.1.1 La educación matemática como proceso de “inculturación”.....	14
2.1.2 La resolución de problemas.....	14
<b>2.2 ANTECEDENTES .....</b>	<b>18</b>
2.2.1 La propuesta de Polya.....	18
2.2.2 K. Stacey y S. Groves.....	18
2.2.3 José Antonio Fernández Bravo.....	19
2.2.4 El informe PISA .....	19
<b>CAPÍTULO III: METODOLOGÍA .....</b>	<b>21</b>
<b>3.1 ESTUDIO PREVIO DEL ALUMNADO .....</b>	<b>21</b>
<b>3.2 DISEÑO METODOLÓGICO.....</b>	<b>22</b>
3.2.1 Valoración cualitativa de la primera sesión.....	22
3.2.2 Valoración cualitativa de la tercera sesión .....	24
3.2.3 Cronograma .....	24
3.2.4 Obstáculos .....	25

<b>3.3 RECURSOS MATERIALES Y HUMANOS .....</b>	<b>25</b>
<b>3.4 AUTOEVALUACIÓN.....</b>	<b>25</b>
<b>CAPÍTULO IV: CONTEXTO.....</b>	<b>27</b>
<b>4.1 INICIATIVAS ANTERIORES.....</b>	<b>27</b>
<b>4.2 PROPUESTAS FUTURAS .....</b>	<b>28</b>
4.2.1 Propuestas con respecto a la iniciativa anterior .....	28
4.2.2 Propuestas con respecto a la intervención realizada.....	30
<b>CAPÍTULO V: EXPOSICIÓN DE RESULTADOS .....</b>	<b>29</b>
<b>5.1 ANÁLISIS DEL ALCANCE DEL TRABAJO .....</b>	<b>34</b>
5.1.1 Oportunidades .....	35
5.1.2 Limitaciones .....	35
<b>5.2 CONSIDERACIONES FINALES.....</b>	<b>36</b>
5.2.1 Conclusiones.....	36
5.2.2 Recomendaciones .....	37
<b>BIBLIOGRAFÍA .....</b>	<b>39</b>
<b>ANEXOS .....</b>	<b>41</b>

# INTRODUCCIÓN

Se considera que con el presente trabajo se potencian las capacidades adquiridas en el Grado de Educación Primaria y se enriquecen las referidas a: desarrollar la creatividad de profesores y alumnos, saber aplicar conocimientos en la práctica profesional, tener la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes en el ámbito educativo.

El título elegido para el trabajo ha sido “Estrategias para la resolución de problemas”. La observación y la experiencia personal nos llevan a pensar que hay que mejorar algunos aspectos referidos a este tema.

Algunos autores consideran la resolución de problemas una parte esencial de la educación matemática. *“Enseñar matemáticas debe ser equivalente a enseñar a resolver problemas. Estudiar matemáticas no debe ser otra cosa que pensar en la solución de problemas”* Santaló (1985). *“Está bien justificado que todos los textos de matemáticas contengan problemas. Los problemas pueden incluso considerarse como la parte más esencial de la educación matemática”* George Polya (1968).

En este contexto se inspira este trabajo y pretende abordarse con una visión integral en la que se tengan en cuenta los actores activos (profesorado-alumnado) y pasivos (los contenidos) en beneficio de la enseñanza-aprendizaje.

Los resultados de diferentes evaluaciones que se aplican en España en educación primaria y secundaria cuestionan la calidad de la educación que se imparte y exige tomar medidas para atender adecuadamente las necesidades educativas que presentan los alumnos de las diferentes escuelas.

La mejora de la enseñanza de las matemáticas es un problema central para el sistema educativo español, y por ello, la búsqueda de alternativas dirigidas a sacar adelante esta tarea cobra relevancia.

De las lecturas y estudio previo de la bibliografía existente se extrae la conclusión de que la mayoría de los autores han optado por el desarrollo de técnicas de resolución de problemas. Estas propuestas se consideran muy buenas, sin embargo se observa que no hay una atención individualizada, ni un estudio previo del alumnado sobre el que se va a intervenir.

En esta propuesta de intervención educativa se explica a rasgos generales algunas de las características del grupo en el que se realizó una pequeña intervención y para el que se crearon otras propuestas.



# CAPÍTULO I: JUSTIFICACIÓN

## 1.1 RELEVANCIA DEL TEMA

Desde la prehistoria, y posteriormente en, Babilonia y Egipto se ha apreciado la importancia de las matemáticas. Esta ciencia está presente en muchos aspectos de nuestra vida diaria. Son la base de todo un conjunto de conocimientos que el ser humano ha ido adquiriendo a lo largo de toda la historia. Se calcula que en el mundo se hablan entre 3000 y 5000 lenguas, sin embargo existen dos lenguajes universales: la música y las matemáticas. Las dos son ciencias y se sabe que están íntimamente relacionadas. A menudo se utilizan las matemáticas para componer, para analizar y para entender la música. Los pitagóricos se dieron cuenta de que las relaciones de armonía musical están determinadas por los números.

Los pitagóricos no fueron los únicos que relacionaron la música con las matemáticas. Ptolomeo, Descartes, Taylor... también se adentraron en el mundo de la música.

Las matemáticas son lógica, razonamiento, abstracción, precisión, arte, belleza,... pero lo más importante es que todo en la vida está basado en ellas. Tanto la fecha de nuestro nacimiento como la de nuestra defunción son números, la geometría de nuestro cuerpo,...

Desde el punto de vista personal, la elección de este tema ha estado motivada por la observación de la realidad educativa. Casi todos los niños ven la asignatura de matemáticas como algo aburrido, abstracto, difícil y que carece de valor, porque no entienden o no se les explica adecuadamente cómo pueden utilizar los conceptos matemáticos en su día a día.

Según Cockcroft (1985) la necesidad de emprender una tarea matemática puede provocar sentimientos de ansiedad, miedo, impotencia e incluso culpabilidad.

Según Blanco y Guerrero (2002) la historia repetida de fracasos lleva a los alumnos a dudar de su capacidad intelectual en relación con las tareas matemáticas y llegan a considerar sus esfuerzos inútiles, manifestando sentimientos de indefensión o pasividad.

Por todo ello, la resolución de problemas es una parte muy importante dentro del área de matemáticas.

## **1.2 OBJETIVOS**

El objetivo de este trabajo es la planificación de una propuesta de intervención educativa, con el fin de buscar estrategias o propuestas que ayuden a los alumnos en la resolución de problemas.

Más específicamente, la propuesta de intervención busca diferentes tipos de objetivos.

### **1.2.1 Objetivos generales:**

- Diseñar y planificar procesos de enseñanza-aprendizaje.
- Dotar al alumnado de estrategias para la resolución de problemas.
- Mantener una relación crítica y reflexiva sobre la asignatura.
- Conocer y aplicar en las aulas nuevas técnicas que contribuyen a la mejora del proceso.
- Completar la formación en competencias profesionales que se exigen como docente.
- Evaluar la competencia del alumno en aquellos aspectos no observados en el ámbito académico diario.
- Adquirir madurez e identidad propia en el desarrollo de la profesión de modo que sea un elemento motivador en el aprendizaje.

### **1.2.2 Objetivos específicos:**

- Conocer los contenidos curriculares del área de matemáticas.
- Diseñar, planificar y desarrollar espacios de aprendizaje con especial atención a la equidad e igualdad de oportunidades.
- Adquirir estrategias para estimular el esfuerzo del estudiante y potenciar su capacidad para aprender por sí mismo y con otros, desarrollando habilidades de pensamiento crítico-creativo y de decisión que faciliten su autonomía, autoconfianza e iniciativa personal.
- Fomentar las relaciones interpersonales fuera del aula.

### **1.2.3 Objetivos personales:**

- Demostrar mediante la elaboración y defensa del TFG la formación adquirida a lo largo de todas las enseñanzas desarrolladas en el grado, relacionando la teoría y la práctica.

- Elaborar y hacer un seguimiento de una propuesta de intervención educativa basada en un programa integral de aprendizaje significativo a través de la enseñanza para la comprensión en el tema de resolución de problemas matemáticos y potenciación de competencias informales que refuercen su socialización.

### **1.3 RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS DEL TÍTULO**

El trabajo fin de grado (a partir de aquí, TFG) va a plasmar las competencias adquiridas durante el desarrollo del Grado de Educación Primaria. El objetivo final de este grado es adquirir una serie de competencias recogidas en la Memoria del título de Grado (Universidad de Valladolid [UVa], 2008).

A continuación cito estas competencias:

1. Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio – la Educación- que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio. (UVa, 2008, p. 27).
2. Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio –la Educación-. (UVa, 2008, p. 28).
3. Que los estudiantes tengan la capacidad de reunir e interpretar datos esenciales (normalmente dentro de su área de estudio) para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas esenciales de índole social, científica o ética. (UVa, 2008, p. 28).
4. Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado. (UVa, 2008, p. 28).

5. Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía. (UVa, 2008, p. 29).

6. Que los estudiantes desarrollen un compromiso ético en su configuración como profesionales, compromiso que debe potenciar la idea de educación integral, con actitudes críticas y responsables; garantizando la igualdad efectiva de mujeres y hombres, la igualdad de oportunidades, la accesibilidad universal de las personas con discapacidad y los valores propios de una cultura de la paz y de los valores democráticos. (UVa, 2008, p. 29).

## CAPÍTULO II: FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

La investigación en educación matemática es muy reciente en nuestro país, sin embargo ha tenido un fuerte impulso en las tres últimas décadas.

A partir de la década de los 70 se produjeron importantes cambios en el área de matemáticas en España. Existía ya inquietud porque los resultados del proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas no eran los esperados después de la reforma educativa. Rico (1994) nos habla del interés y del lanzamiento de la comunidad de educadores matemáticos al principio de los 80, pero nos señalaba que no existe un cuerpo común de especialistas, ni existen grupos que retomen y avancen las producciones hechas por otros compañeros anteriormente.

Azcárate (1993) aseguraba que las cosas no funcionaban, que no se conseguía enseñar matemáticas y como consecuencia que los alumnos no aprendían. Había una cierta conciencia de fracaso y esto llevó a que los profesores se organizaran y plantearan proyectos innovadores o experimentos relacionados con la reforma educativa o con problemas de intervención en el aula.

Rico y Sierra (1994) comentan que la historia de la educación matemática en España hubiera sido muy diferente sin la presencia activa, desbordante y, a veces, provocadora de los grupos de innovación a finales de los 70.

En 1983 se aprueba la Ley de Reforma Universitaria en la cual se reconoce la existencia de un área de conocimiento llamada “Didáctica de las Matemáticas”.

En la década de los 90, esta área adquiere un mayor protagonismo en la realización y dirección de las tesis y en el desarrollo de proyectos de investigación regionales y nacionales, sobre temas específicos de la educación matemática.

## **2.1. TENDENCIAS ACTUALES EN LA DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS**

Una investigación realizada en la Universidad Iberoamericana (Ciudad de México) en 2008 por Marisol Silva Laya, Gustavo Saldaña, Martha Chicharro, Olga Santillán y Linda Vázquez estudió las formas actuales de enseñar matemáticas:

### **2.1.1 La educación matemática como proceso de “inculturación”**

La educación matemática se debe concebir como un proceso de inmersión en las formas propias de proceder del ambiente matemático, a la manera en que el aprendiz de artista va siendo imbuido, como por ósmosis, en la forma peculiar de ver las cosas características de la escuela en la que se entronca. Esta idea tiene profundas repercusiones en la manera de enfocar la enseñanza y aprendizaje de la matemática (De Guzmán, 2007, pp. 25-26).

Esto pasa por centrar el interés en los procesos del pensamiento matemático. Una de las tendencias generales más difundida hoy consiste más en el hincapié en la transmisión de los procesos de pensamiento propios de la matemática que en la mera transferencia de contenidos. La matemática es, sobre todo, saber hacer, es una ciencia en la que el método claramente predomina sobre el contenido. Por ello, se concede una gran importancia al estudio de las cuestiones, en buena parte colindantes con la psicología cognitiva, que se refieren a los procesos mentales de resolución de problemas. Este enfoque de enseñanza de las matemáticas debiera estar presente en las diversas actividades y situaciones didácticas que se presentan en la escuela.

### **2.1.2 La resolución de problemas**

De acuerdo con los recientes aportes de modelos epistemológicos constructivistas, la resolución de problemas constituye una actividad privilegiada para introducir a los estudiantes en las formas propias del quehacer de las matemáticas. Lograr que los alumnos desarrollen estructuras de pensamiento que le permitan matematizar; es una de las principales metas de la enseñanza matemática actual. Según Alsina (2007) esta actividad central en el campo que nos ocupa remite a trabajar la realidad a través de ideas y conceptos matemáticos, debiéndose realizar dicho trabajo en dos direcciones opuestas: a partir del contexto deben crearse esquemas, formular y visualizar los problemas, descubrir relaciones y regularidades, hallar semejanzas con otros problemas,

y trabajando entonces matemáticamente, hallar soluciones y propuestas que necesariamente deben volverse a proyectar en la realidad para analizar su validez y significado.

En tal sentido, De Guzmán (2007) afirma que la resolución de problemas tiene la intención de transmitir, de una manera sistemática, los procesos de pensamiento eficaces en la resolución de verdaderos problemas. Por medio de este método, el alumno podrá manipular objetos matemáticos, activará su capacidad mental, ejercitará su creatividad, hará metacognición (reflexión sobre su propio aprendizaje), se divertirá, se preparará para otros problemas y muy importante, podrá adquirir confianza en sí mismo. No obstante, es importante aclarar el sentido de esta estrategia ya que la resolución de problemas tiene múltiples usos e interpretaciones que pueden llegar a ser contradictoria. Vilanova et al (2001) descubre por lo menos tres aproximaciones:

- a) La resolución como contexto: donde los problemas son utilizados como vehículos al servicio de otros objetivos curriculares, como una justificación para enseñar, motivar o desarrollar actividades. Ello implica una interpretación y aplicación mínima.
- b) Resolver problemas para el desarrollo de habilidades: propuesta que invita a la resolución de problemas no rutinarios, para el logro de una habilidad de nivel superior, adquirida luego de haber resuelto problemas rutinarios. En fin, las técnicas de resolución de problemas son enseñadas como un contenido, con problemas de práctica relacionados, para que las técnicas puedan ser dominadas.
- c) Resolver problemas como sinónimo de "hacer matemática": la estrategia asume que el trabajo de los matemáticos es resolver problemas y que la matemática realmente consiste en visualizar problemas y soluciones. El matemático más conocido que sostiene esta idea de la actividad matemática es Polya, quien a través del libro "How to solve it" (1954), introduce el término "heurística" para describir el arte de la resolución de problemas.

Por su parte, Alsina (2007) hace una revisión del manejo de situaciones problemáticas que manejan las escuelas y observa que es común que los profesores trabajen con matemáticas exponiendo el contenido, dando ejemplos sencillos, después haciendo ejercicios sencillos y luego complicados, para que al final, se presente un problema. Por el contrario, actualmente se recomienda plantear situaciones problemáticas desde el

principio, para activar el interés y la mente del estudiante. Además agrega que los problemas deben tener ciertas características que permiten u obstaculizan el aprendizaje. Esta tendencia coincide con la tercera situación descrita por Vilanova (2001), es decir la resolución de problemas como sinónimo de hacer matemáticas. Para matematizar, es necesario trabajar a partir de la realidad para dar significado a las situaciones, apoyados de los conceptos, esquemas y relaciones matemáticas. En este sentido, retoma la heurística como el método de acercamiento a la realidad con una estructura matemática.

Para Polya (1965, p. 102) la heurística trata de comprender el método que conduce a la solución de problemas, en particular las operaciones mentales típicamente útiles en este proceso. Agrega que la heurística tiende a la generalidad, al estudio de los métodos, independientemente de la cuestión tratada y se aplica a problemas de todo tipo. Podemos entender la heurística o las heurísticas como las acciones que pueden resultar de utilidad para resolver problemas. En este sentido, recomendaba, por ejemplo, hacer dibujos para ilustrar los datos, condiciones y relaciones de la situación problemática. Según Polya (1965), para resolver un problema se necesita:

- a) Comprender el problema: ¿cuál es la incógnita?, ¿cuáles son los datos y las condiciones?
- b) Concebir un plan: ¿conoce un problema relacionado con éste?, ¿conoce algún teorema que le pueda ser útil?, ¿podría enunciar el problema de otra forma?, ¿ha empleado todos los datos?
- c) Ejecución del plan: comprobar cada uno de los pasos, ¿puede usted ver que el paso es correcto?
- d) Visión retrospectiva: verificar el resultado.

Con el fin de profundizar y aclarar las ventajas que ofrece esta estrategia en la enseñanza de las matemáticas conviene tener en cuenta el señalamiento que hace Schoenfeld acerca de que las heurísticas tal como las propone Polya pueden ser muy generales y que prácticamente cada problema podría requerir ciertas heurísticas específicas (Barrantes, 2006). Schoenfeld (citado en Barrantes 2006 y Vilanova et al, 2001) además de las heurísticas, propone tomar en cuenta otros factores tales como:

- 1) Recursos: son los conocimientos previos que posee la persona, se refiere entre otros a conceptos, fórmulas, algoritmos, y en general todas las nociones que se considere necesario saber para enfrentar un problema. Un



elemento clave a tener presente es el de ver si el estudiante tiene ciertos estereotipos o recursos defectuosos o mal aprendidos.

- 2) Control: que el alumno controle su proceso entendiendo de qué trata el problema, considere varias formas de solución, seleccione una específica, monitoree su proceso para verificar su utilidad y revise que sea la estrategia adecuada.
- 3) Sistema de creencias: las creencias van a afectar la forma en la que el alumno se enfrenta a un problema matemático. Schoenfeld plantea una serie de creencias sobre la matemática que tiene el estudiante:
  - Los problemas matemáticos tienen una y solo una respuesta correcta.
  - Existe una única manera correcta para resolver cualquier problema, usualmente es la regla que el profesor dio en la clase.
  - Los estudiantes corrientes no pueden esperar entender matemáticas, simplemente esperan memorizarla y aplicarla cuando la hayan aprendido mecánicamente. Esta creencia se ve con bastante frecuencia.
  - La Matemática es una actividad solitaria realizada por individuos en aislamiento, no hay nada de trabajo en grupo.
  - Los estudiantes que han entendido las matemáticas que han estudiado podrán resolver cualquier problema que se les asigne en cinco minutos o menos.
  - Las matemáticas aprendidas en la escuela tiene poco o nada que ver con el mundo real (Barrentos, 2006).

Es necesario tener en cuenta este elemento para entender cómo los alumnos perciben las situaciones matemáticas. También para entender qué tipo de argumentación matemática pueden utilizar. Así se puede pensar en dar alternativas de solución o de respuesta. También las creencias del profesor y de la sociedad juegan un papel decisivo en la enseñanza y sus resultados.

Esta breve revisión nos permite confirmar que esta estrategia cuando es cuidadosamente concebida y planeada ofrece un ámbito fructífero para adentrar a los estudiantes en los procesos de pensamiento matemático.

## **2.2 ANTECEDENTES**

### **2.2.1 La propuesta de Polya**

George Polya, mencionado anteriormente, (1887-1985) en sus estudios *Matemática y razonamiento plausible* (1981) estuvo interesado en el proceso de descubrimiento. Para entender una teoría, se debe saber cómo fue descubierta. En su enseñanza daba más importancia al descubrimiento que al desarrollo correcto. Propuso un método de cuatro pasos para resolver problemas matemáticos. Los pasos son:

1. Comprender el problema.
2. Crear un plan.
3. Ejecutar el plan.
4. Mirar hacia atrás.

A pesar de que su libro fue escrito en 1957, su reflexión y su propuesta siguen siendo vigentes.

Asimismo se le atribuye a Polya cuatro libertades en clase, que se consideran de vital importancia para crear un buen clima en el aula. Estas libertades son:

1. La libertad de cometer errores. Todos cometemos errores, por ello es importante animar a los alumnos, que participen y tengan confianza. Llegará un momento en que sean capaces de resolver problemas a la primera.
2. La libertad de hacer preguntas. Las preguntas de los alumnos nos ayudan a determinar dónde están y a evaluar nuestra propia capacidad docente.
3. La libertad de pensar por uno mismo. Tienen que buscar sus propias soluciones, hay que dar a los alumnos la satisfacción de llegar a la meta: la solución.
4. La libertad de elegir su propio método de resolución. Cada niño tiene una forma diferente de pensar, y por tanto diferentes caminos para llegar a la solución.

### **2.2.2 K. Stacey y S. Groves**

En su libro *Resolver problemas: estrategias* plantean unidades para desarrollar el razonamiento matemático en el nivel de educación secundaria. Plantean unas pautas para guiar a los profesores y a los alumnos en el proceso de enseñanza-aprendizaje de problemas. Las pautas son las siguientes:

1. Léelo. Trata de entenderlo bien.

2. Escribe lo que haces.
3. Trabaja sistemáticamente
4. Usa algo que te ayude.
5. Busca y explota regularidades.
6. Usa el ensayo y error.
7. Desarrolla un buen sistema de registro.
8. Explica lo que has hecho.
9. Comprueba tu trabajo.
10. Generaliza tu trabajo.

Estas pautas han sido diseñadas para ofrecer a los alumnos la posibilidad de abordar problemas, permitir que se sumerjan en ellos y que con una gran variedad de estrategias puedan buscar la forma más adecuada de resolver el problema.

### **2.2.3 José Antonio Fernández Bravo**

Se interesó por las dificultades relacionadas con las matemáticas cuando fue consciente del fracaso escolar en la resolución de problemas. Observó y analizó los datos recogidos y revelaron que no se aplicaba de forma correcta los conocimientos aprendidos.

José Antonio dialogó con diferentes profesores sobre esta problemática y emprendió un camino de investigación sobre la base de escuchar al niño para comprenderle, no para juzgarle.

Busca enseñar a pensar a los alumnos para ser capaces de resolver problemas matemáticos. Da más importancia a la búsqueda de técnicas para entender y comprender los procesos matemáticos que a resolver algoritmos de forma sistemática.

En su libro *Técnicas creativas para la resolución de problemas matemáticos* (2000) nos muestra las dificultades y errores más frecuentes en los alumnos y propone alternativas para evitarlos.

### **2.2.4 El informe PISA**

El informe PISA es una prueba internacional que se realiza en 65 países y sirve para evaluar las competencias de los alumnos de 15 años en tres asignaturas, que son: matemáticas, lectura y ciencias.

En el último informe PISA (año 2012) las matemáticas fueron el área que tuvo mayor relevancia y de nuevo pone a España en el punto de mira de los malos resultados obtenidos por los alumnos en esta asignatura. Nuestra Comunidad Autónoma, no es la peor valorada, no obstante los resultados no son satisfactorios.

El director del informe PISA pide más autonomía para los profesores españoles. El Sr. Andreas Schleider, considera que el profesorado español necesita más autonomía en la docencia y trabajar más en colaboración con los compañeros como uno de los factores que ayuden a que el rendimiento académico del sistema educativo español deje de estar estancado. El modelo educativo español es muy prescriptivo, puesto que el Ministerio de Educación es quien principalmente establece los contenidos, pero al profesorado se le priva de ser dueños de su profesión. El profesorado debe disponer de ese grado de autonomía e independencia que le permitan progresar dentro de su profesión y contribuir al desarrollo del currículum que para cada nivel se establezca.

# CAPÍTULO III: METODOLOGÍA

## 3.1 ESTUDIO PREVIO DEL ALUMNADO

En el periodo de prácticas se realizó una pequeña intervención educativa con una duración de tres sesiones de una hora en alumnos de 5º curso de Educación Primaria pertenecientes a un colegio concertado situado en el centro de Valladolid, al que acudían alumnos de clase socio-económica media-alta.

Como se ha mencionado en la introducción, a continuación se van a explicar algunas características generales que tienen estos alumnos.

La intervención y propuestas de intervención están diseñadas para alumnos de quinto de educación primaria de un colegio de línea tres, por lo tanto están pensadas para tres clases diferentes.

En dos de estas clases hay 25 alumnos y en la otra 24. Todos ellos de nacionalidad española.

En las tres clases existe gran diversidad en el alumnado. Hay algunos alumnos que destacan notablemente por encima de sus compañeros y otros que por el contrario se quedan atrás.

Un aspecto que se ha observado es la competitividad que existe entre algunos alumnos. Es un valor negativo, pero en este caso puede ser favorable, porque puede provocar que los niños “se piquen” entre ellos y pongan más interés en los problemas.

Otro aspecto que se ha visto es la dependencia que tienen del profesorado. Necesitan indicaciones para realizar cualquier tipo de actividad.

En general son grupos con los que se trabaja muy bien, porque los alumnos participan constantemente en cualquier tipo de actividad. Tienen muy buena disposición.

## 3.2 DISEÑO METODOLÓGICO

La intervención se realizó en una muestra de 74 alumnos, ya que si los resultados eran positivos se pretendía que sirviera para todos los alumnos, no solo para un grupo.

Durante la primera sesión se hizo una evaluación inicial. Una prueba (anexo I) de problemas sobre el último tema dado (los ángulos) sin realizar ninguna preparación previa de la resolución de problemas. Los alumnos conocían las operaciones que tenían que realizar, pero no habían resuelto ningún problema de esta unidad.

A continuación se observaron los resultados y se extrajeron las siguientes conclusiones:

- Hay individuos que tienen más capacidad para resolver problemas que otros de su misma edad y formación.
- Hay individuos que necesitan una preparación previa.

### **3.2.1 Valoración cualitativa de la primera resolución sin intervención**

- Los alumnos no escriben los pasos que siguen para resolver los problemas.
- Los alumnos no simbolizan, ni dibujan nada de los problemas.
- Los alumnos no estructuran los problemas.

En la segunda sesión se explicaron las pautas para la resolución de problemas según el método de Polya.

Es ya clásica, y bien conocida, la formulación que hizo Polya (1945) de las cuatro fases esenciales para la resolución de un problema, que constituyen el punto de arranque de todos los estudios posteriores:

#### **1. Comprender el problema.**

Parece, a veces, innecesaria, sobre todo en contextos escolares; pero es de una importancia capital, sobre todo cuando los problemas a resolver no son de formulación estrictamente matemática. Entender el problema que se tiene que abordar es la tarea más difícil, resulta por ello de gran importancia orientar a los alumnos en el proceso.

- Se debe leer el enunciado despacio.
- ¿Cuáles son los datos? (lo que conocemos).
- ¿Cuáles son las incógnitas? (lo que buscamos).
- Hay que tratar de encontrar la relación entre los datos y las incógnitas.
- Si se puede, se debe hacer un esquema o dibujo de la situación.

#### **2. Trazar un plan para resolverlo.**

Hay que plantearla de una manera flexible y recursiva, alejada del mecanicismo.

- ¿Este problema es parecido a otros que ya conocemos?
- ¿Se puede plantear el problema de otra forma?
- Imaginar un problema parecido pero más sencillo.
- Suponer que el problema ya está resuelto; ¿cómo se relaciona la situación de llegada con la de partida?
- ¿Se utilizan todos los datos cuando se hace el plan?

### 3. Poner en práctica el plan.

También hay que plantearla de una manera flexible y recursiva, alejada del mecanicismo. Y tener en cuenta que el pensamiento no es lineal, que hay saltos continuos entre el diseño del plan y su puesta en práctica.

- Al ejecutar el plan se debe comprobar cada uno de los pasos.
- ¿Se puede ver claramente que cada paso es correcto?
- Antes de hacer algo se debe pensar: ¿qué se consigue con esto?
- Se debe acompañar cada operación matemática de una explicación contando lo que se hace y para qué se hace.
- Cuando se tropieza con alguna dificultad que nos deja bloqueados, se debe volver al principio, reordenar las ideas y probar de nuevo.

### 4. Comprobar los resultados.

Es la más importante en la vida diaria, porque supone la confrontación con contexto del resultado obtenido por el modelo del problema que hemos realizado, y su contraste con la realidad que queríamos resolver.

- Leer de nuevo el enunciado y comprobar que lo que se pedía es lo que se ha averiguado.
- Debemos fijarnos en la solución. ¿Parece lógicamente posible?
- ¿Se puede comprobar la solución?
- ¿Hay algún otro modo de resolver el problema?
- ¿Se puede hallar alguna otra solución?
- Se debe acompañar la solución de una explicación que indique claramente lo que se ha hallado.
- Se debe utilizar el resultado obtenido y el proceso seguido para formular y plantear nuevos problemas.

Hay que pensar que no basta con conocer técnicas de resolución de problemas: se pueden conocer muchos métodos pero no cuál aplicar en un caso concreto. Por lo tanto hay que enseñar también a los alumnos a utilizar los instrumentos que conozcan, con lo que nos encontramos en un nivel meta-cognitivo, que es donde parece que se sitúa la diferencia entre quienes resuelven bien problemas y los demás.

Después de la explicación teórica se hizo nuevamente en clase de forma grupal el examen que habían hecho en la primera sesión utilizando este método.

En la tercera y última sesión se plantearon nuevos problemas (anexo II) para que los alumnos los resolvieran siguiendo el método de Polya.

Al observar los resultados se extrajo la siguiente conclusión:

- Una sesión de preparación no era suficiente para obtener los resultados esperados. La muestra en general mejoró, sin embargo analizando de manera individual hubo individuos que mejoraron, individuos que se quedaron igual e individuos que empeoraron con respecto a la primera evaluación.

### 3.2.2 Valoración cualitativa de la segunda resolución previa intervención

- Algunos alumnos escribían los pasos que seguían para resolver los problemas.
- Varios alumnos simbolizaron o dibujaron algo que consideraban significativo de los problemas.
- Algunos alumnos estructuraron los problemas.

### 3.2.3 Cronograma

El siguiente cuadro muestra el orden, la fecha y el horario en la que se realizó la intervención educativa.

ACTIVIDAD	CURSO Y FECHA DE REALIZACIÓN		
	5ºA	5ºB	5ºC
PRIMERA SESIÓN	28/04/2014 11:30-12:30	28/04/2014 10:00-11:00	28/04/2014 9:00-10:00
SEGUNDA SESIÓN	29/04/2014 10:00-11:00	29/04/2014 9:00-10:00	29/04/2014 11:30-12:30
TERCERA SESIÓN	02/05/2014 9:00-10:00	30/04/2014 9:00-10:00	30/04/2014 10:00-11:00



### **3.2.4 Obstáculos**

El principal obstáculo que hubo durante esta intervención fue la falta de tiempo. Solamente se podía realizar en tres sesiones, ya que había más unidades didácticas preparadas. Tres sesiones no eran suficientes ya que en dos de ellas no se intervino, en una porque era la evaluación inicial y en otra porque era la evaluación final, de modo que se redujo a una única intervención. Lo ideal hubiera sido realizar al menos cuatro sesiones de preparación.

Otro obstáculo que se encontró fue la elección de los problemas. Al elegir problemas surge la esperanza, y a la vez la duda de si serán lo suficientemente motivadores para los alumnos. Es cierto que lo que puede motivar a un grupo de alumnos del mismo modo puede desmotivar a otro.

## **3.3 RECURSOS MATERIALES Y HUMANOS**

Los recursos materiales necesarios son elementos disponibles en la vida diaria dentro de un aula por alumnado y profesorado: lapicero, bolígrafo, hojas...

Recursos humanos: un profesor que quiera y pueda, es decir, un profesor que esté motivado en la profesión o que sea responsable en sus cometidos y a la vez que disponga de las aptitudes pedagógicas que su aplicación exija. Esta circunstancia se actualiza mediante la formación continua, acción que en el profesorado no debe faltar.

Alumnado que se comprometa en su desarrollo personal, dado que en estos momentos el alumnado tiene unas edades difíciles, este proceso debe ser integrado de forma indirecta potenciando sus cualidades de relación para interactuar y presentando el aprendizaje como un juego en el que se divierten.

## **3.4 AUTOEVALUACIÓN**

Creo que este trabajo me ha servido para recoger una nueva experiencia en mi práctica como docente. Ha sido un trabajo sobre todo de observación y análisis.

La mayor dificultad a la que me he enfrentado a la hora de realizar esta intervención ha sido no poder realizar lo que en un primer momento había planteado. Esto me hizo tener que empezar prácticamente de cero y volver a replantearme todo el trabajo.

Por otro lado tengo que destacar como algo positivo mi capacidad para adaptarme a los cambios y poder plantear y poner en práctica una nueva intervención en muy poco tiempo. Es cierto que no ha sido todo lo dinámica que yo quería y posiblemente ha sido mucho menos atractiva y motivadora para los alumnos de lo que podría haber sido la primera propuesta. Sin embargo, creo que conseguí mantener muy bien su atención y me atrevo a decir que habrá algunos alumnos que sigan utilizando estas técnicas para resolver problemas. Otros no, ya que ni siquiera les dio tiempo a asimilarlo y vuelvo a decir que una sesión no es suficiente.

# CAPÍTULO IV: CONTEXTO

## 4.1 INICIATIVAS ANTERIORES

Investigaciones recientes muestran que el conocimiento conceptual y procedimental se desarrollan mano a mano, este hecho nos aconseja aplicar a la resolución de problemas una metodología activa, entendiendo esta como participación activa de los componentes de la enseñanza-aprendizaje contenidos (aplicables a la vida real), profesorado motivado y en permanente formación continua y alumnado comprometido en su desarrollo personal sabiendo que le capacita para la vida de adulto.

Mi idea inicial era realizar un estudio con un enfoque mixto, cualitativo y cuantitativo, propio de las ciencias sociales. El enfoque cualitativo permitiría analizar la manera en la que se ponen en práctica las orientaciones pedagógicas de los Medios Masivos de Comunicación (a partir de aquí, MMC) para estimular el aprendizaje de las matemáticas e identificar mediante la observación en clase, los factores que facilitan u obstaculizan su ejecución, con el interés de conocer la realidad cotidiana del empleo de los materiales del MMC en clase; es decir, conocer in situ los procesos mediante los cuales se lleva a cabo la implementación del MMC.

El enfoque cuantitativo, permitiría valorar el logro educativo y el desempeño en el área de matemáticas de la población objeto de estudio, con el fin de conocer las generalidades y particularidades de las distintas dimensiones que componen el esquema analítico del estudio. Se hubiera buscado describir la población estudiada en sus dimensiones generales y las relaciones entre las variables seleccionadas.

La integración de ambos enfoques habría permitido describir y explicar los procesos de implementación del MMC, y valorar la contribución de este en el aprendizaje de las matemáticas.

Mi propuesta planteaba la utilización de una metodología basada en la participación activa del alumno, aprovechando las TIC y la importancia que para ellos tienen las redes sociales así como proponer la inclusión de una nueva figura docente como es el tutor/profesor “online”.

Por motivos externos, la maestra no lo consideró oportuno, no se pudo llevar a cabo esta propuesta inicial por lo que se tuvieron que buscar alternativas y adaptarse a las oportunidades que se tenían.

No obstante, se creó material para realizar esta propuesta: una página web.

<http://laugs22.wix.com/problemas> (Anexo III).

La página era el medio transmisor, es decir, estaba pensada para que los alumnos tuvieran acceso a los problemas desde casa. La idea era plantear tres o cuatro problemas cada semana, por ejemplo los viernes, y dar de plazo hasta el viernes siguiente para realizarlos, siguiendo los pasos que se han dado previamente en clase (método Polya). Las soluciones de los problemas serían enviadas por correo y en el aula se colocaría una lista de los alumnos donde aparecerían las puntuaciones obtenidas en la resolución. Los problemas se corregirían también en el aula para que fueran conscientes de sus propios fallos.

## **4.2 PROPUESTAS FUTURAS**

### **4.2.1 Propuestas con respecto a la iniciativa anterior**

Dado que mi primera propuesta no se pudo realizar tengo algunas ideas para hacer siguiendo con ella, tales como:

- Crear redes y disponer de herramientas online. No es necesario crear una página web, ni un blog, se pueden utilizar algunas ya hechas. Asimismo existen plataformas con las que se pueden crear aplicaciones para resolver problemas planteándolos como un juego, para móviles como Goodbarber, que se pueden utilizar en ios y android sin necesidad de conocer lenguaje de programación C. Es una forma fácil de crear lo que se necesita.
- Asegurar la comunicación entre el alumnado y profesorado fuera del colegio a través del uso de las TIC. Las TIC están a la orden del día. Utilizarlas para la educación favorece la motivación y fomenta la comunicación.
- Garantizar el uso de un método adecuado y una metodología que asegure la consecución de resultados, estos son:

- Plantear problemas y explicar su utilidad en la vida. Las cosas pierden interés cuando no se sabe para qué sirven.
  - Dejar que ellos interactúen (sin ayuda de los padres). Favorece la autonomía creando alumnos más independientes.
  - Vigilar el proceso para que caminen en buena dirección y actuar cuando proceda. Si estamos siempre encima de ellos no aprenden a hacerlo solos.
  - Dejar que se equivoquen alguna vez (ensayo-error). Tienen que aprender que no pasa nada por fallar, que todos nos podemos equivocar.
  - Cuando se atasquen actuar proponiendo “un camino a seguir” y dejar que descubran. No hay que darles la solución, sino guiarles para ellos puedan llegar a ella.
- Utilizar durante todo el proceso un lenguaje adecuado y entendible por el alumnado. Hay que ir introduciendo nuevos términos poco a poco. Si se hace de golpe provoca que no entiendan lo que se les dice.

Este modelo permite rescatar el componente lúdico de las matemáticas a lo largo de todo su aprendizaje, al mismo tiempo que mantiene constantemente la motivación a través del reto que genera, y la satisfacción del logro. Se establece una situación de competencia con uno mismo, para encontrar mejores formas de llegar a los resultados correctos. Además de que siempre es posible encontrar un mayor grado de dificultad en las operaciones y problemas matemáticos.

Es muy importante despertar el interés de los alumnos y motivarles. Por ello, hay que observarlos, fijarse en sus gustos, en sus preocupaciones,...

Observando a grupo concreto de niños de 5º de primaria y se llegó a la conclusión de que de cara al verano su interés máximo son las fiestas de los pueblos, y su mayor preocupación el local en el que harán peña. Por todo esto se creó un problema pensado para ellos:

Este año tenemos un local diferente para hacer peña. Es más pequeño que el del año pasado y no sabemos si nos van a caber todos los muebles. Solamente podemos hacer un viaje en furgoneta por lo que tenemos que elegir bien lo que queremos llevar, porque si nos confundimos tendríamos que cargar con los muebles a cuestas. ¿Qué muebles cargarías en la furgoneta?

En el anexo IV hay una plantilla de los muebles y del local con las dimensiones de cada objeto. Los muebles tienen la medida en centímetros y el local en metros, por lo que tendrán que pasarlo todo a la misma unidad. Es un problema que puede dar muchas posibilidades: se puede mandar a los niños calcular el área de cada objeto, pueden trabajar la geometría dibujando los objetos a escala, recortar, probar todas las combinaciones posibles, entrenar la inteligencia espacial,... No hay una única solución. Sin embargo, es una forma lúdica para que los niños vean la utilidad de las matemáticas en su día a día.

#### **4.2.2 Propuesta con respecto a la intervención realizada**

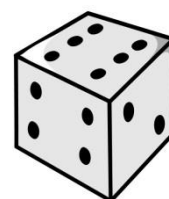
En cuanto a la intervención que se realizó propongo hacer más sesiones, al menos cuatro de preparación. En la primera sesión se realizó una evaluación inicial. En la segunda una preparación teórica y una parte práctica. En la tercera, cuarta y quinta sesión se podría dejar un tiempo para que los alumnos hagan problemas (la mitad de la clase, media hora), pero que sean ellos quienes elijan el tipo de problema que quieren hacer. Es decir, se dividirían los problemas en tres grupos de dificultad (Anexo V) y que ellos mismos decidan qué tipo de problema quieren o pueden resolver. Y la última parte de clase se dedicaría a corregir esos problemas. No importa que cada alumno tenga unos problemas diferentes. Viendo la resolución de otros problemas se pueden dar cuenta de sus propios errores. Si después de estas sesiones se realizara otra prueba de evaluación es muy probable que los resultados sean mejores que los obtenidos.

Otra propuesta que se puede sugerir es la realización o resolución de problemas por el método Polya en el aula, no de manera individual como en la propuesta anterior, si no de forma global. El profesor plantea un problema motivador, cercano a los alumnos y lo resuelven de manera conjunta.

A continuación se plantean unos problemas y la forma en que se podrían resolver en clase:

1. ¿Cuánto suman los puntos de 10 dados?

El primer paso es comprender el problema. Este es posiblemente el paso más importante. Para ayudarnos a entenderle podemos hacer un esquema o un dibujo. Pensar cómo es un dado y cuántos puntos tiene. Un dado es un cubo,



por lo que tiene 6 caras. En cada una de sus caras hay una serie de puntos que van desde el 1 hasta el 6.

El segundo paso es trazar un plan para resolverlo. A priori parece complicado, por ello, pensamos en un problema similar pero más fácil. Por ejemplo ¿Cuánto suman los puntos de un dado?

Y rápidamente se nos ocurre como calcularlo:

$1+2+3+4+5+6=21$  suman los puntos de un dado.

El tercer paso es ejecutar un plan. Pensamos y nos damos cuenta de que los puntos de 10 dados se pueden calcular multiplicando los puntos de un dado por 10.

Si los puntos de un dado suman 21, los puntos de 10 sumarán:

$21 \times 10 = 210$  suman los puntos de 10 dados.

El cuarto y último paso es comprobar los resultados. Volvemos a leer el enunciado del problema y comprobamos que lo que se pide en el problema es lo que se ha averiguado. ¿La solución parece lógica? Si nos hubiera dado 18, ¿la solución sería lógica? No, porque los puntos de un solo dado suma 21, por lo tanto nuestra solución de 210 es lógica.

2. ¿Cuántos cuadrados puedes contar en este dibujo?



El primer paso es comprender el problema. Tenemos un cuadrado de 4 x 4, por lo tanto si multiplicamos el número de filas por el número de columnas podremos calcular los

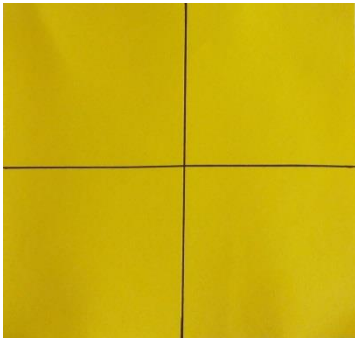
cuadrados. Pero nos damos cuenta de que hay más cuadrados que se forman uniendo otros más pequeños.

El segundo paso es trazar un plan para resolverlo. Imaginamos un problema parecido pero más sencillo.



Aquí tenemos un cuadrado de 3 x 3.

Imaginamos otro caso más sencillo aún.



Un cuadrado de 2 x 2. Resolvemos el problema.

Hay 4 cuadrado pequeños de 1 x 1 y uniendo los 4 pequeños se forma otro más grande. Por lo tanto tenemos  $4+1=5$  cuadrados.

Ahora pensamos en el cuadrado de 3 x 3. Hay 9 cuadrados interiores de 1 x 1. Uniendo los cuadrados interiores de 2 x 2 hay 4 cuadrados más. Y hay otro cuadrado exterior de 3 x 3.

$9+4+1=14$  cuadrados.

El tercer paso es poner en práctica el plan.

Llegados a este punto ya nos vemos capaces de resolver el problema inicial. Empezamos a contar. Hay 16 cuadrados interiores de 1 x 1. Contamos los cuadrados de



2 x 2, en total hay 9. A continuación contamos los de 3 x 3, hay 4. Y por último contamos los de 4 x 4, que hay 1.

Entonces;

$$16+9+4+1=30 \text{ cuadrados.}$$

El último paso es comprobar los resultados. Volvemos a leer el enunciado del problema para comprobar que lo que se pedía es lo que se ha averiguado. ¿La solución parece lógica? ¿Se puede comprobar? Revisamos los pasos dados para comprobar que no hemos cometido errores.

# CAPÍTULO V: EXPOSICIÓN DE RESULTADOS

Desde una perspectiva personal se considera que estos resultados no son satisfactorios. Como ya se ha comentado anteriormente los resultados mejoraron, pero no lo suficiente. Se cree que habría que realizar más sesiones, el número dependerá de la muestra.

Es evidente que hay personas que tienen más capacidad para resolver problemas que otras de su misma edad y formación. Esas personas suelen ser las que aplican (generalmente de una manera inconsciente) toda una serie de métodos y mecanismos que suelen resultar especialmente indicados para abordar los problemas. Son, los procesos que se llaman “heurísticos”: operaciones mentales que se manifiestan típicamente útiles para resolver problemas. El conocimiento y la práctica de los mismo es justamente el objeto de la resolución de problemas, y hace que sea una facultad entrenable, un apartado en el que se puede mejorar con la práctica. Pero para ello hay que conocer los procesos y se tienen que aplicar de una forma planificada, con un método.

## 5.1 ANÁLISIS DEL ALCANCE DEL TRABAJO

Al finalizar esta intervención se plantearon las siguientes cuestiones:

- ¿La propuesta responde a problemáticas específicas del campo de la educación? Sí, la resolución de problemas es una problemática, pero la intervención ha sido demasiado breve como para obtener los resultados deseados.
- ¿Guarda interés el trabajo con los intereses institucionales? Sí, ya que todo el mundo preocupado por o interesado en la educación busca el bien común.
- ¿Qué recursos humanos y materiales requiere? Requiere un maestro motivado y con ganas de atender a las necesidades de sus alumnos. Materiales en sí no requiere ninguno, los problemas utilizados pueden ser los del propio libro de texto y el método de Polya se puede encontrar fácilmente en internet.

Se considera que es una propuesta válida para realizar en cualquier centro escolar, ya que no necesita un importe económico.

### **5.1.1 Oportunidades**

Las oportunidades que da un trabajo de matemáticas son muchas, porque estamos rodeados por ellas, están por todas partes aunque a veces no nos demos cuenta.

- Extrapolar los conocimientos a otras situaciones cotidianas. Es necesario que los alumnos sepan para qué sirve lo que están aprendiendo y que puedan utilizar esos conocimientos en su día a día.
- Adquirir habilidades para realizar operaciones de forma casi innata. Saber aplicar un descuento, sumar diferentes cantidades, calcular el tiempo, son operaciones que hacemos a diario, por eso la importancia de que los alumnos adquieran destreza para realizarlas.
- Desarrollar la capacidad de pensamiento. Esto les ayuda a crear un pensamiento crítico ante situaciones de la vida.
- Generar la capacidad de pensar de forma abstracta. El razonamiento abstracto forma parte de la madurez intelectual.
- Hacer extensivo y comprensible el lenguaje universal de las matemáticas como medio de socialización. Podrían incluso interactuar con alumnos de otros países sin necesidad de conocer una misma lengua mediante el uso de las matemáticas.
- Afianzar los conocimientos de modo que nos sirvan a lo largo de toda la vida. Si un conocimiento se aprende de forma correcta nunca se olvida.
- Aplicar los resultados a nuevas líneas de investigación. Despertar su interés por las matemáticas y conseguir que quieran aprender más y más.

### **5.1.2 Limitaciones**

- Dependencia del profesorado para querer realizar este tipo de actividades. Es un hecho que existen profesores que se resisten a probar cosas nuevas.
- Partir de una motivación que se requiere en el alumnado. Si los alumnos no están motivados cualquier intervención puede resultar un auténtico fracaso.
- Resistencia a la asignatura por los antecedentes de los que parte. Hay que ver las matemáticas desde un nuevo punto de vista: las matemáticas no son difíciles ni aburridas, si no que todo lo contrario.
- Actualización de técnicas en el profesorado. Hay que buscar nuevas formas de enseñar.

- Tiempo. La obsesión por terminar entero el libro de texto impide que se dedique tiempo a otras cosas también importantes.

## **5.2 CONSIDERACIONES FINALES**

### **5.2.1 Conclusiones**

Lo que se ha pretendido en todo momento con este trabajo es buscar propuestas para una problemática existente en las aulas de Educación Primaria.

Es muy importante partir de una realidad, un centro educativo, es decir, observar primero a los alumnos y estudiar sus dificultades dado que no todos los colegios, ni todos los alumnos tienen las mismas deficiencias. En la muestra de la intervención la dificultad se encontraba en la comprensión lectora, a veces porque no entendían alguna palabra y otras porque no sabían interpretar los datos.

No se debe renunciar al método de ensayo-error. Los grandes matemáticos llegaron a probar sus teorías o teoremas a base de errores iniciales. Los niños tienen miedo a equivocarse y es fundamental quitarles ese temor. Incluso este miedo a fallar supone que algunos alumnos no participen en las sesiones. Sin embargo, en ocasiones se aprende más gracias a un fallo que a un acierto. Es necesario asegurar la participación de todos los alumnos.

Hay que potenciar la resolución de problemas no solo porque es un contenido dentro del área de matemáticas, sino también porque ayuda al desarrollo integral de los alumnos. El desarrollo integral es algo que se busca a lo largo de toda la etapa de la Educación Primaria. Saber resolver problemas matemáticos de forma satisfactoria va a ayudar a que los alumnos sepan resolver cualquier tipo de problema de su día a día. Además, desarrolla su capacidad crítica y aumenta su capacidad de análisis de datos.

Tenemos que aprender a valorar más las ventajas de las matemáticas en la vida diaria. Las matemáticas tienen un lenguaje universal, sirve como medio de comunicación. Nos pasamos la vida estudiando otros idiomas para saber comunicarnos con extranjeros pero no nos damos cuenta de que existe un lenguaje universal que todos conocemos.

### 5.2.2 Recomendaciones

El trabajo de investigación realizado, además de suponer un esfuerzo personal, ha permitido la aproximación a una realidad que en el ámbito de la enseñanza-aprendizaje supone una rémora en el ambiente escolar en su conjunto. Significa para los alumnos/as una barrera, en algunos casos, infranqueable y en otros una insatisfacción personal al no alcanzar los resultados previstos, esta insatisfacción afecta a profesores, padres y alumnos. En el trabajo, se ha propuesto aminorar los efectos que produce el aprendizaje de las matemáticas en particular en la parte que afecta a la resolución de problemas, por ello se ha enfocado y dirigido el esfuerzo a buscar estrategias de resolución de problemas. Simplificando mucho el resultado de este trabajo. Entrenar a los alumnos en métodos que hagan posible el seguimiento de una estrategia de resolución de problemas, no nos resuelve el problema, pero si embargo pone a los alumnos en el camino correcto para este fin. Por todo lo anterior se puede concluir con las siguientes recomendaciones:

- Dividir el problema en partes de forma que se empiece resolviendo lo que se sabía de antes para que en un proceso de crecimiento personal se siga el método que el profesorado proponga y se supervise. Este hecho proporciona al alumnado una satisfacción personal al creer en sí mismo.
- Intentar relacionar el problema con situaciones reales de la vida, presentes o futuras a corto plazo. De este modo el alumnado comprenderá que lo que aprende le es útil desde ya o muy pronto. Esta recomendación afecta muy positivamente en su socialización e integración en el ámbito social en el que vive.
- Adecuar el temario de las matemáticas más a lo práctico que a lo teórico para que el alumnado entienda y comprenda desde el inicio de esta disciplina la gran ayuda e interés que para ellos puede significar. Con ello conseguimos un compromiso de aprendizaje que a la vez retroalimenta al profesorado, al ver que su asignatura es querida y valorada.
- Mantener la motivación del profesorado en la docencia de una disciplina que ofrece recompensas desde el inicio de su comprensión. Este hecho es muy importante al afectar a los docentes que convencidos de la bondad de lo que hacen se estimulan a sí mismos para potenciar sus habilidades y creatividad en la

puesta al día de la estrategia y métodos que ofrecen buenos resultados académicos.

- Utilizar las TIC y sus potencialidades que son muchas y que han venido para quedarse. Esto supone un esfuerzo para el profesorado que se puede resolver con la formación continua, formación absolutamente necesaria y exigible por parte de los docentes.

# BIBLIOGRAFÍA

Anido de López, M. y Rubio Scola, H.E. (1999). Un ejemplo de aprendizaje en el sentido de Polya. Revista Latinoamericana de investigación en matemática educativa. 2(2-3), 5-17. Recuperado de: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=33520302>

Anónimo (2009). La propuesta de Polya. Recuperado el 24 de marzo de 2014 en: <http://euclides.us.es/da/apuntes/met/Polya.pdf>

Blanco, L. (2011). La investigación en Educación Matemática. Educatio Siglo XXI. 29(2), 109-128. Recuperado de: <http://edit.um.es/blog/la-revista-educatio-siglo-xxi-publica-el-vol-29-num-2-con-el-monografico-matematicas-y-su-didactica/>

Brunner, J.S., Goodnow, J.J y Austin, G.A. (1978). El proceso mental en el aprendizaje. Madrid: Narcea.

Domínguez, B. (2010). Aparición de las matemáticas. Recuperado el 13 de junio de 2014 en: <http://apariciondelasmatematicas.blogspot.com.es/>

El norte de Castilla. (2014). El director del informe PISA pide más autonomía para los profesores españoles. Recuperado el 4 de febrero de 2014 en: <http://www.elnortedecastilla.es/rc/20140203/mas-actualidad/vida-ocio/director-pisa-reclama-autonomia-201402031840.html>

Fernández Bravo, J. A. (2000). Técnicas creativas para la resolución de problemas matemáticos. Barcelona: Ciss Praxis

Ministerio de Educación, cultura y deporte. (2014). Guía para la formación de centros sobre las competencias básicas. Recuperado de: <http://anele.org/jornada-anele2014/Guia%20Ensenanza%20y%20Aprendizaje%20de%20las%20CCBB.pdf>

Murcia, J.A., (2009). Toca mates. Matemáticas y creatividad. Recuperado el 28 de mayo de 2014 en: <http://www.tocamates.com/temas/>

Polya, G. (1981). Matemática y razonamiento plausible. Madrid: Tecnos.

Rivera, J. (2013). El maestro que revoluciona la mente de sus alumnos. Recuperado el 7 de febrero de 2014 en: [http://www.bbc.co.uk/mundo/noticias/2013/11/131029\\_mexico\\_maestro\\_serjio\\_juarez\\_jrg.shtml](http://www.bbc.co.uk/mundo/noticias/2013/11/131029_mexico_maestro_serjio_juarez_jrg.shtml)

Schuman, L.S. (1989). Paradigmas y programas de investigación en el estudio de la enseñanza: una perspectiva contemporánea. Barcelona: Paidós.

Segarra, L.(2001). Juega y sorpréndete con las matemáticas. Barcelona: Círculo de lectores.

Silva Laya, M. Saldaña, G. (2008) La innovación de la enseñanza de las matemáticas en primaria: El modelo de matemáticas constructivas. Recuperado el 20 de abril de 2014 en [http://www.cimeac.com/images/documento\\_inide.pdf](http://www.cimeac.com/images/documento_inide.pdf)

Sorando Muzas, J.M. (2011). Decálogo del profesor de matemáticas. Recuperado el 17 de abril de 2014 en: [http://catedu.es/matematicas\\_mundo/TEXTOS/textos\\_Polya.htm](http://catedu.es/matematicas_mundo/TEXTOS/textos_Polya.htm)

Stacey K. , Groves S. (1999). Resolver problemas: estrategias. Madrid: Narcea.

Universidad de Valladolid (2008). Memoria de la titulación de Grado Maestro/a en Educación Primaria. Valladolid: Universidad de Valladolid. Recuperado de: <http://www.feyts.uva.es/sites/default/files/MemoriaPRIMARIA%28v4%2C230310%29.pdf>



# ANEXO I

## PROBLEMAS HOJA 1

1.- Un avión tiene que cambiar de dirección debido a una tormenta. Si tiene que girar una amplitud igual al suplementario de  $128^{\circ} 43' 22''$ , ¿con qué amplitud debe girar para evitar la tormenta?

2.- La amplitud de un ángulo formado por la suma de otros dos es de  $175^{\circ}$ . Si uno de ellos mide  $45^{\circ}$ , ¿cuánto medirá el otro?

3.- Chema juega con su peonza. Si ya ha girado  $127^{\circ} 32' 54''$ , ¿cuánto le falta para dar una vuelta completa?

4.- Para hacer un paraguas se tiene un círculo de tela, que se va a cortar en 8 piezas iguales. ¿Cuánto mide el ángulo que corresponde a cada una?

5.- En un triángulo, uno de sus ángulos mide  $117^{\circ} 34' 45''$  y otro  $38^{\circ} 59' 20''$ , ¿cuánto mide el ángulo que falta?

6.- Lucía y Juan están mirando las estrellas con su telescopio. Para localizar la estrella polar giran primero  $23^{\circ} 41' 32''$ , pero como no la ven, giran  $8^{\circ} 27' 40''$  más. ¿Qué ángulo han girado en total para encontrar la estrella?

# ANEXO II

## PROBLEMAS HOJA 2

1.- Para abrir una caja fuerte se debe girar la rueda de la puerta  $23^{\circ} 32' 23''$  a la izquierda y  $45^{\circ} 12' 36''$  a la derecha. ¿Cuántos grados, minutos y segundo menos se tiene que girar a la izquierda que a la derecha?

2.- Alex observa que el minuterero de un reloj traza un ángulo recto cada 15 minutos. ¿Qué amplitud tendrá el ángulo que traza cada 5 minutos? ¿Y cada media hora?

3.- El capitán de un barco ha ordenado a su piloto que varíe la dirección de la nave en  $45^{\circ} 23' y 50''$  hacia el este. ¿Cuántos segundos deberá el piloto girar el barco?

4.- Para evitar la colisión del satélite Hispasat con un meteorito le programaron para que girase  $23^{\circ} 16' 24''$ , pero ante la proximidad del meteorito se decidió que girase  $27^{\circ} 5' 2''$  más. ¿Cuánto giró al final el satélite para no chocar?

5.- Pablo ha dibujado un ángulo de  $185^{\circ}$  y su compañero Miguel, otro con una amplitud cinco veces menor que el de Pablo. ¿Cuánto mide el ángulo de Miguel?

6.- David y Edu han llevado media tortilla de patata para compartir en la excursión. Si el ángulo de la porción de David mide  $97^{\circ} 15'$ , ¿cuánto mide el ángulo de la porción de Edu?

# ANEXO III

## PÁGINA WEB PROBLEMAS

### Página de inicio



**Resolución de problemas**

*"Enseñar matemáticas debe ser equivalente a enseñar a resolver problemas. Estudiar matemáticas no debe ser otra cosa que pensar en la solución de problemas". Sameló (1999)*

[Inicio](#) [Problemas](#) [Contacto](#)

## Problemas

**1**

---

Para abrir una caja fuerte se debe girar la rueda de la puerta  $23^{\circ} 32' 23''$  a la izquierda y  $45^{\circ} 12' 36''$  a la derecha. ¿Cuántos grados, minutos y segundo menos se tiene que girar a la izquierda que a la derecha?

**2**

---

El lunes, Javier recorrió en bicicleta 8 km, 6 hm y 4 dam. El martes recorrió 3 km, 4 hm y 6 dam. ¿Cuántos metros recorrió Javier en total?

**3**

---

Un agricultor ha recogido entre sus dos fincas ("A" y "B") una cosecha de 84.102 kilos de manzanas. En la finca "A" ha recogido el doble que en la finca "B". ¿Cuántos kilos de manzanas ha recogido en cada finca? Representa uno de los datos con dibujo.

## Página de contacto

The image shows a web page with a colorful geometric background. On the left, the text 'Resolución de problemas' is written in large orange letters. On the right, a quote in purple reads: 'Enseñar matemáticas debe ser equivalente a enseñar a resolver problemas. Estudiar matemáticas no debe ser otra cosa que pensar en la solución de problemas'. Samoil (1999)'. Below the quote are three green buttons labeled 'Inicio', 'Problemas', and 'Contacto'. A white contact form is centered on the page, titled 'Contacto' in purple. The form includes the email address 'laugs22@gmail.com', four green input fields labeled 'Nombre', 'Email', 'Asunto', and 'Mensaje', and a blue 'Enviar' button.

**Resolución de problemas**

*"Enseñar matemáticas debe ser equivalente a enseñar a resolver problemas. Estudiar matemáticas no debe ser otra cosa que pensar en la solución de problemas". Samoil (1999)*

Inicio Problemas Contacto

### Contacto

laugs22@gmail.com

Nombre

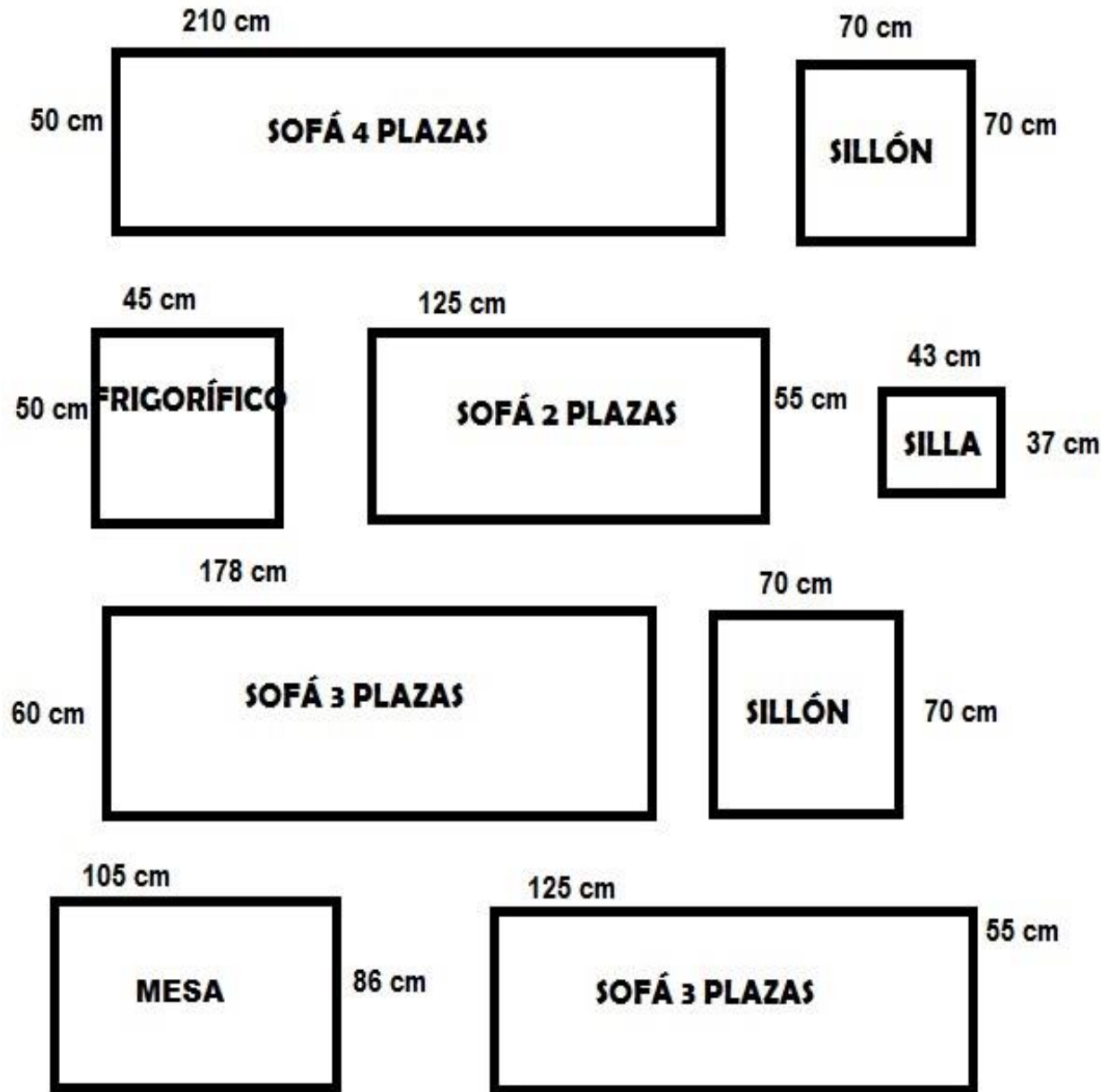
Email

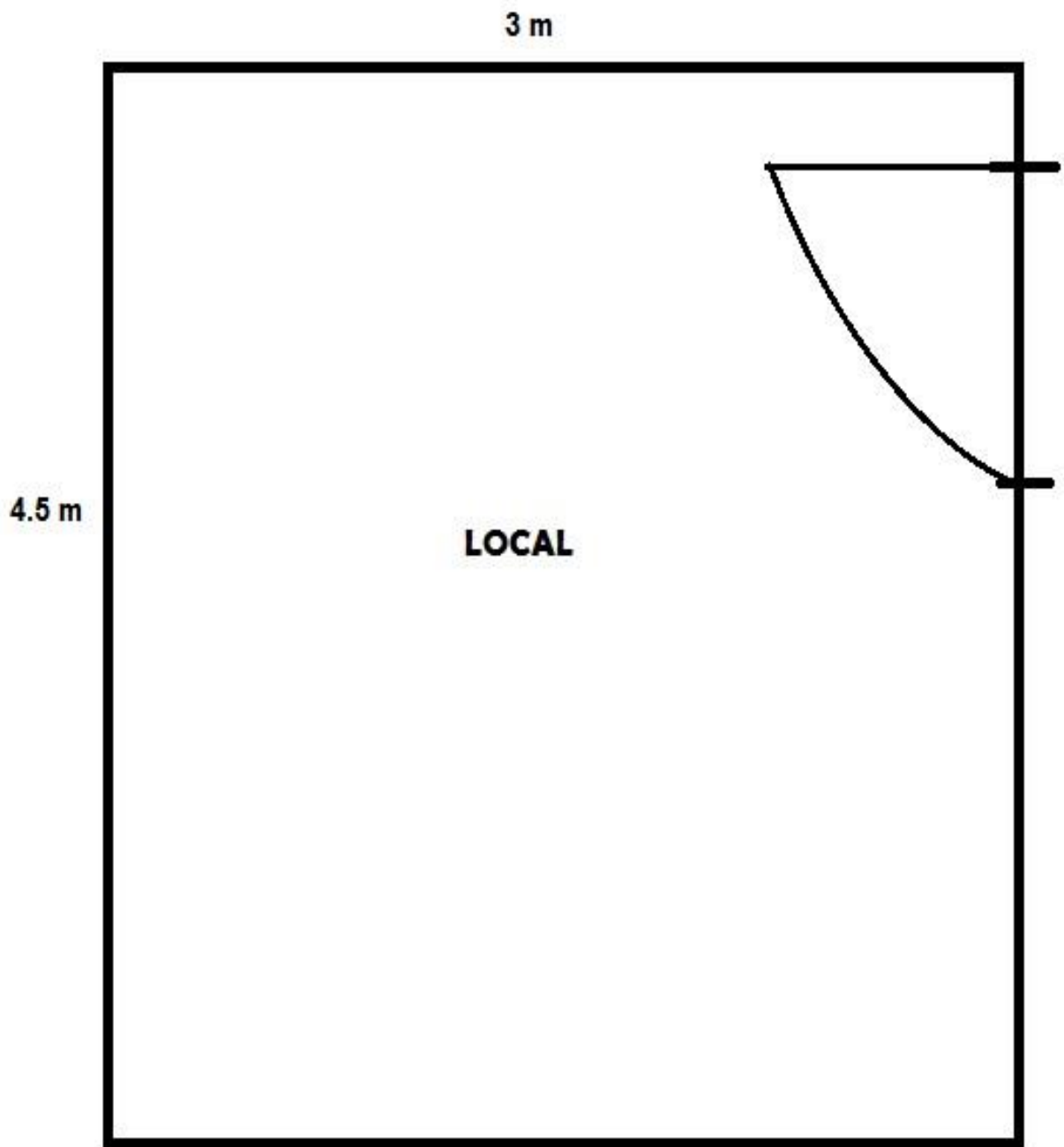
Asunto

Mensaje

Enviar

# ANEXO IV





# ANEXO V

## PROBLEMAS NIVEL 1

1. Completar los siguientes aritmogramas:

	+	5	=	7
+		+		+
6	+		=	
=		=		=
	+	9	=	

6	+		=	12
+		-		-
	+	1	=	
=		=		=
11	-		=	

	+	8	=	15
+		-		+
7	-		=	
=		=		
	+		=	16

2. Por la mañana, Álvaro bebió tres octavos de litro de zumo y por la tarde bebió dos octavos de litro. ¿Qué fracción de litro de zumo bebió Álvaro en total?

3. En un acuario hay 300 peces. El 25% son peces neón y el resto son peces ángel. ¿Cuántos peces ángel hay en el acuario?

4. Un tiiovivo da 8 vueltas por minuto. ¿Cuántas vueltas dará en 1 hora?

5. Héctor y Laura son primos. Héctor tiene 12 años y Laura tiene el triple de años que Héctor. ¿Cuántos años tiene Laura más que Jaime?

6. En el colegio de Andrés hay 400 alumnos. El 18% de los alumnos estudian informática. ¿Cuántos alumnos estudian informática?

7. Ana ha hecho 184 fotos de cocodrilos y 359 fotos de leopardos. Pedro ha hecho el doble de fotos que Ana. ¿Cuántas fotos ha hecho Pedro en total?



## PROBLEMAS NIVEL 2

1. Completar los siguientes aritmogramas:

<b>3</b>	<b>X</b>	<b>3</b>	-		=	<b>8</b>
+		+		+		+
<b>2</b>	<b>X</b>	<b>5</b>	-		=	
+		<b>X</b>		+		-
	<b>X</b>		+		=	<b>8</b>
=		=		=		=
	+	<b>8</b>	-		=	<b>8</b>

	+	<b>4</b>	-		=	<b>3</b>
<b>X</b>		+		+		
	+	<b>5</b>	:	<b>4</b>	=	<b>2</b>
:		-		-		
	+		:	<b>3</b>	=	<b>3</b>
=		=		=		=
	-		+		=	<b>3</b>

2. Pepe tiene 18 canicas y su prima Encarna tiene  $\frac{2}{3}$  de las canicas que tiene Pepe. ¿Cuántas canicas tienen en total los niños?

3. Una caja que contiene 100 tornillos iguales pesa 250 gramos. ¿Cuántos gramos pesa cada tornillo?

4. En un jardín hay plantadas un total de 500 flores. El 25% son rosas, el 60% son tulipanes y el resto son azucenas. ¿Cuántas azucenas hay plantadas en el jardín?

5. Un tren se averió y llegó a la estación con 167 minutos de retraso. ¿Cuántas horas y minutos se retrasó el tren?

6. Pablo tiene una finca en forma de hexágono regular de 15m de lado. ¿Cuánto le costará vallarla, si el metro de valla cuesta 12,50 euros?

7. Borja compra tres cuartos de kilo de peras, un cuarto de fresas y tres cuartos de uvas. ¿Qué cantidad de fruta compra en total?

8. Cada día, Pilar da un paseo de 26 hm. ¿Cuántos kilómetro recorre Pilar cada semana?

9. ¿Cuántos vasos de 2 dl se pueden llenar con el zumo de una botella de 1,8 l?

### PROBLEMAS NIVEL 3

1. Completar los siguientes aritmogramas:

5	+		+	2	=	15
x		+		+		+
	+		+	1	=	
-		-		x		-
	+	5	+		=	15
=		=		=		=
	-	15	+	15	=	15

	+	4	+	2	=	9
+		+		+		
9	+		-	3	=	7
-		-		-		
	+	5	+		=	9
=		=		=		=
10		0		3	=	7

2. Roberto tiene 124 cromos de animales, 69 cromos de plantas más que de animales y 38 cromos de monumentos más que de plantas. ¿Cuántos cromos tiene en total?

3. Para su restaurante, Ana compra una caja de naranjas de 25 kilos y otra caja de 15 kilos más que la anterior. Por las dos cajas paga un total de 8,775 euros. ¿Cuánto cuesta un kilo de naranjas?

4. Marta ha salido a correr esta mañana. Primero ha recorrido 4,5 km, después ha dado 5 vueltas a un circuito de 500m. ¿Cuántos kilómetros ha recorrido Marta en total?

5. Entre 5 amigos van a pintar una pared de 4dam de largo y 0,6 dam de alto, en partes iguales. ¿Qué área de pared tendrá que pintar cada uno?

6. Marisa tenía en su cuenta 2809 euros. Hoy ha realizado los siguientes movimientos: primero ha ingresado 348 euros, después ha sacado 126 euros y por último ha vuelto a ingresar 234 euros. ¿Cuánto dinero tiene ahora Marisa en su cuenta?

7. Lucía ha comprado 3 piezas de tela blanca de 5,5 m cada una y 2 piezas de tela azul de 3,8 m cada una. ¿Cuántos metros de tela blanca más que de tela azul ha comprado María?

8. En una estantería hay 5 botes. En cada bote hay 5 paquetes. En cada paquete hay 5 caramelos. ¿Cuántos caramelos hay en la estantería?