



Universidad de Valladolid

Grado en Educación Primaria

Trabajo Fin de Grado

**EDUCACIÓN, MÚSICA Y MATEMÁTICAS:
UN TRIÁNGULO AFINADO EN ARMONÍA**

Autor: Carlos Pérez de la Cruz

Tutora: Ana Maroto Sáez

Fecha: Junio 2013

Departamento de Didáctica de las
C. Experimentales, sociales y de la matemática

Carlos Pérez de la Cruz

RESUMEN

Establecer una relación entre la música y las matemáticas parte de un interés didáctico que busca como objetivo principal poder usar las cualidades más favorables de una de estas materias, en términos de enseñanza – aprendizaje, para ser aplicadas en la otra. Ambas pueden compartir esta simbiosis. La más buscada (no lo negamos) es aquella que permite aprovechar la buena aceptación, atractivo y motivación que ejerce la música sobre las personas, para aplicarla a la necesidad (menos atractiva) de adquirir conocimientos matemáticos.

Para muchos niños pudiera ser de gran ayuda esta relación entre las matemáticas y la música, teniendo en cuenta la dificultad que para algunos supone la disciplina matemática. Hoy tienen a su disposición ayudas pedagógicas que eran inimaginables para su generación predecesora. Estamos, por tanto, en un nuevo proceso evolutivo de la enseñanza. Quizá el más significativo y veloz que jamás haya conocido la escuela.

Contribuimos aquí, con este pequeño grano de arena, que esperamos sirva, al menos, para la reflexión y sensibilización del lector interesado.

ABSTRACT

The formation of a relationship between music and mathematics emerges from an educational initiative, whose main objective is to use the most favorable qualities of both subjects, in terms of teaching and learning, and apply them to the other subject. Both disciplines may benefit from one another. The most desired quality (we can't deny) is the popularity, attractiveness and motivation that music offers, which can be applied to the (less attractive) necessity to gain mathematic understanding.

For many children this relationship between mathematics and music could be very helpful, taking into account the difficulty which mathematics presents. Nowadays children have at their disposition educational tools that were unimaginable for prior generations. We have therefore entered a new evolutionary process in education. Perhaps the most important and the most rapid transformation that education has ever experienced.

Here we contribute a small grain of sand to this transformation, and we hope it serves to provide increasing awareness and reflection to interested readers.

PALABRAS CLAVES

Educación, enseñanza, matemáticas, música, relación, pedagogía, didáctica, aprendizaje.

KEY WORDS

Education, teaching, mathematics, music, relationship, pedagogy, didactic, learning.

ÍNDICE

- Portada, Título, Autor, Tutor.....	1
- Resumen/Abstract.	2
- Palabras Clave/Keywords	3
- Índice.....	4
1 INTRODUCCIÓN	6
2 OBJETIVOS.....	7
3 JUSTIFICACIÓN	7
4 FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA	8
4.1. ¿PORQUÉ NOS GUSTA LA MÚSICA?.....	8
4.1.1. Música y Matemáticas. Un código común	8
4.1.2. Funcionalidad de las primeras manifestaciones musicales y su reflejo hoy... 10	
4.1.3. Principios de afectividad musical.	11
- Principio de Repetición.	12
- Principio de Simultaneidad.	12
- El color de la música.	12
- La memoria.	13
4.2. RELACIÓN DE LA MÚSICA Y LAS MATEMÁTICAS	13
4.2.1. Vibración; la clave.....	13
- Vibración 1: Definición de Sonido	13
- Vibración 2: Escuela pitagórica y la armonía del universo.....	14
- Vibración 3: Notas musicales y Matemáticas	15
4.2.2. La Escala.....	16
- Escala Pentatónica.....	16
- Escala Diatónica.....	17
- Escala Natural.	18
4.2.3. El número Aureo, Número de oro, Serie Fibonacci	18
4.2.4. Simetría, Proporción, Reflexión,	20
4.2.5. Conceptos compartidos	21
4.2.6. Los seis modos rítmicos	22
4.2.7. Ritmo, melodía y su representación gráfica	24

4.3 EL CEREBRO LA MÚSICA Y LAS MATEMÁTICAS.....	25
4.3.1 El efecto Mozart.	27
5 APLICACIÓN DIDÁCTICA.....	30
5.1 PRINCIPIOS DE LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS. 30	
5.1.1. Focalización, Concentración, Abstracción, Diversificación	32
5.2 OTRAS APLICACIONES DIDACTICAS DE LA MÚSICA SOBRE LAS MATEMÁTICAS.....	35
5.2.1. La Música como Motivación.....	35
5.2.2. La Música como Recurso didáctico	36
5.2.3. La Música como Herramienta de Enseñanza-Aprendizaje.....	37
5.2.4. La Música como Terapia	37
5.2.5. La Música como Gimnasia Mental.....	37
5.3 OTROS EJERCICIOS MATEMÁTICOS COTIDIANOS.	38
CONCLUSIÓN.....	40
BIBLIOGRAFÍA Y WEBGRAFÍA.....	42

MÚSICA, EDUCACIÓN Y MATEMÁTICAS

Trabajar música es trabajar la competencia matemática.

1. INTRODUCCIÓN

Sábado, 10.30 h. de la noche. Raquel y yo asistimos a una audición. La sala cuenta con unas 100 butacas y el aforo está completo. El concierto se celebra con motivo del Día de la Mujer, por lo que en la sala hay un porcentaje mayor de mujeres que de hombres. A los 10 minutos de la hora prevista, las luces se apagan y en el escenario aparecen 4 músicos y una cantante. La voz de la vocalista es espectacular, abarcando una tesitura de más de 2 octavas. Interpretan 12 temas, de unos 5 minutos de duración cada uno. A las 12.00 h. en punto, el concierto termina.

El presente trabajo trata de 2 grandes materias y su conjunción dentro de la educación. Nos ha parecido interesante comenzar, por tanto, hablando de un concierto. Pero no es ese el punto principal de nuestra intención con esta introducción. Si el lector ha sido observador, se habrá fijado en que en este corto párrafo hay más de una decena de referencias matemáticas directas sin las que sería imposible entender la información.

Las matemáticas están presentes de forma implícita en todas las áreas de la vida y la música no es una excepción. Es más: la música es matemática pura en estado gaseoso. En todas sus características, la música encierra números, proporciones, medidas, operaciones... que son la base de su espíritu.

La relación de la música y las matemáticas es comparable a la de la materia con el átomo. El uno es una parte de aquella y aquella es en esencia lo otro.

Descubrir los entresijos de estas relaciones nos puede ayudar a enseñar a los alumnos la una, teniendo como apoyo la otra. Por poner algunos ejemplos de preguntas que trataremos de responder en el desarrollo de este trabajo, formularemos las siguientes: ¿Por qué la música nos gusta? ¿Qué hace que los sonidos se conviertan en música? ¿Todo lo que oímos es música? ¿Por qué hay sonidos disonantes y sonidos

armónicos? ¿Podemos, a través de las matemáticas, entender la música? ¿Y fabricarla?...

Sería muy amplio el campo de análisis en el que cabría movernos pues al igual que los números son infinitos, sus aplicaciones en la música pueden serlo también. Nos limitaremos, pues, a las cuestiones más sencillas a modo de iniciación; adentrándonos en un jardín pequeño pero frondoso. Las Matemáticas aportan al estudio de la música la posibilidad de contemplar y admirar una forma artística desde bastidores. Del mismo modo, la música es un elemento de atractivo y motivación que siempre es bienvenido en las clases. Un arma, que bien usada por el maestro, puede ser muy eficaz para el estudio matemático.

2. OBJETIVOS

- Comprender cómo la música y las matemáticas comparten elementos, códigos y actitudes comunes en su aprendizaje.
- Reflexionar sobre el potencial didáctico de la música para enseñar matemáticas
- Dotar de algunos recursos a los maestros para usar la música en el aula de matemáticas.
- Despertar la sensibilidad y satisfacer la curiosidad de saber cómo funcionan nuestros mecanismos cognitivos.

3. JUSTIFICACIÓN

El presente trabajo no pretende sumar nuevos descubrimientos a los grandes estudios que ya muchos autores han realizado desde la antigüedad. Recoge, sin embargo, el legado que ellos nos han dejado, para dotarlo de una perspectiva (modesta) de conjunción que resulte práctica para la didáctica. Se trata, mas bien, de concretar la experiencia acumulada y orientarla hacia el objetivo que nos hemos marcado y que es el de introducir la música y matemáticas, tomadas de la mano, en las actuales aulas de enseñanza.

Hablamos, por tanto, de música, sonidos, números, ciencia y aprendizaje. De cada punto en particular podemos encontrar numerosa bibliografía. En cuestiones matemáticas y sonoras partimos de las teorías y estudios de Euclides, Aristóteles, la escuela pitagórica y los padres del pensamiento que desde la antigüedad han asentado las bases musicales como materia estructurable y aprendible. Sobre las teorías del aprendizaje citaremos las obras de Piaget, Vigotsky, Skinner, Watson, Ausubel y otros.

Realmente se pueden encontrar numerosos estudios sobre el tema, pero ni mucho menos todo está dicho. Al contrario. Después de la realización de este trabajo podemos darnos cuenta de que esto sólo es el principio. Las nuevas formas de enseñar, la evolución de los métodos pedagógicos y sobre todo los avances tecnológicos, permiten aplicaciones musicales en el aula que antes eran impensables. Es la razón de considerar este factor como una puerta hacia la posibilidad de hacer realizable toda la teoría desarrollada al respecto en beneficio de alumnos y maestros.

4. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

4.1 ¿PORQUÉ NOS GUSTA LA MÚSICA?

“La música es el corazón de la vida. Por ella habla el amor; sin ella no hay bien posible y con ella todo es hermoso”. Franz Liszt
(1811-1886) Pianista y compositor austriaco de origen húngaro.

4.1.1. Música y Matemáticas: un código común

Las estadísticas dicen que al 85 % de la población le gusta mirar la tele. Al 98 % le gusta el chocolate. Al 70 % de la población le atrae el deporte. ¿Qué es lo que hace que algo nos resulte atractivo, agradable, grato o bello?

A los que estudiaron música cuando las definiciones había que aprendérselas de memoria, seguro que se les quedaría grabada en su mente la frase que aparecía en todos los manuales y que rezaba que “música es el arte de bien combinar el sonido y el tiempo”. Ciertamente no se me ocurre una explicación mejor.

La música, en primer lugar, es un arte (el arte de la musas). Como tal, ha de reunir los requisitos de lo que culturalmente, al menos, reconocemos por arte y que es aquello por medio de lo cual es posible percibir belleza, tristeza, alegría... en definitiva formas de expresión capaces de conmover o llegar a influir en las emociones, en el sentir, en el pensar, en el relacionarnos comunicativamente unos con otros.

Para que una comunicación se produzca, es necesario que un emisor y un receptor compartan un código común que codifique y descodifique la información que se desea compartir.

¿Qué tiene que ver esto con la música? Mucho sin duda. No en vano se afirma que la música comparte y lleva escondido un código universal capaz de ser apreciado por personas de muy diversa procedencia o condición.

Es precisamente éste misterioso elemento oculto el que nos hace percibir la expresión musical como algo bello, agradable, sensacional, magnífico, sin saber muy bien porqué.

¿Y qué tiene que ver con las matemáticas? Fijémonos en que nuestro cuerpo y cerebro son matemáticas: ritmo, proporción, simetría, cálculo, equilibrio... Es código matemático inscrito en nuestros genes. Podemos no saber nada de números, pero las matemáticas están presentes en todo lo que hacemos. Pongamos un ejemplo:

El cazador de la tribu, que jamás supo escribir un número, sale de caza. Ve la presa y comienza a practicar matemáticas: estima la distancia, el tiempo, valora el riesgo y calcula las posibilidades para tomar decisiones.

¿Será, quizá, que ambos códigos estén naturalmente relacionados? Parece lo más probable. Y en consecuencia, ¿a qué otros campos de códigos próximamente relacionados nos puede llevar? ¿al lenguaje?, ¿a las ciencias?, ¿a las relaciones sociales?... No harán falta muchos ejemplos para entender que nos estamos situando de repente, en el centro de lo que se conoce en educación como “competencias básicas”. Y en todas, sin excepción.

Concluimos, pues, que las matemáticas constituyen una vía de relación común con casi todas las áreas de la vida, y la música no es una excepción.

Trabajar música es trabajar la competencia matemática.

Una vez llegados a este punto, se hace imprescindible una reflexión de suma lógica y provecho: la música tiene una virtud pedagógica de la que las matemáticas carecen, en términos generales. La música ¡gusta! Resulta ‘placentera’ y atrayente para casi la totalidad de los mortales: grandes y chicos, adultos y niños, hombres y mujeres. Sirvámoslas juntas cual banquete, cual bello postre. Mostremos primeramente la nata y nuestros comensales, terminarán devorando hasta las más ácidas fresas.

“El gusto aumenta la memoria; existe la memoria del gusto: nos acordamos de lo que nos ha gustado. Existe también la de la imaginación: nos acordamos de lo que nos ha encantado”.

Joseph Joubert.

4.1.2 Funcionalidad de las primeras manifestaciones musicales y su reflejo hoy.

Los historiadores (Chunga, 2012) dicen que las primeras manifestaciones musicales fueron simples elementos sonoros funcionales que sirvieron de herramienta para comunicarse. A través de determinados sonidos agrupaban los rebaños, o se sincronizaban para la caza, imitaban a los animales, reconocían a los familiares, llamaban al perro...

Sin embargo hay un elemento interesante a subrayar por los entendidos, que es el hecho mismo de dar el gran salto de esto último a algo más organizado, por simple que fuera, que diera como resultado una cantinela apenas susurrada que adormece los sentidos y usan para dormir a los niños a la par que comprueba que la reiteración de determinada figura rítmica produce una excitación que puede transformarse en exaltación combativa o guerrera. (Observar la similitud con la actual música militar.)

Aparece, en consecuencia, la música que será utilizada para lograr la fertilidad en los recién casados, para curar enfermedades, para estimular el sentimiento colectivo de unidad y fuerza...

Es interesante comprobar que ya en este punto se valora el hecho de que la persistencia de un ritmo frenético predispone y excita a los guerreros para la lucha. Esto nos descubre un aporte revelador: a partir de aquí la música es una actividad cuya pretensión es influir en el ánimo del auditor. El resultado es importantísimo puesto que desde este momento la música va a acaparar todo el monopolio de la especulación sonora: La música es un arte. Lo que después se desprende es la suma encadenada de combinaciones y fórmulas que hacen del sonido una sensación que se interioriza al mismo tiempo que se esfuma. Esta "interiorización" en última instancia significa que la música afecta y vulnera nuestra secreta y recóndita intimidad sensitiva y nuestro potencial intelectual, que gracias al poder de la memoria logramos retener como un todo después de haberse esfumado la última "vibración". Arbonés y Milrud, (2011).

4.1.3 Principios de afectividad musical

La música nos gusta porque tiene matemáticas. -¿Cómo?-. Sí, es así de sencillo y de complicado a la vez. El universo es ciencia y matemática exacta. Lo de exacta es un término que ya nos empieza a gustar sólo con oírlo. Pues es "exactamente" por eso (la redundancia es intencional) que nos gusta la música. Exactitud, rigor, orden, estructuración... son elementos con los que el cerebro se siente cómodo. Le ayudan a trabajar con la información que recibe. En la música están presentes. Y, por supuesto, las matemáticas 'son' estas cosas.

En principio todo arte engloba las similitudes que nos hacen percibir los rasgos y caracteres que la naturaleza nos da. Nos gusta ver bellos paisajes pintados, porque evocan la imitación de algo que interpretamos esencialmente afín a nosotros y con lo que interiormente nos identificamos y estamos hechos. Al igual que en la naturaleza hay matemática (proporción, aritmética, geometría...) también en la música hay esta percepción.

"La finalidad del arte es dar cuerpo a la esencia secreta de las cosas, no el copiar su apariencia." . Aristóteles.

- El principio de repetición.

Muchas de las cosas que cotidianamente observamos y que por habitualidad damos por interiorizadas, son elementos cuya estética conlleva una simetría (los edificios, los objetos, las plantas, un rostro...) y en algunos repeticiones (puentes con arcos, una estrella de mar, símbolos de ornamentación etc...)

En la música hay un elemento cimentador que se basa en la repetición: *El ritmo*. A veces también la melodía, con sonidos repetidos o frases enteras. La simetría y la repetición ayudan al cerebro a confirmar y ordenar referencias de la información visual que recibe. Algo parecido puede producirse en el campo sonoro.

- El principio de simultaneidad

Normalmente, y salvo que nos haya gustado mucho, no solemos encontrar encanto en ver una película 2 veces o en leer el mismo libro 2 veces. Sin embargo con la música ocurre lo contrario, cuanto más oímos la misma canción más nos gusta. Hay composiciones que recordamos y nos gusta oír toda la vida. A parte de las innumerables razones psicológicas que pudiera haber (recuerdos, sensaciones atractivas etc...) existe una razón de considerable peso. En la música encontramos un elemento que no se encuentra en otras artes: la simultaneidad, es decir, el escuchar varias circunstancias al mismo tiempo sin que esto constituya incompatibilidad.

En un primer grado encontramos la simultaneidad entre el ritmo y la melodía.

En un segundo plano destacaríamos las diferentes introducciones de instrumentos que enriquecen la obra aportando más sonidos armónicos. Y entraríamos en más niveles desarrollando así una inagotable fuente de elementos que el oído no es capaz de analizar en una sola pasada y que por eso capta como nuevos en cada ocasión que los escucha. Podríamos denominar esto casi como una segunda dimensión de la música.

-El color de la música

Las personas al hablar, dependiendo del tono de voz con el que digamos las cosas, estas pueden tener un significado u otro: **!CÓMO ESTÁS;** o **¿cómo estás?**. Del mismo modo, dependiendo del timbre de los instrumentos, estos cobran personalidad

propia en su modo de transmitir su mensaje. No nos resulta igual una escena romántica en el cine en la que suena una melodía de violines, que con sonidos producidos por un fagot (instrumento de timbre grave, opaco y nasal), por ejemplo. Podríamos decir que la tímbrica constituye la tercera dimensión de la música.

-La memoria

Cuando escuchamos un vals, (Un, dos, tres; un, dos, tres...) enseguida identificamos su estructura rítmica y hasta podemos intuir sus pasos armónicos. Esto sucede porque la música que habitualmente nos gusta tiene unos esquemas más o menos fijos que se repiten en las obras de su mismo género. Es por esta razón que intuimos con facilidad la estructura que una determinada obra va a desarrollar a los pocos momentos de su comienzo.

Estos 4 elementos, tienen su relación directa con fenómenos físicos y matemáticos. No es nuevo. Veremos que las vibraciones sonoras ya fueron analizadas por la escuela pitagórica. El ritmo, en su estructura y combinación es cálculo matemático. ¿Y el timbre y la memoria? También aquí las fórmulas matemáticas permiten, por ejemplo, que en un ordenador podamos recrear la forma de onda sonora y escuchar trompetas o violines donde sólo hay transistores electrónicos.

4.2 RELACIÓN MÚSICA Y MATEMÁTICAS

4.2.1. Vibración: la clave

- Vibración 1: definición de sonido

Desde un punto de vista físico, el sonido es una vibración que se propaga en un medio elástico (sólido, líquido o gaseoso), cuando nos referimos al sonido audible por el oído humano, lo definimos como una sensación percibida en el órgano del oído, producida por la vibración que se propaga en un medio elástico en forma de ondas.

Para que se produzca un sonido es necesaria la existencia de:

- Un emisor o cuerpo vibrante
- Un medio elástico transmisor de esas vibraciones.
- Un receptor que capte dichas vibraciones.

- Vibración 2: la escuela pitagórica y la armonía del universo.

Remontémonos a la antigua Grecia, cuna de la filosofía y las ciencias. Pitágoras fue uno de los más antiguos matemáticos de la historia. Nació en el año 570 a.C. y de él conservamos muchos principios matemáticos y su más famoso teorema (Teorema de Pitágoras). La escuela pitagórica, buscaba comprender la armonía del universo, y consideraron a los números y sus relaciones la expresión última de esta armonía. A través de ellos diseñaron modelos astronómicos, acústicos y musicales, hasta el punto de que música y aritmética eran estudiadas en forma conjunta.

De acuerdo a Arbonés y Milrud (2011) los estudios de la escuela pitagórica (en el terreno de la música fueron creados en base a los sonidos producidos al tañer la única cuerda de un instrumento monocorde. La longitud de su cuerda era modificada de manera muy similar al modo en que se pisa la cuerda de una guitarra moderna. Al variar la longitud de la cuerda, ésta generaba distintas notas musicales (Figura 1). Cuanto más corta era la cuerda, la nota resultante era más “alta” o “aguda”. De manera metódica, sus experimentos involucraban relaciones de longitudes expresadas con números pequeños: dividiendo la cuerda a la mitad, a la tercera parte, a dos tercios de la longitud original, etc. Los resultados fueron sorprendentes: los sonidos provocados por cuerdas de largos relacionados con números pequeños generaban los sonidos más agradables, es decir, los más armónicos al oído.

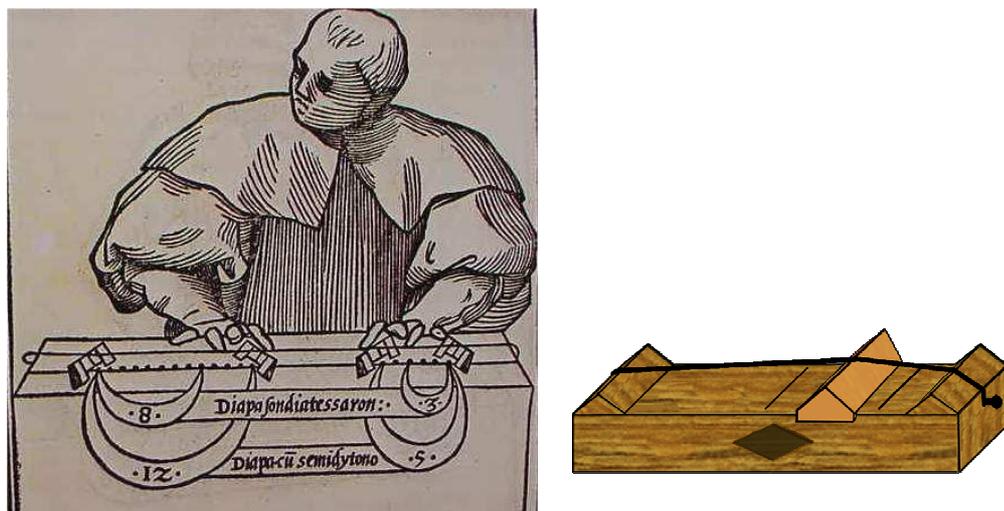


Figura 1. Pitágoras y el monocordio

La relación más sencilla es la que se obtiene al pisar la cuerda hacia su mitad. Musicalmente se producen dos sonidos que se corresponden con un intervalo de una octava (si la cuerda vibrando, produce un “DO”, al pisarla a la mitad de su longitud su sonido será de otro “DO” una octava más agudo). Si la cuerda es pisada a una medida de $2/3$, el sonido se corresponde con un intervalo que hoy conocemos como de quinta (“DO”-“SOL”). El segmento $1/4$, daría lugar a un intervalo de cuarta (“DO”-“FA”).

Así asistimos a la emergencia de un patrón según el cual los intervalos de sonidos relacionados por fracciones de la forma “ $n + 1/n$ ”, son armónicos y agradables. Esto fue interpretado por los pitagóricos como una confirmación de la relación directa entre el número y lo armónico, lo bello. Arbonés y Milrud (2011).

- Vibración 3. Sonidos y matemáticas

Como venimos diciendo, el sonido es la percepción que nuestro oído capta cuando algo vibra. En física, las vibraciones de los elementos se cuantifican por el número de oscilaciones que se producen por segundo y a la unidad de dicha medida se le denomina “Hercio”. Un hercio equivale a una oscilación por segundo. Se puede representar gráficamente con un dibujo en forma de onda (Figura 2.). El Oído humano capta vibraciones que van desde los 20 Hercios a 20.000 H.

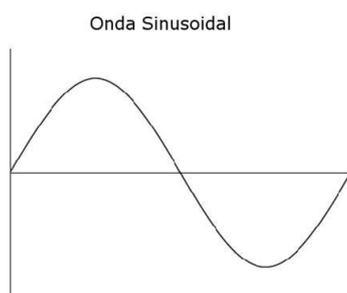


Figura 2. Onda Sinusoidal. Gráfica de la vibración.

Las vibraciones con menor número de oscilaciones las interpretamos como sonidos graves y las de mayor frecuencia como sonidos agudos.

Cuando pisamos una cuerda que vibra en su mitad, lo que hacemos es hacer que los nuevos segmentos que se logran de la misma, vibren al doble de su frecuencia. Los

sonidos que se producen nos resultan íntimamente familiares. Tienen una armonía agradable e identificable por el cerebro como parecida. Es una octava en música. Es una frecuencia duplicada en matemáticas.

4.2.2. Las escalas

A lo largo de la historia, la relación entre sonidos y matemáticas ha venido acomodándose a estructuras paralelas. Probablemente de forma no intencional, pero sí selectiva. Es decir: los sonidos agradables al cerebro, han ido situándose en proporciones de vibraciones que éste ha interpretado como gratos, placenteros, ordenados y armoniosos. A esta proporcionalidad entre una nota y otra, la llamaremos “intervalo”. Mientras otras vibraciones sin conexión con un algoritmo matemático han sido desechadas del patrón, siendo interpretadas por el cerebro como incómodas y desagradables (o ruido). Por este motivo, a través de la historia encontramos el uso de diferentes grupos de sonidos, cuyas vibraciones guardan proporcionalidad.

- Escala Pentatónica

Primeramente serían los grupos de 5 sonidos los que se usaran en la etapa más antigua de la que tenemos conocimiento y que conformarían la que hoy llamamos ESCALA PENTATÓNICA (5 sonidos). Algunos estudiosos afirman que bien podría ser esta escala la base musical de las melodías que en la Biblia, David le interpretara al Rey Saúl unos 800 años antes de Cristo. Es de apreciar el hecho de que este tipo de música fuera solicitada por el Rey como terapia para aliviar sus fuertes dolores de cabeza (Salmo 34: 23) lo que demuestra la conexión de música y cerebro que veremos más adelante. Es reconocible en las músicas antiguas de culturas milenarias, como la china o la india. Es ésta la razón de su peculiaridad. Hoy en día los músicos de Jazz, Blues, Rock, etc, conocen de la importancia de esta escala y sus cualidades especiales para estos estilos musicales.

A través de los siglos, han surgido otras escalas: todas ellas siguiendo ordenaciones de sonidos cuyas vibraciones son logarítmicamente afines. No podemos estudiar todas en este trabajo, pero sí mencionaremos las más importantes:

- La escala Natural

Delimita la escala anterior a siete sonidos. Proviene de Grecia, donde se usaban conjuntos de 4 sonidos (tetracordos) que tenían una estructura de distancias concretas. Sumando 2 de estos conjuntos se lograban 8 sonidos, coincidiendo el último con el primero. De este modo se lograban 7 sonidos. Dependiendo de la correlación y uso de estos sonidos se configuran dos modos, el mayor y el menor. Igualmente hoy es de uso común en la música moderna y de conocimiento imprescindible para la formación de los músicos e instrumentistas.

En Resumen: las notas de la escala diatónica (normalizadas a la unidad) están dadas por la siguiente secuencia:

$$1, 3^7/2^{11}, 3^2/2^3, 3^9/2^{14}, 3^4/2^6, 3^{11}/2^{17}, 3^6/2^9, 3/2, 3^8/2^{12}, 3^3/2^4, 3^{10}/2^{15}, 3^5/2^7$$

La escala natural se forma partiendo de una nota fundamental y creando una quinta ($3/2$) a partir de ella; en un segundo paso se forma una quinta de la quinta anterior y así sucesivamente vamos rellenando la octava con las notas que vamos obteniendo hasta llegar a 12 notas porque si añadimos una más, la nota que obtenemos es prácticamente la octava o la de partida si dividimos por 2. Parra F. (2012).

4.2.3. El número Áureo, el número de oro y la serie Fibonacci.

Existe un número que durante siglos y aun en la actualidad impresiona e intriga a los físicos y matemáticos. Lo llaman el “número de oro” o “número áureo”. En el arte es llamado el “número de la belleza” y hasta trasciende a la escena espiritual considerándolo algunos el “número divino”. Ese número es el 1,618033989...

El número en cuestión fue descubierto por Euclides, pero fue el Italiano Leonardo de Pisa, conocido como Fibonacci el que le dio su funcionalidad práctica con la serie de la que se deduce.

La serie Fibonacci consiste en sumar los números de forma que el siguiente en la serie es el resultado de la suma de los dos anteriores:

$$0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34 \dots$$

El logaritmo que la da origen está presente en la pintura, en la música, y aporta un equilibrio de perfección en muchos proyectos de ingeniería. Como no podía ser de otra manera también lo está en la naturaleza, y su influencia llega desde el sencillo

diseño de la concha del caracol a las espirales de las galaxias. De ahí su calificativo de ‘número divino’. No pocos científicos llegaron a la fe a través de las matemáticas (Newton, Descartes, Einstein...) Su presencia en el arte ha demostrado, con el tiempo, ser un elemento de éxito. Por esa razón es llamado el número de la belleza (Figura 4.).



Figura 4. Concha de Caracol

El número se concreta al hallar los cocientes resultantes de dividir los números vecinos de la sucesión.

$$1/1 = 1$$

$$2/1 = 2$$

$$3/2 = 1,5$$

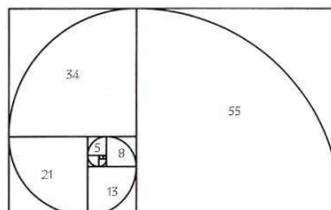
$$5/3 = 1,666$$

$$8/5 = 1,6$$

$$13/8 = 1,625$$

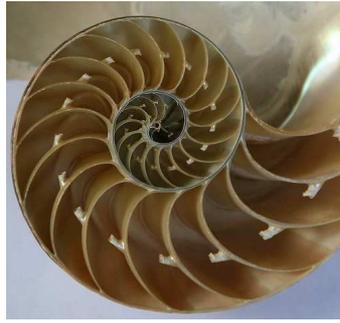
$$21/13 = 1,615...$$

$$34/21 = 1,619...$$



El límite de esta sucesión de cocientes no es otro que el “número de oro”. Los términos de la sucesión se pueden encontrar en las hileras de pepitas de los girasoles, en el ángulo en que las hojas de algunas plantas se dan en el tallo a diferentes alturas, en la espiral de las conchas de los gasterópodos... (Figuras 5, 6, 7, 8)

De un modo que hoy se cree casual, está también en algunas composiciones de Beethoven, Vela Bartók, Debussy, etc.



Figuras 5 y 6. El número Áureo



Figuras 7 y 8. El número Áureo

Cuando en una proporcionalidad de sucesiones, nos acercamos al número de oro, más atractivo y bello nos resulta el resultado. Parecen existir, pues, pautas matemáticas que concuerdan con los esquemas cerebrales para resultarnos agradables.

4.2.4 Simetría, Proporción, Reflexión, Traslación, Rotación.

Las matemáticas abarcan un amplísimo espectro de contenidos. Habitualmente asociamos matemáticas con su parte aritmética: los números, los logaritmos... Pero hay otras ramas de las matemáticas muy relacionadas también con las características de la música. Por citar las más básicas y afines a los estudiantes más jóvenes ponemos por caso la geometría, el álgebra y la lógica.

La simetría es naturalmente común en la naturaleza y el cerebro la percibe como atractiva. En muchos objetos cotidianos es sencillo reconocer un eje de simetría: la silla, la mesa, nuestro coche... nuestro cuerpo y nuestro rostro.

En la música la simetría está presente también. Famosos fragmentos de composiciones cuyo atractivo ha perdurado en el tiempo contienen esta característica.

Veamos a continuación, de forma gráfica algunos ejemplos (Figuras 9, 10, 11, 12, 13 y 14):



Figuras 9 y 10. Simetría



Figuras 11 y 12. Simetría



Figuras 13 y 14. Simetría

GrupoKepler (2012)

4.2.5. Conceptos compartidos por la música y las matemáticas.

Largo, corto; doble, mitad; alto, bajo; lento, rápido; Fuerte, débil; más, menos; breve, extenso; lleno, vacío; siguiente, anterior; mucho, poco; subir, bajar; lleno, vacío; cerca, lejos; grande, pequeño; grueso, fino...

Todos estos conceptos, y otros más, están compartidos por las matemáticas y la música. Esto quiere decir, que pueden aparecer con significado equivalente en uno y otro campo. Esto permite hacer un uso pedagógico y didáctico de lo uno en relación con lo otro. Su relacionalidad es por tanto un referente cognitivo. Estaríamos aquí aplicando las teorías de Ausubel sobre la psicología del aprendizaje, pues, según éste autor, es importante servirnos de los conocimientos previos ya adquiridos, para sobreedificar el

conocimiento. Así, si un niño (o adulto) ha visualizado e interiorizado en su mente lo que denominamos un sonido largo y corto, podrá aplicar el mismo principio a elementos visuales tales como una línea (larga y corta). Vemos que de la percepción auditiva, se puede extrapolar un mismo código a lo visual, enriqueciendo de forma práctica el conocimiento.

Es lo que siempre hicieron los matemáticos, al traducir a números la velocidad, la longitud, la temperatura... Sabemos, por ejemplo, que hace frío o calor cuando un número en un termómetro es de mayor o menor valor. Otro ejemplo a la inversa: cuando comprendemos lo que es la mitad de una cosa, podemos entender por qué un sonido puede tener el doble de duración en el tiempo. Música y matemáticas, matemáticas y música... la una puede servir de referencia para la otra y viceversa.

Este es un ejemplo eminentemente práctico y útil para ser aplicado en los procesos de enseñanza - aprendizaje y que reside sobre la base de que para una gran mayoría de personas (y sobre todo niños) resulta más atractiva y motivadora la materia musical que la matemática. Es por esa razón que un buen camino para llegar a la segunda puede bien ser la primera.

Para el aprendizaje de las matemáticas hay que tener en cuenta la máxima que establece un proceso que nos lleva de lo concreto a lo abstracto. Es el proceso conocido en educación como constructivista que veremos más adelante.

Algunos ejemplos:

LARGO CORTO: Una cuerda, un sonido, una línea

DOBLE MIDAD: Un sándwich, el sonido de dos corcheas, semicírculo

LLENO VACIO: sonido y silencio. 10 y 0.

SUBIR BAJAR: Grave agudo. Contar hacia delante o hacia atrás.

*“Capacitemos a los alumnos para hacer matemáticas.
Busquemos situaciones motivadoras”*. J.R. Pascual, (1982)

4.2.6 Los seis modos rítmicos

Si en la melodía es reconocible el hecho matemático, en el ritmo resulta aun más evidente. Se cuenta la anécdota del gran físico Albert Einstein, creador de la teoría de la relatividad y aficionado al violín. Al parecer el genio no se manejaba tan bien con el violín como con la ciencia. En cierta ocasión ensayando una sonata con el pianista Artur Schnabel, Einstein se perdía una y otra vez, obligando a Schnabel a detenerse. A la quinta vez que esto sucedió Schnabel le miró con frustración y le espetó: “¡Ach, Albert! ¿Es que no sabes contar?”. Arbonés y Milrud (2011)

Llamamos ritmo a la sucesión y reiteración de acontecimientos. En particular, el ritmo musical es la frecuencia en que se producen las articulaciones de emisión de sonidos. El ritmo es un hecho habitual en la naturaleza. Lo encontramos en los ciclos de noche y día, las estaciones del año, y en nuestro propio cuerpo el corazón marca el pulso de la vida. Un pulso regular de las cosas es interpretado agradablemente por el cerebro. Sentimos cierto placer cuando el motor de nuestro coche traquetea constante, mientras que nos produce irritación cuando no redondea.

Un aditivo al pulso, que lo hace aun más sabroso al cerebro, es el acento. El acento ha permitido crear una serie de combinaciones que logarítmicamente resultan en una variedad de patrones a disposición y gusto del oyente.

Los esquemas más básicos de combinación del acento musical son los ciclos o compases binarios, en los que se distinguen dos pulsos, y los ternarios en los que se distinguen tres pulsos. A partir de aquí, estos pulsos pueden ser divididos, subdivididos o sumados.

Una de las aplicaciones matemáticas más explícitas en música es la que se produce en estas divisiones. Todo músico interioriza que el valor del pulso puede ser colmado por un solo sonido (una negra) o compartido por dos (corcheas) o por cuatro (Semicorcheas) o por ocho (fusas) o por dieciséis (semifusas)... Se comprueba una progresión exponencial.

Es sumamente destacable observar que los niños que aprenden música, descubren la multiplicación práctica en la subdivisión del ritmo antes de afrontarla por su edad en las aulas del colegio.

Podríamos ahondar en detalles siguiendo el hilo de estas características del ritmo, pero no es la intención en este trabajo descubrirlas todas. Dejaremos simplemente constancia del potencial pedagógico que se desprende de estos progresos y que nos darán muchas pistas a la hora de acercar las matemáticas de forma natural a los alumnos a través de algo tan atractivo como la música. Ibaibarriaga (2009). (Figura 15).

Los seis modos rítmicos

MODO	PIE	EQUIVALENTE MUSICAL
1	Troqueo: larga breve	
2	Yambo: breve larga	
3	Dáctilo: larga breve breve	
4	Anapesto: breve breve larga	
5	Espondeo: larga larga	
6	Tribaquiuo: breve breve breve	

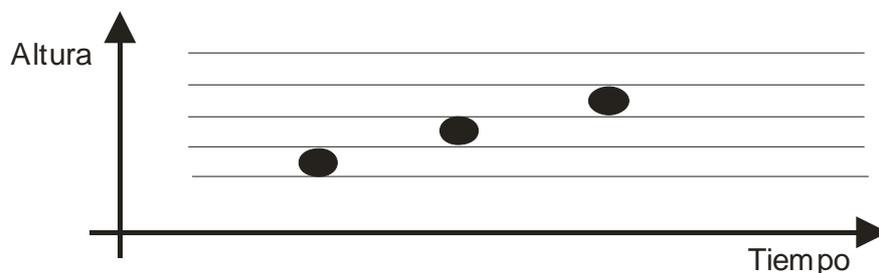
Figura 15. Seis modos rítmicos

4.2.7 Ritmo, melodía y su representación gráfica

Otra de las afinidades más notables y generales de música y matemáticas está en las representaciones gráficas. Es habitual en matemáticas representar valores gráficamente a través de ejes de abscisas en los que los ejes son el reflejo de dos coordenadas. En música el principio es el mismo. Imaginemos por un momento un eje de abscisas en el que el eje horizontal represente la línea de tiempo y el vertical la altura de sonidos (Figura 16.). Nos encontraremos con la funcionalidad de un pentagrama con sus notas:

Del mismo modo que veíamos que la subdivisión rítmica ayuda a entender la multiplicación aritmética, el pentagrama y su notación puede ser precursor en el aprendizaje de representaciones matemáticas.

Dibujo de pentagrama con eje de abscisas.



Figuras 16. Graña musical

4.3 EL CEREBRO, LA MÚSICA Y LAS MATEMÁTICAS.

Venimos mencionando al cerebro como el lugar donde vienen a confluír las relaciones de la lógica, la razón, la belleza, la música y las matemáticas. Nuestro último (o primer) objetivo es descubrir conexiones que nos resulten útiles para aplicar en los procesos educativos.

Hoy en día, la tecnología nos ha permitido conocer que el cerebro, siendo un órgano muy complejo, funciona de forma organizada. Así encontramos que hay zonas del cerebro que se activan y trabajan cuando la persona realiza una determinada actividad. Al aplicar estas técnicas, los investigadores han observado que los músicos expertos y los matemáticos activan zonas comunes. Al parecer el hemisferio izquierdo del cerebro es usado para tareas verbales y analíticas y el derecho para cuestiones más relacionados con el espacio y la visión. Es decir, que el uno se dedica más al análisis y fragmentación y el otro a la síntesis y la unidad.

Por la enorme dificultad que supone el estudio biológico del cerebro humano en seres vivos, se ha llegado a conclusiones muy significativas a través de experimentos realizados sobre núcleos de población concretos. Recientemente, se dieron a conocer los resultados de un estudio realizado en Estados Unidos por la Academia de Ciencias Luventicus. En el mismo, se siguió el desarrollo neuronal de dos grupos de niños: el primer grupo (grupo de referencia) había recibido una formación normal, común, como

la que reciben todos los chicos de esa edad en ese país; el otro grupo recibió una formación extra en música y matemáticas. Los niños del segundo grupo tuvieron un desarrollo neuronal mayor que los del grupo de referencia.

El científico alemán Gotfried Schlaug (Citado por Musicoterapia Venezuela 2005) (ojo al decirlo. No hacerse daño) mediante técnicas electromagnéticas obtuvo imágenes de las regiones sensoriales y motoras de los cerebros de 15 personas que nunca tuvieron entrenamiento musical y otras de 15 de músicos profesionales. Los resultados evidenciaban cambios estructurales y un desarrollo mayor de la porción del cerebro que incluye el sistema nervioso central y se prolonga como sustancia gris por la médula espinal.

Las diferencias también fueron evidentes en el cerebelo, que coordina los movimientos. Según el científico alemán, la única explicación posible a algunos detalles de este resultado, diferente a la que vincula a la música con el mayor desarrollo del cerebro, sería considerar que las modificaciones en el cerebro existen de modo previo y son las responsables de que esas personas tengan tendencia al estudio de la música.

Albert Einstein, tenía un cerebro aparentemente normal, pero un análisis detallado del órgano reveló en 1999 que las áreas dedicadas al aprendizaje matemático eran un 15% mayores que en el resto de las personas. Aunque Einstein fue incinerado, su cerebro fue conservado en formol para ser estudiado. Lo sorprendente de lo que los estudiosos observaron, no fue su tamaño (quizá menor que la media) o su peso, sino el mayor desarrollo de la zona dedicada a las funciones matemáticas y la gran concentración que había en ella de un tipo de células, denominadas glias, que alimentan a las neuronas.

Gran parte de los estudios científicos realizados sobre el cerebro indican que el entrenamiento en cualquier función mejora, no solo ése cometido, sino todos los relacionados con esa función y las que compartan el mismo área. Tanto la música como las matemáticas parecen ser capaces de estimular las regiones más remotas del cerebro y de aumentar sin límite las conexiones de lo que hemos venido a llamar inteligencia.

Los constructivistas sostienen que la actividad neuronal, tanto intelectual como motora, modula el desarrollo del cerebro sin un determinismo a priori. Para los primeros el medio ambiente ejerce su influencia en la ontogenia de la especie; para los segundos, en la filogenia. Posiblemente, el punto de equilibrio, y la razón, se encuentre en lo expuesto por Cajal en 1894: "el órgano del pensamiento es, dentro de ciertos límites, maleable y puede ser perfeccionado... por una bien estructurada gimnasia mental". Lozano (2001)

4.3.1 El Efecto Mozart

Una vez conocido que la música y las matemáticas comparten los mismos circuitos neuronales en el cerebro, y que es posible estimular y entrenar esos circuitos, la pregunta a responder sería el "Cómo". ¿Cómo estimular el cerebro para lograr un desarrollo óptimo para un aprendizaje más significativo y eficaz? Ésta bien podría ser la gran pregunta, la pregunta del millón, el 'quiz' de la cuestión.

Trancurridos más de 200 años tras la muerte del genial músico, se descubrió, siempre rodeado de polémica, el que se ha bautizado como efecto Mozart, divulgado tras los sorprendentes resultados expuestos, por la psicóloga de la Universidad de Wisconsin Frances Rauscher y el neurobiólogo Gordon Shaw, en 1993, en la revista NATURE, respecto al efecto sobre el cerebro de la audición de la sonata para dos pianos en re mayor, K448, de Mozart. Efectivamente, grupos de estudiantes, después de haber escuchado durante 10 minutos la sonata, mejoraron temporalmente su razonamiento espacio-temporal, medido mediante pruebas objetivas de coeficientes intelectuales, en cuantías de 8 ó 9 puntos. Lozano (2002)

Un formidable trabajo en el que se reflejaba que los niños nacen con 100 billones de neuronas o células nerviosas desconectadas o sueltas.

El Efecto Mozart posibilita desarrollar habilidades para la lectura y escritura,
Desarrollo del lenguaje verbal
Desarrollo de habilidades matemáticas
Desarrollo de capacidad de recordar y memorizar...

Sus unidades didácticas se clasifican en:

Volumen 1: Estirando la Mente: Música para inteligencia y aprendizaje

Volumen 2: Sanar el Cuerpo: Música para el descanso y la relajación

Volumen 3: Despertar el espíritu Creativo

Volumen 4: Enfoque y Claridad, Música para la realización de proyectos

Volumen 5: Relajación y olvidar los Problemas. Música para descanso profundo y rejuvenecimiento

Volumen 6: Mañana y Tarde. Música para Yoga, antiestrés, masaje y meditación.

Expone Lozano (2002) que el interés suscitado por estos hallazgos hizo que apareciesen numerosas iniciativas, sobre todo en Estados Unidos. En el estado de Georgia, se les entrega a todas las nuevas madres un CD. Otro regalo semejante, a todas las madres, hace la Academia Nacional Americana de las Artes y Ciencias. Y una reciente ley de Florida obliga a que todos los niños con edades inferiores a cinco años escuchen en sus colegios 30 minutos diarios de música clásica.

En uno de los últimos números de la revista JOURNAL OF THE ROYAL SOCIETY OF MEDICINE, el Dr. J. S. Jenkins ha realizado una excelente recapitulación respecto al efecto Mozart. El efecto Mozart existe, pero hay que delimitarlo y estudiarlo con más profundidad. He aquí algunos hechos recientes:

1. Se usaron ratas para experimentar. Se les puso la sonata K448. Estas ratas lograron salir más rápidamente de un laberinto que otras ratas a las que no se les puso música.
2. También se estudio un caso con niños que habían estado estudiando piano durante 6 meses y a los que se les hicieron tests espacio-temporales. Obtuvieron mejores resultados que otros niños que no recibieron ninguna lección musical.

Mozart es considerado mundialmente como uno de los grandes genios de la música y sus obras han sido cuidadosamente analizadas y relacionadas con las matemáticas. Fue niño prodigio y nos podemos hacer idea de su potencial considerando

que dio su primer concierto con tan sólo 8 años. Probablemente hay muchas otras obras de otros autores con características similares. Nos ceñimos aquí a dar este ejemplo por haber sido de los más estudiados y utilizados. La música de Mozart contribuye a potenciar el hemisferio cerebral derecho, logrando un equilibrio energético, alivio sanador, mejoramiento de la concentración y la creatividad y el razonamiento matemático.

¿Cuál es el componente mágico del efecto Mozart?. Los potentes análisis realizados informáticamente sobre la naturaleza de la música de varios compositores ha mostrado que la que posee propiedades sobre el razonamiento espacial o la epilepsia, como la de Mozart y Bach, posee una «periodicidad de largo plazo», que no tiene el resto de música sin efecto. Ello consiste en formas de ondas que se repiten regularmente, pero espaciadas. Lozano (2002).

Mozart, en 1777, a los 21 años, describió un juego de dados, según nos comenta Tiburcio (2002):

consiste en la composición de una pequeña obra musical; un minueto de 176 compases que tituló Juego de dados musical (Musikalisches Würfelspiel) para escribir minuets con la ayuda de dos dados sin ser músico ni saber nada de composición (K 294)

.-Mozart escribió 176 compases numerados del 1 al 176 y los agrupó en 16 conjuntos de 11 compases cada uno. Cada uno de los compases se escoge lanzando dos dados y anotando la suma del resultado. Tenemos 11 resultados posibles, del 2 al 12. Mozart diseñó dos tablas, una para la primera parte del minueto y otra para la segunda. Cada parte consta de ocho compases. Los números romanos sobre las columnas corresponden a los ocho compases de cada parte del minueto, los números del 2 al 12 en las hileras corresponden a la suma de los resultados, los números en la matriz corresponden a cada uno de los 176 compases que Mozart compuso. Las combinaciones que se pueden obtener son inmensas. La obra aparece publicada por primera vez en la Edición de J.J. Hummel, Berlín-Amsterdam, 1793.

Deducimos, que tan solo con 16 compases musicales en unidades separadas, podemos crear 66 elevado a 16 “composiciones” diferentes. De aquí la famosa frase de Mozart: “Todo está compuesto, pero no escrito todavía”.

5. APLICACIÓN DIDACTICA

Hasta aquí hemos visto cómo la música se relaciona con los números, la geometría, la proporción y viceversa. También que el cerebro maneja los mismos circuitos para trabajar elementos comunes. Ahora viene el tratar de aportar aplicaciones prácticas que sirvan para conseguir enseñanza.

Es importante hacer un alto y advertir, que antes de pensar en promover grandes estrategias metodológicas, tengamos en cuenta que por regla general, los maestros de matemáticas, no son expertos en música. Tampoco ocurre a la inversa. Sin descartar el valor de un profesorado que domine ambas cosas, lo que intentaremos es hacer hincapié en algunos detalles y bases simples de aplicación práctica. También se pone en manos de los padres la conveniencia de adentrar a los niños, desde temprano en el estudio musical. Muchos profesores reportan informes favorables en cuanto a su beneficio a la hora de acometer después la materia matemática (como hemos comprobado en lo estudiado). No se trata, por tanto, de proveer conocimientos, tanto como de dotar de habilidades. Habilidades que se desarrollan con la música y que servirán para la disciplina matemática. Es ahí donde queremos enfocar nuestros siguientes apartados.

5.1 PRINCIPIOS DE LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS.

Simplifiquemos un poco los tecnicismos y entendamos la estrategia didáctica como aquella acción, o conjunto de acciones que persiguen el aprendizaje de algo, por parte de un sujeto (un alumno). Es decir, aquellas acciones que los maestros utilizamos cuando queremos llegar a enseñar algo. ¿Puede la música formar parte de esas acciones? ¿De qué manera? ¿Cómo? ¿Cuándo? ¿Quién?

De la primera pregunta, no tenemos muchas dudas después de todo lo expuesto con anterioridad. A las demás, quizá resulte un poco más difícil encontrarles respuesta.

La música tiene un alto componente de tradición cultural. Como todo arte, su fin es despertar la sensibilidad estética en el que oye. Puede provocar reacciones

sentimentales, evocar circunstancias, traer a la mente recuerdos, pensamientos e ideas... es estimulante, en muchos aspectos, a la parte más emocional del ser humano. Es así que en muchas ocasiones su uso común está relacionado con el entretenimiento, la ambientación, la sensualidad, la comunicación...

Este componente tradicional permite construir vínculos de contenido condicionante como defienden en sus teorías Pavlov, Watson y Skinner sobre las respuestas a los estímulos y que en psicología se conoce por “condicionamiento clásico”. Sin ser conscientes de lo que ocurre, nos sentimos afectados psicológica, social, histórica y culturalmente por la música que escuchamos. En la famosa película de Kubrick “La Naranja Mecánica” la música es utilizada como terapia para lograr que un desalmado joven termine odiando la violencia al vincular de forma muy intencional ésta con la música clásica. El experimento resulta cruel, pero permite entender el principio expuesto por Pavlov sobre el reflejo condicionado.

Nuestra mente construye el conocimiento interrelacionando la información que le llega. Todo comportamiento es aprendido como resultado de asociar un estímulo con una respuesta. Vargas-Mendoza (2006)

Para Miliani (1998) la música como estrategia educativa debe comenzar a realizarse con los elementos básicos de la música: duración, intensidad, altura, timbre, ritmo; aplicados en unidades musicales simples: la interacción con estas unidades, conduce al niño y niña a crear o a componer unidades más ricas y complejas, que a su vez pueden ser relacionados con los elementos cotidianos que los rodean; en la escuela, en el hogar y como venimos estudiando, con conceptos relacionados con las matemáticas.

La música no solo contribuye al aspecto formal del aprendizaje sino que rebasando los cometidos pedagógicos, es constitutiva de una formación integral de la personalidad. Según los resultados de un estudio realizado por Annely Séller en 1990, entre las ventajas más significativas de la música está el desarrollo del aspecto intelectual, socio afectivo, psicomotor, de crecimiento personal y formación de hábitos.

Podríamos decir que con la interiorización del fenómeno musical, se establecen correspondencias y relaciones que capacitan para la improvisación, la concentración, la memorización, la atención... todas ellas habilidades imprescindibles para interactuar musicalmente y por extensión también matemáticamente. Fijémonos en que cuando el cerebro de un intérprete musical aprende a esperar un pulso e interioriza esa pausa temporal, está adquiriendo la habilidad de cálculo para la cuantificación del propio tiempo. O la acumulación de pautas para lograr la estimación de una medida. Es música (el pulso de un compás), pero también es matemática (un minuto, son 60 pulsos contados por segundos). Contar nos permite valorar, secuenciar, organizar, calcular... tener una concepción práctica y útil de las cosas que nos rodean. Cuanto más clara sea esa concepción, más inteligentemente interactuaremos en ella. Más seguridad nos proporcionará y con ello mayor autoestima, más atracción afectiva, mejor conocimiento de nosotros mismos, más habilidad de pensamiento.

Se ayuda a solucionar uno de los mayores problemas con que se encuentra el profesor de matemáticas, que es el de lograr llegar a situar al niño en una percepción espacial y temporal.

5.1.1 Focalización, Concentración, Abstracción, Diversificación

Si construir sobre lo que ya se sabe (Ausubel) es importante en todo aprendizaje, en las matemáticas resulta indispensable. Mientras que hay materias que pueden ser aprendidas y abordadas sin un orden establecido o cronológico, en las matemáticas hay poco margen de maniobra. No se puede aprender a multiplicar sin saber sumar. Existe un proceso. Tanto las bases como las columnas, son fundamentales para una construcción progresiva en el conocimiento matemático. No se debe, pues, afrontar un nuevo escalón sin haber afianzado el anterior.

La pedagogía más razonable y usada hasta hoy establece el punto de partida en lo sencillo, lo simple, lo concreto para sobre esto ir caminando hacia lo abstracto, lo complejo, lo diversificado. Ha de tenerse en cuenta que al igual que en una construcción de un edificio, se han de observar algunos pasos fundamentales para que el duro hormigón fragüe bien (agua, reposo, tiempo) en las matemáticas algunos de esos elementos que contribuyen al aprendizaje significativo, también deben ser respetados.

El Método Matemático, según Hidalgo (1997) requiere un proceso continuo del que se pueden extraer tres fases ineludibles y claramente diferenciadas: Fase de abstracción, fase lógico – deductiva y fase inductiva de aplicabilidad (figura 17).

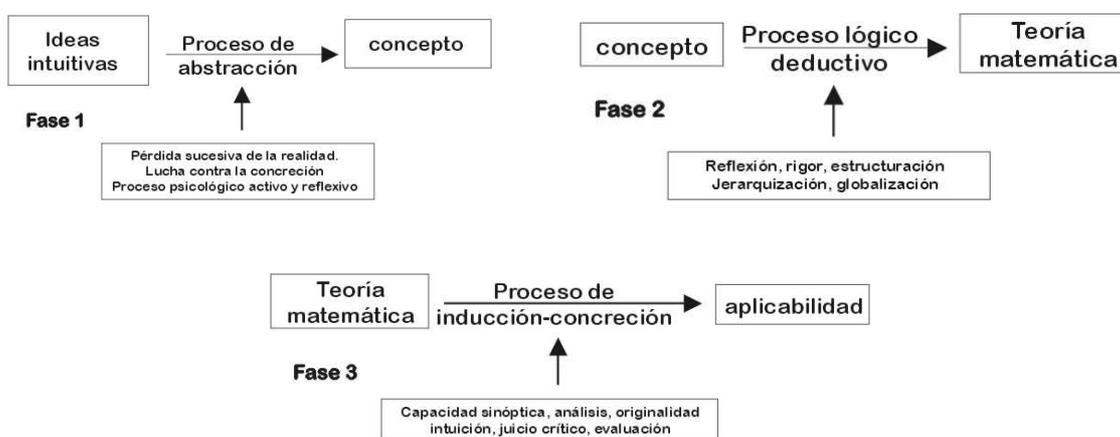


Figura 17. Método matemático

Por mencionar algunos de los elementos fundamentales para el aprendizaje citaremos: la focalización, la concentración, la abstracción y la diversificación.

-La focalización

Llamamos así a la capacidad de centrar la atención sobre algo concreto, seleccionándolo y aislándolo de su entorno, para poder trabajar sobre ello. Por ejemplo, en matemáticas se debe poder aislar y resolver pequeños problemas que son parte de un todo para poder lograr una solución final práctica y definitiva.

¿Qué aporta la música a la focalización?: Del mismo modo, y de forma paralela, el músico que ejecuta su partitura, debe ser capaz de ir segundo a segundo resolviendo el problema de combinar ritmo con sonidos para aspirar a que el resultado final sea exitoso. Se cultiva la paciencia, el proceso secundario (tan estudiado en psicología por Maslow) consistente en saber esperar (satisfacción aplazada) y que es crucial en la maduración y realización personal del ser humano, el cálculo mental...

- La concentración

Podríamos definir la concentración como la capacidad de aunar en uno, resumir, separar lo imprescindible de lo que es menos relevante, para dedicarnos a ello rechazando, o apartando el resto. Es un paso que va un poco más allá de la focalización. Diríamos que fundimos varias cosas en una sola que será nuestro objeto a focalizar.

La música precisa de concentración. La compactación en tiempo preciso de los elementos musicales (volumen, tono y ritmo) hace necesario poder ser capaz de no pensar en nada más si no se quiere errar en la interpretación. En matemáticas igualmente es importante simultanear mentalmente varios elementos configurando resoluciones a los problemas que ésta plantea.

- La abstracción

Un paso más. Poder profundizar, al tiempo que se concretiza, en la incorporación de un mayor manejo de nuevos datos. Es lo que dará como resultado la construcción, el avance en el conocimiento.

La abstracción es considerada una fase fundamental en matemáticas. Constituye el paso de lo real y tangible, a lo imaginado por la mente. El cerebro entonces trabaja con lo adquirido como un taller con múltiples funciones para fabricar un concepto.

Es el músico que se abstrae el que logra una mayor intensidad en sus interpretaciones. Domina la técnica por ejercitación. Logra refinar las habilidades para un manejo inconsciente de las mismas, que le permite avances sobresalientes. Ahorra tiempo en la mecanización de las operaciones. Estas mismas cosas son aplicables a los matemáticos expertos. Los sentidos están agudizados y preparados para ser eficaces.

- La diversificación

Poder interiorizar la técnica hasta el punto de que la mecanización permita trabajar más de una información a la vez. Por ejemplo es lo que logran los conductores de coche veteranos, que pueden pensar y hablar al tiempo que conducen. No es necesaria la voluntad de pensar, para que el cerebro ya, de forma automática, actúe, dando las órdenes oportunas al resto del cuerpo sobre lo que tiene que hacer en la

conducción. Permite al cerebro involucrarse en otros pensamientos, sin perder el control y enriqueciendo éste.

Hemos visto aquí, cómo, de un modo directo, se establece un vínculo, un puente, totalmente didáctico entre el estudio de una materia y su repercusión en la otra. Hay estudios que han demostrado esta relación directa y los resultados positivos evaluables en niños que habiendo sido iniciados en el estudio de la música han logrado éxito también en las matemáticas. Crear el caldo de cultivo de estas 4 habilidades es conquistar mucho terreno y ganar gran parte de la batalla matemática. Sólo este hecho ya hace del mero estudio de la música una estrategia altamente pedagógica y didáctica.

Pero hemos de asumir que no todos los niños son, o tendrán la oportunidad de ser iniciados en la música antes de estudiar matemáticas.

¿Qué otras aplicaciones didácticas puede aportar la música al aula?

5.2 OTRAS APLICACIONES DIDÁCTICAS DE LA MÚSICA SOBRE LAS MATEMÁTICAS.

5.2.1. La música y la motivación.

Ya hemos comentado que el combustible capaz de mover mejor el mecanismo del aprendizaje es la motivación. Es el deseo de aprender en un alumno la característica más potente para lograrlo.

Para muchos niños, el estudio de las matemáticas no resulta atractivo y hasta puede provocar rechazo. La música es un elemento altamente motivador y aun mayor si se trata de público infantil. Sugerimos algunas formas de uso que pueden ser útiles:

- Comenzar la clase con música (que infunda ambiente)
- Introducir en la programación del aula, espacios de pausa en los que escuchar música. Son pequeños descansos o tiempos de abstracción.
- Usar cuñas motrices durante la clase. Estas “cuñas” pueden ser pequeñas cantinelas, retahílas, frases musicales.
- El hogar es el primer lugar donde aprender. Desgraciadamente la música, que muy bien puede ser una cura de ocio al llegar a casa, está siendo sustituida por la televisión y el ordenador. Nos referimos a la música de

cierto nivel musical, que contenga los principios adecuados a las posibilidades asimilativas del niño (como ya estudiamos de Mozart). No es, ésta la que encontraremos en las radiofórmulas comerciales.

- El automóvil se ha convertido en las últimas décadas en auditorios secundarios bien acondicionados para disfrutar de la música. Elegir algunas piezas de música en diferentes estilos puede cultivar en el niño un espíritu rico en contenidos culturales sonoros.

5.2.2. La música como recurso didáctico

Otra manera de usar la música en el aula la constituyen las numerosas canciones que han sido compuestas con letras didácticas. Hay canciones orientadas a facilitar los procesos de memorización como pueden serlo las tablas de multiplicar. Otras resumen un concepto sencillo pero fundamental, a no olvidar nunca. Los maestros tenemos a nuestra disposición hoy la mayor variedad y gama de recursos musicales a través de Internet. Puede que resulte entretenido buscar estos recursos pero merecerán mucho la pena si son bien usados en el aula.

Seguro que de niños todos aprendimos aquella canción que decía:

5 lobitos tiene la loba

5 lobitos detrás de la escoba. (Popular)

(Observe el lector si en su mente no ha aparecido de repente la imagen de una mano abierta).

Otras canciones:

Traigo aquí una sorpresa,

que te quiero regalar.

¿Será redonda, será cuadrada,

o será triangular?

¿Será elipse, ovalada,

o será rectangular?

¿Será pequeña o será grande?

dime tú cómo será. (Popular)

5.2.3 La música como herramienta de enseñanza-aprendizaje.

Los juegos musicales aportan muchas aplicaciones didácticas. Hay canciones y músicas que pueden ser usadas como audiciones donde los niños deben contar los pulsos, o calcular momentos, o referir cualidades (largo, corto, fuerte débil, etc.).

5.2.4 La música como terapia

A través de la historia, la música ha sido utilizada en muy diversos entornos y momentos de la actividad humana. También con propósitos intencionales. El trabajo, el descanso, la caza, la guerra, el amor...

Por lo tanto la música puede convertirse en una estrategia productiva en el contexto escolar también. Las actividades desarrolladas bajo un contexto musical sirven de gran apoyo para despertar el interés y la motivación de los alumnos en las diferentes áreas de conocimiento. De allí la importancia que se le está dando a la música como recurso didáctico para favorecer el proceso de enseñanza aprendizaje de los alumnos. Despierta la sensibilidad del niño para sembrar su mente y su corazón del amor al bien, a la belleza, al arte, la música; sentimientos que lo ayudarán a lo largo de su vida a equilibrar sus emociones y actitudes ante las circunstancias que le toque afrontar. Toro (2000)

5.2.5 La música como gimnasia para la mente

Poner música durante determinadas clases, no sólo constituye un elemento motivador. La música clásica es considerada idónea para lograr un clima de calma. Muchas obras del barroco más concretamente, como la música de Bach, o Mozart, están compuestas con bases rítmicas muy cercanas al pulso del corazón (negra = 60). Esta afinidad permite la relajación. Esta relajación puede abrir paso a los procesos antes mencionado y explicados de concentración y abstracción.

Lozanov (1996) sostiene que "La música barroca logra estados y condiciones propicios para el aprendizaje, pues tiene un ritmo de sesenta golpes, que equivale a los latidos del corazón cuando estamos tranquilos y reposados". Estos sesenta latidos son por minuto, según el autor si se logra este nivel de relajamiento, las personas pueden recordar y asimilar lo aprendido, además podríamos estar más sanos y se tendría mayor capacidad mental.

5.3. OTROS EJERCICIOS MATEMATICOS COTIDIANOS

Trister y Heromar (1999) sugieren algunas sanas prácticas cotidianas:

Las matemáticas equivalen a mucho más que contar y reconocer los números. También se trata de aprender sobre más y menos; mucho y poco; pesado y liviano; largo y corto. Además las matemáticas implican aprender sobre las figuras (como el círculo, el cuadrado y el rectángulo); poder reconocer patrones (rojo-azul-rojo-azul); y hacer comparaciones (qué tiene más y qué tiene menos).

Para que los pequeños aprendan matemáticas no es necesario agobiarlos con tarjetas o ejercicios, ni los padres tiene que ser unos expertos en el tema. Sin embargo, durante el día se presentan muchísimas oportunidades de “hablar matemáticamente”.

- A la hora de comer, menciónle a su pequeño que su vaso está “vacío” o “lleno”. Formúlele preguntas como: “¿Prefieres el sándwich entero o en dos mitades?” En otra ocasión podrían preguntarle: “¿Quieres que lo cortemos en cuadros o en triángulos?”
- Permítanle a su preescolar ayudarles a separar la ropa lavada o a aparear los calcetines.
- Canten canciones o digan rimas que tengan números como: “Uno, dos y tres, caballito inglés”.
- Jueguen juegos como “Mamá yo puedo” y pídanle a su pequeño que dé cinco pasos gigantescos o que gire a su alrededor varias veces.
- Cuando jueguen con su pequeño con camiones o con bloques, díganle: "Tú tienes muchos más que yo. Yo sólo tengo unos pocos. Y tu hermanita sólo tiene uno. ¿Podrías darnos otro?"
- Cuando vistan a su pequeño, cuenten los botones de su camisa.
- Cuando vayan al mercado, déjenle contar. Por ejemplo: dos manzanas, tres plátanos, cuatro tarros de alimentos.

- Permítanle a su preescolar disponer la mesa para comer. Pídanle que cuenten las personas que van a comer y ayúdenle a colocar los tenedores, los cuchillos, las cucharas y las servilletas para cada persona.

Las actividades por si solas no son la clave mágica que genera aprendizajes. El tipo de alumno al que nos dirigimos, la técnica en su aplicación, el momento idóneo... forman un todo muy importante a considerar si queremos garantizarnos el éxito.

Según Alves (2000), enseñar significa:

a) Prever y proyectar la marcha del aprendizaje, imprimiendo una organización funcional al programa de trabajos y reuniendo el material bibliográfico y los medios auxiliares necesarios para estudiar la asignatura e ilustrarla.

b) Iniciar a los alumnos en el estudio de la asignatura, estimulándolos, proveyéndolos de los datos necesarios, orientando su razonamiento, aclarando sus dudas y fortaleciendo su progresiva comprensión y dominio de la materia.

c) Dirigir a los alumnos en actividades concretas, apropiadas y fecundas, que los conduzcan a adquirir experimentalmente un creciente dominio reflexivo sobre la materia, sus problemas y sus relaciones.

d) Diagnosticar las causas de dificultad, frustración y fracaso que los alumnos puedan encontrar en el aprendizaje de la materia, y ayudándolos a superarlas, rectificándolas oportunamente.

e) Ayudar a los alumnos a consolidar, integrar y fijar mejor lo que hayan aprendido, de forma que sean modificadas sus actitudes y su conducta en la vida.

f) Comprobar y valorar objetivamente los resultados obtenidos por los alumnos en la experiencia del aprendizaje, y las probabilidades de transferencia de esos resultados a la vida.

REFLEXIÓN CONCLUSIÓN

El mundo de la educación hoy, asiste a una revolución sin precedentes: nuevas teorías sobre el aprendizaje, nuevos modelos, nuevos métodos...; las técnicas que por décadas y generaciones fueron aplicadas en las aulas, hoy son severamente cuestionadas y sustituidas por otras nuevas, que a su vez nacen ya con fecha de caducidad próxima. Probablemente nuestra generación está teniendo el privilegio de vivir la mayor época de cambios de la historia. Si la infancia que vivimos los que nacimos en los años 70 (yo soy del 68) ya difería de la de nuestros padres en muchas cosas, es aun incomparable al del entorno que ahora tienen nuestros hijos. Ordenadores, teléfonos móviles, Internet...

Muchas incógnitas se alzan al mirar al futuro. Y en esta trepidante carrera hacia lo desconocido nos seguimos preguntando desde lo profundo de la nostalgia si el tiempo pasado ¿no sería mejor?. Nadie nos garantizará tal cosa ni sobre ello podemos preguntarnos con sabiduría, como ya advirtiera 3.000 años atrás el libro bíblico de Eclesiastés.

Matemáticas y música, música y matemáticas. Tan antiguas como el hombre. ¿Podría el hombre vivir sin alguna de ellas? Si bien las matemáticas nos sirven para contar el trigo y hacer el pan, bien sabemos que no sólo de pan vive el hombre. La matemática es al cuerpo lo que la música al alma.

Como hemos comprobado en este trabajo, son dos materias íntimamente relacionadas que no sólo pueden ir de la mano en educación sino que probablemente constituirían un matrimonio perfecto, portador de un desarrollo integral para la formación del niño. Las matemáticas han resultado para muchos estudiantes ser serias y

distantes, mientras que la música es evocadora de motivación y alegría. Acuñarlas en un mismo emblema nos dará la cara y cruz de una atractiva moneda.

Y ¿Por qué no se hizo antes? ¿No hay grandes matemáticos que no saben nada de música y viceversa? Sí, es cierto. Del mismo modo que muchas personas pueden pasar toda su vida sin ver el mar. En cuanto a porqué no se hizo antes, la respuesta es fácil: jamás hubo los medios que hoy tenemos. Hoy podemos tener en cuestión de segundos en el aula a la Orquesta Sinfónica de Viena al completo, sonando en alta fidelidad, interpretando la obra que deseemos. Hoy sí se puede. Estamos en el principio de un siglo al que le queda mucho por mostrarnos. Estamos convencidos de que la educación del futuro pasará por estas nuevas experiencias para las que el docente debe prepararse e ilusionarse. Nos revelará muchas incógnitas, apreciaremos lo desconocido y disfrutaremos con buen paladar del arte del bien combinar los sonidos, el tiempo... y las matemáticas.

BIBLIOGRAFÍA Y WEBGRAFÍA

Alves, L. (2000). *Estrategias de aprendizaje*. Madrid: RIALP.

Árias, F. (2001). *El Proceso de Investigación*. Caracas: EPISTEME.

Arbonés, J. y Milrud, P. (2011). *La armonía es numérica (1ª ed.)* Barcelona: RBA Libros S. A.

Ausubel, D. (1976). *Teoría del Aprendizaje*. Madrid: Editorial Lamer.

Betés de Toro, M. (2000). *Fundamentos de la musicoterapia*. España: Morata Ediciones.

Dante, N. (2005). *Música y Desarrollo Intelectual*. España: GROSS

Hernández, F. y Soriano E. (1999). *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Educación Primaria*. Madrid: La Muralla S.A.

Hidalgo, S. (1997). *Las matemáticas en el título de maestro*. Consideraciones teóricas, didácticas y prácticas. Segovia: L. Diagonal.

Lozanov, G. (1971). *Suggestology and the Outlines of Suggestopedia*. Gordon and Breach. New York..

Trister, D. y Heroman, C. (1999). *Como estimular el cerebro infantil*. Washington: Teaching Estrategias Inc.

Castellanos, M. S. (2012). *La música como estrategia para estimular el aprendizaje afectivo*. Recuperado el 16 de Mayo de 2013, de http://es.slideshare.net/zofi_a/tesis-o-documento-recepcional-la-msica-como-estrategia-para-estimular-el-aprendizaje-efectivo-13183605

Coronas, P. (2013). *Euterpe y Pitágoras*. Recuperado el 25 de Mayo de 2013, de <http://www.filomusica.com/filo11/paula.html>

Grupo Kepler, (2012). *Música y matemáticas*. Recuperado el 29 de Mayo de 2013, de <http://es.slideshare.net/grupokepler/musica-y-mates>

Ibaibarriaga, I. (2009). *Musica y Matematicas de Schoenberg a Xenakis*. Recuperado el 21 de Junio de 2013, de <http://es.slideshare.net/diezcanedo/musica-y-matematicas-de-schoenberg-a-xenakis>

Lozano, J. A. (2002). *El efecto Mozart*. Revista La Verdad Digital. Recuperado el 15 de Mayo de 2013, de <http://servicios.laverdad.es/panorama/ciencia150702.htm>

Lozano, J. A. (2001). *El efecto Mozart*. Revista La Verdad Digital. Recuperado el 26 de Mayo de 2013, de http://cienciaysalud.laverdad.es/9_6_2.html

Miliani, D. (2010). *El proyecto Canaima como herramienta del quehacer pedagógico en la escuela bolivariana*. Recuperado el 16 de Mayo de 2013, de <http://es.slideshare.net/ponencias/leidys>

Montilla, T. *La música como herramienta pedagógica*. Recuperado el 25 de Mayo de 2013, de <http://www.monografias.com/trabajos87/musica-como-herramienta-pedagogica/musica-como-herramienta-pedagogica.shtml>

Musicoterapia Venezuela (2005). *Tres genios y su materia gris*. Recuperado el 20 de Mayo de 2013, de <http://musicoterapiavenezuela.blogia.com/2005/052301-tres-genios-y-su-materia-gris-.php>

Parra, F. (2012). *Afinación pitagórica, el origen de la escala musical*. Teoría de la Música. Recuperado el 29 de Mayo de 2013, de <http://www.artificialgenetics.es/index.php/teoria-de-la-musica/21-afinacion-pitagorica-origen-de-la-escala-heptatonica>

Ríos Robledo, M. (2011). *Estimulación del aprendizaje a través de la música*. Recuperado el 15 de Mayo de 2013, de <http://es.slideshare.net/magdarobledo/la-musica-como-estimulo-de-aprendizaje-7632550>

Tiburcio, S. (2002). *Música y matemáticas*. Revista Elementos. N° 44. Volumen 8, (pag. 21). Recuperado el 14 de Junio de 2013, de <http://www.elementos.buap.mx/num44/htm/21.htm>

Universidad Interamericana de Puerto Rico, (2006). *Canciones matemáticas*. Recinto de Ponce. Recuperado el 20 de Mayo de 2013, de <http://cremc.ponce.inter.edu/carpetamagica/cancionesmate.htm>

Vargas-Mendoza, J. E. (2006). *Desarrollo cognitivo*. Teorías Estímulo-Respuesta. México: Asociación Oaxaqueña de Psicología A.C. Recuperado el 3 de Junio de 2013, de <http://www.conductitlan.net/presentaciones/teoere.ppt>