

O GeoGebra na aprendizagem das isometrias do plano com alunos do 6º ano

GeoGebra on learning of isometries of the plane with 6th grade students

NUNO MIGUEL SILVA¹

DÁRIDA MARIA FERNANDES²

Resumo

O Programa de Matemática (2013) enuncia como subconteúdos das isometrias do plano: reflexão central; reflexão axial; rotação e simetrias de rotação e de reflexão. A experiência letiva diz-nos que os estudantes apresentam dificuldades na aprendizagem destes conteúdos. Por isso, foram definidas estratégias, para o processo de aprendizagem e ensino sobre isometrias do plano, utilizando o GeoGebra, como dinâmica complementar ao uso de ferramentas mais tradicionais, como a régua e o compasso. Neste estudo foi possível perceber vantagens, desta complementaridade, com impacto positivo no conhecimento dos estudantes sobre os conteúdos em estudo. Mas surgiram, também, outras dificuldades quer na aprendizagem quer na ação do professor que urge refletir e analisar.

Palavras chave: isometrias do plano; visualização; tecnologias; GeoGebra.

Abstract

The mathematics curriculum established in Portugal, in 2013, presents as a subtopic of the isometries of the plane: central reflection; axial reflection; rotation; and rotation and reflection symmetries. The experience in teaching tells us that students present difficulties in learning these contents. Therefore, strategies were defined for the learning and teaching process in the isometries of the plan, using GeoGebra, as a complementary dynamic to the use of more traditional tools, such as ruler and compass. In this study, it was possible to observe advantages of this complementarity, with a positive impact on students' knowledge about the contents under study. But other difficulties arose both in the learning and in the action of the teacher that it is urgent to reflect and analyze.

Key word: isometries; visualization; technology; GeoGebra

Introdução

A motivação e a curiosidade são vetores determinantes na aprendizagem. Para Lourenço e De Paiva (2010) a motivação é primordial no desempenho escolar dos alunos. Contudo, para a fazer despertar na sala de aula não é tarefa fácil, especialmente, na aquisição de conteúdos na área de Matemática, revelando as crianças, à partida, maiores

¹ Doutor, Agrupamento de Escolas do Cerco do Porto, nmiguelpsilva@gmail.com

² Doutora, Escola Superior de Educação do Politécnico do Porto, daridafernandes@gmail.com

dificuldades. Segundo Caridade (2011, 2012) para motivar os estudantes é necessário apresentar os conteúdos como atividades ou experiências enriquecedoras que incentivem o interesse e a curiosidade. “Como nem todos os estudantes aprendem da mesma forma, cabe ao professor tornar os conteúdos mais atraentes e motivar os alunos para que estes realizem as diversas atividades com interesse” (Caridade, 2012, p. 2). Assim, o recurso a metodologias diferentes e motivadoras pode contribuir para que os estudantes encontrem mais significado no que lhes é exigido. Por outro lado, como a utilização das Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs) na aula de matemática permite o desenvolvimento do raciocínio estratégico, do espírito crítico, da discussão de ideias entre os grupos de trabalho, dentro dos grupos, com a turma inteira ou com o professor em diferentes domínios (Hahenwater e outros, 2007; Haciomeroglu e outros, 2009; Dikovic´, 2009; Lages e outros, 2011), por que não as utilizar na sala de aula? E especificamente no domínio da Geometria surge um software livre de geometria dinâmica – O GeoGebra, capaz de ir ao encontro das necessidades atuais de uma Escola do século XXI e dar um contributo determinante no desenvolvimento integral do estudante enquanto pessoa.

Conjugando todos estes fatores optou-se por utilizar este programa de geometria dinâmica no ensino de conceitos relacionados com as isometrias no plano no 6.º ano de escolaridade, numa matéria em que os estudantes revelam grandes dificuldades. A investigação realizada foi baseada numa matriz definida por uma questão-problema, pela evocação prévia de objetivos e suportada por uma metodologia adequada ao campo educativo em causa. Assim, neste artigo serão expostos estas componentes da investigação, mas também será apresentada a revisão da literatura, a análise e discussão de resultados, bem como as conclusões e as referências bibliográficas utilizadas.

Problemática em Estudo

Como existe algum desinteresse e fraco aproveitamento na Geometria os professores ficam preocupados e procuram motivar os seus alunos de modo a obterem resultados positivos neste domínio (Caridade, 2011 e 2012), reduzindo o insucesso na Matemática. Assim sendo, e pensando-se em aplicações capazes de estimularem o interesse do estudante pelos conteúdos programáticos, a aprendizagem torna-se mais flexível e estimulante permitindo o envolvimento do estudante no processo educativo.

Nesta investigação a questão problema tem a ver com esta situação educativa e foi formulada nos seguintes termos: “De que modo o GeoGebra pode **facilitar** a

aprendizagem das isometrias do plano? Convém esclarecer que o termo “facilitar” é aplicado no sentido de **compreender** e **relacionar** conceitos.

Para dar resposta a esta questão foram delineados os seguintes objetivos da investigação:

- Averiguar as potencialidades educativas do GeoGebra na aquisição e mobilização de conteúdos sobre isometrias do plano, no 6.º ano de escolaridade.
- Relacionar a exploração do GeoGebra com o uso de instrumentos de desenho na aprendizagem dos conteúdos referidos.
- Analisar as potencialidades pedagógicas da utilização do GeoGebra em sala de aula.

Assim, pretendeu-se recolher dados e refletir sobre eles, relacionados com a exploração do GeoGebra, no 6.º ano de escolaridade, no ensino de conteúdos sobre isometrias no plano, de forma cativante e motivadora. O presente estudo surge no sentido de descrever uma experiência pedagógica desenvolvida com uma turma desse ano de escolaridade, no subdomínio isometrias do plano. Durante o estudo pretendeu-se, assim, analisar e relacionar os seguintes tópicos:

- A Motivação na aprendizagem da matemática;
- O programa GeoGebra como uma ferramenta determinante na aprendizagem das isometrias no plano;
- As potencialidades e os constrangimentos na exploração didática deste software educativo.

Revisão da Literatura

1. As tecnologias numa Escola do século XXI

As tecnologias estão no bolso das crianças e parecem fazer parte já do seu ADN. Vários episódios dos nossos dias poderiam ser contados para fazer jus a esta afirmação, por pais, encarregados de educação, avós ou professores. Esta geração que está nas Escolas protagoniza a vontade de uma sociedade do século XXI e os educadores têm de saber acompanhar esta realidade sob pena de deixarmos a nova geração à deriva, sem a nossa orientação e sem integrar a nossa cultura e memória no seu ADN que devem fazer parte integrante desta sociedade em rápida transformação.

A utilização das tecnologias é hoje imprescindível quando nos referimos ao ensino da Matemática e, em particular, ao da geometria. A tecnologia não só influencia o modo como a geometria é ensinada e aprendida, como também afeta o momento em que isso acontece e o que se ensina (Breda, et al, 2011, p. 21).

Alguns autores, como Hohenwater, *et al*, (2007); Haciomeroglu, *et al* (2009); Caridade (2012) são unânimes em afirmar que o ensino da matemática, apoiado em atividades agradáveis e suportados pela tecnologia, favorecem o desenvolvimento de atitudes positivas e irá conduzir a uma melhor aprendizagem e ao gosto pela matemática (Caraça, 1989).

Para Caridade (2012) a introdução das TICs na sala de aula vai modificar o papel do professor, passando a desempenhar a função de orientador, mediador, pesquisador. “O professor deixa de ser alguém que possui e transmite o conhecimento mas aquele que colabora na aprendizagem do conhecimento. A utilização das TICs na aula de matemática foi uma mais-valia para os alunos” (idem, p. 15).

Também para Fernandes (1994) a utilização das TIC em sala de aula, designadamente, da folha de cálculo, permite aprofundar o trabalho realizado em grupo, com maior partilha de informação e cooperação entre os estudantes. Neste processo a motivação cresce e os estudantes ficam mais motivados e interessados quando realizavam as atividades e exploravam novas abordagens ao conhecimento. Esta investigadora conclui ainda que as aulas com a utilização daquele software, foram muito enriquecedoras na aquisição e mobilização do conhecimento, quer para o professor, quer para os estudantes.

2. O GeoGebra na educação matemática

Através de investigações realizadas nos últimos anos, Caridade (2012) confirma que a geometria dinâmica favorece a compreensão dos conceitos e das relações geométricas, pelo que deve ser utilizada no ensino e aprendizagem da matemática. Para Lages et al (2011) o GeoGebra possibilita a criação de materiais que funcionam de forma mais fácil e rápida do que outros softwares, por permitir construções interativas que facilitam o ensino de certos conceitos de cálculo com a visualização dinâmica. Por outro lado, a utilização de estratégias dinâmicas no Geogebra permite que as aulas se tornem mais produtivas, que os professores se sintam motivados e confiantes e que os alunos melhoram os seus desempenhos e resultados (Caridade, 2012). “A aplicação do

Geogebra foi relevante no processo de motivação e aprendizagem dos alunos. Os alunos conseguiram aprender matemática de uma forma atrativa, como uma ferramenta que facilitou a sua aprendizagem” (idem, p. 15).

Alguns trabalhos de investigação referem ainda que o GeoGebra torna-se uma mais valia para além da sala de aula, pois permite que os estudantes explorem a matemática não só no contexto formal, mas também em casa entre colegas, professores on-line ou off-line.

Na pesquisa realizada sobre a utilização do GeoGebra na aprendizagem de isometrias no plano Silva e Fernandes (2015) concluíram que a par de uma maior motivação para a aprendizagem, os estudantes tiveram oportunidade de construir, visualizar, manipular e estabelecer relações entre as propriedades dos objetos geométricos, de uma forma dinâmica. “Este dinamismo e capacidade de visualização foi, segundo os próprios estudantes, particularmente importante na compreensão da isometria e simetria de rotação. (idem, p. 8). Refira-se ainda que estes resultados vão na mesma linha de outros obtidos sobre esta problemática (Oliveira, 2012; Coelho, 2013; Gaspar & Cabrita, 2014).

Na pesquisa realizada por Silva e Fernandes (2015) as ferramentas tecnológicas surgiram como complementares às ferramentas tradicionais, constituindo-se como um recurso importante na discussão entre os estudantes e o professor sobre o trabalho desenvolvido, contribuindo também para o desenvolvimento da comunicação matemática. (Breda et al, 2011), usando “um vocabulário adequado ao conteúdo” (Silva e Fernandes, 2015, p. 8). Estes autores concluíram ainda que o uso dos dois tipos de ferramentas proporcionou a aprendizagem e consolidação de termos próprios sobre isometrias e os diálogos estabelecidos entre os estudantes revelaram aprendizagens mais significativas e relacionais sobre o tema.

Os planos para o futuro e numa escola do século XXI vão no sentido de usar as TIC com mais frequência nas aulas de Matemática, especialmente o Geogebra, usando applets disponíveis de modo a apurar soluções e estratégias adequadas à leção de conteúdos programáticos para que o ensino e a aprendizagem da matemática, seja mais estimulante para os alunos e professores.

Metodologia

1. Opções metodológicas

Tendo em conta os objetivos deste estudo, optou-se por uma metodologia de natureza qualitativa. Ao escolher-se a metodologia qualitativa, assumiu-se que nada é trivial e que todos os pormenores são susceptíveis de constituírem uma pista que permita estabelecer uma compreensão mais esclarecedora do objeto de estudo. Esta é "uma metodologia de investigação que enfatiza a descrição, a indução, a teoria fundamentada e o estudo das percepções pessoais" (Bogdan & Biklen, 1994, p. 11), assumindo desta forma um forte cunho descritivo e interpretativo.

A adopção de uma perspectiva qualitativa em investigações em educação, prossegue vários objetivos, nomeadamente os que se relacionam com a tomada de decisões práticas, com a melhoria de programas e sua implementação ou com a introdução de alguma inovação nas práticas. Refere-se a uma perspectiva de investigação que obriga a observar os comportamentos no seu contexto, isto é, que está centrada no terreno (Bogdan & Biklen, 1994).

Numa investigação qualitativa de índole descritiva e interpretativa há a considerar um conjunto de estratégias de investigação que encerram um conjunto de competências, pressupostos e práticas que o investigador adopta, nas quais se incluem, entre outras, o estudo de caso, a observação participante e não-participante e a investigação-acção (Cohen, Manion & Morrison, 2000; Denzin & Lincoln, 2000). Estas estratégias privilegiam um conjunto de métodos específicos de recolha de dados, observações, análise de documentos, notas de campo, etc. Assim, para que seja possível uma melhor compreensão do problema é fundamental o desenvolvimento de amplo conjunto de práticas interpretativas interrelacionadas que permitam descrever as rotinas e os momentos problemáticos e os significados das vidas dos indivíduos (Denzin & Lincoln, 2000, p. 3). Contudo, é preciso também estar atento às fragilidades deste método, designadamente, na possibilidade de uma maior subjetividade por parte do investigador e o facto de não permitir generalizações ou comparações de resultados, dado que não se destina à análise de populações vastas.

2. Fases do estudo

O estudo foi desenvolvido numa turma de 6.º ano de escolaridade, no ano letivo de 2014/2015, durante a lecionação de conteúdos relacionados com o subdomínio isometrias do plano. A turma, enquanto objeto de investigação, era constituída por 11 raparigas e 12 rapazes, sendo heterogénea quer no gosto manifestado pela Matemática, quer ainda no desempenho escolar na disciplina.

Para o estudo, foram previamente planejadas doze aulas de 50 minutos a serem implementadas ao longo de duas semanas e meia. As tarefas planejadas e propostas aos estudantes contemplavam situações que deveriam ser resolvidas individualmente e outras em par pedagógico. Em algumas aulas utilizaram instrumentos de desenho tradicionais e noutras recorreu-se ao GeoGebra.

Recolheram-se todas as produções das crianças e as notas de campo que foram alvo de reflexão e de análise do significado das respostas dos estudantes, bem como de toda a dinâmica comunicacional e procedimental desenvolvida nas aulas aquando da exploração do GeoGebra.

3. Enquadramento programático

Tendo em conta as alterações programáticas ocorridas no ano letivo 2013/2014, na sequência da mudança do Programa de Matemática, os estudantes da turma onde decorreu este estudo tiveram como documento orientador das suas aprendizagens, durante o 1.º Ciclo do Ensino Básico, o Programa de Matemática datado de 2007. A partir do 5.º ano, ano lectivo de 2013/14, passaram a ter como guia o Programa datado de 2013.

Assim, importa fazer um enquadramento programático que tenha em conta os dois programas mencionados.

Programa de matemática de 2007. Nas indicações metodológicas refere-se que “o estudo da Geometria deve ter como base tarefas que proporcionem oportunidades para observar, analisar, relacionar e construir figuras geométricas e de operar com elas. As tarefas que envolvem as isometrias do plano devem merecer atenção especial neste ciclo, sobretudo as que dizem respeito a reflexões e rotações, pois permitem a aprendizagem de conceitos geométricos de forma dinâmica e o aprofundamento da sua compreensão” (p.36).

Reportando-se ao trabalho desenvolvido no primeiro ciclo, é referido que “(...) As isometrias, que começam a ser abordadas no 1.º ciclo e utilizadas no estudo dos frisos, são aprofundadas no 2.º ciclo, especialmente a reflexão e a rotação” (p.36).

Quanto às tarefas e recursos, salienta-se que “os programas computacionais de Geometria Dinâmica e os applets favorecem igualmente a compreensão dos conceitos e relações geométricas, pelo que devem ser também utilizados” (p.37).

No que se refere a Conceitos específicos “a simetria é um conceito-chave em diversas áreas da Matemática mas é em Geometria que atinge maior relevância. Através da simetria podem caracterizar-se objectos geométricos e simplificar-se argumentos e, com o seu recurso, é possível elaborar estratégias de resolução de problemas em muitos casos de maior eficácia.

As isometrias permitem desenvolver nos alunos o conceito de congruência (figuras congruentes relacionam-se entre si através de reflexões, rotações, translações ou reflexões deslizantes)” (p. 37).

Programa de matemática de 2013. No programa de 2013, no subdomínio Isometrias do plano, os estudantes devem trabalhar os seguintes conteúdos: reflexão central como isometria; invariância da amplitude de ângulo; mediatriz de um segmento de reta; construção da mediatriz utilizando régua e compasso; reflexão axial como isometria; invariância da amplitude de ângulo; eixos de simetria; a bissetriz de um ângulo como eixo de simetria; rotação de sentido positivo ou negativo como isometria; invariância da amplitude de ângulo; imagem de um segmento de reta por uma isometria; construção de imagens de figuras planas por reflexões centrais e axiais e por rotações; simetrias de rotação e de reflexão; problemas envolvendo as propriedades das isometrias e utilizando raciocínio dedutivo e problemas envolvendo figuras com simetrias de rotação e de reflexão axial.

É de referir que, nesta investigação, houve um compromisso programático com os desígnios do programa atual, mas estabelecendo pontes com o programa anterior onde existiam orientações muito claras sobre a forma de explorar esta temática da Geometria.

Apresentação e Análise dos Resultados

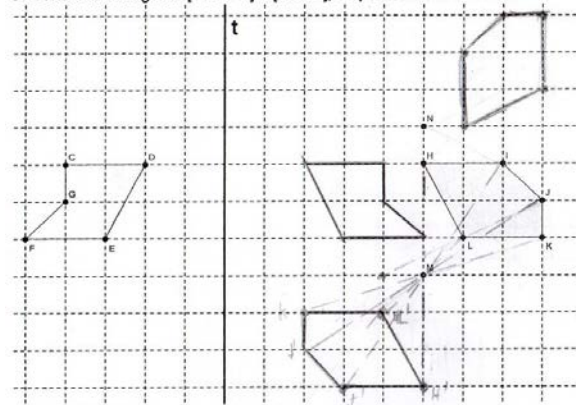
Os resultados apresentados referem-se apenas a uma parte do estudo, sendo analisadas: a pertinência da utilização do GeoGebra no estudo das isometrias do plano; as dificuldades na sua utilização e as suas potencialidades.

1. Tarefas propostas

Na tarefa seguinte os estudantes deveriam mobilizar o seu conhecimento sobre reflexão axial; reflexão central e rotação. Esta proposta foi resolvida em pares e para tal deveriam, numa primeira fase, utilizar os instrumentos de desenho tradicionais e só depois aceder ao GeoGebra.

Figura 1 – tarefa proposta aos estudantes sobre isometrias

3. Considera as figuras [CDEFG] e [HIJKL], os ponto M e N e a reta t



Constrói o transformado das figuras pela isometria seguinte:

- 3.1. reflexão axial da figura [CDEFG] segundo o eixo t;
- 3.2. reflexão central de centro M da figura [HIJKL];
- 3.3. rotação de centro N e amplitude 90° , no sentido positivo, da figura [HIJKL].

Na resolução desta tarefa, os estudantes tinham acesso ao GeoGebra, mas deveriam utilizá-lo numa perspectiva de confirmação/validação da sua resposta.

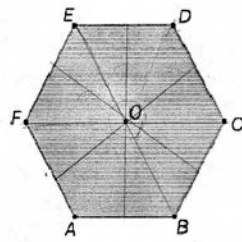
Alguns estudantes só usaram o GeoGebra depois de resolverem todas as propostas. No entanto, outros sentiram necessidade de recorrer ao programa à medida que iam respondendo às questões.

Durante a resolução, observou-se que, pelo facto de poderem aceder ao GeoGebra, permitiu a alguns grupos, que evidenciavam mais dificuldades, verificar questão a questão a solução encontrada e assim fossem ganhando mais confiança na resolução da tarefa.

Na tarefa seguinte os estudantes deveriam mobilizar os conhecimentos sobre simetrias de rotação e de reflexão. Esta proposta foi resolvida, mais uma vez, em pares e com recurso ao GeoGebra.

Figura 2 – tarefa proposta aos estudantes sobre simetrias

4. Na figura ao lado está representado um hexágono regular.



4.1. Qual é a amplitude do ângulo BOC? E do ângulo BOD? $360:6 = 60^\circ$
 $\widehat{BOC} = 60^\circ$ $60 + 60 = 120^\circ$
 $\widehat{BOD} = 120^\circ$

4.2. Qual é o transformado de B pela rotação de centro O, sentido negativo e amplitude 120° ?

O transformado é F.

4.3. Qual é o transformado de D pela rotação de centro O, sentido negativo e amplitude 60° ?

O transformado é C.

4.4. Qual é o transformado de [BC] pela rotação de centro O, sentido positivo e amplitude 180° ?

O transformado é [FE].

4.5. Qual é o transformado do ângulo EOF pela rotação de centro O, sentido negativo e amplitude 60° ?

Ângulo DÔE.

4.6. Indica as amplitudes de todos os ângulos cujas rotações de centro O mantêm invariante o hexágono dado.

Cada ângulo tem 60° .

4.7. Quantos eixos de simetria tem o hexágono?

Tem 6 eixos de simetria.

A possibilidade de acederem ao programa, permitiu, segundo os estudantes, compreender melhor as simetrias, particularmente a de rotação, na medida em que o dinamismo e interatividade do GeoGebra facilitou a capacidade de visualização.

Nesta tarefa, os estudantes iam avançando as suas ideias de acordo com a sua capacidade de visualização das transformações geométricas pedidas e utilizando instrumentos de desenho e medida. Sempre que entendessem necessário, poderiam recorrer ao GeoGebra.

Na utilização do GeoGebra, observou-se que era necessário um domínio do programa, que às vezes os estudantes não possuíam, dificultando a gestão da aula por parte do professor, dadas as diversas solicitações. Verificou-se, no entanto que estas dificuldades revelaram-se uma mais-valias para o desenvolvimento do conhecimento dos estudantes, tanto no que diz respeito aos conteúdos em estudo como na capacidade de utilizar o GeoGebra.

Por exemplo, na questão relacionada com a rotação de um dos lados do hexágono, os estudantes quiseram utilizar o seletor. Tal situação implicou um acompanhamento mais

próximo por parte do professor, uma vez que para surgiram, naturalmente, dificuldades relacionadas com a capacidade de utilizar estas ferramentas. Veja-se o diálogo seguinte:

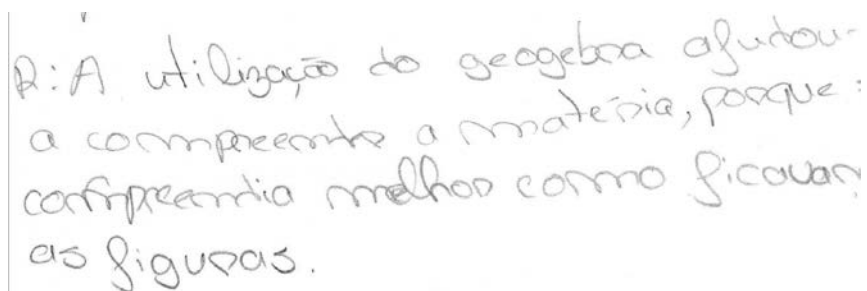
Estudante (E) A – vamos usar o seletor.

EB – Boa ideia! Carrega em seletor.

EA – E agora? Professor...

A ideia dos estudantes utilizarem o seletor decorreu de, numa das aulas anteriores, o professor ter usado esta ferramenta na correção e discussão conjunta de uma outra tarefa. Assim, o professor ajudou os estudantes a utilizarem a ferramenta seletor, que apesar de não ser necessária para a resolução da tarefa, possibilitou um maior dinamismo na compreensão da rotação do segmento de reta, uma vez que permitiu observar o movimento de rotação através da movimentação do seletor, o que não seria possível caso os estudantes utilizassem apenas a ferramenta de rotação. Por outro lado, permitiu desenvolver outras destrezas na utilização do GeoGebra.

2. Perspetiva dos estudantes sobre o GeoGebra



R: A utilização do geogebra ajudou a compreender a matéria, porque: compreentia melhor como ficaram as figuras.

porque o geogebra ajuda a pensar melhor
seja.

As notas são ajudadas mas os outros
coisas fiquei a saber o mesmo ou
um pouco mais.

O geogebra é um pouco difícil de
melhor mas quem aprender é fácil
e divertido.

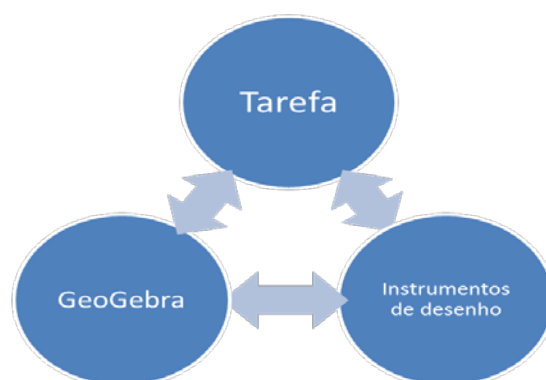
- 1- Acho que não me ajudou em nada porque eu não sei trabalhar
com o geogebra.
- 2- Tive muitas dificuldades

Durante as aulas foi visível uma motivação acrescida com a utilização do GeoGebra, possibilitando uma maior autonomia na resolução das tarefas propostas, a partir do momento que dominavam o programa, pois como escreveu este último estudante sobre as suas dificuldades na utilização do Geogebra: “acho que não me ajudou nada porque não sei trabalhar com o geogebra”. Assim, de acordo com esta situação concreta e de toda a experiência educativa vivida pode-se concluir que é necessário o uso limitado de comandos do Geogebra que permita, num primeiro momento, orientar, de forma eficiente, as pesquisas do estudante de modo a prosseguir os objetivos traçados na aprendizagem do conteúdo das isometrias no plano.

Na sequência de tarefas apresentadas observou-se ainda uma maior facilidade e predisposição para a elaboração de conjeturas, tendo em conta o dinamismo gerado pelo programa e a facilidade na validação das ideias dos estudantes. Por exemplo, nas simetrias de rotação e de reflexão. Naturalmente que esta experiência possibilitou, ainda, o desenvolvimento de competências matemáticas e digitais.

Refira-se ainda que a complementaridade do GeoGebra e dos instrumentos de desenho tradicionais (régua, compasso, transferidor), revelou-se uma mais valia na resolução, validação e compreensão das tarefas propostas (figura 3).

Figura 3: Resolução das tarefas: complementaridade entre duas ferramentas



Esta complementaridade entre as duas ferramentas (de desenho manual e de geometria dinâmica) foi importante, na medida em que estimulou a utilização das ferramentas tradicionais por parte dos estudantes, concorrendo para o desenvolvimento da capacidade de as utilizar, nomeadamente o transferidor, em relação ao qual, a experiência nos diz, apresentam muitas dificuldades. Por outro lado, o GeoGebra possibilitava a autocorreção, estimulando os estudantes a avançarem autonomamente na resolução das tarefas. Convém salientar, no entanto, que esta autonomia dependia diretamente da capacidade de utilização do programa por parte dos estudantes, revelando-se tanto mais eficaz quanto melhor era o domínio das ferramentas do GeoGebra.

Considerações Finais

Apesar de serem perçecionadas, pelo professor, vantagens na utilização do GeoGebra, validadas pela opinião e bom desempenho em tarefas posteriores, por parte da maioria dos estudantes, observou-se que alguns continuaram a evidenciar dificuldades na compreensão do conteúdo, revelando pouca predisposição para a utilização do programa, por estar relacionado com a Matemática, disciplina em relação à qual manifestam sentimentos de angústia.

Para uma melhor sistematização dos resultados obtidos procurou-se, nas considerações finais, agrupar os resultados em três dimensões diferentes, relacionando-as com os objetivos traçados: de natureza técnica ou procedimental; de natureza concetual e pedagógica.

Na dimensão de natureza procedimental ou técnica refira-se que, apesar de existirem dificuldades pontuais, de uma maneira geral, a utilização do GeoGebra foi considerada pelos estudantes como sendo de fácil compreensão e assimilação. Isto é evidenciado pelo fato de terem revelado autonomia, mas de forma progressiva, na execução das atividades desenvolvidas nas diferentes aulas, atendendo que existia uma orientação muito precisa sobre os comandos disponíveis a usar do programa de geometria dinâmica.

Nas conclusões de incidência mais concetual recorde-se que para Gravina e Santarosa (1998), o GeoGebra evidencia uma nova abordagem geométrica, onde conjecturas são feitas a partir da experimentação e criação de objetos geométricos. Deste modo, pode-se introduzir ou consolidar o conceito matemático dos objetos a partir da resposta gráfica oferecida pelo programa GeoGebra, surgindo naturalmente daí o processo de questionamento, argumentação e dedução. Nesta investigação tudo indica que as crianças compreenderam melhor os conceitos, pois colocaram mais questões, tinham mais dúvidas e isso gerava maior comunicação matemática, com o uso correto dos termos e outro entendimento das noções matemáticas em estudo.

Nesta investigação concluiu-se ainda que o trabalho com o GeoGebra foi complementar e enriqueceu a dinâmica de abordagem anterior pela construção dos conceitos usando os instrumentos de desenho: lápis, régua e compasso, desenvolvendo-se competências diferenciadas, quer na vontade de validar resultados ou experimentar novas situações geométricas ou mesmo enunciar novas conjecturas.

Na dimensão pedagógica o papel do professor altera-se mesmo e as relações interpessoais revelam uma intencionalidade didática mais intensa. O acompanhamento dos professores a cada um dos grupos e do estudante torna-se bastante dinâmico, mas de controlo mais difícil, pois os estudantes têm de saber esperar e ter calma para receber ajuda do professor ou avançam por “conta própria”, isto é, com base nas suas conjecturas.

Nesta componente refira-se ainda que foram identificados alguns constrangimentos relacionados com a gestão da turma e dos espaços, como necessidade de desdobrar a turma nas aulas de utilização dos computadores e a dificuldade de acesso à sala de informática.

Também para Nascimento (2012) “a utilização do Software GeoGebra como recurso didático no ensino da geometria constitui um caminho que o professor pode seguir na

perspectiva de chegar a uma maior satisfação em relação à GeoGebra aprendizagem e, por conseguinte o uso dessa aprendizagem no contexto de sua vida” (p. 131-132).

Referências

BOGDAN, R. C. & BIKLEN, S. K. (1994). *Investigação qualitativa em educação*. Porto: Porto Editora.

BREDA A.; SERRAZINA, L.; MENEZES, L.; SOUSA, H. & OLIVEIRA, P. (2011). *Geometria e Medida no Ensino Básico*. Brochura de apoio ao Programa de Matemática do Ensino Básico (2007) para o ensino da Geometria e Medida. Lisboa: DGIDC.

CARAÇA, B. J. (1989). *Conceitos Fundamentais da Matemática*. Livraria Sá da Costa Editora. e Gradiva, edições de 1951, 1984 e 1998.

CARIDADE, C.M.R., (2011). Applying Image Processing Techniques to motivate students in Linear Algebra Classes, 1st World Engineering Education Flash Week, Lisbon 2011. Editors: Jorge Bernardino and José Carlos Quadrado, p.114-121.

CARIDADE, C.M.R., (2012). *Tecnologias de informação e comunicação para o enriquecimento no ensino/aprendizagem*. Coimbra: Instituto Superior de Engenharia de Coimbra.

COELHO, A. (2013). *GeoGebra e iTALC numa abordagem criativa das isometrias*. Universidade de Aveiro: Tese de Mestrado.

COHEN, L., MANION, L. & MORRISON K. (2000). *Research Methods in Education*. London: Routledge.

DENZIN, N.K. & LINCOLN, Y.S. (2000). The discipline and practice of qualitative research. In N.K. Denzin & Y.S. Lincoln (eds.), *Handbook of qualitative research* (pp. 1-28). Thousand Oaks: Sage Publications.

DICK, B. (1999). What is action research? (Disponível em <http://www.scu.edu.au/schools/gem/ar/whatisar.html>)

DIKOVIĆ, L. (2009). Applications GeoGebra into teaching some topics of mathematics at the College Level, *Computer Science and Information Systems*, vol.6, n.2, p.191-203.

FERNANDES, D. (1994). *Utilização da folha de cálculo no 4.º ano de escolaridade. Estudo de uma turma*. Tese de Mestrado. Braga: Universidade do Minho.

FERNANDES, D. (2006). *Aprendizagens algébricas em contexto interdisciplinar no ensino básico*. Tese de Doutoramento. Universidade de Aveiro.

GASPAR, J. M. P & CABRITA, I. (2014). GeoGebra e ferramentas tradicionais – Uma conjugação favorável à apropriação das isometrias. *Seminário de Investigação em Educação Matemática*, XXV, (p. 169-190). Braga: APM.

GRAVINA, M. A.; SANTAROSA, L. M. (1998). *A Aprendizagem da Matemática em ambientes informatizados*. Brasília: IV Congresso RIBIE.

GRAVEMEIJER, K. P. (1991). Na instruction-theoretical reflection on the use of manipulatives. In L. Streefland (Ed.), *Realist Mathematics Education in primary school. On the occasion of the opening of the Freudenthal Institute*. Utrecht: Center for Science and Mathematics Education (CD-β).

GRAVEMEIJER, K. (1994). Educational development and development research in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(5), (p. 443-471).

GRAVEMEIJER, K. (1994). *Developing Realistic Mathematics Education*. Utrecht University: Freudenthal Institut.

GRAVEMEIJER, K.; Cobb, P.; Bowers, J. e Whitenack, J. (2000). Symbolizing, modeling e instructional design. In Paul Cobb, Erna Yackel e Kay, MacClain (Eds.), *Symbolizing and communicating in Mathematics Classrooms. Perspectives on Discourse, Tools, and Instructional Design*, (p. 225-273). London: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.

GRAVEMEIJER, K. (2004). Documentos internos do Freudenthal Institut (FI) e entrevistas concedidas à investigadora na Universidade de Utrecht, no FI.

HACIOMEROGLU, E.S., Bu, L., SCHOEN, R.C & HOHENWARTER, M., (2009). Learning to develop mathematics lessons with GeoGebra, *MSOR Connections*, vol.9, n.2, p.24-26.

HOHENWATER, M., PREINER, J. & Yi, T. (2007). Incorporating GeoGebra into Teaching Mathematics at the College Level,” *Proceedings of ICTCM 2007*, Boston, MA. Retirado de http://www.geogebra.org/publications/2007_ICTCM_geogebra/.

LAGES, I., NÓBREGA, M.C. & CARDOSO, S. (2011). As TIC ao serviço da aprendizagem: contributos do acompanhamento parental no 2º ciclo do Ensino Básico, *Projecto de Investigação*. Escola Superior de Educação de Paula Frassinetti.

LOURENÇO, A., e DE PAIVA, M.O.A. (2010). A motivação escolar e o processo de aprendizagem. *Ciências & Cognição*, vol.15, n.2, p.132-141.

NASCIMENTO, E. G. A. (2012). Avaliação do uso do Software GeoGebra no Ensino da Geometria: Reflexão da Prática na Escola. *Atas de La Conferência Latinoamericana sobre GeoGebra*. (p. 125-132). GeoGebra Uruguay 2012 ISSN 2301-0185.

OLIVEIRA, M. M. (2012). *Utilização do GeoGebra no tópico Reflexão, Rotação e Translação – Um estudo no 6.º ano de escolaridade* (Dissertação de Mestrado). Instituto Politécnico de Leiria, Leiria, Portugal.

SILVA, N. e FERNANDES, D. (2015). *O GeoGebra no estudo das isometrias do plano*. *Revista Eletrónica: Sensos-e* Vol: II Num: 1. ISSN 2183-1432. inED. Porto: ESE/IPPorto. <http://sensos-e.es.e.ipp.pt>