

14th Argentine Symposium on Artificial Intelligence, ASAI 2013

# Dinámica de Conocimiento: Contracciones Horn a partir de Ordenamientos Epistémicos

Néstor Jorge Valdez<sup>1</sup>Marcelo A. Falappa<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Departamento de Ciencias de la Computación, Fac. de Ciencias Exactas y Naturales  
Universidad Nacional de Catamarca (UNCa)  
Av. Belgrano 300 - San Fernando del Valle de Catamarca  
Tel.: (03834)420900 / Cel: (03834) 154591186  
e-mail: njvaldez@exactas.unca.edu.ar

<sup>2</sup> Laboratorio de Investigación y Desarrollo en Inteligencia Artificial  
Departamento de Ciencias e Ingeniería de la Computación, Universidad Nacional del Sur,  
Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET)  
Av. Alem 1253, (B8000CPB) Bahía Blanca, Argentina  
Tel: (0291)4595135 / Fax: (0291)4595136  
e-mail: mfalappa@cs.uns.edu.ar

**Abstract.** El presente trabajo de investigación se propone reformular las condiciones para una definición de una función de contracción Horn que esta basada en la noción de importancia epistémica (EE: *epistemic entrenchment*) que es una construcción de contracción equivalente al modelo AGM. Dicha construcción considera disyunciones arbitrarias, las cuales no son aptas para entornos con lógicas Horn. Por ello es que se hace uso de una técnica de aproximación Horn conocida como *Horn Strengthening*. Es por ello que en este artículo se reformulan las condiciones para definir la función de contracción Horn basada en EE, y se prueba la validez de estas nuevas condiciones evaluándolas con el conjunto de postulados que caracterizan este tipo de operación, demostrando que la función de contracción Horn satisface ciertos postulados característicos.

## 1. Introducción

El modelo AGM [1] para cambio de creencias asume una lógica subyacente que es al menos tan expresiva como la lógica proposicional. Debido a este supuesto, esta teoría no puede ser aplicada a los sistemas con lógicas subyacentes que son menos expresivos que la lógica proposicional. Este paper investiga la contracción de creencias en el cual la lógica subyacente se basa en un fragmento de la lógica proposicional, que es la lógica Horn. La contracción Horn ha sido materia de estudio en [3, 4, 5]. Ello se debe a su amplio campo de aplicación tanto en la IA, Bases de Datos, así como en Ontologías en Lógicas Descriptivas [2]. En [9] desarrollaron una contracción Horn que es análoga a la contracción basada en importancia epistémica conocida como EEC [6], la cual es equivalente al modelo AGM. Para que dicha equivalencia se verifique en una contracción con epistemic entrenchment, el orden debe satisfacer una propiedad extra, la proposición 2 de Zhuang y Pagnucco [9]. En ella, se aplican ciertas restricciones a la equivalencia de la contracción AGM para poder lograr el éxito de la equivalencia con la contracción Horn.

## 2. Aspectos Técnicos

Consideramos un lenguaje proposicional  $\mathcal{L}$ , con semánticas de un modelo-teórico estándar. Los caracteres griegos en minúsculas  $\varphi, \psi, \dots$  denotan fórmulas y los caracteres en mayúsculas  $X, Y, \dots$  denotan conjuntos de fórmulas. Una cláusula Horn es una cláusula con a lo sumo un átomo positivo.

Una fórmula Horn es una conjunción de cláusulas Horn. Una teoría Horn es un conjunto de fórmulas Horn. El lenguaje Horn  $\mathcal{L}_H$  es una restricción de  $\mathcal{L}$  para fórmulas Horn. La lógica Horn obtenida de  $\mathcal{L}_H$  tiene la misma semántica como la lógica proposicional obtenida de  $\mathcal{L}$ , pero restringida para fórmulas Horn y sus derivables Horn. La consecuencia lógica clásica y su equivalencia lógica se denota por  $\vdash$  y  $\equiv$  respectivamente.  $Cn$  es el operador de consecuencia tal que  $Cn(X) = \{\varphi \mid X \vdash \varphi\}$ . La consecuencia lógica bajo lógica Horn se denota por  $\vdash_H$  y así el operador de consecuencia  $Cn_H$  bajo lógica Horn es tal que  $Cn_H(X) = \{\varphi \mid X \vdash_H \varphi\}$ . Selman y Kautz [7] definen formalmente una notación de aproximación Horn llamado *Horn strengthening*. Un *Horn strengthening* de una cláusula no-Horn consiste en dejar todos los literales negados y uno solo positivo. Consideraremos la notación de conjunción de cláusulas tratándolas como conjuntos de cláusulas y la aplicación de esta definición. Adoptaremos también la convención que el *Horn strengthening* de una fórmula unitaria, lógicamente equivalente para una fórmula Horn, es el conjunto unitario que contiene la fórmula Horn.

### 3. Contracción de Creencias AGM

[1, 6] constituye el marco más influyente en el área de cambio de creencias para conjuntos de creencias. Para el caso de la contracción de un conjunto de creencias con respecto a una sentencia es otro conjunto de creencias que no incluye a dicha creencia. Existen diferentes construcciones para funciones de contracción de creencias. Una de ellas es la conocida como contracción basada en importancia epistémica (*epistemic entrenchment contraction*) en donde se determina un ordenamiento arbitrario entre las fórmulas del conjunto de creencias del agente. Es decir, mediante su importancia epistémica el método de EEC establece la intuición de que ante la necesidad de remover creencias de un conjunto de creencias optemos por la de menor importancia. Para ello, se establece un pre-orden total  $\leq$  entre las creencias de una conjunto  $K$  de creencias según su grado de importancia para así poder precindir de aquellas que manifiesten menor interes.

En [1] se establecen cinco condiciones (EE1) – (EE5) las que son impuestas en la relación  $\leq$  para capturar las intuiciones detrás de una noción de importancia epistémica.

El modelo AGM proporciona dos condiciones que establecen las conexiones entre *EE-relations* y los operadores de contracción. Uno que determina una *EE-relation* a través de un operador de contracción ( $C \leq$ ), la intuición es que en la contracción de  $\varphi \wedge \psi$  de  $K$  nos vemos forzados a abandonar  $\varphi$ , salvo en el caso límite en que tanto  $\varphi$  u  $\psi$  sean tautologías –y, por (EE2), ellos son igualmente importantes, y el otro determina un operador de contracción a través de una *EE-relation* ( $C \dot{-}$ ). Ella, establece que la creencia  $\psi$  es retenida si fue originalmente creible ( $\psi \in K$ ) y hay suficiente evidencia para retenerla ( $\varphi < \varphi \vee \psi$ ) o si no es posible remover a  $\varphi(\vdash \varphi)$ . Gärdenfors y Makinson como un tets de tales conceptos en sus teoremas 4 y 5 de [6].

### 4. Contracción Horn basado en EE

Desde un punto de vista de *epistemic entrenchment* la contracción Horn fue abordado por Zhuang y Pagnucco [9]. Ellos realizaron la comparación entre la contracción AGM a través de un ordenamiento epistémico en la lógica proposicional clásica con la contracción en lógica Horn. Como la operación de cambio es general, puede que el operador deba aplicarse sobre disyunciones de fórmulas que no son Horn. Es por ello que consideraron *Horn strengthenings* para sus postulados.

Por motivo de espacio no se incluyen en este paper *resumido* la definición de conjunto de Horn Strengthening de una fórmula  $\varphi$  y los ocho lemas de [7], y el conjunto de postulados que caracterizan formalmente la función de contracción Horn basado en *epistemic entrenchment*. También, se presentan algunas relaciones entre los postulados y algunos de estos con el postulado *partial anti-tony* ( $H \dot{-} pa$ ), el teorema de adaptación de los postulados AGM a los postulados bajo lógica Horn [7], los postulados como Covering, Weak Relevance, entre otros. Estas demostraciones también se omiten aquí.

La contracción de Horn basada en importancia epistémica (EEHC) propuesta por Zhuang y Pagnucco [9] se adapta a los requerimientos propuesto por AGM en lo que a su contracción basada en importancia epistémica (EEC) respecta. Sin embargo, la condición ( $C \dot{-}$ ) presenta el problema que ella hace referencia a disyunciones arbitrarias que pueden resultar no ser fórmulas Horn. Por lo

tanto, es necesario realizar una modificación de la condición  $(HC\dot{-})$  para que considere aquellos caso donde las disyunciones que no son fórmulas Horn sean reemplazadas por sus *Horn strengthenings*.

La reformulación de ambas condiciones  $(HC\dot{-})$  y  $(C\leq)$  como así también sus explicaciones se omiten aquí. Los teoremas 2 y 3 de [9] formalizan  $\dot{-}$  como una EEHC.

## 5. Redefinición de la Condición $(HC\dot{-})$ en $(HC'\dot{-})$

Como puede observarse en la explicación de los postulados que caracteriza formalmente a EEHC, resulta recurrente la necesidad de demostrar la integridad de una EEHC a través de los postulados característicos. Así vemos que (H-9) y (H-10) captura la relación entre una fórmula en el conjunto de creencias y la fórmula que se contrae por medio o a través de su disyunción. Además, pueden presentarse otras formas de relaciones que pueden resultar ser únicas y por lo tanto complejas para una contracción basadas en EE. Es el caso, por ejemplo cuando sentencias de un conjunto de creencias  $K$  no participan en la la eliminación de  $\varphi$  terminan siendo eliminadas. Estas sentencias deberían permanecer en  $K$  luego de una contracción  $K\dot{-}\varphi$ . El postulado para contracción *core-retainment* considera esta situación y denomina a estas sentencias como  $\varphi$ -cores de  $K$ . Diversos investigadores del área demuestran como sus contracciones Horn satisfacen el postulado *core-retainment* más que nada debido a la imposibilidad de que la lógica Horn no satisface *Recovery*. Zhuang y Pagnucco [9] trabajaron en esta problemática y como resultado de ello proponen la condición  $HC\dot{-}Core$  donde consideran la intuición del postulado *core-retainment*. Ahora, nuestra propuesta es reducir su complejidad (desde el punto de vista de su entendimiento), sobre todo de su condición 2). Esto nos lleva a redefinir la condición y lograr que la operación EEHC permita intuir, que sentencias que no participan en  $K\dot{-}\varphi$  permanezcan en  $K$ , así también que esta nueva condición satisfaga todos sus postulados básicos y suplementarios (lo cual se demuestra en este paper, lo que es relevante de nuestra contribución).

Proponemos una  $(HC'\dot{-})$  la cual considera una condición extra con respecto a la anterior  $(HC\dot{-})$ .

$(HC'\dot{-})$  :  $\psi \in H\dot{-}\varphi$  si y solo si  $\psi \in H$  y uno de los siguientes se sostiene:

1.  $\vdash \varphi$ ; o bien:
2. existe  $\chi \in HS(\varphi \vee \psi)$  tal que  $\varphi < \chi$ ; o bien:
3. existe  $\chi \in HS(\neg\psi \vee \varphi)$  tal que  $\chi \vdash \varphi$  y  $\chi \in H$ .

## 6. Demostración de validez de la EEHC modificada

La siguiente proposición será utilizada en la demostración del principal teorema de esta sección.

**Proposición 1** [9] *Sea  $K$  un conjunto de creencias y  $\varphi \in \mathcal{L}_H$ . Si  $\dot{-}$  y  $\dot{-}_H$  son EEC y EEHC respectivamente entonces:*

$$Horn(K)\dot{-}_H HS(\varphi) \subseteq Horn(K\dot{-}\varphi)$$

El siguiente teorema representa el principal aporte de este artículo y establece una correspondencia entre las relaciones de importancia epistémica y operadores de contracción Horn.

**Teorema 1** *Si  $\leq$  satisface (EE1) – (EE5) entonces la contracción  $\dot{-}$  determinada por  $(HC'\dot{-})$  satisface  $(H\dot{-}1)$  –  $(H\dot{-}10)$ , y  $(C\leq)$ .*

**Demostración.** Para demostrar este teorema primero demostraremos la solvencia de  $\dot{-}$  con respecto a EEHC y entonces verificar si se satisfacen  $(H\dot{-}1)$  –  $(H\dot{-}10)$  y la condición  $(C\leq)$ . Luego, necesitamos demostrar que si  $\dot{-}$  satisface  $(H\dot{-}1)$  –  $(H\dot{-}10)$  entonces  $\dot{-}$  es un EEHC.

Aquí también, por motivo de espacio la demostración del teorema 1 se omite y puede ser consultada en el paper extendido.

## 7. Conclusión y Trabajos Futuros

Así como trabajos anteriores han proporcionado un framework para contracción de tipo *partial meet* y *maxichoice* [5, 8], con el presente trabajo se amplía la investigación para contracciones basados en importancia epistémica. Existe una conexión cerrada entre *partial meet contraction* y *epistemic entrenchment contraction* en el framework de AGM [10, 3, 4]. La creencia de que tal conexión cerrada también existe para contracciones Horn, posibilitaría la comparación entre las distintas construcciones y, de esta manera, determinar formas más apropiadas de contracciones Horn. Estudiamos las conexiones entre EEHC y EEC. Debido a que no hay equivalencia Horn entre EEHC y EEC, se restringe su forma con respecto a una EEC para alcanzar la equivalencia entre ellas. Se propone una forma aún más restringida a la ya existente para EEC con el objetivo de que la función de contracción Horn satisfaga los postulados básicos y complementarios que caracterizan las operaciones de contracción Horn basados en EE, que considere la intuición de algunos casos en donde la contracción termina eliminando indebidamente los  $\varphi$ -cores, algo que fue tratado por Zhuang-Pagnucco, pero con la variante que nuestras condiciones resulten más intuitiva e interpretable.

Como futuros trabajos se piensa ampliar dicha aplicación para contracciones con conjuntos de sentencias (contracciones múltiples) en vez de una sentencias, y las que en la lógica propocisional AGM se conoce como contracción por paquete (*package contraction*).

## Referencias

- [1] Carlos Alchourrón, Peter Gärdenfors, and David Makinson. On the logic of theory change: Partial meet contraction and revision functions. *The Journal of Symbolic Logic*, 50:510–530, 1985.
- [2] F. Baader, D. Calvanese, D. McGuinness, D. Nardi, and P. Patel-Schneider. The description logic handbook. *CUP, Cambridge*, 2003.
- [3] Richar Booth, Thomas Meyer, and Iván José Varzinczak. Next steps in propositional horn contraction. In *Boutilier, C. (Ed.), Proceedings of the 21st International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI)*, pages 702–707, 2009.
- [4] Richard Booth, Thomas Meyer, Iván José Varzinczak, and Renata Wassermann. A contraction core for horn belief change: Preliminary report. In *13th International Workshop on Nonmonotonic Reasoning (NMR), (2010a/b)*, 2010.
- [5] James P. Delgrande. Horn clause belief change: Contraction functions. In *Gerhard Brewka and Jérôme Lang, editors, Proceedings of the Eleventh International Conference on the Principles of Knowledge Representation and Reasoning, Sydney, Australia, 2008*. AAAI Press, pages 156–165, 2008.
- [6] Peter Gärdenfors and David Makinson. Revisions of knowledge systems using epistemic entrenchment. In *Proceedings of the second conference on Theoretical aspects of reasoning about knowledge*, pages 83–95, 1988.
- [7] H. Kautz and B. Selman. Knowledge compilation and theory approximation. *Journal of the ACM*, 43(2):193–224, 1996.
- [8] Renata Wassermann and James P. Delgrande. Topics in horn contraction: Supplementary postulates, package contraction, and forgetting. In *Proc. NRAC-2011*, 2011.
- [9] Zhi Qiang Zhuang and Maurice Pagnucco. Horn contraction via epistemic entrenchment. In *Tommi Janhunen and Ilkka Niemelä, editors, Logics in Artificial Intelligence - 12th European Conference (JELIA 2010), volume 6341 of Lecture Notes in Artificial Intelligence*, pages 339–351, 2010.
- [10] Zhi Qiang Zhuang and Maurice Pagnucco. Transitively relational partial meet horn contraction. In *Proc. IJCAI-2011*, 2011.