

Über Anfänge und Entwicklung der Teilchen-Methoden ¹

RITA MEYER-SPASCHE ²

Mathematische Teilchen-Modelle wurden zunächst entwickelt zum Studium von Bahnen von Himmelskörpern in Gravitationsfeldern (N-Körper-Problem). Dann folgte das Studium von Bahnen geladener Teilchen in elektrischen, magnetischen und elektromagnetischen Feldern. Heute werden numerische Teilchen-Methoden, (Particle-in-Cell Methods, Mesh-free Methods), für sehr viele sehr unterschiedliche Anwendungen benutzt, insbesondere auch zur Erzeugung von Grafik in PlayStations.

Im Vortrag soll über denjenigen Entwicklungsstrang berichtet werden, der 1940 in England begann und bzgl. der Entwicklung und Realisierung (Implementierung) der Algorithmen und der Benutzung von Rechnern Avantgarde war (mechanische Rechenmaschinen, Analogrechner, ..., Supercomputer).

Teilchen-Methoden heute

Heute werden Teilchen-Methoden zur numerischen Simulation von multi-Skalen Phänomenen in sehr vielen sehr unterschiedlichen Anwendungen benutzt, wie z.B. zum Studium der Dynamik von Nano-Fluiden, der Ausbreitung von Schadstoffen in Luft und Wasser, der Dynamik von Galaxienhaufen, ... und auch zur Erzeugung von Graphik für PlayStations [14, Chap.11], [25, 8]. Außerdem aber auch weiterhin zum Studium von Plasmen [19, 10, 15]. Allerdings wird heute nicht mehr das gesamte Plasma durch Teilchen simuliert, sondern typisch werden zwei Plasma-Modelle zusammengeschaltet: ein Teilchen-Code simuliert einzelne, sich ungewöhnlich verhaltende Teilchen vor einem Hintergrund-Plasma, das mit einem magneto-fluid-Code oder einem gyro-kinetic-Code simuliert wird [20]. Auch die in der Fluid-Dynamik benutzten Vortex-Methoden sind algorithmisch eng verwandt mit Teilchen-Methoden [17].

Der hier betrachtete Entwicklungsstrang der heutigen Teilchen-Methoden begann in Manchester mit den Magnetron-Simulationen 1940 - 1944. Hauptakteure waren in der entscheidenden Phase Oscar Buneman (* 1913 in Mai-

¹ leicht veränderte Version von pp. 119 - 127 in: *Zeitläufe der Mathematik*, Tagung zur Geschichte der Mathematik, Freising 2011, H. Fischer, S. Deschauer (eds.), Algorismus Heft 77 (2012), Rauner Verlag Augsburg

² Max-Planck Institut für Plasmaphysik, EURATOM-Assoziation, Boltzmannstr. 2, 85748 Garching, Deutschland, meyer-spasche@ipp.mpg.de

land, + 1993 in Stanford) und sein Lehrer Douglas Rayner Hartree (* 1897 in Cambridge, GB, + 1958 in Cambridge, GB). Beide haben sowohl als Mathematiker als auch als Physiker gearbeitet. Hartree z.B. war 1929 - 1937 *Professor of Applied Mathematics* und 1937 - 1946 *Professor of Theoretical Physics* an der University of Manchester und 1946 - 1958 *Plummer Professor of Mathematical Physics* an der University of Cambridge. Über die genaueren Lebensumstände von Buneman und Hartree ist schon an anderer Stelle ausführlicher berichtet worden, siehe [18, 21] und die dort zitierte Literatur.

Vorgeschichte der Magnetron-Simulationen (vor 1940)

1987 fand in Princeton eine Tagung zur Geschichte des Wissenschaftlichen Rechnens statt [11]. In den Proceedings dieser Tagung beschrieb Oscar Buneman diese Vorgeschichte [12]: das 2-Körper-Problem im Gravitationsfeld war für Astronomen kein Problem, es konnte exakt gelöst werden. Das 3-Körper-Problem im Gravitationsfeld war [*im Allgemeinen*] mit den eleganten Methoden des 19. Jahrhunderts unlösbar: sie benutzten Reihenentwicklungen. Die Benutzung von Differenzenverfahren entwickelte sich erst langsam. Størmer berechnete sehr mühsam mit Differenzenverfahren die Bahnen von geladenen Teilchen im Erdmagnetfeld: *'he earned pity, if not ridicule'*. Die Wende brachte das Entstehen anderer Physik, der Quantenmechanik. Hier wurde das Modell gewöhnlicher Differential-Gleichungen durch ein Modell nichtlinearer partieller Differential-Gleichungen ersetzt, nämlich durch die Schrödinger-Gleichung für die Elektronendichte und die Poisson-Gleichung für das elektrische Potential. Dadurch passten Feld und Teilchen-Dynamik besser zueinander. Zwar entstand dann durch räumliche Mittelung wieder ein nichtlineares System gekoppelter gewöhnlicher Differential-Gleichungen, aber ein anderes als vorher [12]. Um dieses neue System lösen zu können, waren effiziente numerische Methoden nötig. Die Entwicklung der numerischen Methoden für diese Quantenmechanik-Modelle in Zusammenarbeit von Cambridge/Manchester (GB) und MIT (USA) hat E. Jurkowitz im Detail geschildert [23]. Hartree hatte in Cambridge studiert und promoviert, dann ist er nach Manchester gewechselt. Er hat dann von Manchester aus 1933 Vannevar Bush am MIT besucht und den dortigen Analog-Computer *Differential Analyser* kennengelernt. Wieder in Manchester, hat er zunächst mit einem Stabilbaukasten (*'meccano set'*(BE); *'erector set'*(AE)) ein eigenes Modell gebaut und dann eine Firma mit dem Bau der eigentlichen Maschine beauftragt.

Magnetron-Simulationen (1940 - 1944)

Als die Engländer eine deutsche Invasion für möglich hielten, wurden 1940 deutschsprachige Emigranten interniert. Unter ihnen war auch Oskar Büne-
mann alias Oscar Buneman: zunächst auf der Isle of Man, dann in Canada.
Im April 1941 wurde Buneman aus dem Lager entlassen, um in Hartrees
Magnetron-Gruppe für die britische Armee mitzuarbeiten: numerische Si-
mulation von Elektronenbahnen in Magnetrons. *Das militärische Ziel* dieser
Untersuchungen war es, Bewegungen der deutschen Militärs (insbesondere
Flugzeugstarts) zu beobachten. Dazu wurde Radarstrahlung solcher Wellen-
längen gebraucht, die durch das deutsche Militär nicht gestört werden konn-
ten.

Magnetrons gab es schon seit 1921; siehe [22, Abschnitt 3.4.5.1] und die
dortigen Literaturangaben. Ein für die Erzeugung von Radar-Strahlung be-
sonders geeignetes Magnetron wurde 1940 von Boot, Randall and Sayers in
Birmingham erfunden [12], [18, p.136f]. Die von den Briten für optimal ge-
haltene Wellenlänge von 10 cm [18] konnte aber nicht erzeugt werden ohne
besseres theoretisches Verständnis der Funktionsweise.

Bekanntlich hängen die Eigenschaften elektromagnetischer Strahlung von
der Wellenlänge ab. Wir haben . . . , sichtbares Licht, Infrarot, Mikrowellen
($0.1 \text{ cm} \leq \lambda \leq 30 \text{ cm}$), Radio-Wellen. Radar-Wellen ($0.1 \text{ cm} \leq \lambda \leq 10 \text{ cm}$)
sind spezielle Mikro-Wellen. Energiereich genug, daß sie noch gut erkennba-
re Echos von Gegenständen erzeugen, die mehrere hundert Meter oder sogar
Kilometer entfernt sind.³

Der Wissensstand in Deutschland bzgl. Elektronenröhren, Magnetrons
und deren Strahlung ist von R. Tobies ausführlich beschrieben worden [22,
Abschnitt 3.4.5.1, p.207 - 227]. Von der englischen Entwicklung von Magne-
trons für Radar erfuhren die Deutschen 1943 durch den Absturz eines briti-
schen Flugzeugs in der Nähe von Rotterdam. Danach versuchte Iris Runge
dann, die Maße eines Magnetrons so zu bestimmen, daß Strahlung der Wel-
lenlänge 10cm erzeugt würde [22, p.226]. Sie scheint aber Magnetrons ande-

³ Die Mikrowellen-Öfen sind eine Zufallserfindung eines Magnetron-Ingenieurs: es wird be-
richtet, daß *Percy LeBaron Spencer* (* 1894 in Maine, + 1970 in Massachusetts) für die Firma
Raytheon an der Verbesserung von Magnetrons arbeitete, als er ca 1945 plötzlich bemerkte, daß
der Schokoladenriegel in seiner Tasche durch die Radar-Strahlung schmolz. Er mag nicht der
erste gewesen sein, der so etwas beobachtete. Aber er war der erste, der gemeinsam mit Kol-
legen dieses Phänomen durch Experimente mit anderen Lebensmitteln näher untersuchte und
1950 einen Mikrowellen-Ofen zum Patent anmeldete. Seine Firma Raytheon war die erste, die
Mikrowellen-Öfen auf den Markt brachte (zunächst groß und schwer wie Schränke und sehr
teuer) [16]. *The magnetron is a fine example for 'swords into plough-shares'* [12].

rer Bauart betrachtet zu haben als das von der britischen Luftwaffe benutzte [18, 22].

Um die Wellenlänge der Strahlung wählen zu können, mußte die Dynamik eines Elektronenstrahls in äußeren elektrischen und magnetischen Feldern verstanden werden. Da es nicht um die Bahnen einzelner Teilchen ging, sondern um einen Strahl, mussten diese Untersuchungen *selbst-konsistent* durchgeführt werden, d.h. die Ladungsdichte des Strahls musste mitberücksichtigt werden. Dies war schon den beauftragenden Militärs bekannt.

Um die Orbits von mehreren Hundert Teilchen selbst-konsistent zu berechnen, schrieb Hartree ein *Programm*, in heutiger Sprache mit *goto*-Sprüngen und Schleifen. Ausgeführt wurde Hartrees Programm durch drei Mitarbeiter: Oscar Buneman, Phyllis Lockett⁴ (1917 - 1968) und David Copley, einem Lehrer, auf drei Tischrechenmaschinen.

Bei manchen dieser Rechnungen teilte Hartree die gesamten Elektronen so auf die drei Mitarbeiter auf, daß sie praktisch wie ein Parallel-Rechner arbeiteten. '*Phyllis was always the fastest*' [12]. Der Analogrechner *Differential Analyser*, den sich Hartree kurz vorher hatte bauen lassen, erwies sich als nicht leistungsfähig genug für diese Rechnungen.

Besonders zu erwähnen bei diesen Rechnungen:

* Die benutzten numerischen Methoden wurden (wie vorhin schon erwähnt), für *quantenmechanische* Rechnungen entwickelt. Bei den Teilchen-Simulationen wurde aber ein *klassisches* Modell benutzt. Das gerade ist ja ein Vorteil mathematischer Abstraktion: für eine bestimmte Anwendung entwickelte mathematische und numerische Methoden können anschließend auch für völlig andere Anwendungen benutzt werden.

* Lösen der impliziten Gleichungen, die bei der Diskretisierung der Lorentz-Gleichung mit zeit-zentrierten Differenzen entstehen. Hier fand Hartree einen eleganten Algorithmus, der auch später bei Teilchen-Simulationen benutzt wurde.

* Räumlich 1-dimensionale Simulationen (*1D-Simulationen*) bei äußerem Magnetfeld haben zu einem stationären Zustand geführt, der in Experimenten nicht nachweisbar und in 2D-Rechnungen instabil war. Rechnungen bei äußerem Magnetfeld sind deshalb später nur noch 2D oder 3D durchgeführt worden.

⁴ Später heiratete sie den Physiker Nicolson und nahm seinen Namen an. In einer Zusammenarbeit mit John Crank (1916 - 2006) über numerische Methoden für die Wärmeleitungs-Gleichung entstand das Crank-Nicolson Differenzenverfahren. Sie promovierte 1946 in Manchester. John Crank: '*she was my student*' [7].

* Die 2D-Poisson-Gleichung haben sie zunächst iterativ gelöst, mit *Southwell's Relaxation Technique*. Das erwies sich als viel zu zeitaufwendig. Da wenige Fourier-Moden ausreichten, war die direkte Lösung mit Fourier-Methode deutlich überlegen.

* Da die Elektronenbewegungen in den Rechnungen Zeitschritt für Zeitschritt 'händisch' ausgeführt werden mussten, mit Aufmalen der jeweils neuen Elektronenpositionen auf einer Plastiktafel, wurden die Elektronenbewegungen anschaulich. Dies führte zur Entdeckung des Schwellwert-Kriteriums für den Betrieb von Magnetrons, das später zum wichtigen Design-Tool für Elektronenröhren wurde [18, p.140f].

Teilchen-Simulationen (ca 1944 - 1966)

Das britische Magnetron-Projekt wurde 1944 beendet. In den späten 40er und frühen 50er Jahren machten nur noch wenige Elektrotechnik-Ingenieure weiterhin selbst-konsistente Simulationen geladener Teilchen ... *while many of us drifted into other areas such as nuclear and particle physics* [12].

Oscar Buneman erhielt nach Beendigung des Magnetron-Projektes ein Angebot, als Mitglied der britischen Delegation im Lawrence Berkeley Laboratorium nahe San Francisco am Manhattan-Projekt mitzuarbeiten. Dort hat er seine numerischen Simulationen fortgesetzt, aber jetzt Ionen-optisch zur Isotopen-Trennung im CALifornia University cycloTRON [13]. Im CALUTRON bewegten sich geladene Teilchen auf Segmenten von Kreisbahnen. Deren Radius hängt von der Masse der einzelnen Teilchen ab: kennt man die Bahnen der verschiedenen Isotope, kann man sie getrennt auffangen.

In den 50er Jahren entstand als neue physikalische Disziplin die *Plasma-physik*: Grundlagen-Fragen zu Strahlen und Strömungen geladener Teilchen in elektromagnetischen Feldern und zu elektromagnetischen Phänomenen in kosmischen Plasmen - aber auch das Ziel, einen Fusions-Reaktor zur Energie-Versorgung zu entwickeln. Wegweisend für die Entwicklung dieser jungen Disziplin war die im August 1956 von der *International Astronomical Union (IAU)* in Stockholm veranstaltete Konferenz *Electromagnetic Phenomena in Cosmical Physics*, auf der sich führende Astronomen und Physiker aus aller Welt trafen und die dadurch viele spätere Kooperationen angestoßen hat: u.a. waren dort die Schweden H. Alfvén, B. Lehnert, W.H. Bostick (lokale Organisation), die Briten O. Buneman, T. Gold, T.G. Cowling, der Niederländer H.C. van der Hulst, die Deutschen L. Biermann und A. Schlüter, die Sowjet-Bürger L.A. Artsimovich und W.D. Shafranov und die USAler E.N. Parker und L. Spitzer [13].

In den späten 50er Jahren begannen dann John M. Dawson (1930 - 2001) in Princeton und O. Buneman in Stanford numerische Simulation von Plasma-Teilchen, d.h. es wurden gleichzeitig positiv und negativ geladene Teilchen betrachtet so, dass die Gesamtzahl nach außen hin elektrisch neutral war. 1957 - 1958 verbrachte Buneman ein Sabbatical an der Universität Stanford und wandte sich dort 1D-Simulationen zu [1, 9, 12]. Dieses Mal hatte er einen Programmierer, der ziemlich selbständig für ihn die Rechnungen durchführte: Buneman wußte später nicht einmal, in welcher Programmiersprache das Programm geschrieben war [9]. Die Veröffentlichung dieser Ergebnisse [1] führte 1984 zu einem *Citation Classic* [9, 12] und begünstigte vermutlich auch, daß er die Position als *Professor of Engineering* und Leiter eines Institutes für Plasma-Forschung in Stanford bekam, die er von 1960 bis zu seiner Emeritierung 1984 inne hatte.

Die Plasma-Simulationen von [1] waren 1-dimensional, ohne transversales Magnetfeld. Wegen der Wichtigkeit von unverständenen magnetischen Barrieren in Plasmen und wegen der Magnetron-Erfahrungen (s.o.) waren 2D-Simulationen dringend erwünscht. So war es ein Glücksfall, daß gerade zu dieser Zeit Roger W. Hockney (19xx - 1999) nach Stanford kam und sich eine Dissertation in Plasmaphysik und Numerik wünschte. Er wurde daraufhin von O. Buneman und dem Numeriker Gene Golub (1932 - 2007), Professor am Stanforder Computer Science Department, gemeinsam betreut. Hockney war der erste, der ernsthaft 2D Teilchen-Simulationen für magnetisierte Plasmen machte. Er schrieb ein Fortran-Programm, das mit dem Hartree-Algorithmus mehrere 1000 Plasma-Teilchen in der Zeit vorwärts schreiten ließ. Wie schon bei den Magnetron-Simulationen war das wiederholte Lösen der Poisson-Gleichung so zeitaufwendig, daß es effizienter gemacht werden musste [2, 3]. Fast gleichzeitig entstand auch die FFT (*Fast Fourier Transform*) von Cooley-Tukey. Nach seiner Promotion hat Hockney Stanford verlassen, aber weiterhin für andere Anwendungen Teilchen-Simulationen gemacht. Später hat er dann zusammen mit Eastwood das erste Buch über Teilchen-Simulationen geschrieben [8]. Einige Jahre später erschien [10].

Nach Hockneys Weggang hat Buneman Fortran gelernt, die numerischen Plasma-Simulationen selber fortgeführt und zur Lösung der Poisson-Gleichung den Buneman-Algorithmus entwickelt.

Citation Classics

In der Arbeit [1] studierte er mit Hilfe eines Programmierers die Evolution von Instabilitäten auf einem 1103-AF computer. Durch Berechnung der

Bahnen von 256 Elektronen und 256 Ionen im nicht-linearen Bereich zeigte er, daß Drift-Energie auch ohne Stöße in Wärme umgewandelt werden kann. Damit zeigte er, wie *anomaler Widerstand* entsteht. Die von ihm in zwei Computer-Plots [1, Fig.5, Fig.6] dargestellte Instabilität wurde zunächst *electron-ion interstreaming instability* genannt. Heute heißt sie *Buneman Instability*.

In der Woche vom 10. Sept. 1984 war die Arbeit [1] *This Week's Citation Classic*, weil sie in den vergangenen 25 Jahren laut *Current Contents* 385 mal zitiert worden war. In seinem 1-seitigen Kommentar dazu [9] meint er: '... *Output plots, displayed on two pages of Physical Review, caused quite a stir The message is probably not the reason for the frequent citation of the paper. The reason is that it presented and displayed perhaps the first useful 'computer simulation' of a plasma. Computational physics had not been invented. Computers were primitive, and theoretical physicists tended to frown upon their use. . . .*' [9]. 'Nowadays, of course, particle simulation by computers is very popular and highly respectable, so references to its initiation have proliferated. Hockney and Eastwood [8] kindly dedicated their book on the topic to 'Oscar.'" [9]. Wortgenau heißt die Widmung: *To Oscar, Founder of the Subject*.

Wenn wir uns heute bei ISI WOK [24] ansehen, wie oft [1] zitiert wurde, vgl. Abbildung 1, so finden wir 424 Zitierungen in den ersten 25 Jahren (1959 - 1984) und 194 Zitierungen in den nächsten 25 Jahren (1985 - 2010). Auch 2011 ist das Paper schon mehrfach zitiert worden - sicherlich nicht wegen der Plots, sondern . . . *because of the message of the paper*.

In [9] erzählt er außerdem von seinem Versuch, den 'Buneman-Algorithmus' inklusive (einem sehr raffiniert geschriebenen) Fortran Programm zu veröffentlichen. Der 11 Seiten lange Text *A Compact Non-Iterative Poisson Solver* '... *which, along with some novel trick in numerical analysis (now called the Buneman algorithm), contained a carefully written Fortran program. I thought this latter was the best part of the work.*' Die Arbeit wurde von vier Zeitschriften abgelehnt. Da hat er sie schließlich nur als (nicht als Veröffentlichung geltenden) Laborbericht [4] in den Plasmaphysik-Instituten verteilt und das (nur eine Seite lange) Fortran-Programm auf Lochkarten verschenkt, unter anderem auf einer Plasma-Tagung [13] und im Institut für Plasmaphysik in Garching bei einem Besuch im Nov. 1969.

'I had an interesting experience with another effort of mine in the area of computational physics. It led to a 'most-cited' paper, but someone else's. . . .The reviewers had not understood it, were prejudiced, objected to pro-

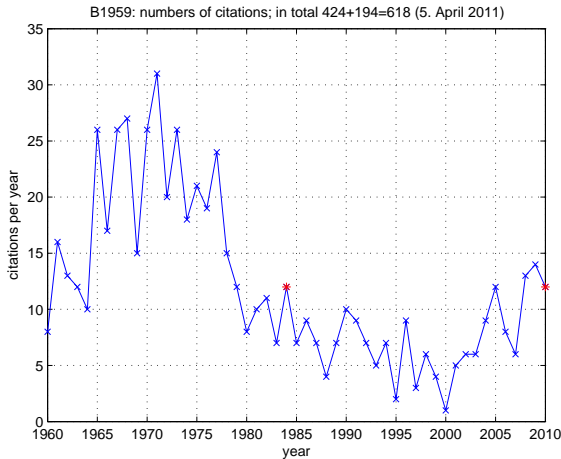


Abbildung 1: Zitierungen der Arbeit [1] pro Jahr, laut aller ISI-Datenbasen [24]; 424 Zitierungen in den ersten 25 Jahren (1959 bis 1984) und 194 in den nächsten 25 Jahren (1985 bis 2010); mit den drei Zitierungen von 2011 insgesamt 621 Zitierungen im Zeitraum 1959 bis 22. Mai 2011.

grams, or objected to Fortran. Fortunately, Bill Buzbee of Los Alamos picked up the note and, together with Gene Golub and Clair Nielson, wrote a learned paper [5] ‘around it – which became a most-cited reference recently!... I feel vindicated.’ [9]. 1983 war die Arbeit [5] nach den damaligen Unterlagen 130 mal zitiert worden, am 2. Okt. 2010 laut ISI 351 mal [24].

Der *Buneman-Algorithmus* ist auch unter numerisch arbeitenden Mathematikern sehr bekannt und wurde in mindestens einem sehr weit verbreiteten Numerik-Lehrbuch ausführlich behandelt, in Stoer-Bulirsch [6]. Im Vergleich zu den üblichen *iterativen* Algorithmen zur Lösung von Gleichungssystemen war dieser *direkte* Algorithmus auf denjenigen *speziellen* Gleichungssystemen eindeutig überlegen, auf die er anwendbar ist (diskretisierte Poisson-Gleichung), siehe [6, Abschnitte 8.8, 8.9]. Er wird deshalb auch heute noch häufig zum Lösen der diskretisierten Poisson-Gleichung benutzt.

Dank: Ganz herzlich bedanke ich mich bei allen, die durch ihre Fragen, Bemerkungen und Kritik zur Verbesserung dieses Textes beigetragen haben, be-

sonders bei Ivor Grattan-Guinness - und natürlich bei den Organisatoren der Tagung.

Literatur

- [1] O. Buneman (1959): Dissipation of currents in ionized media. *Phys. Rev.* **115** 503 - 517;
- [2] R.W. Hockney (1965): A fast direct solution of Poisson's equation using Fourier analysis, *J. Assoc. Comput. Mach.* **12**, p. 95
- [3] R.W. Hockney (1966): *The Computer Simulation of Anomalous Plasma Diffusion and the Numerical Solution of Poisson's Equation*, PhD Thesis, Computer Science Dept. Stanford U.
- [4] O. Buneman (1969): *A Compact Non-Iterative Poisson Solver* SUIPR-Report No 294, 11 pages, Stanford, Institute for Plasma Research,
- [5] B.L. Buzbee, G.H. Golub, C.W. Nielson (1970): On direct methods for solving Poisson's equation, *SIAM J Numer Anal* **7**, p. 4
- [6] J. Stoer, R. Bulirsch (1978, 1983): *Einführung in die Numerische Mathematik*, Band 2, Springer Verlag 1978;
Introduction to Numerical Analysis, Springer Verlag 1983
- [7] John Crank, private communication, Oberwolfach, November 1980
- [8] R.W. Hockney, J.W. Eastwood (1981, 1988, 1989): *Computer Simulation using Particles*, 540 pages, McGraw Hill (1981); Hilger Bristol (1988); Institute of Physics Publishing, Bristol and Philadelphia; several Reprints, Im Buchhandel auch 2011 noch erhältlich
- [9] O. Buneman (1984): Citation Classic - Dissipation of Currents in Ionized Media, *Current Contents/Engineering Technology & Applied Sciences* **37**, p.16
- [10] C.K. Birdsall, A.B. Langdon: *Plasma Physics via Computer Simulation*, first published 1985, several reprints at other publishing companies. Die Ausgabe von 1991 ist auch 2011 noch im Buchhandel erhältlich
- [11] *A History of Scientific Computing*, S.G. Nash, ed, ACM Press 1990

- [12] Oscar Buneman (1990): Particles in their self-consistent fields: From Hartree's Differential Analyzer to Cray Machines, in: [11, pp. 57-62];
- [13] Ruth Buneman, R.J. Barker, A.L. Peratt, S.H. Brecht, A.B. Langdon, H.R. Lewis (1994): A Tribute to Oscar Buneman – Pioneer of Plasma Simulation; IEEE Transactions on Plasma Science **22**, no 1
- [14] E. van de Velde (1994): *Concurrent Scientific Computing*, Springer
- [15] Pukhov (1999): A 3D electromagnetic relativistic PIC code, VLPL; J. Plasma Phys. **61**, p. 425
- [16] National Inventors Hall of Fame Foundation, Inc. (eds.) (1999): *HALL OF FAME/inventor profile: Percy Lebaron Spencer*, (11.08.2011), http://www.invent.org/hall_of_fame/136.html
- [17] G.H. Cottet, P. Koumoutsakos (2000): *Vortex Methods, Theory and Practice*, Cambridge U Press
- [18] C. Froese Fischer (2003): *Douglas Rayner Hartree, his life in Science and Computing*, World Scientific, New Jersey
- [19] J.P. Verboncoeur (2005): Particle simulation of plasmas: review and advances, Plasma Phys Control Fusion **47** A231 - A260
- [20] O. Mishchenko (2005): *New Methods in Gyrokinetic Particle-in-Cell Simulations*, Dissertation in Physik, U Greifswald
- [21] R. Meyer-Spasche: 'Oscar Buneman (1913 - 1993) und die Anfänge der Computational Plasma Physics', in: Proc. 10. Österreichisches Symposium zur Geschichte der Mathematik, Miesenbach (NÖ), 30.05. - 5.06.2010, Chr. Binder (ed.), TU Wien 2011, pp. 266 - 271; siehe auch <http://edoc.mpg.de>
- [22] R. Tobies (2010): *Morgen möchte ich wieder 100 herrliche Sachen ausrechnen*, Iris Runge bei Osram und Telefunken, Franz Steiner Verlag, Stuttgart
- [23] E. Jurkowitz (2010): Understanding Quantum Systems and Getting Numbers Out, Talk at 4th Int. Conf. Europ. Soc. Hist. Sci., Barcelona, Nov. 2010; Projekt *History and Foundations of Quantum Physics*, MPI für Wissenschaftsgeschichte (Jurkowitz, Blum, Joas)

- [24] <http://www.isiknowledge.com/>, 'all databases', Version 16. Juni 2011, ISI Web of Knowledge - Science - Thomson Reuters
- [25] P. Koumoutsakos, G.-H. Cottet, D. Rossinelli: *Flow Simulations Using Particles - Bridging Computer Graphics and CFD*, Class Notes, Computational Science and Engineering Laboratory ETHZ, Version 21.07.2011
<http://www.cse-lab.ethz.ch/teaching.html>