

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
PRIRODOSLOVNO–MATEMATIČKI FAKULTET
MATEMATIČKI ODSJEK

Domagoj Lacmanović

TRODIMENZIONALNA NUMERIČKA
SIMULACIJA ELASTIČNOG STENTA

Diplomski rad

Voditelj rada:
prof. dr. sc. Josip Tambača

Zagreb, rujan, 2018.

Ovaj diplomski rad obranjen je dana _____ pred ispitnim povjerenstvom u sastavu:

1. _____, predsjednik
2. _____, član
3. _____, član

Povjerenstvo je rad ocijenilo ocjenom _____.

Potpisi članova povjerenstva:

1. _____
2. _____
3. _____

Hvala mojim roditeljima što su mi u svakom pogledu bili velika podrška tijekom cijelog studija. Veliko hvala mom mentoru prof. dr. sc. Josipu Tambači na silnom vremenu i pomoći koje mi je pružao tijekom pisanja ovog rada. Hvala Rini i Gregoru na grafičkoj i tehničkoj pomoći.

Sadržaj

| | |
|--|-----------|
| Sadržaj | iv |
| Uvod | 1 |
| 1 Stentovi | 3 |
| 1.1 Vrste koronarnih stentova | 3 |
| 1.2 Modeli koronarnih stentova | 5 |
| 2 Trodimenzionalna teorija elastičnosti | 7 |
| 2.1 Osnovni pojmovi | 7 |
| 2.2 Mjera deformacije | 8 |
| 2.3 Jednadžbe ravnoteže u deformiranoj i referentnoj konfiguraciji | 9 |
| 3 Teorija linearizirane elastičnosti | 13 |
| 3.1 Slaba formulacija | 14 |
| 3.2 Apstraktni rezultat egzistencije i jedinstvenosti | 15 |
| 3.3 Problem čiste trakcije (<i>eng. pure traction problem</i>) | 17 |
| 4 Numeričko modeliranje i rezultati | 19 |
| 4.1 Stent nalik Express stentu | 24 |
| 4.2 Stent nalik Cypher stentu | 37 |
| 4.3 Stent nalik Xience stentu | 47 |
| 4.4 Stent nalik Palmaz stentu | 55 |
| 4.5 Stent nalik Cobra PzF stentu | 61 |
| 4.6 Usporedba dobivenih aproksimacija | 67 |
| Bibliografija | 71 |

Uvod

Krvožilni sustav igra jednu od najvećih uloga u održavanju ljudskog organizma na životu. Zbog različitih razloga, kao što su nepravilna prehrana, pušenje, manjak tjelovježbe ili pak genetskih predispozicija, može doći do njegova nepravilnog funkcioniranja. Jedan od problema je i sužavanje pojedinih dijelova krvnih žila, što dovodi do smanjenog protoka krvi. U tu svrhu se na kritične dijelove ugrađuju stentovi.

Stent je mala cijev od metalne mrežice koja se postavlja u suženi ili zatvoreni dio krvne žile. Postoji nekoliko vrsta stentova klasificiranih s obzirom na područje krvožilnog sustava u koji se ugrađuju. Jedna od njih su koronarni stentovi, stentovi koji se postavljaju u koronarne (srčane) arterije, takozvane žile hranilice srca. Postoje dvije osnovne situacije u kojima se postavlja koronarni stent: srčani udar i stabilna koronarna bolest (poznatijeg naziva angina pectoris).

Stent se u koronarnu krvnu žilu postavlja postupkom perkutane koronarne intervencije. Radi se o postupku kateterizacije srca, gdje se dugačkom cijevi, kateterom, ulazi u krvožilni sustav, na preponi ili na zapešću, sve do srca, iznad aortnog zaliska. Zatim se kroz kateter provlači žica te naposljetku, stent postavljen na malom balonu. Nakon što se ustanovi točno mjesto postavljanja stenta, balon se napuše i stent se raširi te tako omogući normalan protok krvi.

Gore opisani postupak zahtijeva izrazitu preciznost i smirenost liječnika i cijelog medicinskog osoblja da bi sve prošlo bez grešaka. Nadalje, izrazita točnost u proizvodnji samog stenta je također od iznimne važnosti. Kako je na tržištu jako puno stentova različitih geometrijskih svojstava, kao i materijalnih, postavlja se pitanje koji će se stentovi, i kako, najviše deformirati pod utjecajem vanjskih sila.

Ovaj diplomski rad proučava upravo koronarne stentove. Najprije se opisuje modeliranje stentova različitih geometrijskih i materijalnih svojstava, a potom, pomoću numeričkih metoda i teorije linearizirane elastičnosti, rješava problem traženja aproksimacije pomaka pri djelovanju sile tlaka.

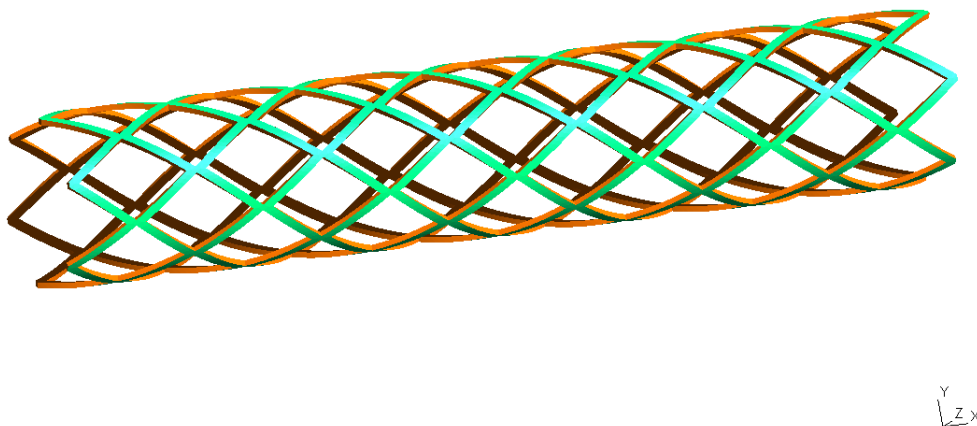
Poglavlje 1

Stentovi

1.1 Vrste koronarnih stentova

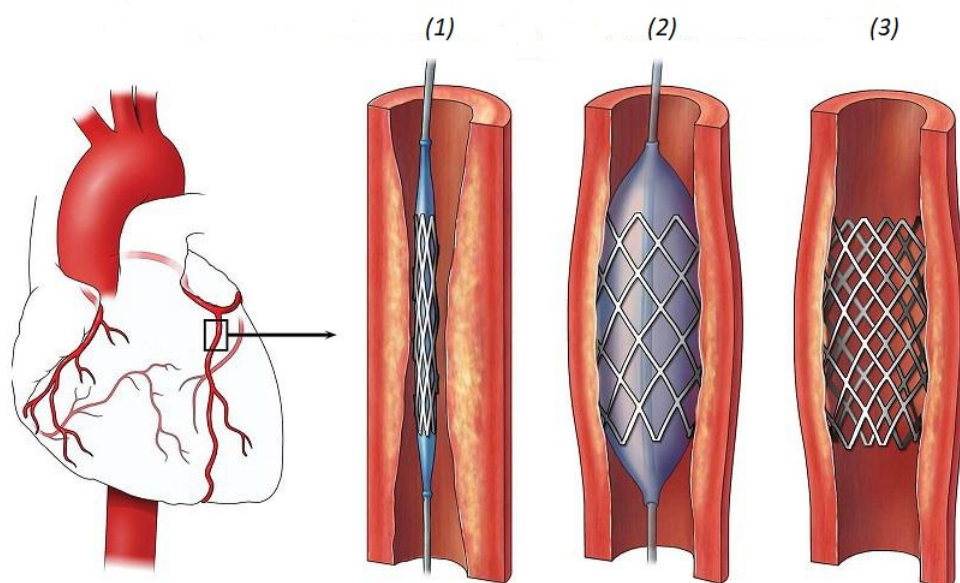
Koronarni stent je mala cijev od metalne mrežice koja se postavlja u manje otvoren ili začepljen dio koronarne arterije s ciljem da se to suženje proširi i omogući normalan protok krvi.

Načelno, danas postoji više vrsta koronarnih stentova: metalni (*eng. bare-metal stent, BMS*), stentovi koji izlučuju lijek (*eng. drug-eluting stent*), "dual therapy" stentovi, biorazgradivi te "bio-engineered" stentovi.



Slika 1.1: Primjer 3D modela koronarnog stenta

Metalni stent sastoji se samo od metalne mrežice. Njegova osnovna uloga je otvaranje krvne žile i uspostavljanje normalnog protoka krvi. Nakon postavljanja ovakvog tipa stenta dolazi do procesa zacijeljivanja, točnije unutarnji sloj stanica krvne žile prekrije mrežu i ona uraste u stijenku krvne žile. Kako odmah po postavljanju stenta dolazi do izravnog kontakta između metala i krvi potrebno je uzimati potrebne lijekove da ne bi došlo do dodatnih komplikacija.



Slika 1.2: Slika umetanja koronarnog stenta: (1)-postavljanje stenta na željeno mjesto, (2)-širenje stenta balonom, (3)-postavljen stent

Još jedna od mogućih komplikacija nakon postavljanja koronarnog stenta je pretjerano urastanje stenta u stijenku žile. Tada se ponovno javlja isti problem, promjer krvne žile se ponovno smanji i onemogućiti nesmetan protok krvi. Takva pojava zove se restenoza. Upravo stentovi koji izlučuju lijek (DES) mogu smanjiti izgleda za pojavu restenoze.

”Dual-therapy” stentovi su dizajnirani ne samo da smanje vjerojatnost pojave restenoze, nego da pomognu procesu zacijeljivanja arterije.

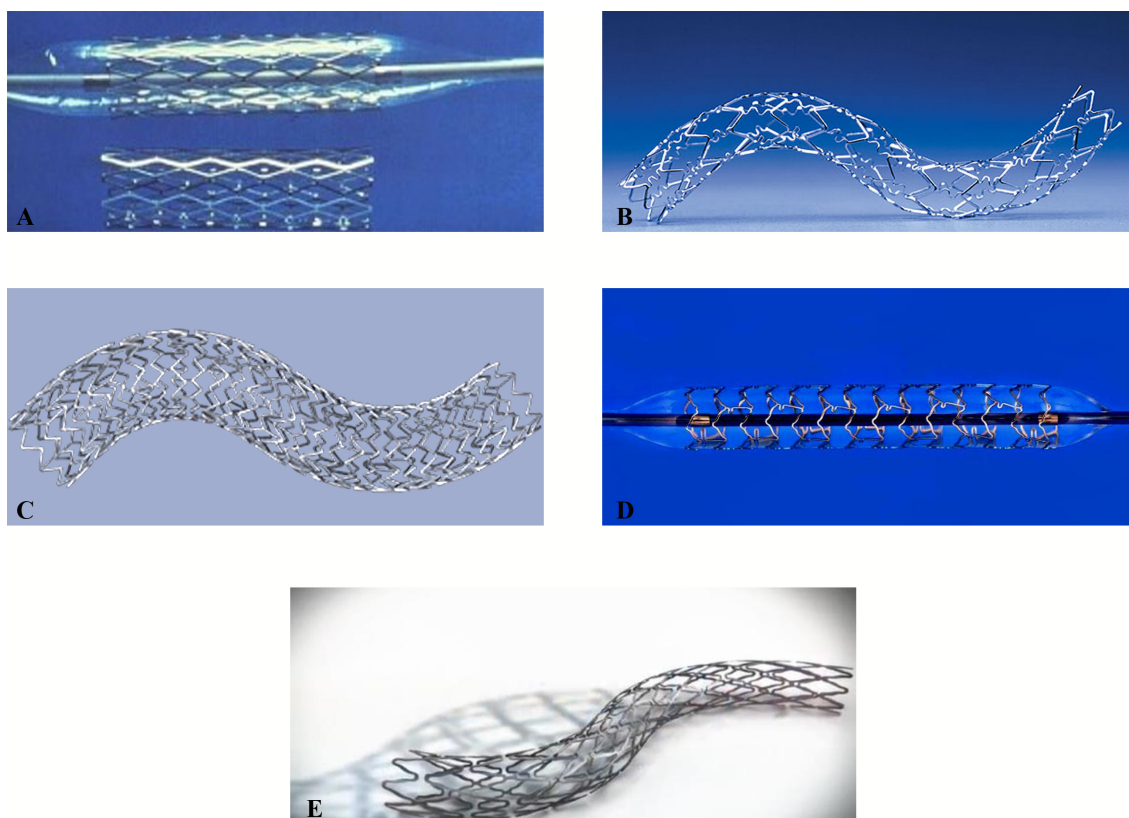
Biorazgradivi stentovi su zapravo podvrsta stentova koji mogu izlučivati lijekove, a čija je mrežica biorazgradiva i tijelo je apsorbira nakon određenog vremena.

”Bio-engineered” stentovi su poznati po tome da su obloženi antitijelima i ne sadrže nikakve lijekove na sebi. Tako potiču prirodno zarastanje i smanjuju rizik od stvaranja ugruška.

1.2 Modeli koronarnih stentova

Mnoga klinička i računalna ispitivanja pokazuju da učinkovitost stenta, među ostalim, ovisi i o njegovim geometrijskim svojstvima. Neka od njih su broj štapova (*eng. strut*), širina i debljina štapa te poprečni presjek svakog štapa. Također, učinkovitost stenta ovisi i o materijalu od kojeg je isti napravljen pa u mehanička svojstva spadaju i Youngov modul elastičnosti i Poissonov omjer.

Danas na tržištu postoji jako velik broj koronarnih stentova različitih geometrijskih i mehaničkih svojstava. Velika većina njih se dobiva visokopreciznim laserskim rezanjem cijevi određenog materijala, među kojima su nehrđajući čelik (316L) i kobalt-krom legura (L605). Na idućoj slici vidimo nekoliko primjera koronarnih stentova.



Slika 1.3: **A**) Palmaz stent (Cordis Corporation) **B**) Cypher[®] stent (Cordis Corporation, a Johnson & Johnson company; Miami Lakes, Fla) **C**) Express[®] stent (Boston Scientific Corporation) **D**) Xience[®] stent (Abbott Vascular) **E**) Cobra PzF[®] stent (CeloNova)

Numeričko istraživanje mehaničkih svojstava stentova jedan je od načina kako unaprijediti njihov dizajn i tako im poboljšati učinkovitost. Posebna pažnja je posvećena u kardiovaskularnoj literaturi u zadnjih 10-15 godina upravo stentovima, međutim matematička nije još toliko bogata. Mnoga pitanja se danas javljaju o dizajnu i učinkovitosti stenta. Jedno od njih je istraživanje velikih deformacija kroz koje stent prolazi tijekom širenja balona, gdje trebamo uzeti u obzir nelinearnu teoriju elastičnosti i plastičnosti. Pritisak u balonu može biti između 15 i 20 atm (*eng. high-pressure balloon angioplasty*) ili između 8 i 13 atm (*eng. low-pressure balloon angioplasty*). Jednostavnije pitanje je kakve su deformacije stenta nakon što je već postavljen na željeno mjesto. Kao odgovor na to pitanje može biti dovoljna i teorija linearizirane elastičnosti.

Poglavlje 2

Trodimenzionalna teorija elastičnosti

2.1 Osnovni pojmovi

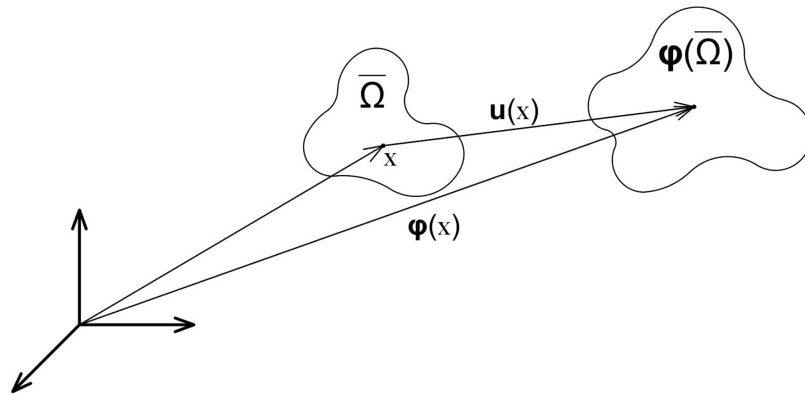
$\Omega \subseteq \mathbb{R}^3$ označava ograničen, otvoren i povezan skup, dok $\bar{\Omega}$ nazivamo **referentna konfiguracija**. Ona reprezentira volumen prije deformacije koji nazivamo tijelo.

$\varphi : \bar{\Omega} \rightarrow \mathbb{R}^3$ nazivamo **deformacija** ako je injektivna (osim možda na $\partial\Omega$), dovoljno glatka i $\det(\nabla\varphi(\mathbf{x})) > 0, \forall \mathbf{x} \in \bar{\Omega}$.

$\nabla\varphi(\mathbf{x}) = (\partial_1\varphi(\mathbf{x}) \ \partial_2\varphi(\mathbf{x}) \ \partial_3\varphi(\mathbf{x}))$ je **matrica deformacije**. Zahtjev $\det(\nabla\varphi(\mathbf{x})) > 0, \forall \mathbf{x} \in \bar{\Omega}$ znači da vektori $\partial_1\varphi(\mathbf{x}), \partial_2\varphi(\mathbf{x}), \partial_3\varphi(\mathbf{x})$ čine desnu bazu:

baza: lokalno invertibilno preslikavanje, ne možemo komprimirati pozitivni volumen u 0, desna: čuva orijentaciju.

$\varphi(\mathbf{x}) = \mathbf{x} + \mathbf{u}(\mathbf{x}), \mathbf{u} : \bar{\Omega} \rightarrow \mathbb{R}^3$ zovemo **pomak (vektor pomaka)**, $\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \nabla\varphi(\mathbf{x}) = \mathbf{I} + \nabla\mathbf{u}(\mathbf{x})$ označava **gradijent pomaka**, a $\varphi(\bar{\Omega})$ **deformiranu konfiguraciju**, oznaka: $\mathbf{x}^\varphi = \varphi(\mathbf{x}) \in \varphi(\bar{\Omega})$.



Definicija 2.1.1. *Deformacija je kruta ako je*

$$\|\varphi(\mathbf{x}) - \varphi(\mathbf{y})\| = \|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|, \quad \mathbf{x}, \mathbf{y} \in \overline{\Omega}.$$

Navodimo teorem koji karakterizira krutu deformaciju (bez dokaza).

Teorem 2.1.2.

$$\text{Deformacija je kruta} \iff \varphi = \mathbf{R}\mathbf{x} + \mathbf{b} \quad (2.1)$$

$$\iff \nabla\varphi(\mathbf{x}) = \mathbf{R} \quad (2.2)$$

$$\iff \nabla\varphi(\mathbf{x})^\top \nabla\varphi(\mathbf{x}) = \mathbf{I}, \quad \mathbf{R} \in \mathbf{SO}(3), \mathbf{b} \in \mathbb{R}^3. \quad (2.3)$$

2.2 Mjera deformacije

Za krutu deformaciju vrijedi (2.3), to jest $\nabla\varphi(\mathbf{x})^\top \nabla\varphi(\mathbf{x}) - \mathbf{I} = \mathbf{0}$. Stoga,

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2}(\nabla\varphi^\top \nabla\varphi - \mathbf{I}) = \frac{1}{2}(\mathbf{F}^\top \mathbf{F} - \mathbf{I})$$

mjeri odstupanje od krute deformacije. \mathbf{E} zovemo **konačni tenzor deformacije**, a

$$\mathbf{C} = \nabla\varphi^\top \nabla\varphi$$

(desni) **Cauchy-Greenov tenzor deformacije**. U terminima pomaka \mathbf{E} glasi:

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2}(\nabla\mathbf{u}^\top + \nabla\mathbf{u} + \nabla\mathbf{u}^\top \nabla\mathbf{u}). \quad (2.4)$$

Osim ekvivalencija u Teoremu 2.1.2, vrijedi još:

$$\varphi \text{ je kruta deformacija} \iff \nabla\varphi(\mathbf{x}) = \text{const.} \quad \& \quad \mathbf{E} = \mathbf{0}$$

te

$$\mathbf{u} \text{ je kruti pomak} \iff \nabla\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \text{const.} \quad \& \quad \mathbf{E} = \mathbf{0}. \quad (2.5)$$

Kada je $\nabla\mathbf{u}$ malen onda je $\|\nabla\mathbf{u}^\top \nabla\mathbf{u}\|$ malen u odnosu na $\|\nabla\mathbf{u}\|$ pa uvodimo **infinitesimalni tenzor deformacije**, dan sa

$$\mathbf{e}(\mathbf{u}) = \frac{1}{2}(\nabla\mathbf{u}^\top + \nabla\mathbf{u}). \quad (2.6)$$

Definicija 2.2.1. \mathbf{u} je **infinitesimalni kruti pomak** i pripadna deformacija se naziva **infinitesimalna kruta deformacija** ako je $\nabla\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \text{const.} \quad \& \quad \mathbf{e}(\mathbf{u}) = \frac{1}{2}(\nabla\mathbf{u}^\top + \nabla\mathbf{u}) = \mathbf{0}$.

Lema 2.2.2. $\mathbf{u} : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^3$ je **infinitesimalni kruti pomak** $\iff (\mathbf{x} - \mathbf{y}) \cdot (\mathbf{u}(\mathbf{x}) - \mathbf{u}(\mathbf{y})) = 0$.

Teorem 2.2.3. $\mathbf{u} : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^3$ je infinitezimalni kruti pomak $\iff \nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T = \mathbf{0}$.

Po Lemi 2.2.2. $\nabla \mathbf{u}(\mathbf{x}) = \text{const.}$ se može izbaciti iz prethodne definicije, a po Teoremu 2.2.3. vrijedi da je $\nabla \mathbf{u}(\mathbf{x}) =: \mathbf{A}$ antisimetrična matrica.

Za $\mathbf{v}(\mathbf{x}) = \mathbf{u}(\mathbf{x}) - \mathbf{A}\mathbf{x}$ vrijedi: $\nabla \mathbf{v}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \implies \mathbf{v} = \text{const.} = \mathbf{b} \implies \mathbf{u}(\mathbf{x}) = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}$. Kako je \mathbf{A} antisimetrična, vrijedi

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & -a_3 & a_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}.$$

Tada se \mathbf{a} naziva aksijalni vektor za \mathbf{A} , točnije vrijedi:

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{a} \times \mathbf{x}, \quad \mathbf{x} \in \Omega.$$

Konačno, dajemo korolar koji karakterizira infinitezimalni kruti pomak.

Korolar 2.2.4. \mathbf{u} je infinitezimalni kruti pomak $\iff \mathbf{u}(\mathbf{x}) = \mathbf{a} \times \mathbf{x} + \mathbf{b}$, $\mathbf{x} \in \Omega$.

Napomena 2.2.5. Iz definicije od \mathbf{A} , dobivamo da je \mathbf{a} oblika:

$$\mathbf{a} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \partial_2 u_3 - \partial_3 u_2 \\ \partial_3 u_1 - \partial_1 u_3 \\ \partial_1 u_2 - \partial_2 u_1 \end{bmatrix}.$$

2.3 Jednadžbe ravnoteže u deformiranoj i referentnoj konfiguraciji

$P \subset \Omega^\varphi$, $\int_P \mathbf{f}^\varphi d\mathbf{x}^\varphi$ - vanjska volumna sila, gdje je $\mathbf{f}^\varphi : \Omega^\varphi \rightarrow \mathbb{R}^3$ - (volumna) gustoća vanjske volumne sile.

$A \subset \Gamma_1^\varphi$, $\int_A \mathbf{g}^\varphi da^\varphi$ - vanjska kontaktna sila, gdje je $\Gamma^\varphi = \partial\Omega^\varphi$, $\Gamma_1^\varphi \subset \Gamma^\varphi$ pozitivne mjere, $\mathbf{g}^\varphi : \Gamma_1^\varphi \rightarrow \mathbb{R}^3$ - (plošna) gustoća vanjske kontaktne sile.

Aksiom 1 (Euler-Cauchy). Postoji vektorsko polje $\mathbf{t}^\varphi : \overline{\Omega^\varphi} \times \mathbf{S}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$, gdje \mathbf{S}^2 jedinična sfera u \mathbb{R}^3 , tako da vrijedi:

a) $\mathbf{t}^\varphi(\mathbf{x}^\varphi, \mathbf{n}^\varphi) = \mathbf{g}^\varphi(\mathbf{x}^\varphi)$, $\mathbf{x}^\varphi \in \Gamma_1^\varphi$, \mathbf{n}^φ - jedinična vanjska normala,

b) zakon ravnoteže

$\forall A^\varphi \subseteq \overline{\Omega^\varphi}$ otvoren i povezan vrijedi

$$\int_{\partial A^\varphi} \mathbf{t}^\varphi(\mathbf{x}^\varphi, \mathbf{n}^\varphi) da^\varphi + \int_{A^\varphi} \mathbf{f}^\varphi(\mathbf{x}^\varphi) d\mathbf{x}^\varphi = \mathbf{0}, \quad (2.7)$$

c) **zakon momenta ravnoteže**

$\forall A^\varphi \subseteq \overline{\Omega^\varphi}$ otvoren i povezan vrijedi

$$\int_{\partial A^\varphi} \mathbf{x}^\varphi \times \mathbf{t}^\varphi(\mathbf{x}^\varphi, \mathbf{n}^\varphi) da^\varphi + \int_{A^\varphi} \mathbf{x}^\varphi \times \mathbf{f}^\varphi(\mathbf{x}^\varphi) d\mathbf{x}^\varphi = 0. \quad (2.8)$$

Napomena 2.3.1. \mathbf{t}^φ iz prethodnog aksioma se naziva **Cauchyjev vektor napreznja**.

Teorem 2.3.2 (Cauchy). Neka su $\mathbf{t}^\varphi : \overline{\Omega^\varphi} \times \mathbf{S}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$, $\mathbf{f}^\varphi : \overline{\Omega^\varphi} \rightarrow \mathbb{R}^3$

Tada postoji $\mathbf{T}^\varphi : \overline{\Omega^\varphi} \rightarrow \mathbf{M}_3(\mathbb{R})$ **Cauchyjev tenzor napreznja**, tako da vrijedi:

$$\mathbf{t}^\varphi(\mathbf{x}^\varphi, \mathbf{n}^\varphi) = \mathbf{T}^\varphi(\mathbf{x}^\varphi)\mathbf{n}, \quad \mathbf{x}^\varphi \in \overline{\Omega^\varphi}, \quad \mathbf{n} \in \mathbf{S}^2. \quad (2.9)$$

Dokaz. Vidjeti [3]. □

Zakon ravnoteže sada glasi

$$\int_{\partial A^\varphi} \mathbf{T}^\varphi(\mathbf{x}^\varphi)\mathbf{n}^\varphi da^\varphi + \int_{A^\varphi} \mathbf{f}^\varphi(\mathbf{x}^\varphi) d\mathbf{x}^\varphi = 0. \quad (2.10)$$

Korištenjem teorema o divergenciji za tenzore:

$$\int_{\partial A} \mathbf{T}\mathbf{n} da = \int_A \operatorname{div} \mathbf{T} dx \quad (2.11)$$

te zbog proizvoljnosti domene dobivamo **diferencijalni oblik zakona ravnoteže**, to jest **jednadžbu ravnoteže u Eulerovoj formulaciji**

$$\operatorname{div}^\varphi \mathbf{T}^\varphi + \mathbf{f}^\varphi = 0 \quad u \quad \Omega^\varphi. \quad (2.12)$$

Iz zakona momenta ravnoteže, koristeći (2.12) dobivamo da vrijedi:

$$(\mathbf{T}^\varphi)^\top = \mathbf{T}^\varphi. \quad (2.13)$$

Konačno, dobili smo **diferencijalnu formulaciju jednadžbe ravnoteže u deformiranoj konfiguraciji**

$$\begin{aligned} \operatorname{div}^\varphi \mathbf{T}^\varphi + \mathbf{f}^\varphi &= 0 \quad u \quad \Omega^\varphi, \\ (\mathbf{T}^\varphi)^\top &= \mathbf{T}^\varphi \quad u \quad \Omega^\varphi, \\ \mathbf{T}^\varphi \mathbf{n}^\varphi &= \mathbf{g}^\varphi \quad na \quad \Gamma_1^\varphi. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Množenjem (2.14)₁ dovoljnom glatkom test funkcijom ϕ^φ za koju vrijedi $\phi^\varphi|_{\Gamma_0^\varphi} = \mathbf{0}$ dobivamo:

$$\int_{\Omega^\varphi} \operatorname{div}^\varphi \mathbf{T}^\varphi \cdot \phi^\varphi d\mathbf{x}^\varphi + \int_{\Omega^\varphi} \mathbf{f}^\varphi \cdot \phi^\varphi d\mathbf{x}^\varphi = 0. \quad (2.15)$$

Korištenjem (2.11) te činjenice:

$$\operatorname{div}(\mathbf{T}\phi) = (\operatorname{div}\mathbf{T}^\top) \cdot \phi + \mathbf{T}^\top : \nabla\phi \quad (2.16)$$

dobivamo **varijacijsku (slabu) formulaciju jednadžbe ravnoteže u deformiranoj konfiguraciji**:

$$\int_{\Omega^\varphi} \mathbf{T}^\varphi : \nabla^\varphi \phi^\varphi d\mathbf{x}^\varphi = \int_{\Gamma_1^\varphi} \mathbf{g}^\varphi \cdot \phi^\varphi da^\varphi + \int_{\Omega^\varphi} \mathbf{f}^\varphi \cdot \phi^\varphi d\mathbf{x}^\varphi, \quad \phi^\varphi \text{ t.d. } \phi^\varphi|_{\Gamma_0^\varphi} = \mathbf{0}. \quad (2.17)$$

Teorem 2.3.3. Rubna zadaća

$$\begin{aligned} \operatorname{div}^\varphi \mathbf{T}^\varphi + \mathbf{f}^\varphi &= \mathbf{0} \quad u \quad \Omega^\varphi, \\ \mathbf{T}^\varphi \mathbf{n}^\varphi &= \mathbf{g}^\varphi \quad na \quad \Gamma_1^\varphi, \end{aligned} \quad (2.18)$$

formalno je ekvivalentna slaboj formulaciji (2.17).

Dokaz. Vidjeti [3]. □

Iskažimo i **varijacijsku (slabu) formulaciju jednadžbe gibanja u referentnoj konfiguraciji**

$$\int_{\Omega} \mathbf{T}(\mathbf{x}) : \nabla\phi(\mathbf{x})d\mathbf{x} = \int_{\Gamma_1} \mathbf{g}(\mathbf{x}) \cdot \phi(\mathbf{x})da + \int_{\Omega} \mathbf{f}(\mathbf{x}) \cdot \phi(\mathbf{x})d\mathbf{x} \quad (2.19)$$

za ϕ dovoljno glatko takvo da $\phi|_{\Gamma_0} = \mathbf{0}$, gdje su:

$$\mathbf{T}(\mathbf{x}) := (\det \nabla\varphi(\mathbf{x})) \mathbf{T}^\varphi(\mathbf{x}^\varphi) \nabla\varphi(\mathbf{x})^{-\top}, \quad \mathbf{x}^\varphi = \varphi(\mathbf{x}) \in \Omega^\varphi, \quad (2.20)$$

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) := (\det \nabla\varphi(\mathbf{x})) \mathbf{f}^\varphi(\mathbf{x}^\varphi), \quad \mathbf{x}^\varphi = \varphi(\mathbf{x}) \in \Omega^\varphi, \quad (2.21)$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) := \det \nabla\varphi(\mathbf{x}) \|\nabla\varphi(\mathbf{x})^{-\top} \mathbf{n}\| \mathbf{g}^\varphi(\mathbf{x}^\varphi), \quad \mathbf{x}^\varphi = \varphi(\mathbf{x}) \in \Gamma_1^\varphi. \quad (2.22)$$

Poglavlje 3

Teorija linearizirane elastičnosti

Pretpostavke su:

- a) neka je promatrani materijal homogen i izotropan,
- b) neka mu je referentna konfiguracija prirodna konfiguracija,
- c) neka je $\varphi_D = id$,
- d) neka su sile "dead load".

Napomena 3.0.1. *Prisjetimo se*

$$\mathbf{E}(\mathbf{u}) = \frac{1}{2}(\nabla\mathbf{u}^\top + \nabla\mathbf{u} + \nabla\mathbf{u}^\top\nabla\mathbf{u}) = e(\mathbf{u}) + o(\|\mathbf{u}\|). \quad (3.1)$$

Stacionarna zadaća u terminima pomaka glasi

$$-\operatorname{div}(\mathbf{I} + \nabla\mathbf{u})\hat{\Sigma}(\mathbf{E}(\mathbf{u})) = \mathbf{f} \quad u \ \Omega, \quad (3.2)$$

$$(\mathbf{I} + \nabla\mathbf{u})\hat{\Sigma}(\mathbf{E}(\mathbf{u}))\mathbf{n} = \mathbf{g} \quad na \ \Gamma_1, \quad (3.3)$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{0} \quad na \ \Gamma_0. \quad (3.4)$$

Označimo:

$$\mathcal{A}(\mathbf{v}) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}(\mathbf{v}) \\ \mathbf{B}(\mathbf{v}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\operatorname{div}(\mathbf{I} + \nabla\mathbf{u})\hat{\Sigma}(\mathbf{E}(\mathbf{u})) \\ (\mathbf{I} + \nabla\mathbf{u})\hat{\Sigma}(\mathbf{E}(\mathbf{u}))\mathbf{n} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

gdje je \mathcal{A} **operator nelinearne elastičnosti**. Želimo ga aproksimirati u okolini $\mathbf{0}$. Znamo da je $\mathcal{A}(\mathbf{0}) = \mathbf{0}$ jer mu je referentna konfiguracija prirodna. Nadalje, znamo da je i diferencijabilan u nekom smislu pa želimo aproksimirati $\mathcal{A}'(\mathbf{0})$. Stoga, vrijedi:

$$\mathcal{A}(\mathbf{v}) = \mathcal{A}(\mathbf{0}) + \mathcal{A}'(\mathbf{0})\mathbf{v} + o(\|\mathbf{v}\|). \quad (3.6)$$

Računamo:

$$\begin{aligned}
\mathbf{A}(\mathbf{v}) - \mathbf{A}(\mathbf{0}) &= -\operatorname{div}((\mathbf{I} + \nabla \mathbf{v})\hat{\Sigma}(\mathbf{E}(\mathbf{v}))) \\
&= -\operatorname{div}((\mathbf{I} + \nabla \mathbf{v})(\lambda \operatorname{tr} \mathbf{E}(\mathbf{v})\mathbf{I} + 2\mu \mathbf{E}(\mathbf{v}) + o(\|\mathbf{E}(\mathbf{v})\|))) \\
&= -\operatorname{div}((\mathbf{I} + \nabla \mathbf{v})(\lambda \operatorname{tr}(\mathbf{e}(\mathbf{v}) + o(\|\mathbf{v}\|))\mathbf{I} + 2\mu(\mathbf{e}(\mathbf{v}) + o(\|\mathbf{v}\|)) + o(\|\mathbf{v}\|))) \\
&= -\operatorname{div}((\mathbf{I} + \nabla \mathbf{v})(\lambda \operatorname{tr}(\mathbf{e}(\mathbf{v}))\mathbf{I} + 2\mu \mathbf{e}(\mathbf{v})) + o(\|\mathbf{v}\|)) \\
&= -\operatorname{div}(\lambda \operatorname{tr}(\mathbf{e}(\mathbf{v}))\mathbf{I} + 2\mu \mathbf{e}(\mathbf{v})) + o(\|\mathbf{v}\|)
\end{aligned}$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{v}) - \mathbf{B}(\mathbf{0}) = (\lambda \operatorname{tr}(\mathbf{e}(\mathbf{v}))\mathbf{I} + 2\mu \mathbf{e}(\mathbf{v}))\mathbf{n} + o(\|\mathbf{v}\|).$$

Uz oznaku:

$$\mathbf{C}\mathbf{e} = \lambda(\operatorname{tr}(\mathbf{e}))\mathbf{I} + 2\mu\mathbf{e}, \quad \mathbf{e} \in \operatorname{Sym}(3), \quad (3.7)$$

dobivamo **zadaću linearizirane elastičnosti**:

$$-\operatorname{div} \mathbf{T} = \mathbf{f} \quad u \ \Omega, \quad (3.8)$$

$$\mathbf{T}\mathbf{n} = \mathbf{g} \quad na \ \Gamma_1, \quad (3.9)$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{0} \quad na \ \Gamma_0, \quad (3.10)$$

$$\mathbf{T} = \mathbf{C}\mathbf{e}(\mathbf{u}) \quad u \ \Omega. \quad (3.11)$$

Napomena 3.0.2. (3.8), (3.9) dolaze od jednadžbe ravnoteže, (3.10) je Dirichletov rubni uvjet, a (3.11) je zakon ponašanja.

3.1 Slaba formulacija

Jednadžbu (3.8) množimo dovoljno glatkom test funkcijom \mathbf{v} koja zadovoljava (3.10)

$$-\int_{\Omega} \operatorname{div} \mathbf{T} \cdot \mathbf{v} d\mathbf{x} = \int_{\Omega} \mathbf{f} \cdot \mathbf{v} d\mathbf{x}. \quad (3.12)$$

Primjenom (2.16) na lijevu stranu gornje jednakosti dobivamo:

$$\begin{aligned}
\int_{\Omega} \operatorname{div} \mathbf{T} \cdot \mathbf{v} d\mathbf{x} + \int_{\Omega} \mathbf{T} : \nabla \mathbf{v} d\mathbf{x} &= \int_{\Omega} \operatorname{div}(\mathbf{T}^{\top} \mathbf{v}) d\mathbf{x}, \\
\int_{\Omega} \operatorname{div} \mathbf{T} \cdot \mathbf{v} d\mathbf{x} + \int_{\Omega} \mathbf{T} : \nabla \mathbf{v} d\mathbf{x} &= \int_{\partial \Omega} \mathbf{T}^{\top} \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} da, \\
\int_{\Omega} \operatorname{div} \mathbf{T} \cdot \mathbf{v} d\mathbf{x} + \int_{\Omega} \mathbf{T} : \nabla \mathbf{v} d\mathbf{x} &= \int_{\Gamma_1} \mathbf{T}\mathbf{n} \cdot \mathbf{v} da.
\end{aligned}$$

Jer je \mathbf{T} simetričan vrijedi

$$\int_{\Omega} \operatorname{div} \mathbf{T} \cdot \mathbf{v} d\mathbf{x} + \int_{\Omega} \mathbf{T} : \mathbf{e}(\mathbf{v}) d\mathbf{x} = \int_{\Gamma_1} \mathbf{g} \cdot \mathbf{v} da. \quad (3.13)$$

(3.12) sada glasi:

$$\int_{\Omega} \mathbf{T} : \mathbf{e}(\mathbf{v}) d\mathbf{x} = \int_{\Omega} \mathbf{f} \cdot \mathbf{v} d\mathbf{x} + \int_{\Gamma_1} \mathbf{g} \cdot \mathbf{v} da, \quad \mathbf{v} \in \tilde{\mathcal{V}} = \{\mathbf{H}^1(\Omega; \mathbb{R}^3); \mathbf{v}|_{\Gamma_0} = \mathbf{0}\}. \quad (3.14)$$

Dobivamo zadaću:

naći $\mathbf{u} : \bar{\Omega} \rightarrow \mathbb{R}^3$, $\mathbf{u}|_{\Gamma_0} = \mathbf{0}$ tako da vrijedi

$$\int_{\Omega} \mathbf{C}\mathbf{e}(\mathbf{u}) : \mathbf{e}(\mathbf{v}) d\mathbf{x} = \int_{\Omega} \mathbf{f} \cdot \mathbf{v} d\mathbf{x} + \int_{\Gamma_1} \mathbf{g} \cdot \mathbf{v} da, \quad \mathbf{v} : \bar{\Omega} \rightarrow \mathbb{R}^3 \text{ dovoljno glatko, } \mathbf{v}|_{\Gamma_0} = \mathbf{0}. \quad (3.15)$$

Napomena 3.1.1. $\mathbf{C}\mathbf{e}(\mathbf{u}) : \mathbf{e}(\mathbf{v}) = \sum_{i,j=1}^3 (\mathbf{C}\mathbf{e}(\mathbf{u}))_{ij} (\mathbf{e}(\mathbf{v}))_{ij}$.

Ako lijevu stranu prethodne jednakosti označimo sa $\mathcal{B}(\mathbf{u}, \mathbf{v})$, a desnu sa $\mathcal{L}(\mathbf{v})$ zadaća (3.14) glasi:

naći $\mathbf{u} \in \tilde{\mathcal{V}}$ tako da vrijedi:

$$\mathcal{B}(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = \mathcal{L}(\mathbf{v}), \quad \mathbf{v} \in \tilde{\mathcal{V}}. \quad (3.16)$$

Iz ovoga slijedi: ako $\mathbf{u} : \bar{\Omega} \rightarrow \mathbb{R}^3$ zadovoljava (3.8)-(3.11) onda \mathbf{u} zadovoljava (3.14), odnosno (3.15). Vrijedi i obrat:

Teorem 3.1.2. Traženje rješenja $\mathbf{u} : \bar{\Omega} \rightarrow \mathbb{R}^3$ zadaće (3.8)-(3.11) formalno je ekvivalentno traženju rješenja zadaće (3.14), odnosno (3.15).

3.2 Apstraktni rezultat egzistencije i jedinstvenosti

Teorem 3.2.1. Neka je \mathcal{V} Banachov prostor s normom $\|\cdot\|_{\mathcal{V}}$.

Neka je $\mathcal{L} : \mathcal{V} \rightarrow \mathbb{R}$ neprekidan linearan funkcional na \mathcal{V} .

Neka je $\mathcal{B} : \mathcal{V} \times \mathcal{V} \rightarrow \mathbb{R}$ neprekidna, bilinearna forma koja je \mathcal{V} -eliptička, to jest

$$\exists \beta > 0 \text{ takav da } \forall \mathbf{v} \in \mathcal{V} \text{ vrijedi } \mathcal{B}(\mathbf{v}, \mathbf{v}) \geq \beta \|\mathbf{v}\|_{\mathcal{V}}.$$

Tada zadaća:

naći $\mathbf{u} \in \mathcal{V}$ takav da $\mathcal{B}(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = \mathcal{L}(\mathbf{v})$, $\mathbf{v} \in \mathcal{V}$

ima jedinstveno rješenje.

Napomena 3.2.2. *Ako je bilinearna forma iz prethodnog teorema simetrična, onda rješenje koje nam daje prethodni teorem je ujedno i jedinstveno rješenje minimizacijske zadaće:*

naći $\mathbf{u} \in \mathbf{V}$ takav da $\mathcal{J}(\mathbf{u}) = \inf_{\mathbf{v} \in \mathbf{V}} \mathcal{J}(\mathbf{v})$, gdje je

$$\mathcal{J} : \mathcal{V} \longrightarrow \mathbb{R}, \quad \mathcal{J}(\mathbf{v}) = \frac{1}{2} \mathcal{B}(\mathbf{v}, \mathbf{v}) - \mathcal{L}(\mathbf{v}). \quad (3.17)$$

Napomena 3.2.3. *Teorem 3.2.1 uz napomenu 3.2.2 se zove Lax-Milgramova lema. Za dokaz pogledati u [2].*

Vratimo se na problem (3.15). Želimo pokazati da zadovoljava pretpostavke prethodnog teorema. Znamo kako izgledaju \mathcal{B} i \mathcal{L} , ostaje problem prostora \mathcal{V} . Za \mathcal{V} uzimamo prostor:

$$\mathcal{V} = \tilde{\mathcal{V}} = \{\mathbf{H}^1(\Omega; \mathbb{R}^3); \mathbf{v}|_{\Gamma_0} = \mathbf{0}\}$$

s normom

$$\|\mathbf{v}\|_{\mathbf{H}^1(\Omega; \mathbb{R}^3)}^2 = \|\mathbf{v}\|_{\mathbf{L}^2(\Omega; \mathbb{R}^3)}^2 + \|\nabla \mathbf{v}\|_{\mathbf{L}^2(\Omega; \mathbb{R}^3)}^2.$$

$(\mathbf{H}^1(\Omega; \mathbb{R}^3), \|\mathbf{v}\|_{\mathbf{H}^1(\Omega; \mathbb{R}^3)})$ je potpun normiran prostor, dakle Banachov. Iz neprekidnosti operatora traga [3], $tr : \mathbf{H}^1(\Omega; \mathbb{R}^3) \longrightarrow \mathbf{L}^2(\partial\Omega)$, slijedi da je prostor $\tilde{\mathcal{V}}$ zatvoren potprostor Banachovog prostora $\mathbf{H}^1(\Omega; \mathbb{R}^3)$ pa je i sam Banachov. Korištenjem Teorema o tragu lako se dobije neprekidnost linearnog funkcionala \mathcal{L} . Bilinearnost forme \mathcal{B} je očita iz same definicije bilinearne forme, dok se neprekidnost lagano dokaže koristeći Poincaréovu nejednakost [3]. Ostaje pokazati $\tilde{\mathcal{V}}$ -eliptičnost forme \mathcal{B} . Zapravo je dovoljno pokazati da za svaki $\mathbf{v} \in \tilde{\mathcal{V}}$ vrijedi

$$\|\mathbf{e}(\mathbf{v})\|_{\mathbf{L}^2(\Omega; \mathbb{R}^3)} \geq C \|\mathbf{v}\|_{\mathbf{H}^1(\Omega; \mathbb{R}^3)}, \quad C > 0.$$

U svrhu dokazivanja prethodne tvrdnje potreban je sljedeći teorem (vidjeti [3]).

Teorem 3.2.4 (Kornova nejednakost). *Neka je $\Omega \subseteq \mathbb{R}^3$ otvoren, povezan skup s Lipschitzovim rubom. Tada postoji konstanta $C > 0$ takva da vrijedi*

$$\|\mathbf{v}\|_{\mathbf{H}^1(\Omega; \mathbb{R}^3)} \leq C (\|\mathbf{v}\|_{\mathbf{L}^2(\Omega; \mathbb{R}^3)}^2 + \|\mathbf{e}(\mathbf{v})\|_{\mathbf{L}^2(\Omega; \mathbb{R}^3)}^2)^{\frac{1}{2}}, \quad \mathbf{v} \in \mathbf{H}^1(\Omega; \mathbb{R}^3). \quad (3.18)$$

Koristeći Kornovu nejednakost dobivamo sljedeću tvrdnju.

Teorem 3.2.5 ($\tilde{\mathcal{V}}$ -eliptičnost). *Neka je $\Omega \subseteq \mathbb{R}^3$ otvoren, povezan skup s Lipschitzovim rubom, $\Gamma_0 \subset \partial\Omega$ da-izmjeriv skup, $\text{pov}(\Gamma_0) > 0$. Tada postoje konstante C_1, C_2 takve da vrijedi:*

$$C_1 \|\mathbf{v}\|_{\mathbf{H}^1(\Omega; \mathbb{R}^3)} \leq \|\mathbf{e}(\mathbf{v})\|_{\mathbf{L}^2(\Omega; \mathbb{R}^3)} \leq C_2 \|\mathbf{v}\|_{\mathbf{H}^1(\Omega; \mathbb{R}^3)}, \quad \mathbf{v} \in \tilde{\mathcal{V}},$$

to jest na $\tilde{\mathcal{V}}$, $\mathbf{v} \mapsto \|\mathbf{e}(\mathbf{v})\|_{\mathbf{L}^2(\Omega; \mathbb{R}^3)}$ je norma ekvivalentna normi $\|\mathbf{v}\|_{\mathbf{H}^1(\Omega; \mathbb{R}^3)}$.

Konačan rezultat dajemo u obliku teorema (vidjeti [3]).

Teorem 3.2.6 (Egzistencija i jedinstvenost rješenja problema (3.16)). *Neka je $\Omega \subseteq \mathbb{R}^3$ otvoren, povezan skup s Lipschitzovim rubom, $\Gamma_0 \subset \partial\Omega$ da-izmjeriv skup, $\text{pov}(\Gamma_0) > 0$, $\lambda, \mu > 0$, $\mathbf{f} \in \mathbf{L}^2(\Omega; \mathbb{R}^3)$, $\mathbf{g} \in \mathbf{L}^2(\Gamma_1; \mathbb{R}^3)$. Tada postoji jedinstveni $\mathbf{u} \in \tilde{\mathcal{V}}$ takav da vrijedi*

$$\mathcal{B}(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = \mathcal{L}(\mathbf{v}), \quad \mathbf{v} \in \tilde{\mathcal{V}}.$$

3.3 Problem čiste trakcije (eng. pure traction problem)

U prethodnom dijelu bilo nam je bitno da postoji neki dio granice Γ_0 površine strogo veće od 0 na kojem smo zadavali Dirichletov rubni uvjet. To nam je u fizikalnom smislu značilo da je naše tijelo učvršćeno na tom dijelu. Nadalje, taj uvjet, u teorijskom smislu nam je bitan zbog primjene Poincaréove i Kornove nejednakosti koje su nam uvelike olakšale pokazivanje potrebnih tvrdnji. Kod problema čiste trakcije $\Gamma_0 = \emptyset$, tijelo nije nigdje učvršćeno. Prostor koji nam se prirodno nameće za traženje rješenja je $\tilde{\mathcal{V}} = \mathbf{H}^1(\Omega; \mathbb{R}^3)$, međutim na njemu nemamo potrebnu $\tilde{\mathcal{V}}$ -eliptičnost. Vratimo se na slabu formulaciju s novim prostorom:

$$\int_{\Omega} \mathbf{C}\mathbf{e}(\mathbf{u}) : \mathbf{e}(\mathbf{v}) d\mathbf{x} = \int_{\Omega} \mathbf{f} \cdot \mathbf{v} d\mathbf{x} + \int_{\Gamma_1} \mathbf{g} \cdot \mathbf{v} da, \quad \mathbf{v} \in \mathbf{H}^1(\Omega; \mathbb{R}^3). \quad (3.19)$$

Za $\mathbf{v} = \mathbf{a} \times \mathbf{x} + \mathbf{b}$ slijedi:

$$0 = \int_{\Gamma_1} \mathbf{g} \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{x} + \mathbf{b}) da + \int_{\Omega} \mathbf{f} \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{x} + \mathbf{b}) d\mathbf{x}, \quad \mathbf{a}, \mathbf{b} \in \mathbb{R}^3$$

⇓

$$0 = \left(\int_{\Gamma_1} \mathbf{g} da + \int_{\Omega} \mathbf{f} d\mathbf{x} \right) \cdot \mathbf{b}, \quad \mathbf{b} \in \mathbb{R}^3$$

$$0 = \left(\int_{\Gamma_1} \mathbf{x} \times \mathbf{g} da + \int_{\Omega} \mathbf{x} \times \mathbf{f} d\mathbf{x} \right) \cdot \mathbf{a}, \quad \mathbf{a} \in \mathbb{R}^3$$

⇓

$$0 = \int_{\Gamma_1} \mathbf{g} da + \int_{\Omega} \mathbf{f} d\mathbf{x} \quad (3.20)$$

$$0 = \int_{\Gamma_1} \mathbf{x} \times \mathbf{g} da + \int_{\Omega} \mathbf{x} \times \mathbf{f} d\mathbf{x}. \quad (3.21)$$

Napomena 3.3.1. (3.20) govori da ukupna vanjska sila mora biti jednaka 0, a (3.21) da ukupni vanjski moment mora biti jednak 0. (3.20) i (3.21) su **nužni uvjeti za egzistenciju rješenja ravnoteže**.

Ako je $\mathbf{u} \in \mathbf{H}^1(\Omega; \mathbb{R}^3)$ rješenje slabe formulacije onda je $\mathbf{u} + \mathbf{a} \times \mathbf{x} + \mathbf{b}$, $\mathbf{a}, \mathbf{b} \in \mathbb{R}^3$ također rješenje. Zaključujemo da imamo nejedinstvenost rješenja do na infinitezimalni kruti pomak. Označimo:

$$\mathbf{P} = \{\mathbf{a} \times \mathbf{x} + \mathbf{b}, \mathbf{a}, \mathbf{b} \in \mathbb{R}^3\} - \text{prostor krutih pomaka dimenzije 6.} \quad (3.22)$$

Ako je $\tilde{\mathcal{V}} = \mathbf{H}^1(\Omega; \mathbb{R}^3) / \mathbf{P}$ onda na $\tilde{\mathcal{V}}$ vrijedi ekvivalencija normi $\|\mathbf{e}(\mathbf{v})\|_{\mathbf{L}^2(\Omega; \mathbb{R}^3)}$ i $\|\mathbf{v}\|_{\mathbf{H}^1(\Omega; \mathbb{R}^3)}$. Nadalje \mathcal{B} je $\tilde{\mathcal{V}}$ -eliptička te vrijedi teorem egzistencije i jedinstvenosti na $\tilde{\mathcal{V}}$. Stoga je s $\mathbf{u} + \mathbf{a} \times \mathbf{x} + \mathbf{b}$, pri čemu je \mathbf{u} jedno rješenje, opisan skup svih rješenja.

Poglavlje 4

Numeričko modeliranje i rezultati

Stent je 3D tijelo čija se mehanička svojstva mogu opisati teorijom elastičnosti i plastičnosti koje deformaciju stenta izvode iz termina pripadnih vanjskih sila koje djeluju na tijelo te rubnih uvjeta. Za velike vanjske sile pojavljuju se plastične deformacije i njih u ovom diplomskom radu nećemo promatrati. Za relativno male sile stent se ponaša kao linearno elastično tijelo, dakle nakon što prestane djelovanje vanjskih sila, stent se vraća u svoju prirodnu konfiguraciju. Upravo takve deformacije će nam biti od interesa. Mehanička se svojstva izotropnog materijala, među ostalim, opisuju i pomoću:

- a) **Youngovog modula elastičnosti**, u oznaci E , reprezentira krutost elastičnog tijela,
- b) **Poissonovog omjera**, u oznaci ν , reprezentira kompresibilnost elastičnog tijela.

Geometrijska svojstva pojedinog modela stenta, kao što su promjer, ukupna duljina, broj vrhova, bit će posebno navedena u svakom odjeljku, zbog različite geometrije pojedinih modela.

Kao uvod u poglavlje postaviti ćemo zadaću linearizirane elastičnosti za konkretan Ω , dakle za razne trodimenzionalne modele koronarnih stentova. Kako je problem koji ćemo rješavati problem čiste trakcije, dakle stent nije nigdje učvršćen nego samo promatramo djelovanje sile tlaka na određeni dio njegove površine, zadaća linearizirane elastičnosti u diferencijalnom obliku glasi:

$$-\operatorname{div}\mathbf{T} = \mathbf{f} \quad u \ \Omega, \quad (4.1)$$

$$\mathbf{T}\mathbf{n} = \mathbf{g} \quad na \ \Gamma_1, \quad (4.2)$$

$$\mathbf{T} = \mathbf{C}\mathbf{e}(\mathbf{u}) \quad u \ \Omega, \quad (4.3)$$

gdje je

$$\mathbf{C}\mathbf{e} = \lambda(\operatorname{tr}\mathbf{e})\mathbf{I} + 2\mu\mathbf{e}, \quad \mathbf{e} \in \operatorname{Sym}(3), \quad (4.4)$$

a $\Gamma_1 \subseteq \partial\Omega$ površina na koju djeluje sila oblika tlaka. U našem primjeru, \mathbf{g} će upravo reprezentirati silu tlaka. Nadalje izveli smo i slabu formulaciju za problem:

naći $\mathbf{u} \in \tilde{\mathcal{V}} = \mathbf{H}^1(\Omega; \mathbb{R}^3)/\mathbf{P}$ tako da vrijedi

$$\int_{\Omega} \mathbf{C}\mathbf{e}(\mathbf{u}) : \mathbf{e}(\mathbf{v})d\mathbf{x} = \int_{\Omega} \mathbf{f} \cdot \mathbf{v}d\mathbf{x} + \int_{\Gamma_1} \mathbf{g} \cdot \mathbf{v}da, \mathbf{v} \in \tilde{\mathcal{V}}. \quad (4.5)$$

Uočimo da je prethodni problem zadan samo u terminima pomaka. Međutim, kad materijal postaje inkompresibilan, to jest kad $\lambda \rightarrow \infty$ ova formulacija neće biti dobra, jer i pripadna norma operatora $C \rightarrow \infty$. Imajući to na umu, promatramo novu formulaciju, opisanu u [4], koja je zadana u terminima pomaka \mathbf{u} i nove varijable

$$p = \frac{\lambda}{2\mu + 3\lambda} \text{tr}\mathbf{T}. \quad (4.6)$$

Iz (4.3) dobivamo da vrijedi

$$\text{div}\mathbf{u} = \lambda^{-1}p \mathbf{I} \text{ i } \mathbf{T} = 2\mu\mathbf{e}(\mathbf{u}) + p\mathbf{I}. \quad (4.7)$$

Nova formulacija glasi:

naći $\mathbf{u} \in \tilde{\mathcal{V}} = \mathbf{H}^1(\Omega; \mathbb{R}^3)/\mathbf{P}$, $p \in L^2(\Omega)$ tako da vrijedi

$$\int_{\Omega} 2\mu\mathbf{e}(\mathbf{u}) : \mathbf{e}(\mathbf{v})d\mathbf{x} + \int_{\Omega} p\text{div}\mathbf{v}d\mathbf{x} = \int_{\Omega} \mathbf{f} \cdot \mathbf{v}d\mathbf{x} + \int_{\Gamma_1} \mathbf{g} \cdot \mathbf{v}da, \mathbf{v} \in \tilde{\mathcal{V}}, \quad (4.8)$$

$$\int_{\Omega} \text{div}\mathbf{u}q d\mathbf{x} = \int_{\Omega} \lambda^{-1}pq d\mathbf{x}, q \in L^2(\Omega). \quad (4.9)$$

Ove dvije formulacije su implementirane koristeći program **FreeFem++**¹. U nastavku rada (4.5) će biti **prva formulacija**, a (4.8) i (4.9) **druga formulacija**. Idući korak je bio napraviti 3D domenu na kojoj ćemo rješavati gornje probleme. Za to je korišten program **gmsh**² u kojem je, osim modeliranja geometrije, moguće i generiranje 3D triangulacije. Geometrijska svojstva svake napravljene geometrije stenta, kao što su ukupna duljina, radijus stenta ili pak broj vrhova u longitudinalnom, odnosno radijalnom smjeru su drukčija za svaki model pa ćemo njih detaljnije opisati u svakom odjeljku.

Nakon što je dobivena konačna mreža stenta, potrebno je implementirati prvu i drugu formulaciju. Najprije unosimo gore navedena mehanička svojstva stenta, te računamo iznos sile tlaka:

¹www.freefem.org

²gmsh.info

```

1 //koeficijenti za leguru celika 316L (za metre)
2
3 real E = 2.1e11;
4 real ni = 0.28;
5
6 real lambda = (E*ni) / ((1+ni)*(1-2*ni));
7 cout<< "Lambda = " << lambda <<endl;
8 real mi = E / (2*(1+ni));
9 cout<< "Mi = " << mi <<endl;
10
11 real atm = 101325;
12
13 //ukupna površina na koju djeluje tlak
14 real povdjeltlaka = int2d(stent,1)(f1);
15
16 //xmax je duljina stenta, 0.0015 je srednji radijus
17 // stenta
18 real press = (0.5*atm*2*0.0015*pi*xmax)/povdjeltlaka;
19 cout<< "Iznos sile tlaka = " << press <<endl;

```

Silu tlaka smo zamijenili radijalnom silom (u odnosu na os stenta) koja djeluje na vanjski dio plašta stenta. Po [5] tlak od 0.5 atm (atm = 101325Pa) je potreban da bi se koronarna arterija raširila za 10% referentnog radijusa. Sada ukupna sila kojom arterija djeluje na stent duljine L i radijusa R je po iznosu jednaka sili koja je potrebna da bi se arterija raširila za 10%. Kako promatramo dio duljine L i radijusa R , ukupna sila je dana formulom:

$$g = 0.5atm2\pi RL \left[\frac{Pa}{m^2} = N \right], \quad (4.10)$$

što objašnjava implementiranu formulu.

Implementacija prve formulacije:

```

1 solve zadaca(u1, u2, u3, v1, v2, v3) =
2
3 int3d(stent) (
4 lambda*divergencija(u1, u2, u3)*divergencija(v1, v2, v3)
5 +2*mi*( dx(u1)*dx(v1) + dy(u2)*dy(v2) + dz(u3)*dz(v3) )
6 +(mi/2)*( (dy(u1)+dx(u2))*(dy(v1)+dx(v2))
7 +(dz(u1)+dx(u3))*(dz(v1)+dx(v3))
8 +(dz(u2)+dy(u3))*(dz(v2)+dy(v3)) ) )
9 -int2d(stent,1)( press*(N.y*v2 + N.z*v3) );

```

Implementacija druge formulacije:

```

1      solve zadaca(u1, u2, u3, p, v1, v2, v3, q) =
2
3      int3d(stent) (
4      2*mi*( dx(u1)*dx(v1) + dy(u2)*dy(v2) + dz(u3)*dz(v3) )
5      +mi*( (dy(u1)+dx(u2))*(dy(v1)+dx(v2))
6      +(dz(u1)+dx(u3))*(dz(v1)+dx(v3))
7      +(dz(u2)+dy(u3))*(dz(v2)+dy(v3)) )
8      + p*divergencija(v1,v2,v3) + divergencija(u1,u2,u3)*q
9      - (p*q)/lambda )
10     -int2d(stent,1)( press*(N.y*v2 + N.z*v3) );

```

Kako promatramo problem čiste trakcije rješenje nije jedinstveno i matrica sustava je singularna. Implementirani algoritam za rješavanje linearnog sustava u *FreeFem++* daje jedno rješenje problema. Stoga je potrebno od rješenja oduzeti infinitezimalni kruti pomak kako bi dobili rješenje s ukupnim pomakom i infinitezimalnom rotacijom jednakom nuli. Najprije oduzimamo infinitezimalnu translaciju, zatim infinitezimalnu rotaciju. Kako je implementirana rotacija linearna aproksimacija rotacije, potrebno je još jednom oduzeti infinitezimalnu translaciju.

```

1      //racunanje volumena
2      real volumen = int3d(stent)(f1);
3      cout<< "Volumen = "<<volumen<<endl;
4      //oduzimanje translacije, racunanje integralne srednje
      vrijednosti rjesenja
5      real srednjavrijednost1 = int3d(stent)(u1)/volumen;
6      real srednjavrijednost2 = int3d(stent)(u2)/volumen;
7      real srednjavrijednost3 = int3d(stent)(u3)/volumen;
8      u1 = u1-srednjavrijednost1;
9      u2 = u2-srednjavrijednost2;
10     u3 = u3-srednjavrijednost3;
11     //oduzimanje infinitezimalne rotacije
12     real aa12 = int3d(stent)(dy(u1)-dx(u2))/2.0/volumen;
13     real aa13 = int3d(stent)(dz(u1)-dx(u3))/2.0/volumen;
14     real aa23 = int3d(stent)(dz(u2)-dy(u3))/2.0/volumen;
15     u1 = u1-(aa12*y+aa13*z);
16     u2 = u2-(-aa12*x+aa23*z);
17     u3 = u3-(-aa13*x-aa23*y);
18     //jos jednom oduzimanje translacije
19     srednjavrijednost1 = int3d(stent)(u1)/volumen;

```

```

20     srednjavrijednost2 = int3d(stent)(u2)/volumen;
21     srednjavrijednost3 = int3d(stent)(u3)/volumen;
22     u1 = u1-srednjavrijednost1;
23     u2 = u2-srednjavrijednost2;
24     u3 = u3-srednjavrijednost3;
25     //ispis(provjera)
26     srednjavrijednost1 = int3d(stent)(u1)/volumen;
27     srednjavrijednost2 = int3d(stent)(u2)/volumen;
28     srednjavrijednost3 = int3d(stent)(u3)/volumen;
29     cout <<"Translacija = "<<srednjavrijednost1<<" , "<<
        srednjavrijednost2<<" , "<<srednjavrijednost3<<endl;
30     aa12 = int3d(stent)(dy(u1)-dx(u2))/2.0/volumen;
31     aa13 = int3d(stent)(dz(u1)-dx(u3))/2.0/volumen;
32     aa23 = int3d(stent)(dz(u2)-dy(u3))/2.0/volumen;
33     cout <<"Rotacija = "<<aa12<<" , "<<aa13<<" , "<<aa23<<endl;

```

Kako su u rješavanju varijacijskih formulacija za aproksimaciju pomaka korišteni P2 elementi, za ispis rješenja potrebno je ista "castati" u P1 elemente jer funkcija za zapis rješenja u vtk formatu radi samo za P1 elemente. Za aproksimaciju tlaka korišteni su P1 elementi.

```

1     fespace Hh1(stent, P1);
2     Hh1 u1P1, u2P1, u3P1;
3     u1P1 = u1;
4     u2P1 = u2;
5     u3P1 = u3;

```

U drugoj formulaciji, osim pomaka \mathbf{u} , nepoznanica je bila i tlak p . Nakon dobivenih rješenja računali smo volumetrijsko (hidrostatsko) naprezanje po formuli $\mathbf{T}_m = \frac{\mu\mathbf{T}}{3}$ te normu posmičnog naprezanja $\mathbf{T}_d = (\mathbf{T}_{12}^2 + \mathbf{T}_{13}^2 + \mathbf{T}_{23}^2)^{\frac{1}{2}}$

```

1     sigma1 = ( (2*mi+3*lambda)/3*lambda ) * p;
2     sigma2 = 2*mi*sqrt( (dy(u1)+dx(u2))^2 + (dz(u1)+dx(u3))^2
        + (dz(u2)+dy(u3))^2 );

```

4.1 Stent nalik Express stentu



Slika 4.1: Slika Express stenta

Za navedeni model smo uzeli da je promjer stenta 3 mm, ukupna duljina 17.2249 mm. Dimenzije se odnose na ravnu geometriju stenta. Na slici se vidi da postoje dva tipa prstena, prvi prsten ima manje vrhova u radijalnom smjeru od drugog. Međusobno se izmjenjuju i povezani su sa 3 štapa (brida).

Kod modeliranja prvog tipa prstena uzeli smo 6 vrhova. Ukupna širina prvog prstena iznosi 0.9998 mm. Za drugi tip prstena uzeli smo 9 vrhova. Ukupna širina drugog prstena iznosi 0.60541 mm. Razmak između rubnih vrhova dvaju prstenova iznosi 0.35633 mm. Debljina svakog štapa u prstenu iznosi 0.1 mm.

Implementacija prvog prstena u programu *gms*:

```
1 //KONSTANTE
2 //RADIJUS STENTA
3 R=0.00145;
4 //BROJ VRHOVA U LONGITUDINALNOM SMJERU
5 Nc1=6;
6 //ŠIRINA PRSTENA
7 LX=0.0009998;
8 //DEBLJINA VRHA U Y-SMJERU
9 THICKVRHY=0.0001; //BILO THICK2
```



```

10 //UDALJENOST IZMEDU VRHOVA KOJI IMAJU ISTU X-KOORDINATU
11 //LY/2 JE UDALJENOST KOORDINATA DVA SUSJEDNA VRHA
12 LY=(2*R*Pi)/Nc1;
13 //TREBA NAM THICKVRHX, UZ LAGAN RACUN, TO DOBIJEMO IZ ZADANIH
    PODATAKA
14 THICKVRHX=0.0001617454212;
15 //DEBLJINA STENTA
16 THICKSTENT=0.0001;
17 lc=0.1;
18
19 //prvi vrh
20 Point(1)={0,-0.5,0,lc};
21 Point(2)={THICKVRHX,-0.5,0,lc};
22 Point(3)={THICKVRHX,-0.5+THICKVRHY/2,0,lc};
23 Point(4)={0,-0.5+THICKVRHY/2,0,lc};
24 //(1/2)*LY
25 Point(5)={LX-THICKVRHX,-0.5-THICKVRHY/2+LY/2,0,lc};
26 Point(6)={LX,-0.5-THICKVRHY/2+LY/2,0,lc};
27 Point(7)={LX,-0.5+THICKVRHY/2+LY/2,0,lc};
28 Point(8)={LX-THICKVRHX,-0.5+THICKVRHY/2+LY/2,0,lc};
29 //drugi vrh
30 Point(9)={0,-0.5+LY-THICKVRHY/2,0,lc};
31 Point(10)={THICKVRHX,-0.5+LY-THICKVRHY/2,0,lc};
32 Point(11)={THICKVRHX,-0.5+LY+THICKVRHY/2,0,lc};
33 Point(12)={0,-0.5+LY+THICKVRHY/2,0,lc};
34 //(3/2)*L1
35 Point(13)={LX-THICKVRHX,-0.5-THICKVRHY/2+LY/2+LY,0,lc};
36 Point(14)={LX,-0.5-THICKVRHY/2+LY/2+LY,0,lc};
37 Point(15)={LX,-0.5+THICKVRHY/2+LY/2+LY,0,lc};
38 Point(16)={LX-THICKVRHX,-0.5+THICKVRHY/2+LY/2+LY,0,lc};
39 //treći vrh
40 Point(17)={0,-0.5+ 2*LY -THICKVRHY/2,0,lc};
41 Point(18)={THICKVRHX,-0.5+ 2*LY -THICKVRHY/2,0,lc};
42 Point(19)={THICKVRHX,-0.5+ 2*LY +THICKVRHY/2,0,lc};
43 Point(20)={0,-0.5+ 2*LY +THICKVRHY/2,0,lc};
44 //(5/2)*L1
45 Point(21)={LX-THICKVRHX,-0.5-THICKVRHY/2+LY/2+2*LY,0,lc};
46 Point(22)={LX,-0.5-THICKVRHY/2+LY/2+2*LY,0,lc};
47 Point(23)={LX,-0.5+THICKVRHY/2+LY/2+2*LY,0,lc};
48 Point(24)={LX-THICKVRHX,-0.5+THICKVRHY/2+LY/2+2*LY,0,lc};
49 //četvrti vrh
50 Point(25)={0,-0.5+ 3*LY -THICKVRHY/2,0,lc};

```

```

51 Point(26)={THICKVRHX,-0.5+ 3*LY -THICKVRHY/2,0,lc};
52 Point(27)={THICKVRHX,-0.5+ 3*LY +THICKVRHY/2,0,lc};
53 Point(28)={0,-0.5+ 3*LY +THICKVRHY/2,0,lc};
54 //(7/2)*L1
55 Point(29)={LX-THICKVRHX,-0.5-THICKVRHY/2+LY/2+3*LY,0,lc};
56 Point(30)={LX,-0.5-THICKVRHY/2+LY/2+3*LY,0,lc};
57 Point(31)={LX,-0.5+THICKVRHY/2+LY/2+3*LY,0,lc};
58 Point(32)={LX-THICKVRHX,-0.5+THICKVRHY/2+LY/2+3*LY,0,lc};
59 //peti vrh
60 Point(33)={0,-0.5+ 4*LY -THICKVRHY/2,0,lc};
61 Point(34)={THICKVRHX,-0.5+ 4*LY -THICKVRHY/2,0,lc};
62 Point(35)={THICKVRHX,-0.5+ 4*LY +THICKVRHY/2,0,lc};
63 Point(36)={0,-0.5+ 4*LY +THICKVRHY/2,0,lc};
64 //(9/2)*L1
65 Point(37)={LX-THICKVRHX,-0.5-THICKVRHY/2+LY/2+4*LY,0,lc};
66 Point(38)={LX,-0.5-THICKVRHY/2+LY/2+4*LY,0,lc};
67 Point(39)={LX,-0.5+THICKVRHY/2+LY/2+4*LY,0,lc};
68 Point(40)={LX-THICKVRHX,-0.5+THICKVRHY/2+LY/2+4*LY,0,lc};
69 //sesti vrh
70 Point(41)={0,-0.5+ 5*LY -THICKVRHY/2,0,lc};
71 Point(42)={THICKVRHX,-0.5+ 5*LY -THICKVRHY/2,0,lc};
72 Point(43)={THICKVRHX,-0.5+ 5*LY +THICKVRHY/2,0,lc};
73 Point(44)={0,-0.5+ 5*LY +THICKVRHY/2,0,lc};
74 //(11/2)*L1
75 Point(45)={LX-THICKVRHX,-0.5-THICKVRHY/2+LY/2+5*LY,0,lc};
76 Point(46)={LX,-0.5-THICKVRHY/2+LY/2+5*LY,0,lc};
77 Point(47)={LX,-0.5+THICKVRHY/2+LY/2+5*LY,0,lc};
78 Point(48)={LX-THICKVRHX,-0.5+THICKVRHY/2+LY/2+5*LY,0,lc};
79 //preklapajuci
80 Point(49)={0,-0.5+ 6*LY -THICKVRHY/2,0,lc};
81 Point(50)={THICKVRHX,-0.5+ 6*LY -THICKVRHY/2,0,lc};
82 Point(51)={THICKVRHX,-0.5+ 6*LY,0,lc};
83 Point(52)={0,-0.5+ 6*LY,0,lc};

```

Nakon zadavanja točaka spajamo ih linijama. Zbog duljine koda dajemo samo prikaz zadavanja nekoliko linija:

```

1 Line(1) = {1, 2};
2 Line(2) = {2, 3};
3 Line(3) = {3, 6};

```

Nakon zadavanja svih linija, od dobivenog oblika radimo površinu:

```

1 Line Loop(1) = {3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16,
    17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31,
    32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46,
    47, 48, 49, 50, 51, 52, 1, 2};
2 Plane Surface(1) = {1};

```

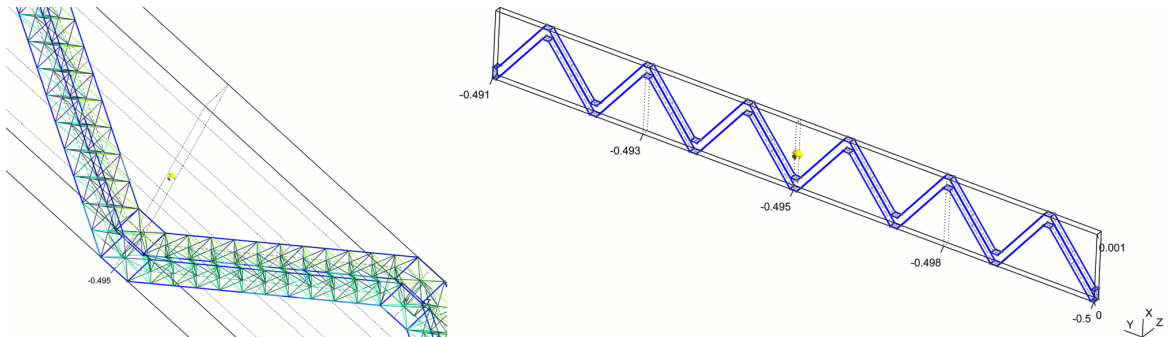
Potom navedenoj površini dajemo debljinu, jednaku debljini stenta, u ovom slučaju 0.1 mm:

```

1 prsten1[]=Extrude {0.0,0.0,THICKSTENT} {
2 Surface{1};
3 };

```

Nakon napravljene geometrije prvog prstena potrebno je na istoj napraviti 3D triangulaciju. Zbog toga što su sve dimenzije zadane u metrima, bilo je potrebnu programu zadati minimalnu i maksimalnu veličinu elementa triangulacije. Za svaku geometriju stavljena je minimalna veličina elementa: 0.00003 m, a maksimalna 0.0001 m. Na sljedećoj slici je prikaz geometrije prvog prstena i slika dijela mreže.



Slika 4.2: Uvećana slika dijela mreže i geometrija prvog prstena

Analognim načinom je napravljen i drugi prsten pa izostavljamo kod. Kako je prvi prsten bilo potrebno rotirati za 180 stupnjeva oko središnje osi, navodimo i kod za to:

```

1 allsurfaces[]=Surface "1";
2 allsurfaces1[]=Rotate {{0,R*Pi-0.5, 0}, {LX/2,0, 0}, Pi} {Surface
    {allsurfaces[]}}; };

```

```

3  allsurfaces2[]=Rotate {{LX/2,0, 0}, {0,R*Pi-0.5, 0}, Pi} {Surface
    {allsurfaces1[]}; };

```

Na kraju su modelirani štapovi koji spajaju prstenove. Kako štap koji spaja prvi prsten s drugim nije iste duljine kao i štap koji spaja drugi prsten sa rotiranim prvim prstenom, posebno su napravljena oba tipa štapova. U zadavanju točaka za štapove koristimo već zadane točke u prstenovima zbog lakšeg spajanja svih geometrija. U nastavku dajemo samo zadavanje točaka, dok je postupak spajanja točaka, zadavanja površine i davanje debljine analogan prije navedenom.

```

1  //tocke za prvi tip stapa(spaja prvi i drugi prsten)
2  Point(1)={LX,-0.5-THICKVRHY/2+LY/2+3*LY,0,lc};
3  Point(2)={LX,-0.5+THICKVRHY/2+LY/2+3*LY,0,lc};
4  Point(3)={LX+RAZMAK,-0.5-THICKVRHY/2+LY/2+3*LY,0,lc};
5  Point(4)={LX+RAZMAK,-0.5+THICKVRHY/2+LY/2+3*LY,0,lc};
6  Point(5)={LX,-0.5-THICKVRHY/2+LY/2+5*LY,0,lc};
7  Point(6)={LX,-0.5+THICKVRHY/2+LY/2+5*LY,0,lc};
8  Point(7)={LX+RAZMAK,-0.5-THICKVRHY/2+LY/2+5*LY,0,lc};
9  Point(8)={LX+RAZMAK,-0.5+THICKVRHY/2+LY/2+5*LY,0,lc};
10 Point(9)={LX,-0.5-THICKVRHY/2+LY/2+LY,0,lc};
11 Point(10)={LX,-0.5+THICKVRHY/2+LY/2+LY,0,lc};
12 Point(11)={LX+RAZMAK,-0.5-THICKVRHY/2+LY/2+LY,0,lc};
13 Point(12)={LX+RAZMAK,-0.5+THICKVRHY/2+LY/2+LY,0,lc};
14
15 //tocke za drugi tip stapa(spaja drugi prsten i rotirani prvi
    prsten)
16 Point(1)={LX2-THICKVRHX2,-0.5-THICKVRHY/2+LY2/2+5*LY2,0,lc};
17 Point(2)={LX2-THICKVRHX2,-0.5+THICKVRHY/2+LY2/2+5*LY2,0,lc};
18 Point(3)={LX2-THICKVRHX2,-0.5-THICKVRHY/2+LY2/2+8*LY2,0,lc};
19 Point(4)={LX2-THICKVRHX2,-0.5+THICKVRHY/2+LY2/2+8*LY2,0,lc};
20 Point(5)={LX2-THICKVRHX2,-0.5-THICKVRHY/2+LY2/2+2*LY2,0,lc};
21 Point(6)={LX2-THICKVRHX2,-0.5+THICKVRHY/2+LY2/2+2*LY2,0,lc};
22 Point(7)={LX2-THICKVRHX2-RAZMAK,-0.5-THICKVRHY/2+LY2/2+5*LY2,0,lc
    };
23 Point(8)={LX2-THICKVRHX2-RAZMAK,-0.5+THICKVRHY/2+LY2/2+5*LY2,0,lc
    };
24 Point(9)={LX2-THICKVRHX2-RAZMAK,-0.5-THICKVRHY/2+LY2/2+8*LY2,0,lc
    };
25 Point(10)={LX2-THICKVRHX2-RAZMAK,-0.5+THICKVRHY/2+LY2/2+8*LY2,0,
    lc};
26 Point(11)={LX2-THICKVRHX2-RAZMAK,-0.5-THICKVRHY/2+LY2/2+2*LY2,0,

```

```

    lc};
27 Point(12)={LX2-THICKVRHX2-RAZMAK, -0.5+THICKVRHY/2+LY2/2+2*LY2, 0,
    lc};
28
29 //ROTIRAJ
30 //rotate- prva tocka oko druge
31 allpoints[]=Point"1,2,3,4,5,6";
32 allpoints1[]=Rotate {{0,R*Pi-0.5, 0}, {LX2/2,0, 0}, Pi} {Point{
    allpoints[]}; };
33 allpoints2[]=Rotate {{LX2/2,0, 0}, {0,R*Pi-0.5, 0}, Pi} {Point{
    allpoints1[]}; };

```

Kao što se iz Slike 4.1. može vidjeti, najprije je postavljen prvi tip (sa manje vrhova), zatim drugi tip prstena. Nakon toga ponovno ide prvi tip prstena rotiran oko svoje središnje osi za 180 stupnjeva pa drugi prsten. Na gore opisani način se nastavlja postupak dok se ne dođe do željenog broja prstenova, točnije željene duljine stenta.

Dobivene mreže učitamo u *FreeFem++* i od njih radimo takozvanu rešetku. Nakon toga, na rešetki označimo dio na koji će djelovati sila tlaka. Implementacija gore opisanog dijela:

```

1 //razmak medu prstenovima
2 real razmak = 0.00035633;
3 //sirina prvog prstena
4 real LP1 = 0.0009998;
5 //sirina drugog prstena
6 real LP2 = 0.00060541;
7 //radijus stenta
8 real radijus = 0.00145;
9 //broj vrhova prstena 1
10 int Nc1 = 6;
11 //broj vrhova prstena 2
12 int Nc2 = 9;
13
14 //razmak vrhova prvog prstena
15 real Ly1 = (2*radijus*pi)/Nc1;
16 //razmak vrhova drugog prstena
17 real Ly2 = (2*radijus*pi)/Nc2;
18 //koliko pomaknuti stapove izmedu prstenova za iduci spoj
19 real pomak = Ly1/2-Ly2/2;
20 //debljina vrha

```

```

21 //real thickx2=0.0001502057214;
22
23 //UCITAVANJE, SPAJANJE, LABELIRANJE
24 //ZBOG JEDNOSTAVNOSTI NAPRAVLJEN JE DRUGI TIP PRSTENA NA ISTI
    NACIN KAO I PRVI (OZNAKA PRSTEN2), NO KAKO SE U MREZI ISTI
    POJAVLJUJE SAMO ROTIRAN(ROTACIJA ISTA KAO KOD PRVOG PRSTENA),
    U SPAJANJU RESETKE KORISTIMO SAMO PRSTEN2ROT
25 mesh3 prsten1 = gmshload3("express_prvi_prsten_konacno.msh");
26 //mesh3 prsten2 = gmshload3("express_drugi_prsten_konacno.msh");
27 mesh3 stap1 = gmshload3("express_stapovi_konacno.msh");
28 mesh3 stap2 = gmshload3("express_stapovi_drugi_konacno.msh");
29 mesh3 prsten1rot = gmshload3("express_prvi_prsten_konacno_rot.msh
    ");
30 mesh3 prsten2rot = gmshload3("express_drugi_prsten_konacno_rot.
    msh");
31
32 //dodajemo prstene
33 mesh3 resetka = prsten1;
34 resetka = resetka + movemesh3(prsten2rot,transfo = [x+LP1+razmak,
    y+pomak,z])
35 + movemesh3(prsten1rot,transfo = [x+LP1+razmak+LP2+razmak,y,z])
36 + movemesh3(prsten2rot,transfo = [x+LP1+razmak+LP2+razmak+LP1+
    razmak,y,z]);
37
38 //iskoristi simetriju
39 mesh3 resetka2=resetka;
40 resetka2 = resetka2 + movemesh3(resetka,transfo = [x+LP1+razmak+
    LP2+razmak+LP1+razmak+LP2+razmak,y,z]);
41 resetka2 = resetka2 + movemesh3(resetka,transfo = [x+2*(LP1+
    razmak+LP2+razmak+LP1+razmak+LP2+razmak),y,z]);
42
43 //zavrsavamo stent
44 resetka2 = resetka2 + movemesh3(prsten1,transfo = [x+6*(LP1+2*
    razmak+LP2),y,z])
45 + movemesh3(prsten2rot,transfo = [x+6*(LP1+2*razmak+LP2)+LP1+
    razmak,y+pomak,z])
46 + movemesh3(prsten1rot,transfo = [x+6*(LP1+2*razmak+LP2)+LP1+
    razmak+LP2+razmak,y,z]);
47
48 //dodajemo stapove
49 resetka2 = resetka2 + stap1 + movemesh3(stap1,transfo = [x+razmak
    +LP2+razmak+LP1,y+Ly1/2,z])

```

```

50 + movemesh3(stap1,transfo = [x+2*(razmak+LP2+razmak+LP1),y,z])
51 + movemesh3(stap1,transfo = [x+3*(razmak+LP2+razmak+LP1),y+Ly1/2,
    z])
52 + movemesh3(stap1,transfo = [x+4*(razmak+LP2+razmak+LP1),y,z])
53 + movemesh3(stap1,transfo = [x+5*(razmak+LP2+razmak+LP1),y+Ly1/2,
    z])
54 + movemesh3(stap1,transfo = [x+6*(razmak+LP2+razmak+LP1),y,z]);
55
56 resetka2 = resetka2 + movemesh3(stap2,transfo = [x+LP1+razmak,y+
    pomak,z])
57 + movemesh3(stap2,transfo = [x+2*LP1+3*razmak+LP2,y+Ly2,z])
58 + movemesh3(stap2,transfo = [x+3*LP1+5*razmak+2*LP2,y+pomak,z])
59 + movemesh3(stap2,transfo = [x+4*LP1+7*razmak+3*LP2,y+Ly2,z])
60 + movemesh3(stap2,transfo = [x+5*LP1+9*razmak+4*LP2,y+pomak,z])
61 + movemesh3(stap2,transfo = [x+6*LP1+11*razmak+5*LP2,y+Ly2,z])
62 + movemesh3(stap2,transfo = [x+7*LP1+13*razmak+6*LP2,y+pomak,z]);
63
64 //vidi minimalne i maksimalne vrijednosti koje se postizu na
    resetki
65 fespace Vh(resetka2,P1);
66 Vh rxx = x, ryy = y, rzz = z;
67 real xmax = rxx[].max;
68 real xmin = rxx[].min;
69 real ymax = ryy[].max;
70 real ymin = ryy[].min;
71 real zmax = rzz[].max;
72 real zmin = rzz[].min;
73 cout << " Resetka: " << endl
74 << " x min " << rxx[].min << " max " << rxx[].max << endl
75 << " y min " << ryy[].min << " max " << ryy[].max << endl
76 << " z min " << rzz[].min << " max " << rzz[].max << endl;
77 //oznaci na resetki onaj dio koji ce biti vanjski dio plasta
    stenta
78 func int flab(int lab) {
79 int l = lab;
80 if( z > zmax - 0.000001 )
81 l = 1;
82 return l;
83 }
84 //promijeni labele vanjske granice
85 resetka2 = change(resetka2, flabel = flab(label) );

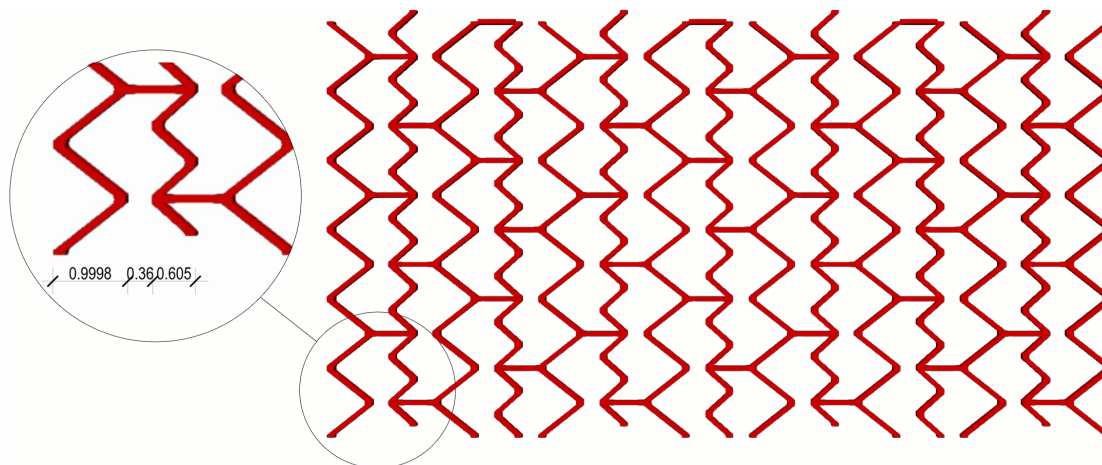
```

Dimenzije rešetke:

u x smjeru - 17.2249 mm, što je zapravo ukupna duljina stenta,

u y smjeru - 9.11062 mm, što odgovara umnošku $2\pi(\text{radijus stenta}-0.5*\text{debljina stenta})$,

u z smjeru - 0.1 mm, što je zapravo debljina stenta.



Slika 4.3: Express rešetka

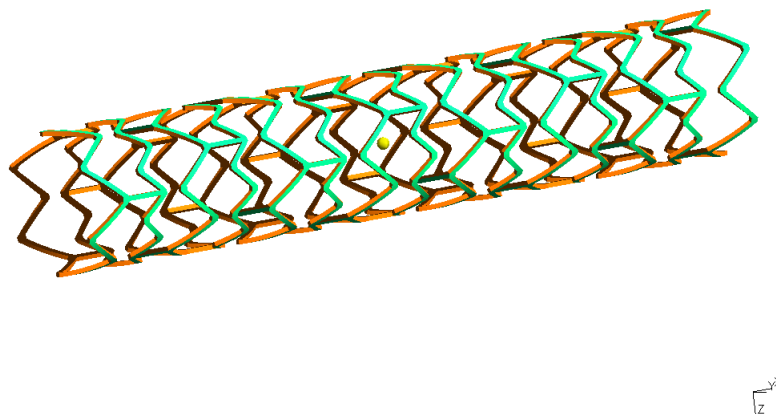
Potom tako označenu rešetku "zamatamo" da bi na kraju dobili pravi oblik stenta.

```

1 //ZAMATANJE I CENTRIRANJE
2 real duljina = 2*radijus*pi;
3 //rotiramo mrežu oko x-osi
4 func XX1 = x;
5 func YY1 = (radijus*sin(2*pi*(y+0.5)/duljina)+(radijus-0.5))*(1)
  + sin(2*pi*(y+0.5)/duljina)*z;
6 func ZZ1 = (radijus*cos(2*pi*(y+0.5)/duljina)+radijus)*(1) + cos
  (2*pi*(y+0.5)/duljina)*z;
7
8 mesh3 stentpom = movemesh3(resetka2, transfo=[XX1,YY1,ZZ1]);
9
10 //centriranje po x, y i z
11 func XX2 = x - xmax/2;
12 func YY2 = y - (radijus - 0.5);
13 func ZZ2 = z - radijus;
14 mesh3 stent = movemesh3(stentpom, transfo=[XX2,YY2,ZZ2]);

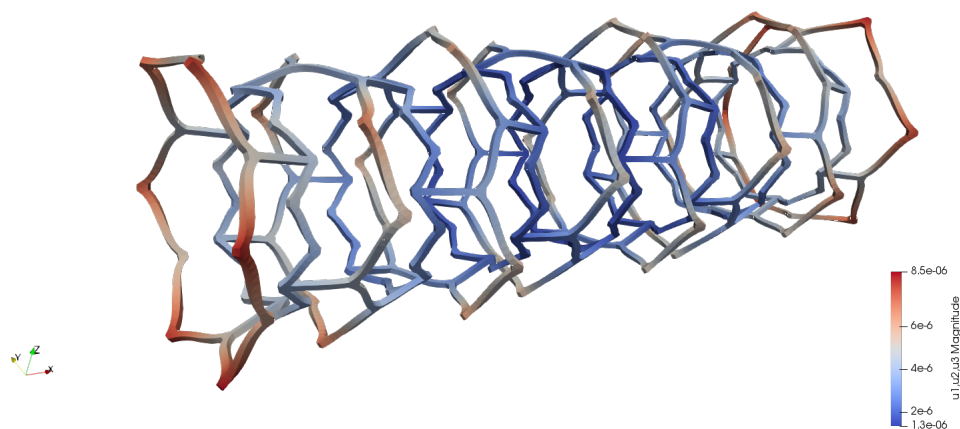
```


Konačno dobivamo geometriju stenta nalik Expressu.

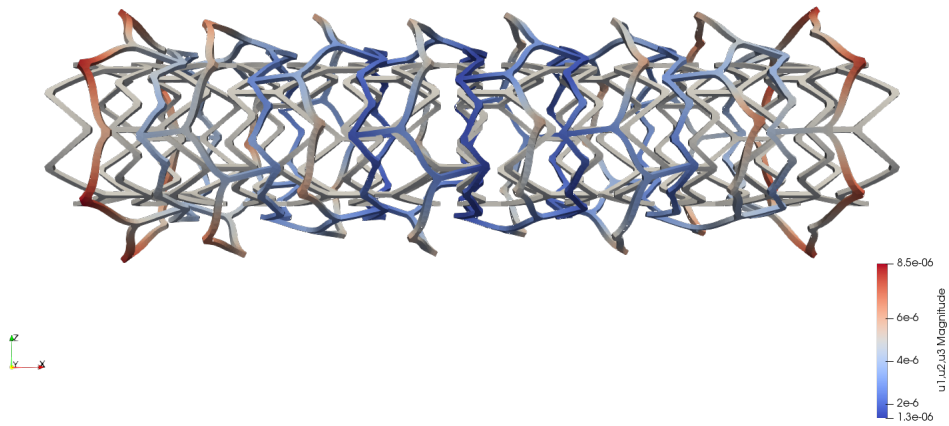


Slika 4.4: Model stenta nalik Express stentu

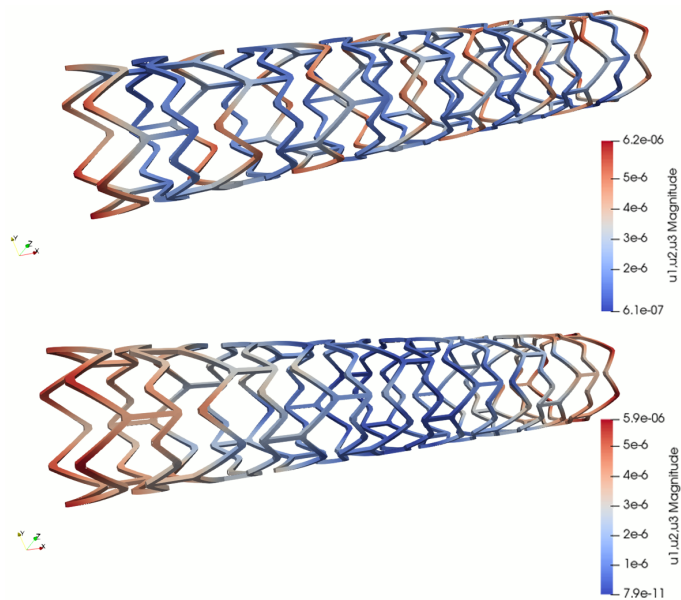
Nakon dobivene domene krenuli smo na rješavanje prve i druge varijacijske formulacije. Za Youngov modul elastičnosti i Poissonov omjer uzeli smo vrijednosti za leguru čelika 316L koje iznose $E = 2.1e11$ Pa, $\nu = 0.28$. Po opisanoj formuli (4.10), za iznos tlaka dobiveno je 310573 Pa. Na sljedećim slikama prikazane su dobivene aproksimacije pomaka za prvu formulaciju te pomaka i naprezanja za drugu formulaciju.



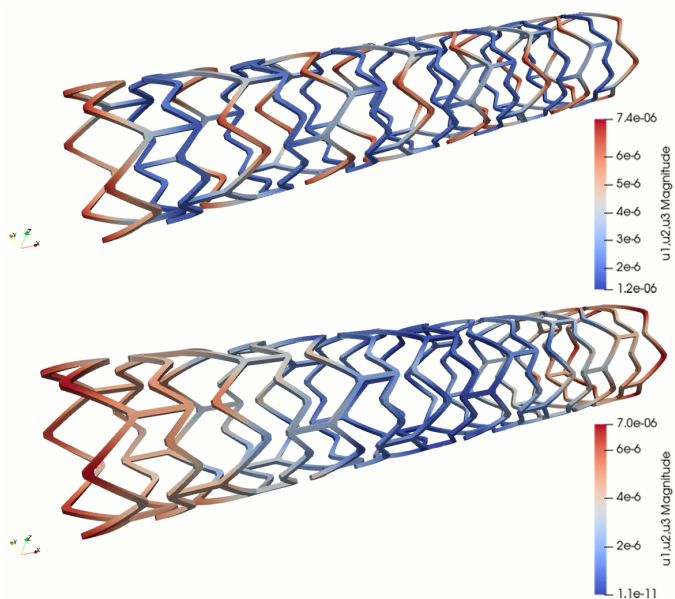
Slika 4.5: Rješenje prve formulacije uvećano 200 puta



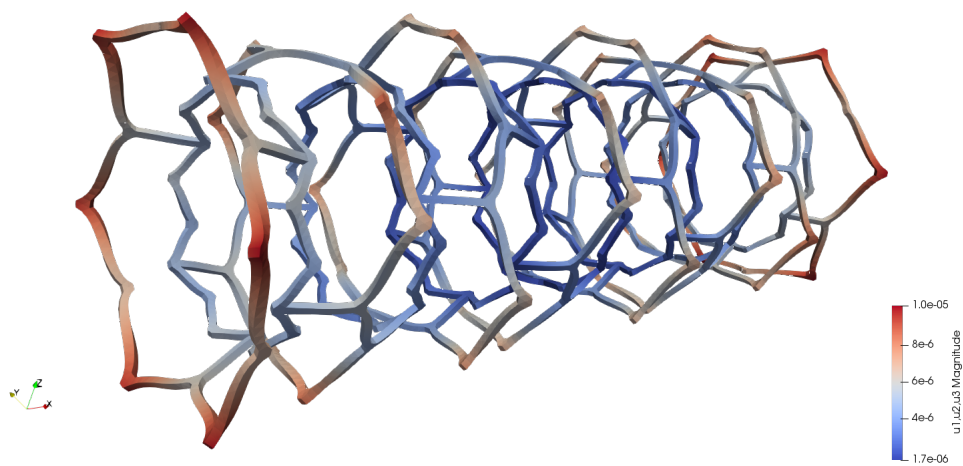
Slika 4.6: Usporedna slika nedeformiranog stenta obojanog u sivu boju i deformiranog stenta uvećanog 200 puta, obojanog po vrijednosti norme pomaka dobivene iz 1. formulacije



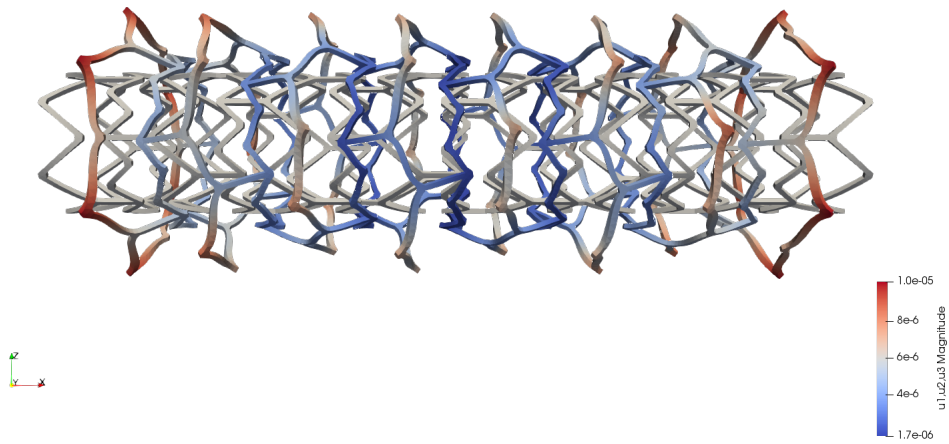
Slika 4.7: Radijalno i longitudinalno rješenje prve formulacije



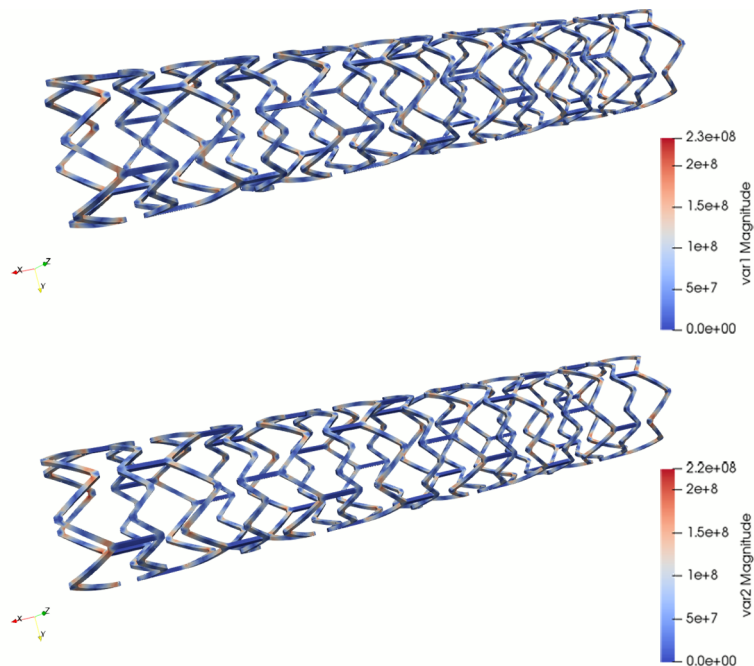
Slika 4.8: Radijalno i longitudinalno rješenje druge formulacije



Slika 4.9: Rješenje druge formulacije uvećano 200 puta



Slika 4.10: Usporedna slika nedeformiranog stenta obojanog u sivu boju i deformiranog stenta uvećanog 200 puta, obojanog po vrijednosti norme pomaka dobivene iz 2. formula-cije



Slika 4.11: Usporedna slika volumetrijskog (hidrostatskog) naprezanja i norme posmičnog naprezanja

4.2 Stent nalik Cypher stentu



Slika 4.12: Fotografija Cypher stenta

Za navedeni model smo uzeli da je promjer stenta 3 mm, ukupna duljina 16.7073 mm. Na slici se vidi da se stent sastoji od prstena koji su spojeni štapovima u obliku sinusa.

Kod modeliranja prstena uzeli smo da isti ima 6 vrhova. Ukupna širina prstena iznosi 0.939734 mm, dok je širina dijela sa sinusom 1.312776 mm. Debljina svakog štapa u prstenu iznosi 0.14 mm, dok debljina štapa u obliku sinusa iznosi 0.046667 mm, točnije trećinu debljine štapa u prstenu. Amplituda sinusa iznosi 0.515735 mm.

Kako je implementacija prstena slična implementaciji prstena kod stenta nalik Expressu, nećemo ju navoditi. "Sinuse" smo modelirali pomoću kružnih lukova. Slijedi programski kod implementacije "sinusa":

```

1 //RADIJUS STENTA
2 R = 0.00143;
3 //BROJ VRHOVA
4 Nc1 = 6;
5 //UDALJENOST VRHOVA SA ISTOM X-KOORDINATOM
6 LY=(2*R*Pi)/Nc1;
7 //ŠIRINA PRSTENA
8 LX=0.000939734;
9 //UDALJENOST PO Y SUSJEDNIH VRHOVA JE LY/2

```

```

10 //DEBLJINE VRHA U X I Y SMJERU IZRACUNATE NA PAPIRU DA BI
    ODGOVARALE SVIM DIMENZIJAMA
11 //DEBLJINA VRHA U Y SMJERU
12 THICKVRHY=0.0000825409992;
13 //DEBLJINA VRHA U X SMJERU
14 THICKVRHX=0.0002064390597;
15 //DEBLJINA STAPOVA U STENTU TE "VISINA" STENTA
16 THICKSTENT=0.00014;
17 //DEBLJINA SINUSA JE THICKSTENT/3, ALI AKO STAVIMO OVAKO LAKSE JE
    NAPRAVITI
18 THICKSINUS=THICKSTENT/3;
19 THICKSINUSPOM=THICKVRHX-THICKSTENT/3;
20 // UKUPNA DULJINA SINUSA
21 UKDULJINASINUS=0.001312776;
22 //AMPLITUDA SINUSA
23 AMPLITUDA=0.000515735;
24 //PROMJER KRUGNOG LUKA
25 PROMJER=0.000293194;
26 //RAZLIKA Y KOORDINATA TOCAKA LIJEVO DOLJE I DESNO GORE, MOGLO SE
    I U KODU NAKON UNOSENJA TOCAKA
27 RAZLIKA=0.000082540999;
28 //VISINA "MALOG" VRHA KOJU NAMJESTAMO DA BI SVE PASALO ZA
    AMPLITUDU
29 VISINA=0.00002333333383;
30 lc=0.1;
31 //NAKON ROTACIJE I TRANSLACIJE BIT CE DESNI VRH SINUSA
32
33 Point(5)={LX,-0.5+THICKVRHY/2+LY/2+5*LY,0,lc};
34 Point(6)={LX-THICKVRHX+THICKSINUSPOM,-0.5+THICKVRHY/2+LY/2+5*LY
    ,0,lc};
35 Point(7)={LX-THICKVRHX+THICKSINUSPOM,-0.5+THICKVRHY/2+LY/2+5*LY+
    VISINA,0,lc};
36 Point(8)={LX,-0.5+THICKVRHY/2+LY/2+5*LY+VISINA,0,lc};
37
38 //rotate- prva tocka oko druge
39 allpoints[]=Point "5,6,7,8";
40 allpoints1[]=Rotate {{0,R*Pi-0.5,0},{LX/2,0,0},Pi} {Point{
    allpoints[]}}; };
41 allpoints1[]=Rotate {{LX/2,0,0},{0,R*Pi-0.5,0},Pi} {Point{
    allpoints1[]}}; };
42 allpoints1[]=Translate{LX+UKDULJINASINUS,0,0}{Point{allpoints1
    []}}; };

```

```

43
44 //LIJEVI VRH SINUSA
45 Point(1)={LX,-0.5+THICKVRHY/2+LY/2,0,lc};
46 Point(2)={LX-THICKVRHX+THICKSINUSPOM,-0.5+THICKVRHY/2+LY/2,0,lc};
47 Point(3)={LX-THICKVRHX+THICKSINUSPOM,-0.5+THICKVRHY/2+LY/2+VISINA
    ,0,lc};
48 Point(4)={LX,-0.5+THICKVRHY/2+LY/2+VISINA,0,lc};
49
50 //GORNJE TOCKE
51 Point(11)={LX-THICKVRHX+THICKSINUSPOM +PROMJER+THICKSINUS,-0.5+
    THICKVRHY/2+LY/2+VISINA,0,lc};
52 Point(12)={LX +PROMJER+THICKSINUS,-0.5+THICKVRHY/2+LY/2+VISINA,0,
    lc};
53 Point(13)={LX-THICKVRHX+THICKSINUSPOM +2*(PROMJER+THICKSINUS)
    ,-0.5+THICKVRHY/2+LY/2+VISINA,0,lc};
54 Point(14)={LX +2*(PROMJER+THICKSINUS),-0.5+THICKVRHY/2+LY/2+
    VISINA,0,lc};
55 Point(15)={LX-THICKVRHX+THICKSINUSPOM +3*(PROMJER+THICKSINUS)
    ,-0.5+THICKVRHY/2+LY/2+VISINA,0,lc};
56 Point(16)={LX +3*(PROMJER+THICKSINUS),-0.5+THICKVRHY/2+LY/2+
    VISINA,0,lc};
57
58 //DONJE TOCKE
59 //OD PRIPADNIH GORNJIH ODUZMI (2*VISINA+RAZLIKA)
60 Point(19)={LX-THICKVRHX+THICKSINUSPOM +3*(PROMJER+THICKSINUS)
    ,-0.5+THICKVRHY/2+LY/2+VISINA-(2*VISINA+RAZLIKA),0,lc};
61 Point(20)={LX +3*(PROMJER+THICKSINUS),-0.5+THICKVRHY/2+LY/2+
    VISINA-(2*VISINA+RAZLIKA),0,lc};
62 Point(21)={LX-THICKVRHX+THICKSINUSPOM +2*(PROMJER+THICKSINUS)
    ,-0.5+THICKVRHY/2+LY/2+VISINA-(2*VISINA+RAZLIKA),0,lc};
63 Point(22)={LX +2*(PROMJER+THICKSINUS),-0.5+THICKVRHY/2+LY/2+
    VISINA-(2*VISINA+RAZLIKA),0,lc};
64 Point(23)={LX-THICKVRHX+THICKSINUSPOM +PROMJER+THICKSINUS,-0.5+
    THICKVRHY/2+LY/2+VISINA-(2*VISINA+RAZLIKA),0,lc};
65 Point(24)={LX +PROMJER+THICKSINUS,-0.5+THICKVRHY/2+LY/2+VISINA
    -(2*VISINA+RAZLIKA),0,lc};
66
67 //TRAZIMO TOCKE ZA SREDISTE KRUGNIH LUKOVA
68 point4[]=Point{4};
69 point11[]=Point{11};
70 Point(25)={(point4[0]+point11[0])/2,point4[1],0,lc};
71 point24[]=Point{24};

```



```

72 point21 []=Point {21};
73 Point (26)={ (point24 [0]+point21 [0])/2 ,point24 [1] ,0 ,lc};
74 point14 []=Point {14};
75 point15 []=Point {15};
76 Point (27)={ (point14 [0]+point15 [0])/2 ,point14 [1] ,0 ,lc};
77 point20 []=Point {20};
78 point8 []=Point {8};
79 Point (28)={ (point20 [0]+point8 [0])/2 ,point20 [1] ,0 ,lc};

```

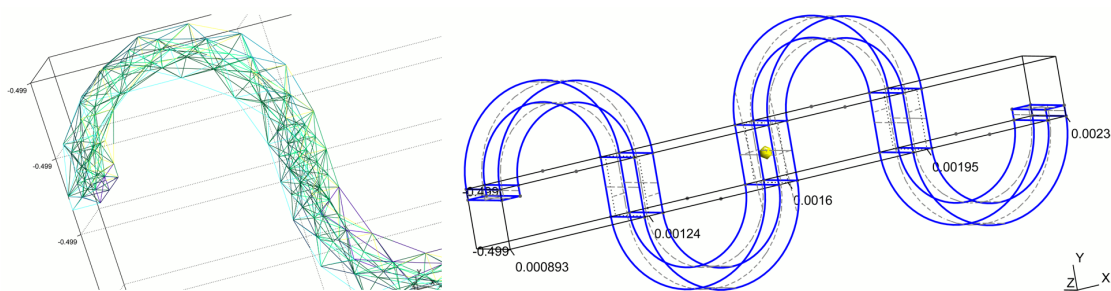
Nakon zadavanja točaka spajamo linije, odnosno kružne lukove. Nakon toga se zadaje površina i daje debljina stenta, koja u ovom slučaju iznosi 0.14 mm. Kako je taj dio već viđen dajemo samo zadavanje kružnih lukova:

```

1 Circle(1) = {11, 25, 4};
2 Circle(2) = {12, 25, 3};
3 Circle(3) = {23, 26, 22};
4 Circle(4) = {24, 26, 21};
5 Circle(5) = {15, 27, 14};
6 Circle(6) = {16, 27, 13};
7 Circle(7) = {19, 28, 7};
8 Circle(8) = {20, 28, 8};

```

Nakon napravljene geometrije "sinusa" na istoj radimo triangulaciju. Za minimalnu i maksimalnu veličinu elementa uzeli smo 0.00003 m, odnosno 0.0001 m. Na sljedećoj slici je prikaz geometrije i mreže "sinusa":



Slika 4.13: Uvećana slika mreže i geometrije štapa u obliku sinusa

Na Slici 4.12 se vidi da je najprije postavljen prsten, zatim "sinus". Nakon toga ide ponovno prvi prsten, ali rotiran oko svoje središnje osi za 180 stupnjeva. Tada se navedeni način dalje nastavlja dok se ne dođe do željenog broja prstenova, odnosno ukupne duljine stenta.

Dobivene mreže učitamo u *FreeFem++* i od njih radimo takozvanu rešetku. Implementacija gore opisanog dijela:

```

1 //debljina prstena
2 real LX = 0.000939734;
3 //duljina dijela sa sinusom
4 real LSINUS = 0.001312776;
5 //radijus stenta
6 real radijus = 0.00143;
7 //broj vrhova
8 int Nc1 = 6;
9 //udaljenost vrhova sa istom x koordinatom
10 real LY = (2*radijus*pi)/Nc1;
11 //DEBLJINA VRHA U X SMJERU
12 real THICKVRHX=0.0002064390597;
13 //DEBLJINA STAPOVA U STENTU TE "VISINA" STENTA
14 real THICKSTENT=0.00014;
15 //DEBLJINA SINUSA JE THICKSTENT/3, ALI AKO STAVIMO OVAKO LAKSE JE
    NAPRAVITI
16 real THICKSINUS=THICKSTENT/3;
17 real THICKSINUSPOM=THICKVRHX-THICKSTENT/3;
18
19 //UCITAVANJE, SPAJANJE
20
21 mesh3 prsten = gmshload3("cypher_prsten_konacno.msh");
22 mesh3 prstenrot = gmshload3("cypher_prsten_konacno_rot.msh");
23 mesh3 prstenprvi = gmshload3("cypher_prvi_prsten_konacno.msh");
24 mesh3 prstenzadnji = gmshload3("cypher_zadnji_prsten_konacno.msh"
    );
25 mesh3 sinus = gmshload3("cypher_sinus_konacno.msh");
26
27 //NAPRAVI MREZU, PRVO DODAJEMO SAMO PRSTENOVE
28 mesh3 resetka = prstenprvi;
29 resetka=resetka+movemesh3(prstenrot,transfo=[x + LX+LSINUS,y,z]);
30 resetka=resetka+movemesh3(prsten,transfo=[x + 2*(LX+LSINUS),y,z])
    ;
31 resetka=resetka+movemesh3(prstenrot, transfo = [x+3*(LX+LSINUS),y
    ,z]);
32 resetka=resetka+movemesh3(prsten,transfo=[x+4*(LX+LSINUS),y,z]);
33 resetka=resetka+movemesh3(prstenrot, transfo=[x+5*(LX+LSINUS),y,z
    ]);
34 resetka=resetka+movemesh3(prsten,transfo=[x+6*(LX+LSINUS),y,z]);

```

```

35 resetka=resetka+movemesh3(prstenzadnji , transfo=[x+7*(LX+LSINUS) , y
    ,z]);
36
37 //DODAJ SINUSE
38 mesh3 sestsinusa = sinus;
39 for(int j = 1;j<Nc1;j++){
40 sestsinusa=sestsinusa+movemesh3(sinus , transfo=[x,y+j*LY,z]);
41 }
42 for(int j = 0;j<Nc1/2+1;j++){
43 resetka=resetka+movemesh3(sestsinusa , transfo= [x+(LSINUS+LX+
    LSINUS+LX)*j,y,z]); }
44 mesh3 sestsinusapom=movemesh3(sestsinusa , transfo = [x+LSINUS+LX,
    y-LY/2 ,z]);
45 for(int j = 0;j<Nc1/2;j++){
46 resetka=resetka+movemesh3(sestsinusapom , transfo= [x+(LSINUS+LX+
    LSINUS+LX)*j,y,z]); }

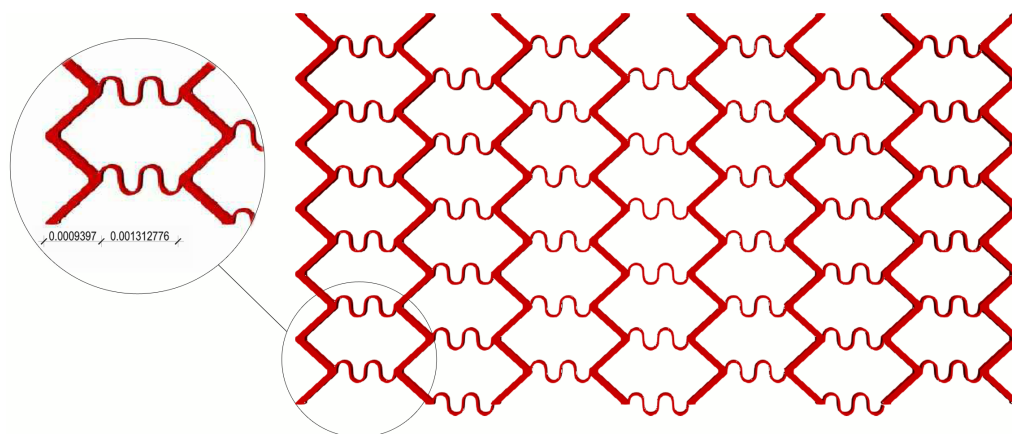
```

Dimenzije rešetke:

u x smjeru - 16.7073 mm, što je zapravo ukupna duljina stenta,

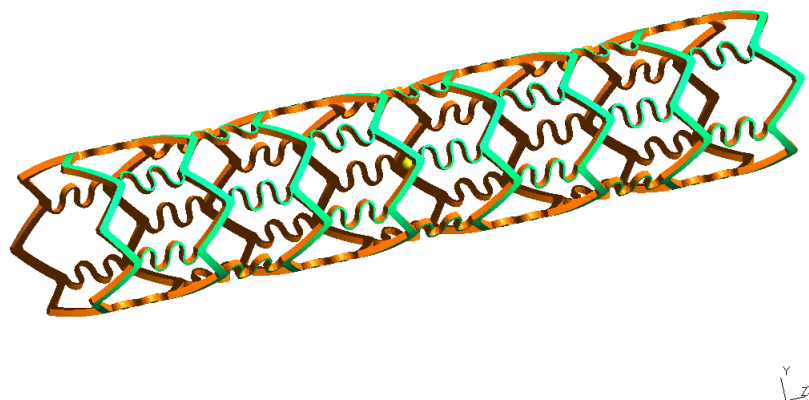
u y smjeru - 8.984955 mm, što odgovara umnošku 2π (radijus stenta-0.5*debljina stenta),

u z smjeru - 0.14 mm, što je zapravo debljina stenta.



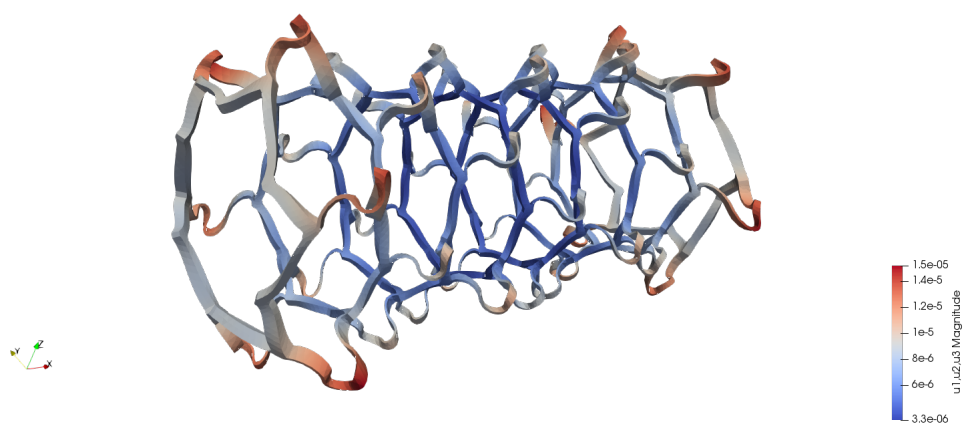
Slika 4.14: Cypher rešetka

Potom tako označenu rešetku "zamatamo" da bi na kraju dobili pravi oblik stenta. Označavanje dijela domene na koju djeluje tlak, zamatanje i centriranje je isto kao kod modeliranja stenta nalik Expressu pa taj dio nećemo navoditi.

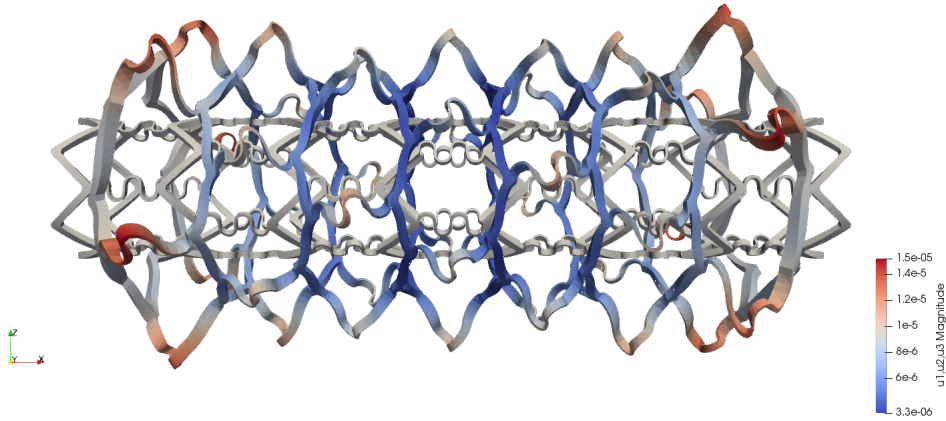


Slika 4.15: Model stenta nalik Cypher stentu

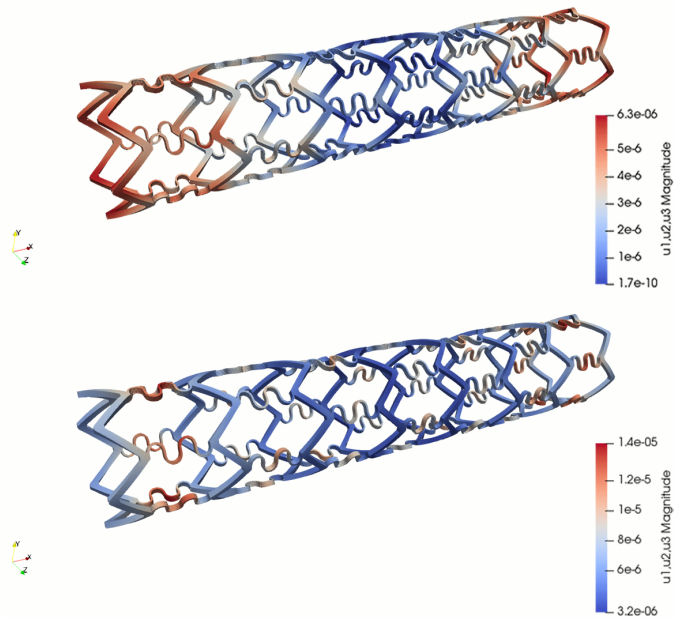
Nakon dobivene domene krenuli smo na rješavanje prve i druge varijacijske formulacije. Za Youngov modul elastičnosti i Poissonov omjer uzeli smo vrijednosti za leguru čelika 316L koje iznose $E = 2.1e11$ Pa, $\nu = 0.28$. Po opisanoj formuli (4.10), za iznos tlaka dobiveno je 364173 Pa. Na sljedećim slikama prikazane su dobivene aproksimacije pomaka prvu formulaciju, te pomaka i naprezanja za drugu formulaciju.



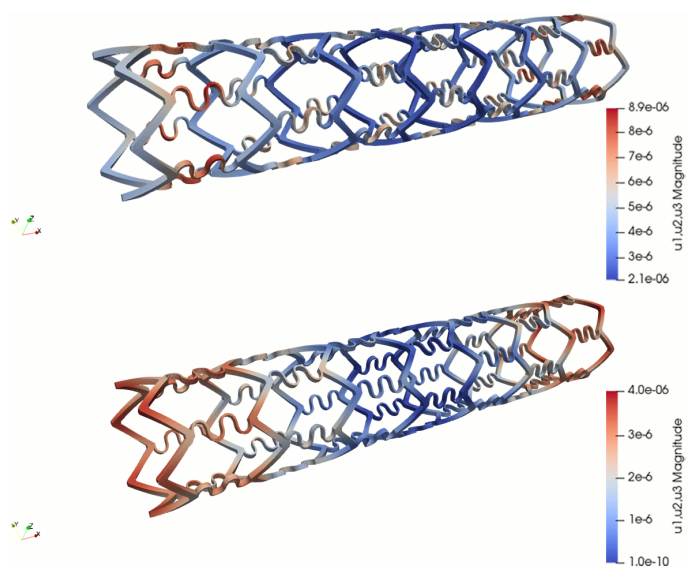
Slika 4.16: Rješenje prve formulacije uvećano 200 puta



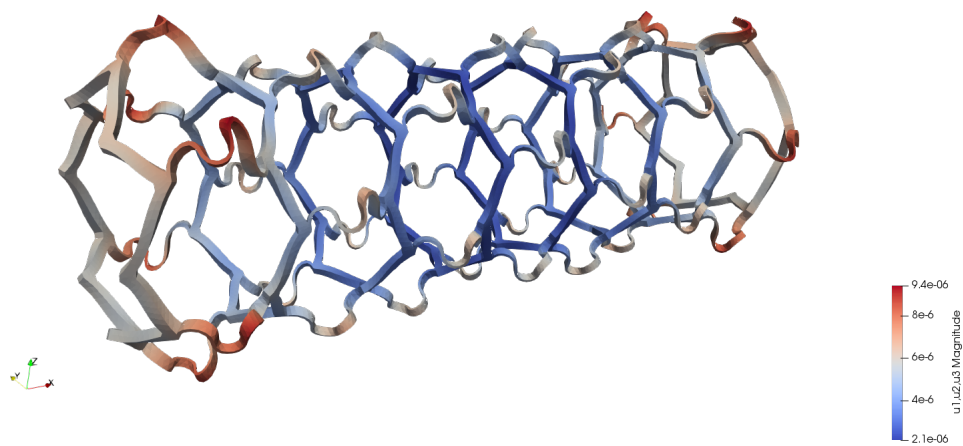
Slika 4.17: Usporedna slika nedeformiranog stenta obojanog u sivu boju i deformiranog stenta uvećanog 200 puta, obojanog po vrijednosti norme pomaka dobivene iz prve formulacije



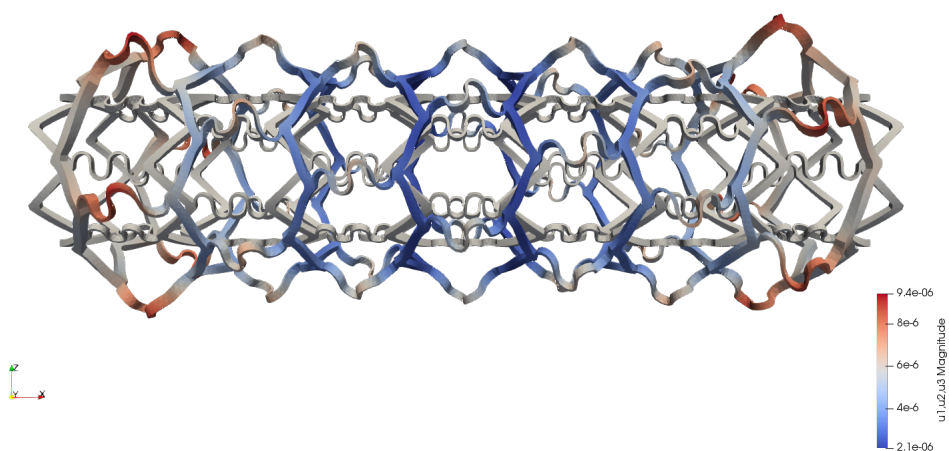
Slika 4.18: Longitudinalno i radijalno rješenje prve formulacije



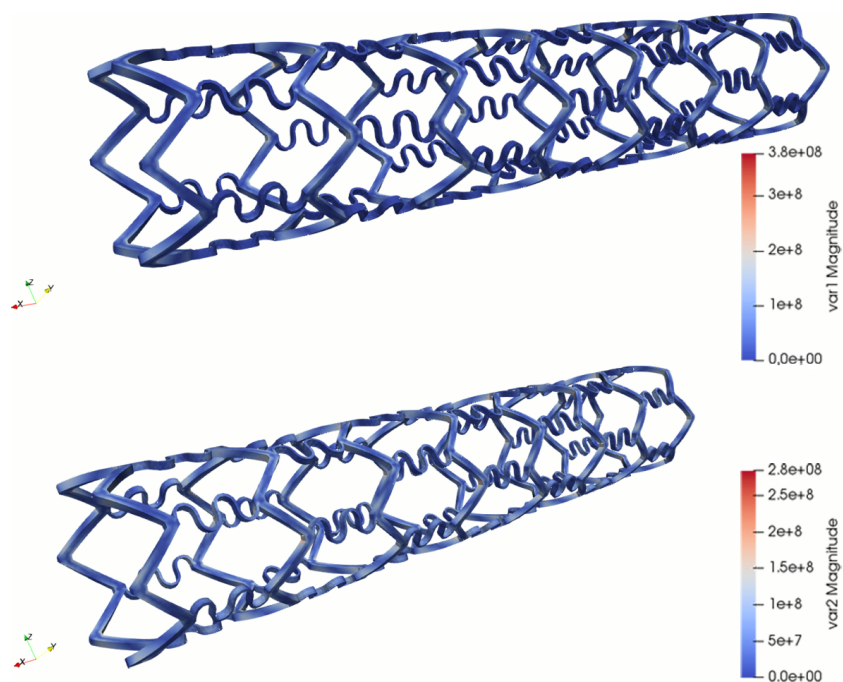
Slika 4.19: Radijalno i longitudinalno rješenje druge formulacije



Slika 4.20: Rješenje druge formulacije uvećano 200 puta

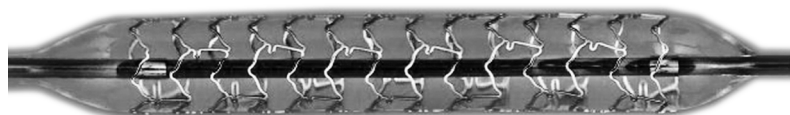


Slika 4.21: Usporedna slika nedeformiranog stenta obojanog u sivu boju i deformiranog stenta uvećanog 200 puta, obojanog po vrijednosti norme pomaka dobivene iz druge formulacije



Slika 4.22: Usporedna slika volumetrijskog (hidrostatskog) naprezanja i norme posmičnog naprezanja

4.3 Stent nalik Xience stentu



Slika 4.23: Fotografija Xience stenta

Za navedeni model smo uzeli da je promjer stenta 3mm, ukupna duljina 16.8067 mm. Na slici se vidi da se stent sastoji od prstena koji su spojeni štapovima. Štapovi na jednom dijelu imaju udubinu u obliku zaobljenog slova V.

Kod modeliranja prstena uzeli smo da isti ima 6 vrhova. Ukupna širina prstena iznosi 0.81442 mm dok je širina spoja sa zavojem 1.312776 mm. Debljina svakog štapa u prstenu, kao i debljina spoja sa zavojem iznosi 0.8 mm. Amplituda zavoja iznosi 0.37508 mm.

Implementaciju prstena nećemo navoditi jer je ista kao kod stenta nalik Expressu. Spojve sa zavojem smo implementirali uz pomoć kružnih lukova. Slijedi kod implementacije:

```

1 //RADIJUS STENTA
2 R=0.00146;
3 //BROJ VRHOVA U LONGITUDINALNOM SMJERU
4 Nc1=6;
5 //ŠIRINA PRSTENA
6 LX=0.00081442;
7 //DEBLJINA VRHA U Y-SMJERU
8 THICKVRHY=0.00008; //BILO THICK2
9 //UDALJENOST IZMEDU VRHOVA KOJI IMAJU ISTU X-KOORDINATU
10 //LY/2 JE UDALJENOST KOORDINATA DVA SUSJEDNA VRHA
11 LY=(2*R*Pi)/Nc1;
12 //TREBA NAM THICKVRHX, UZ LAGAN RACUN, TO DOBIJEMO IZ ZADANIH
    PODATAKA
13 THICKVRHX=0.0001144284178;
14 //DEBLJINA STENTA
15 THICKSTENT=0.00008;
16 //DODATNE DULJINE BITNE ZA SPOJ
17 RAZMAK=0.00063942;
18 LSPoj=RAZMAK+LX-THICKVRHX;
19 LSPoj1=(4*LSPoj)/5;
20 LSPoj2=(3*LSPoj)/40;
21 LLUK=LSPoj/8;

```

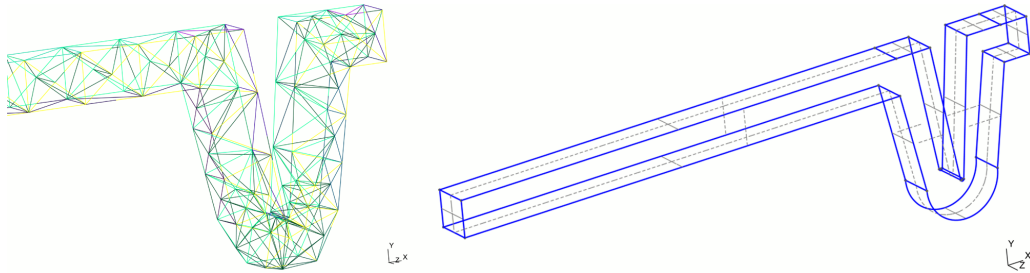


```

22  AMPLITUDA=0.00037508;
23  POMOCNAVISINA=AMPLITUDA-2*THICKVRHY;
24  lc=0.1;
25
26  //KAKO JE "RUPA" PREMALA PROSIRILI SMO JE NA LLUK-THICKVRHY
27  //VANJSKE TOCKE
28  //POCETNE
29  Point(11)={THICKVRHX,-0.5+LY-THICKVRHY/2,0,lc};
30  Point(12)={THICKVRHX,-0.5+LY+THICKVRHY/2,0,lc};
31  //PRVI PREKID
32  Point(13)={THICKVRHX+LSPOJ1-THICKVRHY/2,-0.5+LY-THICKVRHY/2,0,lc
    };
33  Point(14)={THICKVRHX+LSPOJ1-THICKVRHY/2,-0.5+LY+THICKVRHY/2,0,lc
    };
34  //Point(15)={THICKVRHX+LSPOJ1+THICKVRHY/2,-0.5+LY-THICKVRHY/2,0,
    lc};
35  Point(16)={THICKVRHX+LSPOJ1+THICKVRHY/2,-0.5+LY+THICKVRHY/2,0,lc
    };
36  //DRUGI PREKID
37  Point(17)={THICKVRHX+LSPOJ1+LLUK+THICKVRHY/2,-0.5+LY-THICKVRHY
    /2,0,lc};
38  Point(18)={THICKVRHX+LSPOJ1+LLUK+THICKVRHY/2,-0.5+LY+THICKVRHY
    /2,0,lc};
39  //Point(19)={THICKVRHX+LSPOJ1+LLUK-THICKVRHY/2,-0.5+LY-THICKVRHY
    /2,0,lc};
40  Point(20)={THICKVRHX+LSPOJ1+LLUK-THICKVRHY/2,-0.5+LY+THICKVRHY
    /2,0,lc};
41  //DONJE TOCKE
42  Point(21)={THICKVRHX+LSPOJ1,-0.5+LY-THICKVRHY/2-POMOCNAVISINA,0,
    lc};
43  Point(22)={THICKVRHX+LSPOJ1+THICKVRHY,-0.5+LY-THICKVRHY/2-
    POMOCNAVISINA,0,lc};
44  Point(23)={THICKVRHX+LSPOJ1+LLUK,-0.5+LY-THICKVRHY/2-
    POMOCNAVISINA,0,lc};
45  Point(24)={THICKVRHX+LSPOJ1+LLUK-THICKVRHY,-0.5+LY-THICKVRHY/2-
    POMOCNAVISINA,0,lc};
46  POINT22[]=Point{22};
47  POINT24[]=Point{24};
48  Point(25)={(POINT22[0]+POINT24[0])/2,POINT22[1],0,lc};
49  //KRAJNJE
50  Point(26)={THICKVRHX+LSPOJ,-0.5+LY-THICKVRHY/2,0,lc};
51  Point(27)={THICKVRHX+LSPOJ,-0.5+LY+THICKVRHY/2,0,lc};

```


Nakon napravljene geometrije spojeva na istima radimo triangulaciju. Za minimalnu i maksimalnu veličinu elementa uzeli smo 0.00003 m, odnosno 0.0001 m. Na sljedećoj slici je prikaz geometrije i mreže spojeva:



Slika 4.24: Uvećani prikaz mreže spoja i prikaz geometrije

Na fotografiji stenta vidi se da ide prsten zatim spoj. Za razliku od prethodnih stentova nema nikakve rotacije prstena.

Dobivene mreže učitavamo u *FreeFem++* i od njih radimo takozvanu rešetku. Implementacija gore opisanog dijela:

```

1 //UCITAVANJE I SPAJANJE MREZE
2
3 mesh3 prsten = gmshload3("xience_prsten.msh");
4 mesh3 spoj = gmshload3("xience_spoj.msh");
5 //NA PRSTEN DODAJEMO SPOJEVE
6 mesh3 resetkapom = prsten;
7 for (int i=0;i<Nc1/2;i++){
8 resetkapom=resetkapom+movemesh3(spoj, transfo = [x,y+2*LY*i,z]);
9 }
10 //RESETKU OD JEDNOG PRSTENA I JEDNOG SPOJA POMICEMO PREMA GORE
11 mesh3 resetkapom1=resetkapom+movemesh3(resetkapom, transfo = [x+(
    LX+RAZLIKA),y+LY,z]);
12
13 //TAKO DOBIVENU RESETKU OD DVA PRSTENA I DVA SPOJA DODAJEMO
    KONACNOJ RESETKI
14 mesh3 resetka=resetkapom1;
15 for (int i=1;i<5;i++){
16 resetka=resetka+movemesh3(resetkapom1, transfo = [x+2*(LX+RAZLIKA
    )*i,y,z]);
17 }

```

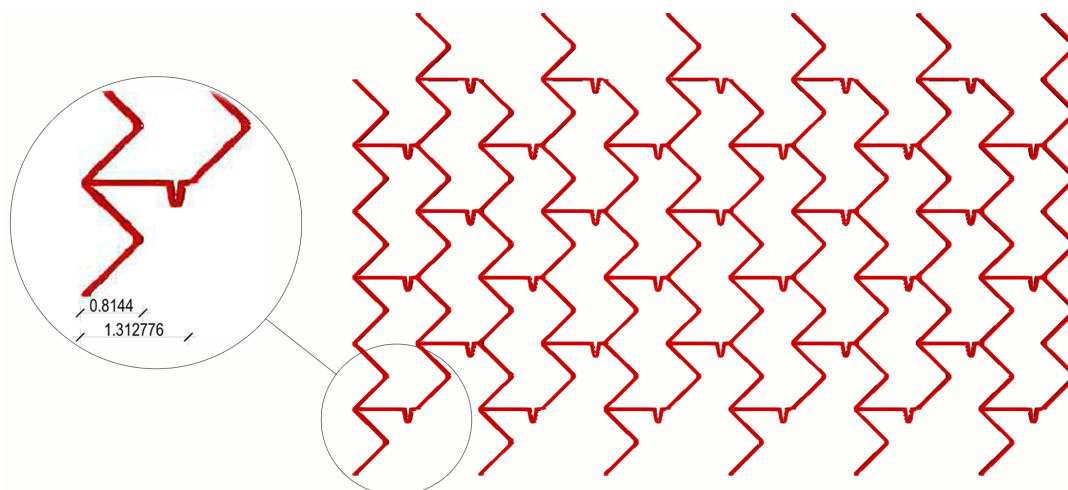
```
18 //ZAVRSAVAMO RESETKU SA JOS JEDNIM PRSTENOM, SPOJEM TE PRSTENOM
    NA KRAJU
19 resetka=resetka +movemesh3(resetkapom, transfo = [x+10*(LX+
    RAZLIKA),y,z])
20 +movemesh3(prsten, transfo = [x+11*(LX+RAZLIKA),y+LY,z]);
```

Dimenzije rešetke:

u x smjeru - 16.8067 mm, što je zapravo ukupna duljina stenta,

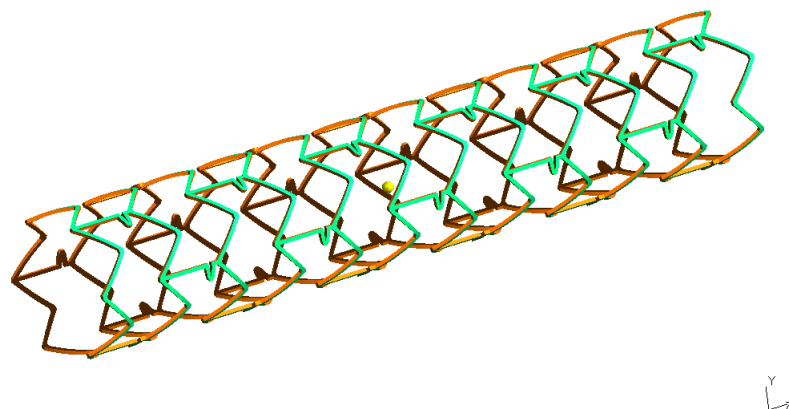
u y smjeru - 9.17345055 mm, što odgovara umnošku 2π (radijus stenta-0.5*debljina stenta),

u z smjeru - 0.8 mm, što je zapravo debljina stenta.



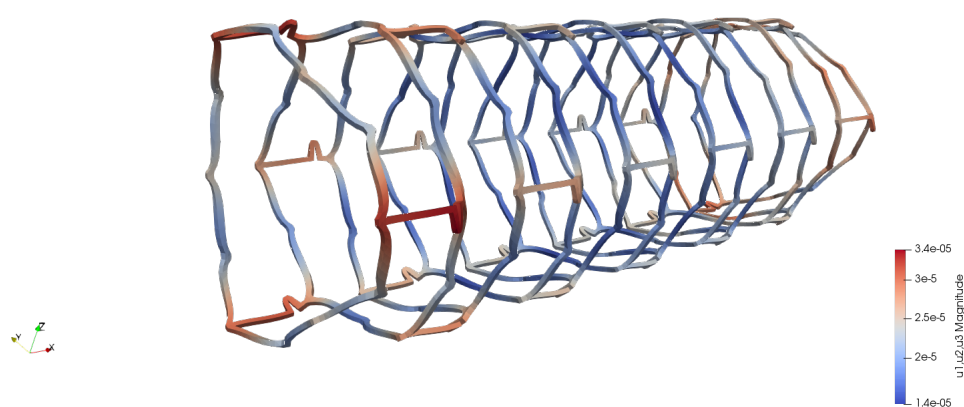
Slika 4.25: Xience rešetka

Potom tako označenu rešetku "zamatamo" da bi na kraju dobili pravi oblik stenta. Označavanje dijela domene na koju djeluje tlak, zamatanje i centriranje je isto kao kod modeliranja stenta nalik Expressu pa taj dio nećemo navoditi.

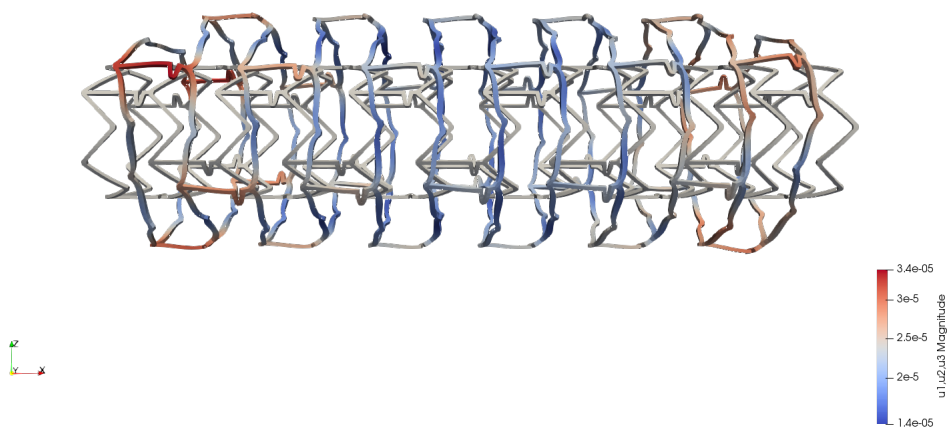


Slika 4.26: Model stenta nalik Xience stentu

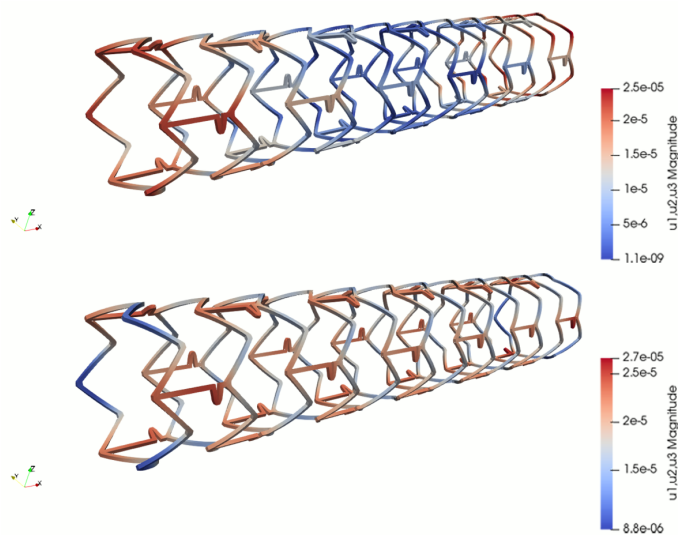
Nakon dobivene domene krenuli smo na rješavanje prve i druge varijacijske formulacije. Za Youngov modul elastičnosti i Poissonov omjer uzeli smo vrijednosti za kobalt-krom leguru L605 koje iznose $E = 2.4e11$ Pa, $\nu = 0.29$. Po opisanoj formuli (4.10), za iznos tlaka dobiveno je 436203 Pa. Na sljedećim slikama prikazane su dobivene aproksimacije pomaka prvu formulaciju, te pomaka i naprezanja za drugu formulaciju.



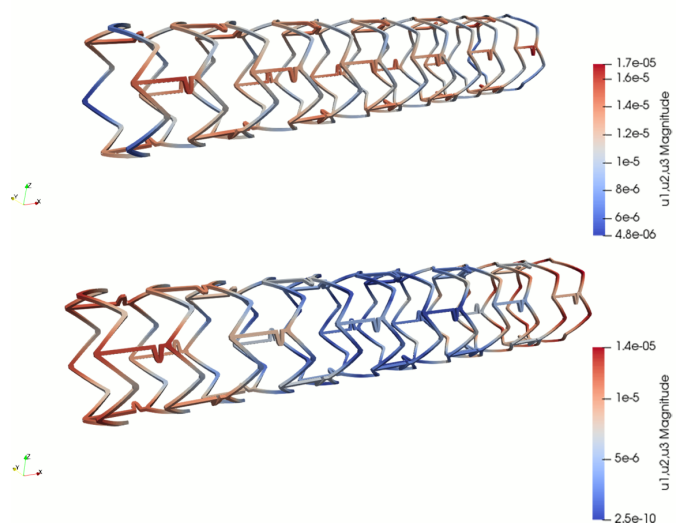
Slika 4.27: Rješenje prve formulacije uvećano 50 puta



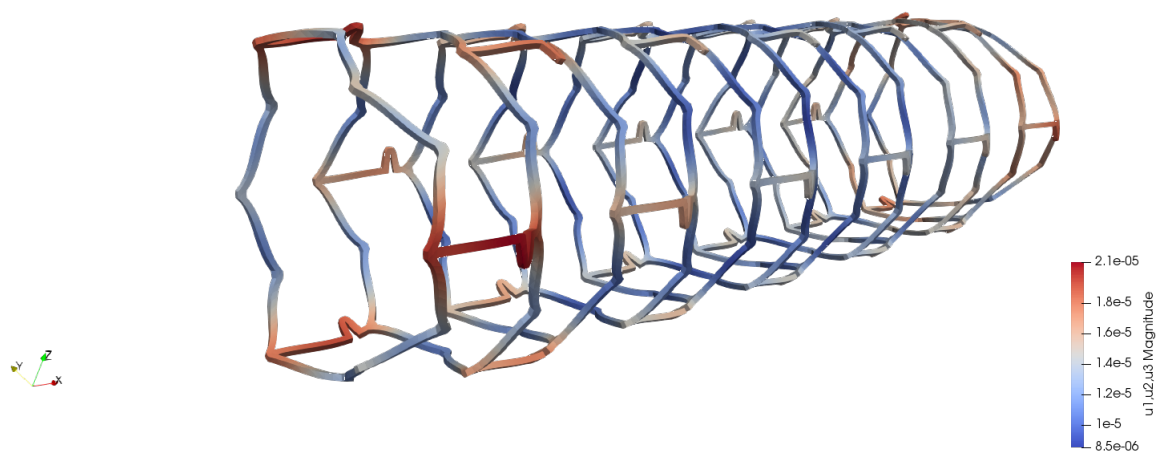
Slika 4.28: Usporedna slika nedeformiranog stenta obojanog u sivu boju i deformiranog stenta uvećanog 50 puta, obojanog po vrijednosti norme pomaka dobivene iz prve formulacije



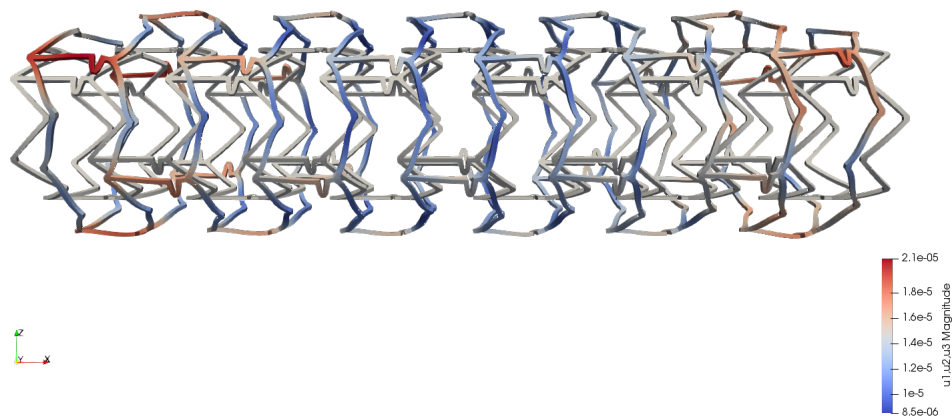
Slika 4.29: Longitudinalno i radijalno rješenje prve formulacije



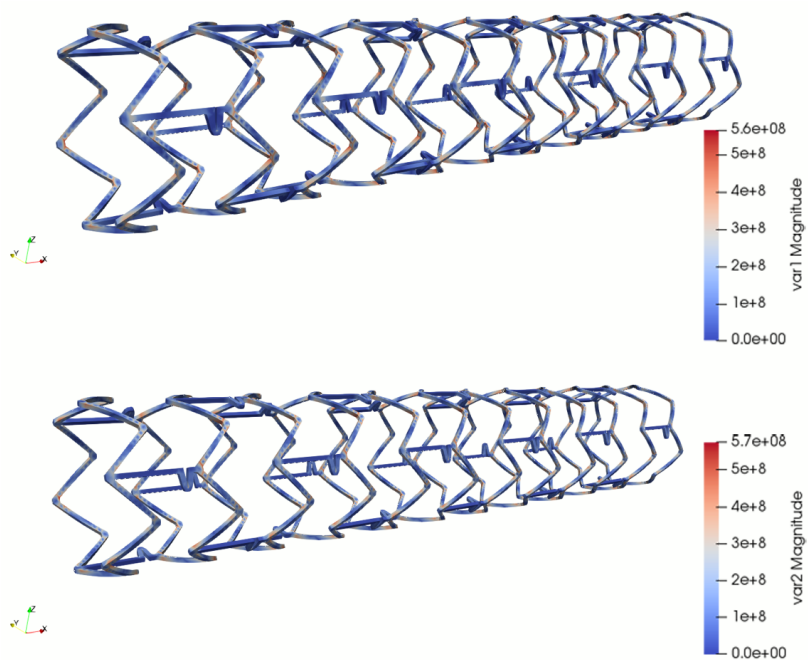
Slika 4.30: Radijalno i longitudinalno rješenje druge formulacije



Slika 4.31: Rješenje druge formulacije uvećano 50 puta

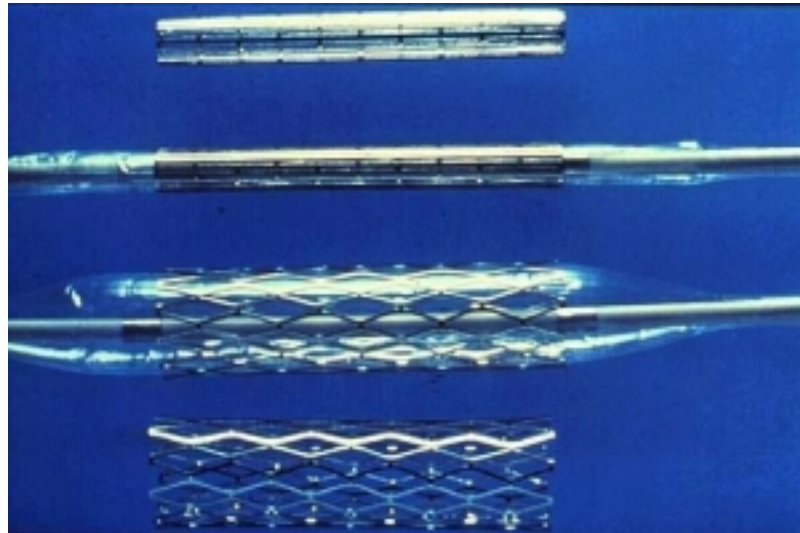


Slika 4.32: Usporedna slika nedeformiranog stenta obojanog u sivu boju i deformiranog stenta uvećanog 50 puta, obojanog po vrijednosti norme pomaka dobivene iz druge formulacije



Slika 4.33: Usporedna slika volumetrijskog (hidrostatskog) naprezanja i norme posmičnog naprezanja

4.4 Stent nalik Palmaz stentu



Slika 4.34: Fotografija Palmaz stenta

Za navedeni model smo uzeli da je promjer stenta 3 mm, ukupna duljina 16.8022046511 mm. Debljina stenta iznosi 0.1 mm.

Geometriju stenta možemo modelirati pomoću jednog tipa prstena koji ima 6 vrhova. Nakon njega dolazi isti prsten, rotiran za 180 stupnjeva oko središnje osi. Ukupna širina prstena iznosi 0.001200157475. Debljina svakog štapa u prstenu iznosi 0.1 mm.

Implementacija geometrije prstena slična je implementaciji prstena kod stenta nalik Expressu pa ju nećemo navoditi. Mrežu prstena učitavamo u *Freefem++* i od njih radimo rešetku. Implementacija učitavanja mreže i spajanja prstena:

```

1 mesh3 prsten = gmshload3("palmaz_prvi_prsten.msh");
2 mesh3 prstenrot = gmshload3("palmaz_prvi_prsten_rot.msh");
3
4 real RADIJUS = 0.00145;
5 int NC = 6;
6 int NL = 14;
7 real LY = (2*RADIJUS*pi)/NC;
8 real LXUKUPNO = 0.0168022046511029;
9 //real LX=LXUKUPNO/NL;
10 real LX=0.001200157475;
11 real THICKSTENT = 0.0001;

```

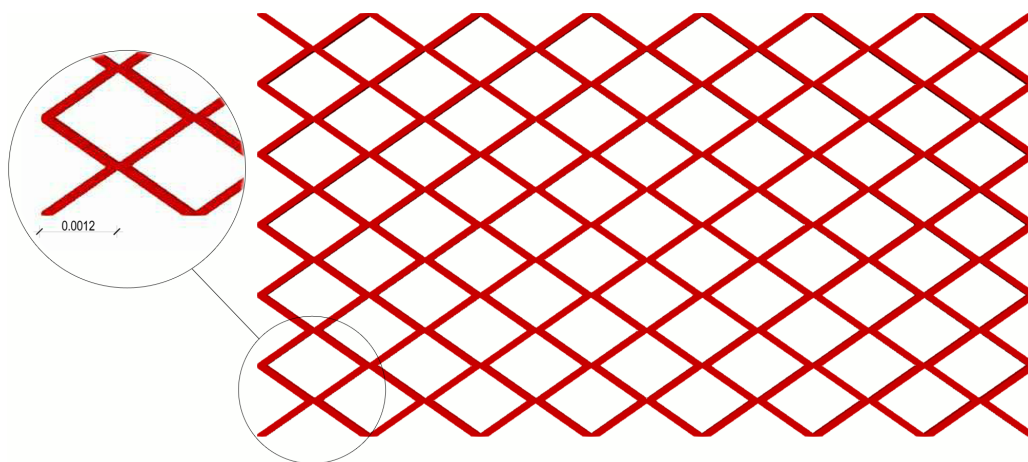
```
12 mesh3 resetka = prsten;  
13 for(int i = 1; i < NL/2; i++){  
14 resetka = resetka + movemesh3(prstenrot,transfo = [x+(2*i-1)*LX,y  
    ,z])  
15 +movemesh3(prsten,transfo = [x+2*i*LX,y,z]);  
16 }//endfor  
17 resetka = resetka + movemesh3(prstenrot,transfo = [x+13*LX,y,z]);
```

Dimenzije rešetke:

u x smjeru - 16.80220465511 mm, što je zapravo ukupna duljina stenta,

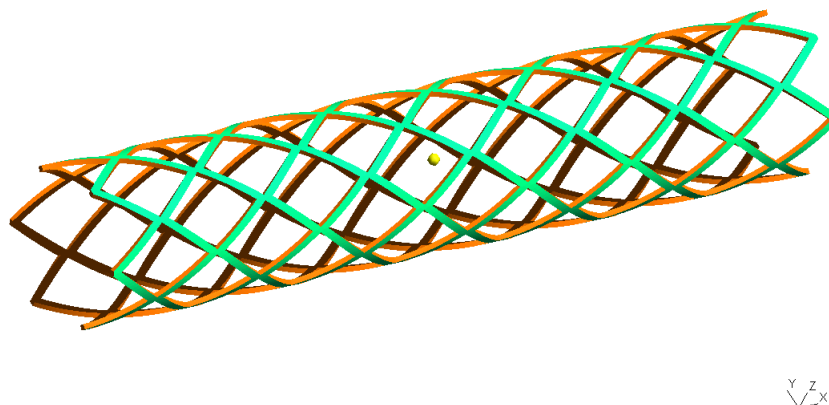
u y smjeru - 9.110618695 mm, što odgovara umnošku 2π (radijus stenta-0.5*debljina stenta),

u z smjeru - 0.1 mm, što je zapravo debljina stenta.



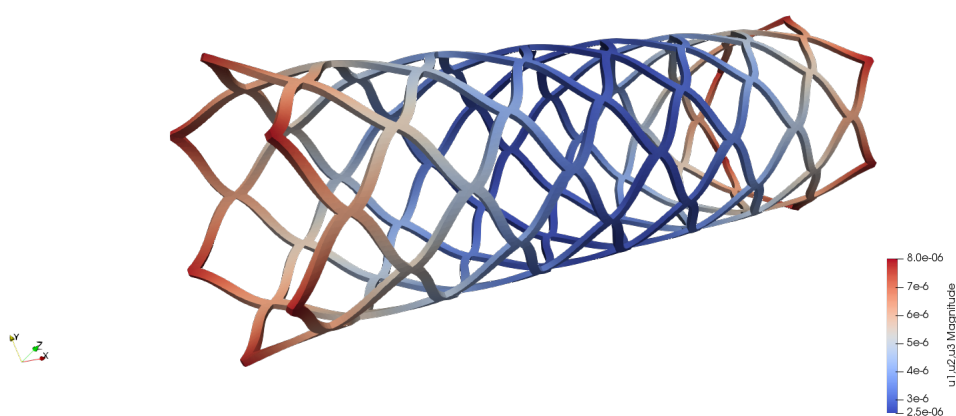
Slika 4.35: Palmaz rešetka

Označavanje dijela domene na koju djeluje tlak, zamatanje i centriranje je isto kao kod modeliranja stenta nalik Expressu pa taj dio nećemo navoditi.

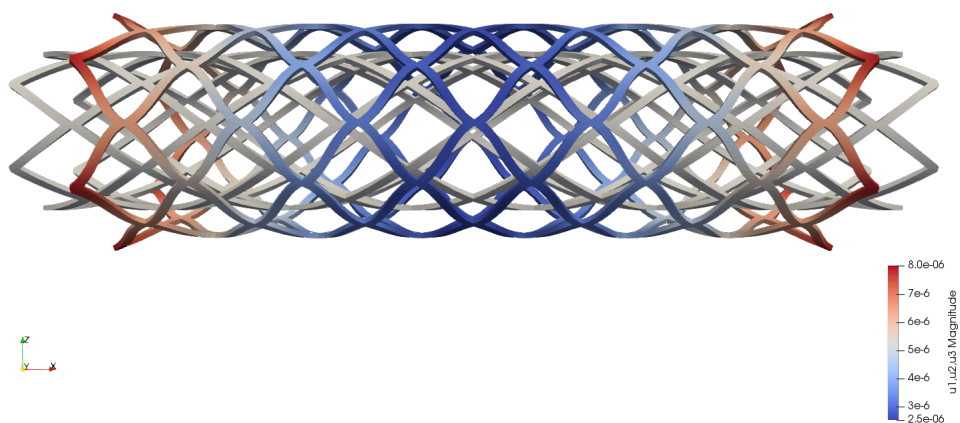


Slika 4.36: Model stenta nalik Palmaz stentu

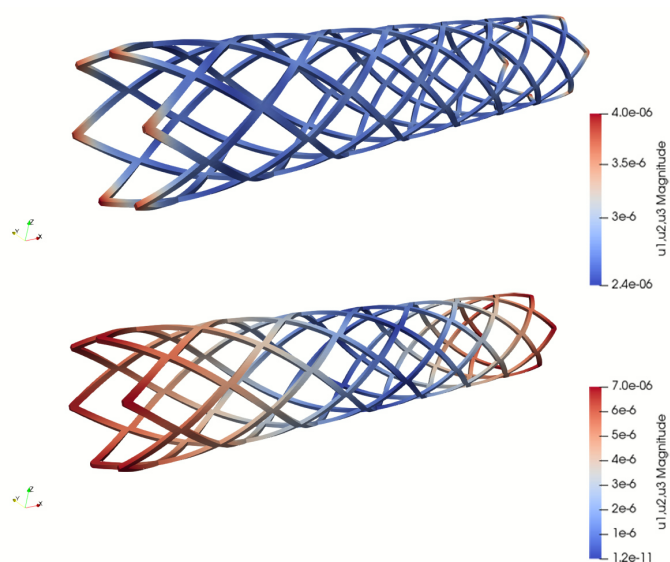
Nakon dobivene domene krenuli smo na rješavanje prve i druge varijacijske formulacije. Za Youngov modul elastičnosti i Poissonov omjer uzeli smo vrijednosti za leguru čelika 316L koje iznose $E = 2.1e11\text{Pa}$, $\nu = 0.28$. Po opisanoj formuli (4.10), za iznos tlaka dobiveno je 234729 Pa. Na sljedećim slikama prikazane su dobivene aproksimacije pomaka za prvu formulaciju, te pomaka i naprezanja za drugu formulaciju.



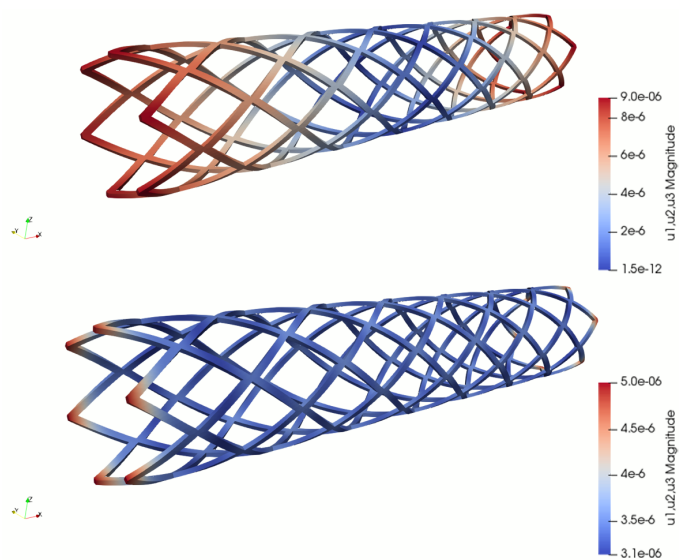
Slika 4.37: Rješenje prve formulacije uvećano 200 puta



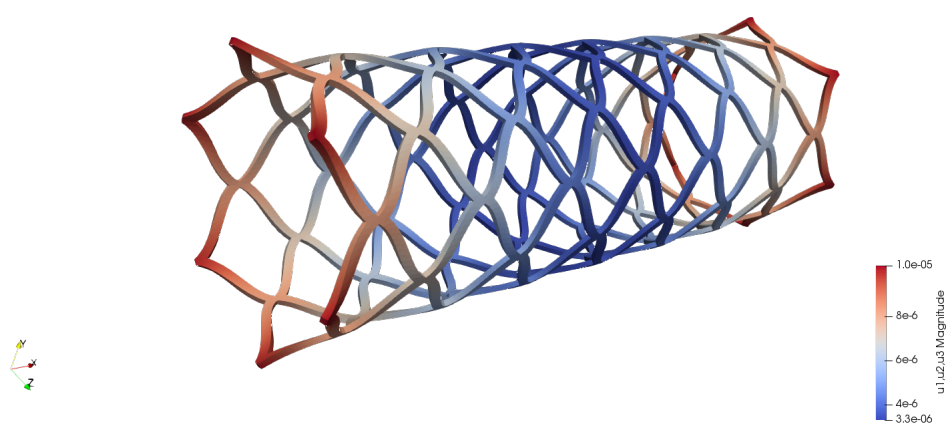
Slika 4.38: Usporedna slika nedeformiranog stenta obojanog u sivu boju i deformiranog stenta uvećanog 200 puta, obojanog po vrijednosti norme pomaka dobivene iz prve formulacije



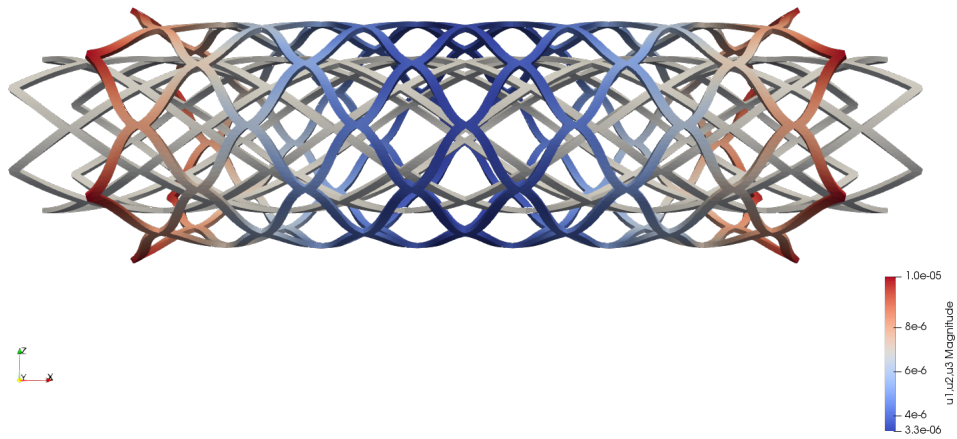
Slika 4.39: Radijalno i longitudinalno rješenje prve formulacije



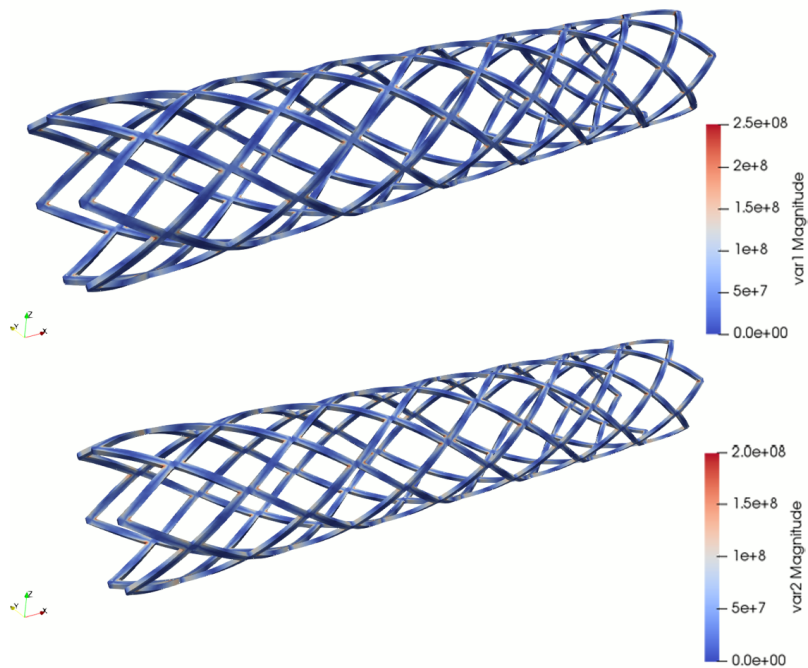
Slika 4.40: Longitudinalno i radijalno rješenje druge formulacije



Slika 4.41: Rješenje druge formulacije uvećano 200 puta

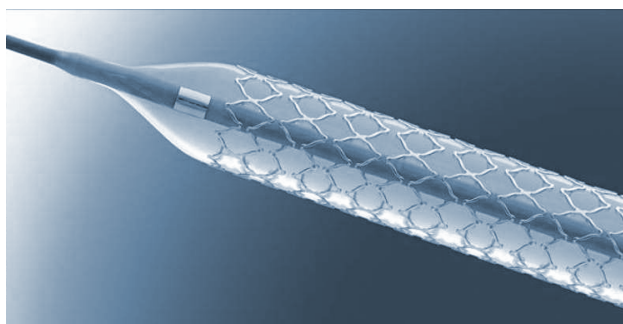


Slika 4.42: Usporedna slika nedeformiranog stenta obojanog u sivu boju i deformiranog stenta uvećanog 200 puta, obojanog po vrijednosti norme pomaka dobivene iz druge formulacije



Slika 4.43: Usporedna slika volumetrijskog (hidrostatskog) naprezanja i norme posmičnog naprezanja

4.5 Stent nalik Cobra PzF stentu



Slika 4.44: Fotografija Cobra PzF stenta

Za navedeni model uzeli smo da je promjer stenta 3 mm, ukupna duljina 17.9 mm.

Geometriju stenta možemo modelirati pomoću jednog tipa prstena koji ima 10 vrhova. Zatim dolazi isti prsten, ali rotiran oko svoje središnje osi za 180 stupnjeva. Postupak se nastavlja dok se ne dođe do željene duljine stenta. Prsteni su spojeni s 2 štapa.

Ukupna širina prvog prstena iznosi 0.9 mm, dok je duljina štapova 0.1 mm (vidjeti Sliku 4.45). Debljina svakog brida u prstenu, kao i štapova koji povezuju prstenove, jednaka je debljini stenta i iznosi 0.0071 mm.

Implementacija geometrije prstena, kao i štapa, slična je implementaciji prstena i štapa kod stenta nalik Expressu pa ju nećemo navoditi.

Mrežu prstena i štapa učitavamo u *Freefem++* i od njih radimo rešetku. Implementacija učitanja mreže te spajanja prstenova i štapova:

```

1 //razmak medu prstenovima
2 real razmak = 0.0001;
3 //sirina prvog prstena
4 real LP1 = 0.0009;
5 //duljina štapa
6 real LP2 = 0.0001;
7 //radijus stenta
8 real radijus = 0.0014645;
9 //broj vrhova prstena 1
10 int Nc1 = 10;
11 //razmak vrhova prstena
12 real LY = (2*radijus*pi)/Nc1;
13 //koliko pomaknuti stapove između prstenova za iduci spoj
14 real pomak = 5*LY/2;

```

```

15 //debljina vrha
16 //real thickx=0.0001535974155;
17
18 //UCITAVANJE I SPAJANJE
19
20 mesh3 prsten = gmshload3("cobra_prsten_nova.msh");
21 mesh3 prstenrot = gmshload3("cobra_prsten_rot_nova.msh");
22 mesh3 stap = gmshload3("cobra_stapovi_nova.msh");
23 //plot(stap1, wait=1, cmm = "Stapovi 1");
24
25 //DODAJEMO PRSTENOVE
26 mesh3 resetka = prsten;
27 resetka = resetka + movemesh3(prstenrot,transfo = [x+LP1+razmak,y
    ,z])
28 + movemesh3(stap,transfo = [x,y,z])
29 + movemesh3(prsten,transfo = [x+2*(LP1+razmak),y,z])
30 + movemesh3(stap,transfo = [x+LP1+razmak,y+pomak,z])
31 + movemesh3(prstenrot,transfo = [x+3*(LP1+razmak),y,z])
32 + movemesh3(stap,transfo = [x+2*(LP1+razmak),y,z])
33 + movemesh3(stap,transfo = [x+3*(LP1+razmak),y+pomak,z]);
34
35 mesh3 resetka2=resetka;
36 for(int i = 1; i<4;i++){
37 resetka2 = resetka2 +movemesh3(resetka,transfo = [x+4*(LP1+razmak
    )*i,y,z]);
38 }
39 resetka2 = resetka2 +movemesh3(prsten,transfo = [x+16*(LP1+razmak
    ),y,z])
40 +movemesh3(stap,transfo = [x+16*(LP1+razmak),y,z])
41 +movemesh3(prstenrot,transfo = [x+17*(LP1+razmak),y,z]);

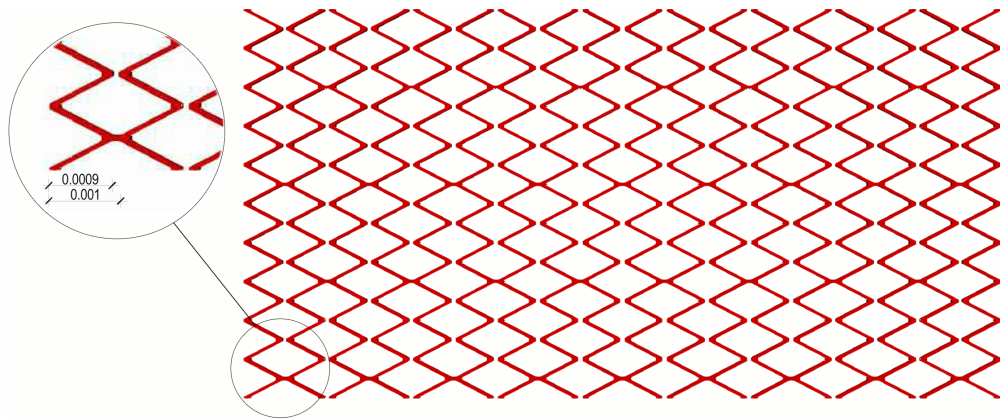
```

Dimenzije rešetke:

u x smjeru - 17.9 mm, što je zapravo ukupna duljina stenta,

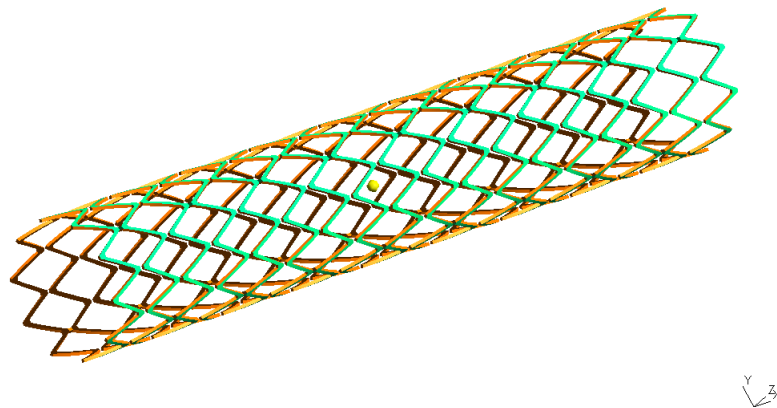
u y smjeru - 9.201724882 mm, što odgovara umnošku 2π (radijus stenta-0.5*debljina stenta),

u z smjeru - 0.071 mm, što je zapravo debljina stenta.



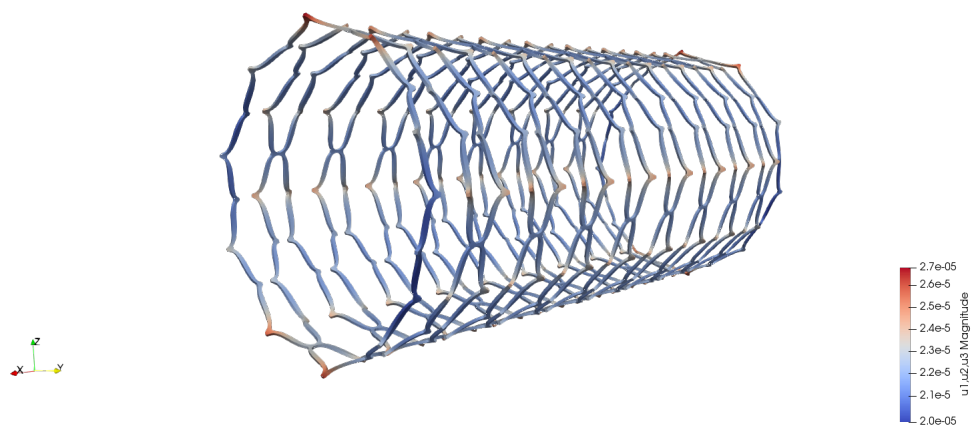
Slika 4.45: Cobra PzF rešetka

Potom tako označenu rešetku "zamatamo" da bi na kraju dobili pravi oblik stenta. Označavanje dijela domene na koju djeluje tlak, zamatanje i centriranje je isto kao kod modeliranja stenta nalik Expressu pa taj dio nećemo navoditi.

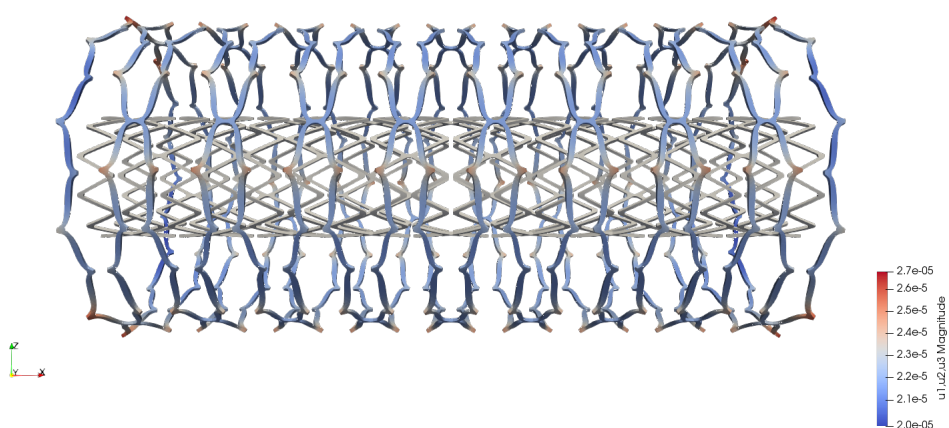


Slika 4.46: Model stenta nalik Cobra PzF stentu

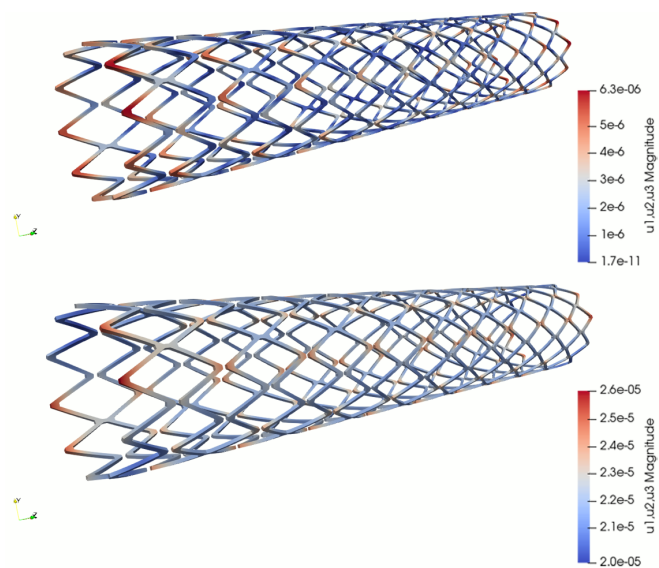
Nakon dobivene domene krenuli smo na rješavanje prve i druge varijacijske formulacije. Za Youngov modul elastičnosti i Poissonov omjer uzeli smo vrijednosti za kobalt-krom leguru L605 koje iznose $E = 2.4e11\text{Pa}$, $\nu = 0.29$. Po opisanoj formuli (4.10), za iznos tlaka dobiveno je 317422 Pa. Na sljedećim slikama prikazane su dobivene aproksimacije pomaka prvu formulaciju, te pomaka i naprezanja za drugu formulaciju.



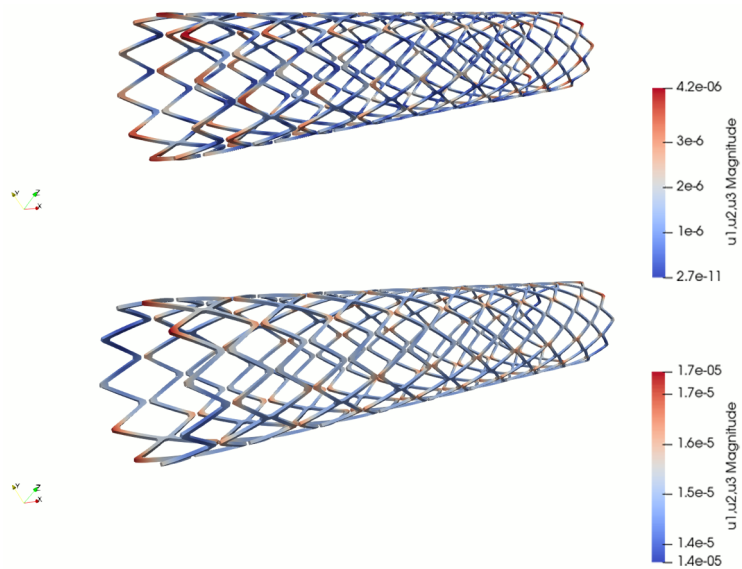
Slika 4.47: Rješenje prve formulacije uvećano 100 puta



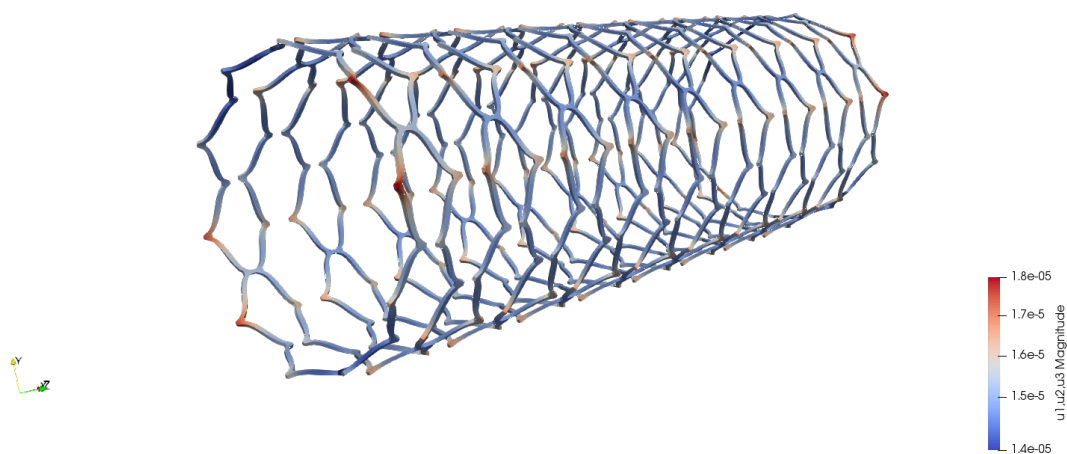
Slika 4.48: Usporedna slika nedeformiranog stenta obojanog u sivu boju i deformiranog stenta uvećanog 100 puta, obojanog po vrijednosti norme pomaka dobivene iz prve formulacije



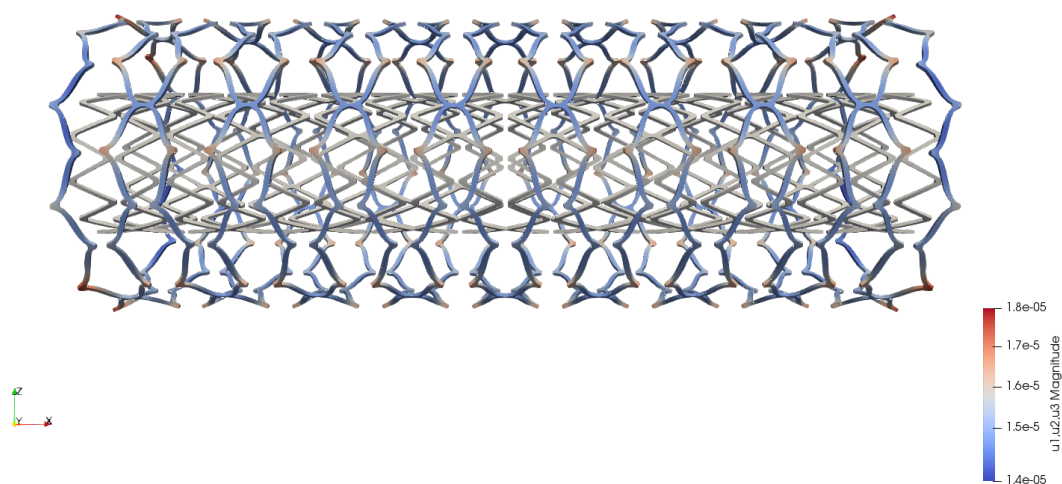
Slika 4.49: Longitudinalno i radijalno rješenje prve formulacije



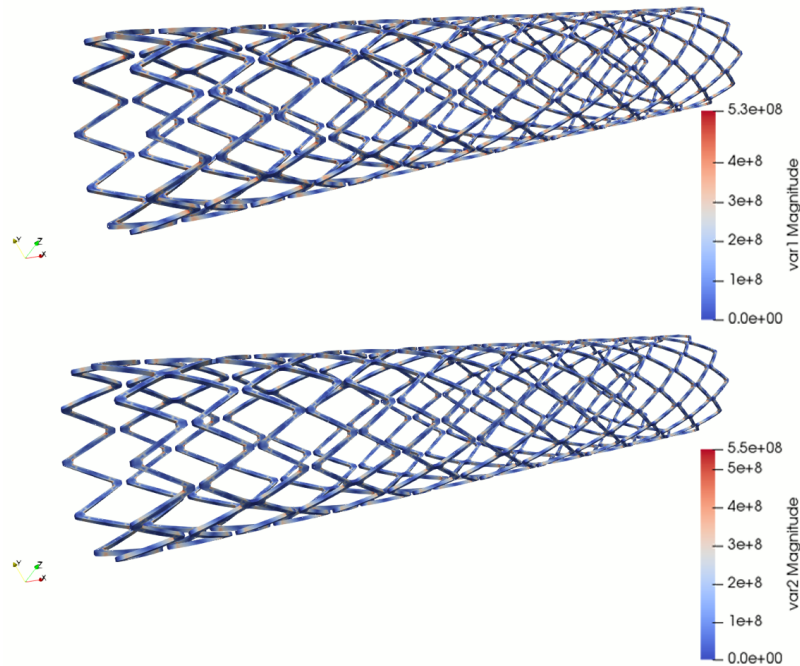
Slika 4.50: Longitudinalno i radijalno rješenje druge formulacije



Slika 4.51: Rješenje druge formulacije uvećano 100 puta



Slika 4.52: Usporedna slika nedeformiranog stenta obojanog u sivu boju i deformiranog stenta uvećanog 100 puta, obojanog po vrijednosti norme pomaka dobivene iz druge formulacije



Slika 4.53: Usporedna slika volumetrijskog (hidrostatskog) naprezanja i norme posmičnog naprezanja

4.6 Usporedba dobivenih aproksimacija

| Tablica dobivenih aproksimacija iz prve formulacije | | | | | | |
|---|--------------|----------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|--------------------------|
| 3D model stenta Aproksimacije pomaka | | Stent nalik Express stentu | Stent nalik Cypher stentu | Stent nalik Xience stentu | Stent nalik Palmaz stentu | Stent nalik Cobra stentu |
| | Ukupni pomak | max | 8.5e-06 | 1.5e-05 | 3.4e-05 | 8.0e-06 |
| min | | 1.3e-06 | 3.3e-06 | 1.4e-05 | 2.5e-06 | 2.0e-05 |
| Longitudinalni pomak | max | 5.9e-06 | 6.3e-06 | 2.5e-05 | 7.0e-06 | 6.3e-06 |
| | min | 7.9e-11 | 1.7e-10 | 1.1e-09 | 1.2e-11 | 1.7e-11 |
| Radijalni pomak | max | 6.2e-06 | 1.4e-05 | 2.7e-05 | 4.0e-06 | 2.6e-05 |
| | min | 6.1e-07 | 3.2e-06 | 8.8e-06 | 2.4e-06 | 2.0e-05 |

| Tablica dobivenih aproksimacija iz druge formulacije | | | | | | |
|--|--------------|----------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|--------------------------|
| 3D model stenta Aproksimacije pomaka i naprezanja | | Stent nalik Express stentu | Stent nalik Cypher stentu | Stent nalik Xience stentu | Stent nalik Palmaz stentu | Stent nalik Cobra stentu |
| | Ukupni pomak | max | 1.0-05 | 9.4e-06 | 2.1e-05 | 1.0e-05 |
| min | | 1.7e-06 | 2.1e-06 | 8.5e-06 | 3.3e-06 | 1.4e-05 |
| Longitudinalni pomak | max | 7.0e-06 | 4.0e-06 | 1.4e-05 | 9.0e-06 | 4.2e-06 |
| | min | 1.1e-11 | 1.0e-10 | 2.5e-10 | 1.5e-12 | 2.7e-11 |
| Radijalni pomak | max | 7.4e-06 | 8.9e-06 | 1.7e-05 | 5.0e-06 | 1.7e-05 |
| | min | 1.2e-06 | 2.1e-06 | 4.8e-06 | 3.1e-06 | 1.4e-05 |
| Maksimalno volumno naprezanje | | 2.3e+08 | 3.8e+08 | 5.6e+08 | 2.5e+08 | 5.3e+08 |
| Maksimalna norma posmičnog naprezanja | | 2.2e+08 | 2.8+08 | 5.7e+08 | 2.0e+08 | 5.5e+08 |

Promotrimo li prvu formulaciju, uočavamo da se najveći radijalni pomak postiže na stentu nalik Xienceu. Razlika između minimalne i maksimalne vrijednosti aproksimacije radijalnog pomaka kod stenta nalik Cobri PzF je najmanja u odnosu na sve stentove, dakle prilično se jednoliko deformira na svim dijelovima. S druge strane, kod stenta nalik Palmazu je najmanja norma radijalnog pomaka. Usporedimo li rezultate prethodno navedena dva stenta, to je očekivan rezultat, upravo zbog njihovih geometrija. Kod stenta nalik Palmazu susjedni prsteni su spojeni u svim vrhovima, dok su kod stenta nalik Cobri PzF susjedni prsteni, koji imaju 10 vrhova, spojeni na samo dva mjesta.

Najmanji longitudinalni pomak je kod stenta nalik Palmazu dok je najveći longitudinalni pomak na stentu nalik Xienceu.

Radijalni pomak u drugoj formulaciji je ponovno najveći na stentu nalik Cobri PzF i stentu nalik Xienceu, dok je najmanji na stentu nalik Palmazu. Velik radijalni pomak kod stenta nalik Xienceu te najveća razlika između minimalne i maksimalne vrijednosti aproksimacije pomaka su rezultat asimetrije u geometriji stenta, susjedni prstenovi nisu "zrcaljeni" jedan u odnosu na drugog. Samim time pomak na zadnjim prstenovima stenta nije isti.

Kao što je vidljivo iz prethodnih slika, bilo je za očekivati da će stent nalik Cobri PzF imati malen longitudinalni pomak. Najveći longitudinalni pomak je kod stenta nalik Xienceu.

Promotrimo li izračunata naprezanja vidimo da se najveće volumno naprezanje postiže

kod stenta nalik Xienceu, dok se najmanje postiže na stentu nalik Expressu. Kad promotrimo normu posmičnog naprezanja, najmanja je na stentu nalik Palmazu dok je najveća na stentu nalik Xienceu.

Vidljiva je i sama razlika rješenja dvaju formulacija. Kod stenta nalik Expressu i kod stenta nalik Palmazu ukupni pomak dobiven iz druge formulacije veći je za oko 18, to jest 25 posto u odnosu na isti dobiven iz prve formulacije. Kod stenta nalik Cypheru ukupni pomak u drugoj formulaciji je oko 38 posto manji nego isti dobiven kao rješenje prve formulacije. Kod stenta nalik Xienceu i kod stenta nalik Cobri PzF rješenja druge formulacije su manja nego rješenja prve formulacije za 39, odnosno za 33 posto.

Navedeni zaključci otvaraju prostor za daljnje istraživanje. Jedna od mogućnosti je dodatno profinjavanje mreže i usporedba s rezultatima dobivenim u ovom diplomskom radu. Nadalje, moguća je i usporedba sa jednodimenzionalnim modelima, ali sve to ostavljamo za neku drugu priliku.

Bibliografija

- [1] Ibrahim Aganović, *Uvod u rubne zadatke mehanike kontinuuma*, Element, 2003.
- [2] Haim Brezis, *Functional analysis, Sobolev spaces and partial differential equations*, Springer Science & Business Media, 2010.
- [3] Philippe G Ciarlet, *Mathematical elasticity. Vol. I, volume 20 of Studies in Mathematics and its Applications*, 1988.
- [4] Richard S Falk, *Finite element methods for linear elasticity, Mixed Finite Elements, Compatibility Conditions, and Applications*, Springer, 2008, str. 159–194.
- [5] Josip Tambaca, Suncica Canic, Mate Kosor, R David Fish i David Paniagua, *Mechanical behavior of fully expanded commercially available endovascular coronary stents*, Texas Heart Institute Journal **38** (2011), br. 5, 491.

Sažetak

U ovom radu opisali smo primjenu teorije linearizirane elastičnosti na 3D modele koronarnih stentova. Objasnili smo uz koje pretpostavke, i na koji način, smo izveli jednadžbe linearizirane elastičnosti te zašto je ta teorija primjenjiva na problem koji smo promatrali. Nadalje, modelirali smo nekoliko geometrija koronarnih stentova, detaljno opisali postupak nastajanja svakog 3D modela te samu prednost i jednostavnost pristupa problemu. Implementirali smo dvije formulacije za rješavanje problema linearizirane elastičnosti. Diskutirali smo o prednostima pojedinih geometrija, razlici dobivenih aproksimacija iz obje formulacije te dali smjernice za moguće daljnje istraživanje.

Summary

In this work we describe an application of linearized elasticity on 3D models of coronary stents. We explain how we derive equations of linearized elasticity and why are they applicable on our problem. We model several coronary stent geometries and thoroughly describe the whole procedure. Implementation of two formulations for solving linearized elasticity problem is given in this work. We discuss benefits of some geometries, difference of given approximations from both formulations and give guidelines for future research.

Životopis

Rođen sam 15. srpnja 1993. godine u Šibeniku gdje sam završio osnovnu školu Jurja Šižgorića te Šibensku privatnu gimnaziju s pravom javnosti. Za vrijeme srednje škole sudjelovao sam na državnim natjecanjima iz matematike. Godine 2012. upisujem pred-diplomski sveučilišni studij matematike na Prirodoslovno-matematičkom fakultetu u Zagrebu. Nakon završenog preddiplomskog studija, obrazovanje nastavljam na diplomskom sveučilišnom studiju na istom fakultetu, smjer Primijenjena matematika.