Universidad Nacional de La Plata

Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación

Tesis presentada para obtener el título de
Doctora en Educación

Adultos que inician la escolaridad: sus conocimientos aritméticos y la relación que establecen con el saber y con las matemáticas

Doctoranda: Claudia Broitman

Director: Dr. Bernard Charlot
Codirectora: Dra. Mirta Castedo

Abril 2012

A Bernard Charlot, porque sus trabajos escritos ampliaron mis intereses, por su generosidad en aceptar dirigirme (casi sin conocerme), por lo que aprendí trabajando con él en el análisis de casos durante mi estancia en Aracajú y por su modo de ser maestro.

A Mirta Castedo, por haberme invitado hace quince años a dictar un seminario en la UNLP, por su generosidad al haber aceptado dirigirme (a pesar de conocerme), por su sostenido entusiasmo desde la primera lectura, por sus expertos aportes y por ser mi "ángel de la guarda académico".

A Isabel, Vicente, Alicia, Claudio y Julia, los cinco alumnos adultos de este estudio, por abrirme las puertas de sus mentes y de sus almas para aprender aquello que en esta tesis intento exponer. A Vicente también por la complicidad en la que nos prometimos terminar juntos en 2012 nuestros respectivos estudios.

A mi padre, quien como algunos casos de este estudio se crió en el campo sin haber podido seguir estudiando, vino en su niñez a trabajar a la ciudad, estaba orgulloso de su rapidez para los cálculos y enfatizaba que yo sí debía estudiar (mientras me llevaba "de compras" a muchas librerías en mi infancia). Ahora, con sus casi noventa años, pregunta cada día por mi tesis apurándome porque quiere llegar a verme doctora.

A mi madre que, si existe el cielo, allí estará festejando (esta vez sin tortas).

A Susana Mosetti y Juana Stickar, directora y maestra de la Escuela Nº 3 del DE Nº 15 por permitirme invadir su escuela.

A Adriana Castro por abrirme las puertas de CePa para enmarcar institucionalmente el trabajo con docentes y alumnos de esta investigación.

A Bárbara Brizuela, Marcela Altschul, Mariela Helman, Héctor Ponce, Inés Sancha y Verónica Grimaldi por sus expertos aportes.

A Claudio Suasnabar y Alicia Villa, sucesivos directores del Departamento de Ciencias de la Educación, por el estímulo y el apoyo institucional.

A Amanda Toubes por esa primera larga charla en la que con sabiduría, experiencia y compromiso abría puertas y recorría ideas.

A Mara Cedrón, Valeria Buitron y Marcela Kurlat con quienes compartí en nuestro grupo de estudio el primer caso analizado.

A Delia Lerner, Patricia Sadovsky y Tono Castorina, mis primeros maestros, de quienes sigo tratando de aprender maneras de mirar los problemas e interpelar las teorías.

A Yayo Itzcovich, a quien extrañé en esta tarea lamentando que el doctorado no se pudiera hacer también de a dos.

Al equipo de cátedra de Didáctica de Matemática, Mónica Escobar, Inés Sancha, Verónica Grimaldi y José Urretabizcaya, por el interés, el entusiasmo y el acompañamiento en cada paso.

A Juan Sosa por su cuidadoso y paciente trabajo de revisión final.

A Guillermo Cid, por su sostenida presencia en los últimos tramos de escritura.

A María Jimena Morillo, Federico Maloberti, Ana González y Rocío Fernández por colaborar en diferentes momentos de la investigación.

A mis adoradas Amigas-Hermanas-de-la-Vida por su cercanía durante todo el proyecto.

Y, muy especialmente, a las tan maravillosas y bonitas Laura y Malena quienes tras compartir muchas cenas hablando de Isabel, Vicente, Claudio, Alicia y Julia, se involucraron con interés –y paciencia– en la tarea que a su madre convocaba.

Índice

Introducción

Presentación del problema

La investigación que aquí se presenta ha tenido un doble propósito: indagar la relación con el saber matemático de alumnos adultos que recién inician o reinician su escolaridad primaria, y relevar sus conocimientos sobre la numeración y el cálculo.

Para el primer propósito, se inscribe en los estudios que indagan la *Relación con el saber* y para el segundo, en las investigaciones que, desde la *Didáctica de la Matemática* de la escuela francesa y adoptando las tesis centrales de la *Psicología Genética,* estudian los conocimientos de los alumnos acerca de contenidos específicos.

Estudiar ambas cuestiones simultáneamente y sobre los mismos sujetos nos ha permitido establecer relaciones entre las experiencias matemáticas escolares y extraescolares de esta población, el origen y el sentido de los conocimientos de los que disponen, la visión de sí mismos al usar o producir conocimientos matemáticos, así como la imagen que tienen de las matemáticas escolares. Por ejemplo: ¿qué los movilizó a aprender aquello que ya saben?, ¿cuándo y bajo qué condiciones lo aprendieron?, ¿para qué y por qué están hoy en la escuela?, ¿qué quieren aprender de matemática?, ¿cómo interpretan sus propios conocimientos? Nos interesa develar cuál es el sentido de aprender matemática para ellos y comprender cómo se constituyó y constituye ese sentido en la actualidad.

Nos proponemos así aportar conocimientos sobre el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas de adultos y contribuir a investigaciones futuras que apunten al mejoramiento de la enseñanza del área con esta población. Para estudiar propuestas didácticas específicas y tomar decisiones sobre la enseñanza, precisamos disponer de más conocimientos sobre la enseñanza y el aprendizaje matemáticos de los adultos que inician su escolaridad primaria, conocimientos que son aún rotundamente escasos. Nuestro trabajo, junto con otras indagaciones, podría convertirse en un insumo para la elaboración de futuras ingenierías didácticas para la enseñanza de adultos. Se trataría de lo que Artigue (1995) llama análisis previos, cuya intención es conocer mejor las conceptualizaciones y los procedimientos que los alumnos podrían poner en acción en el marco de un proyecto de enseñanza.

Una de las funciones esenciales de la institución escolar es engarzar los conocimientos del alumno con los saberes culturalmente producidos. Si bien esta problemática está en el corazón mismo de las preocupaciones didácticas, tiene una especificidad peculiar en el caso de los adultos. A diferencia de los niños que inician primer grado de la escuela primaria, los adultos ya cargan sobre su historia con trayectorias escolares irregulares de asistencia interrumpida o abandono de la escuela, en general debido a una inserción temprana en el mundo del trabajo. Pero sus historias de vida les han permitido la construcción de una gran variedad de recursos matemáticos en situaciones extraescolares, recursos mucho más adaptados y variados que los relevados para niños pequeños.

Nos interesa tanto revelar esos recursos como, desde el análisis sobre la relación con el saber de los alumnos adultos, desentrañar sus lógicas y deseos, conocer qué los moviliza a aprender y a estudiar, y entender cómo se perciben a sí mismos como usuarios o estudiantes de matemática.

El presente estudio es una investigación cualitativa de carácter exploratorio mediante un estudio de casos. La elección metodológica se justifica porque lo que se busca es analizar en profundidad la historia de los conocimientos matemáticos de cada sujeto y la construcción de una relación particular con un campo de saber. Se ha logrado seguir cinco casos para cuya selección se han tenido en cuenta diversos criterios que anticipamos podrían tener cierta influencia en los conocimientos disponibles y en los vínculos con el saber matemático.

Se utilizaron dos estrategias metodológicas complementarias para la recolección de datos: entrevistas y observaciones de clase. Las entrevistas y las clases constituyen el material empírico sobre el cual se realiza el trabajo interpretativo de cada uno de los cinco casos seleccionados.

Plan de exposición

En el capítulo 1, *La educación de adultos,* se presenta un panorama de la situación de la educación de adultos en el mundo a partir de algunos datos que arrojan los informes internacionales sobre analfabetismo y desescolarización en diferentes años. Se aportan elementos para un análisis comparado sobre la distribución desigual del analfabetismo y los índices de escolarización primaria en diferentes regiones del mundo.

Luego se focaliza sobre la situación actual de la educación de adultos en la Argentina y en particular en la Ciudad de Buenos Aires estableciendo relaciones entre las tasas de analfabetismo y escolaridad primaria y la actual oferta educativa. Se presenta un análisis de las perspectivas actuales sobre la enseñanza de matemática para adultos en la escuela primaria. Se incluyen algunas reflexiones acerca de los discursos y las prácticas vigentes en la enseñanza de las matemáticas, así como problemas y debates en torno a la producción curricular, cuestiones que serán retomadas y discutidas a partir del análisis de los datos de la presente investigación.

En el capítulo 2, *Marco teórico metodológico*, se presentan inicialmente el problema y las preguntas de la investigación. En segundo lugar se sintetizan los aportes de los principales marcos teóricos y conceptuales de referencia. Otro apartado de este capítulo está destinado a presentar un estado del arte de las investigaciones sobre los conocimientos matemáticos de adultos no escolarizados mostrando qué aspectos se retoman para nuestro trabajo y presentando nuevas preguntas. Se mencionan los principales antecedentes de investigaciones sobre el aprendizaje y la enseñanza de la numeración a niños pequeños que son referentes para este trabajo. Finalmente se presenta la perspectiva metodológica adoptada para este estudio. Se explicitan las diferentes fases del estudio analizando qué problemas matemáticos o preguntas de las entrevistas no fueron suficientemente productivos y por qué, y algunas decisiones tomadas en diferentes momentos de esta investigación. También se compartirán reflexiones metodológicas acerca del rol del investigador, incluido el análisis crítico respecto de algunas maneras de intervenir que no han resultado potentes para el relevamiento.

El capítulo 3, Análisis por casos, presenta un nivel de análisis de los datos en el que se busca comprender y no “perder de vista” a las personas que constituyen los casos de este estudio. Para cada uno de ellos se organiza la presentación en tres apartados. En el primero se analiza la relación con el saber y con la escuela; en el segundo, su personal relación con las matemáticas y, en el último apartado, los conocimientos matemáticos relevados sobre la numeración y las operaciones. (Como la mayor parte de los datos que se presentan en este capítulo organizados por casos son luego retomados de manera transversal en los capítulos 4, 5 y 6, es posible leer esta tesis pasando del capítulo 2 al 4 directamente y consultando el capítulo 3 cuando la intención sea la comprensión de cada uno de los cinco casos o de alguno en particular).

El capítulo 4, *Análisis transversal de entrevistas y clases: las relaciones con el saber*, presenta otro nivel de análisis de los datos en función de ciertas categorías. Por un lado se recupera la idea de movilización (Charlot, 1997) preguntándonos cuáles son los diferentes sentidos que tiene ir a la escuela y estudiar. Documentamos cómo para cada uno saber es un asunto identitario. En algunos casos analizamos transformaciones que se produjeron en las relaciones con el saber.

Otra categoría es la relación personal que cada sujeto establece con sus maneras de percibir su pasado, su presente y su futuro, así como de concebir las “oportunidades”. Una tercera categoría está constituida por las “figuras decisivas” relevantes para cada uno de los sujetos. Estas figuras, personas o instituciones, reales o imaginarias, permanentes u ocasionales han provocado en cada sujeto huellas que aún presentes generaron efectos de transformación en sus relaciones con el saber.

El último apartado se centra en otra categoría de análisis que es la relación con las matemáticas. Analizamos las diferentes concepciones de matemática, de matemática escolar y de sí mismos como matemáticos. Presentamos cómo los diferentes sujetos conciben las variables de edad, género, nivel económico e inteligencia para el aprendizaje de las matemáticas. También sistematizamos las diferentes concepciones de sí mismos como usuarios y alumnos de matemática, y sus ideas sobre los roles de alumno y docente.

En el capítulo 5*, Análisis transversal de entrevistas y clases: conocimientos matemáticos relevados*, se analizan y sistematizan los conocimientos aritméticos de los diferentes casos. En primer lugar se presenta un análisis de los conocimientos sobre la lectura y la escritura de números, identificando algunas producciones no convencionales que aparecen de manera sistemática. Analizamos cómo los adultos resuelven diferentes clases de problemas que involucran interpretar el valor posicional. Los conocimientos relevados sobre el valor posicional también se analizan en relación con el cálculo exacto y el cálculo estimativo, el cálculo mental y el cálculo algorítmico.

Con respecto a los conocimientos sobre las operaciones, identificamos qué clases de problemas del campo aditivo y multiplicativo parecen estar disponibles por todos los sujetos, más allá de las estrategias de cálculo utilizadas o de la identificación de cuáles son las operaciones involucradas. Se identifican también las estrategias usadas por los alumnos para resolver cálculos mentales y los errores que aparecen en los cálculos algorítmicos.

Para algunos de estos aspectos resulta interesante considerar algunas similitudes y diferencias con las conceptualizaciones infantiles ya relevadas en otras investigaciones.

El capítulo 6, *Análisis transversal de algunos hallazgos didácticos*, busca sistematizar y conceptualizar ciertos fenómenos y algunas tensiones que consideramos pueden ser fértiles para estudiar una enseñanza en la que se pretende articular los conocimientos aritméticos disponibles con los nuevos recursos a enseñar.

En primer lugar analizamos ciertas intervenciones relevadas en las entrevistas que parecen tener valor didáctico en tanto se han mostrado fértiles para provocar un avance en las conceptualizaciones numéricas de los adultos. Se presenta, en segundo lugar, un fenómeno que interpretamos como de deslizamiento didáctico a partir de una situación de enseñanza sobre la serie numérica escrita. En tercer orden se muestran algunas maneras de plantear problemas que han provocado una tensión entre la lógica del entrevistado y la del entrevistador que, en principio, no permite interpretar los resultados obtenidos estrictamente en términos de conocimientos matemáticos disponibles. Por último, en este capítulo se presentan los hallazgos sobre las diferencias entre procedimientos de un mismo sujeto. Estas diferencias han sido encontradas tanto entre las maneras de resolver un problema y de explicar esa manera, como entre las acciones realizadas en clases y entrevistas para la misma clase de problemas.

En el capítulo 7, *Conclusiones*, se realiza una síntesis de los resultados y los hallazgos principales de la investigación en diálogo con nuestras conjeturas iniciales. A partir de estos aportes se señalan nuevas preguntas o problemas que podrían resultar objeto de estudio en futuras indagaciones. También se presentan algunas reflexiones que buscan contribuir a los necesarios debates sobre la enseñanza de las matemáticas en las escuelas primarias de adultos.

Capítulo 1. La educación de adultos

El objetivo de este capítulo es ubicar la problemática de esta investigación en una perspectiva más amplia. Dado que el estudio que se describe en esta tesis presenta y analiza la relación con el saber, con las matemáticas y los conocimientos matemáticos de cinco adultos que inician su escolaridad primaria en la Ciudad de Buenos Aires, en la Argentina, es importante en principio enmarcar el estudio dentro de cuatro contextos, cada uno más particular que el anterior. En primer lugar presentaremos un breve panorama de la situación actual de la educación de adultos, incluyendo algunos datos cuantitativos sobre la escolaridad primaria y el analfabetismo a nivel mundial, y en segundo lugar a nivel nacional. Luego analizaremos la posición de la Ciudad de Buenos Aires en particular, centrándonos en la oferta educativa para adultos de nivel primario. Finalmente mencionaremos algunas características de la enseñanza de las matemáticas para adultos de la escuela primaria en la Ciudad de Buenos Aires, ya que será esta área de conocimiento en especial la que abordaremos en este estudio.

1.1 Analfabetismo y educación primaria en el mundo

En los últimos 60 o 70 años se han realizado grandes avances y esfuerzos para mejorar los alcances de la alfabetización y la escolarización a nivel mundial. Veamos algunas cifras. En 1950 se estimaba que la mitad o más de la población adulta a nivel mundial era analfabeta, en 1990 ya el 76% se consideraba alfabetizado, para el año 2000 se estimaba que el índice de analfabetismo se había reducido al 20% y en 2008 se informó una tasa de alfabetización del 83% (Unesco Institute Statistics, UIS, 2010).

A su vez, en 1950 había 200 millones de niños y niñas matriculados en la escuela primaria mientras que para 1998 esa cifra había crecido a casi 700 millones (Torres, 2000). Incluso cuando se tiene en cuenta la relación entre población en edad escolar y cantidad de alumnos matriculados, puede verse una tendencia mundial: los porcentajes de escolarización aumentan más que los de población, lo que significa una expansión de la educación.

Sin embargo, a pesar del notorio avance cuantitativo y los enormes esfuerzos por lograr la alfabetización y la escolarización universal, ambas continúan siendo desafíos pendientes. Pasemos a valores absolutos: en la actualidad existen aproximadamente 800 millones de personas adultas analfabetas y cerca de 100 millones de niños y niñas en edad de asistir a la educación primaria que no están en la escuela (UIS, 2010) y que en diez años posiblemente estén en la categoría de jóvenes y adultos desescolarizados.

Ahora bien, estos altísimos valores se modificarían notablemente si se variara el criterio por el cual se considera que una persona es analfabeta. Existen diversas definiciones de analfabetismo sujetas a los momentos históricos, los proyectos políticos y las perspectivas sobre el tema. En la actualidad no hay un consenso sobre el significado de analfabetismo que permita determinar con facilidad cuál es el grado de analfabetismo en cada región o realizar comparaciones entre años o zonas.

En ciertas épocas se consideraba alfabetizado a quien podía firmar y seguir instrucciones simples. Por ejemplo, en 1958 la UNESCO definía a una persona alfabetizada como alguien capaz de leer y escribir un enunciado simple de la vida cotidiana y comprenderlo. La idea de que alfabetización sea solo la capacidad de descifrado o de poder leer y escribir el nombre propio hoy está ampliamente cuestionada, en cambio, se ha venido imponiendo en la literatura internacional el concepto de alfabetización funcional como el uso comprensivo del sistema de escritura. En 1978 la UNESCO se refería a este concepto como la capacidad de resolver las demandas de alfabetización dentro del contexto social, pero estas demandas varían considerablemente entre regiones, lo que complejiza todo intento de estandarización y comparación. Además de la revisión permanente del concepto de alfabetización, a partir de las tecnologías de la comunicación y la información, hay un reconocimiento de que los requerimientos de la alfabetización han aumentado e incluyen prácticas lectoras mucho más exigentes para vivir en el mundo del siglo XXI.

La heterogeneidad de definiciones continúa. Por ejemplo, para determinar las tasas de analfabetismo funcional en la década de 1990, la UNESCO recomendaba basarse en la cantidad de años de escolaridad: quienes tienen menos de cuatro años de estudios se consideraban analfabetos funcionales bajo el supuesto de que con menos años habría un retorno al analfabetismo. Algunos organismos y foros educativos en Brasil consideran que sería necesario tomar como criterio ocho años de educación para disponer de un nivel de alfabetización funcional (Gomes Batista y Masagao Ribeiro, 2007) pero muchos especialistas y organismos cuestionan la arbitrariedad de la medida en años de escolaridad como indicador de alfabetización funcional. La Encuesta Internacional de Alfabetización de Adultos (*International Adult Literacy Survey*, IALS), aplicada en varios países de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), define la alfabetización como la capacidad para utilizar materiales impresos e información escrita para funcionar en la sociedad, para lograr las propias metas y para desarrollar el conocimiento y el potencial propios (OCDE, 1995, 1997). El Programa Internacional para la Evaluación del Desempeño de los Estudiantes (*Programme for International Student Assessment*, PISA) de la OCDE define competencia lectora como "la capacidad de una persona para comprender, utilizar y reflexionar sobre los textos escritos, a fin de lograr sus metas, desarrollar sus conocimientos y potencialidades, y participar en la sociedad" (sitio web de PISA).[1]

Desde perspectivas teóricas desarrolladas por diferentes especialistas en el tema, se complejiza la concepción sobre alfabetización. Escuchemos otras voces:

> *Los enfoques constructivistas en torno a la adquisición de la lectura y la escritura, ampliamente diseminados en la región en las dos últimas décadas, agregan una dimensión epistemológica y cognitiva que reconoce la alfabetización como un proceso de conocimiento –y no de mero adiestramiento en una técnica de cifrado y descifrado– y a quienes aprenden, como personas inteligentes, que merecen respeto, son capaces de aprender, poseen y construyen activamente conocimiento si se les permite hacerlo y si este es de su interés.* (Torres, 2008:4).
>
> *Leer implica comprender lo que se lee; escribir es una actividad eminentemente creativa, que compromete y promueve la expresión y la comunicación de las propias ideas. Defendemos por ello que la alfabetización debe ser funcional para ser considerada tal, y cuestionamos la tradicional diferenciación entre alfabetización a secas y alfabetización funcional.* (Torres, 2008:3).
>
> *¿Cuál es el conocimiento que los adultos pre-alfabetizados tienen del sistema de escritura? (…) Para aceptar la validez de la pregunta es preciso renunciar a la visión simplista, que consiste en suponer que los analfabetos son ignorantes en este dominio específico. Es fácil aceptar que los adultos no alfabetizados pueden tener cierto conocimiento del mundo, manejar técnicas artesanales complicadas, conocer técnicas de cultivo, etc. Es difícil, en cambio, suponer que tienen algún conocimiento de la lengua escrita, ya que, de tenerlo, no serían analfabetos.*
> *Esta visión es simplista porque supone que entre el "no saber y el saber" no hay prácticamente intermediarios, y porque suele confundir el conocimiento del nombre o el equivalente sonoro de los elementos del sistema (las letras) con el conocimiento del sistema mismo (el sistema alfabético de escritura) y su modo de funcionamiento. (Ferreiro, 1983:1).*

También actualmente documentos oficiales sobre la enseñanza muestran con contundencia una perspectiva sobre el significado de la alfabetización que trasciende en mucho el conocimiento del sistema de escritura y concibe más ampliamente a las prácticas del lenguaje como objeto de la alfabetización en la escuela.

---

[1] Algunos autores analizan las diferentes connotaciones ideológicas de las definiciones de analfabetismo. Lahire (2008), desde una aguda y crítica mirada, analiza cómo ciertas definiciones de "iletrismo" consideran que quienes no dominan la lengua escrita son "menos humanos", "bárbaros", "violentos", "casi humanos". Desde aquellos discursos en los cuales se parte del supuesto de que la lectura "hace devenir hombre al hombre" o "enaltece el alma" se considera entonces la existencia de una infrahumanidad, es decir, la brutal exclusión de una mayoría de hombres y mujeres del reino humano. En estos discursos el autor alerta la presencia de una visión etnocéntrica de los "letrados" desde la cual se mira a los otros desde la ausencia de características de la propia cultura.

> *Este diseño curricular intenta dar respuesta a la actual situación de miles niños/as que dejan la escuela –luego de varios años de asistir a ella– sin haber llegado a alfabetizarse. Pero a la vez, trata de adecuarse al desarrollo actual de la comunicación y la cultura escrita. Quien se alfabetiza debe poder hacer de la lectura y la escritura herramientas de información plena, de reclamo y de validación de derechos, de manifestación de necesidades, sentimientos, reinvenciones; a través de ella, guarda memoria, transmite, pone frente a los ojos ideas y pensamientos propios y ajenos, se da lugar para la reflexión y la teorización. Alfabetizar implica trabajar para que los alumnos/as lleguen a constituirse en sujetos críticos y creativos que puedan disponer del lenguaje oral y escrito en el marco de proyectos personales, al servicio de propósitos propios sin que sus posibilidades de manejo de la lectura, la escritura y el discurso oral se alcen como obstáculos ante sus deseos y necesidades. (Dirección General de Cultura y Educación de la Provincia de Buenos Aires, 2008:34).*

El mismo documento alerta también acerca del largo plazo y la amplitud de esos aprendizajes:

> *La alfabetización, como el acercamiento a diversos fragmentos de la cultura y la ciencia que la escuela debe poner en mano de los niños/as, exige procesos prolongados, continuidad, progreso y alternancia. Para formarse como lectores –en esta época de excesiva profusión de publicaciones– un niño/a debe integrarse desde pequeño a una comunidad de lectores; en ella, aprende mucho más que a leer y a escribir. Se apropia de las prácticas sociales del lenguaje, es decir, de los comportamientos que hacen –en el caso de la lectura, por ejemplo– que los lectores sean lectores: escuchar hablar de las obras, los artículos y los temas publicados –¡cuánto sabe hoy de Harry Potter, por ejemplo, un adulto no docente que no leyó la saga!–, escuchar leer, explorar libros y otras publicaciones –como un adulto lector hace ante el despliegue del puesto de diarios–, comentar con otros lectores y, sobre todo, elegir y hacerse un trayecto lector propio. (Dirección General de Cultura y Educación de la Provincia de Buenos Aires, 2008:34).*

Ahora bien, a pesar de la ampliación del concepto de alfabetización que organismos internacionales y especialistas reconocen, muchos programas actuales de diferentes regiones del mundo tienen una duración muy corta y apuntan a un nivel elemental de alfabetización. Estos dispositivos permiten reflejar una mejora rápida en las estadísticas, pero evidentemente esto no significa que los adultos que han transitado por esas experiencias estén en condiciones de hacer un uso del sistema de escritura en diversos contextos de la vida en sociedad. En este trabajo no nos proponemos profundizar sobre esta cuestión; simplemente nos interesa señalar que la cifra actual de 800 millones de jóvenes y adultos considerados analfabetos a nivel mundial podría estar elaborada a partir de relevamientos nacionales o regionales en los que primase una concepción de alfabetización como descifrado. En ese caso la magnitud del analfabetismo mundial se ampliaría notablemente, si se tomara como concepto de alfabetización cualquiera de las definiciones o concepciones más amplias recién mencionadas.

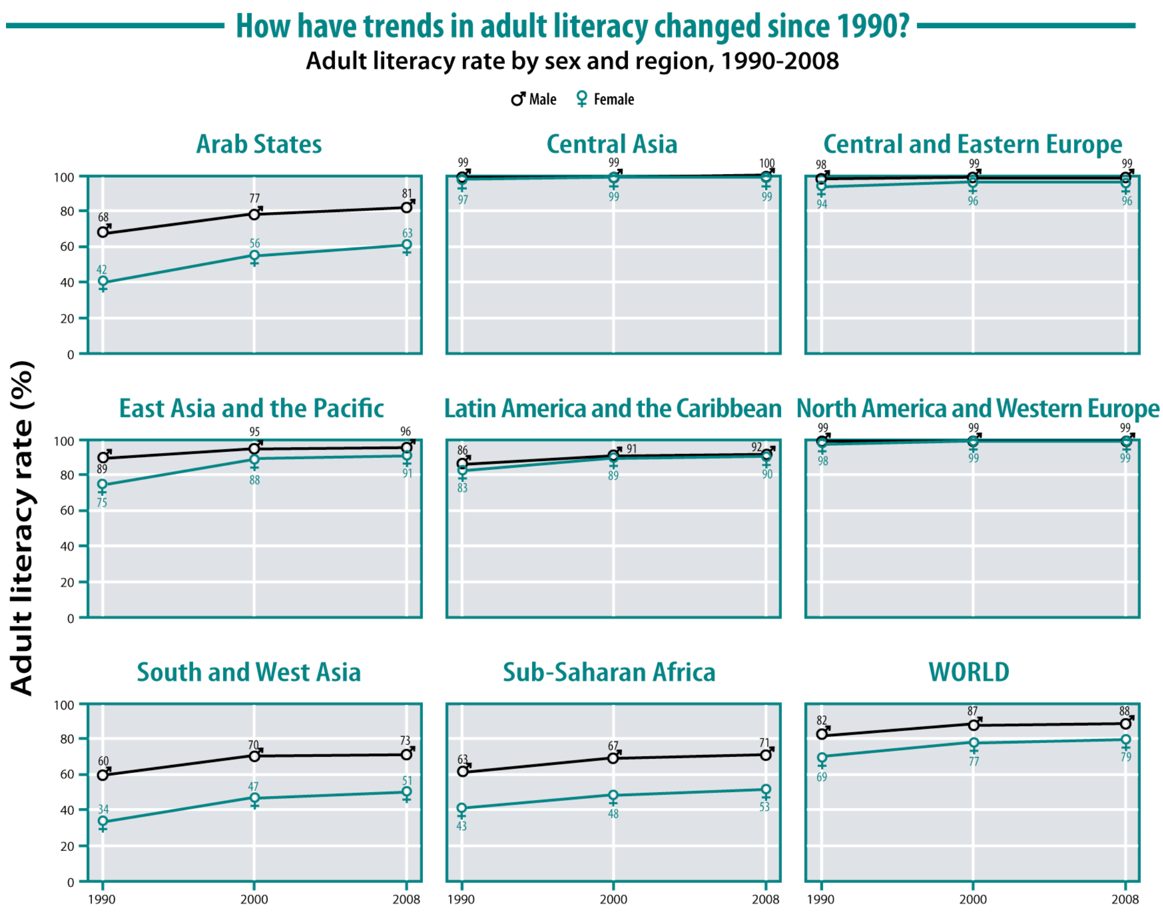
Otro aspecto a tener en cuenta cuando se consultan los datos sobre analfabetismo a nivel mundial es la variedad de consideraciones etarias. La Convención Internacional de los Derechos del Niño considera *infancia* a la edad comprendida entre los 0 y los 18 años, pero en algunas estadísticas de alfabetización se llama *jóvenes* al grupo de 15 a 24 años. No solo es heterogénea la edad de "ingreso" al estatus de "joven analfabeto", sino que también lo es la edad "máxima de la adultez". Por ejemplo, en algunas de las estadísticas de analfabetismo/alfabetización del UIS se excluye a las personas mayores de 54 años (UIS, 2007); en otros relevamientos se mide hasta 60 años. Aparentemente se mediría la "adultez analfabeta" con diferentes criterios: según la supuesta idea de edad en actividad laboral, o bien de posibles destinatarios de programas de alfabetización. Sin embargo, no encontramos buenas razones para excluir de las estadísticas a personas adultas mayores de 54 o 59 años no alfabetizadas. Su inclusión también engrosaría los resultados. Entonces, tanto por la variedad de definiciones de "analfabeto", como por las de "joven" y "adulto", estamos en condiciones de afirmar que en el mundo hay al menos 800 millones de personas no alfabetizadas.

Más allá de toda amplitud y ambigüedad sobre el concepto de analfabetismo o de adulto, hay un consenso en informes internacionales y en la literatura especializada: el mapa mundial del analfabetismo y de la desescolarización coincide con el de la desigualdad y la inequidad social. Las regiones más pobres del mundo tienen las tasas más altas de analfabetismo y entre los pobres de una misma región encontramos también los niveles más bajos de terminación de estudios. El analfabetismo está totalmente vinculado a la pobreza y a la exclusión social. Hay, además, una muy alta correlación entre analfabetismo y las diferentes formas que adopta esta exclusión social según las distintas culturas: género, diversidad racial, inmigración, ruralidad, etcétera.

Por ejemplo, la mitad de los 800 millones de los analfabetos adultos se encuentra en el sur y el oeste asiático, y solamente en India hay casi 300 millones. Y de los 800 millones de analfabetos en el mundo, las mujeres representan las dos terceras partes. Mientras que en las diferentes regiones de Europa y América del Norte en 1990 ya las tasas de alfabetización en mujeres eran de entre el 94% y el 98%, en los Estados Árabes la tasa de alfabetismo en mujeres era del 42% y en las regiones del sur y el oeste de Asia, del 34%.

En todas las regiones del mundo hubo un aumento de la tasa de alfabetización, sin embargo, todavía en 2008 persisten tasas que oscilan entre el 50 y el 70%. Solamente al interior de Asia hay una variación del 48% en la tasa de mujeres al comparar el sur y el oeste con el centro del continente.

La figura 1-1 nos permite identificar rápidamente tanto el aumento en todas las regiones del mundo de la tasa de alfabetización entre 1990 y 2008, como la desigual distribución por región y por género (UIS, 2010):



Source: UNESCO Institute for Statistics, Statistical Table 15 and UIS database.

Figura 1-1

Si analizamos, por ejemplo, la expectativa en cantidad de años de escolaridad por región, podemos ver también tanto el avance como la distribución desigual. Entre 1970 y 2008 casi todas las regiones aumentaron aproximadamente cuatro años de escolaridad (excepto en ambos extremos América latina y el Caribe, con un aumento de alrededor de 6 años, y Asia Central, con apenas 2 años). Sin embargo, es posible identificar cómo a pesar de la indudable tendencia al crecimiento de expectativas de años de escolaridad, se mantiene intacta la desigualdad: mientras que para la región de África subsahariana aumentó la expectativa de 4 a 8 años de escolaridad, para América del Norte y Europa Occidental se incrementó desde 12 hasta 16 años.

El gráfico de la figura 1-2 permite comunicar con contundencia:

- el crecimiento en la expectativa en casi todas las regiones del mundo;
- la heterogeneidad de expectativas según región;
- la conservación de la curva de la desigualdad entre regiones a pesar de los 38 años transcurridos entre los años extremos de las mediciones consideradas:

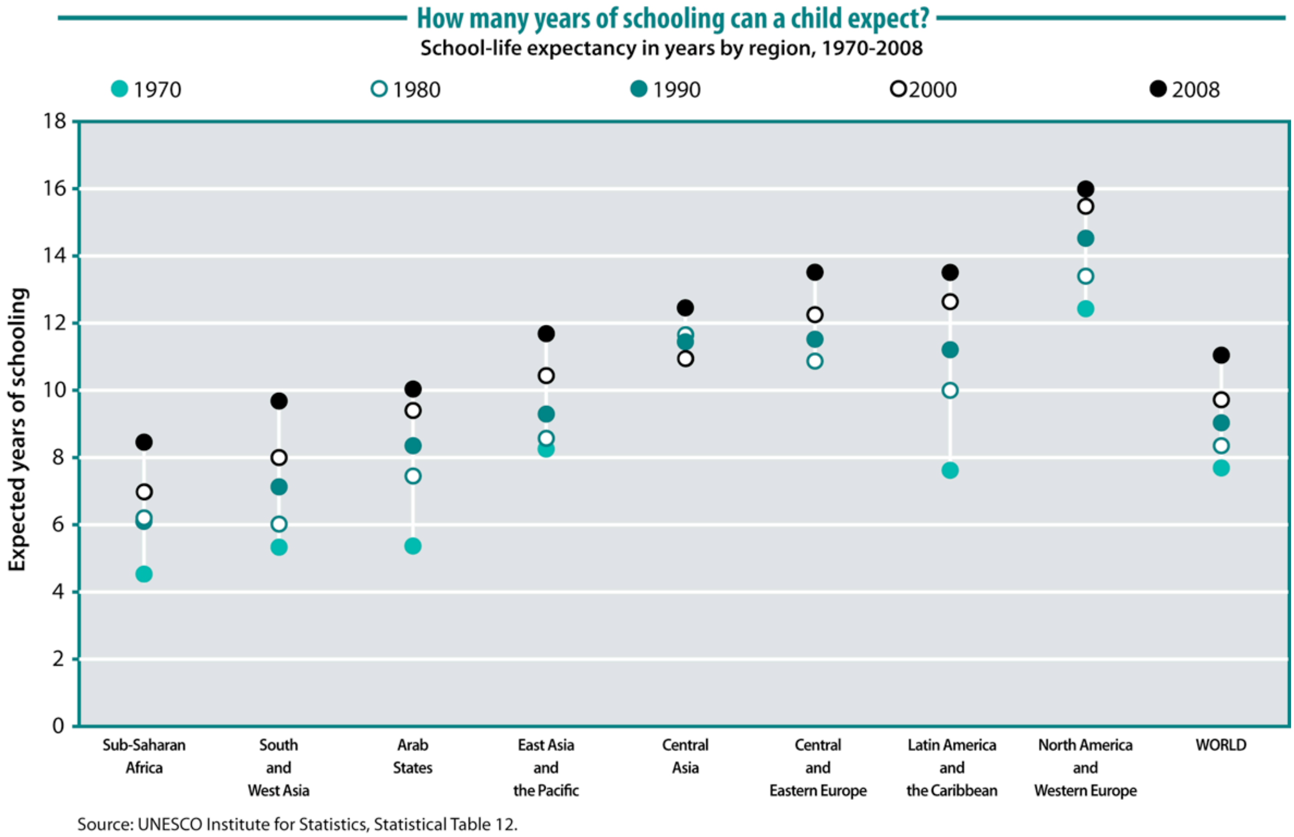


Figura 1-2.

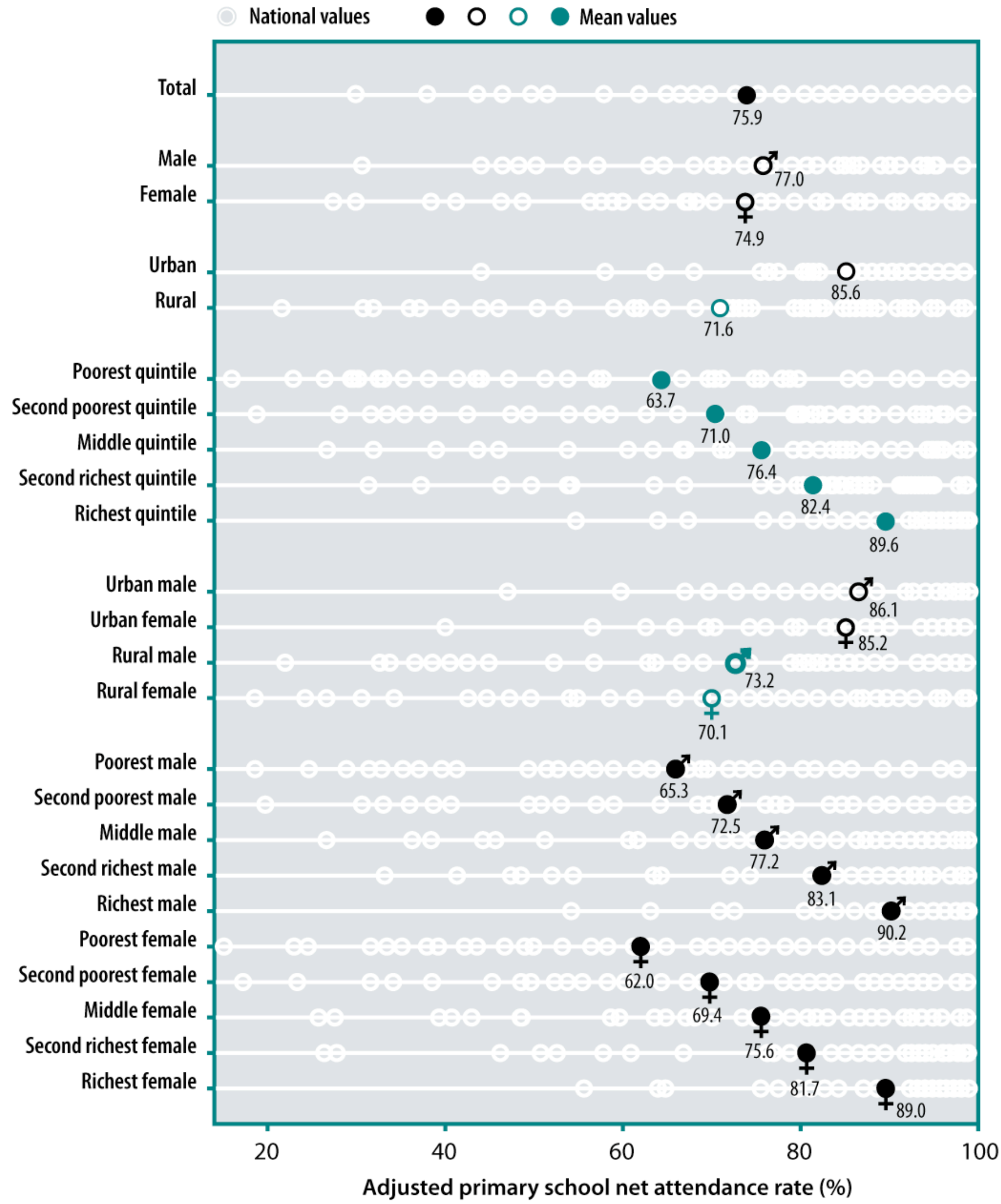
Los millones de niños sin escolaridad actual en algunas regiones del planeta seguirán en los próximos años engrosando el analfabetismo mundial o bien la tasa de adultos que no ha terminado la escuela primaria, excepto que haya políticas públicas de una magnitud y una eficiencia mucho mayores que las actuales.

En algunas regiones, uno de los fenómenos que subyace a la escasa cantidad de años que los niños asisten a la escuela es el abandono. Aunque los datos muestran avances en el acceso de la población infantil a la escuela primaria, grandes sectores tienen dificultades para permanecer en el sistema.

Según la Unesco (2010), el más poderoso determinante de acceso y completamiento de la escolaridad está dado por el nivel de patrimonio económico familiar (medido a través de bienes, consumo e ingresos). Por ejemplo, en 2007, tomando 43 países de muy bajo nivel de escolarización infantil primaria, la tasa de escolaridad de los niños del quintil de menor nivel económico es de 63,7, mientras que la de mayor nivel económico asciende a 89,6 con una diferencia de más del 25%. En la figura 1-3 el gráfico permite visualizar la altísima correlación entre ambas variables.

Which children are most likely to be excluded from education?

Primary school attendance rates by gender, area of residence and household wealth, 2000 to 2008



Note: Mean values represent the unweighted averages of the results for 43 countries. Each country result has the same weight in the calculation of the mean value, regardless of the size of its population or number of out-of-school children.

Sources: 43 national household surveys: DHS: Bangladesh (2007), Benin (2006), Cambodia (2005-06), Colombia (2004-05), Congo (2005), Dominican Republic (2007), Egypt (2008), Eritrea (2002), Ethiopia (2005), Ghana (2008), Guinea (2005), India (2005-06), Indonesia (2007), Kenya (2003), Lesotho (2004-05), Liberia (2007), Mali (2006), Morocco (2003-04), Mozambique (2003-04), Nepal (2006), Niger (2006), Nigeria (2008), Pakistan (2006-07), Philippines (2003), Senegal (2005), Tanzania (2004-05), Turkey (2003-04), Uganda (2006), Ukraine (2007), Zambia (2007), Zimbabwe (2005-06); MICS: Burkina Faso (2006), Burundi (2006), Central African Republic (2000), Iraq (2006), Lao PDR (2006), Malawi (2006), Thailand (2005-06), Togo (2006), Uzbekistan (2006), Venezuela (2000), Yemen (2006); other surveys used: Brazil (PNAD 2006). For information on DHS, see www.measuredhs.com; for information on MICS, see www.childinfo.org/mics.html; for information on PNAD, see www.ibge.gov.br.

Figura 1-3

Como nos ha enseñado Paulo Freire (1990), la alfabetización es una herramienta de transformación personal, social y política, pero a pesar del paso del tiempo y de muchos esfuerzos colectivos, la alfabetización y la educación básica universal son aún una utopía y no parecen ser prioritarias en las agendas políticas y económicas.

Creemos que la importancia de transitar la escuela primaria no precisa presentaciones. A pesar de ello, traemos a escena algunos extractos de documentos oficiales sobre este nivel educativo que nos permiten recordar qué pierden quienes no pudieron transitarla.

> *La escuela tiene la responsabilidad de "abrir las puertas del mundo" a los niños/as, no solo del mundo conocido, sino de otros mundos, lejanos, pasados, irreales, imaginarios, teóricos, posibles, y hasta imposibles o utópicos.* (Dirección General de Cultura y Educación del Gobierno de la Provincia de Buenos Aires, 2008:26).
>
> *Aunque los alumnos participan de diversas instituciones sociales, la escuela constituye la única cuya responsabilidad primera es la educación sistemática, que significa proveer de experiencias culturales y conocimientos relevantes para el ejercicio de una vida plena. (…) La escuela es un espacio público, y a la vez, el primer escenario de construcción de lo público, pues allí se participa de la experiencia socialmente acumulada y se construyen las condiciones para renovarla.* (Dirección de Currícula de la Secretaría de Educación de la Ciudad de Buenos Aires, 1999:25).
>
> *Lo que todas (las áreas del currículum) se proponen es defender la posibilidad de que todos y cada uno tengan una experiencia cultural amplia que les permita conocerse a sí mismos, a los otros y al mundo en que viven, tener una relación tanto receptiva como productiva con la cultura, construir sentidos para su experiencia personal inscribiéndola en los significados culturales compartidos.* (Dirección de Currícula de la Secretaría de Educación de la Ciudad de Buenos Aires, 1999:34).

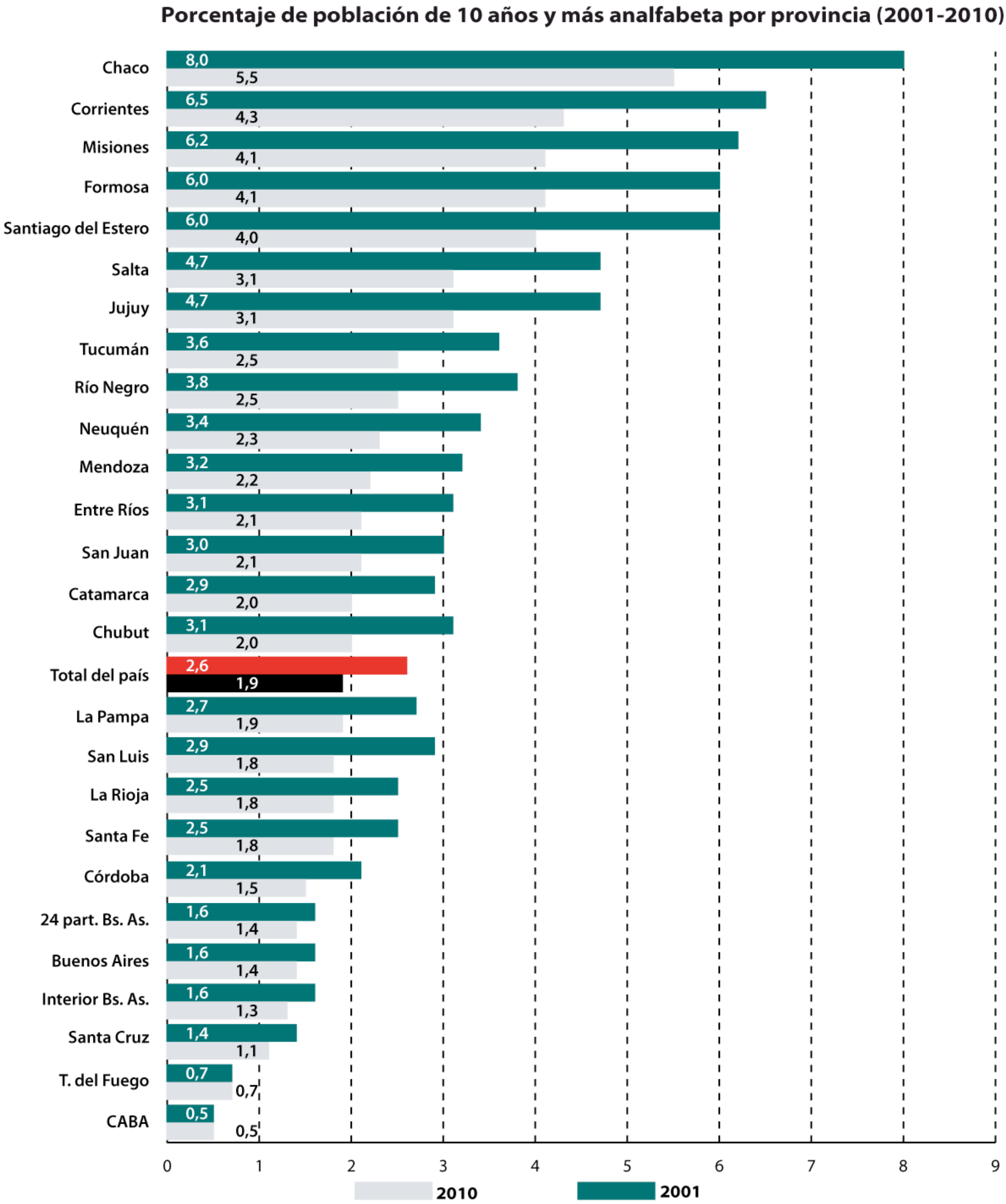
Los cinco casos de nuestro estudio son personas que han estado excluidas de la educación primaria porque no asistieron cuando eran niños o debieron abandonar la escuela para entrar en el mundo del trabajo durante su infancia, por lo que son víctimas de estas enormes desigualdades como producto de la pobreza en la que han crecido. Sus historias de vida permiten reflejar exigencias laborales, padecimientos y frustraciones sufridos en la imposibilidad de transitar sus respectivas infancias. Sin embargo, como veremos más adelante, en ellos permanece intacto su deseo de aprender y su alta valoración del mundo escolar. En el capítulo 3 traemos sus voces sobre el mundo de la escuela y sobre las matemáticas en particular.

1.2 Analfabetismo y educación primaria en la Argentina

En los rankings internacionales la Argentina parece tener una posición privilegiada en lo que a alfabetización se refiere. Rivas y otros (2010) señalan este puesto de privilegio de la Argentina en su alta tasa neta de escolarización a nivel primario entre los 129 países participantes del ranking que la UNESCO realiza desde el año 2000. Los autores interpretan que el puesto de la Argentina, segundo de América latina, expresa la larga herencia histórica del desarrollo del sistema educativo de nuestro país, que lo vuelve una nación más cercana a las desarrolladas en cuanto a los indicadores de inclusión educativa.

En 2008 la tasa de alfabetización era del 97,7%. En términos relativos es una cifra que "nos deja tranquilos". Sin embargo, los valores absolutos nos obligan a mirar de otra manera: se trata de aproximadamente 700.000 jóvenes y adultos analfabetos (UIS Unesco), cifra que, como hemos analizado anteriormente, podría verse engrosada al ampliar las definiciones de analfabetismo, de joven o de adulto. La cifra de analfabetismo de 2008 de la UIS es levemente inferior a la informada por el censo nacional 2010: 1,9%. Según este censo, en valores absolutos se informa que hay casi 642.000 analfabetos. La definición usada de "alfabeto" en el censo 2010 es "la capacidad de leer, escribir y comprender una frase sencilla sobre la vida cotidiana en cualquier idioma" (www.censo2010.indec.gov.ar), definición tan cuestionada como hemos señalado anteriormente.

En la figura 1-4 es posible advertir tanto la disminución de las tasas de analfabetismo de la última década en la Argentina, así como la desigual distribución relativa por provincia de nuestro analfabetismo, que coincide con el mapa de la pobreza. En el cuadro 1-1 se puede apreciar la magnitud en términos absolutos.



Fuente: www.censo2010.indec.gov.ar (fecha de consulta 24/01/12).

Figura 1-4.

Cuadro 1-1. Total del país. Población de 10 años y más por condición de alfabetización y sexo, según provincia o jurisdicción. Año 2010

Provincia/ jurisdicción	*Población de 10 años y más*	*Alfabetos*			*Analfabetos*		
		Total	*Varones*	*Mujeres*	*Total*	*Varones*	*Mujeres*
Total del país	**33.398.225**	**32.756.397**	**15.788.575**	**16.967.822**	**641.828**	**319.467**	**322.361**
Ciudad Autónoma de Buenos Aires	2.568.141	2.555.738	1.160.483	1.395.255	12.403	5.344	7.059
Buenos Aires	13.044.694	12.865.686	6.203.482	6.662.204	179.008	88.705	90.303
24 partidos del Gran Buenos Aires	8.259.132	8.141.907	3.917.957	4.223.950	117.225	55.416	61.809
Interior de la provincia de Buenos Aires	4.785.562	4.723.779	2.285.525	2.438.254	61.783	33.289	28.494
Catamarca	299.189	293.153	144.528	148.625	6.036	3.108	2.928
Chaco	852.752	806.020	394.795	411.225	46.732	22.440	24.292
Chubut	420.137	411.823	205.779	206.044	8.314	4.049	4.265
Córdoba	2.780.731	2.739.946	1.314.229	1.425.717	40.785	22.334	18.451
Corrientes	806.440	771.948	372.493	399.455	34.492	17.969	16.523
Entre Ríos	1.027.265	1.005.361	486.281	519.080	21.904	12.294	9.610
Formosa	425.344	407.948	200.956	206.992	17.396	7.821	9.575
Jujuy	548.572	531.384	261.419	269.965	17.188	5.404	11.784
La Pampa	266.919	261.887	128.679	133.208	5.032	2.805	2.227
La Rioja	273.446	268.449	131.833	136.616	4.997	2.843	2.154
Mendoza	1.443.490	1.411.960	681.053	730.907	31.530	15.527	16.003
Misiones	871.555	835.783	412.901	422.882	35.772	17.110	18.662
Neuquén	455.068	444.609	219.539	225.070	10.459	5.120	5.339
Río Negro	531.387	518.307	255.390	262.917	13.080	6.541	6.539
Salta	968.376	938.009	459.258	478.751	30.367	12.710	17.657
San Juan	549.718	538.225	260.076	278.149	11.493	6.360	5.133
San Luis	353.900	347.388	170.030	177.358	6.512	3.674	2.838
Santa Cruz	221.824	219.320	113.297	106.023	2.504	1.291	1.213
Santa Fe	2.704.981	2.656.886	1.273.525	1.383.361	48.095	25.003	23.092
Santiago del Estero	696.816	668.946	328.348	340.598	27.870	14.809	13.061
Tierra del Fuego, Antártida e Islas del Atlántico Sur	104.126	103.421	52.991	50.430	705	347	358
Tucumán	1.183.354	1.154.200	557.210	596.990	29.154	15.859	13.295

Fuente: INDEC. Censo Nacional de Población, Hogares y Viviendas 2010.

Con respecto a la escolarización,[1] los datos de 2003 arrojan que la población total de personas mayores de 25 años era de 21,306 millones, de las cuales el 1,1% no asistió a la escuela primaria y el 8,9% no la finalizó. Suman entre ambos el 10% de la población mayor de 25 años sin escuela primaria finalizada, lo que representa más de 2.000.000 de personas (UIS Unesco). Nuevamente señalamos cómo se ampliaría esta cifra si consideráramos que mucho antes de los 25 años estas personas ya están excluidas de la educación primaria común.

En la Argentina, el censo nacional 2001 informó que 1.543.285 niños de 3 a 17 años no asistía a la escuela y que el 15,6% de la población entre 25 y 59 años no recibió instrucción alguna o tenía la primaria incompleta (www.indec.gov.ar, fecha de consulta: 24/01/12). El porcentaje de la población adulta que no ha accedido o completado los estudios primarios en las diferentes provincias de nuestro país, según los datos del censo 2001, a nivel nacional, es de aproximadamente el 16%. Pero este porcentaje, que ya no es tan bajo como el de analfabetismo, no permite, además, atrapar la disparidad entre provincias. Mientras que en Misiones el 34% de la población adulta no asistió o no completó su escuela primaria, en la Provincia de Buenos Aires se trata casi de un 13% de la población y en la Ciudad de Buenos Aires este porcentaje se reduce al 4,2%. Veamos la desigual distribución por provincias de la Argentina:

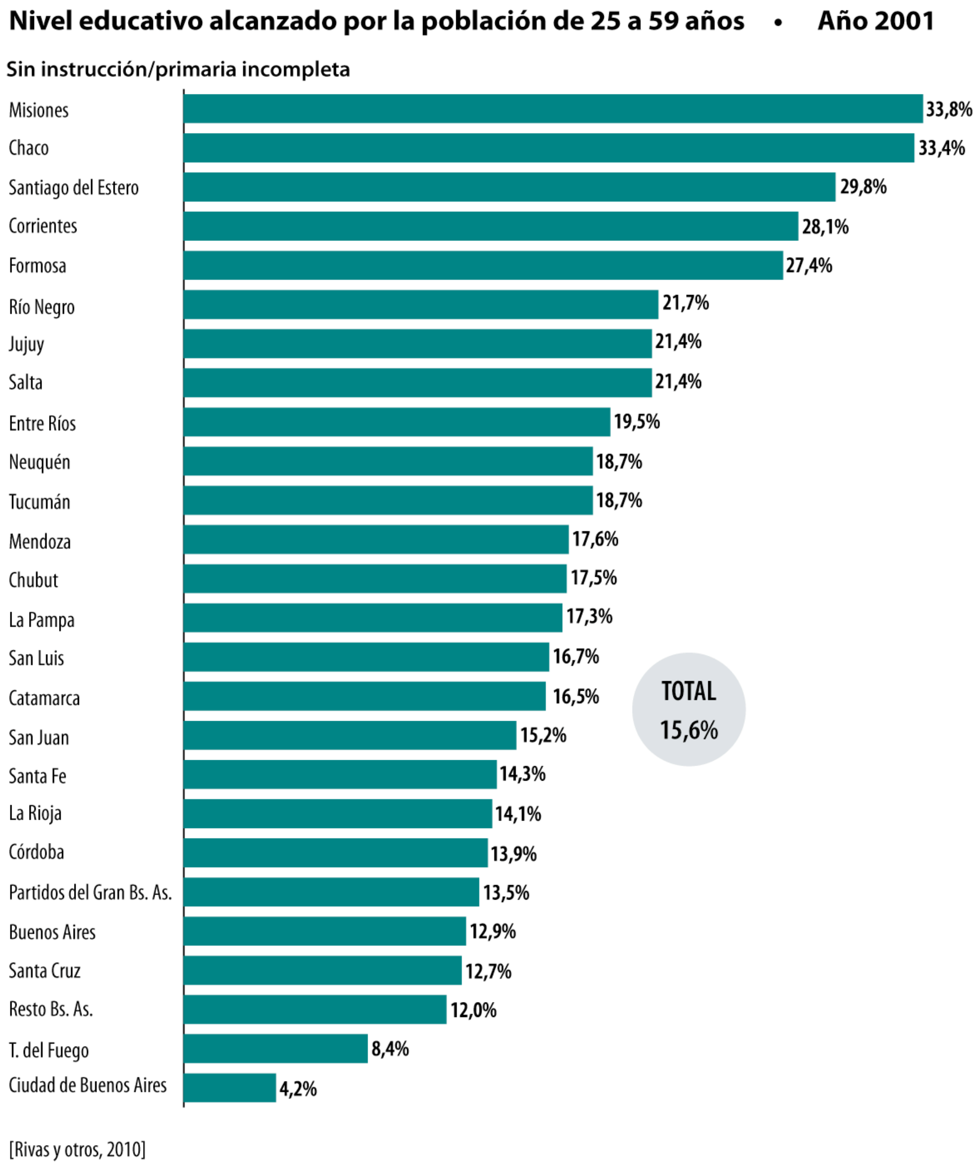


Figura 1-5.

[1] El censo nacional 2010 no ofrece información sobre tasas de nivel de escolaridad máximo alcanzado, por eso, para algunos parámetros siguientes, retomamos los datos del censo nacional 2001 o estadísticas de UNESCO (UIS) de 2003.

Es necesario aclarar que esta medida de población adulta está tomada entre los 25 y los 59 años. Nuevamente señalamos que si tuviéramos en cuenta la edad a partir de los 15 o los 18 años y sin límite superior, estos valores se verían aumentados notablemente.

Si bien podemos considerar que la Argentina está en una posición privilegiada con respecto a los demás países de América latina, y la Ciudad de Buenos Aires también, en comparación con las demás provincias, el retorno a valores absolutos nos convoca de una manera diferente. En el país un 16% de la población adulta equivale a más de 2 millones de personas entre 25 y 59 años que no han recibido instrucción o no han terminado la escuela primaria. Si extendemos la población a partir de 15 años y sin límite máximo de edad, ya se trata de 4,5 millones de personas. La matrícula nacional de jóvenes y adultos que cursan la escuela primaria es menor que 250.000 (www.me.gov.ar, fecha de consulta: 1/8/11), es decir que cubre apenas aproximadamente el 5% de la matrícula potencial.

En la Ciudad de Buenos Aires el 4,2% que no ha recibido instrucción o no ha finalizado la escuela primaria equivale a no menos de 120.000 personas entre 25 y 59 años. Si ampliamos la edad a partir de 15 años y sin límite superior, la cifra de personas sin instrucción o con primaria incompleta asciende a 140.000 (www.indec.gov.ar, fecha de consulta: 28/7/11).

Si hubiera intención política de construir una oferta de instrucción primaria para atender esta población en la escuela, serían necesarias aproximadamente 225.000 aulas para todo el país, de las cuales 7.000 deberían estar en la ciudad de Buenos Aires. Una mirada rápida al cuadro 1-2 –que muestra la cantidad de alumnos inscriptos en 2010 en las escuelas primarias de adultos de todo el país– nos permite apreciar que se precisarían más aulas y docentes que la cantidad de alumnos adultos actuales dentro del sistema para cubrir la totalidad de la matrícula potencial.

Cuadro 1-2. Año 2010. Educación de jóvenes y adultos

División político-territorial	*Alumnos de nivel primario*
Total país	**246.020**
Ciudad de Buenos Aires	5.836
Buenos Aires	98.027
Conurbano	56.536
Buenos Aires resto	41.491
Catamarca	2.570
Córdoba	8.506
Corrientes	6.380
Chaco	14.051
Chubut	2.615
Entre Ríos	8.326
Formosa	5.832
Jujuy	3.930
La Pampa	2.217
La Rioja	2.113
Mendoza	15.264
Misiones	15.682
Neuquén	2.968
Río Negro	3.986
Salta	7.185
San Juan	5.270
San Luis	S/D
Santa Cruz	5.528
Santa Fe	18.324
Santiago del Estero	4.280
Tucumán	6.691
Tierra del Fuego	439

Fuente: Relevamiento Anual 2010. DiNIECE. Ministerio de Educación.

1.3 La educación primaria de adultos en la Ciudad de Buenos Aires

La oferta actual de la Ciudad de Buenos Aires[1] para el nivel primario de adultos abarca cuatro modalidades:[2]

- Escuelas primarias de adultos.
- Centros educativos de nivel primario.
- Programa de Alfabetización, Educación Básica y Trabajo (PAEByT).
- Educación primaria a distancia.

También existe una modalidad de orientación para exámenes libres de terminalidad de la escuela primaria.

Las *escuelas primarias de adultos* orientan su oferta a la población que supera los 14 años de edad. El primer ciclo comprende la etapa de alfabetización y está destinado a matrícula analfabeta pura y funcional. El segundo y el tercer ciclos prevén la finalización de la educación primaria. La duración del plan de estudios es de tres años y se otorga certificado oficial de terminación de estudios primarios. Funcionan en turno vespertino en los mismos edificios en los que en turno mañana y tarde la oferta es de escuelas primarias para niños. Los alumnos adultos asisten diariamente a estas escuelas entre las 18.30 h y las 20.30 h. Su funcionamiento es bastante similar al de una escuela primaria para niños: los alumnos trabajan en aulas con el mobiliario habitual escolar, hay pizarrón, escritorio del docente, director, secretario docente, un maestro por ciclo, etc. Para el año 2000 la cantidad de sedes era de 80 en toda la ciudad y en el año 2011 son 82.

Los *centros educativos de nivel primario* se crearon en 1983. A diferencia de las escuelas primarias para adultos, funcionan en diferentes instituciones que ofrecen su espacio físico para el dictado de clases, como comedores comunitarios, sedes gremiales, fábricas, instituciones religiosas, organizaciones barriales, hospitales, centros de jubilados. Tienen una mayor flexibilidad y amplitud horaria: los turnos también son de dos horas reloj por día pero se distribuyen entre las 7:00 y las 19:00. El plan de estudios también es de tres ciclos, pero estos funcionan en el mismo lugar físico con un mismo docente. Está dirigido a alumnos mayores de 16 años aunque se registran algunos menores. Para el año 2000 esta oferta se brindaba en aproximadamente 50 anexos y en 2011 la oferta aumentó a 63.[3]

Los centros del *Programa de Alfabetización, Educación Básica y Trabajo* (PAEByT) se crearon en 1990, originalmente en un programa de jurisdicción nacional. La transferencia a la Ciudad de Buenos Aires se efectivizó en 1994. En 2009 estos centros pasaron a denominarse Instituciones de Educación Primaria para el Adulto y el Adolescente (IEPAA), aunque en la actualidad se lo sigue denominando, de manera corriente, PAEByT. La organización curricular comprende tres ciclos que funcionan en el mismo espacio físico y con el mismo docente. Las clases se dictan también en diversas entidades que brindan un espacio para el dictado de los cursos, como sindicatos, parroquias, organizaciones, redes comunitarias y asociaciones profesionales. Esta oferta educativa se propone favorecer los procesos de alfabetización y finalización del nivel primario por parte de los adultos y jóvenes pertenecientes a sectores sociales desfavorecidos, fortalecer las capacidades de organización y autonomía por parte de los destinatarios, e impulsar la inserción de la población educativa en redes comunitarias, con el fin de

---

[1] Para este apartado, los datos han sido tomados de distintas fuentes:
- Sobre los años 1996 a 2000, de “Educación de Jóvenes y Adultos en la Ciudad Autónoma de Buenos Aires. 1996-2000. Educación primaria, media y superior y otras ofertas educativas. Sector Estatal”, Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires, Dirección General de Planeamiento, Dirección de Investigación, Bs. As., 2002.
- Sobre el año 2010, del documento “Panorama Educativo 2009-2010”, Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires, Dirección Operativa de Investigación y Estadística, Bs. As., año 2011.
- Sobre el año 2011, de la página www.buenosaires.gov/educación (fecha de consulta 28/7/11).

[2] La Ciudad de Buenos Aires se hace cargo de la educación primaria desde 1980, año en el que se produce la transferencia desde el Ministerio de Educación de la Nación hacia las jurisdicciones.

[3] En el mismo espacio físico se ofrecen varios turnos. Los números anteriores surgen de contabilizar las diversas ofertas aunque sean en el mismo lugar.

lograr un mejoramiento en las condiciones adversas de vida de sus protagonistas. Una sede y 42 anexos brindaban esta oferta educativa en el año 2000, y en 2011 eran 69.

Los *centros de terminalidad a distancia* surgen a través del Plan Social, por un acuerdo entre el Ministerio de Educación de la Nación y el Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires a partir de 1995. Ofrecen una certificación de terminalidad de estudios de nivel primario para alumnos mayores de 18 años que ya estén alfabetizados. Se distribuyen en centros que se ubican en sedes de supervisión, sindicatos, clubes, en algunas escuelas primarias para adultos y centros educativos de nivel primario, etc. Estos centros imparten una modalidad de dictado de clases no graduada y semipresencial. Los contenidos de enseñanza se organizan en módulos: cada materia consta de dos módulos correlativos entre sí, cuyos contenidos no corresponden a los ciclos del resto de la educación primaria de adultos. El carácter semipresencial implica la no obligatoriedad de asistencia: los alumnos van completando los cuadernillos correspondientes a cada módulo, cuentan con apoyo docente y son evaluados periódicamente. Por esta razón el ritmo de estudios es muy variado. Hay una sola sede central y muy pocos alumnos.

En síntesis, en 2011 la oferta total estatal de esta ciudad se compone de la siguiente manera: 215 sedes (82 escuelas primarias para adultos, 63 centros educativos de nivel primario, 69 centros de PAEByT y 1 centro de terminalidad a distancia). También hay 8 escuelas privadas primarias para adultos que funcionan en turno vespertino en escuelas parroquiales y hogares religiosos con subvención estatal del 100% que en 2010 atendieron un total de 342 alumnos.

El cuadro 1-3 muestra la distribución de la matrícula según modalidad en el año 2000 (no tenemos este dato más actualizado).

Cuadro 1-3. CABA*. Matrícula de adultos de nivel primario por modalidad (2000)

Modalidad	*Sedes y anexos*	*Alumnos matriculados*
Escuelas primarias para adultos	80	5.061
Centros educativos de nivel primario	54	868
Centros del Programa de Alfabetización, Educación Básica y Trabajo	42	696
Centros de terminalidad a distancia	5	89
Total	181	6.714

***CABA:** Ciudad Autónoma de Buenos Aires.
Fuente: Dirección de Investigación (2002: 148).

El cuadro 1-4 permite identificar que durante el período 1996-2000 la matrícula de la educación primaria de adultos aumentó solamente de 6.338 a 6.580 alumnos. (Si tomamos los datos de 2010 hubo una disminución de la matrícula. Se torna difícil la comparación por tratarse de fuentes diferentes que tal vez no han usado los mismos criterios, pero claramente no hubo un aumento significativo de la matrícula en los últimos 15 años).

Cuadro 1-4. CABA*. Matrícula de adultos de nivel primario (1996-2000)

Año	*1996*	*1997*	*1998*	*1999*	*2000*
Alumnos inscriptos	6.338	6.401	6.371	6.230	6.580

***CABA:** Ciudad Autónoma de Buenos Aires.
Fuente: Dirección de Investigación (2002 :17).

Como hemos mencionado, la matrícula atiende aproximadamente un 5% de la población que no ha terminado sus estudios primarios (recordemos que en el apartado anterior hemos señalado que serían necesarias unas 7.000 aulas para cubrir la matrícula potencial y hay alrededor de 200).

Este porcentaje igualmente esconde que gran parte de la población que asiste a las escuelas para adultos de la Ciudad de Buenos Aires en realidad reside en el conurbano en la Provincia de Buenos Aires. Muchos residentes del llamado Gran Buenos Aires cursan su escuela primaria en la Ciudad de Buenos Aires por diversas razones: hay una mayor oferta educativa, trabajan en esta jurisdicción o sus familiares trabajan o asisten a la escuela en la Ciudad de Buenos Aires. Es decir que en realidad se atiende a menos del 5% de la población potencial de la Ciudad.[1]

El 2% de los alumnos cursa una modalidad no graduada y el 98% restante, una modalidad graduada. De las tres modalidades cicladas, en el año 2000, el 42% de los alumnos se hallaba matriculado en el tercer ciclo de estudio, el 30% en el segundo y el 26% en el primero. La mayor matrícula en el tercer ciclo puede explicarse porque muchos adultos inmigrantes han cursado parte de su escolaridad primaria en otros países, o bien han terminado la escuela pero no tienen certificación; muchos dan exámenes libres, pero frente a la incertidumbre sobre los contenidos con los que serán evaluados, se inscriben en el tercer ciclo para poder graduarse.

La matrícula es predominantemente femenina con un 60% de mujeres en el año 2000. Un dato no menor es que entre 1997 y 2000 disminuyó el porcentaje de alumnos que logra egresar del nivel primario. La edad de los alumnos del nivel primario se concentra en las franjas extremas, con un 40% de menores de 20 años y un 29% de mayores de 40.

Para 2010 el porcentaje de los alumnos adultos matriculados en las diferentes modalidades de primaria se concentra en el centro y la zona sur de la ciudad, que coinciden, respectivamente, con la zona de mayor densidad laboral y de mayor pobreza.[2]

Cuadro 1-5. CABA*. Distribución geográfica de la matrícula de adultos nivel primario (2010)

Zona	*Cantidad de alumnos*
Norte	822
Centro	2.601
Sur	2.104

***CABA:** Ciudad Autónoma de Buenos Aires.
Fuente: Dirección Operativa de Investigación y Estadística (2011:14).

1.4 La enseñanza de la matemática en las escuelas primarias de adultos

Las diferentes modalidades de educación de adultos de la Ciudad de Buenos Aires que ofrecen educación primaria tienen como marco legal un diseño curricular de 1987. Este documento fue realizado –junto con los diseños curriculares para diferentes niveles– en un proceso de recuperación de la democracia en nuestro país. Sin duda su marco general refleja la profunda intención de instalar una posición político-pedagógica diferente a la previa con respecto a la complejidad de la educación de adultos y la necesidad de reflexionar sobre las competencias necesarias para que esta población que ha vivido profundas situaciones de exclusión sea incorporada al sistema educativo y considerada en su especificidad. Se explicita que la educación de adultos es un medio para desarrollar competencias que hagan posible una inserción eficaz y creativa en los distintos planos del quehacer social: familiar, escolar, laboral, vecinal, gremial, político, y se considera que la educación de adultos debe exceder la educación supletoria.

Ahora bien, a pesar de la vigencia en la comunidad educativa de las principales ideas de su marco general inicial, el diseño curricular actualmente no se utiliza en la práctica como herramienta para tomar decisiones sobre la enseñanza. Es compartida en el sistema educativo la percepción de que este diseño no proporciona herramientas útiles o asimilables para orientar la

[1] De más está decir que no se trata simplemente de abrir nuevas sedes, dado que no es un problema de "vacantes". Somos conscientes de que ampliar la oferta real educativa implicaría también generar condiciones sociales y económicas que permitieran garantizar que se trata de una oferta real en el marco de un programa global de atención educativa.

[2] La educación de la Ciudad de Buenos Aires está organizada en 21 distritos escolares (DE). Se consideraron zona sur los DE 4, 5, 13, 19, 20 y 21; zona centro los DE 1, 2, 3, 6, 7, 8, 11, 12 y 18, y zona norte los DE 9, 10, 14, 15, 16 y 17 (GCBA, 2010).

práctica pedagógica. Tengamos en cuenta que fue elaborado en el mismo período que el Diseño Curricular de la Educación Primaria Común[1] (realizado en 1986). Sin embargo, este fue reemplazado por el Pre Diseño en 1999 y el Diseño Curricular en 2004, avanzando en la reorganización y la secuenciación de contenidos por áreas, así como en orientaciones específicas para la enseñanza a partir de la producción didáctica de los últimos veinte años centrada especialmente en cada una de las áreas o disciplinas.

Supervisores, directivos y docentes de adultos suelen acordar con el enfoque general propuesto para la educación de adultos de 1987, pero reconocen que este documento no ofrece una orientación para la selección y la secuenciación de contenidos. Muchos docentes los comparan con los materiales curriculares actuales dirigidos a la escuela primaria común, señalando la necesidad de una actualización curricular.

En el Diseño Curricular para Adultos de 1987 los contenidos están organizados en núcleos problemáticos definidos como *una forma de selección y organización interdisciplinaria de objetivos y contenidos en función de una situación problemática global considerada significativa* (pág. 36). Entre las ideas centrales se encuentran, junto con la interdisciplinariedad, la necesidad de acordar con los alumnos objetivos, contenidos y actividades; respetar los intereses de los alumnos; considerar los emergentes. Así, los contenidos matemáticos están subsumidos a problemáticas más amplias.

Por ejemplo, al interior de primer ciclo, en el núcleo problemático Nº 1, Leo y escribo en grupo, aparecen los siguientes contenidos:

- *Escritura de números menores que 100.*
- *Números del 1 al 9.*
- *El cero.*
- *Escritura posicional del número 10.*
- *La segunda decena.*
- *Los números hasta 99.*
- *Adición y sustracción.*

En segundo ciclo, en el núcleo problemático Nº 5, Dificultades para la integración grupal. Propuestas de superación, se incluyen como contenidos de matemática:

- *Medida de la superficie en unidades convencionales de uso cotidiano.*
- *Figuras equicompuestas, superficies equivalentes de diferentes formas.*
- *Diferenciación entre perímetro y área.*

Es evidente la dificultad para establecer relaciones entre los conocimientos matemáticos que se busca enseñar con los núcleos problemáticos generales en los que se incluyen. A pesar de la intención inicial explícita de presentar las matemáticas asociadas a los núcleos problemáticos, no parece posible abordar didácticamente el listado de contenidos a tratar a partir del núcleo que los engloba, o al menos no se ofrecen herramientas para imaginar esos recorridos.

Cada ciclo presenta cinco núcleos problemáticos y cada uno de ellos abarca un listado de contenidos que podemos reconocer como matemáticos pero que no están explícitamente diferenciados por disciplina. La sección “Orientaciones para la selección de actividades de matemática” recomienda realizar diagnósticos, propone una secuenciación centrada en la

[1] En el sistema educativo nacional y de la Ciudad de Buenos Aires se denomina “común” a la escuela para niños. Así aparece nombrada en estadísticas e informes oficiales del Ministerio de Educación de la Nación y del Ministerio de Educación de la Ciudad de Buenos Aires.

manipulación de materiales concretos y estructurados, e instala una diferenciación respecto de la enseñanza clásica centrada en la algoritmización, la mecanización, la repetición, la memorización. Expone con claridad un análisis crítico de la enseñanza usual o tradicional de la matemática y presenta orientaciones generales para el tratamiento de los contenidos subsumidos a los núcleos interdisciplinarios. Sin embargo, la definición de los contenidos matemáticos responde a la misma perspectiva clásica que se cuestiona.

La Ciudad de Buenos Aires está actualmente en un proceso de producción de materiales curriculares para docentes de adultos e iniciando la elaboración de documentos preliminares para un nuevo diseño curricular.[1] En consultas informales en instancias de capacitación docente o desarrollo curricular hemos podido inferir que la selección de los contenidos a trabajar en matemática se realiza sin consultar el diseño curricular vigente de adultos, y en general tampoco el de la primaria "común". Podríamos decir que existe un currículum tácito vigente y compartido, que si bien no está escrito, incluye los contenidos básicos de la enseñanza primaria distribuidos por ciclo: numeración y operaciones en primer ciclo, fracciones y decimales en segundo ciclo, medidas de longitud, capacidad y peso, área y perímetro, geometría en el tercer ciclo, etc. Muchos docentes comentan que la fuente para seleccionar contenidos y propuestas didácticas son los materiales curriculares y libros de texto elaborados para la educación primaria común, y que los adaptan a la población adulta modificando los contextos.

También hay en circulación un listado de contenidos o programa realizado por un grupo de supervisores y que tiene cierto reconocimiento entre los docentes del nivel y el área. En este documento de apenas dos hojas aparece un listado de contenidos para los tres ciclos conjuntamente organizados por ejes o grandes temas:

Numeración:

Números naturales, racionales y decimales.

Razones y proporciones.

SIMELA;[2] polígonos y cuerpos.

Al interior de cada uno de estos títulos hay un listado de los conceptos que involucra. Por ejemplo, para números naturales:

Situaciones problemáticas aplicando las cuatro operaciones.

Relación entre la suma y la resta. Propiedades.

Relación entre la multiplicación y la división. Propiedades.

---

[1] En la Ciudad de Buenos Aires se elaboraron dos materiales de desarrollo curricular para la enseñanza del cálculo mental y de la proporcionalidad formados por un documento para el docente y otro para los alumnos. Estos materiales fueron producidos en el marco de interacciones con docentes que implementaban las propuestas didácticas (Broitman 2007, 2011). Las acciones realizadas desde el Ministerio de Educación para su impresión y difusión han sido notoriamente insuficientes para impactar en el sistema. La escuela de Capacitación Docente de la Ciudad de Buenos Aires (CePa) organiza cursos de capacitación para docentes de adultos en los que estos documentos son abordados; allí concurren entre 100 y 150 docentes de adultos de primaria por año. Otros documentos preliminares para la elaboración de un nuevo diseño curricular están en proceso de producción (sobre el enfoque didáctico y la posible distribución de contenidos). El equipo de adultos de la Dirección de Currícula y Enseñanza debe enmarcar sus producciones en el acuerdo del Consejo Federal de Educación (Resolución CFE Nº 118/10). En septiembre de 2010 este consejo produjo un documento base y otro denominado Lineamientos Curriculares en los que establecieron criterios que contribuyan a las transformaciones de programas, modalidad de cursadas, tiempos, organización curricular, condiciones de terminalidad, formación docente y enfoques para la enseñanza de la Educación Permanente de Jóvenes y Adultos (EPJA). Este acuerdo compromete a cada provincia a realizar las acciones necesarias para su cumplimiento. El Ministerio de Educación de la Ciudad no está implementando actualmente acciones para poner en marcha estas transformaciones que exigirían una revisión profunda de las cuatro modalidades descriptas, así como de los espacios físicos, la gestión institucional y la perspectiva curricular.

[2] Sistema Métrico Legal Argentino.

Ecuaciones.

Operaciones inversas.

Moda y frecuencia.

Cuadros. Potencia: cuadrado y cubo de un número.

Múltiplos y divisores. Divisibilidad: criterios.

Sin duda este listado de contenidos intenta organizar o compensar lo que no aparece con claridad en el diseño vigente de adultos. También es posible reconocer una perspectiva clásica de recorte de resultados matemáticos a enseñar, enfoque muy diferente del adoptado en la producción curricular vigente de la escuela primaria común.

Si bien no ha sido nuestra intención documentar el análisis de las prácticas vigentes de enseñanza de las matemáticas, a través de instancias de capacitación y desarrollo curricular,[1] hemos podido relevar una permanente tensión en la educación de jóvenes y adultos. A pesar de la notoria ausencia de producción didáctica para docentes o materiales destinados a alumnos, entre los materiales y las propuestas didácticas –elaboradas tanto por diferentes organismos públicos como por docentes– pudimos identificar que en la enseñanza de matemática para adultos de nivel primario priman dos perspectivas. En la primera de ellas, una perspectiva clásica o tradicional, se inicia la enseñanza desde el supuesto de que los alumnos adultos nada conocen de ellos. Se realiza una comunicación secuenciada de los temas escolares, se comunican definiciones, propiedades matemáticas y algoritmos. Obviamente este enfoque no es restrictivo de la enseñanza a adultos:

> *Hasta la fecha, ha predominado una concepción según la cual basta con descomponer un saber, en su modalidad cultural, en pequeños trocitos aislados, y luego organizar su ingestión por los alumnos, en períodos breves y bien delimitados, según secuencias determinadas sobre la base del análisis del propio saber. Esta manera de organizar la enseñanza no atribuye importancia al contexto específico donde los conocimientos son adquiridos, ni a su significación y valor funcional, durante su adquisición.* (Gálvez G., 1994: 45-46).

Un efecto de esta perspectiva es la renuncia al sentido de los conocimientos. En el caso de los adultos, estos son vistos como consumidores de contenidos predeterminados. No se realizan modificaciones sustantivas en los contenidos por tratarse de una población adulta, tampoco en su secuenciación, ni siquiera en su tratamiento didáctico. De algún modo hay una negación implícita sobre los conocimientos ya disponibles de los alumnos y una pauperización de los conocimientos matemáticos circulantes.

En aparente oposición a la perspectiva tradicional, en la enseñanza de adultos se encuentra vigente un discurso centrado en la utilidad y el valor práctico de los conocimientos matemáticos a enseñar, una elección y una prioridad del uso de contextos conocidos por los alumnos. También en este enfoque hay marcas que permiten identificar ideas sobre la enseñanza que exceden el trabajo con los adultos. En América latina, la reforma de las matemáticas modernas, vino "de la mano" del discurso pedagógico circulante en la época, promovido por el movimiento llamado Escuela Nueva, que criticaba del modelo tradicional la concepción acumulativa y memorística (Montessori, Froebel, etc.). Estas corrientes escolanovistas promulgaban la necesidad de "despertar el interés" de los alumnos y consideraban que era preciso buscar como "motivación" las relaciones entre los objetos matemáticos y la "vida cotidiana". En este enfoque se fortalecieron las ideas "activistas" acerca de que se aprende "haciendo", en oposición a las perspectivas más clásicas, que consideraban que la matemática se aprende mirando, practicando, repitiendo y memorizando. Por otro lado, aparece con énfasis el discurso sobre la importancia de integrar las

[1] Las capacitaciones a docentes de adultos han sido dictadas entre los años 2009 y 2011 en el marco de la Escuela de Capacitación Docente de la Ciudad de Buenos Aires, y las acciones de desarrollo curricular han sido realizadas entre los años 2006 y 2011 en el marco de la Dirección de Currícula y Enseñanza, Dirección de Planeamiento, ambas pertenecientes al Ministerio de Educación de la Ciudad de Buenos Aires.

áreas en proyectos temáticos que engloben un tema o un interés extramatemático. Estas ideas sobre la enseñanza de la matemática han tenido una vigencia en la educación primaria común de los años 1960 y 1970, y actualmente continúan vigentes en la educación de adultos.[1]

En alguna medida creemos que en esta perspectiva se desvaloriza también al sujeto adulto, tratándolo solamente como un trabajador que no puede entrar al mundo más amplio y abstracto de la matemática. En la primera perspectiva, tradicional o clásica, el sujeto de aprendizaje matemático es visto como un alumno/niño pero "tardío", sin tomar en cuenta, de alguna manera, sus conocimientos y su condición de adulto. En la segunda perspectiva el sujeto de aprendizaje es visto como un trabajador o como un "ama de casa", desconociendo sus posibilidades (y sin duda sus deseos) de ser un alumno que estudia y aprende porciones de las matemáticas no necesariamente útiles para las prácticas cotidianas.

El criterio de selección de contenidos restringidos al supuesto "uso social" tiene el riesgo de excluir contenidos escolares de matemática de 2º y 3er ciclos de la escuela primaria y que son también requeribles en los inicios del nivel medio. ¿Hay acaso un único "uso social" de las matemáticas? En realidad en esta perspectiva se considera "uso social" prejuzgando un anticipado y limitado uso vigente de unas supuestas prácticas familiares y laborales sin ampliación al uso social en porciones más amplias de la cultura.

Señalamos que a pesar de que ambos discursos sobre la enseñanza de la matemática a adultos se presentan casi como opuestos, en muchos casos, en la enseñanza en el aula, terminan tratando los contenidos de la misma manera. Dada la complejidad de organizar la enseñanza del 2º y el 3er ciclos a través de esta clase de proyectos integradores, los docentes introducen un nuevo tema a partir de una situación cotidiana, laboral o doméstica, pero luego, inmediatamente, se ven exigidos a abordar su comunicación y sistematización trabajando en clases tradicionales de matemática. El diseño curricular vigente de adultos de la Ciudad de Buenos Aires presenta una selección y una formulación clásicas de contenidos al interior de los núcleos problemáticos, como hemos ejemplificado anteriormente.

A diferencia de las dos perspectivas mencionadas, consideramos que la escuela primaria debe proveer a los alumnos un caudal de conocimientos que los ayuden a mejorar sus prácticas instrumentales de uso social, pero también permitirles la apropiación de conocimientos y prácticas propias de esta disciplina. Un desafío es cómo articular los conocimientos llamados de uso social (ya disponibles o a construir en la escuela) con una entrada a cuestiones intramatemáticas que

---

[1] Estas ideas también se encuentran presentes en diseños más actualizados de nuestro país. Veamos cómo las expresa el actual Diseño Curricular Jurisdiccional para Jóvenes y Adultos de la Provincia de Santa Fe (2006):

Se ha optado por un modelo curricular estructurado en ejes temáticos integrados, que responden a contenidos pedagógicos seleccionados, organizados, secuenciados y pensados desde la realidad y el interés de los sujetos y de su comunidad, y a temas que resultan de acontecimientos importantes producidos en el país o en otros países del mundo. Abordar estos problemas desde el aporte de las distintas áreas implica un modo de organización que se conoce como enfoque globalizador. Este permite que el estudio de los distintos fenómenos sea presentado con más coherencia y sentido para el alumno, quien tendrá, a su vez, mayores probabilidades de construir los nuevos aprendizajes de una manera integrada, para favorecer una comprensión más acabada de la realidad. (Ministerio de Educación, Provincia de Santa Fe, 2006:17)

En el ámbito institucional y áulico se pretende la elaboración de: proyectos y/o unidades didácticas globalizados, planteados a partir de las necesidades e intereses de los alumnos y su contexto, cuyo análisis, comprensión y valoración trascienda el ámbito de cualquiera de las áreas del currículum. Se pretende, además, extender las fronteras de lo local para abordar la comprensión de problemáticas éticas, filosóficas, políticas, culturales, sociales y de salud, más abarcativas y complejas. Estos proyectos integrados o investigaciones de temáticas que formulen los alumnos y que sean de proyección comunitaria y/o institucional en pos del abordaje de problemas de su vida y de su comunidad, se podrán plantear tanto en recorridos temporales cortos como atravesando la organización del proyecto anual institucional y/o áulico. En este último caso, se deberían diseñar distintas alternativas de solución a problemas tales como: "la basura en el barrio"; "los adolescentes y las adicciones"; "los servicios que se ofrecen y/o que faltan en la comunidad"; "la relación entre instituciones y/o parcialidades del barrio", etcétera. (Ministerio de Educación, Provincia de Santa Fe, 2006:19).

En el mismo diseño curricular se presentan los tres ejes en los que se organiza el tratamiento de los contenidos de matemática: *La vida cotidiana, Educación y trabajo y Fortalecimiento de la ciudadanía*. En este enfoque el discurso sobre la enseñanza está centrado en el aprendizaje de conocimientos matemáticos que le permitan a los alumnos resolver problemas de la economía doméstica o de ámbitos laborales ligados a prácticas técnico-profesionales. Vemos como, sin duda, en esta perspectiva no se desconocen los conocimientos prácticos de los alumnos ni se renuncia al sentido o las funciones de los conocimientos; pero ambos restringen y conciben lo utilitario tanto como fuente de selección de contenidos y contextos, como de "punto de llegada" o finalidad de la enseñanza.

también forman parte de la currícula escolar y que no necesariamente serán usadas por los alumnos en su vida extraescolar.[1] Si bien retomaremos estas cuestiones en capítulos siguientes, no queremos dejar de señalar un riesgo en los enfoques instrumentalistas e integradores: enseñar a los sectores más excluidos y desfavorecidos unas matemáticas "útiles" (prácticas) dejando las matemáticas formativas, "cultas" o "teóricas", para las clases medias y altas.

> *La escuela existe para llevarnos más allá de nuestro horizonte inmediato, para abrirnos a otros mundos posibles.* (Dirección de Currícula de la Secretaría de Educación de la Ciudad de Buenos Aires, 1999:38).

Compartimos las palabras de Patricia Sadovsky, Bernard Charlot, Alicia Ávila e Yves Chevallard sobre esta disyuntiva:

> *En el pensamiento de muchísimas personas que trabajamos en educación habita la idea de que para los sectores populares la escuela es una oportunidad privilegiada de acceder a los productos de la cultura que la sociedad considera valiosos para la formación de los jóvenes, y aunque esto no suponga mejoras –ni inmediatas ni remotas– en la escala social, puede implicar una transformación subjetiva atravesada por el trabajo intelectual del alumno, que sin duda lo posicionará en la sociedad con más y mejores herramientas*. (Sadovsky, 2005b: 10-11).

> *Pero es bueno comprender que, pedagógicamente, lo que es interesante en un problema no es que sea útil, sino que sea un verdadero problema, con un sentido para el alumno.*
> *Hay, en mi opinión, una motivación más importante que la utilidad: el desafío que le plantea al alumno el problema en tanto que es un problema. Lo que es importante para el alumno no es conocer la solución, es ser capaz de encontrarla por sí mismo y de construir así, a través de su actividad matemática, una imagen positiva de sí mismo, valorizante frente a las matemáticas.*
> *La recompensa al problema resuelto no es la solución del problema, es su éxito personal al resolverlo por sus propios medios, es la imagen que puede tener de sí mismo como alguien capaz de resolver problemas, de hacer matemáticas, de aprender.* (Charlot, 1991:9).

> *No se trata de precisar los límites del currículum haciéndolos corresponder unívocamente con necesidades y contextos de aprendizaje presupuestos, como si estos fueran inmutables. El camino a seguir no sería construir un currículum para campesinos o para mujeres o para jóvenes urbanos. El contexto de aprendizaje formal no puede ni debe mantener permanente identidad con un contexto vital. De hacerse así, se estaría instruyendo para dar respuestas a las necesidades presupuestas del "medio"; se empobrecería la formación de los jóvenes y adultos y se abandonaría la tarea igualmente importante de ofrecer experiencias que amplíen los conocimientos, la capacidad de abstracción y los horizontes de las personas.* (Ávila, 1996:7).

> *La escuela es el lugar por excelencia donde se explora el mundo, donde se aprende a conocer el mundo, para estar en relación con él. Esta exploración tiene sus formas. Para explorar este mundo, se explora sobre los saberes. Los saberes son las botas de siete leguas de la exploración a la que la escuela nos invita. Los saberes no están allá para satisfacer de entrada nuestras necesidades personales, sino para revelarnos necesidades sociales, y nos permiten, más tarde, actor o espectador, contribuir a responder a esas necesidades.* (Chevallard, s/f: 3).

---

[1] Algunos ejemplos de los muchos contenidos de la escuela primaria que podríamos considerar que exceden el uso doméstico y cotidiano podrían ser el conocimiento de la recta numérica, operar con números racionales más allá de fracciones con medios y cuartos, o con expresiones decimales que excedan los contextos del dinero y la medida, la noción de densidad en los números racionales, el análisis del sistema métrico legal desde un punto de vista que permita vincularlo con el sistema de numeración decimal posicional, el estudio de propiedades de las figuras y los cuerpos geométricos, cierta iniciación al uso de las letras para resolver problemas que involucran variables o incógnitas, etcétera.

Respecto de esta tensión también traemos la posición crítica sobre los discursos y las prácticas vigentes recién mencionados que adopta la Propuesta Curricular de Matemática para Alfabetización y Nivel Primario de Jóvenes y Adultos para la Provincia de Córdoba:

> *Sin embargo, un currículo no debería solamente apoyarse en una cultura de la utilidad, y debería plantearse también como finalidad contribuir al desarrollo personal y a la participación social del actor en su entorno.*
> *Así, sería altamente deseable brindar a los adultos la oportunidad de experimentar la matemática como una disciplina viva, en la que se pueden tomar decisiones, y que es una poderosa herramienta para abordar problemas que competen a un ciudadano participativo; y ofrecer los conocimientos básicos que permitan al sujeto profundizar su formación académica o profesional, tenga o no la posibilidad cierta de seguir sus estudios.* (Gobierno de la Provincia de Córdoba, 2008:40).

En el capítulo 3 traeremos de manera detallada las voces de los alumnos que constituyen nuestros casos con respecto a sus deseos de aprender. Todos ellos nos dicen bastante respecto de esta limitación de pensar la enseñanza de las matemáticas útiles:

> —*¿Y hay algo que te gustaría aprender de matemática en la escuela?* (Entrevistadora).
> —*Todo.* (Isabel)
>
> *Porque yo, vos podés saber un poco pero no todo de adónde termina la matemática, ¿no? Este recién es el comienzo. Todavía nos espera un camino largo de matemática.* (Claudio).
>
> *Y quiero aprender todo, lo máximo, lo máximo.* (Vicente).
>
> *(…) No sé si eso es álgebra o qué es eso, o es quebrar, no sé, no entiendo, pero la cosa que eso quisiera aprender más, no estar todo oculto detrás mío, no sé nada de eso.* (Julia).

• • •

Hemos presentado un breve panorama sobre la situación mundial del analfabetismo y la desescolarización en el mundo, para luego centrarnos en la Argentina y en la Ciudad de Buenos Aires. Asimismo, incluimos una síntesis de la actual oferta educativa de nivel primario para adultos. Finalmente, analizamos algunas tensiones vigentes en la enseñanza de la matemática a adultos.

En el capítulo siguiente presentaremos el problema y las preguntas de investigación, los marcos teóricos y conceptuales de referencia, la perspectiva metodológica adoptada y los estudios y las investigaciones que se consideran antecedentes del presente trabajo.

Capítulo 2. Marco teórico metodológico

A lo largo del capítulo 1 presentamos un análisis acerca del estado de la educación de adultos a nivel mundial en el que se plantearon algunos problemas actuales en torno a las nociones de analfabetismo, de joven y de adulto, y en el que intentamos comunicar la magnitud de la problemática. Hemos focalizado en la posición de la Argentina y de la Ciudad de Buenos Aires, enfatizando cómo –a pesar de sus condiciones privilegiadas desde una perspectiva cuantitativa y comparativa con otras regiones del mundo– pensar la educación de adultos involucra a una gran cantidad de personas que, producto de la exclusión económica y social, han sido víctimas de la exclusión educativa en su infancia. Asimismo, presentamos un breve panorama de la oferta educativa actual para la enseñanza primaria de adultos de la Ciudad de Buenos Aires y nos introdujimos en algunos debates propios de las perspectivas curriculares de la enseñanza de las matemáticas.

En este capítulo presentamos el problema y las preguntas de la investigación, los marcos teóricos y conceptuales de referencia. Luego realizamos un estado del arte de los estudios sobre el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas a alumnos adultos poco alfabetizados y mencionamos los principales antecedentes de investigaciones sobre el aprendizaje y la enseñanza de la numeración a niños pequeños que son referentes para este trabajo. Finalmente presentamos la perspectiva metodológica adoptada para este estudio.

2.1 El problema de investigación

En este estudio buscamos analizar la relación con las matemáticas de los adultos que inician la escuela primaria, sus ideas sobre el aprendizaje y la enseñanza, y su propia perspectiva respecto de su posición como usuarios o productores de conocimientos matemáticos. Intentamos también atrapar algunos aspectos de su estado de conocimientos matemáticos en torno a la numeración y al cálculo. Se ha buscado entender la génesis de sus movilizaciones y cómo se piensan a sí mismos en un futuro posible mediatizado por nuevos aprendizajes matemáticos. Buscamos comprender aquello que ha favorecido la producción de sus conocimientos disponibles y de sus actuales deseos de aprender matemática. Nos interesa develar cuál ha sido y cuál es el sentido de aprender matemática para ellos y comprender cómo se constituyó. Nuestra intención de relevar sus conocimientos aritméticos no obedece a una perspectiva puramente descriptiva sino que intentamos comprender cómo esos conocimientos están atravesados por el sentido que han tenido y tienen para ellos.

Algunas de las preguntas que han guiado este estudio son las siguientes:

- ¿Cuáles han sido las trayectorias escolares y extraescolares de los adultos que inician la escuela primaria? ¿Cuáles han sido sus trayectorias matemáticas? ¿Qué los movilizó a aprender aquello que ya saben? ¿Cuándo y bajo qué condiciones lo aprendieron?
- ¿Para qué o por qué los alumnos adultos están hoy en la escuela primaria? ¿Qué quieren aprender de matemática en la escuela? ¿Por qué?
- ¿Cómo se perciben a sí mismos como estudiantes, como usuarios y como productores de matemática?
- ¿Reconocen y valoran sus propios conocimientos? ¿Reconocen situaciones en las que han sentido placer en resolver algún problema o en enseñarle algo de matemática a otra persona? ¿Identifican situaciones en las cuales sus conocimientos fueron insuficientes?
- ¿Cómo se posicionan respecto del conocimiento matemático a enseñar en la escuela? ¿Cómo interactúan con otros alumnos? ¿Cómo es su posición frente a sus propias producciones? ¿Se disponen a revisarlas? ¿Aceptan involucrarse en un momento de trabajo productivo de nuevos conocimientos?

- ¿Hay alguna relación entre las posiciones subjetivas y la disponibilidad de conocimientos? ¿Cómo influyen las diferentes razones para estudiar con respecto a los intentos de movilizar un trabajo productivo en matemática?
- ¿Qué concepciones tienen sobre la matemática, la matemática escolar, su enseñanza y su aprendizaje? ¿Cuáles son sus ideas respecto del éxito y el fracaso en matemática?
- ¿Cuáles son sus conocimientos sobre la numeración? ¿Leen, escriben y comparan números de diversa cantidad de cifras? ¿Producen escrituras no convencionales? ¿Son las mismas que las que producen los niños?
- ¿Reconocen y utilizan la información que brinda la escritura numérica sobre el valor posicional como medio para resolver problemas? ¿Qué lugar ocupa el contexto del dinero en estos conocimientos?
- ¿Cómo resuelven problemas que involucran a las cuatro operaciones? ¿Qué estrategias de cálculo utilizan? ¿Qué resultados de cálculos tienen disponibles? ¿Qué recursos de cálculo mental manejan? ¿Qué estrategias de cálculo escrito usan o conocen?

Es importante aclarar que no todas estas preguntas serán respondidas puntualmente pero en todos los casos han marcado una dirección y orientado las cuestiones a analizar.

Al iniciar nuestro estudio teníamos las siguientes conjeturas (que serán retomadas, explicadas o discutidas en capítulos siguientes):

- Los adultos poseen más conocimientos de los que ellos mismos identifican. Ellos pueden desvalorizar los recursos espontáneos e intuitivos propios –aunque estos les sean útiles para resolver problemas– y sobrevalorar algoritmos y otros formatos de presentación escolar de los contenidos.
- Los contextos laborales y las historias escolares, propias y de otros miembros de la familia, producen diferencias en términos de conocimientos disponibles adquiridos en contextos extraescolares.
- Es posible que experiencias escolares de abandono o fracaso hayan generado un sentimiento de rechazo o temor hacia la matemática, en especial hacia objetos reconocibles socialmente como contenidos escolares. Tal sentimiento puede revertirse, en condiciones que habiliten una entrada a la matemática ligada al goce intelectual y a la experiencia de poder.
- Los adultos utilizan conocimientos sobre el valor posicional en el contexto del dinero, pero no para resolver problemas anticipatorios fuera de este contexto. En la escritura de números de varias cifras aparecen dificultades relacionadas con el valor posicional (escrituras aditivas de números, confusiones con ceros).
- Los adultos jóvenes aceptan involucrarse en una actividad intramatemática[1] y en prácticas matemáticas[2] vinculadas con la numeración y el cálculo con más facilidad que los mayores.
- Las diferentes razones por las cuales los adultos deciden aprender matemática influyen sobre su movilización hacia un trabajo matemático productivo. La participación en

[1] Nos referimos a la resolución y el análisis de problemas matemáticos que no se presentan contextualizados de manera externa.
[2] Nos referimos al conjunto de prácticas que forman parte de un espacio de producción matemática tanto para el ámbito de la propia disciplina como para el ámbito escolar. Por ejemplo: comparar estrategias de resolución, analizar diferentes formas de representación, analizar errores, discutir el dominio de validez de una propiedad, elaborar conjeturas y ponerlas a prueba, etcétera.

experiencias de aprendizaje en las aulas que apuntan a un trabajo matemático pueden promover algunos cambios en las relaciones de estos alumnos con el saber matemático.

- Hay distintas razones por las cuales "vale la pena" aprender matemática. Suponemos que para algunos alumnos adultos será simplemente un medio de obtener un certificado escolar. Otros podrían estar interesados en obtener recursos matemáticos para ayudar en las tareas escolares a hijos o familiares a cargo. Algunos, para quienes el nivel primario es un puente entre una trayectoria escolar interrumpida y el paso futuro a la escuela media, saber más matemática puede tener sentido para ascender a otros niveles de escolaridad. Es posible que muchos adultos perciban que ciertos conocimientos son necesarios en la vida cotidiana o en el trabajo.

Antes de avanzar se torna preciso explicitar cuáles han sido los marcos teóricos y conceptuales adoptados para formular el problema y tomar decisiones metodológicas, asuntos que se despliegan en el apartado siguiente.

2.2 Marcos teóricos y conceptuales de referencia

Tomaremos para este estudio dos marcos referenciales principales: La Relación con el Saber y algunas teorías didácticas que forman parte de la Didáctica de la Matemática francesa. Los problemas que intentamos estudiar nos exigen una mirada sobre el sujeto que complemente puntos de vista y dimensiones diferentes. Explicaremos entonces los aportes de las diversas teorías. Luego retomaremos el análisis acerca de la complementariedad de recurrir a herramientas conceptuales de ambas perspectivas simultáneamente para enriquecer la mirada sobre la población adulta que inicia la escuela primaria.

Un marco teórico que proporcionó herramientas conceptuales para estudiar las relaciones entre los sujetos y el saber matemático es la *Relación con el saber,* de Bernard Charlot (1997). En trabajos sucesivos Charlot analiza de qué manera la interpretación de las concepciones reproductivistas de las décadas de 1970 y 1980 convirtieron la cuestión del fracaso en una especie de "malformación hereditaria", a través de la cual estaría casi predeterminado el fracaso en la escuela para los niños y adolescentes de sectores populares. El problema del llamado fracaso escolar es sin duda un problema social y político. Pero para este autor el origen social de los alumnos no puede usarse para fundamentar la fatalidad del éxito o el fracaso. Si bien existe una alta correlación entre clase social y éxito escolar, la correlación en sí no es explicativa de los procesos que intervienen. Considera que la posición de los padres no determina directamente su éxito o fracaso escolar sino que produce efectos indirectos y no determinantes. Se pregunta por qué algunos alumnos que provienen de sectores desfavorecidos culturalmente tienen éxito en la escuela y otros, de clase media, fracasan. Se propone así estudiar las aparentes excepciones o desvíos a la supuesta reproducción (éxitos o fracasos "atípicos") para comprender los fenómenos que intervienen y las transformaciones o modificaciones que operan. Así, emplea el concepto "relación con el saber" para ampliar la mirada sobre los procesos particulares, sobre cómo cada sujeto construye su propia posición.

Charlot es uno de los principales referentes de esta noción, originada en el psicoanálisis,[1] que permitió abordar el fracaso escolar desde una perspectiva que incluye una mirada sobre el sujeto, en particular sobre su deseo de saber y de aprender, sobre la posición subjetiva respecto del conocimiento. En oposición a la idea de que a quienes no aprenden "les falta algo", se pregunta por el deseo de saber de los alumnos en la escuela. Para este autor, la relación con el saber también es una relación consigo mismo, con los otros y con el mundo. La noción de relación con el saber no elimina las raíces socioculturales de esos deseos, pero invita a interpretar de otra manera los problemas en torno del fracaso de la escuela o de los alumnos. El sentido de la construcción de los conocimientos matemáticos, las formas en las que se produce un trabajo del pensamiento para la actividad matemática, el deseo de saber más allá de la utilidad de los

[1] La expresión "relación con el saber" aparece en Lacan en 1966 y es usada por Bourdieu y Passeron en 1970. Luego es tomada a partir de los años 1980 por Chevallard en el área de Didáctica de Matemática, por Charlot desde una perspectiva sociológica y por Beillerot y por Blanchard-Laville desde un abordaje más psicoanalítico (Charlot, 1997).

conceptos y la idea de uno mismo como productor parecen ser nuevas perspectivas de estudio de estos problemas. La "relación con el saber" es para Charlot una pregunta que debe llevarnos a interrogarnos sobre la cuestión del sentido y de la actividad.

Para este autor la relación con el saber es un enfoque, una manera de mirar los problemas. Charlot analiza el sentido que los sujetos confieren a su posición social objetiva de la realidad en la que viven y analiza cómo es preciso distinguir y conocer también su *posición social subjetiva,* es decir, la manera en la que los sujetos aceptan, rechazan, reivindican su posición comportándose desde una posición diferente, imaginaria, deseada, construida.

Un concepto central en esta teoría es el de *movilización*. Para Charlot la movilización implica la idea de movimiento desde el interior (a diferencia de la idea de motivación, que implica que el sujeto es motivado por alguien o algo desde el exterior). Movilizar implica poner los propios recursos en movimiento, hacer "uso de sí mismo como un recurso", lo que involucra la idea de investirse[1] a sí mismo. Es comprometerse en una actividad porque se está llevado por móviles y se tienen buenas razones para hacerlo. Analiza la importancia de comprender los móviles de la movilización, las razones que llevan a un sujeto a ponerse en actividad, en movimiento, a investirse, a capturar cuál es el sentido que él mismo le otorga a la actividad, cuál es el valor que le asigna. Y también el autor confiere a la escuela la responsabilidad de abonar a esta movilización.

> *El concepto de movilización implica la idea de movimiento. Movilizar, es poner en movimiento; movilizarse es ponerse en movimiento. Es para insistir sobre esta dinámica interna que empleamos el término de "movilización" con preferencia al de "motivación". La movilización implica que uno se moviliza (desde "el interior"), mientras que la motivación pone el acento sobre el hecho de que se está motivado por alguien o alguna cosa ("desde el exterior").* (Charlot, 1997 [2006: 63][2]).

Otro concepto central es la idea de *sentido*.[3] Una palabra, un enunciado o un acontecimiento son puestos en relación con otros en un sistema, tienen sentido para un individuo en la medida en que le permite significar algo que le sucede y que tiene relaciones con otros aspectos de su vida, o con ideas que ha pensado, problemas que se ha planteado. El sentido es producido por una

---

[1] El concepto de investimiento originado en el psicoanálisis refiere al proceso de "cargar" un objeto o sujeto de un afecto positivo, de un plus que lo distingue. Investir implica otorgar un valor particular, positivo, que le da un sentido especial. Cuando se inviste a otro sujeto se le reconoce un poder. Charlot se refiere al proceso de investirse, es decir, empezar a reconocerse a sí mismo como alguien capaz, que puede aprender, fortalecido.

[2] En adelante el año entre corchetes se usará para referirnos a la edición de la que se toma el número de página.

[3] La noción de sentido es usada también en Didáctica de la Matemática con otros significados. Se reconoce que hay diferentes aspectos (sentidos) de los objetos matemáticos que no son directamente comunicables con las definiciones matemáticas, aunque un análisis matemático del concepto permita identificar que son inherentes a él. Un problema didáctico es que esos distintos aspectos de un conocimiento son construidos por un sujeto que aprende. Para Charnay (1994) se construye el sentido de un conocimiento en dos niveles: un nivel externo que es el campo de utilización de ese conocimiento y los límites en los que ya no es un medio de solución, y un nivel interno que involucra conocer cómo funciona esa herramienta y por qué. Para Brousseau (1983) el sentido de un conocimiento matemático se define por la colección de situaciones que lo originaron, la colección de situaciones donde se lo usa como medio de solución y el conjunto de concepciones que rechaza, errores que evita, economía que procura y formulaciones que retoma. En otro texto Brousseau (1988) plantea que el sentido se compone del tejido de reformulaciones y formalizaciones (formas de representación), del tejido de razonamientos y pruebas, de los modelos implícitos asociados a él y de las relaciones entre los tres diferentes componentes. Esta última definición de sentido está en relación con los tipos de situaciones adidácticas, es decir, con las diferentes maneras en las que funciona el saber matemático (acción, formulación, validación, institucionalización). Para Vergnaud (1990) el sentido de un concepto involucra, entre otras cuestiones, el conjunto de situaciones que un concepto permite resolver, el conjunto de propiedades, de formas de representación y de conocimientos implícitos. Chevallard usa el término cuando analiza (1997) en los procesos transpositivos los riesgos de pérdida de sentido: el saber a enseñar debe conservar ciertos rasgos del saber erudito, como algunas de sus propiedades o que permita resolver problemas similares a aquellos que le dieron origen.

En estos autores la noción de sentido remite a preguntas didácticas: ¿cómo construyen los alumnos en la escuela el sentido de los conocimientos matemáticos?, ¿cómo hacer vivir en la escuela conocimientos que no pierdan su sentido?, ¿cuáles de los sentidos que dieron origen a un conocimiento es posible que atrape un alumno que aprende?, ¿cuáles son los diferentes sentidos de cada concepto que un alumno puede construir según su sistema de conocimientos disponibles? En esta tesis usaremos el término "sentido" principalmente en el marco de la Relación con el saber y aclararemos si lo usamos en alguna de estas otras acepciones didácticas.

puesta en relación, en el interior de un sistema o en las relaciones con el mundo o con los otros. Pero el sentido se transforma, algo puede adquirir sentido, perder su sentido o cambiarlo por la dinámica propia o por su confrontación con los otros y con el mundo.

Charlot plantea que el sujeto cuya relación con el saber estudiamos es un ser humano llevado por el deseo, abierto sobre un mundo social en el que ocupa una posición y es activo, se constituye a través de procesos psíquicos y sociales que pueden analizarse y articularse conceptualmente. El sujeto de saber despliega una actividad que le es propia: argumentar, verificar, demostrar, probar. Pero tomar partido por la razón y el saber es también cargar con exigencias y prohibiciones respecto de sí mismo en relación con los otros. Las relaciones de saber no solo son epistemológicas, también son relaciones sociales.

Esta perspectiva nos ha enseñado a mirar el tipo de vínculo que los alumnos tienen con la matemática, a preguntarnos qué significa para nuestros cinco sujetos entrevistados ir a la escuela, saber, aprender, usar o estudiar matemática. Estas ideas implican reconocer que existe una relación subjetiva con cierto campo de conocimientos (Charlot, 1991, 1997, 2005, 2009; Silva, 2008) y que además, esta relación se ha ido transformando y sigue en movimiento.

Esta teoría nos ofrece herramientas conceptuales y metodológicas para la comprensión de las relaciones con el saber matemático, con la matemática escolar y con la propia imagen como usuarios y productores de conocimientos matemáticos de los jóvenes y adultos que inician o reinician su escolaridad. Para Charlot la cuestión del saber es también una cuestión identitaria, el saber puede "cambiar el mundo" del sujeto. Aprender implica volverse capaz de regular una relación con los otros, es entrar en un dispositivo relacional, apropiarse de una forma intersubjetiva, construir una propia imagen de sí mismo.

Metodológicamente los estudios de relación con el saber buscan conocer y comprender las lógicas personales, cómo los sujetos estructuran sus categorías desde las cuales miran el mundo escolar.

> *Las investigaciones sobre la relación con el saber no pueden quedar solo en las diferencias (aunque estas continúen siendo interesantes en términos heurísticos). Buscan comprender cómo el sujeto categoriza, organiza su mundo, cómo él da sentido a su experiencia, y especialmente a su experiencia escolar. A una "lectura negativa" que interpreta las situaciones y las prácticas en términos de faltas, nuestra investigación opone una "lectura positiva" que intenta identificar y conceptualizar los procesos a través de los cuales esas situaciones y prácticas se construyen. Desde el punto de vista metodológico, eso implica la recolección y el análisis de datos que tomen en cuenta el sentido que el sujeto confiere a su historia y a sus actividades: "balances de saber", entrevistas profundas que presentan una dimensión clínica, análisis de trabajos escolares, análisis de las prácticas de lenguaje expresadas en esos textos, observaciones, etc.* (Charlot, 2005:42).

En nuestro estudio, las preguntas de las entrevistas buscan conocer las historias de vida y trayectorias escolares, las "historias matemáticas de vida"[1] de cada sujeto, sus concepciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, así como sus deseos actuales, cuestiones que han sido inspiradas en este marco teórico.

Hemos explicitado el objeto de nuestra investigación. A pesar de que no es didáctica en sentido estricto, como una de sus finalidades es contribuir al estudio del aprendizaje y de la enseñanza de la matemática, otra de las disciplinas de referencia es la Didáctica de la Matemática.

Desde la Didáctica de la Matemática francesa se adopta una particular concepción de matemática y de matemática a ser enseñada en la escuela. Consideramos a las matemáticas un producto cultural y social que ha sido construido a través del trabajo humano al enfrentarse a diferentes clases de problemas y en permanente transformación. Las matemáticas no son entes abstractos que preceden a los hombres ni una acumulación de "descubrimientos"; son productos culturales condicionados tanto por los problemas como por los modos de trabajo y las normas de cada época o cultura, y resultados de las interacciones entre personas. Desde esta perspectiva, la

[1] Esta expresión ha sido tomada de la Tesis de Maestría de Fernanda Delprato (2002).

enseñanza de las matemáticas no busca solamente transmitir conocimientos matemáticos ya producidos por la humanidad, sino más ampliamente transmitir una cultura matemática, generar condiciones para involucrar a los alumnos en la actividad matemática. Se trata de que los alumnos entren en el "juego matemático"[1], se apropien de las maneras específicas de pensar y producir en esta disciplina simultáneamente con algunos de los resultados[2] de la matemática (Artigue, 1986; Charlot, 1991; Charnay, 1994; Sadovsky y Sessa, 2005; Sessa y Giuliani, 2008).

Así como la producción matemática implica tanto una construcción social en la historia del pensamiento humano como en el ámbito individual de los matemáticos que forjaron los conceptos nuevos, el estudio de las matemáticas en la escuela puede involucrar un proceso de producción de conocimientos en el marco de un trabajo colectivo en el que los conceptos se reestructuran progresivamente:

> *A esta idea de una matemática dada, opongo la idea de matemática construida, diría incluso, utilizando aquí de una manera un poco provocativa el vocabulario de la técnica, matemática fabricada. La actividad matemática no es mirar y descubrir. Es crear, producir, fabricar. Los conceptos matemáticos no son un bien cultural transmitido hereditariamente como don o socialmente como capital, sino el resultado de un trabajo del pensamiento: el de los matemáticos a través de la historia, el del niño a través de su aprendizaje.*
>
> *(…)*
>
> *Hacer matemática no es una actividad que permitiría a un pequeño número de elegidos por la naturaleza o la cultura, acceder a un mundo tan particular. Hacer matemática es un trabajo del pensamiento, que construye los conceptos para resolver problemas, que plantea nuevos problemas a partir de conceptos así construidos, que rectifica los conceptos para resolver problemas nuevos, que generaliza y unifica poco a poco los conceptos en los universos matemáticos que se articulan entre ellos, se estructuran, se desestructuran y reestructuran sin cesar.* (Charlot, 1991:3).

Esta perspectiva de enseñanza de la matemática se opone a la idea de que las matemáticas serán reveladas solamente a algunas personas por sus dones (genéticos o sociales) y en cambio invita a pensar en la matemática como una actividad accesible a todos. En nuestro estudio estas concepciones de matemática y de enseñanza de la matemática constituyen un marco de referencia al tomar como puntos de partida algunas ideas:

- Los alumnos adultos no escolarizados han tenido oportunidades para producir conocimientos matemáticos a partir de los problemas con los que se han enfrentado.
- Les es posible aprender de nuevas porciones de esta disciplina, como a todos, bajo ciertas condiciones didácticas.

Por ello en nuestro trabajo se intenta comprender cómo y en qué condiciones se han producido algunos de sus conocimientos, buscando incluso atrapar ciertos momentos de aprendizaje de nuevos conocimientos que se producen en entrevistas y clases.

Estas ideas fueron consideradas también en nuestro estudio como marco de referencia para interpretar las concepciones de matemática y aprendizaje de la matemática que pudieran estar presentes –aunque de manera implícita– en los casos analizados.

La Didáctica de la Matemática francesa adopta como propias las tesis de Piaget sobre la concepción de aprendizaje, en particular su *Teoría de la Equilibración*, que permite explicar cómo

---

[1] Esta idea de juego matemático refiere a la actividad intelectual y no a la actividad lúdica.
[2] Cuando nos referimos a resultados, no aludimos a resultados de cálculos o de problemas, sino a los de la producción matemática, a objetos matemáticos reconocidos por la comunidad de matemáticos: propiedades, teoremas, etcétera.

un sujeto pasa de un estado de menor conocimiento a otro de mayor conocimiento (Piaget, 1970; García, 2001).

> *El desarrollo en etapas constructivas con reorganizaciones sucesivas es un punto fundamental de la epistemología constructivista, porque ello supone que hay períodos de construcción, de estabilización, de desestabilización y nuevos períodos constructivos que conducen a las reorganizaciones.* (García, 2001:25).
>
> *La epistemología piagetiana nos ayuda a generar esos antídotos en la medida en que concibe al sujeto no como un pasivo receptor de percepciones provenientes de una realidad ya dada e inamovible, sino como un constructor de conceptualizaciones y teorizaciones que le permiten estructurar sus interacciones con esa realidad.* (García, 2001:31).

La concepción de construcción de conocimiento a través de períodos de construcción, otros de estabilización y nuevos períodos constructivos que conducen a las reorganizaciones –tanto en la construcción individual como en la historia de la ciencia– es también la base epistemológica de esta concepción didáctica (Brun, 1980, 1994; Lerner, 2001). Adoptar esta concepción involucra reconocer un proceso activo por parte del sujeto, quien atribuye significados a sus interacciones con los objetos. En nuestro estudio nos permite tanto interpretar los procesos constructivos de los sujetos entrevistados como intervenir buscando generar conflictos cognitivos o momentos de reorganización de los conocimientos.

Si bien las ideas de Lev Vygotsky (1934) –tomadas por Charlot en sus conceptualizaciones sobre la Relación con el Saber– no han sido utilizadas como herramientas de análisis en este estudio, es justo mencionar sus posibles aportes para ampliar el estudio de la problemática en cuestión. En la perspectiva socio-histórica de Vygotsky el aprendizaje consiste en la internalización progresiva de los instrumentos mediadores de la cultura. Una de las ideas centrales es que la cultura suministra a los individuos los sistemas simbólicos de representación y sus significaciones organizando el pensamiento para representar la realidad.

El estudio de las matemáticas extraescolares y su articulación con las matemáticas escolares puede pensarse como un proceso de apropiación personal de un saber producido colectivamente por las generaciones anteriores. Su perspectiva ilumina el marco cultural en el que se produce la transmisión de conceptos en la escuela, pero para este autor no se trata de una transmisión pasiva y directa de la cultura al individuo, sino que hay una transformación del sujeto al comprender los instrumentos de mediación cultural.

Como señala José Antonio Castorina (1996), esta perspectiva parece compatible con la perspectiva piagetiana que estudia el punto de vista del sujeto sobre esos instrumentos cuando se convierten en objetos de conocimiento.

Retomemos otras ideas y teorías producidas en la comunidad de la Didáctica de la Matemática francesa que también constituyen puntos de partida.

Merecen destacarse los aportes de Guy Brousseau (1986, 1994, 2007), entre los que sobresale su conceptualización de ciertos fenómenos que permiten describir y comprender algunos rasgos de la enseñanza clásica y de la reforma de 1960. Su Teoría de Situaciones permite modelizar la enseñanza y considerar las características más trascendentes que deberían adquirir los procesos de enseñanza para que los alumnos produzcan, formulen y validen sus conocimientos matemáticos. Las ideas de Brousseau son consistentes con la concepción de matemática anteriormente mencionada y con la perspectiva constructivista piagetiana:

> *El alumno aprende adaptándose a un medio que es factor de contradicciones, de dificultades, de desequilibrios, un poco como lo ha hecho la sociedad humana. Este saber, fruto de la adaptación del alumno, se manifiesta por respuestas nuevas que son la prueba del aprendizaje.* (Brousseau, 1986 [1993: 11]).

Se considera necesario que los alumnos se enfrenten a situaciones nuevas para poner en juego sus conocimientos previos y construir otros nuevos, en un proceso interactivo de equilibrios y desequilibrios. Brousseau conceptualiza este proceso en la noción de *situaciones adidácticas.* Se intenta que los alumnos interactúen con la situación de manera provisoria como si esta no estuviera cargada de intenciones didácticas buscando que la construcción del sentido de los conocimientos favorezca su uso ulterior en situaciones no didácticas. Se busca que el sujeto se comporte, al menos provisoriamente, como "sujeto matemático" y no solamente como "sujeto alumno".

Brousseau considera la necesidad de que el docente sea responsable de la devolución que consiste en introducir y sostener el trabajo autónomo del alumno frente a un problema.

> *El trabajo del docente consiste pues, en proponer al alumno una situación de aprendizaje para que produzca sus conocimientos como respuesta personal a una pregunta y los haga funcionar o los modifique como respuesta a las exigencias del medio y no a un deseo del maestro. Hay una gran diferencia entre adaptarse a un problema que plantea el medio, insoslayable, y adaptarse al deseo del docente. La significación del conocimiento es completamente diferente. Una situación de aprendizaje es una situación donde lo que se hace tiene un carácter de necesidad en relación con obligaciones que no son arbitrarias ni didácticas.(...) No basta "comunicar" un problema a un alumno para que ese problema se convierta en su problema y se sienta el único responsable de resolverlo. Tampoco basta que el alumno acepte esa responsabilidad para que el problema que resuelva sea un problema "universal" libre de presupuestos didácticos. Denominamos "devolución" a la actividad mediante la cual el docente intenta alcanzar ambos resultados.* (Brousseau, 1994: 66-67).

En nuestro estudio retenemos la idea de devolución al instalar y sostener en las entrevistas momentos productivos en torno a conocimientos matemáticos. El otro rol complementario del docente es la institucionalización que implica reconocer la relación entre los conocimientos producidos por los alumnos y los socialmente establecidos.

> *La consideración "oficial" del objeto de enseñanza por parte del alumno y del aprendizaje del alumno por parte del maestro, es un fenómeno social muy importante y una fase esencial del proceso didáctico: ese doble reconocimiento constituye el objeto de la institucionalización.* (Brousseau, 1994:74).

En diversas perspectivas de la enseñanza de la matemática los errores se han concebido como ignorancia de saber, distracciones o errores del material instructivo. También se dejaron de lado los errores propios de esta disciplina, mientras que la enseñanza se encaró como la transmisión del conjunto de conocimientos sistematizados por los matemáticos, enmascarando el funcionamiento de la ciencia (Brousseau, 1986; Chevallard, 1991). Sin embargo, tanto desde la perspectiva de la Psicología Genética como desde la de la Didáctica de la Matemática, se concibe que los alumnos no podrán elaborar los conocimientos sin desvíos y se considera que los errores son la expresión de una forma de conocimiento que resulta de un proceso constructivo. La superación de las dificultades forma parte de ese proceso de pasaje a un estado de mayor conocimiento.

La aparición de los conocimientos en la escena del aula –entre los cuales hay conocimientos erróneos– exige un abordaje didáctico que favorezca su explicitación, puesta a prueba y difusión. Para que se sostenga la devolución del problema, es necesario que el maestro mantenga provisoriamente la incertidumbre respecto de la validez de los resultados obtenidos. Ciertos errores de los alumnos, previstos por las situaciones de enseñanza, pasan a ser el motor de avance de la producción colectiva del conocimiento en el aula. En la organización de la clase se integran momentos en los que se simula una sociedad de matemáticos en actividad comparable a la actividad de la investigación matemática (Douady, 1986, citada en Margolinas, 1993; Brousseau, 1986, 1994, 2007).

Para nuestra investigación hemos retenido estas ideas sobre los errores como parte del trabajo productivo de los alumnos tanto en las formas de intervenir en las entrevistas respecto de los momentos de trabajo matemático como en los intercambios con la maestra previos a las observaciones de clases.

Otra teoría que abona a este estudio es la *Transposición Didáctica* de Yves Chevallard (1991), que posibilita relativizar la naturalización de los procesos de comunicación del saber matemático y enriquecer la mirada respecto de las transformaciones que sufren los objetos de enseñanza. Esta teoría –a partir del reconocimiento de que no es posible comunicar de manera directa un recorte del saber del mismo modo en el que funciona en la comunidad matemática– abona a considerar la complejidad de las reorganizaciones curriculares. Chevallard amplía su teoría incluyéndola en una perspectiva antropológica de los saberes. En líneas más amplias reformula sus preguntas analizando los procesos de transposición que ocurren en general cuando los objetos matemáticos o prácticas matemáticas viven en otras instituciones que las que le dieron origen.

> *Partamos aquí de la antropología de los saberes (o epistemología) de las matemáticas. ¿Cuál es su objeto? No "las matemáticas" como saber, sino de manera englobante, las "prácticas sociales matemáticas". O más bien aquello que denominaré por medio de un neologismo, las "prácticas sociales con matemáticas", que se realizan en esas instituciones a las que llamo "instituciones con matemáticas".*
>
> *(…)*
>
> *Vemos entonces que el territorio de la didáctica de las matemáticas es inmenso, y los terrenos del didacta de las matemáticas se encuentran virtualmente en todas partes en el espacio social. Como ya hemos observado, ese territorio excede notablemente el terruño originalmente concedido: el de las enseñanzas escolares de las matemáticas; penetra el conjunto de los usos de las matemáticas; infiltra la infinidad de los espacios en los que el saber matemático es pertinente y se observa su manipulación.* (Chevallard, 1991 [1997: 174]).

Consideramos que algunos de los resultados de este estudio pueden ser un potencial insumo para la producción curricular. Saber más sobre los conocimientos disponibles de esta población, sobre sus prácticas matemáticas, sobre su relación con las matemáticas podría abonar a la reorganización y la comunicación de contenidos, proceso que desde la perspectiva de este autor, involucra un proceso transpositivo en el que también se manipula la matemática para que viva en otras instituciones.

> *El punto de vista de la didáctica propone que el problema de la elaboración del currículo, que tradicionalmente había sido considerado como un problema esencialmente psicopedagógico, tiene un componente matemático esencial. No se trata únicamente de un problema de secuenciar y temporalizar los contenidos del currículo, sino de realizar un trabajo matemático de reorganización de los elementos técnicos, tecnológicos y teóricos que componen cada obra en base a las cuestiones a las que esta responde. Se trata, en definitiva, de una verdadera reconstrucción creativa de las obras que forman el currículo.* (Chevallard, Bosch y Gascón, 1997:127).

Sin duda el caudal de conocimientos psicológicos y didácticos producidos en los últimos 20 o 30 años sobre el aprendizaje y la enseñanza de la matemática en niños pequeños ha sido fuente para procesos de producción curricular (Dirección de Currícula, 1999, 2004; Dirección General de Cultura y Educación, 2008). Si pensamos en el currículum como un proyecto social en el que se trata de democratizar el acceso a ciertas porciones de la cultura, es preciso debatir acerca de las maneras en las que ciertos objetos matemáticos y prácticas sociales matemáticas pueden vivir en la escuela primaria. Para nuestro caso es crucial saber más de la población adulta a la que se dirige potencialmente la escuela.

La *Teoría de los Campos Conceptuales* de Gérard Vergnaud (1990) constituye también una referencia para nuestra investigación. Este autor, tomando las ideas de Piaget, parte de la idea de que un concepto no puede ser reducido a su definición si se está interesado en su aprendizaje y en su enseñanza, dado que adquiere sentido para un sujeto a través de las situaciones y de los problemas que se pretende resolver. Vergnaud plantea que un sujeto, frente a una clase de situaciones para las cuales no dispone de todas las competencias necesarias, se verá obligado a un tiempo de reflexión y de exploración, de dudas, de ensayos abandonados, a una sucesión de esquemas que pueden incluso entrar en competición y que, para llegar a la solución buscada, deben ser acomodados.

Para este autor, un campo conceptual es un conjunto de situaciones cuyo tratamiento implica esquemas, conceptos y teoremas relacionados, así como diferentes formas de representación que pueden utilizarse. Es también un conjunto de conceptos y teoremas que permiten analizar las diferentes tareas cognitivas que intervienen en las situaciones, así como las operaciones que demandan. Una de las funciones del estudio de un campo conceptual consiste en inventariar una gran gama de problemas y representaciones, asociadas con cada operación, y considerar en términos didácticos un proceso de construcción de los conceptos a largo plazo. El concepto de *variables didácticas* permite anticipar las aparentemente pequeñas variaciones en un problema que provocan cambios desde la perspectiva de quien resuelve el problema favoreciendo u obstaculizando ciertos procedimientos (Vergnaud, 1990, 1991, 1997).

> *(…) La operacionalidad de un concepto debe ser experimentada por medio de situaciones variadas, y el investigador debe analizar una gran variedad de conductas y de esquemas para comprender en qué consiste, desde el punto de vista cognitivo, tal o cual concepto.*
>
> *(…)*
>
> *Cada uno de estos conceptos comporta en efecto varias propiedades, cuya pertinencia es variable según las situaciones a tratar. Algunas se pueden comprender muy pronto, otras mucho más tarde en el transcurso del aprendizaje. Una aproximación psicológica y didáctica de la formación de conceptos matemáticos, conduce a considerar un concepto como un conjunto de invariantes utilizables en la acción. La definición pragmática de un concepto pone, por tanto, en juego el conjunto de situaciones que constituyen la referencia de sus diferentes propiedades, y el conjunto de los esquemas puestos en juego por los sujetos en estas situaciones.* (Vergnaud, 1990:7).

Las ideas de Vergnaud han estado presentes en nuestro estudio en la selección realizada de conocimientos a identificar por parte de los sujetos entrevistados. Si bien no es el objetivo de la presente investigación hacer un análisis exhaustivo de los conocimientos del campo aditivo y multiplicativo, hemos retenido su análisis sobre la diversidad de clases de problemas, sus estudios sobre las posibles estrategias de resolución de problemas, y hemos contemplado la producción y la interpretación de formas variadas de representación de cálculos. En nuestras entrevistas el concepto de variable didáctica fue central para presentar y modificar la complejidad de los cálculos y analizar avances o cambios en las estrategias de resolución.

A partir de las ideas centrales de la Teoría de los Campos Conceptuales de Vergnaud y la Teoría de Situaciones de Brousseau se han producido ingenierías didácticas para la enseñanza de las operaciones (Brousseau, 1988). Estos y otros trabajos han inspirado también en nuestro país una vasta producción didáctica y curricular de materiales dirigidos a docentes y que a pesar de no tratarse de investigaciones también constituyeron un marco referencial para nuestras intervenciones sobre el cálculo (Parra, 1994; Saiz, 1994; Dirección de Currícula, 1997; Broitman, 1999, 2005, 2007b; Dirección General de Cultura y Educación, 2008).

En particular retenemos de estos trabajos algunas ideas. Por un lado, un análisis crítico acerca de la enseñanza de algoritmos de cálculo con énfasis exclusivo en el dominio de una técnica. Por el otro lado, la convicción de que los alumnos pueden realizar una actividad de producción matemática al estudiar una gran variedad de estrategias de cálculo entre las cuales se incluyen los cálculos oral, escrito reflexionado con notaciones no convencionales, estimativo y con calculadora, así como la exploración de variadas técnicas algorítmicas.

Hasta aquí hemos mencionado las dos perspectivas principales de referencia. Antes de pasar a otros aportes, quisiéramos detenernos un instante en algunos puntos de contacto entre la Relación con el Saber y la Didáctica de la Matemática. Chevallard, por ejemplo, considera que este concepto permite enriquecer la perspectiva de los problemas didácticos:

> *(…) (El concepto de relación con el saber) Permite reformular y reproblematizar innumerables cuestiones ya trabajadas (o en el caso de algunas no trabajadas, por haber sido vistas como transparentes) y suscita, además de eso, cuestiones hasta ahora inéditas, una vez que no eran formulables en la conceptualización antigua.* (Chevallard, 1989 citado en Charlot, Silva –inédito–: 6).

Estudiar las relaciones con los saberes permite profundizar sobre las condiciones para que un sujeto se posicione como sujeto de saber en situaciones de enseñanza. Charlot analiza cómo el "yo epistémico" es una construcción del propio sujeto, pero sobre la cual la didáctica sin duda puede intervenir. Esta idea es consecuente con una perspectiva opuesta a la del "don" (a la que nos hemos referido anteriormente): no habría individuos que se posicionaran como sujetos de saber y otros que no (a priori e indefectiblemente), sino que, por el contrario, se trataría de llevar a todos los alumnos a construir el deseo de saber, de aprender, de estudiar. La teorización sobre la relación con el saber enuncia un nuevo aporte en la mirada del sujeto-alumno o del sujeto que debe tornarse alumno. La Didáctica puede albergar el estudio de las relaciones con el saber, en lugar de partir del supuesto de que por estar en la escuela el sujeto es ya un sujeto que desea saber.[1]

> *(…) El yo epistémico (esto es, el sujeto solo como sujeto de saber, distinto del yo empírico) no es dado; es construido y conquistado.*
> *(…) Considerar el yo epistémico como ya adquirido (como la didáctica tal vez intente, a veces, hacer…) es producir conocimientos que, evidentemente, son pertinentes desde el punto de vista didáctico, pero que presentan poco provecho en las situaciones concretas de aula (contextualizadas) donde la cuestión central es, precisamente, llevar al alumno a adoptar la postura del yo epistémico. Se podría por cierto, reservar a la didáctica esas investigaciones en las cuales el yo epistémico ya aparece como construido. Mientras tanto, eso nos privaría de aquello con que la didáctica puede contribuir para una comprensión de la relación con el saber. De hecho, la constitución del yo epistémico, no es solamente una condición de la situación didáctica, es también uno de sus efectos: es también a través del enfrentamiento con objetos de saber que el alumno consigue disociar el yo empírico (relacionado a la experiencia y a cuestiones como la del bien y del mal, de lo permitido y de lo prohibido) del sujeto del saber (que inscribe su actividad en un abordaje de verdad, de objetividad, de universalidad).* (Charlot, 2009:45).

La complementariedad de las dos miradas teóricas de referencia se torna fundamental en nuestro estudio, dado que nos interesa conocer una población que será potencial sujeto destinatario para la producción didáctica (como ya hemos mencionado, consideramos este estudio un posible insumo para la investigación didáctica). En un sentido amplio entonces podríamos incluir esta investigación tanto dentro de aquellas que, desde la Didáctica de la Matemática, amplían y problematizan la cuestión de la relación con el saber matemático de una población

[1] Marie Jeanne Perrin Glorian (1993), ampliando e interpelando la Teoría de Situaciones de Guy Brousseau al estudiar las clases "flojas", plantea que –tanto para que sea posible la devolución del problema como para que articule los conocimientos producidos con la institucionalización– es preciso que el alumno tenga un "proyecto de aprendizaje". Este "proyecto" implica que el alumno debe saber de antemano que será necesaria una descontextualización de los conocimientos que va a producir en situación didáctica. Esta autora estudia una gama de intervenciones del docente que podrían favorecer esta construcción por parte de los alumnos.

particular (adultos poco escolarizados), como dentro de aquellas que, desde la Relación con el Saber, se ocupan de estudiar las relaciones de una población particular (adultos poco escolarizados) con un área específica (la matemática). Más allá de estos posibles debates acerca de la inclusión de este estudio en uno o en ambos marcos referenciales, no tenemos dudas de que conocer mejor a los alumnos adultos que inician su escuela primaria, tanto desde una dimensión cognitiva, como psicológica y social, se torna necesario al formularnos preguntas sobre el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. Las dos principales perspectivas teóricas mencionadas, la Relación con el Saber y las teorías al interior de la Didáctica de la Matemática, parecen totalmente compatibles para este trabajo a través del cual intentamos atrapar aspectos diferentes –y a la vez complementarios– de los mismos sujetos. En esta investigación las matemáticas de nuestros sujetos serán miradas como objetos de aprendizaje, como recursos disponibles, como potenciales objetos de estudio y, simultáneamente, como relaciones de deseo, como parte de sus historias de vida, como objetos que cargan con sentidos personales o familiares, como viejas deudas del pasado o proyectos abiertos de futuro.

Retomaremos unos párrafos más adelante otros puntos de contacto entre ambas perspectivas. También haremos jugar la complementariedad de las miradas en el análisis de los datos.

Quisiéramos también hacer mención a otra disciplina, la etnomatemática, cuyo principal representante es Ubiratan D´Ambrósio (1997). Esta perspectiva plantea que, además de la matemática académica –considerada un sistema cultural permeado por relaciones de poder y manifestación simbólica de un grupo social–, existen otras. Por ejemplo, la matemática practicada por categorías profesionales específicas, la escolar, la presente en entretenimientos, la practicada por diferentes naciones aborígenes o la matemática utilizada por hombres y mujeres del medio rural. El pensamiento etnomatemático permite problematizar la aparente neutralidad de la matemática académica y pone en escena otras matemáticas, por lo general silenciadas en la escuela.

Desde este marco teórico, cuando se habla de las “otras matemáticas” no implica que se consideren equivalentes o sustituibles. Simplemente se quiere poner de relieve que no existe una única manera de producir matemática. Para algunos autores de esta perspectiva, la matemática producida por grupos que se ubican en una relación de desventaja social, cultural y económica puede denominarse *matemática popular.* Un problema es cómo generar conciencia de que estas otras matemáticas existen y pueden ser el punto de partida de muchas personas para conocer y estudiar la matemática formal.

La etnomatemática de alguna manera denuncia la habitual negación o desvalorización de las matemáticas populares y, en tal sentido, se propone conocer, describir y estudiar las matemáticas de diferentes grupos sociales para comprender su coherencia interna, así como los valores y códigos que le dan sentido. No obstante, desde esta perspectiva varios autores señalan que un relativismo cultural excesivo podría conducir a la glorificación de las matemáticas populares en lugar de generar condiciones para un acceso a las matemáticas disciplinares (D´Ambrósio, 1997; Jóia, 1997; De Agüero, 2003; Knijnik, 2003). Se podría desembocar –en franca oposición a la original intención– en un fortalecimiento de las desigualdades sociales: las matemáticas populares para un sector y las matemáticas “sabias” para otro. La necesidad de su estudio e historización responde a la misma intención con que se interrogan las evoluciones y transformaciones que tienen lugar en la matemática académica. Ubiratan D´Ambrosio analiza que los grupos que no tienen poder se interesan en aprender la matemática oficial y académica, porque de su aprendizaje puede depender el acceso a un mejor empleo o una mayor productividad de sus tareas.

Si bien nuestro estudio no se inscribe en sentido estricto dentro de las investigaciones etnográficas, encontramos algunas proximidades entre este interés por comprender y conocer las matemáticas de diferentes comunidades culturales y nuestra preocupación por relevar y comprender los recursos matemáticos disponibles de la población urbana adulta que inicia la escuela primaria.

Por último, no quisiéramos dejar de considerar a Paulo Freire como marco de referencia obligada para pensar la educación de adultos. Retenemos de este autor sus ideas sobre la educación como una comprensión crítica de la realidad social, política y económica y un proceso de permanente liberación, de conocimiento de sí mismo y de transformación personal y del mundo. Tanto su énfasis sobre la necesidad de respetar los saberes y perspectivas subjetivas del adulto como su posición acerca del conocimiento como una reinvención –en oposición a una acumulación de inventos hechos por otros– no pueden menos que constituirse en un referente pedagógico imprescindible para cualquier estudio que se pregunte sobre algún aspecto del aprendizaje, de la enseñanza o de la relación con el saber de adultos poco escolarizados.

> *Mi sueño utópico que tiene que ver con una sociedad menos injusta, menos insidiosa, más democrática, menos discriminatoria, menos racista, menos sexista. Enseñar a leer y escribir jamás puede reducirse, para mí, a la tarea raquítica, inexpresiva, insípida de, silenciando la situación de lucha misma que justifica nuestra presencia en el mundo, contribuir a una mayor adaptación.* (Freire en Torres, 1990: 10).
>
> *(…)*
>
> *Lo que yo niego no es la directividad de la educación. Lo que yo niego es que el conocimiento se transfiera o se transmita de un sujeto a otro que, en el caso, recibiría pasivamente el "regalo" que le fue hecho. El conocimiento se crea, se inventa, se reinventa, se aprende.* (Freire en Torres, 1990: 11).

Las diferentes perspectivas teóricas mencionadas, si bien se originan en disciplinas y comunidades académicas y culturales muy diferentes y varían también en sus objetos de estudio, comparten la concepción de que el sujeto al que se refieren está inmerso en una red de relaciones sociales, atravesado por su tiempo y su cultura en permanente cambio, y no es un pasivo receptor de datos que le vienen de esa realidad externa; sino, por el contrario, es un sujeto que se pregunta por el mundo transformándose a sí mismo y transformando el mundo. Un sujeto activo que atribuye significados y sentidos tanto en términos cognitivos como emocionales, subjetivos; que toma decisiones, entre las posibles (tanto para resolver un problema matemático como para decidir estudiar); y que se transforma y crece a partir de interpretar y resignificar los resultados de sus acciones.

En este estudio hemos intentado preservar esa mirada de respeto y valoración sobre el mundo personal de "los otros" que los autores aquí mencionados nos han enseñado, mundo del que sabemos que solo lograremos conocer algunos aspectos.

2.3 Antecedentes de estudios sobre el aprendizaje y la enseñanza de matemáticas a adultos

En los últimos años, en diversos países de América latina, por haberse extendido la preocupación acerca de los procesos de alfabetización al campo de trabajo matemático, se han realizado algunas investigaciones sobre el aprendizaje y la enseñanza del cálculo y la numeración a jóvenes y adultos.

Tanto en estos estudios, como en experiencias relevadas por docentes, se ha reconocido que muchos jóvenes y adultos que no han asistido a la escuela –o que inician o reinician la escolaridad primaria– tienen una gran diversidad de conocimientos sobre los números y las operaciones. Esos recursos se elaboraron en experiencias diversas: en su interrumpido paso por la escuela, durante los requerimientos en ámbitos laborales y en situaciones cotidianas. Varios trabajos relevan que los adultos, más allá de su tránsito por la escuela, tienen un dominio de relaciones matemáticas que les permite resolver algunos problemas (estimaciones, relaciones de proporcionalidad, cálculos comerciales cotidianos y otras). Para muchos de estos alumnos, el interés en el dominio del cálculo es inclusive motor de asistencia al estudio: sea para mejorar su desempeño en situaciones de la vida diaria, laborales o comerciales, o bien para acompañar el estudio de familiares pequeños.

Varias investigaciones coinciden en señalar que los adultos no alfabetizados o escasamente escolarizados han desarrollado conocimientos sobre la numeración escrita y estrategias para resolver problemas cotidianos de cálculo, principalmente vinculados con el manejo del dinero y el intercambio comercial (Ferreiro, 1983; Block y Nemirovsky, 1988; Ávila, 1990; Soto Cornejo y Rouche, 1995; Ávila, 2003a; Mariño, 2003; Delprato y Fuenlabrada, 2008).

Alicia Ávila (1990, 1997, 2003a, 2003b), a partir de varios trabajos de investigación realizados en México, sostiene que la mayor parte de los adultos efectúa cálculos orales mentales. Entre los recursos usados aparecen, por ejemplo, multiplicaciones que se resuelven por duplicaciones sucesivas y divisiones por medio de la búsqueda de un cociente hipotético y por aproximación. En apariencia la eficacia de los cálculos de jóvenes y adultos no alfabetizados estaría ligada a la frecuencia y la intensidad de experiencias con el sistema monetario.

Esta autora analiza que muchos alumnos adultos pierden el sentido de las acciones realizadas frente a la escritura de los cálculos de manera algorítmica, lo que no sucede en sus propios cálculos mentales. Considera que el conocimiento oral de los números, de su escritura, y el concepto de la suma son insuficientes para utilizar correctamente el cálculo algorítmico, ya que requiere un análisis de los números en términos de descomposiciones multiplicativas ligadas al valor posicional.

David Block y Miriam Nemirovksy (1988) realizaron un estudio en México con adultos no alfabetizados de zonas rurales y urbanas marginales. Relevaron las estrategias de cálculo oral que los adultos tienen disponibles para resolver problemas aritméticos en contextos cotidianos. Encontraron que disponen de una gran variedad de recursos de cálculo y que utilizan varias de las propiedades aritméticas que subyacen a los algoritmos convencionales. Entre las estrategias más frecuentes mencionaron la utilización de la suma para resolver problemas que involucran las cuatro operaciones. Los investigadores solicitaron producciones escritas que representen las cantidades y operaciones realizadas y encontraron una gran variedad de producciones no convencionales.

En un estudio sobre las conceptualizaciones del sistema de escritura de adultos no alfabetizados, Emilia Ferreiro (1983) indagó el nivel de conocimiento de los números y de las letras, así como el reconocimiento de sus funciones en variados contextos. Encontró diferentes niveles de conocimiento según se interpreten o produzcan números de un dígito, números compuestos de unidades y decenas, números compuestos que incluyan centenas, y números que incluyan hasta unidades de mil. En este estudio ha podido constatar que los sujetos tendían a concentrarse en un grupo que utiliza las decenas: el 82% de la población relevada reconocía todos los dígitos y sabía interpretar las combinaciones de dos dígitos (números de dos cifras). El origen de estos conocimientos se hallaba principalmente en situaciones laborales o cotidianas. Destacó también que cuando se les solicitaba la resolución de cálculos orales en contextos de precios, los sujetos obtenían resultados exactos o aproximados.

Una de las conclusiones del trabajo es que el conocimiento de los números que estos sujetos han podido lograr, sin enseñanza sistemática, es superior al que han logrado de las letras, también en ausencia de enseñanza sistemática. Resalta que el conocimiento de los números y de ciertas operaciones con los números es algo que ya poseen los adultos no alfabetizados, particularmente aquellos con cierta experiencia laboral, a diferencia de lo que sucede con el sistema alfabético de escritura.

Para el cálculo con números decimales en los contextos del dinero, los adultos también utilizan estrategias de cálculo oral muchas veces exitosas, pero las dificultades son mayores en cálculos por escrito con expresiones decimales. En una investigación realizada en la ciudad de San Pablo, Brasil, con jóvenes y adultos que frecuentan cursos de alfabetización, Dione Luchesi de Carvalho (1997) analizó la dificultad para la utilización de comas y ceros para los centavos en el contexto de la escritura de precios. Ávila (2003a) encontró que la interpretación de la escritura decimal es compleja para los alumnos y analizó también cómo el contexto –por ejemplo, un folleto con precios– es determinante para interpretar los números.

En varios de sus trabajos ya mencionados, Ávila señala que una característica del pensamiento matemático no escolar es la flexibilidad para utilizar resultados aproximados y diferentes estrategias, así como la capacidad de autoverificación. En general los procedimientos de cálculo de los adultos no escolarizados se caracterizan por ser ágrafos y diferentes de los escolares. Si bien permiten resolver una variedad de situaciones cotidianas, son limitados y escasamente transferibles a ocasiones diferentes de aquellas en las que se generaron. Otra dificultad que encuentran muchos adultos para realizar cálculos mentales es que en algunos la cantidad de información que hay que retener supera la memoria de trabajo.

Orlando Jóia (1997) señaló que en diversos estudios sobre conocimientos matemáticos de jóvenes y adultos no escolarizados o con bajo nivel de escolarización se identificaron algunas características comunes: se desarrollan en situaciones de trabajo o familiares, y tienden a producir un conocimiento contextualizado que carece de los atributos de amplia aplicabilidad y universalidad del conocimiento escolar. El autor indicó que esa característica no descalifica ese conocimiento, pero que es preciso convenir que limita su uso.

Duarte (1987) y Souza (1988) (citados en Jóia, 1997) abordan el proceso de adquisición de los conocimientos relacionados con el sistema de numeración y las cuatro operaciones. Estos autores coinciden en que es necesario proveer a esos individuos adultos de un sistema de escritura para sus cálculos orales, lo cual redundará en un progreso de sus conocimientos; sin embargo, no omiten mencionar la complejidad enorme que entraña esa articulación entre oralidad y escritura.

Isabel Soto Cornejo y Nicolas Rouche (1995) estudiaron aquellas maneras en que los adultos analfabetos rurales chilenos resuelven problemas de proporcionalidad. Ellos utilizan estrategias apoyadas en la duplicación de los datos, en la búsqueda del valor unitario y en la obtención de resultados aproximados. En Colombia, Germán Mariño (2003) también observó –en el marco de un trabajo de producción de materiales para la enseñanza– que muchos jóvenes y adultos resuelven problemas multiplicativos sencillos de proporcionalidad mediante duplicaciones sucesivas y descomposiciones de los números. Retomando la problemática del pasaje a la escritura, el autor señala la necesidad de abordar, en primer lugar, la escritura de las propias estrategias de cálculo.

Mercedes De Agüero (2002) ha investigado en Barcelona cómo se manifiesta la brecha entre las matemáticas “de la vida real” con las matemáticas académicas a propósito de la noción de proporción. Del mismo modo que los otros autores mencionados, identifica una gran variedad de conocimientos sobre la proporción por parte de un grupo de alumnas adultas. La investigadora estudia en profundidad las diferencias entre los conocimientos de estas alumnas y el objeto matemático proporción a partir de un proyecto de enseñanza que busca reducir esa brecha. Una de las hipótesis centrales de este estudio se halla en el reconocimiento de la baja autoestima de las alumnas con respecto a sus propios saberes matemáticos y en la posibilidad de generar en el aula condiciones superadoras de las historias escolares de fracaso y rechazo a las matemáticas.

En otro conjunto de estudios, algunos de los cuales se llevaron a cabo en Brasil (Carraher, Carraher, Schliemann, 1991; Schliemann, 1991; Schliemann, Araujo, Cassundé, Macedo y Nicéas, 1998), la atención se centra en las capacidades de adultos analfabetos o con poca escolaridad, en su rendimiento en la resolución de problemas y en las características del conocimiento matemático adquirido en la vida cotidiana o en situaciones laborales. Estos autores han puesto el énfasis en la problemática de las rupturas entre el funcionamiento de sus conocimientos y el de los enseñados en la escuela y en el pasaje de la oralidad a la escritura matemática. Opinan que, sin duda, la escuela, al desconocer la complejidad de este pasaje o suponerlo automático, puede promover el fracaso o la expulsión de los alumnos, al no generar condiciones suficientes para articular lo que ya saben con lo que tienen que aprender.

Al estudiar los conocimientos numéricos y de cálculo de adultos, Luchesi de Carvalho (1997) también se pregunta por el vínculo de los adultos con el conocimiento matemático en contextos de enseñanza. Interpreta que muchos alumnos no se consideran a sí mismos competentes en relación con la matemática y que esta es una de las razones por las cuales pocos intervienen en forma espontánea en discusiones en clases. Considera que para los alumnos la concepción de trabajo en clase de matemática está ligada a la realización correcta de las tareas y no necesariamente a las discusiones en el aula. Señala que a pesar de que las propuestas de enseñanza intentaron promover interacciones donde hubiese confrontación y cooperación entre pares, eran raras las interacciones espontáneas entre alumnos en relación con el conocimiento matemático involucrado. Según esta autora, la manera en que el alumno se posiciona en la clase se vincula con su responsabilidad en la administración de sus funciones laborales. Ella ha detectado cierta resistencia de los alumnos a explicitar en forma oral los procedimientos utilizados para resolver los problemas. Al parecer, habría cierto grado de desvalorización a priori de sus propias prácticas matemáticas, entre las cuales la oralidad sobre la producción propia no tendría valor. El dominio para estos alumnos se mediría estrictamente por el éxito en la obtención de resultados escritos.

El intento de Luchesi de Carvalho de crear espacios de producción escrita más espontáneos y exploratorios de los alumnos para resolver problemas ha tropezado con mayores dificultades con los adultos que con los niños. Ella interpreta que eso podría deberse a que los adultos saben de la existencia de normas convencionales para la representación gráfica de los problemas y suponen que no pueden utilizar diagramas o esbozos propios.

En un trabajo reciente David Block Sevilla y Santiago Palmas Pérez (2011a, 2011b) documentan los resultados de una secuencia didáctica implementada en México con adultos de baja o nula escolaridad para la enseñanza de la representación escrita convencional de los números. La secuencia contempla dos partes, inicialmente con números hasta el 20 y luego hasta el 1000. Los autores explican que algunos de los alumnos que no distinguían letras de números, a través de la secuencia de cuatro clases en torno al uso de una tira de números, logra identificar y escribir números hasta 20 usando sus conocimientos previos del conteo oral. En la secuencia de enseñanza de la escritura de números hasta el 1000 se apoyan en los conocimientos sobre el dinero disponibles en los adultos, generando un dispositivo en el que a través de la cantidad de billetes y monedas de 1, 10 y 100 pesos, y utilizando sus estrategias orales de cálculo, logran producir escrituras numéricas convencionales.

Una investigadora argentina, Fernanda Delprato (2002, 2005), analiza la complejidad en la articulación entre cálculos orales y la escritura de los algoritmos. En un estudio de casos en México encontró que algunos adultos son poco eficaces en sus cálculos orales porque se confunden al tener que retener mucha información intermedia, mientras que otros tienen mayor nivel de eficacia. Señala que es necesario abordar el estudio de los algoritmos a partir de los niveles de eficacia que ellos permiten, comenzando por la escritura de los procedimientos de cálculo mental utilizado. Advierte acerca del riesgo de enseñar los algoritmos para reemplazar las estrategias de los alumnos, sin que se articulen con un trabajo productivo propio de cada sujeto. También alerta sobre la necesidad de analizar el carácter amplificador de los algoritmos a nuevas capacidades y relaciones, y a la vez mirarlos como productos culturales. Plantea que la marginación de la simbolización genera representaciones sobre el saber “de los otros” y de algún modo se desvalorizan los recursos propios. Estas representaciones sobre el conocimiento propio y ajeno influyen en cómo se apropian de los saberes. Desde esta perspectiva, se torna urgente la necesidad de ver al alumno adulto desde diferentes puntos de vista, no solo como un sujeto de saber, como un usuario de saber formal y como un dueño de saber no formal, sino también como un sujeto *productor* de saber.

En nuestro país contamos con pocas investigaciones sobre los conocimientos matemáticos de adultos poco escolarizados. En la Ciudad de Córdoba Delprato (2002) estudió los procesos de acceso a la simbolización matemática de tres adultas no escolarizadas o con bajo nivel de escolarización. En particular se centró sobre el aprendizaje de los algoritmos convencionales de suma y resta, que habitualmente se enseñan en la escuela. Para ello diseñó un estudio de casos en el que combina estrategias diferentes. Por un lado, realiza entrevistas para indagar las “historias matemáticas de vida”. En otras entrevistas clínicas releva los conocimientos disponibles sobre numeración y cálculo. Por último, sobre la base de esos análisis previos, produjo una ingeniería didáctica para la enseñanza de esos algoritmos. Su conclusión es que en los tres casos estudiados el acceso a la representación escrita de estrategias de cálculo promovió la optimización de modos de resolución al proveer mecanismos alternativos a la memorización de los pasos intermedios del cálculo, además de criterios de control y generalización del propio cálculo.

También Ferreiro (1983) analiza la problemática del pasaje de la oralidad a la escritura en el caso de la numeración y el cálculo. En el estudio ya mencionado concluye que –contrariamente a lo que ocurre con los niños, que suelen aprender durante su vida escolar tanto las operaciones elementales como su representación convencional–, en el caso de los adultos parecería necesario distinguir entre los cálculos que ya saben hacer y la representación gráfica de ese cálculo, y entre las cantidades verbalizadas que la mayoría domina y la representación de esas cantidades. La autora señala que en lugar de enseñar a contar, sumar y restar, se trataría de hacerles tomar conciencia de sus conocimientos poniendo en juego que la representación escrita del cálculo puede ser un auxiliar del cálculo oral.

Los trabajos mencionados son antecedentes del presente proyecto. En todos ellos hay un interés por relevar los conocimientos disponibles de los adultos y establecer relaciones con los contextos en los que se produjeron, así como una preocupación por analizar diferentes maneras de articularlos con los objetos a enseñar. Nuestro estudio busca conocer los recursos de una población particular: jóvenes y adultos que inician o reinician la escuela primaria en la Ciudad de Buenos Aires.

Otro aspecto identificado, que será también particularmente retomado en este estudio, es la complejidad para establecer maneras de representación por escrito de la numeración, de los cálculos orales y de situaciones que exijan un análisis del valor posicional. De algunos de estos estudios retomaremos también el énfasis en las posibilidades de explicitación y comunicación de procedimientos.

En proximidad a las investigaciones de Ferreiro (1983) y de De Agüero (2002) realizaremos entrevistas en profundidad con los adultos y plantearemos problemas en las aulas para dialogar o debatir sobre sus maneras de resolución en vistas a analizar los efectos de la enseñanza y el aprendizaje sobre las propias representaciones de los alumnos sobre la matemática y sobre sí mismos resolviendo problemas matemáticos.

Al igual que Delprato (2002) consideraremos el relevamiento de entrevistas sobre historias de vida como fuente para analizar las relaciones entre conocimientos disponibles, numéricos o de cálculo, y el saber matemático, además de las ideas de los alumnos sobre la matemática y su posición subjetiva respecto de la posibilidad de producción.

Relevar el estado de conocimientos matemáticos de jóvenes y adultos es necesario para seguir estudiando cómo establecer puentes entre los recursos más espontáneos e intuitivos usados por los adultos a diario y los objetos matemáticos por enseñar. Hacemos nuestras las palabras de Emilia Ferreiro:

> *El respeto hacia la persona analfabeta no deja de ser un enunciado vacío cuando no sabemos qué es lo que habría que respetar. Conocer al adulto, para que el respeto hacia él sea también un respeto intelectual, nos parece esencial para guiar cualquier acción pedagógica que intente construir a partir de lo que el sujeto ya haya construido por sí mismo, antes de esta acción.* (Ferreiro 1983:39).

En el capítulo siguiente retomaremos cómo en esta investigación intentamos abonar a esta preocupación por “conocer al adulto”. Conocerlo, en este trabajo, implica tanto indagar su nivel de conocimientos –es decir, pensarlos como sujetos cognoscentes reconociendo que en sus trayectorias han elaborado una gran variedad de conocimientos–, como sus perspectivas subjetivas sobre lo escolar –es decir pensarlos también como sujetos que tienen una trayectoria personal de frustraciones, proyectos, intereses y deseos–.

Hemos sintetizado los aportes de diversos trabajos de investigación que se han propuesto estudiar los conocimientos matemáticos de adultos no alfabetizados o con bajo nivel de escolarización. En el apartado siguiente nos referiremos a aquellas investigaciones sobre el aprendizaje y la enseñanza de la numeración a niños, que también constituyen un punto de partida para este estudio.

2.4 Antecedentes de estudios con niños sobre el aprendizaje y la enseñanza de la numeración

Si bien el presente trabajo busca estudiar las matemáticas de jóvenes y adultos, reconocemos los aportes de diferentes investigaciones realizadas con niños que han permitido conocer los procesos constructivos que realizan en torno al sistema de numeración y analizar situaciones de enseñanza que favorezcan los progresos en sus conocimientos. Si bien conjeturamos que hay diferencias en los niveles de conocimiento entre niños y adultos, creemos que hay también suficientes continuidades.

Dado que la numeración vive en prácticas sociales y no solamente dentro de la escuela, tanto niños como adultos se enfrentan a numerosos problemas numéricos en situaciones variadas y elaboran ideas sobre los números.

El aprendizaje y la enseñanza de los números han sido objeto de investigación de la Didáctica de la Matemática y desde la investigación psicogenética. Numerosos estudios posibilitaron poner en evidencia que los procesos constructivos de los niños van en una dirección muy diferente a la concebida desde la lógica del contenido o desde la enseñanza clásica y coinciden en mostrar la elaboración temprana, por parte de los niños, de conceptualizaciones originales sobre el sistema de numeración. (Nunes Carraher, 1989; Terigi, 1992; Lerner, 1992; Lerner y Sadovsky, 1994; Brizuela, 1997, 2000, 2001, 2003; Alvarado y Ferreiro, 2000; Scheuer y otros, 2000; Lerner y otros, 2000; Alvarado, 2002; Lerner, 2005, 2007; Scheuer y Germano, 2005; Wolman, 2007).

Algunos autores se focalizaron en la producción, la interpretación o la comparación de números. Entre otros hallazgos refieren la elaboración de criterios de comparación de números para los cuales los niños no tienen necesariamente dominio de su interpretación. Por ejemplo, Lerner y Sadovsky (1994) relevaron que al comparar dos números de distinta cantidad de cifras, los niños establecen que la cantidad de cifras permite determinar cuál es el mayor (por ejemplo, dicen que 3421 es más grande que 87 porque “es más largo”) y que al comparar dos números con la misma cantidad de cifras, los niños pueden afirmar que la primera cifra permite determinar cuál es mayor (por ejemplo, dicen que 721 es mayor que 665 porque el siete es más grande que el seis), criterio que ya implica empezar a atribuir un valor a la cifra según su posición dentro del número. Estos dos criterios pueden entrar en contradicción en casos “extremos”, por ejemplo, al comparar 999 y 1000.

Estos trabajos también han relevado la producción de notaciones numéricas no convencionales basadas en la correspondencia con la numeración hablada (por ejemplo, escribir 503 para cincuenta y tres). También los autores analizan algunos conflictos que se producen cuando los niños ponen en juego por un lado escrituras aditivas o yuxtapuestas como las mencionadas y por el otro utilizan el criterio de comparación de la cantidad de cifras (por ejemplo, escriben 53 como 503 y al compararlo con 60 pueden notar que el número que saben que es menor quedó escrito con más cifras), conflictos cuya superación los ayuda al progreso y la reorganización de sus conocimientos.

Varios trabajos coinciden en señalar que la escritura de los nudos o números “redondos” constituye un punto de apoyo para la apropiación de otras notaciones. Algunos niños pueden leer, escribir o hacer cálculos orales a partir de interpretar decenas o centenas exactas antes de ser capaces de producir escrituras correspondientes a números que están en los intervalos de esos nudos (por ejemplo, interpretar correctamente la escritura de 80 y 100 pero no la del número 84) (Carraher; Carraher y Schliemann, 1991; Ferreiro, 1983; Lerner y Sadovsky, 1994).

Otros autores encontraron que los niños utilizan diversas escrituras no convencionales, por ejemplo, los números “comodines” para representar la parte del número que aún no saben escribir cuando reconocen que allí va un número pero no identifican cuál (escribir, por ejemplo, 14 para treinta y cuatro, reconociendo el 4 pero sin saber con cuál comienza), o bien la invención de otras representaciones, como los números “rotados” o números “mayúsculos”, generando una marca gráfica de manera intencional para mostrar una diferencia entre las cifras (Alvarado y Ferreiro, 2000; Brizuela, 1997 y 2000). También se relevaron otros “errores” sistemáticos, por ejemplo, las “inversiones” (escribir 43 para 34) o las “sustituciones de decenas” (escribir 45 para 65) en el contexto de una situación didáctica dirigida a la interpretación de los primeros cien números (Quaranta, Tarasow, Wolman, 2003; Broitman y Kuperman, 2005).

Tanto en unos como en otros estudios se enfatiza el análisis en términos de cuáles son los conocimientos que subyacen a estas producciones y que están disponibles por parte de los niños, conocimientos originales que han sido elaborados en una actividad constructiva y en interacción con los problemas con los que se han ido enfrentando.

Por otra parte, en diversas investigaciones se analizó críticamente la enseñanza del valor posicional a través de la materialización de agrupamientos en base diez y de la práctica de realizar descomposiciones y composiciones multiplicativas mecánicamente usándolas para los algoritmos de cálculo (Lerner, 1992). Por el contrario, se propusieron estudiar cómo hacer progresar las conceptualizaciones infantiles hacia una comprensión cada vez más ajustada de la naturaleza del sistema de numeración a partir de problemas generados por el propio uso de la notación numérica (Lerner, 2005, 2007).

Se ha buscado que los alumnos puedan detectar regularidades inicialmente y que avancen a través de diversas clases de problemas hacia la comprensión de las razones que subyacen a las reglas del sistema de numeración posicional decimal. Algunas de estas investigaciones han permitido estudiar en profundidad el funcionamiento de algunos problemas y las condiciones didácticas para instalar un trabajo de producción de conocimientos numéricos en la escuela que contemple la aparición, la transformación y la validación de los conocimientos infantiles. (Lerner, 1992; Lerner y Sadovsky, 1994; Quaranta, Tarasow y Wolman, 2003; Broitman y Kuperman, 2005; Lerner, 2005; Wolman, 2007).

Para nuestro trabajo hemos considerado el aporte de los estudios mencionados desde varios puntos de vista. Por un lado como marco referencial de una “manera de mirar” las producciones no convencionales de los sujetos entrevistados: interpretamos sus producciones como respuestas adaptativas a los problemas con los que interactúan, consideramos los errores sistemáticos como expresión de un conocimiento y de un trabajo del pensamiento al que subyace, de manera consciente o inconsciente, una hipótesis, una relación, una conjetura que se pone en juego y que es posible de ser revisada, mejorada, ampliada o desechada a partir de ciertas interacciones con nuevos problemas.

Hemos también tomado de estas investigaciones algunos problemas matemáticos ligados tanto a la producción, la interpretación y la comparación de números como al análisis del valor posicional. Las intervenciones didácticas estudiadas en torno a ellos que están dirigidas a producir avances en los conocimientos de los alumnos y documentadas en esos trabajos constituyen asimismo una referencia ineludible. Es preciso aclarar que para nuestro estudio estos aportes fueron considerados sin perder de vista las evidentes diferencias entre la población infantil y la adulta, preguntándonos acerca de las rupturas y las continuidades.

2.5 Perspectiva metodológica

2.5.1 Características de este estudio

A partir de la formulación del problema, las preguntas de la investigación y desde los marcos teóricos y conceptuales explicitados hemos decidido realizar una investigación cualitativa de carácter exploratorio mediante un estudio de casos.

La revisión de la literatura muestra que se han realizado varios estudios de relevamientos de conocimientos en adultos en otros contextos pero no contamos con trabajos en nuestro país que hayan relevado los recursos matemáticos de la población adulta urbana que inicia la escuela primaria. Por otro lado se han realizado muy pocos estudios sobre la relación con el saber matemático, y los que hemos mencionado refieren a población infantil escolar. Tampoco conocemos trabajos en los que se analice simultáneamente el estado de conocimientos y la relación con ese saber específico. Esta investigación entonces busca aumentar el grado de familiaridad con ciertos problemas desconocidos (Baptista, Fernández Collado y Hernández Sampieri, 1997).

Metodológicamente, el estudio de casos se justifica porque lo que se busca es analizar en profundidad la historia de los conocimientos matemáticos de cada sujeto y la construcción de una relación particular con ese campo de saber, así como relevar el estado actual de sus conocimientos aritméticos. Como suele realizarse en muchos estudios cualitativos, se escogen pocos casos para poder profundizar en su análisis.

Hemos seleccionado entonces una muestra de cinco casos. Se trata de una aproximación a la idea de “muestra teórica”[1] (Glaser y Strauss, 1967) también llamada en la literatura

[1] Para Glaser y Strauss la muestra teórica implica ir seleccionando los casos a medida que se va elaborando la teoría, hasta saturarla. En nuestro caso hemos retenido la idea de selección según criterios, pero dadas las características de nuestro estudio atravesado por la lógica de los tiempos escolares, estos cinco casos se seleccionaron juntos inicialmente.

metodológica "muestra de juicio" en las que los casos son seleccionados a partir de ciertas hipótesis del investigador, del conocimiento de la realidad con la que se interactúa y de criterios ya relevados en estudios anteriores. Se trata de una muestra que no intenta ser representativa, pero que es construida por el investigador para estudiar una variedad de procesos. Hemos retenido de esta clase de muestra la idea de la anticipación del investigador en realizar ciertos juicios que le permiten construir criterios propios. La construcción de esos criterios es parte ya del proceso de elaboración teórica en esta clase de investigaciones cualitativas.

La intención al elegir los sujetos que formarían la muestra fue hacer presente la mayor heterogeneidad posible entre algunas variables a priori que consideramos que podrían tener cierta influencia en los conocimientos disponibles y en los vínculos con el saber matemático. Explicitaremos las variables consideradas para constituir la muestra:

- Género: anticipamos que las diferencias de género podrían tener alguna relación con desempeños laborales y roles familiares, y estos a la vez generarían cierta variedad de experiencias matemáticas.
- Edad: las escuelas de adultos están dirigidas a jóvenes y adultos. Nos interesaba relevar si encontrábamos diferencias entre ambas franjas etarias. Hipotetizamos que las trayectorias escolares podrían ser muy diferentes así como su disponibilidad a aprender nuevos conocimientos. Suponíamos también que los jóvenes tendrían tal vez experiencias escolares más próximas en el tiempo y proyectos de continuidad en sus estudios secundarios.
- Desempeño laboral: dado que nos interesaba relevar el origen de los conocimientos matemáticos en situaciones laborales, resultaba interesante que fueran personas con formaciones diversas entre los que hubiera oficios, personal técnico, empleadas domésticas, personas con alguna experiencia en tareas administrativas, vinculación con cálculos con dinero en situaciones de compra y venta, etcétera.
- Asistencia a la escuela: nos resultaba interesante poder recuperar historias escolares diversas tanto en la infancia como en la vida adulta. Anticipamos que posiblemente algunos alumnos habían asistido a la escuela de niños pero habían interrumpido su asistencia debido a fracasos reiterados o repitencia, o bien por motivos sociales o económicos familiares. Resultaba también valioso identificar si habían tenido intentos de educación sistemática en escuelas de adultos.
- Familiares a cargo en edad escolar: hipotetizamos que la relación con la escuela y con las matemáticas en particular diferiría frente a experiencias cercanas de escolarización. Sabíamos que muchos adultos asisten a la escuela para ayudar a los niños en sus tareas escolares.
- Alfabetización: una característica de la educación primaria de adultos es que en el primer ciclo se encuentran tanto alumnos que no están alfabetizados como otros que tienen lectura y escritura autónoma. Este aspecto es relevante al considerar la posibilidad de resolución de problemas aritméticos escritos, así como para indagar las relaciones entre cálculos orales y cálculos escritos.

No hemos intentado cruzar todas estas variables y determinar a priori "tipos de personas" a buscar. Es importante aclarar que la clase de población en estudio dificulta en alto grado la realización de un seguimiento que incluya varias entrevistas, observaciones de clase y nuevas entrevistas, debido al ausentismo frecuente y, en algunos casos, al abandono de la escolaridad. Muchos alumnos adultos que inician la escuela la abandonan por cuestiones laborales o situaciones familiares, también suele ser frecuente el pase de escuela por cambio de domicilio o trabajo. Además, los grupos escolares suelen ser muy pequeños y sabíamos a priori que sería imposible buscar "los tipos" previstos. Intentamos que hubiera variedad en los casos seleccionados. Por otro lado, como nos interesaba también observar las clases donde los sujetos funcionaban como alumnos, tomamos la decisión de que en la medida de lo posible fueran del mismo grupo escolar. Así es que elegimos cinco casos de un mismo grupo escolar en los que hubiera la mayor variedad posible teniendo en cuenta los criterios antes mencionados. También es importante aclarar que algunas variables no las conocíamos a priori para todas las personas (por ejemplo, seleccionamos una mujer por su edad y tener hijos en edad escolar, pero desconocíamos si trabajaba y en qué, o elegimos el único hombre joven que había más allá de su historia escolar desconocida).

La muestra quedó determinada por cinco personas de las cuales tres son mujeres y dos son hombres, dos se consideran a sí mismos no alfabetizados y tres tienen lectura y escritura autónoma. Las edades varían entre los 18 y los 56 años; algunos tienen hijos o nietos en edad escolar y otros no; algunos han ido a la escuela primaria y otros no, y sus trabajos son variados: empleada doméstica, albañil, empleado de mantenimiento. En el cuadro 2-1 se sintetizan las características de la muestra.

No es la intención de este estudio realizar una comparación cuantitativa entre mujeres y hombres, alfabetizados y no alfabetizados, cruzando cada una de las variables con los resultados obtenidos. Si bien en muchos casos se realizarán comparaciones, estarán dirigidas a contribuir a la conceptualización de los problemas analizados y no a establecer generalizaciones sobre cada una de las variables consideradas.

Estos cinco casos nos permiten develar procesos de historias personales escolares y de recorridos en su relación con las matemáticas, que han sido fuentes para la construcción de realidades subjetivas diferentes desde las cuales es posible entender mejor las posiciones personales y los vínculos actuales con la escuela en general y con las matemáticas en particular, que subyacen a la decisión y la posición personal de cada alumno que se inscribe en primer año de una escuela para adultos. Intentamos problematizar y comprender esas diferentes posiciones personales y sus historias matemáticas que en la actualidad operan y constituyen los lugares desde donde se posiciona cognitiva y afectivamente cada uno de los alumnos.

Es evidente que estos cinco casos no son representativos de las maneras diferentes de relacionarse con el saber matemático o de posibles estados de conocimientos matemáticos de la población adulta que inicia la escuela primaria. La riqueza de su elección no está en su representatividad sino en su significatividad para nuestro propósito. Estos particulares cinco casos nos permiten atrapar procesos, reconocer elementos significativos que sí pueden ser generalizables. Que haya balance y variedad entre los casos y que ofrezcan oportunidad de aprendizaje para nosotros han sido criterios importantes para su selección (Stake, 1995). Pero, sin duda, si hubiéramos elegido otros casos, nuestro análisis se vería completado o enriquecido. Nos apoyamos en la convicción compartida por la literatura metodológica acerca de que mirar en detalle casos particulares contribuye sin duda a pensar sobre la generalidad. Desde la perspectiva de la investigación cualitativa nos proponemos dar visibilidad a ciertos procesos particulares para comprenderlos. La expectativa, si bien no es la generalización, es sin duda contribuir a una comprensión más profunda de los problemas generales de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en adultos que inician la escuela primaria.

Para este estudio se combinaron dos estrategias metodológicas diferentes: entrevistas y observaciones de clases.

Analicemos el tipo de entrevista. Según las clasificaciones habituales de tipos de entrevistas en investigaciones sociales, se trató de entrevistas profundas semiestructuradas y cara a cara (Archenti, Marradi y Piovani, 2007). Son profundas y cara a cara en tanto se piensan como situaciones de diálogo e intercambio, en las que se busca conocer las perspectivas subjetivas de las personas entrevistadas, sus propias opiniones, concepciones e historias personales.

Cuadro 2-1. Características de la muestra

Nombre	*Edad*	*Lugar donde transcurrió la infancia*	*Nivel de alfabetización*	*Escolarización previa de niño*	*Escolarización previa de adulto*	*Trabajos realizados*	*Trabajo actual*	*Familiares cercanos que hayan asistido a la escuela*	*Hijos o nietos que asistan actualmente a la escuela*
Isabel	53	Ciudad de Tucumán	Lee y escribe	Asistencia muy irregular durante un año	Unos días en otra escuela	Empleada doméstica. Compra y venta de ropa	Empleada doméstica	Hija	Nietas que viven en otra ciudad
Claudio	18	Provincia del Chaco (campo)	No alfabetizado	Cursó hasta mitad de 2º grado	Recursa 1^{er} ciclo	Trabajador rural	Tareas de mantenimiento en una escuela	No	Hermano cursa 2º ciclo de la escuela de adultos
Vicente	56	Ciudad de Corrientes	No alfabetizado	No tuvo escolarización	Recursa 1^{er} ciclo	Albañil en relación de dependencia	Albañil y pintor independiente	Hijos, esposa e hija de la esposa	No
Alicia	33	Luque (ciudad en Paraguay)	Lee y escribe	Asistencia breve a 4º grado a los 15 años	No	Empleada doméstica	Ayuda a su marido con un kiosco	Marido a la escuela de adultos	Hijo, con el que convive, que asiste a 1^{er} grado
Julia	47	Bolivia (campo)	Lee y escribe	Cursó año por medio hasta 5º grado	No	Trabajadora rural. Venta de productos. Tareas administrativas en una iglesia	Empleada doméstica	Hijos	Nietos en Bolivia

En cuanto al grado de espontaneidad, se trató de entrevistas semiestructuradas en las que había una guía o guion predeterminado. Esta guía –que presentaremos más adelante– es un esquema en el que se prevén ciertas preguntas para traer a la escena del diálogo profundo algunos tópicos. Se anticipan modos posibles de presentar esas preguntas pero se espera que en la situación de intercambio o diálogo sea innecesario formular muchas de ellas de la manera en que han sido previstas, porque a través del diálogo se han abordado los aspectos que se busca conocer. Las preguntas de la guía no se formulan una a una, tampoco necesariamente en los términos en los que se ha previsto, ni se sigue un único orden.

En nuestro caso todas las entrevistas se desarrollaron en aulas de la escuela asignadas por la directora y en las que no había prevista en ese turno ninguna actividad formal. Los horarios eran preacordados con cada entrevistado unos días antes. En ocasiones empezaban media hora antes del horario escolar[1] y abarcaban también un tiempo de la clase, previa autorización de la docente. Para evitar el atraso en las tareas escolares propuestas por la docente, cuando finalizaba la entrevista, acompañábamos al alumno al aula e intentábamos ayudarlo a reinsertarse en la clase iniciada, facilitando la organización de la tarea. Con cada alumno se realizaron entre tres y cuatro entrevistas. En todos los casos fueron grabadas con la autorización del entrevistado. Los alumnos mostraban interés en participar; inclusive aquellos que no habían sido seleccionados como casos de este estudio, manifestaban su deseo de ser también "elegidos". A pesar de que en muchas ocasiones las entrevistas atravesaban cuestiones personales y familiares complejas, no se presentaron dificultades para responder y, por el contrario, había una alta valoración por parte de los entrevistados de esos momentos, dado que se generaba un intercambio personal y profundo en un clima distendido. Los alumnos se disponían a hablar con mucha facilidad y compartían tanto sus historias de vida como sus concepciones sobre la matemática, su enseñanza y su aprendizaje.

Por medio de varias entrevistas con cada sujeto se buscó conocer su historia escolar, laboral y familiar, indagar su relación con el saber matemático a través de sus experiencias extraescolares y escolares en las que reconoce haber usado exitosamente conocimientos matemáticos o en las que estos resultaron insuficientes, cuál es la imagen de sí mismo como usuario de las matemáticas, como alumno de matemáticas, qué conocimientos quisiera aprender y las razones, y cuáles son sus ideas sobre el trabajo matemático, el fracaso y el éxito en matemática en la escuela. Como dice Delprato (2002) sus "historias matemáticas de vida".

Las últimas entrevistas estuvieron dirigidas a relevar conocimientos numéricos y de cálculo a través de la resolución de ciertos problemas y de la reflexión sobre ellos. En estos casos la metodología utilizada fue diferente. En el contexto de las entrevistas, se incluyeron momentos de exploración crítica en los que se intentó capturar aspectos de los procesos constructivos, comprender el origen de algunos errores y la lógica de los sujetos frente a los conflictos que enfrentan (Lerner, 1996, 2005). En consonancia con las teorías didácticas antes mencionadas, intentamos que en la resolución de problemas matemáticos de numeración y cálculo los entrevistados tuvieran la oportunidad de resolver situaciones que les involucraran cierto desafío, que pudieran disponer de un tiempo para su exploración, que decidieran sus procedimientos y maneras de representación, y que analizaran la validez de los resultados obtenidos.

También en estas entrevistas hubo una predisposición al trabajo matemático por parte de todos los alumnos, incluso en ocasiones a pesar de que algunas entrevistas duraban casi una hora, querían continuar en el trabajo con la numeración y el cálculo.

Otra estrategia metodológica mencionada fue la observación de clases. A través de las observaciones se buscó enriquecer la perspectiva de los conocimientos matemáticos de los sujetos y su relación con la matemática a partir de considerar sus interacciones con un medio didáctico, analizar la posición del alumno respecto del trabajo matemático en el contexto escolar, por ejemplo, si acepta involucrarse en un trabajo exploratorio, cómo valora su propia producción frente a otros, si explicita estrategias usadas, si tiene disposición para retomar los propios errores o cómo se posiciona en relación con los otros alumnos.

[1] El horario de la escuela es vespertino, de 18.30 a 20.30.

En el apartado siguiente ampliaremos las condiciones institucionales acordadas para realizar estas observaciones.

2.5.2 El desarrollo de la investigación

Compartiremos algunos momentos de la “prehistoria” de nuestra investigación. Durante 2008 se realizaron entrevistas exploratorias a alumnos jóvenes y algunas observaciones de clases en un centro perteneciente al Programa de Alfabetización Básica y Trabajo (PAEByT) de la Ciudad de Buenos Aires que funciona en la parroquia Nuestra Señora de Itatí de la Villa 1-11-4 del barrio llamado “Bajo Flores”. En la misma zona se realizaron también entrevistas a mujeres no alfabetizadas que trabajaban en el comedor comunitario pero que no asistían al programa. En función de estas primeras entrevistas exploratorias se realizó la versión final de la guía de entrevistas ajustando algunas preguntas a partir de los resultados obtenidos y se establecieron algunos criterios para la elección de los casos, que se mencionaron anteriormente. A partir de tomar contacto con la irregularidad de la asistencia de los alumnos y de las dificultades para organizar espacios físicos de trabajo en este centro, se tomó la decisión de que las entrevistas y las observaciones que constituyeran el archivo de datos para esta investigación se realizaran en una Escuela Primaria de Adultos,[1] hipotetizando que ciertas condiciones edilicias, institucionales y formales garantizarían mejor la continuidad del trabajo sostenido con alumnos y docentes a lo largo de varios meses, condición necesaria para esta investigación.

En febrero de 2009 se organizaron reuniones con la directora de la Escuela Nº 3 del Distrito Escolar Nº 15, ubicada en el barrio Villa Urquiza de la Ciudad de Buenos Aires. Este contacto surgió a partir de una propia demanda de la escuela de recibir asesoramiento o capacitación, y del manifiesto interés de la maestra de primer ciclo que, si bien tenía trayectoria en el sistema educativo, estaba haciendo sus primeras experiencias en educación primaria de adultos.[2] En estos encuentros, a partir de comunicar los aspectos centrales de este estudio, se delineó un acuerdo. La escuela admitiría la posibilidad de realizar varias observaciones de clase, otorgaba un espacio físico para realizar las entrevistas a alumnos, autorizaba a los alumnos a retirarse de la clase o a llegar tarde al inicio de esta para asistir a las entrevistas; paralelamente se realizaría una capacitación a los diferentes maestros de la escuela y una asistencia técnica individualizada con la docente de primer ciclo (que también asistiría a la capacitación institucional).

Decidimos no hacer observaciones naturalistas, dado que nuestro objeto de estudio no eran los fenómenos didácticos de las clases usuales. Por el contrario, precisábamos ver a los alumnos trabajando sobre los mismos contenidos de las entrevistas (Sistema de Numeración y Operaciones con números naturales). Tampoco se trató de implementar una ingeniería didáctica, dado que nuestro objeto de estudio no era el funcionamiento de una secuencia didáctica. Sin embargo, era preciso acordar una determinada secuenciación de contenidos y de gestión de la clase. Estas decisiones fueron tomadas a partir de los marcos teóricos abordados anteriormente, de las investigaciones psicológicas y didácticas también ya mencionadas, y de nuestra propia experiencia en el trabajo con docentes, con alumnos y en producción o desarrollo curricular de adultos.

A lo largo de varios encuentros se propuso a la maestra, entre otros aspectos, que durante los primeros meses de clase:

---

[1] En el capítulo 1 se explicitan las características de cada modalidad de la educación primaria de adultos de la Ciudad de Buenos Aires.

[2] La demanda fue realizada por la directora de la escuela al coordinador de matemática del equipo de la Dirección de Currícula del Ministerio de Educación de la Ciudad de Buenos Aires. Si bien no formaba parte de las tareas del equipo, el coordinador nos derivó la solicitud debido a nuestro interés por el tema. La inserción inicial y la capacitación en la escuela se inauguraron sin una inscripción institucional formalizada. Recién al mes siguiente se incorporó formalmente entre las acciones de la Escuela de Capacitación Docente (CePa) del mismo Ministerio gracias a la generosidad de la coordinadora de matemática que nos propuso su inclusión y facilitó el ingreso de otros dos capacitadores docentes.

- abordara el trabajo con el sistema de numeración sin límites en los rangos numéricos, buscando problemas que pusieran en juego la lectura, la escritura y el orden de los números;
- presentara problemas orales y escritos que involucraran las cuatro operaciones, antes de abordar la enseñanza sistemática de ellas, y aun cuando los alumnos no dispusieran de recursos de cálculo escrito o de algoritmos convencionales;
- tratara como contenido las estrategias de cálculo mental, generando actividades que permitieran que los alumnos usen sus recursos orales y analicen conjuntamente las posibles escrituras de esos cálculos.

Estos acuerdos implicaban una ruptura respecto de la enseñanza clásica de los contenidos mencionados en el sentido de:

- no iniciar la enseñanza de la numeración en orden creciente, con rangos numéricos acotados;
- no iniciar la enseñanza de las operaciones a partir de la comunicación directa de recursos de cálculo;
- no seguir el orden clásico de enseñanza de las operaciones de una en una: suma, resta, multiplicación y, finalmente, división;
- no iniciar la enseñanza del sistema de numeración a partir del análisis del estudio de la comunicación y la materialización de las reglas del sistema de numeración decimal posicional;
- no iniciar la enseñanza del cálculo a partir del cálculo escrito y algorítmico.

Por otra parte, se acordó con la docente la intención de instalar una gestión de la clase en la que:

- se presentaran problemas a los alumnos para los que no tenían necesariamente dominio de los recursos y las técnicas que permitieran una resolución canónica;
- se fomentara la libertad para resolver los problemas con sus propios recursos en un clima en el que los alumnos pudieran interactuar espontáneamente con algunos de sus compañeros;
- se generaran momentos de circulación y análisis de la diversidad de formas de resolución de los problemas;
- se analizaran colectivamente algunos errores producidos por los alumnos intentando comprender su origen;
- se promovieran instancias en las que los alumnos tuvieran que discutir la validez de resultados y procedimientos obtenidos manteniendo provisoriamente la incertidumbre;
- se instalaran momentos colectivos que favorecieran una reorganización o síntesis de recursos posibles de resolución de un problema.

Estos acuerdos implicaban una ruptura respecto de la gestión de la enseñanza clásica en el sentido de:

- no iniciar las clases con definiciones o comunicación de recursos y técnicas;
- no fomentar exclusivamente el trabajo individual y escrito;
- renunciar a la corrección inmediata.

La capacitación institucional, los momentos de trabajo compartido con la docente, algunas intervenciones nuestras en las clases y ciertos momentos de reflexión conjunta luego de las clases permitieron que la docente empezara a explorar o a apropiarse progresivamente de algunas de estas formas de gestión y de ciertos aspectos en el tratamiento de estos contenidos.[1] Recordemos que nuestro interés era, por un lado, promover que los alumnos en las clases resolvieran problemas y reflexionaran sobre ellos en un clima favorable para el debate y el intercambio, y por el otro intentar que los contenidos a trabajar fueran más o menos próximos a los que se tratarían en las entrevistas.[2] No intentamos de ninguna manera controlar las actividades propuestas por la docente ni participar de la toma de decisiones de qué actividades realizaría cada día. Si bien hubo instancias de trabajo compartido a través de una asistencia técnica, la gestión de la clase y la planificación de las actividades día a día continuaron a cargo de la maestra, que en la mayoría de los casos realizaba adaptaciones a materiales que le habíamos ofrecido y los secuenciaba según su propio punto de vista. Retomaremos más adelante algunos aspectos relativos a las observaciones de clases.

A partir de participar en algunas clases y de intercambios informales con los diez alumnos que constituían el grupo de primer ciclo, se realizó la selección de los cinco casos. Hemos ya compartido los criterios de selección utilizados y cómo quedó determinada la muestra.

Durante los primeros meses de clase (entre abril y junio de 2009) se administraron tres o cuatro entrevistas a cada uno de los cinco sujetos, cuyas duraciones oscilaban entre 15 minutos y 65 minutos. También se realizaron ocho observaciones de clases que duraron entre 15 minutos y 2 horas, en las que algunos de estos cinco alumnos interactuaban entre ellos, con otros alumnos y con sus respectivos docentes.[3]

En la guía de entrevistas algunas preguntas estaban dirigidas a relevar datos generales, historia escolar y una primera aproximación a las matemáticas usadas en el mundo laboral:

- ¿Cuál es su nombre? ¿Qué edad tiene? ¿Dónde nació? Si no nació en Buenos Aires, ¿cuándo y cómo llegó a la ciudad? ¿Tiene hijos? ¿De qué edades? ¿Con quiénes vive? ¿Alguno de sus familiares fue o va a la escuela?
- ¿Fue a la escuela en otra oportunidad? ¿De niño? ¿De adulto? ¿Por qué y cuándo dejó? ¿Por qué vuelve o empieza ahora?
- ¿Trabaja? ¿Dónde? ¿Qué otros trabajos tuvo? ¿En alguno de esos trabajos aprendió algo de matemática? ¿Cómo y con quién? ¿En alguno de esos trabajos le servía o usaba algo de matemática?

Otro grupo de preguntas estaba dirigido a indagar la relación con el saber matemático y las concepciones de matemática y de matemática escolar:[4]

- ¿Para qué piensa que se enseña y aprende matemáticas en la escuela? (Si surgiera la idea de utilidad, necesidad o importancia: ¿y por qué cree que las matemáticas son útiles, necesarias o importantes?).

---

[1] La intervención en la institución (asistencia técnico-didáctica y capacitación) se prolongó varios meses más allá del período de recolección de datos.

[2] Los contenidos propuestos a la docente y los considerados para las entrevistas son, además, desde nuestro punto de vista, fecundos e interesantes para el inicio del primer ciclo y coinciden con los que hemos incluido para el primer cuatrimestre en los borradores de distribución de contenidos para las escuelas de adultos desde las acciones de la Dirección de Currícula del Ministerio de Educación de la Ciudad de Buenos Aires.

[3] Colaboraron para realizar el registro en estas observaciones María Jimena Morillo y Federico Maloberti, capacitadores de la Escuela de Capacitación Docente del Ministerio de la Ciudad de Buenos Aires (CePa), quienes interactuaban con los alumnos tanto en instancias colectivas como individuales.

[4] Algunas preguntas han sido adaptadas de Veleida Anahí da Silva (2008) y de la investigación en curso dirigida por Bernard Charlot "Relações com os saberes", do Grupo Educação e Contemporaneidade da UFS.

- ¿Cree que todos pueden ser buenos en matemática? ¿Por qué? O, ¿qué se necesita para ser bueno en matemática?
- ¿Cree que ser joven o adulto importa para ser bueno en matemáticas? ¿Cree que ser hombre o mujer importa para ser bueno en matemática? ¿Cree que hay alguna relación entre ser rico o ser pobre y saber o aprender matemáticas? ¿Cree que hay alguna relación entre ser inteligente y saber o aprender matemáticas?
- ¿Tiene familiares o conocidos que crea que son buenos en matemáticas?, ¿cómo se da cuenta de que son buenos? ¿Y tiene familiares o conocidos que crea que no son buenos en matemática?, ¿cómo se da cuenta?
- ¿Qué debe hacer un buen maestro de matemáticas? ¿Qué es necesario para aprender algo nuevo de matemática en la escuela? ¿Qué es importante en una clase de matemática? ¿Es conveniente escribir en las clases de matemática? ¿Para qué?

Con la intención de relevar las concepciones de sí mismo como matemático, como usuario de matemática, como alumno de matemática se presentaban los siguientes interrogantes:

- ¿Usa las matemáticas fuera de la escuela?, ¿cuándo?, ¿dónde? ¿Usa o usó las matemáticas en sus trabajos?
- ¿Dónde aprendió lo que sabe de matemática? (O dónde aprendió lo que sabe de números, cálculos, medidas, geometría, etcétera).
- ¿Recuerda alguna situación en la que se sintió bien porque le salía algo de matemática o en la que inventó una manera de resolver un problema y le dio placer o alegría? ¿Y alguna situación en la que se sintió mal porque no sabía algo de matemática?
- ¿Le gusta aprender matemáticas? ¿Por qué? ¿Qué le gustaría aprender de matemática en la escuela? ¿Por qué? O, ¿para qué?
- ¿Se acuerda de alguna cosa que le gustó mucho aprender de matemática? ¿Cuál? ¿Hay algo que le da temor de las clases de matemática?

Por último se previeron entrevistas que permitieran relevar conocimientos matemáticos. A diferencia de las anteriores, las preguntas siguientes no están dirigidas al alumno sino que constituyen nuestras propias preguntas que podremos responder a partir de enfrentar a los alumnos a ciertos problemas de numeración y cálculo.

- Sobre la lectura, la escritura y la comparación de números: ¿Lee y escribe convencionalmente números de diversa cantidad de cifras? ¿Lee y escribe convencionalmente nudos o números "redondos"? Si realiza producciones o interpretaciones no convencionales, ¿produce escrituras aditivas?, ¿realiza inversiones entre cifras o sustituciones de alguna cifra?, ¿son los nudos punto de apoyo para revisar sus producciones? ¿Compara números de igual y diferente cantidad de cifras?, ¿qué criterios usa? ¿Lee y escribe convencionalmente números con coma en el contexto del dinero?
- Sobre el valor posicional: ¿Identifica cuántos billetes y monedas de $ 1, $ 10 y $ 100 son necesarios para formar una cantidad de dinero? ¿Precisa dibujar los billetes y monedas o recurrir al conteo de 10 en 10 o de 100 en 100? ¿Resuelve problemas que involucran componer y descomponer una cantidad en unidades seguidas de ceros? ¿Puede identificar en la escritura de un número la información que provee para descomponer en unidad seguida de ceros? ¿Puede anticipar transformaciones que se operan en los números apelando al valor posicional? ¿Aparecen en los cálculos algorítmicos errores ligados al valor posicional?

- Sobre los cálculos mentales: ¿Identifica qué cálculos mentales sabe realizar?, ¿valora sus propios recursos de cálculo?, ¿tiene disponibles resultados memorizados de sumas, restas, multiplicaciones o divisiones con números redondos?, ¿realiza sumas y restas de bidígitos o tridígitos?, ¿escribe cálculos parciales o los hace mentalmente?, ¿recuerda los pasos intermedios?, ¿realiza cálculos estimativos de sumas y restas?
- Sobre los algoritmos de cálculo: ¿Conoce o usa algoritmos escritos de las cuatro operaciones para números naturales?, ¿realiza escrituras de resultados parciales?, ¿tiene control de las operaciones matemáticas involucradas en cada paso?, ¿utiliza el cálculo estimativo como control de resultados o identifica la imposibilidad de ciertos resultados obtenidos? (Y como ha sido ya mencionado: ¿produce errores sistemáticos ligados al valor posicional?)

Como hemos anticipado, las observaciones de clases tenían la función de complementar la información de cada alumno a partir de sus interacciones con compañeros y diversificar el tipo de problemas y de condiciones con las que se los enfrentaba en entrevistas. Nos permitieron ver algunos rasgos de su posición frente a los compañeros y ciertas participaciones en discusiones o intercambios colectivos. Por otra parte, el material de registro de clases abonó al relevamiento de conocimientos que no habían sido abordados en las entrevistas, en particular el reconocimiento y los procedimientos de resolución de variadas clases de problemas aditivos o multiplicativos.

El conjunto total de datos obtenidos se expone en los cuadros 2-2 y 2-3.

Cuadro 2 -2. Entrevistas por caso

Alumno entrevistado	*Entrevistas*	
	Cantidad	*Duración total*
Isabel	3	100 minutos
Vicente	4	97 minutos
Claudio	4	108 minutos
Alicia	4	155 minutos
Julia	4	90 minutos*
Total	**19**	**9 h y 10 min**

* Problemas técnicos en la segunda entrevista nos hicieron perder una grabación de alrededor de 30 minutos, por lo que esta cifra es aproximada.

Cuadro 2 -3. Clases y casos presentes

Clases observadas	*Casos que estaban presentes**	*Duración de la clase observada*
Clase 1	Alicia, Claudio, Julia Vicente	40 minutos
Clase 2	Claudio, Isabel, Julia, Vicente	30 minutos
Clase 3	Alicia, Claudio, Julia, Isabel, Vicente	90 minutos
Clase 4	Claudio, Isabel, Vicente	110 minutos
Clase 5	Alicia, Isabel, Julia	65 minutos
Clase 6	Alicia, Isabel, Julia	50 minutos
Clase 7	Alicia, Julia	105 minutos
Clase 8	Alicia, Claudio, Julia	60 minutos
Total		**8 horas y 30 minutos**

* En estas clases había otros alumnos que no están en la lista; solamente incluimos los nombres de los presentes que constituyen nuestros cinco casos estudiados.

El corpus de datos está constituido entonces por 19 entrevistas de aproximadamente un total de 9 horas de duración y 8 clases de matemática de un total de 8 horas y media de duración. Constituyen también el material empírico sobre el cual se realizó el análisis las notas manuscritas realizadas durante observaciones de clase y entrevistas, y las producciones escritas de los alumnos resolviendo problemas durante clases y entrevistas.

El cuadro 2-4 permite apreciar el tiempo total de interacción con cada sujeto entre entrevistas y clases.

A medida que avanzaban las entrevistas y las observaciones de clase, se iba produciendo un *primer nivel de análisis*. Se identificaron en varios casos algunas “palabras llave” que permitían iniciar el trabajo interpretativo de cada uno de los sujetos estudiados. Se trataba de expresiones reiteradas por los sujetos que denominamos “llave” porque nos abrían una dirección posible para interpretar imágenes recurrentes en los discursos de los entrevistados. También, durante esta fase de la investigación, se recurrió a repreguntar a los casos por sus afirmaciones o por ciertos resultados matemáticos con el fin de avanzar entre dos posibles interpretaciones de alguna respuesta dada.[1] Durante este proceso, mientras permanecíamos “sumergidos” en un caso, nuestras propias notas iban también aportando a ese primer nivel de análisis al que hacíamos referencia y dejando puertas abiertas que luego constituirían el análisis transversal.

Cuadro 2-4. Duración de interacciones por caso

Caso	*Tiempo total*
Isabel	7 h y 25 min
Vicente	6 h y 7 min
Claudio	7 h y 18 min
Alicia	9 h y 25 min
Julia	8 h y 50 min

Un *segundo nivel de análisis* se inició una vez organizado el archivo total de datos. Allí se procedió a realizar un análisis más sistemático y detallado de cada caso a partir de algunas *dimensiones de análisis* previstas al confeccionar la guía de entrevistas y otras levemente transformadas. Estas dimensiones estructuran el índice interno de cada caso que se presenta en el tercer capítulo:

1. La relación con el aprender y con la escuela.
2. La relación con las matemáticas.
3. Conocimientos aritméticos.
   Sistema de numeración.
      Lectura y escritura de números.
      Valor posicional.
   Operaciones.
      Campo aditivo.
      Campo multiplicativo.

En este nivel hemos intentado atrapar con el máximo detalle la lógica de cada uno de los sujetos, sus perspectivas subjetivas, los sentidos que para cada uno de ellos ha tenido y tiene aprender. Se intentaron establecer vinculaciones entre diferentes aspectos, por ejemplo, su historia escolar, los sentidos que tiene para ese sujeto aprender e ir a la escuela y sus conocimientos matemáticos específicos.

Posteriormente, en lo que hoy consideramos un *tercer nivel de análisis*, se procedió a realizar diferentes tipos de cruces transversales de los datos desde una primera perspectiva más sociológica en la que la mirada está sobre el sujeto y sus relaciones con el saber, desde una perspectiva más psicológica bajo la pregunta por los conocimientos de los sujetos y, finalmente, desde una perspectiva más didáctica intentando atrapar algunos fenómenos de las interacciones en clases y entrevistas.

[1] Por ejemplo en el caso de Isabel, frente a dudas sobre la interpretación de ciertas expresiones, pudimos consultarle directamente a ella a qué se había referido con cierta expresión compartiendo las dos interpretaciones posibles que se nos ocurrían y validando una de ellas. Este ejemplo permite comunicar que no hubo una separación tan tajante entre los momentos de recolección de datos y el primer nivel de análisis.

El análisis transversal de los datos que se presenta en el capítulo 4 focaliza desde algunos conceptos y categorías propias de la teorización de Relación con el saber:

- Las movilizaciones para estudiar.
- Los tiempos personales.
- Las figuras decisivas.
- Las relaciones con las matemáticas.

El análisis transversal del relevamiento de conocimientos matemáticos disponibles en los sujetos, cuestiones que se abordan con detalle en el capítulo 5, se organizó por recortes de conocimientos y ya no por sujetos.

- Sistema de numeración:
  - Interpretación de números.
  - Producción escrita de números.
  - Interpretación y producción de números con coma.
  - Análisis del valor posicional.
- Campo aditivo:
  - Reconocimiento de las operaciones de suma y resta.
  - Estrategias de cálculo.
  - Resultados memorizados.
  - Usar resultados memorizados para resolver otros.
  - Cálculos que ponen en juego propiedades del sistema de numeración.
  - Cálculo estimativo.
  - Propiedades de las operaciones.
  - Algoritmos de suma y resta.
- Apoyarse en cálculos orales para pensar sobre los números escritos.
- Campo multiplicativo:
  - La multiplicación como objeto.
  - Problemas de proporcionalidad directa.
  - Recursos de cálculo para multiplicar.
  - Algoritmo de la multiplicación.
  - La división como objeto.
  - Cálculos mentales de división.

Finalmente, dentro de este tercer nivel de análisis transversal, se procedió a realizar el análisis de algunas tensiones didácticas halladas, presentadas al lector en el sexto capítulo.

A lo largo de todos los capítulos las referencias a clases y entrevistas se realizan utilizando el siguiente código:

- E para entrevista, la inicial de cada caso (V para Vicente, A para Alicia, I para Isabel, C para Claudio y J para Julia), el número de entrevista y finalmente R con otro número que indica el renglón del registro escrito donde se inicia el extracto transcripto.
- C para clase, luego el número de clase (en orden cronológico), finalmente R y el número para indicar el renglón del registro escrito donde se inicia el extracto transcripto.

  Por ejemplo:

  (EV2,R34) significa Entrevista a Vicente Nº 2, Renglón Nº 34 de la transcripción.

  (C6,R129) significa Clase Nº 6, Renglón Nº 129 de la transcripción.

En los extractos de clases y entrevistas se ha utilizado:

- E para referirse a entrevistadora.
- M para referirse a la maestra (que los alumnos nombran como Juana o Juanita).
- C1 y C2 para los capacitadores docentes que participaban en clases e interactuaban en ocasiones individualmente con algunos alumnos.
- A1, A2, A3 para otros alumnos que no forman parte de nuestra muestra o para los de la muestra cuando el énfasis está puesto en otro de los sujetos en particular.

2.5.3 Reflexiones metodológicas

En algunas entrevistas hemos encontrado momentos de intercambio que requirieron un nivel de análisis que modificó las interpretaciones iniciales. En varios casos se producen aparentes diálogos en los que entrevistador y entrevistado usan la misma palabra o igual expresión pero con un sentido muy diferente. La potencia de este hallazgo es que no nos permite interpretar sus respuestas desde nuestra propia lógica o nos exige relativizarlas. Veamos algunos ejemplos:

Una de las preguntas pensadas era "¿Para qué piensa que se enseña y aprende Matemática en la escuela?" Nos interesaba relevar con esta pregunta el sentido de la enseñanza de la matemática para esta población. En sus concepciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la escuela, ¿aparecía una perspectiva utilitaria y práctica de las matemáticas escolares?, ¿solamente concebían que era necesario aprender en la escuela aquello para lo cual reconocieran una aplicación externa al mundo escolar?, ¿o contemplaban también la posibilidad de que en la escuela pudieran estudiarse saberes matemáticos no necesariamente prácticos o útiles externamente? Queríamos saber si aparecían otras razones para aprender matemática que no estuvieran dirigidas de manera exclusiva a la utilidad práctica, por ejemplo, el placer de saber, la distribución y conservación de porciones de la cultura, la posibilidad que brindan de seguir estudiando otros objetos matemáticos más complejos en futuros niveles de la escolaridad (esta última finalidad podría concebirse también de algún modo como utilitaria o práctica, aunque es a mediano o largo plazo). En algunas entrevistas se iniciaba preguntando "para qué piensa que se enseña y aprende matemática en la escuela" y a partir de alguna respuesta se continuó con la utilización reiterada de la palabra "servir" por parte de la entrevistadora, palabra que condujo directamente a la idea de utilidad. Es decir que las respuestas obtenidas sobre la utilidad pudieron haber estado levemente dirigidas por la manera de preguntar, desvío inesperado y no previsto en el guion original de entrevistas.

En otras ocasiones interpretamos que algunas intervenciones insisten en una lógica diferente de la del sujeto, cuestión que puede verse recién en el momento de analizar los intercambios. Por ejemplo, al entrevistar a una alumna, se le preguntó si conocía a alguien que "fuera bueno" en matemáticas. Ella nos habla de su marido y responde "Sabe". Para nosotros "ser bueno" refería a su disposición para aprender, a la posibilidad de sentir placer en resolver problemas, a tener una buena autoestima respecto de las propias posibilidades de resolución. Para Alicia, en cambio, "ser bueno" era sinónimo de "saber". Se produce en este intercambio un diálogo en el que cada una sigue pensando en su lógica. La respuesta de Alicia no puede interpretarse en términos de que "su marido es bueno para las matemáticas" en nuestra propia acepción de la expresión, sino solamente en sus propios términos ("mi marido sabe"). También en estos intercambios estuvimos recién en condiciones de interpretar las rupturas en la continuidad del diálogo al analizar de manera sistemática los registros escritos.

Estos aparentes diálogos también se produjeron frente a ciertos problemas matemáticos.[1] Le preguntamos a una alumna cuánto se le debe "quitar" al 754 escrito en la calculadora para convertirlo en 704. El objetivo de este problema era ver si el alumno identificaba el valor relativo de la cifra 5 dándose cuenta que se trataba de restar 50, conocimiento que involucra cierto análisis sobre la posicionalidad del sistema de numeración. Cuando preguntamos por "quitar" desde nuestro punto de vista estábamos dirigiéndonos a la resta, a una operación matemática que pudiera realizarse en la calculadora. Para la alumna el "quitar" era "sacar". Ella nos responde 5. Frente a esta respuesta nuestra intervención sugiere que verifique con la calculadora si se obtiene el número esperado suponiendo que ella podrá aprender a reconocer el valor absoluto a través de una colección de problemas similares en los cuales pueda realizar anticipaciones y verificaciones que ayuden a transformar sus anticipaciones. Las interacciones con esta situación no evolucionaron; sin embargo, la resolución de otros problemas nos permitió identificar que ella disponía de suficientes conocimientos sobre la numeración y el cálculo que le permitieran reconocer que el valor absoluto de ese 5 era 50. ¿Cómo interpretar entonces ese aparente error? Pudimos reconocer que se trataba de dos lógicas que no interactuaban: la entrevistadora pregunta por quitar como operación matemática enmarcada en que la tarea estaba propuesta en el contexto de la calculadora. La alumna responde por quitar en el sentido literal. En este caso podríamos interpretar que es un fenómeno inverso al de contrato didáctico analizado para los errores de escritura de números señalados en párrafos anteriores. La alumna no responde en la "lógica escolar", no sabe que la entrevistadora está preguntando por las operaciones matemáticas involucradas, no interpreta que el problema presentado con la calculadora trata de cálculos. Ella nos aclara luego que no sabe usar la calculadora. Responde correctamente, desde su propia lógica. Su respuesta –incorrecta desde nuestra lógica– no puede ser interpretada como ausencia de conocimientos sobre el valor posicional.

En las situaciones mencionadas no se produce un verdadero diálogo. Las preguntas del entrevistador insisten en una lógica diferente de la del sujeto. Estas cuestiones solamente pudieron ser identificadas en un momento más avanzado del análisis.

En este apartado también nos interesa compartir algunas aparentes tensiones en el rol del investigador. Una de ellas refiere a ciertas contradicciones entre si intervenir para conocer, estudiar, relevar, o si intervenir para enseñar. En muchos momentos de intercambio, a propósito de conocimientos sobre la numeración o el cálculo, mantuvimos la posición de sostener la incertidumbre respecto de la validez de los resultados obtenidos o de las respuestas dadas. Esta manera de intervenir en ocasiones puede tener intencionalidad didáctica, ya que se busca que el alumno se haga cargo como sujeto intelectual de sus propias respuestas e implica un cambio de posición respecto del rol del docente en la enseñanza, como hemos analizado anteriormente. Un ejemplo de esta manera de intervenir se presentó cuando algunos alumnos realizaban escrituras aditivas (escribir 2007 para doscientos siete, por ejemplo). En estos casos interveníamos didácticamente tratando de producir avances en los conocimientos. Así es que en las entrevistas, si bien no era la finalidad prevista originalmente, sucedía que los alumnos aprendían a partir de revisar sus propias producciones y errores. Estos momentos, que llamamos productivos, por parte de los alumnos nos permitieron atrapar aprendizajes, momentos de conflicto, de revisión y de reorganización de conocimientos. En otras ocasiones, durante las entrevistas, los sujetos habían compartido con nosotros sus formas de resolver algoritmos convencionales. En general, los

[1] Esta tensión será analizada en el capítulo 6.

errores obedecían a cierta pérdida de control de los pasos intermedios del cálculo (por ejemplo, frente a la cuenta 27 + 14 sumar 7 + 4 y escribir abajo 11, luego sumar 2 + 1 y escribir abajo 3, obteniendo 311). Sin embargo, también en estos momentos, más allá de haberse ya relevado el conocimiento del alumno –en el rol previsto de investigadora– al finalizar las entrevistas y frente a la demanda explícita del alumno de recibir una orientación, devolución, información, procedimos a situaciones más clásicas de comunicación de técnicas o a dar informaciones. Incluso en algunas oportunidades, luego de dar por finalizada la entrevista, apagado el grabador y haber agradecido su participación, los entrevistados solicitaban ejercitación o planteaban nuevas preguntas sobre el contenido tratado, pedían que se les enseñara una técnica, o solicitaban ayuda para registrar por escrito algunos ejemplos para consultarlos. Percibimos desde la primera situación de trabajo sobre la numeración y el cálculo que los alumnos entrevistados venían a la entrevista también para aprender. Era –al menos para nosotros– imposible no "enseñarles", aun cuando en ocasiones se tratara de una comunicación directa de informaciones o técnicas.

Interpretamos estas formas de intervenir como una tensión inicial no prevista entre el rol de investigadora y el rol docente. Para los alumnos éramos docentes y esperaban que les enseñáramos. Por otra parte resultaba difícil proponer una situación tan asimétrica en la que ellos estuvieran enseñándonos sus estrategias, sus conocimientos y sus errores, y no hacernos cargo del pedido explícito de enseñanza. Estas cuestiones en todos los casos se comunicaban al docente para que pueda tratarlas en los espacios colectivos. Pero los entrevistados tenían una demanda explícita por obtener una respuesta. Es preciso reconocer que, a la luz del análisis actual, hubiera sido fértil registrar también esta clase de interacciones que inicialmente consideramos como un "desvío" de la supuesta manera prevista de intervenir. Como hemos mencionado, muchas de estas interacciones sucedían con el grabador apagado. Nuestras notas manuscritas permitieron reconstruir parte de estas interacciones a las que haremos referencia en ocasiones.

Otra tensión en las entrevistas refiere a la valoración de sus propias producciones o de su asistencia a la escuela. En varias ocasiones no pudimos resistirnos a valorar sus procesos de producción de conocimiento, a hacer devoluciones positivas de su trabajo o a alentar su permanencia en la escuela. Por ejemplo, cuando una alumna hablaba de su situación actual en la que se estaba recuperando de una crisis personal y compartía la dificultad para sostener sus proyectos actuales, le devolvimos una valoración positiva de que ahora estuviera estudiando. Nuestra propia valoración del conocimiento, del aprender y del mundo de la escuela estaba presente en algunos intercambios. Entrevistadora y capacitadores que observaban las clases éramos percibidos como parte de la escuela.

Los alumnos –inclusive los que no fueron seleccionados como casos seguidos en este estudio– durante los meses de recolección de datos y los siguientes meses del año nos mostraban sus progresos en las diferentes áreas, nos contaban anécdotas de reutilización de conocimientos, nos pedían ayuda con una tarea cuando su maestra estaba ocupada con otro alumno o cuando se ausentaba, nos hicieron regalos en el Día del Maestro, nos invitaron a la fiesta de fin de año, etc. Estos ejemplos ponen de manifiesto la construcción de un vínculo personal afectivo, vínculo sin duda atravesado por el mundo escolar, por la idea explícita y sostenida de la enseñanza y el aprendizaje sistemático, y en este caso imbuido también de una "química" escolar propia de algunas escuelas primarias de adultos que podríamos sintetizar como: "es bueno que estemos todos juntos hoy aquí estudiando".

Elsie Rockwell (1987, 2009), aunque a propósito de la investigación etnográfica, analiza algunas aristas de esta cuestión:

> *La interacción etnográfica en el campo, por ser social, en cierta medida está fuera de nuestro control. Intervienen en ella además nuestros propios procesos inconscientes, las formas en que manejamos nuestras angustias en el trabajo y las interpretaciones de la situación que apenas articulamos como tales.* (Rockwell, 1987: 5-6).
>
> *Pero a partir de esta experiencia, considero que hay cosas que no se valen: sobre todo, no se vale negar la presencia de uno en el lugar, con todo lo que uno lleva ahí.* (Rockwell, 1987: 5).

> *Este proceso de definición se ve tal vez con mayor claridad y franqueza con los niños; ellos preguntan quiénes somos, y comprueban sus hipótesis directa y explícitamente: ¿Son maestros, enfermeras, madres, vendedores, etc.? (…) Esta actividad sobre todo nos coloca en una categoría rara, diferente a todas las categorías frecuentes o posibles de personas que visitan una escuela.* (Rockwell, 1987:6).

El análisis y estas lecturas nos han ayudado a reconsiderar que es posible tomar como objeto de investigación también la parte "docente" no prevista de nuestro propio rol y las interacciones con los alumnos, en lugar de considerarlas tensiones entre la investigación y la enseñanza. Por ejemplo, interpretamos que los pedidos explícitos de los alumnos entrevistados nos informan también de su relación con el saber, de su deseo de aprender, del valor que otorgan a su posición actual de alumnos.

Sobre estas aparentes tensiones, junto con la voz de Elsie Rockwell, traemos la voz de Claudio, uno de los adultos de este estudio, cuya intervención al finalizar las cuatro entrevistas permite ilustrar también su percepción sobre el rol del investigador:

E: Bueno, mil gracias Claudio.

C: Gracias a vos.

E: No, por favor.

C: Si no era por usted…

E: ¿Si no era por mí qué?

C: No, si no era por ustedes los maestros… no sé qué sería de nosotros…

• • •

En este capítulo hemos presentado el problema y las preguntas de la investigación, los marcos teóricos y conceptuales de referencia. Luego hemos realizado una síntesis de los principales antecedentes de estudios sobre el aprendizaje y la enseñanza de matemática a adultos poco escolarizados y de las investigaciones sobre el aprendizaje y la enseñanza de la numeración a niños pequeños que constituyen referencias imprescindibles y puntos de partida para el presente trabajo. Finalmente, hemos presentado la perspectiva metodológica del presente estudio enfatizando algunas tensiones propias del trabajo en el campo y del análisis, compartiendo decisiones y puntos de vista adoptados.

La lectura de esta tesis puede continuar con el capítulo 3 en el que se presenta un nivel de análisis de los datos organizado para cada uno de los cinco casos o bien con los capítulos 4, 5 y 6 en los que se presentan los análisis transversales de los datos (postergando la lectura del capítulo 3 cuando la intención sea profundizar en la perspectiva de cada sujeto en particular).

Capítulo 3. Análisis por casos

En este estudio buscamos conocer la relación con el saber y con las matemáticas de adultos que inician la escuela primaria. Nos preguntamos cómo los sujetos categorizan, organizan el mundo, le dan sentido a su experiencia, especialmente a su experiencia escolar. Intentamos comprender cuál ha sido y cuál es el sentido de aprender y de aprender matemática para ellos, buscamos identificar algunos de sus conocimientos matemáticos y cómo están atravesados por el sentido que han tenido y tienen.

En este capítulo se presenta un análisis de cada uno de los cinco casos en función de las siguientes dimensiones y preguntas:

- La relación con el aprender y con la escuela: ¿Cuáles han sido sus trayectorias escolares? ¿Para qué o por qué los alumnos adultos están hoy en la escuela primaria?
- La relación con las matemáticas: ¿Qué quieren aprender de matemática en la escuela? ¿Por qué? ¿Cuáles han sido sus trayectorias matemáticas escolares y extraescolares? ¿Qué los movilizó a aprender aquello que ya saben? ¿Cuándo y bajo qué condiciones lo aprendieron? ¿Cómo se perciben a sí mismos como estudiantes, como usuarios o como productores de conocimiento matemático? ¿Qué concepciones tienen sobre las matemáticas, las matemáticas escolares, su enseñanza y su aprendizaje? ¿Cómo se posicionan respecto del conocimiento matemático a enseñar en la escuela? ¿Cómo es su posición frente a sus propias producciones? ¿Aceptan involucrarse en un momento de trabajo productivo de nuevos conocimientos?
- Los conocimientos aritméticos disponibles: ¿Leen, escriben y comparan números de diversa cantidad de cifras? ¿Producen escrituras no convencionales de manera sistemática? ¿Reconocen y utilizan la información que brinda la escritura numérica sobre el valor posicional como medio para resolver problemas? ¿Qué lugar ocupa el contexto del dinero en estos conocimientos? ¿Cómo resuelven problemas que involucran las cuatro operaciones? ¿Qué estrategias de cálculo oral utilizan? ¿Qué resultados de cálculos tienen disponibles y memorizados? ¿Qué estrategias de cálculo escrito usan o conocen? ¿Qué errores producen?

El análisis de cada caso se presenta inicialmente para introducir al lector en una mirada profunda y más detallada sobre cada uno de los sujetos y cómo se articulan subjetivamente sus historias personales, sus decisiones, sus deseos, sus maneras de pensarse como alumno o como sujeto matemático.

Muchos de los datos que aquí se presentan organizados por caso se retoman en los capítulos siguientes en análisis transversales (las relaciones con el saber en el capítulo 4, los conocimientos relevados en el capítulo 5 y los hallazgos didácticos en el capítulo 6) y pueden abordarse sin pasar por la lectura del capítulo 3.

Preservamos en esta presentación el orden en el que hemos analizado los cinco casos. Intentamos así ser lo más fieles posibles a la historia de nuestras propias elaboraciones, preguntas, hallazgos y comparaciones.

3.1 Isabel

Isabel tiene 53 años. Nació y vivió en la ciudad de Tucumán. Vino a la Ciudad de Buenos Aires hace 15 años donde actualmente vive sola. Trabaja como empleada doméstica por horas. Tiene una hija y cuatro nietos en Tucumán, quienes asisten o asistieron a la escuela primaria o secundaria, y una sobrina que estudia en la universidad.

3.1.1 La relación de Isabel con el aprender y con la escuela

De niña Isabel tuvo una asistencia breve e irregular a la escuela porque tenía a su cargo el cuidado de su hermano menor.

(EI1,R111)

Entrevistadora: *¿Y de chica fuiste alguna vez a la escuela, o nunca?*

Isabel: *No, eh… no, no, fui… estuve un tiempo estuve con mi mamá y ella me mandaba, suponele, yo tenía que cuidar a mi hermanito más chiquito mientras ella se iba a trabajar, entonces los horarios allá en el campo, no hay una escuela con jornada completa como acá, allá tenés o vas a la mañana o vas a la tarde, entonces mi mamá trabajaba todo el día y yo me quedaba con mi hermanito. Cuando ella no trabajaba, podía ir a la escuela. Si no, no iba, o sea, estaba anotada en la escuela y todo, pero no iba como realmente tiene que ir un chico todos los días para que pueda aprender.*

E: *¿Y qué ibas, más o menos, una vez por semana, una vez por mes…?*

I: *No, no, una vez por mes, más o menos.*

E: *Mm, ¿y durante muchos años fue así que ibas una vez por mes?*

I: *Eh, sí… no, un año más o menos, pero después ya no estuve más con mi mamá y… este, ya… no pude, no fui más a la escuela.*

Frente a la ausencia de escuela, para Isabel fueron determinantes en su relación con el mundo escolar y el aprender las interacciones con una monja que de niña le enseñó a leer, a escribir y algunos conocimientos aritméticos:

(EI1,R129)

I: *Yo aprendí a leer y escribir cuando una señorita que iba a la escuela donde cerca vivían mis abuelos, que era en el campo campo, ella le dijo a mi papá que mandara, eh… que me prestara para que yo la acompañe a la hermana de ella que era una viejita, era una monja viejita. Las dos eran solteras, pero ella era maestra, y la hermana quedaba solita en la casa todo el día, y quería que yo le haga compañía, entonces ella me decía, me enseñaba. Primero me enseñó la tabla del uno, me decía, me enseñaba y me enseñaba así como, y me empezó a poner, a hacer la a, la e, entonces me iba enseñando de a poquito y… de a poquito fui aprendiendo lo que ella me iba enseñando.*

E: *Mm, ¿y fuiste muchos años ahí o…?*

I: *No, estuve más o menos alrededor de dos años en la casa de ella.*

E: *Dos años, ¿y ahí aprendiste a leer y a escribir?*

I: *Sí.*

E: *Y de matemática… ¿te acordás qué aprendiste además de la tabla esa del uno?*

I: *Y… mucho no me acuerdo viste, pero alguna… este, lo que sí me acuerdo es que… ella me había dicho una vez, me había dado las dos tablas y me dijo: “Mirá, yo me voy a ir unos días porque tengo que descansar, pero si vos te… ¿qué te gustaría tener como juguete para que vos juegues? Vamos a hacer un trato”, entonces, yo siempre soñé con tener una muñeca, jamás tuve una muñeca, entonces ella me dice: “Bueno, vamos a hacer un trato, yo te dejo esta…” me dejó muchas tareas, este… de lengua, ¿no? eh, que escriba “mamá”, “papá”, “mamá fue a comprar”, todas esas cositas así, en un cuaderno aparte, en una hoja aparte me dejó las tablas, hasta la tabla del cuatro me dejó. Entonces me dice: “Si yo vengo y vos me decís que sabés las tablas del cuatro, yo le voy a decir a mi* *hermana que te tome antes que yo venga, y si ella me dice que está bien con las tablas, yo te voy a traer la muñeca". Y yo me metía debajo de un mesón grande que había cuando la viejita… porque la viejita era eh… monja, monja de una iglesia San Roque y ella se levantaba a la mañana eh… rezaba; tenía que ir a tomar el desayuno, rezaba; tenía que salir a la calle, rezaba; tenía que dormir la siesta, rezaba. Entonces me pasaba todo el día con ella rezando, y aprovechaba cuando ella se iba a dormir la siesta y yo me ponía abajo del mesón y me ponía a estudiar eso, porque yo quería la muñeca.*

E: *Claro.*

I: *Así que ese cambio hizo ella conmigo.*

E: *¿Y tuviste la muñeca?*

I: *Sí, ella me compró la muñeca y me trajo. Es la primer muñeca que yo tuve cuando ella vino, y ahí aprendí.*

(…)

I: *Pero después mi papá me sacó (de la casa de la monja) porque ellos me estaban… yo no entendía bien cómo era la cosa, no, pero ellos me estaban eh… la viejita me llevaba a la iglesia que quedaba a una cuadra, yo iba con ella, siempre la acompañaba a todos lados y bueno y… pero yo iba dos veces a la iglesia, a la mañana y a la tarde, y era que ellas me estaban preparando a mí para que yo pueda ir al noviciado, como monja, algo así…*

E: *Y tu mamá no quería.*

I: *No, mi papá, eh… mi papá le dijo: "No", mi papá me sacó de ahí, ella le dijo: "Mirá, este… lo llamamos –dice, lo llamaron a mi papá– lo llamamos para que le avisemos –dice– que ella va a hacer la comunión, y que después ya la vamos a mandar para que vaya a estudiar el noviciado, porque le estamos enseñando acá a leer y a escribir, ella ya sabe, ella va a hacer el noviciado porque después ella va a entrar a, a… para que ella pueda agarrar los hábitos" y cuando le dijeron eso a mi papá se le pararon los pelos de punta, y le dijo una grosería, no sabés, pero bueno… entonces este… y ahí me sacó.*

Si bien Isabel evoca estos primeros aprendizajes formales, su alta valoración del mundo escolar los torna conocimientos de menor categoría:

(EI1,R182)

I: *(…) No es lo mismo que alguien te enseñe así, que vayas a la escuela, porque en la escuela sabés cómo hacer. Yo tengo muchas faltas de ortografía, me como los puntos, los comas, todas esas cosas, eso todavía no lo puedo recuperar viste, pero lo que a mí más me gusta es la matemática, pero me cuesta un poquito.*

Una cuestión a resaltar es que para Isabel esta "desventaja" (no haber ido a la escuela) no es inamovible, nos dice "todavía no lo puedo recuperar", lo que refleja la idea de que aún es posible aprender lo que no sabe y quiere saber. Por ello Isabel hoy asiste a la escuela.

Otra persona que Isabel menciona es una profesora de corte y confección[1] que, entre otras cosas, le enseñó a dividir.

---

[1] Isabel se refiere a un curso que forma parte de las ofertas de talleres y de capacitación de algunas Escuelas de Adultos.

(EI1,R371)

I: *Para aprender corte y confección hay que dividir, suponele la sisa, el hombro, todas esas veces, hay cosas que uno, tenés que sacar, dividir, y yo no sabía eso, pero teníamos una profesora que era buenísima la profesora. Entonces decía: "Profesora Anita, yo no sé dividir, pero yo quiero hacer el molde", entonces ella me dice: "Mire, no sabe dividir, pero vamos a agarrar el centímetro y vamos a dividir". Entonces agarraba el centímetro, suponele, tenía ochenta de cintura, entonces lo doblamos al centímetro en cuatro y ya lo dividíamos, entendés. Hacíamos, eh, dividíamos, ella me enseñó a dividir así. Yo no sabía dividir.*

La división que le enseñó esta profesora está apoyada en la actividad material de dividir el centímetro de costura en partes iguales y no en estrategias de cálculo. Sin embargo, como se analizará más adelante, Isabel puede en la actualidad realizar cálculos mentales de división aunque no reconozca la operación como tal ni identifique el origen de este conocimiento.

Isabel hace referencia en varias ocasiones a una tercera persona importante en su movilización para el estudio: su actual empleadora. En una clase cuenta que había pensado dejar la escuela, y que cuando esta señora le da un libro de estudio considera que es una señal o un mensaje de Dios que le dice que quiere que ella siga estudiando.

(C2,R18)

I: *Yo justo estaba por dejar de venir y la patrona me dice que tiene un libro de matemática que usaron sus hijos, y que ellos ahora están en la UBA.*[1] *Y yo justo que pensaba abandonar. Siempre que quiero abandonar Dios me manda a alguien que me dice "tenés que seguir"…*

(EI1,R47)

I: *Entonces cuando yo me vine a anotar justo estaba anotando Juanita,*[2] *y me dijo (imitando a la maestra): "Pero ¿por qué no te anotás en otra escuela, más cerca?, este… por el tema del boleto", entonces yo le dije a Juanita que no, porque yo trabajaba por este lugar, que si… ahora me quedó un solo trabajo, pero los otros trabajos ya no me llaman a trabajar. Entonces, cuando empecé a venir a estudiar, es como que se me empezó a, a, a… a, como es, a quedarme con menos trabajo, ¿no?, entonces ya me quedó un solo trabajo por acá, entonces como que me costaba mucho viajar, a mí. Y yo estaba por dejar, ya había dejado de venir casi quince días, entonces yo tengo una señora que voy a trabajar a Flores, que ella es contadora, y siempre que yo le decía que no, que ya no iba a venir, ella siempre me decía, me regalaba un cuaderno, un libro de matemática, y me decía todas las cosas que yo tenía que hacer. Entonces yo entendí que Dios no quería que deje la escuela, eso entendí yo.*

Isabel le otorga a su patrona el poder de evaluar su decisión de estudiar. Destaca su nivel educativo –es contadora– y considera que por ello puede evaluar también la calidad de los materiales de enseñanza que le ofrece su actual maestra.

(EI1,R82)

I: *(…). Porque ella me dijo que… que estaba bien lo que yo había empezado a hacer, irme a la escuela que… para hacer algo por mi vida, para no quedarme ahí estancada sin saber… quizás tengo la oportunidad de hacer algo ahora y… ella me estaba ayudando, este… en matemática, todas esas cosas, pero cuando yo les… ella me preguntó qué es lo*

[1] Sigla que corresponde a la Universidad de Buenos Aires.
[2] Juanita es la maestra.

que me enseñaba Juanita, entonces yo le dije: "Yo le traigo el cuaderno para que usted vea", entonces cuando yo le llevé el cuaderno para que ella vea, me dijo que estaba muy bien, este… el material que tenía Juanita para trabajar con nosotros, y que no hacía falta que ella me ayude a mí aparte, porque el material era bueno. Y aparte, o sea, este… todo lo que, lo que Juanita clasificó[1] *estaba bien, o sea, las notas por ahora las tengo bien.*

***E:** Isabel, ¿ella te enseñaba matemática antes de que vos empezaras la escuela?*

***I:** No… no…*

***E:** ¿Empezó a enseñarte cuando empezaste a ir a la escuela?*

***I:** Sí, sí.*

***E:** ¿Y ahora a veces le preguntás, o le pedís ayuda o ya…?*

***I:** No, no, ya no. No, porque ella me dijo que… que no hace falta, porque el material que me da Juanita a mí para trabajar está bueno. Porque ella es contadora la señora, entonces (imitando a la señora): "Este material está bueno para usted… entonces no vamos a interrumpir el trabajo que ella tiene con lo que yo le enseño, porque está bien lo que le está enseñando".*

Estas tres figuras en la relación de Isabel con el estudio, el aprendizaje y la escuela son mujeres que, a diferencia de su mamá cuando ella era niña, valoran el estudio.[2] Serían figuras que cumplen de algún modo un rol maternal, para su propio punto de vista, ya que Isabel considera que sus padres no la han estimulado ni le han exigido que estudie y de alguna manera los cuestiona por ello.

Isabel ha construido su "yo epistémico" (Charlot, 2005) gracias a las experiencias placenteras de aprendizaje con esas figuras femeninas que han sido decisivas. Estos tres referentes, a diferencia de los padres, valoraban el aprendizaje. La monja de su infancia, al ser una figura tan importante para ella en su crianza y su perspectiva de desarrollo, le permitió investir el saber a Isabel. Dios es una figura fuertemente investida para Isabel por su "primera maestra" quien aspiraba para ella a una vida de noviciado. En su relación con el saber, tiene tres "madres-maestras" y un "padre-Dios". Ellos sí creen que Isabel debe y puede estudiar. Si bien Isabel no hizo el noviciado como la monja quería, le dejó otra marca: el deseo de saber e incluso, como veremos más adelante, el deseo de ayudar a otros a que también quieran saber (ser profesora).

Isabel considera que para aprender en la escuela se necesita constancia en la asistencia, esfuerzo, sistematización e identificación de los conocimientos. Recordemos que ella dice que de chica no pudo aprender porque no iba todos los días a la escuela "como realmente hay que ir". Estas condiciones explican los motivos del abandono de una escuela de adultos a la que había asistido anteriormente: el tipo de actividades que se le solicitaban en clase estaban más ligadas al juego que al estudio, actividades que ella no considera como enseñanza escolar. Veamos su relato:

(EI1,R33)

***I:** (…) Entonces había dos maestras, entonces ellas nos decían: "Alumnos, háganse un grupo de cuatro, y saquen el dominó". Entonces yo dije: "No vine a jugar al dominó, yo vine a estudiar". No, porque si vos trabajás todo el día, y te decís: "Bueno, quiero hacer algo, voy a ir a estudiar, a terminar la primaria"…*

Isabel valora el estudio y está dispuesta a hacer esfuerzos para aprender e incluso para llegar a la escuela.

---

[1] Retomaremos cómo Isabel usa el término "clasificar" para referirse a la calificación.

[2] En el capítulo 4 retomaremos este análisis desde el concepto de figuras decisivas para la relación con el saber (Charlot, 2005).

(EI1,R76)

I: Yo vengo de Chacarita, y hay días que vengo caminando porque no tengo para el boleto, pero yo quiero seguir.

La exigencia familiar es para Isabel un ingrediente necesario para el buen rendimiento escolar. A ella le hubiera gustado que le exigieran cuando era niña, y dice que tal vez por eso ella actualmente es exigente con sus nietas:

(EI1,R269)

I: …Yo con mis nietas soy dura, ni siquiera mi hija es así, yo soy. "Esto está mal, tenés que hacerlo bien". "No podés quedarte con esto", entonces ahí yo exijo porque quizás, yo mismo a veces me cuestiono, digo, ¿por qué yo tengo que exigir a lo mejor lo que yo hubiera querido que me exijan a mí?, ¿me entendés?, en un estudio, este… estudiar, seguir adelante, no tuve la oportunidad de que nadie me diga: "Estudiá, seguí adelante, progresá". Yo a todos le digo: "Estudien, no se queden con esto". Pero bueno, yo no tuve la oportunidad, pero ahora estoy haciendo algo.

(…)

(EI1,R209)

I: …Porque yo no estudié cuando era chica, entonces como que yo veo algún chico, por ejemplo, yo soy muy exigente con mis nietas con el tema de la escuela, hasta por teléfono, cuando hablo por… Florencia, que es la más grande, yo le digo: "¿Cómo estás en la escuela? ¿Cuánto te sacaste en la escuela?", entonces ella me dice: "Abuela me saqué ocho, –suponele–", "No, eso es muy poco, un ocho es poco". Y le digo: "Vos sos muy inteligente, tenés que tener más, no podés conformarte con un ocho, tenés que pedir más", "Sí abuela, la próxima me saco más", me entendés, y así. Y tengo una, que es la tercera, que es… Abigail, que ella es como San Martín, hasta sábados y domingos quiere ir a la escuela. Así que, salió abanderada y todo, así que… pero bueno, acá estamos.

Esta función de estímulo y valoración hacia el estudio la ejerció y ejerce con su hija y nietas y con otras personas cuando "les dice a todos que vayan a estudiar". Isabel asocia el estudio al progreso en general y al progreso laboral en particular: "estudiá, seguí adelante, progresá", "estudien, no se queden con esto". Ambas expresiones muestran la idea del estudio como una llave para el futuro. Más explícitamente dice:

(EI1,R238)

I: …Si vos no sabés leer ni escribir no tenés futuro. Yo muchas veces me puse a hablar este tema con mi hija, eh… porque ella no quería estudiar, entonces yo le dije, o sea, todos los trabajos son honestos, ¿no? Saquemos el trabajo de que las chicas que trabajan en la calle, pero cualquier trabajo que hagás es un trabajo honesto, pero cuando vos podés progresar es mucho mejor. Entonces yo le dije a mi hija: "Yo nunca pude tener un trabajo mejor que el que tengo, porque nunca tuve un estudio, y si no tenés un estudio ahora, eh… no podés trabajar en un trabajo que digas que es bueno". Estos trabajos son buenos, y feos, ¿no?, porque… depende eh… la patrona que te toque, te pueden tocar personas buenas, ¿no?, que te tratan bien, pero te pueden tocar personas que te tratan mal.

Sin embargo, esta relación entre estudio y trabajo no la aplica a ella misma por su edad.

(EI1,R321)

I: *No, porque no tiene… la edad para estudiar no tiene nada que ver, podés estudiar a la edad que quieras, no, pero... o sea, es mejor cuando uno es joven y estudia porque es como que, eh… tenés más oportunidades, porque vos decís: "Bueno, estudio esto quizás, eh… me recibo y ya tengo cosas para emprender, tengo otros sueños, otras metas", pero eh… ahora yo lo único que quiero es, este… aprender.*

Isabel se considera grande para obtener un trabajo mejor a partir del estudio. Estudia solo porque desea estudiar y porque siente placer en aprender. Ir a la escuela es de algún modo una reparación para su vida. Busca en la escuela recuperar el tiempo perdido, aquello que le hubiera gustado tener de niña y no tuvo. Estudiar, saber, ir a la escuela son deseos en sí mismos independientemente de los posibles sentidos externos. El estudiar ocupa para ella un lugar reparatorio de las condiciones de crianza, del acompañamiento y la exigencia que desearía haber tenido, de una mirada de los adultos que aspiraran y proyectaran una vida "mejor" para ella, que creyeran en sus capacidades. Incluso en alguna ocasión juega explícitamente a ser una niña que llama a la maestra como si fuera su madre:

(C4,R216)

I: *Juanita, Juanita.*

A1: *¡Vení Juanita, vení! (Risas).*

I: *Estamos como las nenas. ¡Má, Juanita!*

En este rol de niña trata de saldar una "asignatura pendiente", no solo desde los contenidos a aprender sino de la vivencia de un rol no experimentado previamente. Una posición que implica ser valorada y en la que se apuesta a su capacidad de aprender, como no lo fue en su propio entorno familiar y vivió, tan solo, por breves períodos con otros adultos, que, no casualmente, se constituyeron en sus referentes en relación con el aprendizaje. Posiblemente por ello Isabel disfruta permanentemente de su actividad de alumna en las clases, valora y reclama las interacciones con compañeros, con su maestra, con los capacitadores que están en las clases y con la investigadora. Incluso asigna una importancia permanente a los materiales escolares (cuadernos, fotocopias, libros, boletín de calificaciones, etc.) como marcas de ese estado de "ser alumna". Son objetos materiales representantes de la cultura escolar. Ya Isabel identifica la presencia de materiales en sus primeros recuerdos de situaciones de estudio con la monja, cuando era pequeña.

(EI1,R152)

I: *(Refiriéndose a la monja) …Todas esas cositas así, en un cuaderno aparte, en una hoja aparte me dejó las tablas, hasta la tabla del cuatro me dejó…*

También evoca que cuando está por dejar de estudiar su patrona le regala materiales que se constituyen incluso en portadores de la palabra divina.

(EI1,R56)

I: *(Refiriéndose a su patrona) …Y siempre que yo le decía que no, que ya no iba a venir, ella siempre me decía, me regalaba un cuaderno, un libro de matemática, y me decía todas las cosas que yo tenía que hacer. Entonces yo entendí que Dios no quería que deje la escuela, eso entendí yo.*

(EI1,R441)

I: *…Y ahora que esta señora me regaló ese libro de matemática así que por ahí cuando tengo tiempo lo agarro.*

(C2,R28)

M: *¿Y vos, Isabel, conocías eso? (Refiriéndose a la multiplicación).*

I: *¡Sí! ¡¡Porque tengo el libro de matemática de mi patrona!! (Riéndose).*

Y como hemos señalado antes, considera que su maestra puede ser evaluada por la patrona a través de los materiales que usa.

Creemos que para Isabel no haber ido a la escuela implica mucho más que el simple hecho de no haber asistido físicamente, incluso más que no haber aprendido: implica que no fue mirada como niña, como sujeto que tiene un futuro por delante. Esa frustración por no haber ido a la escuela en su propia infancia constituye una movilización para sus deseos actuales de asistir.[1]

Isabel empieza a asistir a la escuela cuando tiene menos trabajo. Además, su hija y sus nietas viven en Tucumán y no la requieren cotidianamente. Es para Isabel una buena oportunidad para hacer algo que siempre quiso hacer: ser alumna, ir a estudiar, aprender, ir a la escuela.[2]

(EI1,R37)

I: *…Yo en realidad no pude estudiar, porque mis padres se separaron cuando yo era muy chica y yo me terminé criando en la calle. Entonces no tuve oportunidad de estudiar.*

(EI1,R82)

I: *…No, no, ella (la patrona) es más para ayudarme porque ella me dijo que… que estaba bien lo que yo había empezado a hacer, irme a la escuela que… para hacer algo por mi vida, para no quedarme ahí estancada sin saber… quizás tengo la oportunidad de hacer algo ahora.*

(EI1,R266)

I: *Si hubiera tenido la oportunidad de estudiar, de ir a una secundaria, de ir, qué sé yo, a la UBA, como todos fueron a estudiar, eh… hubiera… me hubiera recibido de profesora de matemática, porque es lo que más me gusta.*

(E1,R273)

I: *(…) No tuve la oportunidad de que nadie me diga: "Estudiá, seguí adelante, progresá". Yo a todos le digo: "Estudien, no se queden con esto". Pero bueno, yo no tuve la oportunidad, pero ahora estoy haciendo algo.*

Isabel hoy tiene la oportunidad de reparar o bien de repararse, de darse a sí misma eso que no le han dado y deseaba desde hace tiempo. Veamos cómo aparece permanentemente la referencia a las "oportunidades" que no tuvo o a las oportunidades que se le presentan.

---

[1] En el capítulo 4 retomaremos este análisis desde el concepto de movilización (Charlot, 1997).
[2] En el capítulo 4 retomaremos esta recurrencia a la idea de "oportunidad".

3.1.2 La relación de Isabel con las matemáticas

El sentido de las matemáticas. Para Isabel el estudio en general es (además de un medio para un ascenso en la calidad de los trabajos a obtener en el caso de los jóvenes) un fin en sí mismo, que, como ella dice, "mantiene la mente activa". En el caso específico de los conocimientos matemáticos, también reconoce que son útiles o necesarios para realizar cálculos en situaciones laborales y comerciales de la vida cotidiana, y para evitar engaños con el dinero.

(EI1,R249)

I: *Entonces, eh… es lindo saber eh… es bueno que le enseñen a los chicos, que los chicos sepan, que sepan desenvolverse, que nadie los engañe quizás con una cuenta, o que un chico vaya a trabajar y no le paguen, le digan: "Te vamos a pagar –suponele– doscientos pesos", y vengan le den ciento cincuenta, si no sabe leer ni escribir el chico no va a saber si le están pagando bien o mal.*

(…)

E: *¿Y para qué te puede servir*[1] *la matemática además de para… para que no te engañen con el pago?*

I: *Y bueno, suponele, te vas al supermercado… yo por ahí hago algunas cuentas mentalmente, algunas cuentas mentalmente, y… y te sirve por ahí querés comprar algo y decís: "Bueno, no sé si me va a alcanzar esto para comprar, pero voy a sacar la cuenta", eh, te sirve la matemática.*

(EI1,R433)

E: *¿Y para qué te puede servir eso que hacés de matemática en la escuela, o lo que aprendés de matemática en la escuela?*

I: *Y yo creo que te sirve de todo un poco, por ejemplo, tenés que ir a un lado, tenés que sacar una cuenta, tenés que ir, qué sé yo. Ah, yo me acuerdo que antes vendía, hace dos años, eh, yo le compraba ropa para mi hija y le mandaba para que ella venda allá, entonces yo tenía que sacar la cuenta cuánto iba a gastar, y yo lo sacaba mentalmente, porque yo no… el otro día es la primera vez que manejé porque Martina me prestó la calculadora, pero nunca manejé la calculadora, siempre los dedos y contando así, viste. Y ahora que esta señora me regaló ese libro de matemática así que por ahí cuando tengo tiempo lo agarro. Pero eso es bueno, te sirve la matemática, te sirve para todo un poco.*

Para Isabel, el sentido de la matemática escolar está dado, además de la utilidad práctica, por el placer que le produce. Incluso ese placer aparece expresado en su deseo frustrado de ser profesora.

(EI1,R39)

I: *Lo que más me gusta es la matemática, pero que me cuesta un poco pero me gusta.*

(EI2,R151)

E: *¿Y te gusta aprender matemática acá en la escuela?*

[1] Si bien este uso de la la palabra "servir" por parte de la entrevistadora podría haber dirigido la respuesta hacia la idea de utilidad práctica, en otros extractos de las entrevistas podemos identificar cómo Isabel se expresa sobre el gusto que le da saber matemática más allá de su utilidad.

I: *Sí, a veces me resulta un poco difícil, pero sí me gusta.*

E: *¿Y hay algo que te gustaría aprender de matemática en la escuela?*

I: *Todo.*

E: *¿Por ejemplo?*

I: *O sea, a mí me gustan mucho las cuentas, eso. Me gusta sacar mucho las cuentas, eso es lo que más quiero aprender.*

(EI1,R263)

I: *(…) Yo, si hubiera tenido un estudio, hubiera sido profesora de matemática.*

(EI1,R266)

I: *Si hubiera tenido la oportunidad de estudiar, de ir a una secundaria, de ir, qué sé yo, a la UBA, como todos fueron a estudiar, eh… hubiera… me hubiera recibido de profesora de matemática porque es lo que más me gusta.*

Cuando se le pregunta por qué le hubiera gustado ser profesora de matemática, explica que hay muchos chicos que no tienen oportunidades y que a ella le hubiera gustado ser profesora para enseñarles y ayudarlos. Este deseo de ser profesora parecería tener entonces nuevamente funciones reparatorias, hacer con otros lo que la monja, la profesora de corte y confección y su patrona hicieron con ella: enseñar y ofrecer oportunidades. Por otro lado ella siente no haber podido ayudar a su hija y haber tenido que contratar una profesora particular que hizo lo que ella no sabía hacer, pero que desde su propio punto de vista "le hubiera correspondido". Si hubiera sido profesora de matemática habría podido ayudar también a su propia hija.

El origen de sus matemáticas. Al intentar conocer el punto de vista de Isabel sobre el origen de sus conocimientos matemáticos disponibles nos encontramos con que ella considera que no usa actualmente la matemática en su trabajo, y que tampoco ha aprendido nada de matemática en él. También afirma que no ha aprendido nada de matemática cuando vivía en la calle.

(EI1,R229)

E: *Y, ¿vos siempre trabajaste en casas?*

I: *Sí, eh… hice muchas clases de trabajo, por ejemplo, cuidé enfermos a la noche, cuidé niños también, hice muchas clases de trabajos así.*

E: *Y en alguno de esos trabajos, Isabel, ¿vos usaste algo de matemática?*

I: *No.*

E: *Eh, ¿y en algunos de esos trabajos aprendiste algo de matemática?*

I: *No.*

E: *¿Y en la calle aprendiste algo de matemática?*

I: *No.*

E: *No…*

I: *No. En la calle lo que se aprende en la calle se aprende a robar para sobrevivir…*

A pesar de que Isabel no reconoce haber aprendido nada de matemática en la calle o en los trabajos, podemos suponer que sí ha aprendido, ya que dispone de una gran cantidad de conocimientos aritméticos que no fueron enseñados en su breve e irregular paso por la escuela ni en las instancias de enseñanza sistemática que ella evoca (con la monja, con la profesora de corte y confección o con su patrona).

¿Por qué Isabel no considera que se aprenda matemática en la calle o en el trabajo? Hemos mencionado que para Isabel el aprendizaje se asocia al esfuerzo, al estudio, a la sistematicidad, a la continuidad. Agregamos nuevas condiciones: para Isabel es preciso que haya una cierta asimetría donde uno enseña y otro aprende, y a la vez que haya identificación del objeto de estudio. Isabel aprendió en su vida cotidiana numerosos conocimientos matemáticos que para ella no son reconocidos o valorados por no haber sido elaborados en el marco de una situación de esfuerzo con alguien que enseña explícitamente un objeto y otro que lo aprende. Isabel reconoce y valora las tablas aprendidas en la infancia o la división enseñada por la profesora de corte y confección. Estas son situaciones en las que alguien le enseñaba, Isabel se esforzaba y ambas –la que ejerce de profesora y la que ejerce de alumna– eran conscientes del conocimiento en juego. Isabel reconoce sus aprendizajes cuando estos forman parte un ritual, una "ceremonia de enseñanza", por ello para aprender son importantes los materiales y la calificación. Lo que adquirió de manera más espontánea no tiene valor de aprendizaje. Posiblemente también Isabel considera por aprendizajes matemáticos aquellos que reconoce como objetos escolares: las tablas y la división. Sus conocimientos numéricos y sus recursos de cálculo mental oral –sin duda aprendidos en situaciones extraescolares– no tienen el mismo estatus que los que ella reconoce como objetos de tratamiento escolar. Recordemos que el conocimiento de la división que ella aprendió con su profesora de corte y confección es un conocimiento práctico, un recurso de resolución empírico y no refiere al objeto división como actividad aritmética. Sin embargo, parece ser reconocido, ya que en la escuela se enseña la división. La división y las tablas serían conocimientos matemáticos nominados como "conocimientos escolares". Es decir que Isabel valora sus conocimientos matemáticos mientras guarden la característica de "escolares" (con todas las características mencionadas anteriormente) y desvaloriza los otros. Esta cuestión es coherente con su alta valoración de la escuela.

Concepciones de aprendizaje y enseñanza de la matemática. Isabel asocia el éxito en el aprendizaje de la matemática con el esfuerzo y con el placer. Para ser bueno en matemática es muy importante estudiar, practicar, "estar con la mente activa" y especialmente que te guste. Más adelante mencionará la inteligencia.

(EI1,R309)

> ***E:** …Para vos para ser bueno en matemática, ¿qué hay que hacer, qué hace falta hacer?*
>
> ***I:** Qué hace falta hacer... Estudiar, practicar. Que hay veces, por ejemplo, eh… yo lo estudio, trato en lo posible de que mi mente… yo a veces digo de que mi mente está como quieta, tiene que activarse viste, mientras vos leés, mientras vos escribís, estás yendo a la escuela, estás… así, eh, tu mente se… se está activando para poder estudiar.*
>
> ***E:** Mm, o sea que hay que estudiar, hay que practicar y hay que tener la mente activa, digamos.*
>
> ***I:** Sí, aparte te tiene que gustar.*

Considera que se puede ser bueno en matemática tanto siendo joven como siendo adulto, siendo mujer o siendo hombre. Sin embargo, estudiar en la juventud, como ya hemos mencionado, ofrece posibilidades de un futuro mejor:

(EI1,R319)

***E:** Y… para vos ser joven o ser adulto, ¿importa para ser bueno en matemática?*

***I:** No, porque no tiene… la edad para estudiar no tiene nada que ver, podés estudiar a la edad que quieras, no, pero... o sea, es mejor cuando uno es joven y estudia porque es como que, eh… tenés más oportunidades, porque vos decís: "Bueno, estudio esto quizás, eh… me recibo y ya tengo cosas para emprender, tengo otros sueños, otras metas", pero eh… ahora yo lo único que quiero es, este… aprender.*

***E:** Pero, por ejemplo, en la escuela de adultos, si viene un chico de veinte años, y una persona de cuarenta, o de cincuenta, o de sesenta, ¿para vos los dos pueden ser buenos en matemática?, ¿o tiene más posibilidades de ser bueno en matemática el joven, el adulto?, ¿o cualquiera de los dos?*

***I:** No, yo creo que depende de la inteligencia y de lo que le guste. No sé, suponele el chico puede ser de dieciocho años, y el hombre puede ser de cuarenta, y si el hombre es inteligente y le gusta, va a saber mucho más que el joven. O quizás, si al chico joven le gusta mucho la matemática puede saber mucho más que el hombre de cuarenta.*

***E:** ¿Y ser mujer u hombre importa?*

***I:** No, yo creo que no, eso no tiene nada que ver.*

Isabel tampoco considera que la riqueza económica favorezca el aprendizaje de la matemática.

Tomemos contacto con sus ideas precisas sobre cómo debería ser un buen docente de matemática sin olvidar que a ella le hubiera gustado serlo. Considera que es necesario que le gusten las matemáticas y que le guste enseñar. Hay que "demostrar que se estudió porque a uno le gustaba". También es necesario que sepa explicar y que ayude a los alumnos si no entienden. En la clase de matemática considera que es muy importante la evaluación de sus alumnos:

(EI1,R394)

***E:** …¿Para vos un buen maestro de matemática, qué tiene que hacer para ser buen maestro, para enseñar bien matemática?*

***I:** Un buen maestro… yo creo que, no sé… yo tuve una amiga que nos conocimos por… ella es profesora de matemática, ¿no?, yo creo que en la UBA es profesora de matemática ella, nos hicimos de amigas porque a ella también le gustaba Sandro como me gustaba a mí. Entonces nos conocimos así, y ella, eh… me comentaba que ella, cuando estaba dando la clase de matemática, que… a mí me gustaba escucharla porque a mí eso es lo que me gusta, la matemática, aunque no sabía nada y no entendía nada, pero a mí me gusta, entonces yo la escuchaba y decía: "Yo traía, trae los alumnos, le enseñaba y ellos no me daban bolilla, me decían: 'Profesora…' todo patas para arriba". Entonces ella me decía: "Yo les quiero enseñar bien, yo quiero que ellos aprendan", y yo le digo: "Para ser profesora de matemática primero tienen que ser responsables, y demostrar que vos estudiaste porque a vos te gusta, y porque te gusta enseñar, es lo primordial, te tiene que gustar enseñar, y sí, vas a tener alumnos rebeldes", y me dice: "Sí –dice–, pero son adolescentes", y sí, por ahí dice que ella se daba vuelta a poner, suponele, algo en el pizarrón y ya uno le tiraba con algo, le decían: "Señorita…" y ella se enojaba, viste, pero yo creo que una profesora de matemática, primero… para enseñar, primero le tiene que gustar. Dos cosas: gustar la matemática y gustar enseñar, porque es lo más importante, que te guste la matemática y que te guste enseñar, porque si a vos te gusta y no te gusta enseñar no… no pega eso.*

***E:** Claro… ¿y qué te parece que es importante que pase en una clase de matemática?*

I: No sé, para mí lo más importante que pase en la clase de matemática es que la maestra te esté enseñando y que vos puedas entender lo que te está enseñando. Y yo hay veces que no entiendo, por eso yo le digo: "Juanita, me ayuda esto porque no entiendo". A mí me gusta pedir ayuda cuando no entiendo en algo. A mí me gusta, este… y, cómo se llama, eh… y saber que cuando al término de la clase sabemos que… que cuando, cuando la maestra te enseña matemática y cuando terminás tu clase eh… la maestra te va a clasificar[1] que, que… la maestra… tengas un buen resultado, que digas: "Bueno, esto hice hoy". A mí me pone contenta cuando yo hago alguna cosa matemática y cuando Juanita me va a clasificar, yo el otro día le pregunté: "Juanita, ¿estás segura de lo que yo saqué en el boletín?", le digo yo porque a mí me dijo la señora que… la contadora me dijo que estaba todo bien, y viene y me dice: "Sí, Isabel, yo no regalo nada". Así que es algo que tiene valor viste, que vos sabés que… que te enseñó matemática y que entendiste, y porque lo entendiste lo hiciste bien, y que porque lo hiciste bien la señorita te puso buena nota.

Para Isabel la maestra enseña bien si sabe y le gusta. El alumno entiende si le gusta y quiere aprender. Si entendió, entonces las cosas le saldrán bien. La llamada "clasificación" permite verificar si lo que se hizo está bien o no, otorga valor a la producción de una persona. El proceso tiene, para Isabel, varias etapas y componentes, y la "clasificación" es de alguna manera la culminación de ese proceso. Como alumno y como profesor, es preciso demostrar que se sabe. Como profesor, además, es preciso mostrar que a uno le gusta.

Isabel siente que ella tiene ese valor ligado al esfuerzo y al gusto de aprender, pero que no tuvo suficientes oportunidades de transitarlo. Ahora, cuando su maestra la "clasifica" le devuelve una verificación de su valor. También identificamos esta idea del valor de la persona asociado a los resultados en matemática cuando Isabel se equivoca –o cree que no está logrando resolver de manera exitosa– y dice, recurrentemente, "estoy mal".

(C3,R159)

C2: *¿Ese es el ciento noventa? (Señalando la escritura que hizo de 190).*

I: *No pará... mmm, toy mal yo...*

C2: *Nooo, ¿por qué estás mal?*

I: *No, estoy mal, hoy no me concentro...*

C2: *Escribí el ciento diecinueve. (Señalando debajo del 1190).*

I: *No, estoy mal, sigo estando mal.*

C2: *No, no estás mal...*

(…)

C2: *Entonces, ¿qué número sería este? (Señalando el 1190 de la cuenta).*

I: *Mil ciento noventa, ¿qué decía yo?*

C2: *¿Qué decías vos antes? Ciento diecinueve y ciento noventa decías...*

I: *Sí. Estamos mal.*

---

[1] Isabel en varias oportunidades utiliza el verbo "clasificar". Inicialmente no sabíamos si se trataba de una confusión entre "calificar" y "clasificar" dada la proximidad fonética o si este uso del verbo implicaría de algún modo que para Isabel la tarea del maestro en esa instancia implica clasificar a sus alumnos según su rendimiento. Frente a esta duda se le preguntó qué entendía ella por "clasificar a los alumnos" y explicó que para ella es la tarea que hace la maestra cuando lee lo que hicieron los alumnos, corrige, les pone nota, les dice que los vuelvan a hacer. Se le preguntó también si para ella había alguna relación con establecer clases, categorías o niveles de alumnos y con un gesto de sorpresa dijo que no, que era para que los alumnos supieran lo que estaba bien o no de lo que habían hecho.

Para ella su rendimiento matemático le otorga valor a su propia persona: ella vale lo que vale su matemática. Cuando su matemática no está bien, Isabel siente que ella no está bien.

Imagen de sí misma como matemática.[1] En principio Isabel parece considerarse "buena" para matemática, posiblemente por el esfuerzo que está dispuesta a realizar y el placer que le produce. Valora su propia actitud ante el saber matemático en contraposición a una compañera de corte y confección a la que no le gustaba ni se esforzaba por aprender.

Recuerda una vez en la que se sintió mal porque no le salían los cálculos. Se trataba de una situación en la cual había gran cantidad de datos y resultados a considerar, y aparentemente perdía el control de los resultados parciales. Isabel no considera que la complejidad de la situación la puso nerviosa, sino que supone que fueron sus nervios los que no le permitieron resolver la situación, ella "debería" haber podido resolverlo. Esa misma exigencia está presente cuando ella dice que "hoy está mal" cuando algo no le sale, cuando considera que debería saber y no sabe.

(EI2,R73)

***E:** Eh, bueno y… ¿vos te acordás alguna vez en la que vos te sentiste mal porque algo de matemática no te salía? ¿En alguna situación fuera de la escuela te acordás si alguna vez te pasó que no te salía algo de matemática?*

***I:** Sí, en realidad a veces cuando no me sale la matemática a mí es cuando yo estoy nerviosa. Cuando yo estoy nerviosa no me sale nada bien, pero sí…*

***E:** ¿Te acordás de algún ejemplo de una situación que no te salía algo de matemática?*

***I:** Sí, una vez eh… andaba haciendo compras, porque no sé si yo te comenté que mi hija vende ropa, yo le compro ropa acá y le mando; entonces yo tenía que sacar la cuenta más o menos cuánto podía llevar, suponele doce pantalones, cuánto me salía doce pantalones, y tenía que sacar la cuenta cuánto le iba a valer, ya no me acuerdo cuánto valía tampoco no, pero yo tenía que sacar esa cuenta. Yo nunca usé calculadora, jamás, siempre usé mi mente, mis dedos, y entonces esos días yo tenía que sacar la cuenta para, primero para ver cuánto iba a gastar y segundo para ver cuánto de plata tenía, cuánto lo que podía gastar, porque si podía aumentar más ropa era mejor, entonces era un día que hacía mucho frío, no me podía concentrar, no me salía la cuenta…*

(…)

***E:** Mm, ¿y ese día cómo hiciste?, ¿te fuiste…?*

***I:** Sí, me fui a calmar un poco. Me fui a calmar un poco y… entonces agarré una birome[2] y empecé, me fui a tomar un café y me fui a sacar la cuenta…*

(…)

***E:** Te hago una pregunta Isabel, para entender mejor, vos cuando fuiste al café y anotabas, ¿anotabas los resultados de cada cosa?, ¿decías por un lado los pantalones, por un lado las remeras, así, ibas anotando como los distintos cálculos, los distintos resultados?*

***I:** Claro, vas anotando como, suponele, eh… una docena de pantalón a diez pesos son ciento veinte pesos. Acá eh… las remeras que al final no las terminé de comprar porque no me gustaba el material de la tela, y bueno y esas cosas, suponele, eh…*

(…)

---

[1] Usamos esta expresión para referirnos tanto a la imagen de sí misma como alumna, como usuaria o como productora de matemática.
[2] Isabel no dice explícitamente que para resolver la dificultad ella escribió, pero dice que "agarró una birome".

E: Y te hago una pregunta, Isabel, ¿vos creés que te pudo haber ayudado en el café, además de estar más tranquila, el hecho de que lo escribieras?

I: Yo creo que sí porque, este… era muchas cosas juntas, las remeras, los pantalones, los shorts, todas esas cosas juntas, no podía mentalmente.

Isabel dice que quiere aprender "todo" de matemática en la escuela. Cuando explica con más precisión qué conocimientos matemáticos quisiera tener disponibles, dice que le gustaría aprender a hacer cálculos y a tener disponible en memoria resultados de multiplicaciones (recordemos que la memorización de tablas está asociada a un premio en su infancia). A lo largo de varias entrevistas siempre menciona los cálculos y nunca otros conocimientos matemáticos. Aparentemente su representación de la matemática escolar está circunscripta a ese contenido o bien tiene una alta valoración del cálculo, tal vez porque se trata de conocimientos que permiten rápidamente ser evaluados, puestos en valor.

(EI2,R154)

***E:** ¿Y hay algo que te gustaría aprender de matemática en la escuela?*

***I:** Todo.*

***E:** ¿Por ejemplo?*

***I:** O sea, a mí me gustan mucho las cuentas, eso. Me gusta sacar mucho las cuentas, eso es lo que más quiero aprender, suponele, estudiar las tablas hasta no sé… ¿hasta dónde son las tablas?, creo que hasta el doce son las tablas, o hasta el catorce, no sé bien. Pero estudiar la cosa que por ejemplo la otra vez hicimos suponele la tabla del trece, trece por no sé cuánto hicimos acá con Juanita, y yo jamás había sacado trece por no sé cuánto, así que ahí usé mis dedos, y todo viste, pero, o sea, me gusta mucho sacar así cuentas.*

Dice que en las clases de matemática le dan temor las escrituras de números grandes o con muchos ceros:

(EI2,R171)

***E:** ¿Y hay algo que te da temor de las clases de matemática en la escuela?*

***I:** Y solamente cuando los números tienen muchos ceros, cuando son más grandes como que hay veces… tengo que saber cuántos ceros lleva el mil y cuántos ceros lleva el diez mil, me entendés. O el veinte mil, no sé, ahí me trabo yo.*[1]

Aparentemente Isabel considera que ella "debería" saber escribir bien los números. No solamente explica en varias oportunidades las dificultades que ella misma identifica, sino que frente a algunas interacciones que ponen de manifiesto sus dudas o contradicciones expresa una cierta vergüenza por no saber, vergüenza porque se trata de algún modo del valor de su propia persona.

(EI2,R349)

***I:** (Frente a dudas con la escritura de números, formulando algo así como un chiste a la entrevistadora) Volvé cuando yo entienda esto.*

---

[1] En las entrevistas para relevar sus conocimientos aritméticos se observa que efectivamente a Isabel le resulta complejo escribir números de varias cifras. Además, en varias oportunidades manifiesta cómo la confunden los ceros.

(…)

(EI3,R1)

E: *Bueno, te acordás que el otro día habíamos trabajado sobre los números, cómo se leían, cómo se decían…*

I: *Sí, pero yo no… no lo estudié.*

Pero aun en las situaciones de trabajo matemático en las que se enfrenta a conflictos, Isabel hace referencia a que va a lograr aprender esos conocimientos con esfuerzo y un trabajo personal que está dispuesta a realizar sola o con ayuda:

(EI2,R324)

I: *Yo creo que voy a tener que empezar a trabajar con esto porque… aclarar mi mente con esto, porque esto…*

(EI1,R420)

I: *Y yo hay veces que no entiendo, por eso yo le digo: "Juanita, me ayuda con esto porque no entiendo". A mí me gusta pedir ayuda cuando no entiendo en algo.*

Tanto en las clases como en las entrevistas, Isabel acepta la responsabilidad intelectual de enfrentarse a problemas matemáticos que se presentan de manera descontextualizada (por ejemplo, escritura de números aislados, algunos problemas de análisis del valor posicional) o bien a prácticas como comparar estrategias para resolver un mismo problema numérico.

Isabel tiene un alto nivel de explicitación de su actividad cognitiva. Frente al relato de su conflicto con el cálculo de precios de ropa para su hija hemos visto cómo reconstruye los conflictos y los pasos para resolver la situación, e identifica el rol de la escritura en la organización de resultados parciales. En extractos anteriores ha mostrado también cómo realiza una reflexión permanente sobre su actividad matemática, y cómo ella y su "mente" son objeto de análisis ("voy a tener que aclarar mi mente", "mientras vos escribís, estás yendo a la escuela, tu mente se está activando para poder estudiar"). Reflexiona sobre los procedimientos usados y enuncia claramente sus dificultades con los ceros. Isabel tiene un alto grado de conciencia de qué conocimientos matemáticos maneja y cuáles le traen dificultades. Quiere aprender, quiere estudiar y esforzarse, sabe qué quiere aprender y está dispuesta a trabajar y a "aclarar su mente" para lograrlo.

Tiene una amplia disposición a aprender matemática. En las entrevistas se anima a mostrar sus dificultades y errores, formula preguntas, revisa sus propias producciones. Incluso en más de una ocasión se le ha solicitado varios días después retornar sobre una producción propia con preguntas sobre cómo ella interpretaba su propio procedimiento o consultándola sobre dos posibles hipótesis para interpretar su producción, e Isabel tuvo una actitud de interés por realizar ese retorno reflexivo colaborando con entrevistadores en el proceso de interpretación de datos.

También es interesante destacar la alta concentración de Isabel para resolver problemas o cálculos y su disposición a enfrentarse a los desafíos cognitivos a partir de las intervenciones del investigador. En general acepta las intervenciones en las que se sostiene la incertidumbre respecto de la validez de sus afirmaciones o conjeturas involucrándose en el conflicto que se le produce. Revisa sus propios conocimientos y produce nuevos en interacción con los problemas planteados y con la entrevistadora. En las clases participa activamente, solicita ayuda, interactúa con los compañeros, se dispone a trabajar en pequeños grupos. Isabel suele consultar con sus compañeros cuando se le presentan dudas o simplemente para comparar los resultados obtenidos.

Nos permitimos afirmar que Isabel tiene “proyecto de aprendizaje” (Perrin Glorian, 1993). (Y hemos visto también que Isabel tiene incluso “proyecto de enseñanza”).

3.1.3 Algunos conocimientos aritméticos

Lectura y escritura de números. A lo largo de diferentes clases hemos podido identificar que Isabel lee y escribe convencionalmente números de dos y tres cifras en el contexto de situaciones problemáticas variadas. En situación de entrevista lee convencionalmente los números 36, 100, 480, 408 escritos de manera aislada, y aparecen también algunas escrituras e interpretaciones de números escritos no convencionales.

Por ejemplo, al 2007 lo interpreta como doscientos siete. En otros casos realiza escrituras aditivas o yuxtapuestas apoyándose en la numeración hablada, por ejemplo, escribir 3001 (300 y 1) para trescientos uno, o 2007 para el número doscientos siete.[1]

(EI2,R181)

E: *(...) Yo te voy a escribir números y vos decime qué números son.*

I: *(Mientras E escribe los números, Isabel los va leyendo) Treinta y seis. Cien. Cuatrocientos ochenta. Cuatrocientos ocho (leyendo convencionalmente el 36, el 100, el 480 y el 408).*

E: *(Escribe 2007).*

I: *Em… doscientos siete (lee como 207).*

E: *(Escribe 207).*

I: *Eh… doscientos siete dije… em… (dudando). ¿Qué número es ese? Veint… ¿ese es un veinte? (Por cómo sigue parecería que Isabel pregunta por cómo empieza el nombre del 207)*

E: *¿Cuál?*

I: *Este (señalando 20 de 207).*

E: *¿Todo junto?*

I: *Mmm, no, no es todo junto veinte, el veinte es el dos y el cero.*

E: *Mm, a ver si entiendo lo que te está pasando. Vos a este (señalando el 2007) lo llamaste doscientos siete, y a este también (207), y entraste en duda, ¿no?*

I: *Claro, no, porque este tiene un cero y este tiene dos.*

E: *Mm, ¿y ahora no sabés cuál de los dos es el doscientos siete?*

I: *No, este es el doscientos siete, porque tiene dos ceros (señalando el 2007).*

E: *Ajá….*

I: *Porque el cien no tiene un cero, ¿no?*

E: *No, el cien tiene dos ceros.*

I: *Bueno, entonces si estos son doscientos, eh… tiene eh… si este tiene dos ceros son doscientos siete. Y este… em… es un veinte (señalando el 207).*

E: *Mm, ¿y este cuál es?*

I: *Un veintisiete.*

---

[1] En el capítulo 2 hemos mencionado diversos trabajos en los que se ha relevado esta clase de escrituras numéricas en niños (Scheuer y otros, 2000; Lerner y Sadovsky, 1994) y en adultos (Ferreiro, 1983; Delprato, 2002; Palmas, 2011). Retomaremos este análisis en el capítulo 5.

E: *Mm, bueno ahora vamos a volver sobre esto, ¿sí?*

I: *Sí.*

E: *Y ahora yo te voy a pedir a vos que escribas algunos números, vos acá estás en duda ¿no es cierto?*

I: *Ese, no, ese es la duda, porque estos son doscientos siete (por el 2007), y este es un veinte (señalando el 20 de 207), y el siete ahí al lado, ¿qué quiere decir?, veinti… no, no es veintisiete.*

E: *¿Cómo sabés que este no es veintisiete? El dos… el cero y el siete, porque vos, es interesante lo que me dijiste recién, me dijiste: "Es un veinte y un siete, es veintisiete, no, no es veintisiete".*

I: *No.*

E: *¿Por qué pensás que no es veintisiete, o cómo te das cuenta que no es veintisiete?*

I: *Porque veintisiete está como este (señalando 27), y este tiene un cero (señalando el 0 de 207), entonces no es veintisiete.*

Isabel justifica que 2007 es doscientos siete por la cantidad de ceros que tiene el doscientos. Pero entra en duda frente a la escritura 207. La lee primero como doscientos siete y luego iniciando su interpretación con veinte (usando la misma lógica que empleó para escribir e interpretar 2007 como doscientos siete). Dos ideas entran en conflicto: por un lado opera la concepción aditiva de la escritura a partir del nombre del número, por el otro Isabel sabe que veintisiete se escribe 27.

Como hemos señalado anteriormente Isabel es absolutamente consciente de lo que sabe y de lo que no sabe, de qué números la confunden y sobre cuáles tiene claridad. Expresa sus temores y dudas con los ceros al leer y escribir números. Sus debates internos sobre la cantidad de ceros no expresan exclusivamente un desafío cognitivo, sino que ponen en juego su mirada sobre sí misma como matemática, como hemos mencionado en el apartado anterior.

(EI2,R171)

E: *¿Y hay algo que te da temor de las clases de matemática en la escuela?*

I: *Y solamente cuando los números tienen muchos ceros, cuando son más grandes como que hay veces… tengo que saber cuántos ceros lleva el mil y cuántos ceros lleva el diez mil, me entendés. O el veinte mil, no sé, ahí me trabo yo.*

(…)

(EI2,R263)

I: *No, yo porque, yo… por eso yo te digo que a veces… a mí me confunden los ceros.*

(…)

(EI2,R288)

I: *Y ahora no sé cuántos ceros lleva el doscientos.*

(…)

(EI2,R295)

I: *No sé, porque me confunden a mí los ceros, porque dependen, este… cuántos ceros llevan… eso es lo que a mí me confunde, esto me confunde.*

(…)

(EI2,R321)

***I:** No, quiero decir que este es el trescientos uno, porque le falta un cero, no te olvides que, este lleva tres ceros, y esto me confunde a mí (riéndose).*

***E:** Ja, ja…*

***I:** Yo creo que voy a tener que empezar a trabajar con esto porque… aclarar mi mente con esto, porque esto…*

(…)

(EI2,R347)

***I:** Porque, este trescientos uno lleva dos ceros y un uno nada más. Trescientos. Este es trescientos uno, y este es dos mil nueve, este tiene que ser el trescientos uno. Volvé cuando yo entienda esto.*

Estas dudas con los ceros no se le presentan en todos los casos. Por ejemplo, a partir de la equivocación de una compañera, Isabel interpreta correctamente las escrituras de los números 18, 108 y 180:

(C6,R638)

***M:** ¿Cómo se escribe ciento ocho?*

***A1:** El uno y el ocho.*

***I:** El uno…*

***M:** ¿El uno y el ocho forman el ciento ocho?*

***I:** No, Falta el cero en el medio.*

***M:** ¿Esto puede ser dieciocho? (Señalando el 180 que está en el pizarrón.)*

***A2:** Puede ser dieciocho, puede ser ciento ochenta.*

***I:** No, si le sacamos el cero es dieciocho pero con el cero es ciento ochenta.*

A partir de los conflictos que enfrenta a lo largo de una de las entrevistas, Isabel elabora ideas que le permiten empezar a revisar sus escrituras aditivas y avanzar hacia la escritura convencional. Elabora la idea "el uno va en el lugar de los ceros", a partir del número del año en curso, sobre el cual dispone, por el uso social, de su escritura convencional. Las reflexiones sobre este número (2009) la ayudan a entender y justificar que dos mil y dos mil uno pueden tener diferente cantidad de ceros, y a producir luego algunas escrituras convencionales.[1]

(EI2,R326)

***E:** Y este que es el dos mil nueve, ¿por qué tiene dos ceros, y no más? (Retomando su comentario de la cantidad de ceros).*

***I:** Porque es el dos mil.*

***E:** Pero vos me decís que el dos mil tiene tres ceros. Acá el dos mil lo escribiste con tres ceros, ¿por qué el dos mil nueve, que es el del año, va solo con dos ceros?*

[1] En el capítulo 6 retomaremos el análisis de algunas de las intervenciones que se han revelado fértiles para el progreso de los conocimientos.

I: *Porque lleva un número adelante del cero, y este no lleva número adelante del cero. En el lugar del nueve este va un cero más. Y yo creo que siempre que va un cero más es como que aumenta más el tres mil y el trescientos, entendés, eso es lo que yo creo.*

E: *A ver, este es el dos mil.*

I: *Sí.*

E: *Y este es el dos mil nueve.*

I: *Sí.*

E: *Y vos me decís que este nueve va en lugar de este cero.*

I: *Sí.*

E: *¿Esto que me estás diciendo te sirve para pensar en el trescientos y en el trescientos uno? ¿Por qué acá vos ponés este nueve en el lugar del cero, o el cero en el lugar del nueve, y acá en el trescientos y en el trescientos uno no? (Por la escritura del 300 y el 3001).*

I: *Porque, este trescientos uno lleva dos ceros y un uno nada más. Trescientos. Este es trescientos uno, y este es dos mil nueve, este tiene que ser el trescientos uno (muy confundida). ¡Volvé cuando yo entienda esto!*

E: *No, porque yo lo que estoy tratando de ver es lo que a vos te sale, lo que te da dudas, para tratar de ayudar, así que no voy a esperar a que te salga sino voy a tratar de ayudarte. Mira, em… este es el dos mil, ¿sí?, y este es el dos mil uno.*

I: *Mm.*

E: *Este es el trescientos, pero el trescientos uno en realidad se escribe así, trescientos uno, así se escribe el trescientos, y así se escribe el trescientos uno. Con esto de los ceros pasa lo mismo que vos me dijiste recién que pasaba con el dos mil y el dos mil nueve.*[1]

I: *Ajá.*

E: *Este es el trescientos y este es el trescientos uno, y este es el dos mil y este es el dos mil nueve. ¿Qué dirías que pasa con los ceros ahí?*

I: *¿Y qué diría, ahí? Que… como te dije hace rato, que este, que era ese, va el nueve va en el lugar de este cero.*

E: *Ajá, eso que vos estás diciendo, que es lo que dijiste antes, que es que el nueve va en el lugar del cero, pasa también con el trescientos y el trescientos uno, y debería pasar con el dos mil, y con el dos mil uno, que acá lo escribiste bien, y cuando paso del trescientos al trescientos uno también pasa, ¿sí? ¿Te animás a probar a ver si te sale?*

I: *Y no sé si me va a salir.*

E: *A ver, por ejemplo, escribí el cuatrocientos (Isabel escribe 400). Y ahora el cuatrocientos uno (Isabel escribe 401). Muy bien.*

I: *¿Está bien?*

E: *Está bien. Ahora escribí el cuatro mil (Isabel escribe 4000). Y ahora el cuatro mil uno (Isabel escribe 4001). Y cuatro mil ocho (Isabel escribe 4008). ¿Está?*

I: *Mm.*

E: *Bueno. Ya ahora lo sabés. ¿Eh, un poco más? ¿Sí? Bueno, eh… entonces, volvemos sobre estos números que nos dieron tantas dudas hace un ratito, ¿qué números son?*

---

[1] En este momento se realiza una intervención en la que se retoman cuestiones que venían circulando y se dan informaciones.

I: *Este es el doscientos siete, no, dos mil siete (por el 2007).*

E: *¿Y este?*

I: *Doscientos siete (por el 207).*

E: *¿Y este?*

I: *Veintisiete (por el 27).*

En una clase Isabel interpreta de manera no convencional el resultado de un cálculo algorítmico correctamente hecho por ella misma (interpreta 1190 como ciento noventa o ciento diecinueve). A partir de una intervención docente del capacitador que pone en duda la corrección de la respuesta (incluso es posible interpretar la duda de Isabel como efecto de contrato didáctico) Isabel recurre espontáneamente al cálculo mental oral para reconstruir el resultado y revisar la interpretación del número ya escrito:

(C3,R144)

C2: *¿Cuánto es?*

I: *¿Cuánto es? Ciento diecinueve.*

C2: *¿Ciento diecinueve?*

I: *¡¡¡Ah nooo!!! (Duda.) No es ciento diecinueve.*

C2: *¿Cuánto es?*

I: *Ciento noventa.*

(…)

C2: *A ver... escribí acá ciento noventa*

I: *Cien... pará, el uno ahí. (Escribe 190).*

C2: *¿Ese es el ciento noventa? (Señalando la escritura que hizo de 190).*

I: *No pará... mmm, toy mal yo...*

C2: *Nooo, ¿por qué estás mal?*

I: *No, estoy mal, hoy no me concentro... (mira nuevamente el 1190). Ciento diecinueve.*

C2: *Escribí el ciento diecinueve (Señalando debajo del 1190).*

I: *No, estoy mal, sigo estando mal.*

C2: *No, no estás mal...*

I: *¿Por qué?*

C2: *A ver... Acá hay algo que hace ruido. ¿Qué es lo que te hace ruido?*

I: *El cero, porque acá mirá, yo saqué la cuenta, mirá, tapo acá (vuelve a la cuenta y tapa el resultado) cero más cero, cero, tengo ocho más uno, nueve, pongo el nueve. Y acá tengo siete más cuatro, once.*

C2: *Bien.*

I: *Y entonces, ¿cuánto tengo vendido? setecientos más cuatrocientos... tengo... Mirá…*

C2: *Pensá... si fuera cuatrocientos más setecientos, ¿cuánto tendría?*

I: *Serían, setecientos más cuatrocientos, serían mil cien. (Haciéndolo mentalmente).*

C2: *Mil cien, o sea que setecientos más cuatrocientos serían mil cien.*

I: *Claro, porque si yo tengo setecientos más trescientos serían mil nada más, pero acá tengo cuatrocientos más setecientos, tengo mil cien.*

C2: *Entonces, ¿qué número sería este? (Señalando el 1190 de la cuenta).*

I: *Mil ciento noventa.*

Isabel busca, por sus propios medios, algún recurso que le permita dar respuesta a sus inquietudes. En el caso anterior decidió volver a realizar el cálculo mentalmente y el nombre del número del resultado aproximado (tomando hasta las centenas) le permite reinterpretar la escritura. También en el siguiente ejemplo vemos cómo Isabel, ante la dificultad que se le presenta para escribir el 600, recurre a la comparación con el número 100 del que está segura.

(C5,R261)

I: *(Para calcular cuántos tomates hay en 6 bolsas si hay 100 en cada una). Uno, dos, tres, cuatro, cinco y seis… cien tomates… seiscientos tomates. ¿No? ¿Está bien? Y el seiscientos... ¿Cuántos ceros tiene el seiscientos? ¿Tres?*

C2: *¿Cuántos ceros lleva el seiscientos? ¿A ver?*

I: *Si el cien lleva dos…*

Valor posicional. Muchas de las cuestiones analizadas anteriormente a propósito de la lectura y la escritura de números ponen en juego aspectos ligados al valor posicional de nuestro sistema de numeración. Veamos cómo resuelve Isabel algunos problemas que apuntan específicamente a ver cómo interpreta en la escritura de los números el valor posicional. Puede anticipar rápidamente cuántos billetes de $ 100, $ 10 y monedas de $ 1 se precisan para pagar una cantidad leyendo directamente el número o bien haciendo una comparación con otro (por ejemplo, cuando dice que 75 es menos que cien):

(EI3,R103)

E: *…Si vos tuvieras que pagar esta cantidad de dinero, trescientos setenta y cinco pesos (escribiendo mientras $ 375), y tenés billetes de cien, billetes de diez y monedas de uno (escribiendo billetes de 100, billetes de 10, monedas de 1). ¿Cuántos billetes de cada tipo o monedas de cada tipo necesitarías para pagar esta cantidad?*

I: *Bueno, te explico. Estos son de cien, ¿no? (Señalando el 3 de 375). Y tengo acá de diez (señalando el 7 de 375), entonces yo necesitaría para pagar esta deuda necesitaría tres billetes de cien, más, estem… siete billetes de diez y uno de cinco. O necesitaría cinco monedas de un peso, para que reúna… ¿te expliqué bien?*

E: *Me explicaste bárbaro. Lo que te quería preguntar, porque lo hiciste tan rápido y tan bien, es qué método usaste, cómo lo pensaste, cómo te diste cuenta sin hacer cuentas que eran tres billetes de cien, siete de diez y cinco de un peso.*

I: *Claro, porque si yo tengo que pagar trescientos setenta y cinco pesos, ¿no?, y acá tengo eh, suponele… estos son cien, entonces yo para reunir este dinero y poder pagar tengo que sacar de acá, si todos son de cien, tengo que sacar tres billetes de cien. Y acá tengo que sacar siete billetes de diez pesos (señalando alternativa las cifras).*

E: *¿Cómo sabés que son siete billetes de diez? ¿Te fijaste en algún lugar?*

I: *No, porque…*

E: *¿O hiciste alguna cuenta?*

I: *No, porque sé que… eh… los setenta y cinco son menos de cien. Entonces como acá hay billetes de diez pesos (señalando el 7), entonces saco siete billetes de diez.*

E: Vos me señalás el siete. ¿Te fijás en ese siete?

I: Sí.

E: A ver si yo entiendo lo que vos estás pensando, porque vos lo hacés muy bien y muy rápido, yo estoy tratando de entender cómo lo hacés. ¿Vos mirás este siete para saber que son siete de diez?

I: Sí.

E: ¿Y para saber que eran tres de cien qué miraste?

I: Eh… esto. Y esto. Primero miro el número.

Cuando la cantidad a pagar supera los $ 1000 (y entonces ya no puede asignarse una cifra a cada clase de billetes), Isabel también resuelve muy rápidamente la descomposición. "Lee" en 1235 los 12 billetes de 100 aunque lo justifica con la cantidad de billetes para descomponer la unidad de mil, por una parte y a las centenas por la otra:1

(EI3,R141)

E: A ver, y, por ejemplo, si fuera esta cantidad que tenés que pagar, mil doscientos treinta y cinco pesos (escribiendo 1235).

I: Ajá.

E: También con cien, diez y uno. ¿Cuántos usarías de cien, cuántos de…?

I: Mil doscientos treinta y cinco. Entonces usaría, sacaría de acá, eh… doce billetes de diez… de cien, porque son mil doscientos, entonces sacaría… primero sacaría diez billetes de cien, y después sacaría dos para que sean mil doscientos. Y de acá de los… de los diez, sacaría tres billetes de diez, más cinco moneditas de un peso.

(…)

E: Sí, ¿pero cómo sabés que son doce?

I: Y porque acá dice que son doce. Mil…

E: Ah, eso quiero que me expliques, dónde ves el doce ahí.

I: Mil doscientos treinta y cinco (mientras señala el 12 de 1235).

E: ¿Vos ves acá el doce, este doce? El doce de mil doscientos treinta y cinco, ¿este doce te dice cuántos de cien?

I: Sí.

E: ¿Y qué número de acá te dice cuántos de diez?

I: El tres.

E: ¿Y qué número te dice cuántas monedas de uno?

I: El cinco porque ahí son…

Asimismo logra rápidamente componer el total dada la cantidad de billetes de cada clase:

(EI3,R189)

[1] En el capítulo 5 ampliaremos sobre el hecho de que Isabel usa una estrategia diferente de la que explica.

E: Y si fuera al revés, si yo te dijera, por ejemplo, tengo cinco billetes de… (corrigiéndose) cinco monedas de uno, y tengo siete de diez, y tengo seis de cien (escribiendo los datos). ¿Cuánta plata tengo?

I: Vos tenés… seis billetes…

E: Yo tengo en mi cartera, ojala, je, je…

I: Seis billetes de cien…

E: Cinco de uno, siete de diez y seis de cien. ¿Cuánta plata tendría?

I: Vos tendrías seiscientos setenta y cinco pesos.

E: ¿Cómo hacés tan rápido? A ver, contame.

I: Y por los números. Eh… seis billetes de cien tenés seiscientos. Más siete billetes de diez, serían seiscientos, setecientos,[1] *y cinco monedas de un peso, setecientos cinco.*

E: A ver, yo estoy en duda si vos hacés uno de estos dos métodos, vos decime cuál de los dos, si hacés alguno de estos dos. ¿Vos hacés: seis de cien seiscientos, siete de diez setenta, cinco de uno cinco, y sumás seiscientos más setenta más cinco? ¿O pensás: este seis va primero porque es el de cien, este siete va después porque es el de diez, y este cinco es el de uno, y se me arma el número seiscientos setenta y cinco?

I: Claro, porque es, permitime…

E: ¿Cuál de los dos métodos usás? Si es que usás alguno de esos dos.

I: Este, mirá. Sé que vos tenés seiscientos pesos, cuantos números lleva, suponele así. Eh, no, perdón…

E: Sí, está bien…

I: El seiscientos, el cien va primero, después va el siete, después va el cinco. Entonces yo tengo que buscar, de acá tengo que buscar seis billetes de cien, y acá tengo que buscar siete billetes de diez.

E: Pero vos, la primera vez que yo te di todo esto, vos me dijiste, mirando esto: "Seiscientos setenta y cinco".

I: Sí.

E: Vos, para hacer seiscientos, ¿hiciste una cuenta, seis veces cien, o pensaste pongo el seis primero?

I: No, no pensé. Porque, o sea, si vos hacés la cuenta de esa manera, vos me decís tengo un billete, eh… tengo seis billetes de cien, y después tengo siete billetes de diez, entonces si vos tenés seis billetes de cien son seiscientos pesos. Y ponés, eh… siete billetes de diez son seiscientos setenta, y ponés cinco billetes de… cinco monedas de un peso, son seiscientos setenta y cinco.

No queda muy claro si Isabel hace el cálculo o bien si usa la posición de los números para armarlo, pero sus explicaciones combinan ambas estrategias. De todas formas la manera inmediata en la que da las respuestas y sus reflexiones sobre las estrategias permiten atrapar que identifica el significado de la posicionalidad.

Pero si teníamos alguna duda sobre cómo interpreta el valor del número según la posición de la cifra, Isabel se ocupa de mostrarnos que anticipa qué número restar para cambiar alguna de sus cifras interpretando esta información directamente en la escritura del número. Frente a la pregunta explicita el valor absoluto según la posición que ocupa la cifra:

---

[1] Se confunde obteniendo un resultado diferente del anterior, que era correcto.

(EI3,R337)

E: *Y si quiero pasar de trescientos sesenta y seis a trescientos seis, ¿cuánto le tendré que restar? (Escribiendo ambos números).*

I: *Y ahí… trescientos sesenta y siete… esto… tenía que sacarlo por sesenta.*

E: *Ajá, tendría que sacarlo por sesenta, ¿sí? ¿Cómo le explicarías a otro compañero, por ejemplo, a Claudio, o a Alejandro, que… cómo hacer para darse cuenta cuánto tiene que restar en este caso y en este caso? O sea, si yo quiero dejar trescientos sesenta, ¿cuánto le resto?*

I: *Eh, le restamos… eh… le sacamos…*

E: *Si quiero pasar de trescientos sesenta y seis a trescientos sesenta (escribiendo ambos números).*

I: *Le sacamos los seis.*

E: *¿Y si quiero pasar a trescientos seis…?*

I: *Le sacamos los sesenta.*

E: *¿Cómo le explicarías vos eso que te acabás de dar cuenta, cómo le explicarías a otro compañero para que él sepa por qué a veces le sacás seis, y a veces le sacás sesenta?*

I: *Claro, le explicaría que estos son trescientos sesenta y seis pesos, ¿no?, y que este seis vale por seis pesos, y este vale por sesenta (señalando respectivamente el 6 de unidades y el 6 de decenas).*

E: *Ajá. Mm. ¿Y cómo haría el otro… si yo te dijera: Y, ¿pero cómo hacés para saber cuándo uno vale seis y el otro vale sesenta?*

I: *Porque el que está en el medio vale por sesenta, y el que está al último vale por seis.*

Esta última explicación de Isabel –que quizás ha reelaborado en interacción con los problemas propuestos– permite advertir que identifica el rol de la posición de la cifra para determinar el valor absoluto.

Operaciones. Campo aditivo. Frente a problemas que involucran una composición de medidas (Vergnaud, 1991) Isabel reconoce la suma como medio de solución. Veamos cómo resuelve en una clase el siguiente problema:

En una fábrica de limpieza se anotan las ventas de cada día:

	Lunes	*Martes*	*Miércoles*	*Jueves*	*Viernes*	*-----------*
Cajas de frascos de champú	*240*	*180*	*250*	*300*	*220*	
Cajas de jabones	*140*	*130*	*120*	*250*	*160*	

¿Cuántas cajas de jabones se vendieron entre lunes, martes y jueves?

¿Cuántas cajas de jabones se vendieron en toda la semana?

¿Cuántas cajas de champú se vendieron lunes, miércoles y viernes?

¿Cuántas cajas de champú se vendieron en toda la semana?

A través de su producción escrita y de algunas interacciones, identificamos que Isabel no solo reconoce la suma como recurso en todos los casos, sino que además identifica que para responder a la segunda pregunta es suficiente con agregar a la primera los datos correspondientes a los días faltantes (miércoles y viernes):

(C3, R61)

***I:** Acá me vuelve a hacer la pregunta. ¿Cuántas cajas de jabón se vendieron en toda la semana?*

***F:** Sí.*

***I:** En toda la semana no, porque no puse el miércoles ni el viernes.*

***F:** ¿Entonces?*

***I:** Tengo que sumar lo del viernes y lo del… bueno vamos a sumar esto (escribe los números organizados en una cuenta vertical mientras los dice) ciento veinte y el viernes ciento sesenta.*

$$\begin{array}{r} 120 \\ \underline{160} \\ 280 \end{array}$$

También dispone de variados recursos de cálculo mental.[1] Tiene memorizada una gran cantidad de resultados de sumas de números pequeños, aunque a veces se confunde (por ejemplo, para 7 + 8 dice 13). Para resolver otras sumas y restas cuyos resultados no tiene memorizados apela al recurso de componer y descomponer los números:

(EI3,R88)

***E:** …Por ejemplo, cálculos así, más chiquitos, ¿te los sabés de memoria, o los hacés con los dedos, o con la cabeza…? Por ejemplo, seis más seis.*

***I:** No, ese lo hago con la memoria. Seis más seis doce.*

***E:** Siete más siete.*

***I:** Catorce.*

***E:** Siete más ocho.*

***I:** Trece.*

***E:** Y eh… seis más ocho.*

***I:** Eh… seis más ocho… a ver, seis más ocho, eh… ¿catorce dije? Quince me parece que… a ver, seis, tengo seis, saco… saco uno me quedan cinco. Y al ocho le quito, le saco tres, pongo, y al cinco lo uno con los otros cinco. Son diez, y tres y más uno, catorce. Yo sola me entiendo viste…*

También dispone en memoria de variados resultados de cálculos de sumas y restas con números mayores. Y para aquellos cálculos cuyos resultados no tiene memorizados, del mismo modo que con números pequeños, Isabel realiza composiciones y descomposiciones aditivas para averiguarlos. Realiza todos estos cálculos de manera oral. En general descompone las cantidades en números con una unidad seguida de ceros. Luego para operar considera primero los números

[1] Entendemos por "cálculos mentales" el despliegue de diversas estrategias personales que ponen en juego composiciones y descomposiciones variadas de los números según los números involucrados, a diferencia de los cálculos algorítmicos que implican una misma técnica independientemente de los números en juego. Los recursos de cálculo mental se apoyan en la memorización de ciertos resultados, y en la utilización implícita de propiedades de las operaciones y del sistema de numeración (Parra, 1994).

de orden mayor y luego los más pequeños. Suele obtener resultados correctos, pero en ocasiones, cuando el cálculo involucra muchos pasos, se confunde u olvida algún paso intermedio:

(EI3,R4)

E: *Te quería preguntar… si hay algunos cálculos que vos ya sabés de memoria, por ejemplo, qué sé yo, diez más diez.*

I: *Veinte.*

E: *Veinte más veinte…*

I: *Cuarenta.*

E: *Cuarenta más cuarenta.*

I: *Sesenta. Ah, no, cuarenta más cuarenta ochenta, perdón.*

E: *Y ochenta más veinte.*

I: *Ochenta más veinte cien.*

E: *¿Y cien más cien?*

I: *Doscientos.*

E: *¿Y doscientos más doscientos?*

I: *Cuatrocientos.*

E: *¿Y cuatrocientos más cuatrocientos?*

I: *Ochocientos.*

E: *¿Y ochocientos más mil?*

I: *Mil ochocientos.*

(...)

E: *Y… ¿dos mil más dos mil quinientos?*

I: *Cuatro mil quinientos.*

(…)

(EI3,R32)

E: *Mm. Y, por ejemplo, si vos querés hacer… ¿ciento veinte más ciento veinticinco? ¿Cómo hacés?*

I: *Ciento veinte más ciento veinticinco es…. Saco el cien y pongo el otro cien, son doscientos, ¿no?, y de ahí uno los veinte con los veinticinco, que se hacen eh… doscientos cuarenta y cinco. ¿Está bien?*

E: *Sí, sí, está bien. Yo te estoy preguntando para aprender como vos hacés.*

I: *Ah…*

E: *Eh… y, por ejemplo… ¿dos mil quinientos menos quinientos?*

I: *Eh, serían dos mil, porque le sacamos quinientos.*

E: *Ajá.*

I: *Le estamos quitando.*

E: *Mm, ¿y dos mil menos quinientos?*

I: *Eh, mil quinientos.*

E: *¿Y mil quinientos menos cien?*

I: *Mil quinientos menos cien… eh, al mil quinientos le saco cien, serían mil cuatrocientos noventa. O estoy mal, pará que… ¿está bien?*

E: *A ver, ¿a vos te sirve que lo anotemos? ¿O preferís… o no?*

I: *Sí, mejor anotalo. Mil quinientos…*

E: *Mil quinientos menos cien (escribiendo 1500 – 100 =).*

I: *Menos cien.*

E: *Vos me dijiste…*

I: *Eh, eh… claro, a mí… yo entendí mal. Mil quinientos, a mil quinientos le sacas cien, te quedan, eh… mil cuatrocientos.*

Entre sus estrategias de cálculo mental también encontramos sumar o restar la unidad seguida de ceros. En una clase se le propone completar cuadros donde tiene que escribir los resultados de restar y sumar 10 y 100 a distintos números. En estos casos Isabel resolvió mentalmente, sin recurrir a conteo ni algoritmos.

(C3,R519)

I: *Le resto (resta 10 a 245), entonces tiene doscientos treinta y cinco (escribe 235). Y este... ciento cincuenta, le sumamos diez, tiene ciento sesenta (escribe 160). Y a este (150) le restamos diez, tiene ciento cuarenta (escribe 140). A este le sumamos diez, ciento cincuenta y nueve, pongo diez más, ciento sesenta y nueve (escribe 169). Y ahora a este (759) le quito diez, setecientos cuarenta y nueve (escribe 749). Veintiséis más diez... treinta y seis (escribe 36) y a este (35) le quito diez, son veinticinco. Ciento sesenta y ocho… (para completar el casillero de sumar 10) ciento setenta y ocho… (escribe 178).*

I: *(Continúa con las sumas y restas de 100). Trescientos setenta, le sumo cien, cuatrocientos setenta. Al setecientos nueve le agrego cien, queda ochocientos nueve (escribe 809). Ahí está. Al noventa y ocho le agrego cien... Así, mirá. Pongo cien más al noventa y ocho, son ciento noventa y ocho (escribe 198) y al ciento veintitrés le agrego cien más, tiene doscientos... (escribe 223).*

Notemos que –además de la enorme comodidad con la que opera y escribe los números– Isabel utiliza la propiedad conmutativa como un conocimiento en acto (Vergnaud,1990), es decir, de manera implícita. Para sumar 98 + 100 los vuelve a decir pero en otro orden, primero el 100 y luego el 98. Este orden es más fácil, pues implica decir primero el número mayor redondo, y luego el otro número menor no redondo, pudiendo recurrir a las relaciones entre los nombres de los números y las operaciones involucradas: “cien más noventa y ocho es ciento noventa y ocho”.

En aquellas oportunidades en las que Isabel debe sumar números “redondos” de tres y cuatro cifras, no se le presenta ninguna dificultad al hacerlo mentalmente, usando también la clase de descomposiciones, composiciones y propiedades recién mencionadas, como alterar el orden de los sumandos para facilitar el cálculo. Por ejemplo, en una clase en la que se dialoga sobre un problema:

(C6,R164)

M: *Muy bien. Entonces, mil de enero, ochocientos de febrero, mil de marzo y ochocientos de abril, ¿cuánto sería en esos cuatro meses?*

J: *Tres mil seiscientos.*

I: *Serían, mil de enero y mil de marzo son dos mil, y ochocientos de febrero son dos mil ochocientos. Ocho y ocho, dieciséis. Está bien lo que dijo Julia, tres mil seiscientos.*

Como hemos visto recién, con "ocho y ocho, dieciséis" para hacer 800 y 800, Isabel, en ciertas ocasiones, para resolver mentalmente sumas con números redondos, utiliza cálculos con números más pequeños. Es como si quitara los ceros y operara con las cifras que le quedan. No se le presenta ningún conflicto al reconstruir el resultado, volviéndoles a restituir el valor absoluto a los números tratados.

Cálculos algorítmicos. Isabel conoce los algoritmos de suma y resta. Resuelve "llevándose" 1 en la cuenta 25 + 27 escrita de manera vertical y obtiene el resultado correcto 52. Para 36 + 24 en un cálculo vertical dice mientras resuelve*:*

(C6,R876)

I: *Seis más cuatro son diez. Pongo el cero y me llevo una.*

Pero al sumar dos números de diferente cantidad de cifras (220 + 25) encolumna los números hacia la izquierda y obtiene un resultado incorrecto:

$$\begin{array}{l} 25 \\ \underline{+\ 220} \\ 470 \end{array}$$

Resuelve también la resta 125 – 22 presentada verticalmente (resta de las llamadas "sin dificultad")[1] y obtiene el resultado correcto. En cambio, frente al cálculo presentado verticalmente 238 – 129 (resta de las llamadas "con dificultad") usa el algoritmo pero no la logra resolver correctamente:

(EI3,R430)

I: *Acá, no le puedo quitar, estem… no le puedo quitar nueve porque el ocho es más chico que nueve, entonces qué hago, al tres lo convierto en trece, y le pido, este… uno. Entonces al nueve le quito nueve, me queda cero. Y este, como ya está convertido en trece, ahora me quedan doce. Al dos lo, lo… a ver. Al doce le quito dos me quedan diez. Pongo el cero… y me llevo uno. Uno, entonces al dos le quito uno, me quedan dos porque tengo uno ahí arriba (le queda 200).*

Isabel conoce la técnica pero pierde el control sobre el significado de los unos que se quitan y se ponen, y obtiene un resultado incorrecto. En cambio, logra la resolución correcta por medio del cálculo oral al presentarlo en el contexto del dinero. Descompone el cálculo operando mentalmente con 230 – 120 y deja las unidades para un segundo momento. Solamente precisa ayuda para evocar resultados intermedios obtenidos.

(EI3,R558)

I: *Está. No sé si está bien esta (dudando del 200 obtenido por el cálculo algorítmico).*

---

[1] En la escuela se suelen denominar "restas sin dificultad" aquellas que no exigen desagrupar decenas para obtener unidades o centenas para obtener decenas, es decir que todas las cifras del sustraendo son menores o iguales respectivamente que las del minuendo para el mismo orden. Asimismo, se llaman "restas con dificultad" aquellas que exigen, en cambio, descomponer o –como se suele nombrar clásicamente en la escuela– "pedir prestado".

__E:__ A ver, ¿y si la hacés con la cabeza para comprobar como antes? Si tenés doscientos treinta y ocho pesos y gastás ciento veintinueve pesos, ¿cuánta plata te queda?

__I:__ Si tengo doscientos treinta y ocho, ¿no? y gasto…

__E:__ Ciento veintinueve.

__I:__ Si tengo doscientos treinta y ocho, y gasto ciento veintinueve, cien… me quedan… ciento veintinueve, eh… acá me quedarían, eh… ciento… ciento diez, a ver si estoy bien.

__E:__ Si, sí vas bien.

__I:__ Ciento diez, ¿no? y…

__E:__ Y todavía te faltan… los nueve.

__I:__ Y todavía me faltan nueve. Eh… gasto ciento veintinueve, entonces… me quedarían ciento… ¿ciento diez te dije?

__E:__ Sí.

__I:__ Ciento nueve porque esto, eh… yo gastaría nueve y acá tengo ocho, y gastaría un poquito más.

__E:__ Sí, ¿cuánto más?

__I:__ Eh… suponele, acá es nueve pesos, gastaría un peso más porque esto es ocho.

__E:__ Sí, tenías ciento diez… ¿entonces cuánto te queda?

__I:__ Eh, me quedarían… ciento nueve pesos.

En ocasiones combina estrategias de cálculo mental y de cálculo algorítmico, y en estos casos obtiene resultados correctos. Por ejemplo, en el contexto de una situación problemática se requería sumar tres veces 3600 ya escritos uno debajo del otro en una columna de un cuadro.

3600

3600

3600

Isabel verbaliza el procedimiento de la suma imaginando su resolución como en una cuenta, pero altera el orden del algoritmo convencional comenzando por las unidades de mil como en el cálculo mental:

(C6,R382)

__I:__ Tres más tres seis, más tres nueve. Uno que le llevamos del seis porque seis más seis doce más seis dieciocho. Ponemos el ocho y nos llevamos uno. Ponemos uno arriba del tres.

Este modo de resolver el cálculo podría haber confundido a Isabel al pasar a las centenas, ya que las mismas superan el diez, sin embargo, demuestra un importante dominio del cálculo al sumarle lo que se "hubiera llevado" de las centenas.1 Es que este modo de resolver la suma

---

[1] En otros algoritmos de suma se inicia por los órdenes de mayor valor, como en el siguiente ejemplo relevado en Marruecos para sumar 7654 + 381 (escritos verticalmente). Al iniciarse por las unidades de mil es preciso luego al sumar las decenas "corregir" agregando una centena y una unidad de mil (Grimaldi, 2010).

7		~~7~~	8
6	3	~~9~~	0
5	8	3	
4	1	5	

combina técnicas del cálculo algorítmico y el cálculo mental, lo que la ayuda a controlar el resultado obtenido.

Ya hemos mencionado el desafiante vínculo que establece con los ceros al tener que leer y escribir números. En ocasiones Isabel presenta dificultades para realizar cálculos algorítmicos de suma cuando los números tienen ceros. En esta oportunidad, a Isabel se le presenta un conflicto al intentar resolver un cálculo algorítmico (180 + 300) donde debe sumar 8 y 0 decenas:

(C3,R94)

I: *Tengo el cero… y acá, ¿cómo hago? Porque no puedo sumar el cero.*

C2: *¿Por qué?*

I: *Porque el cero es cero.*

C2: *Pero, ¿tenés que sumar qué?*

I: *Tengo que sumar que se vendió el martes ciento ochenta y el jueves se vendió trescientos. Entonces, ¿qué tengo que hacer? Sumar. Estos son trescientos, y ¿cómo voy a sumar? ¿Voy a poner 8 acá? ¡¡No!!*

Aparentemente esta idea de Isabel de que no se puede sumar el 8 y el 0 podría provenir de diferentes orígenes. Por un lado, hemos visto que para Isabel el 0 es una fuente considerable de problemas. Por otra parte, es posible que suponga que si se suma debe "dar más", y cuando se suma 0 no se transforma el número a otro mayor. Tal vez también influya la incipiente circulación en la clase del algoritmo de resta, para el cual algunos alumnos decían al restar las unidades, por ejemplo "cero menos cinco no se puede".

El capacitador le propuso a Isabel recurrir al cálculo mental para poder resolver el conflicto e Isabel responde inmediatamente que la suma da 480. Al retornar sobre el cálculo algorítmico:

(C3,R119)

C2: *Este resultado está bien. ¿Ahora por qué no podés hacer ocho más cero?*

I: *Porque el ocho es mayor que el cero y no sé, el cero es cero para mí.*

C2: *Sí, el cero es cero para todos, quedate tranquila. Pero el tema es por qué no podés hacer la suma así.*

I: *Y porque… para mí el cero es cero, no tiene… ¿Cómo le podés poner al cero? No le podés poner… ¿Ocho más cero? Es ocho.*

C2: *¿Entonces?*

I: *Ah, porque el cero no lo contamos.*

Frente a la solicitud explícita de realizar este mismo cálculo en forma oral Isabel obtiene el resultado correcto. Pero aún es para ella un desafío aprender a realizar este control de manera autónoma y avanzar en las relaciones entre ambas estrategias de cálculo. Por ahora, Isabel cuando realiza cálculos algorítmicos se comporta como "alumna" y no parece ejercer el control de sus producciones como sí realiza en entrevistas o en aquellas interacciones en clase con un docente de forma personalizada frente a los cálculos orales.

Hemos advertido que si bien Isabel despliega exitosamente una serie de recursos vinculados con el cálculo mental en el campo aditivo, en las clases utiliza en muchas ocasiones el cálculo algorítmico aunque este no sea solicitado. Cuando docentes o investigadores le sugieren su uso, Isabel no tiene dificultad alguna en controlar los resultados obtenidos usando recursos mentales y encontrar sus propios errores. Hay una escisión entre cálculos orales y cálculos escritos, entre entrevistas y clases, entre lo extraescolar y lo escolar que creemos que puede ser entendida en el marco del análisis de la valoración del mundo escolar que tiene Isabel y la desvalorización de sus propios recursos aprendidos informalmente.[1] No olvidemos que ante todo Isabel quiere ser alumna.

Operaciones. Campo multiplicativo. En el capítulo 2 mencionamos la complementariedad de diferentes perspectivas para entender las matemáticas de nuestros casos. Para Isabel, la multiplicación es un objeto matemático que al mismo tiempo es objeto de saber y objeto de deseo atravesado por una historia personal. Es sin duda un conocimiento que ella considera valioso y que reconoce como escolar, ya que cumple con los requisitos de enseñanza sistemática: esfuerzo, estudio e intencionalidad, propiedades de los recursos matemáticos más preciados. No olvidemos que la memorización de "las tablas" le permitió obtener su primera muñeca cuando niña a través de la monja, y que el libro de su patrona porta el símbolo de la multiplicación (además de la palabra divina).

Veamos sus recursos disponibles. Isabel logra resolver problemas multiplicativos correspondientes al sentido de la proporcionalidad.[2] Realiza cálculos mentales en los que a partir del valor correspondiente a la unidad o constante de proporcionalidad resuelve la serie con sumas sucesivas o por doble conteo apelando a resultados memorizados:

(C2,R12)

I: *Una gallina tiene dos patas; dos gallinas, cuatro patas; tres gallinas, seis patas; cuatro gallinas, ocho patas y cinco gallinas, diez patas.*

(C5,R130)

I: *Acá dice "En una pinturería guardan once latas de pintura en cada estante. Hay tres estantes. ¿Cuántas latas tienen para vender?" Son once y son tres estantes, yo hice once más once veintidós, veintidós más once treinta y tres. ¿Está bien?*

En esta misma clase Isabel, frente a la pregunta de su docente sobre si conoce el símbolo de la multiplicación usado por una compañera, responde con un chiste nuevamente mostrando la importancia de los materiales y de sus personas de referencia, como hemos analizado:

(C2,R27)

M: *¿Y vos Isabel conocías eso? (Refiriéndose al símbolo x).*

I: *¡Sí! ¡¡Porque tengo el libro de matemática de mi patrona!! (Riéndose).*

Frente a un problema que exigía averiguar cuántos sachets de leche hay en diez canastos, sabiendo que en cada uno hay ocho sachets, Isabel escribe diez veces 1-8. Luego suma los ochos. Agrupa cuatro y anota 32 haciendo sumas sucesivas. Anota otro 32 para los otros cuatro canastos y 16 para los dos restantes. Finalmente suma las tres cantidades y obtiene el resultado correcto, 80. Notemos que Isabel utiliza de manera intuitiva las propiedades de la proporcionalidad directa al componer y descomponer los valores parciales.

Frente a cuadros de doble entrada con valores consecutivos hace sumas sucesivas para calcular los valores. En esta tabla para completar el correspondiente a 2 y 3 cajitas usa las sumas sucesivas haciendo una escala de 30 en 30. Pero para los valores que no son consecutivos cambia de procedimiento.

---

[1] Retomaremos esta diferencia de estrategias en el capítulo 6.
[2] Usamos acá el término sentido para referirnos a las clases de problemas inventariados por Vergnaud (1991).

Cajitas	*Alfileres*
1	*30*
2	
3	
6	
8	

Para averiguar la cantidad de alfileres de 6 cajitas usa otra de las propiedades de la proporcionalidad directa: al doble de una de las magnitudes corresponde el doble de la otra magnitud. Isabel lo hace sumando dos veces el mismo número.

(C3,R238)

I: *(…) Una cajita trae treinta alfileres, dos trae sesenta, tres trae noventa (se detiene mientras piensa). ¿Seis cajitas? Acá hay una trampa. Claro porque si una cajita trae treinta, dos traen sesenta, tres traen noventa. Y seis... (Suspira) Si tres, tres traen noventa... ¿Será que tengo que multiplicar acá? Seis por tres.*

Escribe

6

x3

Isabel ha reconocido el recurso de la multiplicación por el valor de la unidad pero en lugar de multiplicar por 30 intenta multiplicar por 3, sacando el 0, como ella hace en varias ocasiones para operar. Abandona esta estrategia porque no dispone del resultado memorizado 6 x 3 = 18. Apela entonces a otro recurso: hacer el doble.

(C3,R245)

I: *A ver... Pará porque acá estoy en la encrucijada porque... en tres son noventa, claro noventa. Noventa más noventa (lo escribe en un costado y hace la cuenta) entonces nueve y nueve, dieciocho (escribe 180). Escuchame, a ver si saco bien. Acá dice en una cajita trae treinta alfileres cada una y dos cajitas traen sesenta y tres cajitas traen noventa. Bueno, entonces yo he sumado, como en tres cajitas son noventa, a ver si estoy haciendo bien, son noventa. Acá dice que tengo seis cajitas y en cada cajita trae treinta alfileres. Yo acá puse, como acá dice que tres cajitas trae noventa, yo acá sumé tres más tres, y pongo noventa más noventa... cero más cero, cero y nueve más nueve, dieciocho. Tengo ciento ochenta en las seis cajitas.*

Para el caso de 8 cajitas usa en cambio otra de las propiedades de la proporcionalidad directa: se puede componer un valor de una de las variables a partir de sumar otros dos:

(C3,R255)

I: *Ahora tengo acá ocho cajitas. Yo voy a hacer la misma operación que en esta, la voy a hacer acá. Si en seis cajitas trae ciento ochenta… siete, ocho (para ver la diferencia entre 6 y 8). En dos cajitas más son sesenta. Entonces pongo sesenta. (Suma 60 de dos cajas a los 180 de las seis cajas, pero al encolumnar mal obtiene un resultado incorrecto).*

Isabel utiliza correctamente todas las propiedades de la proporcionalidad directa (constante de proporcionalidad, isomorfismo aditivo, isomorfismo multiplicativo) y según los números involucrados pasa de una a otra modificando las estrategias. El error obtenido obedece a una dificultad con el algoritmo de la suma. Al solicitarle a Isabel que vuelva sobre el resultado ya no compone el valor correspondiente a 8 cajitas sumando la cantidad de 6 y 2 cajitas sino que apela a sumar el valor correspondiente a 4 y 4, usando la misma propiedad que ha utilizado para averiguar el valor correspondiente a 6 cajitas.

(C3,R258)

I: *Porque yo hice así. Te explico. Acá tengo ocho cajitas, yo tengo que sumar cuántas... en una cajita tengo treinta, en otra, otras treinta, son sesenta y en otras treinta, son noventa, en tres son noventa. Y en cuatro son ciento veinte (utilizando los dedos), más ciento veinte (suma 120 + 120 y obtiene 240, número que escribe).*

En la misma clase, para completar esta tabla Isabel escribe sin dificultad la cantidad de sándwiches hasta el valor correspondiente a 8 personas.

Nº de personas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nº de sándwiches	3	6								

Veamos cómo realiza un doble conteo:

(C3,R378)

I: *Una persona come tres, dos personas comen seis, tres personas comen nueve, cuatro personas comen doce, cinco personas comen quince, seis personas comen dieciocho sándwiches, siete personas comen veintiuno y ocho personas comen veinticuatro. Y acá son nueve… veinticuatro… comen veintiocho.*

Frente al error del 28 en vez de 27 y la pregunta del capacitador, Isabel reconoce la multiplicación 9 x 3, aunque, como no dispone de resultados memorizados multiplicativos, utiliza la suma 9 + 9 = 18 y luego hace sobreconteo para obtener 27.

En la situación de entrevista, en forma oral, realiza cálculos mentales multiplicativos de números mayores que 10 con mucha facilidad. Isabel calcula con rapidez cuánto debe ganar si cobra $ 12 o $ 15 la hora, por trabajar varias horas. Para resolverlo apela a resultados memorizados y aplica también propiedades de la proporcionalidad directa:

(EI2,R29)

I: *(…) Si yo tengo doce pesos la hora y son cuatro horas son cuarenta y ocho pesos, es cinco horas son sesenta pesos.*

E: *Ay, que rápido.*

I: *Mentalmente, ¿no? Este… sesenta pesos, y… en cinco horas sesenta, y en seis son setenta y dos pesos. Y así voy sacando la cuenta, viste.*

(…)

E: *Y vos, eh, por ejemplo, ¿ya sabés de memoria que cuatro horas son eh... cuarenta y ocho pesos?*

I: *Claro.*

E: *¿Y tres horas también sabés de memoria cuánto es?*

I: *Eh, tres horas son… eh no, no sé de memoria pero… pero es rápido porque son treinta y seis pesos.*

E: *¿Cómo hiciste para saber?*

I: Claro porque… no es tan difícil, porque si vos tenés, una hora sale doce, en dos son veinticuatro, y en otras dos son otros veinticuatro, son cuarenta y ocho.

E: Mm, ¿y tres?

I: Y tres son treinta y seis.

E: ¿Y cómo hiciste para saber?

I: Y porque si son doce pesos cada hora, en dos horas son veinticuatro, y otros doce pesos más son treinta y seis.

E: Ajá. Mm. Y vamos a suponer que la hora aumenta, ¿no? Cuánto, si vos… eh… querés aumentar…

I: Sí, la hora en realidad, ya aumentó la hora. Ahora pagan quince pesos la hora.

E: ¿Cuánto deberías cobrar? ¿Quince pesos? Quince. ¿Y si fuera quince, cuánto serían tres horas?

I: Eh, tres horas serían cuarenta y cinco pesos.

E: Mm, ¿y cuatro horas?

I: Cuarent… eh son sesenta pesos.

Hemos mencionado que en una clase para calcular cuántos sachets de leche hay en diez canastos sabiendo que en cada uno hay ocho sachets, Isabel suma 10 veces 8. Sin embargo, en situación de entrevista, en cambio, realiza cálculos mentales que involucran multiplicar por 10 y lo resuelve rápidamente sin explicitar la multiplicación pero sí apelando a 12 veces 10 es 120. En este caso en el contexto de averiguar el precio total de varias prendas de vestir teniendo como dato el precio de una:

(EI2,R99)

I: …Suponele, que sale eh… diez pesos cada pantalón, ¿no?… es por mayor, supongamos… por mayor, y yo compro una docena de pantalones, entonces es… sale diez pesos, una docena de pantalón sale eh… ciento veinte pesos…

Isabel, en el siguiente extracto de entrevista nos muestra cómo interpreta el significado de la expresión "por dos" y lo "traduce" a lenguaje coloquial "lo duplicamos en dos". Para resolverlo apela a descomposiciones aditivas:

(EI3,R25)

E: ¿Y cuatro mil quinientos por dos?

I: Eh, al cuatro mil quinientos lo duplicamos en dos, cuatro mil quinientos más cuatro mil quinientos son… eh… nueve mil.

E: Mm. Contame cómo hiciste.

I: Cómo hice… porque lo unís a… hacés así: sacás cuatro mil y… ponés otro cuatro mil, son ocho mil, lo juntás, son cien[1] más, y de ahí sacás que son nueve mil.

Conoce parte de la técnica del algoritmo de multiplicación por una cifra (multiplicar respectivamente cada cifra) y apela a resultados memorizados de cálculos parciales de multiplicaciones con dos factores de una cifra (4 x 3 = 12, 5 x 3 = 15 y 2 x 3 = 6), pero como no

[1] En realidad son mil más, pero logra igual obtener el resultado correcto.

agrupa las decenas y centenas que se forman no obtiene resultados correctos. Por ejemplo, frente a la cuenta de multiplicar 254 x 3 presentada de manera vertical, Isabel realiza los tres cálculos parciales de cada número por 3 empezando por las unidades y va escribiendo abajo los tres resultados.

(EI3,R460)

I: *(…) Yo lo voy haciendo de a uno, ¿no? Eh…cuatro por tres doce (escribe el 12). Eh… cinco por tres quince (escribe el 15). Y… dos por tres… dos veces tres seis (escribe el 6). ¿Está bien ahí?* (Le queda escrito así):

```
  2 5 4
    x 3
 -------
6 15 12
```

Inmediatamente, frente a la lectura en voz alta de los cuatro cálculos hechos por Isabel, ella duda sobre el resultado obtenido. Y tiene otros recursos que le permiten resolver este cálculo mentalmente, aunque se enfrente con dificultades para retener en la memoria los cálculos parciales:

(EI3,R475)

E: *Ahora, de estas cuatro cuentas que vos hiciste, ¿sí? (leyendo), la primera era veinticinco más veintisiete y te dio cincuenta y dos. La segunda era ciento veinticinco menos veintidós y te dio ciento tres. La tercera era doscientos treinta y ocho menos ciento veintinueve y te dio doscientos. Y la cuarta era doscientos cincuenta y cuatro por tres, te dio… sesenta y un mil quinientos doce. ¿Sí? De estas cuatro cuentas, ¿hay alguna que te parece que está bien, o alguna que te parece que no está bien? ¿O alguna que dudás?*

I: *No sé, a mí me parece que… no sé si esta está bien o no (señalando la multiplicación).*

E: *Mm. ¿Por qué te parece que no está muy bien?*

I: *Porque… o sea yo la… la multipliqué por como hacemos nosotros con Juanita. Yo hago siempre así por, suponele… cuatro por tres doce, así por números separados.*

E: *Sí, sí. Y si vos la hicieras con la cabeza, Isabel, doscientos cincuenta y cuatro pesos por tres. O sea, tres paquetitos de doscientos cincuenta y cuatro pesos. Si yo digo: "Mirá, cobré en tres trabajos, doscientos cincuenta y cuatro, doscientos cincuenta y cuatro, y doscientos cincuenta y cuatro", ¿cuánta plata tengo en total si tengo tres veces doscientos cincuenta y cuatro?, ¿cómo lo harías? Con la cabeza.*

I: *Con la cabeza. Doscientos más doscientos son seiscientos. Más… perdón, cuatrocientos, y más doscientos son seiscientos. Cincuenta más cincuenta cien, más cincuenta ciento cincuenta. Son seiscientos, setecientos cincuenta… ¿y cuál era el otro más chiquito?*

E: *El cuatro.*

I: *Eh… el cuatro. Eh…*

E: *Tenías setecientos cincuenta… y te falta el cuatro multiplicar.*

I: *El cuatro multiplico en… ¿en cuánto era, en tres?*

E: *Sí.*

I: *Doce.*

E: *Doce, ¿entonces en total cuánto sería?*

I: *En total tendría yo setecientos… eh… ¿cuánto dije que era?*

E: *Era setecientos cincuenta… y después doce.*

I: *Setecientos… sesenta y dos.*

En situación oral y contextualizada, cuando Isabel calcula, realiza descomposiciones en la unidad seguida de ceros, suma las partes yendo del orden mayor al menor, multiplica cada parte, suma los resultados parciales usando implícitamente la propiedad distributiva de la multiplicación para la suma y controla los resultados obtenidos. La dificultad se le presenta al intentar retener los resultados de los cálculos parciales orales. En cambio, cuando el cálculo es algorítmico trata las cifras de manera independiente ("por separado", como ella misma dice) y pierde de vista el valor absoluto que esa cifra involucra yuxtaponiendo los resultados parciales.

Veamos algunos de sus conocimientos sobre la división. Recordemos que Isabel evoca con valoración cómo su profesora de corte y confección le enseñó a dividir medidas de longitud doblando el metro de costura, conocimiento que la diferencia de su amiga a la que no le interesaba, según Isabel, la matemática. Este recurso es también uno de los aprendizajes que cumple con las condiciones que ella exige para que sean valiosos. La división, aunque empírica en este caso, es reconocida como objeto escolar.

Isabel también dispone –o elabora en el momento– recursos de cálculo mental para dividir. En entrevista se le presentaron algunas situaciones de reparto equitativo que resuelve por medio de distintas estrategias. Por ejemplo, al momento de calcular el resultado de un reparto de 100 entre 5 utiliza un cálculo mental en el que dispone directamente del resultado, aunque para explicarle al capacitador refiere a un recurso diferente:

(C5,R688)

I: *¿Cien entre cinco?… Doscientos cincuenta… va veinticinco pesos cada uno.*

C2: *¿Cien entre cinco es veinticinco?*

I: *Ah pará, estoy rápida. ¿Qué dice acá?*

C2: *Cien entre cinco.*

I: *Cien entre cinco. Repartir dinero, ¿cómo no me reparten a mí? Estem… Cien entre cinco. Veinte cada uno.*

C2: *¿Por qué?*

I: *Porque, este… yo creo así (marca cinco con los dedos de la mano), ¿no? Le doy veinte pesos a uno y veinte pesos al otro son cuarenta. Y le doy veinte pesos al otro son cuarenta, sesenta. Y le doy veinte pesos al otro son sesenta, setenta, ochenta. Y veinte pesos al otro son cien.*

En una clase, frente a un problema de división que implicaba una partición y análisis del resto, Isabel también resolvió a partir de la suma memorizada de números redondos. El problema era *Para salir de paseo, la maestra de 1er ciclo contrató micros que pueden llevar 30 pasajeros. Si deben viajar 73 alumnos y 3 maestros, ¿cuántos micros se deben contratar?* Resuelve exitosamente el problema porque interpreta el sentido del resto aunque no recurre en ningún momento a la cuenta de división. Hace cálculos mentales e identifica –al explicar su procedimiento– que se trata de una división.

(C3,R413)

I: *(Leyendo un problema) Juanita contrató micros que pueden llevar treinta pasajeros. Y deben viajar setent… No pueden viajar… Si el micro lleva treinta pasajeros y hay setenta y tres alumnos… No pueden, hay que tener otro micro.*

C2: *¿Por qué?*

I: *Porque dice que el colectivo solamente puede llevar treinta alumnos pero acá hay setenta y tres alumnos más tres maestros.*

C2: *¿Por qué?*

I: *Porque dice que el colectivo solamente puede llevar treinta alumnos pero acá hay setenta y tres alumnos más tres maestros.*

C2: *Entonces, ¿cuántas personas son?*

I: *Son… setenta y seis personas en total… No puede.*

C2: *Entonces, ¿cuántos micros se necesitan?*

I: *Dos micros.*

C2: *¿Dos micros alcanzan?*

I: *No… Porque en dos micros van a ir solamente treinta y treinta, sesenta, y acá tenemos setenta y siete personas, entonces necesitamos 3 micros.*

C2: *Bien…*

I: *3 micros… Ah, y acá dice otra cosa.*

C2: *Pero la primera respuesta la podemos contestar. (Isabel escribe 3 micros).*

I: *Y acá todavía dice, ¿y si faltan 10 alumnos?... Lo mismo son tres micros.*

C2: *¿Por qué son tres micros?*

I: *Porque si faltan diez alumnos, acá separamos… acá tenemos setenta y tres más tres, setenta y seis. Separamos, Dividimos…. Treinta personas en un micro, treinta, en otro, quedaría dieciséis personas en el otro. Si vienen los otros diez más, entrarían al otro micro.*

En relación con los cálculos de división planteados directamente, Isabel en un primer momento no interpreta el sentido de la operación, pero frente a una primera explicación logra luego resolver variados cálculos mentales. Veamos también el esfuerzo que realiza y cómo reflexiona mientras hace los cálculos sobre el sentido de la operación y la comparación con la multiplicación, para no confundirse entre ambas:

(EI3,R60)

E: *…y, por ejemplo… ¿mil dividido dos?*

I: *Al mil lo dividís en dos, son dos mil.*

E: *Ajá.*

I: *No, lo dividís. No, lo multiplicás no, lo estamos quitando.*

E: *Sí, los separás en dos partes, por ejemplo, si yo tengo mil pesos para las dos, en partes iguales, ¿cuánto para cada una?*

I: *Eh, quinientos para cada uno.*

E: *Quinientos para cada uno. ¿Y si tengo ocho mil para las dos?*

I: *Eh, cuatro mil para cada una, lo dividimos en dos. No lo estamos multiplicando, estamos dividiendo.*

E: *Mm. Eh, y si hago, por ejemplo… ¿quinientos pesos para las dos?*

I: *Eh, y para que…*

E: *¿Para cada una cuánto sería?*

I: *Quinientos pesos… serían doscientos cincuenta pesos para cada uno.*

E: *¿Cómo hiciste, me contás?*

I: *Porque lo… los dividimos ahí… este... o sea, si tenemos que sacar de quinientos pesos la mitad para cada uno, serían… uso mis dedos, serían saco doscientos de acá, y doscientos de acá, y de acá saco cincuenta y lo pongo a la… a los doscientos cincuenta y a los otros doscientos cincuenta.*

E: *O sea, a ver si yo entiendo: dos dedos serían doscientos, y otros dos dedos son doscientos, y el otro sería cien.*

I: *Claro. Cien, entonces…*

E: *¿Y ese cien lo partís cincuenta para cada una?*

I: *Para cada una.*

E: *Pero vos usaste los dedos para explicármelo a mí, pero no para hacerlo, para hacerlo lo hiciste con la cabeza.*

I: *Sí. Sí.*

Isabel dice que nunca dividió con la cuenta de dividir y que no la entiende, pero ya sabemos de sus inmensos deseos de aprenderla.

3.2 Claudio

Claudio tiene 18 años. Nació en la Provincia del Chaco. Reside en la Ciudad de Buenos Aires desde hace un año y medio. Vive con su hermano mayor en el mismo barrio de la escuela a la que asiste. Trabaja, también con su hermano, en un colegio privado del mismo barrio en tareas de mantenimiento y de limpieza. Inició la escuela de adultos el año anterior pero abandonó hacia fin de año. Su hermano asiste a la misma escuela y cursa segundo ciclo.

3.2.1 La relación de Claudio con el aprender y con la escuela

Claudio asistió a la escuela cuando era niño. Fue al jardín de infantes y cursó hasta segundo grado. Dice que no le gustaba ir a la escuela y que prefería trabajar en el campo.

(EC1,R41)

E: *…Claudio, cuando eras chiquito, ¿nunca fuiste a la escuela?*

Claudio: *No, hice jardín y después sí estudié hasta los… fui hasta segundo grado y…*

E: *Ah, ¡fuiste dos o tres años!*

C: *Sí, sí, y después ya empecé a trabajar y bueno, y de ahí ya no…*

Relata que su mamá quería que fuera a la escuela, pero que él no deseaba ir. No encontraba motivación para estudiar porque para trabajar en el campo no es muy necesario ir a la escuela y en la escuela "no aprendía nada". Cuando reflexiona sobre sus elecciones infantiles considera que de alguna manera "desperdició la oportunidad".

(EC3,R357)

C: *Para qué quiero aprender a leer, decía eso yo: "Para qué quiero ir a la escuela si no aprendo nada", y qué sé yo. Y todo era porque… decía, yo venía cansado de laburar y tenía que ir a la escuela y decía: "Oh, tengo que ir a la escuela otra vez", y mi mamá decía: "Sí, tenés que ir", y yo la puteaba y qué sé yo, y yo digo: "Yo voy a empezar a laburar y no* *quiero estudiar más", le decía así a mi mamá, y mi mamá se enojaba. Y ahora con, ahora, ahora acá, allá no se necesita tanto, pero acá me estoy dando cuenta que sí la necesito un montón, con la… a la escuela la necesito más que nada, lo que yo desperdicié en el Chaco lo estoy necesitando. Lo que desperdicié de escuela hoy en día… no, mucho, me está haciendo falta, pero por ahí que necesito ir a algún lado y yo por no saber leer y esas cosas, ¿eh? Pero gracias a Dios estamos aprendiendo, estamos aprendiendo bastante cosas que en el Chaco cuando iba a la escuela no la aprendí como… como demasiado y ojalá que sigamos así.*

Claudio, siendo solo un niño, decidió dejar la escuela en oposición al deseo materno. En su discurso no responsabiliza al mundo adulto (familia, escuela, Estado) y aparece en cambio una autoculpabilización por haber tomado la decisión equivocada. Claudio no cuestiona a su familia por haberle permitido trabajar sin asistir a la escuela, no cuestiona a la escuela por no haberlo retenido, no cuestiona a la enseñanza recibida por no convocarlo ofreciéndole intereses nuevos, promoviendo su deseo de aprender y saber, enseñándole cosas que para él fueran interesantes, estimulando su interés por el conocimiento. Tampoco reclama cómo el sistema educativo no lo obligó a continuar, ni al Estado o a la familia por permitir o promover que un niño trabaje. Por el contrario, desde el punto de vista de Claudio, es solamente él quien decidió y se equivocó.

Claudio afirma que "en la escuela no aprendía nada". No nos queda claro ahora (durante el proceso de las entrevistas no hemos reparado al respecto) si esto significa para Claudio que en la escuela "no le enseñaban nada", o si le enseñaban cosas que para él "no significaban nada", o bien si le enseñaban pero él no las aprendía. Pero sí nos muestra cómo se sentía de pequeño en la escuela. Frente a un comentario de la entrevistadora respecto de que le salen muy bien los cálculos, Claudio recuerda algún aspecto de su escolaridad cuando era niño: el temor de un posible enojo de la maestra frente a los errores de los alumnos. Notemos que Claudio se anima a hablar de sus temores en el momento en que precisamente es elogiado por sus conocimientos:

(EC4,R210)

E: *…Pero vos, ¡hay un montón de cálculos que los sabés hacer sin calculadora!*

C: *Lo que pasa que ahora… eh… o sea estamos, estoy más relajado, tranquilo, y puedo tranquilo pensar o sea, capaz que en otro, cuando esté en otro momento me salga todo mal, ¿no?, porque… capaz me asuste o… o siempre, siempre estoy con el temor de que erre y, o sea, yo pienso, yo creo que no se va a enojar, no… pero tengo ese pensamiento de que se puede llegar a enojar, o que puede llegar que salir mal…*

E: *¿Que yo me pueda enojar?*

C: *No, no… así…*

E: *¿Alguien…?*

C: *Por eso yo le pregunto, cada vez que a usted le respondo, si está bien o no está bien…*

E: *¿Y quién se podría enojar?*

C: *¡¡Nooooo!! Es un pensamiento que uno tiene… ya de hace mucho, me acuerdo cuando yo estudiaba en el Chaco las maestras a veces se enojaban porque no salían bien las cosas y… y bueno sigo con ese temor de que por ahí se… si está mal, yo sé que me van a decir: "No, está mal" nada más, pero yo tengo miedo… ese miedo tengo de que no quiero que estén mal las cosas. O sea, siempre que errás, o vamos a tener un error, pero yo no quiero ese error de errarlo, o no sé... por eso siempre trato si está bien, y bueno si no está bien, trataré de pensarlo.*

Tampoco Claudio critica a sus maestras de niño por el trato recibido frente a los errores, ni explicita una relación entre sus errores, el enojo de maestros y su abandono de la escuela. Para Claudio, es parte del rol docente decir "si las cosas están bien o mal". No aparece en estas evocaciones infantiles como función de la maestra ayudar o explicar, sino solamente evaluar. Es nuevamente él quien queda en falta.

Su temor a la evaluación parecería tener consecuencias en la continuidad actual de sus estudios. Así explica por qué el año anterior no pasó de año en la escuela de adultos:[1]

(EC1,R27)

> ***C:*** *(Refiriéndose a su hermano). Eh, viene acá a estudiar sí. Está en segundo ciclo. Íbamos juntos el año pasado y yo porque al último mes no pude venir por motivos de trabajo, y él pasó y yo no pude pasar.*
>
> ***E:*** *Uy, qué pena...*
>
> ***C:*** *Pero fue por, por un mes fue de diferencia que yo no vine un mes y él pasó. Después tenía que venir yo y no quise venir a rendir en la semana porque estuve muy ocupado.*

Llegada la instancia de evaluación y cierre del año, parecería volver al temor de "errarle" y abandona. Prefiere ser él quien deserta (volviendo al esquema infantil de anteponer el trabajo por sobre el estudio) antes de correr el riesgo de que sea la docente quien determine que no puede.

Claudio es joven y tal vez aún no tiene la suficiente autonomía para hacerse cargo de sus decisiones. Aparece por momentos en su discurso una cierta tensión entre ser autónomo y una dependencia de la mirada de los docentes en la que su posición parece más pasiva. No sabemos incluso cuánto de su discurso actual sobre la valoración del estudio está respaldado por la mirada de su hermano mayor que lo trajo a Buenos Aires, le consiguió trabajo, habla con el patrón, viene a la misma escuela y sí pasa de año.

(EC1,R298)

> ***C:*** *Entonces después mi hermano me dijo: "Estaba laburando y después anduve sembrando" y justo que empezaron a sembrar falleció una de mis sobrinitas,[2] y bueno y ahí justo fue mi hermano de acá de Buenos Aires y él ya cuando dijo: "Yo cuando vaya a fin de año yo te traigo para que vengas a laburar". Yo en ese tiempo no tenía los dieciocho años cuando él me quería traer, tenía diecisiete, y me faltaba algo de cuatro meses y bueno, él me trajo igual. Me trajo y bueno y, cuando cumplí los dieciocho, entré a laburar ahí y…*

Claudio explica por qué en Chaco no retomó la escuela siendo más grande. Si bien reconoce que la escuela no le gustaba dice que "nunca se le dio la ocasión de estudiar" y señala que trabajaba muchas horas diarias. Incluso describe que actualmente sí puede ir a la escuela de adultos porque "solamente" trabaja nueve horas diarias:

(EC1,R33)

> ***C:*** *(…) A mí yo porque en el Chaco nunca se me dio la ocasión de estudiar y, porque siempre trabajaba y qué sé yo, como más laburaba en el campo con los tractores, poco… o sea pocas ganas tenía, me gustaba más el laburo que el estudio… porque, o sea, me gustaba más porque no tenía tiempo tampoco para estudiar. Yo laburaba desde las cinco de la mañana hasta las once, las doce de la noche hasta que cambiaba el turno trabajando con el tractor, y después a dónde iba a estudiar a esa hora, y entonces bueno. Acá en Buenos Aires me cambió todo, laburo nueve horas y bueno, después las otras horas vengo a estudiar y después a descansar.*

---

[1] Unos meses después de la toma de entrevistas y observaciones de clase nos enteramos que nuevamente Claudio, el último mes de clases, dejó de asistir a la escuela.

[2] Aparentemente habría alguna relación entre la muerte de su sobrina y su alejamiento del campo, relación que no se nos ocurrió profundizar durante la entrevista.

Claudio enfatiza en varias oportunidades que la razón por la cual asiste actualmente a la escuela es para aprender a leer y a escribir. Incluso refiriéndose al año anterior cuenta –a pesar de que se le pregunta por matemática– cómo le costaba la lectura y la escritura, y explica que en el campo no tenía contacto con materiales escritos.

(EC1,R66)

E: *(…) Y Claudio, el año pasado que vos hiciste casi todo primer ciclo, ¿aprendiste algo de matemática?*

C: *Y sí, algo, algo sí.*

E: *¿Te acordás de qué?*

C: *Y sí, es lo mismo que me está enseñando doña Juana (la maestra actual), que nos enseñaba doña Mónica (la maestra del año anterior).*

E: *¿Te acordás de qué les enseñaba?*

C: *Pará que no me acuerdo… (Piensa).*

E: *¿Por ejemplo, a leer y a escribir números? ¿O a hacer cálculos? ¿A resolver problemas?*

C: *Sí, sí, a resolver problemas. Nos daba una compra, y nosotros teníamos que poner cuánto gastábamos, ponele comprábamos tres latas de tomate, y bueno nos teníamos que nosotros ir y nos traía unos tickets del Coto,*[1] *y nosotros teníamos que, bueno, ver a cuánto estaba el tomate y ahí comprar, y dividirlo en el cuaderno.*

E: *¿Y eso te resultaba fácil?*

C: *Y más o menos, o sea, la lectura porque si me tocaba copiar de la mente a… o sea al cuaderno, eh, ponele que tenía que poner tomate y esas cosas las que tenía que comprar no… o sea poco lo que… porque yo recién hacía cuánto, hacía ya cinco años que no... no tenía ni un contacto con letras ni nada de eso. Y bueno. Llegué acá y el patrón, nosotros ¿viste?, él habló con mi hermano y me dice: "¿Querés que hable por vos? Yo voy y le hablo y le digo que te tomen, que vos querés aprender, porque es bueno leer, porque vos acá si querés defenderte por lo menos, si querés ir para algún lado esas cosas". Ellos, como él me dijo: "Vos para suma, resta podés así nomás, pero en lectura creo que sí porque tenés que aprender a leer". Y bueno, y eso vengo a aprender. Quiero aprender. Y ya que puedo acá por lo menos.*

(EC3,R101)

E: *¿Y hay algo que vos decís: "Ay, ojalá que aprenda esto este año, que me gustaría saberlo"?, ¿algo que te da ganas de aprender, como más rápido?*

C: *Y, lo que yo quiero aprender ya en este año sinceramente es leer y escribir.*

Claudio valora tanto el conocimiento que puede aprender como la certificación que podría permitirle acceder a otros posibles trabajos.

(EC1,R125)

E: *Pero, ¿no es que hay algo que vos digas: "Ay, ojalá me enseñen esto" o "me gustaría aprender esto"…?*

---

[1] Cadena de supermercados.

C: Sí, según porque a veces vos, qué sé yo, terminás el estudio y bueno, por ahí querés estudiar qué sé yo, para algo que te sirva, contador vamos a suponer, y bueno, ahí vas a necesitar si… estás en la escuela y tenés que aprender todo lo posible que te den, ¿vio?, así... lo que sea y se pueda, y yo pueda aprender yo no tengo problema, o sea, suma, resta, porque yo sé que, y no te digo ahora, pero más adelante, puedo salir de ese trabajo y me puede llegar a hacer falta en otro trabajo. Por ahí salgo de este trabajo, me voy a trabajar qué sé yo, en un supermercado o en cualquier otro trabajo, y te va a hacer falta esa parte. En este colegio[1] no te piden, o sea no nos pidió nada de estudio ni nada de esas cosas, pero en otro trabajo te piden secundario completo, y tanto problema te hacen para darte un trabajo así.

Claudio en varias ocasiones expresa su valoración de la escuela:

(EC1,R304)

E: *Y bueno, y ahora estás acá estudiando…*

C: *Y ahora gracias a Dios…*

Y al cierre de la última entrevista:

(EC4,R440)

E: *Bueno, mil gracias Claudio.*

C: *Gracias a vos.*

E: *No, por favor.*

C: *Si no era por usted…*

E: *¿Si no era por mí qué?*

C: *No, si no era por ustedes los maestros… no sé qué sería de nosotros…*

La escuela es valiosa –y a la vez ajena aún–, tal vez por ello Claudio considera que alguien que fue a la escuela (secundaria) ya sabe "todo":

(EC1,R276)

E: *¿Y en el trabajo no te pasa que tenés que enseñar algo?*

C: *Y, a veces, qué sé yo, en el trabajo no porque somos, yo soy casi el único que, en el trabajo somos dos nomás, donde laburamos, en el colegio más chico somos dos. Y bueno el muchacho ese ya tiene secundario completo y ya sabe todo.*

Creemos que para Claudio hay dos mundos: el mundo del trabajo y el mundo de la escuela. Mientras él vivía en el campo esos dos mundos estaban escindidos y no precisaba integrarlos. La escuela no le ofrecía nada que él sintiera que le aportaba para su vida en el campo. En el trabajo del campo se "defendía" con sus conocimientos, pero su llegada a la ciudad le hace precisar del mundo de la escuela. Veamos cómo se expresa Claudio sobre esta idea de "defenderse" o de "no defenderse" en ambos mundos:

[1] Claudio se refiere aquí al colegio donde trabaja haciendo mantenimiento y no a la escuela de adultos a la que asiste.

(EC1,R83)

> ***C:*** *Llegué acá y el patrón, nosotros ¿viste?, él habló con mi hermano y me dice: "¿Querés que hable por vos? Yo voy y le hablo y le digo que te tomen, que vos querés aprender, porque es bueno leer, porque vos acá si querés defenderte por lo menos, si querés ir para algún lado esas cosas". (…)*

(EC1,R114)

> ***C:*** *Porque yo lo que quiero llegar a aprender, quiero llegar a terminar esto lo que es escuela y después estudiar el trabajo que estoy haciendo que es electricidad y que es lo que me gustaría llegar algún día si Dios quiere, algún día terminar la escuela y, si se da la ocasión, poder estudiar, estudiar lo que me gusta a mí. O sea para defenderme un poquito en el trabajo que estoy haciendo, ¿vio?*

(EC1,R180)

> ***C:*** *Y nosotros en el Chaco aprendemos, quieras o no quieras, aprendés a la fuerza. Para defenderte en el Chaco tenés que, si vos por lo menos querés sobrevivir y tener para comer tenés que rebuscarte de albañil, de cualquier cosa, de lo que haya para hacer.*

(EC2,R86)

> ***C:*** *Sí, hasta ahora, los de allá del Chaco, todos saben matemática, como te dije recién, sabemos matemática porque ese era el trabajo, defenderse nosotros con la matemática y es todo.*

Actualmente Claudio vive y trabaja en la ciudad, y ya "no se defiende": precisa saber leer y escribir. Su deseo de aprender a leer y a escribir es una llave que vincula ambos mundos: algo de lo que se enseña en el mundo de la escuela es preciso hoy para el mundo de su trabajo. Cuando era pequeño Claudio no quería entrar en el mundo de la escuela. Hoy –con sus contradicciones– quiere entrar y aprender "todo" lo que le pueden enseñar en la escuela.

Recordemos que Claudio tiene 18 años y recién ha llegado del campo a la ciudad. Es joven y su futuro está abierto. Al venir del campo ha cambiado su presente y también su futuro. En el campo su vida estaba de algún modo definida, seguiría trabajando y aprendiendo en el mundo del trabajo todo lo que había por aprender. Ahora, en cambio, Claudio no conoce su futuro. Puede ser, como él dice, que precise un título para otros trabajos. Salir del campo fue una ruptura que abrió el universo del estudio, de la escuela. De este modo la escuela tiene por un lado un sentido inmediato: aprender a leer y a escribir. Y por el otro un sentido más amplio: aprender "todo" lo que la escuela puede enseñar porque Claudio ahora no sabe cuáles serán sus futuros trabajos. Igualmente por ahora piensa el futuro en términos de trabajo.

(EC1,R130)

> ***C:*** *…Lo que sea y se pueda, y yo pueda aprender yo no tengo problema, o sea, suma, resta, porque yo sé que, y no te digo ahora, pero más adelante, puedo salir de ese trabajo y me puede llegar a hacer falta en otro trabajo. Por ahí salgo de este trabajo, me voy a trabajar qué sé yo, en un supermercado o en cualquier otro trabajo, y te va a hacer falta esa parte.*

(EC3,R232)

> ***C:*** *Ahora porque, o sea yo siempre en el laburo a veces lo hago con la cabeza o a veces voy escribiendo así, pero en otra forma, si es un tipo que sabe te va a decir así como*

yo te digo, así, va a sacar la calculadora y te lo va a sumar por tres, doce, veinticuatro metros por tres nomás lo va a hacer y ya le va a dar el cálculo.

(EC3,R245)

C: *Y sí… eso ponele un tipo que sabe mucho, como te puedo decir, un… cualquiera que sabe mucho de obra te va a dar ese cálculo.*

Tal vez Claudio, en el trabajo, pueda convertirse en "un tipo que sabe", un hombre de ciudad que va a la escuela, sabe leer y escribir, y usa otras estrategias para resolver problemas.

3.2.2 La relación de Claudio con las matemáticas

En el discurso de Claudio aparece una idea recurrente con respecto a las matemáticas. Habría unas matemáticas que los del campo saben y con la que "se defienden" para resolver los problemas con los que se enfrentan, matemática bien diferenciada de las matemáticas escolares o incluso de las matemáticas urbanas.

(EC2,R88)

C: *Sí, hasta ahora, los de allá del Chaco, todos saben matemática, como te dije recién, sabemos matemática porque ese era el trabajo, defenderse nosotros con la matemática y es todo.*

(EC3,R105)

C: *(…) Creo para la matemática, ahora, por como estoy yo con la matemática me defiendo un montón, de mi manera, como estoy yo así, en el trabajo que tengo y esas cosas.*

Claudio reconoce diferentes situaciones de uso de la matemática afuera de la escuela. Da un ejemplo de la vida personal referido al control del resumen de los gastos realizados con la tarjeta de crédito.

(EC1,R94)

E: *Y te hago una pregunta Claudio, en tu trabajo, ¿hay algo que vos necesites de matemática, que uses o que necesites de matemática? En el trabajo que tenés ahora o en el trabajo que tuviste.*[1]

C: *Y, yo creo que en el trabajo que tengo ahora sí para… qué sé yo, por ahí para hacer resúmenes de cuenta y todas esas cosas cuando me viene viste… porque nunca ¿viste? vienen bien del banco. O si hay que controlar algo, una boleta y esas cosas. O por ahí compraste tanto, y yo ponele compro tanto y voy sumando esas cosas y voy sabiendo cuánto gasté y todo eso.*

(EC3,R2)

E: *Claudio, ¿vos usás la matemática fuera de la escuela?*

C: *Y, por ahí sí.*

[1] Si bien se le pregunta por las matemáticas de su trabajo, Claudio responde por el uso en su vida cotidiana.

E: *¿En dónde? ¿Cuándo?*

C: *Cuando tengo que hacer resumen del mes, por ahí saco siempre a fin de mes cuentas con lo que tengo que llegar a pagar el otro mes, y todas esas cosas. Más que nada mirando los tickets o siempre las boletas que me dan, y bueno y, siempre voy, con el teléfono (se refiere a la calculadora del teléfono celular), voy haciendo, voy sumando siempre. Uso un poquito la matemática como puedo.*

E: *Y cuando decís los tickets y las boletas, ¿qué tickets?*

C: *Y a veces los tickets que hago compras porque cuando vas a comprar en el supermercado te dan el ticket. Y el bonito[1] que te dan, como que vos comprás una tarjeta. Y cuando compro haciendo un negocio, bueno me dan la boleta y… y bueno con eso llego a fin de mes.*

E: *¿Y vos los guardás a esos tickets y a esas, todas esas boletas?*

C: *Sí, lo guardo todo hasta unos meses para… siempre lo… sí porque por ahí unas veces bueno, hay que saber para llevar cuentas cuánto gastaste y todas esas cosas, para ver si viene bien la boleta que te mandan en el banco, si están bien o están mal.*

Claudio también reconoce que usa las matemáticas en su trabajo para saber cuánto material es necesario para revocar una pared:

(EC1,R150)

E: *¿Y cómo hacés para saber cuánto material hace falta para revocar una pared?*

C: *Y bueno. Y agarro, yo mido cuántos metros tiene la pared, primero revoco un metro y, mido un metro por un metro y revoco ese metro, y de ahí ya sé cuánto me va a hacer falta para los otros metros.*

(…)

C: *(…) Y bueno ahí yo sé cuánto me entró, si me entró tres baldes de cemento, tres baldes de cal, o cuánto de arena, y bueno de ahí saco, calculo bueno cuánto me va a llevar por metro. Dos por metro que me lleve… dos baldes de cemento y tres de arena, bueno, por metro, yo sé cuánto me va a hacer falta de arena y voy midiendo cuántos metros tengo que hacer y bueno, y de ahí voy sacando cálculos. O sea, cálculos, no sumando y restando o sea, cálculos en el bocho…*

(…)

E: *¿Pero cómo hacés para pedir los materiales, para calcular antes de empezar…?*

C: *Bueno pero eso yo lo que, acá en esta pared nosotros tenemos que es hueca, o sea que tenemos… yo te estoy hablando en paredes lisas, de pared lisa que vos… bueno según como vos lo querés, nosotros… tantee yo en esto, nosotros para esta pared más o menos necesitamos, para esta, según si vos lo querés al tanto así, o una franja de ceresita[2] y después el revoque encima, y te va a llevar como… cuatro bolsas de cal, unos de cemento y más o menos, la bolsa de arena trae, la chiquitita trae tres, cuatro, necesitás más o menos treinta bolsas de arena.*

E: *¿Cómo hiciste para saber cuántas bolsas de arena?*

C: *Y porque voy sacando por balde.*

E: *A ver, ¿cómo pensaste?*

[1] Diminutivo de "bono".
[2] "Ceresita" es una marca comercial de cemento hidrófugo en pasta.

C: Y porque, yo tengo, en un metro, si ponemos un metro tenemos acá, hasta acá, suponete (señalando).

E: Vos te imaginás como el metro ahí.

C: Como un metro, sí. Bueno ahí tiramos un balde, un balde de… si es ceresita, un balde de cemento, y uno y medio de arena y ceresita, y bueno, y se le hace una carpetita finita. Y bueno después el revoque, que te lleva dos bolsas, dos bolsas, dos baldes de cal, y le ponés seis de arena, que bueno que, según como vos lo querés como te digo. Yo por ahí, vos hacés seis, y se puede hacerse más de lo que vos pensaste viste, o sea, a veces como vos lo hacés viste. Por ahí vos lo hacés como yo lo vengo haciendo, por ahí qué sé yo, la pared se hinchó, está hinchada, y bueno, vas a tener que ponerle poco de esa parte, y a esa parte que te va sobrando de ahí se va estirando más para abajo viste. O sea va… va tomando más…

E: ¿Y vos calculás[1] todo para un metro, y después pensás cuántas veces entra acá?

C: Sí, calculo cuánto de cemento y después mido cuánto tengo. Me tomo mi tiempo, tomo el cálculo y bueno le digo, mirá… un cálculo que yo no te digo: "Uh, es pegable"[2], ¿vio?, por ahí le puedo errar, como en todo, porque tenemos el error…

E: Claro, es aproximado.

C: Ponele, pero hasta ahora de lo yo siempre en los trabajos pido, siempre me sobra, siempre me sobra, pero nunca que te falte, ¿no?, siempre que te sobre y no que te falte.

Notemos cómo para Claudio, en el trabajo, el error de cálculo tiene un estatuto diferente que el de la escuela: están previstos y se trabaja por aproximación. Los aprendizajes en el mundo del trabajo parecen devenir más naturalmente, mientras que los aprendizajes escolares se juegan en un espacio en el que el docente evaluará si le erró o no. En su mundo laboral la validación de los problemas que debe resolver es empírica: sabrá si estuvo bien la anticipación si el material alcanzó para hacer la pared. "Siempre que te sobre y no que te falte", dice Claudio. En cambio, en los cálculos o problemas matemáticos del mundo de la escuela, es el maestro el que debe decir "si las cosas están bien o mal", la validación en la escuela es externa, al menos lo es por ahora (hasta que una nueva oportunidad de aprender le permita hacerse cargo, por sus propios medios, de la validez de los resultados obtenidos[3]).

En el mundo del trabajo se precisan ciertos conocimientos matemáticos, de los que él dispone, pero en el mundo de la escuela hay otras matemáticas que él ignora. Dice estar dispuesto a aprender todas las matemáticas que se le enseñen en la escuela, reconoce que hay "otras matemáticas" que no son las que él conoce, domina y con las cuales se "defiende". Lo que aprende de matemática en la escuela es solo el inicio de unas matemáticas más amplias, que exigirán un largo recorrido que abarca porciones mucho mayores que sus conocimientos actuales.

(EC2,R2)

E: Bueno, eh, Claudio… Bueno, te quería preguntar, ¿para qué pensás vos que se enseña y se aprende matemática en la escuela?

C: Y, yo creería, qué sé yo, de mi parte para, te puede servir para algún estudio, para defenderte, por ahí en algunos trabajos. O sea matemática y lengua son todas cosas que te sirven para todo, ¿no? Te puede llegar a servir, ser útil en el trabajo, yo que trabajo, te puede servir en… la matemática a donde estés te hace falta siempre, ¿no?, pero…

[1] En realidad Claudio no "calcula" los materiales necesarios para un metro de pared, dado que aprendió a anticiparlos, por lo tanto, la pregunta de la entrevistadora supone un conocimiento que no es el que ha utilizado.
[2] "Pegable" adjetivo derivado de "pegar"; "pegarle" es una manera coloquial de referirse a "acertar" una anticipación.
[3] Desde la perspectiva didáctica que adoptamos, a partir de los aportes de Guy Brousseau, se busca que los alumnos puedan hacerse cargo de la validez de los resultados obtenidos por sus propios medios.

E: *Y Claudio, ¿te parece que hay algo que se aprende en la escuela de matemática que no es útil para afuera, para lo cotidiano, para…?*[1]

C: *No, yo creo que lo que enseñan está bien, o sea… creo que todas las formas en que enseñan la matemática, creo que todo si se hace con los mismos números da el mismo resultado, de diferentes formas se lo puede hacer lo… las formas de escribir, ¿no? Pero, creo que sí, que está bien, de mi parte está rebién, o sea… pero bien bien está la matemática… te puede servir como te dije, para el trabajo, para las cosas. Para mí, de mi lado, de mi parte está bien. Porque yo, vos podés saber un poco pero no todo de adónde termina la matemática, ¿no? Este recién es el comienzo. Todavía nos espera un camino largo de matemática.*

Esta última idea recupera la sensación de un futuro abierto y desconocido ahora en la ciudad y la escuela.

Veamos la perspectiva de Claudio sobre el origen de sus propias matemáticas. Cuando evoca los aprendizajes matemáticos escolares de su infancia se refiere exclusivamente a los algoritmos de suma y resta:

(EC1,R45)

E: *¿Y te acordás qué aprendiste de matemática ahí en primero y segundo grado?*

C: *Sí, me enseñaron, la otra esa que es de cuatro, viste que vos ponés un número abajo, otro arriba así, y sale cuatro formas, un cuatro ¿vio? O sea, la suma que hacen. O sea, acá nosotros hasta ahora nunca la hicimos. Con eso que te hacen cuatro números y vos le ponés el resultado abajo de la rayita.*

E: *A ver, ¿te molesta hacerlo acá para que yo entienda?*

C: *A ver, vamos a poner… veinticinco y diez, así, ¿vio? (escribe 25 y 10 uno abajo del otro, como se hace en el algoritmo convencional de la suma), y nosotros acá le poníamos el resultado, sumábamos el resultado acá abajo, cinco (sumando 5 y 0), tres (sumando 2 y 1), así… (le queda 35).*

E: *Ajá, eso lo aprendiste en la escuela…*

C: *Allá en el Chaco. Esto es lo que pude llegar a aprender. Y la resta era lo mismo así.*

En este recuerdo no se identifica el campo de utilización de esas técnicas algorítmicas. Se trata de un conocimiento mecánico, escindido de su uso; del mundo de la escuela, sin relación aparente con el mundo extraescolar. Cuando se le pregunta a Claudio dónde cree que aprendió lo que sabe de matemática, reconoce que aprendió cálculos en la escuela cuando era niño, luego aprendió a hacer cálculos en Chaco cuando trabajaba y luego veremos que se refiere a que ahora está aprendiendo en la escuela que hay diferentes maneras de calcular:

(EC3,R69)

E: *¿Y vos dónde aprendiste lo que sabés?*

C: *Y yo un poco aprendí en el Chaco, y… como le dije siempre un poquito aprendiendo acá, de lo que… aprendí, eso sí, aprendí de otra manera ya, eso es lo que me está costando un poquito acá porque como acá lo hacen como diferente a lo que nosotros*

---

[1] Esta pregunta apuntaba a indagar si creía que también se enseñaban en la escuela conocimientos matemáticos no necesariamente útiles, intramatemáticos. Claudio, tal vez inducido por la poca claridad de la pregunta, responde justificando que todo lo que se enseña "está bien porque puede servir", otorgando a la utilidad un criterio de valoración.

escribíamos en Chaco, ¿entendés?, como, o sea, da el mismo resultado todo, pero es diferente la forma de escribirlo, y es como que… porque yo en Chaco más que la que… la suma de cuatro y esa más que esa nunca, esa era la única suma y resta era lo mismo, así de que dos abajo y arriba[1] *y esa es la única que pude aprender, y con esa me defendí pero… por ahí me defendía en el Chaco también cuando laburaba a veces necesitaba sacar las cuentas y esas cosas, porque cuando laburaba en el campo tenía que sacar las cuentas, cuántas toneladas íbamos haciendo y todo eso.*

Las matemáticas que se usan en el mundo del trabajo se aprenden mirando cómo otros hacen, preguntando cuando no se sabe y usando. Fuera de la escuela los cálculos se resuelven mentalmente con el bocho.[2] Claudio alude a esta práctica también como "defenderse por dentro":

(EC1,R237)

E: *(En relación con sus estrategias para averiguar el material necesario para revocar una pared). ¿Quién te enseñó a calcular eso de un metro cuadrado y después hacer esto que me dijiste a mí? Por ejemplo, tres, tres, tres, tres, tres…*

C: *Y bueno, eso se aprende a la medida de, de la época, qué sé yo, de tanto trabajo y… si empecé porque, en el Chaco laburaba así, y bueno y entraba así, y a mí ponele me pagaban por hora e iba multiplicando así, o sumaba hora, hora… o por ahí, a mí me decían: "Bueno, tenés que hacer esta lonja de un metro" y bueno yo iba sumando ese metro, iba midiendo ese metro, todo así.*

E: *¿Y alguien te enseñó, te ayudó, o lo aprendiste solo?*

C: *¡Nooo! Tuve la sensación que eso lo aprendía mirando. Yo miraba a otra persona y, y bueno. Primero no sabía manejar metros yo, y después, bueno, trabajé con un albañil y bueno, y yo nunca le dije a él: "Enseñame cómo se mide", ni eso. Yo lo miraba y lo observaba y lo observaba. (Como imitando al albañil) "Vos mirame –dice– yo no te tengo que enseñar, vos mirame y vas a aprender". Yo lo miraba y lo miraba, y yo decía: "Este... bueno, si él dice algo, él es mayor maestro en obras el hombre ese" y bueno, él me decía "Vos mirame, mirame nomás", y yo así aprendí. Mirando a las personas cómo trabajan. Y bueno y yo miraba, y bueno y de ahí yo iba midiendo, como él medía y todo, y bueno, y un día fui a mi casa con un metro y le preguntaba a mi viejo qué es lo que era un metro, le preguntaba todas esas cosas y bueno, él me explicó un poco pero no, no me quedó muy grabado hasta que después bueno yo, en el trabajo jugaba con el metro, o hacía cualquier trabajito y entonces, y ahí fui aprendiendo y bueno y, y a la medida de los años, tanto trabajar, vos tenés que decir: "Bueno, si no tenés estudios tenés que defenderte en algo". Y eso que yo pensé que no iba a tener estudios y bueno, empecé a pensar que tengo que defenderme por dentro, así que voy a empezar a hacer los cálculos con el bocho, ya que no tengo mucho estudio ni tanto para andar multiplicando, sumando, no tenía mucho estudio entonces decía: "Bueno, voy a hacer con el cálculo del bocho". Y se fue dando, se fue dando, y hasta ahora me defiendo bien con el bocho, qué sé yo, no soy así ligero de responderte, pero me tomo mi tiempo y siempre lo pienso, y por lo menos hasta ahora…*

Analicemos las concepciones de Claudio sobre el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. Piensa que para ser "bueno en matemática" es preciso prestar atención. También explicita con mucha claridad su concepción de que todas las personas pueden aprender matemáticas y adjudica las dificultades a la enseñanza recibida o a la ausencia de enseñanza (y no a factores personales).

[1] Claudio se refiere al algoritmo de suma de bidígitos, como él ejemplifica a lo largo de la entrevista.
[2] "Bocho" es una palabra del lunfardo que significa "cabeza".

(EC2,R18)

E: *¿Y vos pensás que todos pueden ser buenos en matemática?*

C: *Y… yo creo que el que le preste atención puede llegar a ser muy bueno, creo que todos somos… que estamos para aprender, ¿no? podemos llegar a… no buenos pero podemos llegar a aprender bien, el día de mañana podemos saber bien la matemática. Creo que a algunos compañeros no va, les cuesta porque, qué sé yo… están, se ve que cuando estudiaban vieron más lectura ellos que matemática. O sea, dicen que estudiaron cuando estuvieron como yo, estudiaron en sus pagos ellos, y estudiaron y se ve que…*

(…)

C: *…Porque yo sé que estudiaron cuando eran chicos los compañeros. Y bueno capaz que les enseñaron más lectura que matemática. Y por eso que capaz están retrasados en la matemática. Pero creo que andan bien todos, hay algunos por ahí que como todos, todos tenemos un error, por ahí yo me puedo equivocar, se puede equivocar un compañero, por ahí le podemos explicar.*

Incluso al explicarnos quiénes son "buenos en matemática" menciona el deseo asociado al trabajo o al esfuerzo, por ejemplo, el que realiza su sobrina que estudió para maestra y para contadora.

(EC2,R71)

E: *Y, te hago una pregunta, ¿vos tenés familiares o conocidos que te parezca que son buenos en matemática?, ¿o familiares o conocidos que te parezca que no son buenos en matemática?*

C: *Yo tengo mi hermana, mi sobrina, saben un montón de matemática, de hecho que una de mis sobrinas que ahora, este año o el año que viene se va a recibir de contadora, sabe mucho. Cuando estuvimos en el Chaco nos ayudaba a nosotros, los dos hermanos, nos enseñaba cómo se sumaba y todas esas cosas, y ella porque quería ser, primero era ese coso de matemática… quería ser maestra y después bueno no le dio esa carrera, y salió esta carrera y bueno, se metió con esa carrera y está estudiando.*

E: *Y si alguien no es bueno en matemática, ¿vos cómo te darías cuenta?*

C: *Y… y bueno, no sé, qué sé yo, me daría cuenta que no me salen las cosas y ahí me quedaría, sabría que no, o si no le pregunto a la maestra.*

Sus ideas sobre cómo se aprende o se es bueno en matemática pertenecen a la lógica del trabajo: esfuerzo, ganas, defenderse, mirar y hacer.

Para Claudio no son condicionantes para ser "bueno en matemática" ni la edad ni el género. Por el contrario, lo que sí importa es tener ganas de aprender y tener gusto por la matemática. Insiste en que todos pueden aprender si lo desean:

(EC2,R33)

E: *Y Claudio, vos pensás que ser joven o ser adulto, ¿importa para ser bueno en matemática?, ¿qué es mejor o peor?, ¿ser joven o ser adulto?*

C: *Sí, yo de esa parte creo que, que no, no… que está todo bien si es joven él, mientras tenga las ganas de aprender.*

E: *¿Y ser mujer o ser varón importará para ser bueno en matemática?*

C: *Y, no sé, creo que si está en el estado de uno, si le gusta la matemática, eh, puede ser la mujer, puedo ser yo varón y no gustarme la matemática o puede ser una* *mujer y no gustarle la matemática, está en que le guste ¿no?, si quieren aprender. Tanto como las mujeres y el hombre, todos van a… si tienen ganas van a aprender.*

Duda de que el nivel económico sea un factor determinante a la hora de aprender matemática, ya que considera que tanto ricos como pobres pueden aprender si tienen el deseo. Un factor que para Claudio sí parece influir es el contacto con el dinero: tener más dinero ayudaría a saber más. Esta idea parecería estar apoyada en que, para Claudio, la mayor fuente de problemas matemáticos y de situaciones de cálculo está ligada al manejo del dinero. El contacto con el dinero daría oportunidades para aprender. Pero también nos aclara que el rico podría contratar a un contador para manejar su dinero y en ese caso no aprendería matemática. Es decir que no asocia el saber a la riqueza económica sino a las oportunidades de resolver problemas empíricos con dinero.

(EC2,R42)

E: *Y, ¿te parece que hay alguna relación entre aprender matemática y ser rico o ser pobre?*

C: *Yo no eh… qué te puedo decir… no sé, si puede llegar a haber… creo que, de mi parte, no sé qué puede llegar a haber.*

E: *Te parece que no puede haber relación. Que no hay.*

C: *Cómo, ¿relación en qué forma?*

E: *Por ejemplo, para vos, ¿hay más posibilidades de ser bueno en matemática si uno es pobre?, ¿o hay más posibilidades de saber matemática si uno es rico?, o al revés, ¿saber matemática o estudiar matemática puede ayudar a ser rico, o a ser pobre?*

C: *Y, no sé… está, qué sé yo, te puede ayudar a ser rico mientras, qué trabajo tendrá, podés ser rico y saber matemática, y está como… como la toma uno, ¿no?*

E: *¿Y se puede ser rico y no saber matemática?*

C: *Y si no fue a la escuela y no quiso aprender…*

E: *Y puede ser rico y no saber.*

C: *Por ahí le quedó la herencia del padre, la herencia y… se quedó con toda la plata y entonces, si no sabe matemática, yo creo que hay muchos que tienen plata y saben poco porque se pagan un contador, uno de esos y… creo que más chances tiene el rico porque ellos son los que manejan más plata que nosotros.*

Poseer dinero permitiría aprender del mismo modo que se aprende en el mundo del trabajo: por el contacto directo con ciertos problemas, con materiales, mirando, probando. Claudio asocia inteligencia y saber matemático, pero también contempla que el conocimiento matemático depende principalmente de las experiencias de vida:

(EC2,R63)

E: *¿Y te parece que hay alguna relación entre saber matemática y ser inteligente?*

C: *Y creo que el que es inteligente va a saber matemática, creo yo, ¿no?*

E: *¿Y se puede saber matemática si alguien no es tan inteligente?*

C: *Y pasa que bueno, según cómo le trató la forma de vida de uno, ¿no? Porque por ahí yo sé, capaz sé un poco de matemática porque yo me defendí mucho con la matemática, siempre números, nunca letras, siempre números, y bueno hoy en día, no te digo que sé mucho pero para defenderme, entiendo (…).*

A la hora de analizar las características que debería asumir una buena enseñanza de matemática, Claudio considera muy importante que el maestro explique "cómo se hacen las cosas", y que ayude a los alumnos si se confundieron volviéndoles a explicar. A la vez insiste en que el factor determinante es que los alumnos presten atención, que se esfuercen, que prueben e intenten resolver, y que si se equivocan revisen lo que hicieron y pidan ayuda a los maestros.

Las ideas de Claudio respecto del rol del alumno nuevamente parecen bastante próximas a las responsabilidades de quien aprende un oficio: prestar atención, tener ganas, repetir, observar "cómo se hace", etcétera.

(EC2,R90)

E: *Y, Claudio, ¿qué debe hacer un buen maestro de matemática?*

C: *Y, de mi parte no sé, puede llegar a enseñar, enseñar lo que uno no sabe.*

E: *O sea un buen maestro de matemática tendría que enseñar lo que uno no sabe. ¿Y qué más tendría que hacer un buen maestro de matemática?*

C: *Y no sé, enseñarnos bien para que nosotros aprendamos, explicarnos las formas, cómo se hace, cómo es esto, creo si nosotros le prestamos un cachito de atención vamos a aprender, y si no le prestamos atención no vamos a aprender. O sea, creo que cuando vengo, tenés que venir a la escuela para venir a aprender.*

E: *¿Y qué hace falta hacer para aprender algo nuevo? Vos una cosa que me dijiste es prestar atención. ¿Qué más hace falta hacer para, o creés vos que hace falta hacer, para aprender algo nuevo de matemática?*

C: *Yo creo de mi parte prestar atención y bueno, y saber mucho para decir bueno… siempre podés intentar y si hay un error, para eso están las maestras, para decir: "Mirá, está mal", y te va a enseñar ¿no?, te va a decir: "Mirá, esto se hace así", o por ahí yo no sé, siempre tienen la explicación las maestras, uno le pregunta para ver… si está mal o está bien.*

(…)

C: *(…) Yo digo lo que más o menos de mi parte, para que yo aprenda, yo pido eso. Escucho y, si no me sale, intento y, si no me sale, pido ayuda. Ya sea a un compañero o a la maestra. Primero a la maestra y bueno, si veo que la maestra me va a decir "Mira, está mal", y bueno y hay que despertarnos y usar el bocho, si ella te dice: "Está mal", y bueno tratar de pensar qué es lo que puede llegar a estar mal. Si no te dan la segunda vez creo que está mal.*

E: *O sea que también hay que intentar y probar para que te salga.*

C: *No, por ahí qué sé yo, si vos no conocés matemática creo que ponés cualquier suma y yo te voy a quedar mirando, vos vas a explicar y voy a intentar a ver si me sale lo mismo que vos hiciste vos, y si no te pediría una ayuda, o sea, a la maestra que nos está dando matemática.*

Su concepción actual de la matemática escolar parece estar sufriendo una leve transformación, posiblemente a partir de la nueva enseñanza que recibe en la escuela de adultos. Como ya hemos mencionado, ahora considera que hay muchas maneras de resolver los cálculos, y que el docente, además de evaluar, puede enseñar o ayudar.

(EC1,R121)

C: *Y yo de matemática, como puedo decir, qué sé yo, eh, lo único que conozco lo voy conociendo de a poquito, a todas las matemáticas, o sea, hay una sola pero hay* *distintas formas de restar pero que te dan el mismo resultado y todas esas cosas lo estamos aprendiendo…*

(EC2,R103)

C: *(…) Para eso están las maestras, para decir: "Mirá, está mal", y te va a enseñar ¿no?, te va a decir: "Mirá, esto se hace así", o por ahí yo no sé, siempre tienen la explicación las maestras, uno le pregunta para ver… si está mal o está bien.*

Para Claudio la escritura tiene una función dentro del trabajo en el aula. Permite que el docente pueda reconstruir lo que ha hecho el alumno y también corregirlo. Por un lado tendría una función comunicativa (que el alumno pueda comunicar al docente lo realizado), y por el otro una función específica ligada a la actividad escolar (corregir "lo que no está bien"). Sin embargo, aunque Claudio valora ambos aspectos adentro del aula, considera que fuera de la escuela es preciso hacer los cálculos "con el bocho" y no de manera escrita:

(EC2,R141)

E: *¿A vos te parece que escribir ayudaría a hacer los cálculos, o a hacer los problemas? ¿Escribir ayuda, te parece?*

C: *Y escribir, ¿en qué forma?*

E: *En tu cuaderno.*

C: *Y sí, creo que ahí es donde te dan sí o no, porque si vos lo tenés haciendo cálculos en la cabeza vos no sabés, vos solamente sabés tu cálculo y la maestra no lo sabe. O sea si vos lo escribís van…, tu maestra va a poder decir si está mal si está bien. Creo que los cálculos es una cuestión de, por si la pego, si la pegás, si son mis cálculos, pueden estar mal los cálculos. Todos los cálculos seguro que están mal, o le da más, o le da menos, los cálculos... siendo para escribir se aprende más. Yo creo que te va a servir más que te quede en el bocho grabado que en un cuaderno. Porque el día de mañana no vas a ir a buscar el cuaderno para hacer los trabajos cuando tengas que hacerlos, vas a tener que ir a buscar en el bocho.*

Suponemos que las ideas de Claudio sobre la necesidad de realizar los cálculos "con el bocho" fuera de la escuela y valorar la escritura de los cálculos dentro de la escuela puede estar vinculada a diferentes cuestiones. En primer lugar, Claudio se encuentra recién aprendiendo a leer y a escribir, lo que permitiría comprender que no ha tenido muchas oportunidades de reutilizar sus propias escrituras; en segundo lugar, sus experiencias matemáticas –que él vive como satisfactorias o exitosas en general– las ha aprendido y utilizado siempre de manera oral. Una vez más aparecen escindidos los aprendizajes del mundo escolar de los de "la vida", el trabajo, el campo. Claudio "lleva puesto" "en su bocho" los aprendizajes que construyó a partir de la experiencia; gracias a ello están siempre disponibles. Mientras que los aprendizajes escolares estarían vinculados a lo que "la maestra cree que es importante enseñar" y a lo que el "buen alumno" atiende obedientemente. Aquello que queda plasmado en el papel es para ser mostrado y evaluado, pero por ahora solo pertenece al mundo escolar.

Analicemos por último la imagen de sí mismo como matemático. Claudio se percibe como alguien que sabe "bastante" de matemática:

(EC1,R60)

C: *…Para lectura yo ando ahí nomás pero para suma, resta, para eso yo ahí ya me pongo y sé mucho, sé, no tan mucho pero bastante, pero en lectura no. Voy despacito, lerdo. Pero en esto me defiendo demasiado bien. O sea sumo bien, resto bien, o sea, por* *ahí puede llegar que no entienda bien a la maestra que es lo que significó a poner y bueno, puede llegar a haber un error por esa parte pero…*

(EC3,R129)

C: *(…) Cuando hay matemática ya como que estoy más relajado, porque, no sé, es más relajado, me siento como que a la matemática la tengo ahí, en lo que es matemática estoy ahí (…).*

(EC3,R347)

C: *Sí, voy a decir la verdad que estoy aprendiendo demasiado de matemática. Pero, sin embargo, estoy aprendiendo, es lindo, pero bueno, no es lo que yo busco.*

Reconoce que, en ocasiones, puede enseñar conocimientos matemáticos a sus compañeros del curso, aspecto que coincide con lo que hemos podido observar en las clases, en cambio, en su trabajo no tiene ocasión de enseñar a su único compañero que según Claudio "ya sabe todo" porque tiene el secundario completo.

(EC1,R264)

E: *Bueno, y Claudio, última pregunta: ¿te pasó que le enseñaste a alguien alguna vez algo de matemática? Estas cosas que vos me estás contando a mí, ¿alguna vez te tocó enseñarle a alguien? ¿O mostrarle a alguien cómo se hacía?*

C: *Sí, a unos compañeros.*

E: *¿En el colegio o allá en el Chaco?*

C: *En el Chaco, y acá por ahí he hecho, son partes que yo también de un principio no lo entiendo y bueno, y cuando me carbura el bocho…*

E: *¿Acá en el colegio?*

C: *Ajá, y bueno a veces ellos se confunden y bueno yo le trato de decir y nos retamos. A veces yo no sé algo de… que son… es decir la resta, la suma que sé un montón, no tanto pero sé para defenderme. Y ellos en lectura me ayudan y yo le ayudo en lengua así, y estamos a veces ayudándonos.*

E: *¿Y en el trabajo no te pasa que tenés que enseñarle algo?*

C: *Y, a veces, qué sé yo, en el trabajo no porque somos, yo soy casi el único que, en el trabajo somos dos nomás, donde laburamos, en el colegio más chico somos dos. Y bueno el muchacho ese ya tiene secundario completo y ya sabe todo. O sea, sabe las cosas pero, cómo te puedo decir, él ya sabe cómo se mide, cómo esto, cómo aquello. Y nosotros en el Chaco aprendemos, quieras o no quieras, aprendés a la fuerza.*

Claudio se considera a sí mismo capaz de aprender con relativa facilidad. Dice que si se le muestra cómo se realiza un cálculo él puede aprenderlo y hacer otros similares mediante la práctica y la repetición:

(EC4,R336)

C: *Sí… cuando es así o por ahí capaz que no me sale, y yo sé cuando no me sale, entonces yo te digo que vos me respondas una, y de esa una dame cien, dame doscientas para que te la responda, ya con una… ya, o sea vos… fue muy fácil mi cabeza que vos me decís una de cómo es, y ya me doy cuenta de cómo son las demás.*

Piensa que sus conocimientos matemáticos le han permitido resolver muchas situaciones y, por el contrario, no reconoce haberse sentido mal frente a la resolución de un problema o un cálculo. También explica que si algo no le sale pide ayuda a uno de los "que saben":

(EC3,R80)

E: *Y, Claudio, ¿vos te acordás de alguna situación en la que te sentiste bien porque te salió algo de matemática, que te quedaste contento porque te salió?*

C: *Y, normalmente… como decir… sí, habrás, algún día habrá estado pero no me acuerdo. Hasta ahora o sea como que, no digo: "Uh, la tengo… uh", pero bueno. Como dije siempre para, algo sé, no mucho pero, trataré de aprender lo que… si dicen… claro, porque yo aprendí de una forma y acá están dando otra y bueno, trataremos de aprender de todas las maneras que haiga, lo que…*

E: *¿Y te acordás al revés, alguna situación en la que algo no te salió de matemática, que te sentiste que… que te sentiste mal porque había algo que no te salía, que no sabías cómo resolver?*

C: *Noooo, por lo menos nunca, o sea nunca me sentí así en esas cosas que decís: "No me sale me enojo". Si no me sale, pregunto, y si está mal, intento de vuelta, o… siempre tuve la… o sea esa cosa de preguntar, así sea a un compañero, a un compañero de laburo, si yo creo que… porque creo que vos creés una cosa y, o decís: "Bueno, acá creo que está bien", y bueno y preguntás a uno que sabe, y capaz que te dice: "No, mirá, está un poquito mal", y creo que, bah yo soy siempre de preguntar, en todos los trabajos le digo: "Che, ¿te parece si está bien esto lo que yo saqué?", y bueno ellos que saben me dicen: "Sí, sí, está bien".*

Notemos nuevamente la distinción: al referirse a sus matemáticas dice "sé un montón", "me defiendo"; cuando se refiere a otros (escolarizados y urbanos) dice "ellos que saben", "sabe todo", "un tipo que sabe".

Claudio dice no sentir temor frente a las matemáticas, pero sí frente a aquellas situaciones de matemática escolar que exigen la lectura y a la escritura:

(EC3,R119)

E: *¿Y hay algo que te da temor en las clases de matemática?*

C: *Ni una.*

E: *¿No?*

C: *Creo que si hay clases algo de… como es de… de matemática no... Si hay alguna clase de lectura esas cosas, como que ahí en algún momento puede ser como que me cuesta y me…*

E: *¿Una clase de?*

C: *No, o sea, cuando nos dan para leer…*

E: *Ah, de lectura….*

C: *Eh, escribir a veces como que me cuesta, me enojo pero yo lo que quiero aprender es eso… y cuando hay matemática ya como que estoy más relajado, porque, no sé, es más relajado, me siento como que a la matemática la tengo ahí, en lo que es matemática estoy ahí, pero bueno, y si no sé, no… creo que estoy, voy a aprender lo que no sé, y trataré de usar lo que sé trataré de usar, y lo que no sé bueno, trataré de aprender, como dije siempre preguntando a un maestro o a una compañera.*

Si bien Claudio se siente bastante seguro en relación con su dominio del cálculo, diferencia entre las estrategias que él utiliza y las que podrían utilizar "los que saben mucho". Por ejemplo, refiriéndose al cálculo de sumas sucesivas que él usa para calcular el revoque, cuando se da cuenta de que se podría multiplicar, supone que aquella sería una estrategia que podría usar "quien sabe mucho". La estrategia que según Claudio podría usar quien supiera mucho es justamente aquella que él ha aprendido recién. Se trata de un conocimiento nuevo sobre el que Claudio ha tomado conciencia de la posibilidad de uso y como ha sido originado en la escuela pertenece al mundo de los que saben:

(EC3,R232)

C: *Ahora porque, o sea, yo siempre en el laburo a veces lo hago con la cabeza o a veces voy escribiendo así, pero en otra forma, si es un tipo que sabe te va a decir así como yo te digo, así, va a sacar la calculadora y te lo va a sumar por tres, doce, veinticuatro metros por tres nomás lo va a hacer y ya le va a dar el cálculo.*

E: *Ajá. Y Claudio, vos que sos "un tipo que sabe…" (risas….).*

C: *No, no soy Vicente*[1] *pero… me defiendo…*

E: *Vos también sos "un tipo que sabe", vos que "sos un tipo que sabe", si vos hicieras veinticuatro por tres con la calculadora, ¿te daría el total de baldes?*

C: *Sí.*

E: *Y te hago una pregunta Claudio. Esto de que se podía, porque… a ver si lo entiendo bien… vos hasta ahora me decías que se podía hacer nueve más nueve más nueve…*

C: *Sí, sumaba…*

E: *Y ahora me decís que se puede multiplicar también….*

C: *Y sí… eso ponele un tipo que sabe mucho, como te puedo decir, un… cualquiera que sabe mucho de obra te va a dar ese cálculo. Generalmente mi cálculo que yo sé usar es ese que yo sumo cuánto me entra en un metro y bueno ahí mido la pared cuánto tiene y…*

Retomaremos en el apartado siguiente cómo Claudio empieza a reconocer que las sumas sucesivas de una misma cantidad pueden resolverse a través de la multiplicación.

En líneas generales hemos podido advertir que en las entrevistas Claudio está dispuesto a resolver problemas y cálculos. Acepta las intervenciones en las que se sostiene la incertidumbre respecto de la validez de sus afirmaciones o conjeturas, involucrándose en el análisis del nuevo conflicto. Claudio adopta una actitud productiva en relación con el conocimiento y se hace cargo de la responsabilidad intelectual de enfrentarse a problemas matemáticos. Se anima a mostrar sus dificultades y dudas, revisa sus propias producciones hasta encontrar en qué se equivocó. Acepta el desafío de revisar sus propias ideas y produce ideas nuevas en interacción con los problemas planteados. Cuando se le solicita que explique cómo pensó una situación se involucra en la reconstrucción de su estrategia de manera detallada.

Claudio no solo reflexiona sobre sus conocimientos matemáticos ya disponibles, también lo hace sobre su propio proceso de aprendizaje, reconociendo avances en sus conocimientos e identificando qué conocimientos matemáticos aprendidos en la escuela son reutilizados por él en una nueva situación.

---

[1] Vicente, otro de nuestros casos, igual que Claudio no está alfabetizado y se destaca en las clases de matemáticas.

3.2.3 Algunos conocimientos aritméticos

Lectura y escritura de números. Claudio lee y escribe correctamente números de diversa cantidad de cifras, incluso con ceros intermedios. Al escribirlos utiliza en forma espontánea el punto para separar las unidades de mil. En ningún caso muestra dificultad ni presenta dudas.

(EC4,R9)

E: *…Bueno, yo te voy a ir escribiendo números y vos decime cuáles son.*

C: *(Leyendo todos correctamente a medida que la entrevistadora escribe 72 - 100 - 80 - 804 - 574 - 2000 - 2080 - 2702). Setenta y dos. Cien. Ochenta. Ochocientos cuatro. Quinientos setenta y cuatro. Dos mil. Dos mil ochenta. Dos mil setecientos dos.*

E: *Bueno, y ahora al revés, yo te pido algunos números y vos los escribís. Eh… andás bárbaro con los números, ¿no?*

C: *Y, más o menos.*

E: *…Quinientos.*

C: *¿Abajo?*

E: *Sí, donde quieras.*

C: *¿Quinientos?*

E: *Quinientos.*

C: *(Escribe 500).*

E: *… Dos mil nueve.*

C: *(Escribe 2009).*

E: *Eh…, dos mil quinientos veinticuatro.*

C: *¿Dos mil…?*

E: *Quinientos veinticuatro.*

C: *(Escribe 2524).*

E: *Diez mil.*

C: *¿Diez mil?*

E: *Sí.*

C: *¿Puede ser ahí? (Escribe 10.000).*

E: *Mm. Y, el último: diez mil cuatro.*

C: *(Escribe 10.004).*

En las clases sobre numeración Claudio muestra también un alto dominio de la serie numérica. Algunas de las actividades propuestas por la docente fueron en torno al completamiento de cuadros numéricos o de partes de ellos, o bien a la identificación de números ubicados intencionalmente de manera errónea para que los alumnos los corrigieran. A pesar de las dificultades de casi todos los alumnos con estas actividades,[1] Claudio lograba resolver los ejercicios solicitados y explicaba cómo hacerlo a sus compañeros. Frente a un cuadro numérico con casilleros sombreados para ubicar números del 300 al 400 los completa sin ninguna dificultad. También enuncia consecutivamente números de tres cifras desde el anterior hasta el siguiente del número dado:

[1] Analizaremos este efecto desde una perspectiva didáctica en el capítulo 6.

(C4,R1441)

***M:** Ubicá el trescientos cuarenta y cuatro y todos los números que lo rodean. ¿Dónde va el trescientos cuarenta y cuatro?*

***A1:** Trescientos cuarenta y cuatro puse yo.*

***A2:** En la fila del trescientos cuarenta.*

***A1:** Y los números que lo rodean.*

***C:** Trescientos cuarenta y tres, trescientos cuarenta y cuatro, trescientos cuarenta y cinco.*

Identifica las regularidades de la serie numérica en cuestión, y del portador en particular, así explica dónde hallar el número 316 en el cuadro del 300 al 400:

(C4,R1293)

***A1:** (…) Vamos con el trescientos dieciséis.*

***M:** ¿Dónde va ese? ¿El trescientos dieciséis?*

***A1:** En la fila del trescientos dieciséis.*

***C:** En la fila del diez y del seis."*

Veamos cómo Claudio explica a sus compañeras cómo completar esta porción de cuadro numérico. Si bien cada fila iba de 10 en 10, el error de interpretación de Claudio al suponer que iba de 100 en 100 nos permite ver la comodidad con la que utiliza las regularidades de la serie numérica:

			87	

(C4,R509)

***C:** (A A1) Este no está completo. Este es la mitad. Este renglón es del doscientos, este del trescientos, este del cuatrocientos, del quinientos y del seiscientos. ¿Entendés?*

***A1:** ¡Ah!*

***C:** Pero mirá. Tenemos del doscientos ochenta y cuatro al doscientos ochenta y ocho nada más. Y abajo tenés lo mismo, del trescientos ochenta y cuatro al trescientos ochenta y ocho, del cuatrocientos ochenta y cuatro al cuatrocientos ochenta y ocho.*

***A1:** ¿Y acá del seiscientos cuánto?*

***C:** Acá lo mismo, del seiscientos ochenta y cuatro al seiscientos ochenta y ocho.*

En el análisis de otros cuadros numéricos Claudio es el único de la clase que logra resolver todos los problemas correctamente, tanto cuando se trata de ubicar números como de reconocer los que están mal ubicados. En la larga fase colectiva de discusión sobre los problemas (Clase 4) al explicarle a sus compañeros qué números deben ir y justificar sus respuestas pone en juego varios conocimientos:

- Usa y explicita la regularidad de que los que se ubican debajo de otros aumentan 10 (por ejemplo, dice que abajo del 280 va el 290, que debajo de la fila de 290 estará la fila del 300). También suma 100 a varios números de tres cifras como en el extracto anterior.
- Dice el anterior y el posterior a varios números de tres cifras.
- Reconoce en qué fila debe ubicarse un número, es decir, el nudo inmediatamente anterior.
- Dice que todos los números de una misma columna terminan en el mismo número.
- Tanto en entrevistas como en clases Claudio lee y escribe siempre convencionalmente los números.

Valor posicional. Claudio compone y descompone cantidades en 1, 10 y 100 en el contexto del dinero sin ninguna dificultad:

(EC4,R30)

E: *…Vamos a suponer que tenés billetes de cien pesos, y tenés billetes de diez pesos y tenés monedas de un peso, ¿sí? Y si querés pagar, eh… por ejemplo, esta cantidad, trescientos cincuenta y cuatro pesos (escribiendo el número 354). Si vos querés pagar esta cantidad usando solamente billetes de cien, de diez y monedas de uno, ¿cuántos billetes de cada uno usarías, o monedas?*

C: *Tres de cien… tres de cien… cinco de diez, y cuatro monedas de un peso.*

E: *Mm, ¿podrías contar cómo hiciste para saber?*[1]

C: *Contar… y, conté tres billetes de cien que serían trescientos, y cinco billetes de diez serían cincuenta, y cuatro monedas de un peso que serían cuatro pesos.*

E: *Y… si yo te dijera que tengo cuatro billetes de cien, y tuviera tres de diez, y cuatro de uno, ¿cuánta plata tendría? (escribiendo mientras 4 billetes de 100; 3 billetes de 10, 4 billetes de 1).*

C: *Cuánto tendría… cuatrocientos treinta y cuatro.*

E: *Mm, ¿y cómo hiciste para saber?*

C: *Y… sumé cuatro billetes de cien son cuatrocientos, tres de diez son treinta, y cuatro de un peso son cuatro, serían treinta y cuatro. Cuatrocientos treinta y cuatro.*

También interpreta el valor absoluto de los números según la posición que tienen en problemas que no refieren al contexto del dinero:

(EC4,R46)

E: *Bueno, y si yo te dijera por ejemplo que quiero pasar de este número… eh… tres mil quinientos cincuenta y tres, quiero convertir a este número en este otro número (escribiendo 3553 y 3053 con una flecha del primero al segundo), ¿cuánto tendría… qué cuenta…?*

C: *Quinientos tenés que sacarle.*

E: *Tenés que sacarle quinientos, mm.*

[1] Aparentemente Claudio interpreta la palabra contar –usada intencionalmente para solicitar una explicación verbal– como "conteo", es decir, en su sentido matemático.

C: *Sí.*

E: *¿Cómo hiciste para saber?*

C: *Y porque tenemos tres mil quinientos cincuenta y tres, y acá tenemos tres mil cincuenta y tres, les sacamos los quinientos (señalando el 5 de las centenas) y quedaría… sacamos los quinientos y ponemos el cero, y quedaría tres mil cincuenta y tres.*

E: *Mm, y te hago una pregunta Claudio, cuando vos me mostrás… cuando vos hablas del quinientos señalás acá, este cinco, ¿por qué señalás ese cinco?*

C: *Y porque ahí tenemos el quinientos.*

E: *Mm, ¿y este cinco? (Señalando el 5 de las decenas de 3553).*

C: *Sería cincuenta, tres...*

E: *Mm, ¿y este tres cuánto vale? (Señalando el 3 de las unidades de mil de 3553).*

C: *Ese, tres mil.*

El conocimiento acerca del valor absoluto de cada cifra también se pone en juego en una clase en la que se discuten maneras de realizar algoritmos de suma y resta. Veamos algunos momentos de análisis de esta cuenta:

$$\begin{array}{r} 175 \\ \underline{+\ 206} \end{array}$$

Al analizar que si se suman las unidades 5 y 6 da 11, y que se anota el 1 arriba del 7, Claudio interviene para explicar que ese 1 vale 10 y lo justifica por la posición de la cifra:

(C8,R758)

E: *Mm, ¿a ver, y el resto qué opina? ¿Qué quiere decir este uno que estoy anotando ahí?*

C: *Diez.*

A1: *Es un uno que viene a ser once. Entonces deberías poner once ahí… poner uno, y se va uno allá.*

A2: *No es uno… ese vale por diez ese uno.*

C: *Eso vale por diez.*

E: *A ver, Martina opina que este uno es el uno del once, y Julia dice que este uno es un diez. ¿Están de acuerdo?, ¿no están de acuerdo?*

A3: *Vale por diez.*

E: *¿Por qué vale por diez?*

C: *Está en la hilera del diez.*

También Claudio nos muestra cómo interpreta el valor de los números según la posición diciendo que da 8 (al sumar 1 + 7 decenas) pero que el valor es 80 que surge de 8 x 10:

(C8,R776)

E: *Ajá, pero este uno es un diez, dicen algunos de ustedes, si yo al diez le sumo el siete, ¿sí? me daría diecisiete, dice recién María.*

A: *Y sí.*

C: *Si está la suma de, del… del diez no te puede dar diecisiete, te tiene que dar ochenta.*

E: *A ver, estas… la suma de este con este, de este uno con este siete, ¿da diecisiete, o da ochenta? ¿O da otra cosa…?*

C: *Da ocho. Da ocho.*

A1: *Ochenta.*

A2: *Da diecisiete.*

E: *¿Por qué vos pensás que da ochenta?*

A3: *Porque son diez… porque leímos ahí, doscientos setenta es un pago, entonces va a meter uno como un diez, entonces ya está bien cien por cien…*

E: *¿Y vos Claudio, qué opinás? ¿Por qué decís que ese siete con este uno da ochenta?*

C: *Y, porque está en la hilera del diez, en la hilera de antes, la del cien… y tenemos doscientos, trescientos, y… tenemos setenta más diez, son… más uno, ocho y… y hacés ocho, ponele, por diez, ochenta.*

Notemos en su último comentario cómo Claudio realiza un análisis multiplicativo del valor de la cifra según la posición. Al analizar colectivamente qué sucede en la segunda cuenta al sumar las decenas se produce el siguiente diálogo en el que también Claudio pone en juego sus conocimientos sobre el valor posicional. La cuenta es la siguiente:

$$\begin{array}{r} 374 \\ +\ 242 \\ \hline \end{array}$$

Claudio identifica desde el primer momento que sumar 7 + 4 significa sumar 40 + 70 y se obtiene 110. Identifica que el 1 que se anota abajo vale 10 y que el 1 que se anota arriba vale 100.

(C8,R882)

E: *Y ahora dicen que siete más cuatro es once. Y el método de las hileras de Claudio entonces yo ya no lo entiendo…*

A1: *Ah… claro, igual lo mismo que la…*

A2: *Sería… setenta más uno.*

A1: *Setenta más uno, once.*

E: *Setenta más uno, ¿sería cuánto?*

A3: *Setenta y uno.*

E: *Setenta y uno. ¿Y entonces? ¿Se entiende lo que estoy preguntando?*

A2: *Por qué da once.*

E: *¿Por qué da once?, ¿y por qué anoto un uno?, porque ustedes tienen acá…*

A4: *Y porque tiene que llevar el uno allá arriba del tres…*

E: *Que cinco más seis, es once, y once es un diez con un uno. Y entonces anoto el uno, pero ustedes me decían que este siete es un setenta, y acá cuando hago siete más cuatro, once… ¿qué viene a ser este? A ver…*

A1: *Y tendría que ser un setenta y cuatro….*

C: *Y sería todas… tendría que salir a… ciento diez.*

E: *Mm, a ver…*

***A3:** Setenta y cuatro tendría que ser. Más uno, setenta y cinco.*

***A2:** No…*

***C:** Ahí está… ahí tenés cuatro por siete[1] en la hilera del diez tenemos ciento diez. Sumamos diez al, a la hilera del cien…*

***E:** Pará, pará, pará. Claudio dice que acá suma algo que le da ciento diez. ¿Qué es lo que sumás que te da ciento diez?*

***C:** Tenemos, tenemos… el setenta más cuarenta…*

***E:** Claudio está diciendo que suma setenta más cuarenta, ¿sí?*

***C:** Son ciento diez.*

***E:** Y entonces ese setenta más ese cuarenta da ciento diez.*

***C:** Bajo el uno para abajo…*

***E:** ¿Y ese uno cuánto vale?*

***C:** Y vale… ese vale por diez.*

***A:** Uno, ese vale uno.*

***E:** Este uno vale uno, dicen algunos, y otros unos… a otros dicen que ese uno vale diez.*

***C:** Vale por la hilera del diez. Ahí vale diez, está en la hilera del diez.*

Hemos visto sus explicaciones, que en algunos momentos superan ampliamente a los conocimientos que circulan entre sus compañeros.

Operaciones. Campo aditivo. En situaciones de clase Claudio utiliza habitualmente sumas y restas para resolver problemas en situaciones de agregar, unir, quitar, perder, sin dificultad alguna para reconocer qué operación utilizar.

Dispone de un conjunto de cálculos memorizados de números redondos de diferentes tamaños:

(EC4,R63)

***E:** Bueno. Y… eh, ¿vos sabés así algunas sumas de memoria? Bueno, hay muchas que ya me mostraste que sabés de memoria, por ejemplo, eh… ¿cuánto es doscientos más doscientos? (Mientras la escribe horizontalmente).*

***C:** Cuatrocientos.*

***E:** ¿Y cuatrocientos más cuatrocientos? (Mientras la escribe horizontalmente).*

***C:** Ochocientos.*

Cuando no se trata de resultados memorizados, Claudio logra con mucha facilidad y rapidez apoyarse en las regularidades de la serie numérica y en las propiedades de las operaciones para sumar números redondos por medio del cálculo mental:

(EC4,R69)

***E:** ¿Y ochocientos más ochocientos? (Mientras la escribe horizontalmente).*

---

[1] Notemos que Claudio dice “cuatro por siete” refiriéndose a la suma de 4 y 7.

C: *Mil… ¿seiscientos?*

E: *Mm, ¿y mil seiscientos más mil seiscientos? (Mientras la escribe horizontalmente).*

C: *Tres mil… ¿doscientos puede ser?*

E: *Mm, y… ¿tres mil doscientos menos doscientos? (Mientras la escribe horizontalmente).*

C: *Tres mil.*

E: *¿Y tres mil menos mil quinientos? (Mientras la escribe horizontalmente).*

C: *Mil quinientos.*

E: *Eh, ¿y mil quinientos veintiocho menos veintiocho? (Mientras la escribe horizontalmente).*

C: *Mil quinientos.*

Frente a cálculos de suma de números "no redondos" (128 + 225) Claudio también utiliza estrategias de cálculo mental en las que pone en juego descomposiciones y composiciones de números. En el extracto de clase a continuación puede identificarse su explicación del procedimiento de cálculo utilizado. Es interesante destacar que la primera vez que Claudio explica cómo la realiza emplea descomposiciones aditivas en las que considera que el 2 de las decenas significa 20 y nombra esa parte del cálculo como "veinte más veinte"; sin embargo, al explicarla nuevamente menciona que juntó ambos dos y obtuvo cuarenta, aclarando "cuatro, digamos". Una vez más identificamos que Claudio logra interpretar sin ninguna dificultad el valor posicional y moverse con comodidad desde descomposiciones aditivas (veinte más veinte) hasta descomposiciones más ligadas al tratamiento de las cifras que requerirán luego una interpretación sobre su valor absoluto (por ejemplo, cuando nombra cómo suma las centenas al final de este extracto):

(EC4,R87)

E: *Mm, y si vos tenés que hacer por ejemplo esta suma: ciento veintiocho más doscientos veinticinco (mientras escribe horizontalmente 128 + 225), ¿cómo la harías?, ¿cómo la harías vos si de verdad tenés que hacer esta cuenta?*

C: *Eh…*

E: *¿La harías mentalmente o la hacés por escrito?*

C: *Y… buscaría por el bocho, pensaría y después buscaría… me daría, qué sé yo, no sé, esa capaz que con el mismo bocho…*

E: *A ver, ¿me mostrarías cómo la hacés? Si querés escribir, escribí, ¿eh…?*

C: *Trescientos cincuenta y dos… trescientos cincuenta y tres (escribiendo solamente el resultado correcto 353 al lado del cálculo).*

E: *¿Me contarías cómo hiciste para saber?*

C: *Y sumé cien más doscientos son trescientos. Sumé veinte más veinte, y serían cuarenta, y al ocho le pongo dos, y ya hago cincuenta, y me quedaría tres en el cinco, trescientos cincuenta y tres.*

E: *Mm, a ver si yo entendí: eh, de este cinco sacaste dos para juntarlo con este ocho para que se te haga diez.*

C: *Y acá junté los dos para que se me haga cuarenta, hace cuatro digamos. Y acá junté estos dos adelante para hacer tres, este para hacer cuatro, y para… el dos con el cinco, el ocho con el cinco para hacer trece.*

Con respecto a los cálculos algorítmicos de suma y resta, recordemos que Claudio aprendió a realizarlos en la escuela cuando era niño y se refiere a las cuentas entre bidígitos como cuentas que tienen cuatro números:

(EC1,R47)

C: *(Refiriéndose a la escuela). Sí, me enseñaron, la otra esa que es de cuatro, viste que vos ponés un número abajo, otro arriba así, y sale cuatro formas, un cuatro ¿vio? O sea la suma que hacen. O sea, acá nosotros hasta ahora nunca la hicimos. Con eso que te hacen cuatro números y vos le ponés el resultado abajo de la rayita.*

A pesar de esta referencia, podemos advertir en entrevistas y clases que Claudio sabe utilizar el algoritmo convencional también para números de tres cifras e incluso para cuentas en las que la suma de las unidades supera 9:

(EC4,R271)

E: *Claro, esas cuentas así, por ejemplo, trescientos cincuenta y ocho más ciento veinticuatro, ¿así? (escribiendo 358*

+ 124)

C: *Sí…*

E: *A ver.*

C: *Uno… dos… ¿puede ser que está bien? (La resuelve mientras escribe el 1 arriba del 5 de las decenas y el 2 debajo de las unidades para el 12 que surge de 8 + 4. Luego suma las decenas, las centenas y finalmente le queda el resultado correcto, 482).*

Tiene un alto nivel de comprensión de la formación de decenas a partir de las unidades, o de las centenas a partir de las decenas. Hemos analizado en el apartado de valor posicional cómo interpreta el valor de los números que intervienen.

Claudio menciona que en la escuela aprendió también a hacer las restas, aparentemente de bidígitos. Tal vez por eso, frente a una cuenta en la cual se trata de restar un número de dos cifras a un número de tres cifras, Claudio se sorprende por el lugar vacío que queda en la columna de las centenas en el segundo número y presenta dudas frente a la necesidad de restar 6 decenas a 5 decenas. A pesar de que no tiene disponible un recurso automatizado para realizar el algoritmo de resta llamado “con dificultad”, interpreta correctamente el valor de cada cifra, y puede analizar su error y reconstruir una manera de resolver a partir del resultado obtenido con calculadora:

(EC4,R278)

E: *(…) ¿Y también sabés hacer restas así? (Escribiendo 358*

- 67).

C: *Sí… ¿y acá por qué nada? (señalando la columna de centenas que está vacía en el segundo número) Así nomás…*

E: *Y, porque es trescientos cincuenta y ocho menos sesenta y siete, pero si querés le agregamos algo.*

C: *Siete… uno… (Mientras escribe el 1 de 8 – 7 en las unidades). ¿Seis, cero…? (Refiriéndose a la resta 5 – 6 de las decenas. Le va quedando de resultado 301 dado que al hacer 5 – 6 escribe 0 para las decenas y luego el 3 de las centenas).*

E: *¿Cómo, cómo?*

C: *¿Es cero?*

E: *¿Esto?*

C: *Mm.*

E: *¿Si este número es un cero o si da cero?*

C: *No, no, este da cero acá abajo.*

E: *No sé, a ver hacelo y ahora… ahora vemos. Mm, ¿querés comprobar con la calculadora a ver si te dio bien o no te dio?*

C: *Creo que está mal.*

E: *Pará, pará, entonces esperá, ¿por qué te parece que está mal? O sea…*

C: *Y sí, porque tenemos más acá abajo, y arriba tenemos menos, pero… veremos.*

E: *¿Acá vos hablás de este ocho y este siete, o este cinco y este seis?*

C: *De este cinco y de este seis.*

E: *Mm, o sea, lo que te hace ruido es que este seis es más grande que este cinco. Mm.*

C: *Y sí. Pero creo que… ya veremos. Mmm, qué duda. (Hace la resta con la calculadora). Mmm, viste, sería doscientos noventa y uno.*

E: *¿Doscientos…?*

C: *Noventa y uno.*

E: *Doscientos noventa y uno. A ver, lo anotamos abajo… doscientos noventa y uno. A ver si… ahora que ya sabés este resultado, ¿te sirve para pensar en esta cuenta?, ¿qué habrá pasado?*

C: *Y porque… eh… me estaría faltando la del diez…*

E: *Mm.*

C: *Me estaría faltando… pero… sería está faltando diez, este… el uno que falta acá sería un diez, nos está faltando… porque sesenta… esto vale por diez, que sería sesenta, a cincuenta no le podés sacar nada.*

E: *Mm, o sea acá lo que vos decís, a ver si entiendo, es que a este cinco si vos le querés sacar seis, en realidad lo que le falta es diez, porque este seis es un sesenta y este cinco es un cincuenta.*

C: *Sí, esa está en la hilera del diez, o sea, en la hilera del diez, del uno, y la del diez y la del…*

E: *O sea vos decís que este, el ocho y el siete, están en la hilera del uno, el seis y el cinco están en la hilera del diez, y el tres en la hilera del cien.*

C: *O sea, así como está armado, porque sería trescientos ahí de diez, y la tercera sería la hilera de los unos.*

E: *Y este diez que a vos te falta, no lo tenés acá en la hilera del diez, podés usar diez de la hilera del cien.*

C: *Ah, diez de la hilera del cien…. Y bueno y si usamos diez se hacen… nos quedarían… doscientos noventa y uno (que es el resultado correcto).*

E: *Mm, mm. Sí. Que a veces lo que se hace es anotar que este es trescientos, digamos, se desarma para que quede doscientos y esos cien que quedan se unen… ¿eh? (Mientras escribe el 2 arriba del 3, tachando el 3, y el 1 en las decenas para que se forme 15).*

C: *Nunca lo sabía.*

Claudio es consciente de que no conoce la técnica del algoritmo de la resta de desagrupar, pero es también consciente de su facilidad para aprender a hacer cálculos. En ese momento de la entrevista es donde Claudio reflexiona sobre su aprendizaje del cálculo. Recuperemos un extracto ya citado:

(EC4,R336)

C: *Sí… cuando es así o por ahí capaz que no me sale y yo sé cuando no me sale, entonces yo te digo que vos me respondas una, y de esa una dame cien, dame doscientas para que te la responda, ya con una… ya, o sea vos… fue muy fácil mi cabeza que vos me decís una de cómo es, y ya me doy cuenta de cómo son las demás.*

Esta entrevista finaliza con una colección de cuentas de resta que Claudio solicita, empieza a resolver correctamente y de las que se lleva el resto para practicar.

Operaciones. Campo multiplicativo. A lo largo de las clases observadas y de las entrevistas realizadas Claudio hace avances importantes en torno a sus conocimientos sobre la multiplicación, tanto en lo que refiere al reconocimiento de esta operación para resolver problemas de series proporcionales y de producto de medidas (Vergnaud, 1991), como a las estrategias de cálculo. Claudio dice que no le enseñaron a multiplicar de chico en la escuela:

(EC1,R56)

C: *Lo que yo empecé en primer grado nos hacían trabajar eso (cuentas de sumar) hasta números altos, ¿vio?, y hasta eso, pero nunca multiplicaciones ni nada de esas cosas. No nos dieron nunca, vio.*

Sin embargo, desde el inicio de las clases y las entrevistas resuelve problemas multiplicativos que involucran series proporcionales. A veces usa sumas sucesivas o un procedimiento de escala. Es interesante destacar que aunque Claudio inicialmente no reconoce la multiplicación como recurso, dispone de resultados multiplicativos (por ejemplo, en el apartado de valor posicional vimos cómo Claudio se refiere a que 8 por 10 son 80, interpretando el valor absoluto del 8 de las decenas):

(C1,R5)

M: *Voy a plantearles un problema nuevo. ¿Cuántas patas tienen tres mesas?*

Varios: Doce.

M:*¿Cómo hicieron?*

A1: *Doce patas, yo hice cuatro, ocho, doce.*

A2: *Yo también hice así.*

C: *Doce.*

(Otros también participan y dicen que contando, y cuentan de 4 en 4).

M: *Bueno, ¿y cuántas patas tendrán cuatro sillas? Piénsenlo y luego dice cada uno. (Nuevamente le da la palabra a uno por uno, todos dicen 16, pero Claudio dice 8).*

M: *¿Cómo lo pensaron?*

C: *Yo digo ocho porque depende de cómo lo piensen ustedes. Si las contás por una son dieciséis, pero si las contás como piezas son ocho enteras. Yo trabajé en la herrería y en la herrería cada pata es doble, es una sola pieza (mostrando que es una pieza que* *tiene una curva como una letra U al revés, donde las dos patas están unidas efectivamente siendo la misma pieza.*

En el momento de intercambio de la misma clase, al comentar el recurso de la multiplicación para resolver el problema mencionado, Claudio explica que no conocía la función del símbolo de la multiplicación:

(C1,R32)

A1: *Yo lo hice mentalmente, voy multiplicando, cuatro por cuatro serían dieciséis (la docente anota este cálculo en el pizarrón).*

M: *Julia, ¿dónde aprendiste la multiplicación?, ¿los demás la conocen?*

A1: *Yo terminé la primaria en Bolivia, pero me olvidé.*

M: *¿Y te acordás qué quería decir cuatro por cuatro?*

A1: *Cuatro veces cuatro.*

M: *Muy bien Julia, ¿y los demás? ¿Conocen el signo "por"?*

A2: *Yo lo vi. Por mis hijas, pero no sabía.*

C: *Yo lo vi en la calculadora, pero (más bajo y riéndose…) ¡no sabía para qué servía!*

Además de los cálculos recién mencionados con números pequeños, Claudio también realiza cálculos con números mayores. En el apartado sobre valor posicional hemos incluido ya un extracto de entrevista en el que puede identificarse cómo realiza el cálculo multiplicativo:

(EC4,R37)

C: *(…) Tres billetes de cien que serían trescientos, y cinco billetes de diez serían cincuenta, y cuatro monedas de un peso que serían cuatro pesos.*

(…)

C: *…Sumé cuatro billetes de cien son cuatrocientos, tres de diez son treinta (…).*

A pesar de que dice que "sumó" los billetes, en realidad dispone directamente del resultado "cuatro billetes de cien son cuatrocientos". Posiblemente el contexto del dinero y los números terminados en cero favorezcan la utilización de resultados memorizados. La velocidad en su respuesta es un indicador de que no hizo un cálculo de suma (100 + 100 + 100 + 100), sino que apeló en forma directa al resultado multiplicativo (4 de 100 son 400).

Veamos, en cambio, en otro contexto, cómo Claudio utiliza la suma y el conteo (de 3 en 3, en este caso) para calcular el material necesario para revocar una pared:

(EC1,R212)

E: *Y, por ejemplo, vamos a suponer que esta pared tuviera, qué sé yo, no sé cuanto tendrá, ¿cinco metros así? (Señalando el largo de la pared).*

C: *Y sí… cinco metros.*

E: *¿Y de alto? ¿La de ladrillo cuánto tendrá?*

C: *Y de alto debe tener dos metros veinte (piensa un ratito…) dos metros ochenta ponele.*

***E:** Y entonces vos, después, hacés el cálculo, ¿qué cálculo harías para saber? Porque ya hiciste que es cinco y dos con ochenta.*

***C:** Y sí, y bueno y de ahí voy por metro. Cuántos metros, ponele, en el metro me entran tres baldes, y de ahí ya voy sacando, ponele: tres, tres, tres, tres. Ya ahí tengo tres, seis, nueve… (retomando) nueve, doce. (Contó cuatro veces 3, en lugar de 5 veces 3). Y acá abajo tengo doce (señalando como si fuera el metro de abajo), y doce son veinticuatro (por el segundo metro de altura de los 2,80). Y ahí tengo que sacar los ochenta e ir poniéndole cuánto. Bueno, en un coso, en un… ahí tenemos ochenta, más ochenta son… un metro dieciocho (en lugar de 1 metro 60); en dos metros tenemos un metro, o sea, de largo, tenemos un metro dieciocho, más un metro dieciocho más… un metro dieciocho más un metro dieciocho… tres metros veinte, tres metros veinte más abajo (intentando sumar 5 veces los 80 de 2,80).*

***E:** Ajá, con lo que te va sobrando, digamos, de los metros enteros, ¿eso sería?*

***C:** Em, lo que… dos ochenta dijimos, ¿no?*

***E:** Claro, vos estás haciendo dos primero y después los ochenta, ochenta, ochenta, ochenta.*

***C:** No, los ochenta, ajá, de arriba, los últimos, la terminación, luego los metros, después sumo lo… las terminaciones de lo que queda.*

Claudio reconoce la similitud del problema de cálculo del revoque de la pared, con el cálculo del pago por horas de trabajo. Considera que una de las situaciones le fue fuente de conocimiento para utilizar en la otra. Además, en este caso, identifica que se trata de multiplicar:

(EC1,R237)

***E:** … ¿Quién te enseñó a calcular eso de un metro cuadrado y después hacer esto que me dijiste a mí? Por ejemplo, tres, tres, tres, tres, tres, tres, tres…*

***C:** Y bueno, eso se aprende a la medida de, de la época, qué sé yo, de tanto trabajo y… si empecé porque, en el Chaco laburaba así, y bueno y entraba así, y a mí ponele me pagaban por hora e iba multiplicando así, o sumaba hora, hora… o por ahí, a mí me decían: "Bueno, tenés que hacer esta lonja de un metro" y bueno yo iba sumando ese metro, iba midiendo ese metro, todo así.*

Dos semanas después de que se conversó sobre el símbolo de la multiplicación Claudio reconstruye cómo aprendió en esa clase a usarla. No solo identifica que puede realizarse un cálculo multiplicativo en una situación, sino que analiza bajo qué condiciones se puede multiplicar además de sumar: que las sumas sean "parejas":

(EC3,R43)

***E:** ¿Y te enseñó alguien a usar la calculadora?*

***C:** Un amigo, bah, me dijo cómo, qué es lo que era uno, y, o sea con cuál se sumaba, qué es lo que tenía que apretar, en la calculadora, y bueno después el teléfono, jugando, la aprendí cómo era, con qué se sumaba, con qué esto. Y bueno y… y así fui aprendiendo. Y bueno y ahora cuando vine este… cuando empecé a venir a la escuela acá aprendí un poco a, con la… a buscar las multiplicaciones en el… de la calculadora del teléfono. Y así despacito vamos aprendiendo.*

***E:** ¿Y para qué usaste, te acordás, las multiplicaciones?*

C: *Y las multiplicaciones el otro día cuando estuvimos haciendo que, acá en el colegio, el otro día la usé en el… en uno de los papeles*[1] *que estábamos haciendo que eran… eran… algo de seis, seis, tres paquetes de salchichas por seis, y bueno sacaba la cuenta y… seis por tres me daba dieciocho.*

E: *Mm, y la cuenta de multiplicar con la calculadora, ¿la habías usado también fuera de la escuela o aprendiste acá?*

C: *Eh, acá, acá, más de… siempre de eso acá, porque en otro lado siempre da suma, sumar y sumar y nunca, nunca todas mis sumas que yo hacía nunca eran parejas para sacar el… para sacar suponete si eran tres… cinco boletas de veinte pesos podés poner veinte por cinco y ya te larga el, los cien.*

Notemos cómo Claudio se refiere al tiempo anterior a saber la multiplicación afirmando que antes sus sumas nunca eran parejas. Más adelante, en la misma entrevista, se le propone un retorno reflexivo sobre la situación de cálculo de revoque de paredes tratada en la entrevista anterior. En este larguísimo extracto de entrevista podemos ver cómo continúan ampliándose los conocimientos de Claudio sobre la multiplicación. A partir de los intercambios con la entrevistadora pasa de considerar una estrategia de conteo de 3 en 3 a reconocer la multiplicación. Incluso, hacia el final de esta parte, para un rectángulo hipotético de 8 metros de largo y 10 de ancho identifica directamente que puede multiplicarse. Claudio está aprendiendo simultáneamente el reconocimiento de la multiplicación como una operación que permite sintetizar las sumas de números "parejos", como su uso en problemas de organizaciones rectangulares o producto de medidas. Es importante destacar, además, la reflexión sobre su propio proceso de aprendizaje:

(EC3,R137)

E: *Y, te quería hacer una pregunta, te acordás que el otro día vos me explicaste cómo hacías para revocar, calcular cuánto material hacía falta para revocar una pared, ¿te acordás?*

C: *Sí…*

E: *Y vos me dijiste, estábamos abajo creo, o…*

C: *Acá afuera.*

E: *Acá afuera, tenés razón acá afuera. Y entonces vos me dijiste que medía más o menos cinco metros así…*

C: *No, medía un metro.*

E: *Sí, pero que esta pared medía, la pared larga medía cinco… más o menos, y de alto más o menos dos con ochenta.*

C: *Ah, la pared larga, si más o menos lo que yo calculaba, calculo. Dos ochenta más o menos…*

E: *Y vos me dijiste que calculabas para un metro.*

C: *Y sí, por metro preparaba algo… y bueno preparaba tres baldes y… y si era muy fino hacía más de un metro y si era grueso, grueso cargaba un metro más o menos con tres baldes de arena y medio de… uno de cemento para hacer ceresita, se hace más de ceresita si, ponele con cal, tenía que poner un balde de cal y tres de arena para hacer un metro y un cachito más…*

E: *Y, vos... más o menos son tres baldes de cal o de arena me dijiste…*

C: *No, tres de arena.*

E: *Tres baldes de arena por metro, ¿sí?*

[1] Se refiere a las fotocopias con problemas y cálculos que su maestra les reparte.

C: *Sí, eso es lo que a veces le pegás al cálculo y a veces no le pegás, a veces le errás, porque a veces te sale más larga porque por ahí vos sin querer hiciste una pared más fina o hiciste una más gruesa, está en cómo uno hace la pared, ¿no? como la quiere, gruesa, fina…*

E: *Y si tuvieras que hacer esa pared que está atrás tuyo, ¿no me explicás de vuelta como me explicaste el otro día para la pared de afuera, para esta pared cómo harías para calcular cuántos baldes de arena, si para un metro necesitás tres?*

C: *Y, tendría que hacer eh… de vuelta, ahí en esa pared… por un calcular, calcularía un metro y bueno, después le diría: "Bueno mirá, tráeme..." Sacaría un metro, y cuántos metros tengo de largo…*

E: *¿Más o menos cuántos te parece que tenés de largo?*

C: *Y… ahí tengo como ocho metros…*

E: *Ocho metros. Mm. ¿Y qué más harías después?*

C: *Y de ahí mediría para arriba, de las paredes altas, tiene como tres metros seguro.*

E: *Tres metros, mm.*

C: *Y de ahí sacaría bueno: tres, y tengo tres. Sacaría hasta arriba tengo nueve baldes de arena y…*

E: *¿Cómo sacaste ese nueve, Claudio?*

C: *Porque en un metro tengo tres…*

E: *Sí.*

C: *En el otro de arriba tengo tres más, son seis, y tres más de arriba, son nueve, y tres baldes de cal. Bueno de ahí, en esa parte ya… en tres metros tengo eso.*

E: *De arena tenés nueve, ¿no?*

C: *Nueve, ajá.*

E: *Y…*

C: *Y ahora paso a esta de al lado, y digo de vuelta lo mismo, así, y voy anotando, bueno tengo… de acá, en dos metros, dos metros ya tengo nueve, dieciocho, y seis de cal, y bueno ahí ya tengo una bolsa de cal, porque seis baldes a veces trae la cal, cinco sabe traer, ahí ya tengo una bolsa. Ya ahí digo: "Bueno tengo, acá tengo eh, seis metros, y ya tengo una bolsa de cal y dieciocho de arena". Y ahí ya voy sacando, voy haciendo los mismos cálculos, y ya saco dos metros más, y ya ahí ya son dieciocho más dieciocho serían… treinta y …dos, ¿puede ser?*

E: *Treinta y seis.*

C: *¿Treinta y seis?*

E: *Sí.*

C: *Y serían dos bolsas de arena ya.*

E: *Mm, aunque eh… treinta y seis de arena sería para esos…*

C: *Para cuatro, para, sería, acá sería el seis, para doce metros.*

E: *Mm. Eh…*

C: *O menos haciéndole un cálculo, porque nosotros no sabemos cómo la queremos a la pared.*

E: *¿Y qué cálculo podés hacer? Por ejemplo, vamos a suponer eh… vamos a suponer que yo hago este dibujo de esta pared, vos me decís que esta pared tiene ocho metros, ¿no? uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho (mientras dibuja). Esta pared tiene ocho metros. Y también me dijiste que tenía tres metros de alto, así, ¿no? y vos me* *decís que acá necesito tres baldes de arena… (queda dibujado un rectángulo de ocho cuadraditos de largo por 3 de ancho).*

C: *Ajá, por uno de cal.*

E: *Me voy a quedar solo con la arena, ahora. Yo sé que hace falta cal ¿eh?, ya lo aprendí con vos, pero con estos tres vos me dijiste que hacías tres, seis, nueve. Y nueve dieciocho, me dijiste, y dieciocho, serían treinta y seis, y vos me dijiste: "Ya tengo doce metros" que son estos doce ¿sí? ¿Hay algún otro cálculo que a vos te permita obtener…?*

C: *Y, otro cálculo es si medís serían, cómo te puedo decir: "Tráeme medio metro de arena y tráeme cinco bolsas, siete bolsas de cal".*

E: *¿A ojo?*

C: *Y sí, así nomás. Yo mirando, uno que sepa, mirando la pared bueno, sin andar midiendo te va a decir: "Che…".*

E: *No, pero yo digo midiendo, así como, ya sabemos que esto mide ocho metros, ya sabemos que esto mide tres, y vos me decís que para uno hace falta tres (anotando el 3 en un cuadradito de la primera fila). Y para toda esta fila me decís que hace falta nueve, ¿no? (anotando el 9 en la primera fila)*

C: *Sí.*

E: *Para todo esto hace falta nueve bolsas de arena. ¿Hay algún otro cálculo que te parezca que te permita resolver cuánto hay para todo?*

C: *Y cómo y… ¿cómo otro cálculo?*

E: *Vos me dijiste nueve más nueve, y después le sumaste dieciocho. Si quisieras averiguar todo, todo vos harías nueve más nueve, y te da dieciocho, le sumás dieciocho más…*

C: *Hay otra forma de hacer… contá uno, dijimos ocho, ocho, ocho. Más ocho serían… dieciocho. Ocho más ocho es dieciséis, y más ocho serían… veinticuatro (por el total de cuadraditos del rectángulo de 3 x 8). Y bueno da veinticuatro. Bueno ya sabemos que tengo doce, veinticuatro metros, y ahí de veinticuatro digo bueno, por tres, vamos a suponer hago un metro por tres, sumo por tres todo y… y bueno ahí me daría el cálculo. Ahora porque, o sea, yo siempre en el laburo a veces lo hago con la cabeza o a veces voy escribiendo así, pero en otra forma, si es un tipo que sabe te va a decir así como yo te digo, así, va a sacar la calculadora y te lo va a sumar por tres, doce, veinticuatro metros por tres nomás lo va a hacer y ya le va a dar el cálculo.*

E: *Ajá. Y Claudio, vos que sos "un tipo que sabe…" (risas….)*

C: *No, no soy Vicente (su compañero) pero… me defiendo…*

E: *Vos también sos "un tipo que sabe", vos que "sos un tipo que sabe", si vos hicieras veinticuatro por tres con la calculadora, ¿te daría el total de baldes?*

C: *Sí.*

E: *Y te hago una pregunta Claudio. Esto de que se podía, porque… a ver si lo entiendo bien… vos hasta ahora me decías que se podía hacer nueve más nueve más nueve…*

C: *Sí, sumaba…*

E: *Y ahora me decís que se puede multiplicar también….*

C: *Y sí… eso ponele un tipo que sabe mucho, como te puedo decir, un… cualquiera que sabe mucho de obra te va a dar ese cálculo. Generalmente mi cálculo que yo sé usar es ese que yo sumo cuánto me entra en un metro y bueno ahí mido la pared cuánto tiene y…*

E: *Ajá, pero vos ahora también sabés que se puede multiplicar.*

C: *Así sí, y bueno eh… sé que se puede multiplicar viniendo a la escuela… ahora que estoy aprendiendo.*

E: *Ah, eso es lo que te quería preguntar, ¿dónde? Eso de que se puede multiplicar, tiene que ver con lo que me decís que lo aprendiste el otro día en la escuela, ¿de la multiplicación?*

C: *Sí, puede ser también. Sí, ahora que me doy cuenta sí… o sea, como vos me preguntás: "¿Puede haber una forma…?" y sí, puede haber varias formas.*

E: *¿Eso te acabás de dar cuenta?, ¿de que se puede multiplicar?*

C: *Y sí, ahora que estuvimos hablando de la multiplicación me di cuenta que se puede multiplicar, porque sumando bueno así por abajo, y bueno eso, hay que tener ocho más ocho, ya ahí tenés dieciséis, y más ocho tenés veinticuatro, y ahí veinticuatro por tres, que te daría… (saca el celular para usar la calculadora y empieza a hacer la cuenta).*

E: *¿Estás haciendo la cuenta con la calculadora? ¿Veinticuatro por tres?*

C: *Tenés setenta y dos, setenta y dos baldes en esa pared.*

E: *Está bueno ¿no?, me parece que aprendiste algo, ¿no?*

C: *Y sí, estamos aprendiendo.*

E: *¿Te acordás que hace un ratito, cuando yo te pregunté lo de la multiplicación, si la usabas afuera de la escuela, y vos me dijiste que no porque vos afuera de la escuela siempre tenías que hacer sumas de números que no eran parejos? Y ahora usaste la multiplicación…*

C: *Y sí, porque es parejo, porque tenemos ocho, ocho y todo es parejo. No es que tengo una pared que le entra cinco metros, y a la otra que le entra seis. ¿Cómo saco una que tiene seis y la otra tiene…? Una pared que bueno, una pared de seis metros, de seis metros y ponele que hasta acá haga doce, y acá bueno entre doce, trataría de hacerlo pero…. Hacer por doce por tres, me daría lo que yo quiero saber, pero ponele que sea una pared de, tenga cinco metros de alto, y de un lado baje, como puedo yo, porque yo mido completo a una terminación de la pared, y ahí vos sabés "Bueno, mirá acá tengo tantos metros" medí para arriba y a lo largo siempre. Y de ahí ya siempre, medí para arriba cuántos metros tiene, y para arriba y para abajo, y chau. Y ahí vos ya anotás, "Mirá tengo ocho metros de largo, por suponete diez de alto", y ahí ya vos sabés tengo diez, diez, diez y vas sacando la cuenta. Ahí tenés parejo, vos sabés que ocho por diez, por diez metros de alto ya tenés ochenta. Y bueno de ahí de ochenta, hacele por tres baldes y… quedaría lo que querés saber. Pero yo, ¿cómo hago una pared que tiene ocho metros, hasta la mitad me viene con cinco metros, después me aumentaría para arriba?*

E: *Claro, pero en esta pared que tenía parejo, o en la pared que el otro día charlamos que tenía parejo, vos antes sumabas, y ahora te diste cuenta…*

C: *Sumaba y ahora que me doy cuenta, o sea, que me estoy dando cuenta de, ya las multiplicaciones, porque yo te decía como… yo te explicaba como yo laburaba afuera…*

E: *Claro, no, no, ¡está bárbaro Claudio!*

C: *Nunca lo usé a este trabajo así…*

E: *No, no, yo… Mi pregunta verdadera era cómo lo usabas afuera, pero la verdad la verdad, la verdad, que me tenté de preguntarte porque como vos me dijiste hace un ratito que habías aprendido en la escuela lo de la multiplicación, me pareció que por ahí si yo te preguntaba un poco más, te podías dar cuenta que también podía servir ahí.*

C: *O sea, lo aprendí acá porque bueno, una compañera entró a… si yo le preg… yo sabía, o sea en Chaco, a veces sabía multiplicar, a veces cuando íbamos a comprar, ponele teníamos que comprar diez latas de picadillo, bueno, yo antes pasaba por la caja o sea, iba fijando la multiplicación diez por un peso, me fijaba, eran diez pesos así, viste, entonces iban sacando las… haciendo multiplicaciones y… pero nunca, nunca la llegué a usar.*

E: *O sea que vos…*

C: *O sea, ahora cuando llegué a Buenos Aires me di cuenta, ahora cuando estoy estudiando, y que… que hacer, que vengo a la escuela estoy dando, estoy dando a volver a querer usar la… el otro día bueno la usé en un, en unas trabajos de unas… que tenían que hacer, la usé si fue con el tema de…*

E: *¿La multiplicación decís?*

C: *Sí, tenía unas cuantas boletas que eran parejas así…*

E: *¿En tu casa?*

C: *En mi casa la usé, pero para hacerla ligero, eran tres boletas de sesenta, entonces hice tres por sesenta, y me dio el resultado que quería saber, pero era por hacer ligero, porque si no yo quería y agarraba y sumaba, sumaba sesenta más sesenta más sesenta y…*

E: *Ajá. Y pero si podés multiplicar es más rápido.*

C: *Por eso, es que pasa que, bueno, me di cuenta acá que, cuando vino una compañera y empezó a hablar y… entonces ahí le pregunté…*

E: *Julia era, ¿no?, la que hablaba de la multiplicación…*

C: *Sí. Era allá abajo era que ella empezó a joder con la multiplicación y… y me tenté de preguntarle cómo se hacía.*

E: *¿Abajo en dónde?*

C: *En el aula donde sabíamos estar, allá abajo.*

E: *¿Fuera del aula?*

C: *No, adentro, pero era, trabajábamos abajo antes.*

E: *Ah, trabajaban abajo.*

C: *Había ella, estábamos haciendo unas matemáticas, matemáticas ah, que nos dio Juana, entonces agarró ella y yo le dije: "¿Cómo hiciste para hacer tan ligero?" y nosotros no podíamos terminar el trabajo, y todo era de hacer compras. Y me dice: "Y bueno, multipliqué, eran tres latas no sé, que valían tres pesos, y multipliqué tres por tres –me dice– y me dio", y así multiplicaba y iba haciendo ligero la compra ella, y nosotros no podíamos terminar de comprar. Y ahí le pregunté y bueno, y ahí… y al otro día, recién al otro día la entré a usar en mi casa, y por ahí si necesito de alguna urgencia, acá el otro día la usé también.*

E: *Y ahora. También la usaste ahora.*

C: *Y ahora, también.*

E: *Y te hago una pregunta Claudio, vos creés que mañana, pasado, el mes que viene, si te pide tu jefe que calculen para revocar una pared, ¿usarías la multiplicación?*

C: *Sí. Si es la pared pareja.*

Nuevamente la complementariedad de la mirada de su relación con el saber y de sus conocimientos matemáticos nos permite comprender el sentido que Claudio otorga a un conocimiento nuevo. Podemos advertir que la multiplicación es un conocimiento que permite articular hoy para Claudio, el mundo del trabajo y el mundo de la escuela. Claudio afirma que quien sabe mucho puede multiplicar para resolver ese problema, y que él ahora sabe que se puede multiplicar porque está viniendo a la escuela. La multiplicación pertenece al mundo de la escuela, pero en esta situación se ha abierto un puente con el mundo del trabajo o el mundo extraescolar: la ha utilizado para unas boletas que eran "parejas". Para él leer y escribir eran conocimientos que, perteneciendo al mundo de la escuela, podrían ser usados en el mundo del trabajo, pero ahora la multiplicación ha cobrado también ese estatus. Claudio no solo está aprendiendo muy rápidamente a multiplicar, está empezando a darse cuenta de que él yendo a la escuela puede ser también “un tipo que sabe”.

Una semana después, en una entrevista, Claudio realiza cálculos multiplicativos sin dificultad. Multiplica por la unidad seguida de ceros en cálculos presentados sin el contexto del dinero y para los que explícitamente se le solicita esta operación. En algunos cálculos directamente encuentra el resultado. También realiza cálculos en los que combina una descomposición aditiva del número (pensar el 25 como 30 – 5) con algunos resultados de multiplicaciones a los que apela directamente (10 x 10 = 100; 5 x 10 = 50):

(EC4,R106)

E: *Mm, ¿y también sabés hacer mentalmente, o con el bocho, como decís vos, multiplicaciones? ¿Por ejemplo, tres por diez? (Mientras la escribe horizontalmente).*

C: *Tres por diez es treinta.*

E: *Mm, ¿y treinta por diez? (Mientras la escribe horizontalmente).*

C: *Treinta por diez… serían cien… ¿puede ser? No.*

E: *No te convence.*

C: *No, ¿cómo dijo?*

E: *Treinta por diez.*

C: *Treinta por diez… creería que no, ¿no son trescientos?*

E: *¿Cuál te parece que es, cien, trescientos o ninguno de los dos?*

C: *Ninguno de los dos.*

E: *No te convence ninguno de los dos. ¿Y se te ocurre algún modo en el que podrías hacer para estar seguro?*

C: *Y mentalmente en la calculadora.*

E: *Mm, ¿querés hacerlo? Dale.*

C: *Dale. (Lo hace en la calculadora). Trescientos.*

E: *Trescientos.*

C: *Claro porque yo la primera la escuché diez por treinta. Igual, diez por treinta no salía… y bue. Escuché mal, tenía que hacer diez por diez.*

E: *Mm, ¿habías pensado diez por diez?*

C: *Mm, para hacer cien.*

E: *Para hacer cien habías pensado diez por diez.*

C: *Sí, no, no… o sea…*

E: *Mm, y ¿cuánto es doce por diez? (Mientras la escribe horizontalmente).*

C: *Doce por diez… ¿ciento veinte? ¿O no? Ciento veinte.*

E: *Ciento veinte. ¿Y veinticinco por diez? (Mientras la escribe horizontalmente).*

C: *Creo que es doscientos cincuenta.*

E: *Creés que es doscientos cincuenta. Pará, pará, pará, no saques todavía la calculadora. ¿Por qué pensás que es doscientos cincuenta?*

C: *Y porque… en este casi medio que… poco laburo con el… con este, siempre cuando laburo, laburo con la calculadora, con nada de esto, cuando hay números capaz de esto supuestamente, suma y toda esas cosas saco con el bocho pero…*

E: *Mm, pero vos el primer número que me decís con veinticinco por diez es doscientos cincuenta. ¿Cómo sabés que es doscientos cincuenta?, o ¿cómo se te ocurre?, o ¿cómo te das cuenta?*

C: *Y porque, a veces uno de acá, y uno de ahí es… ya es diez.*

E: *¿Cómo es eso de uno de acá y uno de allá?, ¿me lo explicás?*

C: *No, la verdad que ya… sería uno de acá, diez de acá. O sea, uno y uno, ponele a veinticinco le sacamos uno… serían… diez… no sé cómo…*

E: *Está bien, veinticinco por diez es doscientos cincuenta.*

C: *Ah, viste, a veces cuando pienso… (Riéndose).*

E: *¿Te lo sabés un poco de memoria a veinticinco por diez que es doscientos cincuenta o lo pensaste?*

C: *No, no, lo pens… o sea, se me cruzó así, ya saqué la cuenta de que era… recién sacamos la de trescientos, y restándole suponele a los treinta que me dijo usted, restándole cinco me quedaría veinticinco y justo pensé con esa y…*

E: *Ah… ajá.*

C: *Y le largué… si era trescientos en treinta, en veinticinco serían doscientos cincuenta.*

E: *Mm, ¿por qué… cómo es que le sacás los cinco?*

C: *Sí, porque suponele, o sea, en el bocho a vos se te cruza así… porque hoy teníamos treinta y nos dio este resultado. Sacándole cinco, nos tiene que dar este resultado, doscientos cincuenta.*

E: *Está perfecto. Pero trescientos si yo le saco cinco, no da doscientos cincuenta.*

C: *No, yo le saco a esta, al treinta. Al treinta para que me quede veinticinco.*

E: *Ajá, ajá.*

C: *Y de ahí, del veinticinco largo el resultado así. Si era trescientos en treinta, en veinticinco tiene que ser doscientos cincuenta.*

E: *¿Por qué?*

C: *Y porque si en diez son cien, en veinte son doscientos, en trescientos… cinco vale cincuenta. Porque saqué cincuenta.*

E: *¡Ah, esa parte no entendía! Vos no es que le sacás cinco…*

C: *No, le saco cincuenta al trescientos.*

E: *Ajá.*

C: *Y hago valer uno del treinta, por diez. Entonces cinco, que le saque cincuenta a trescientos, y le retiré al treinta cinco, me quedó veinticinco, y de ahí el resultado.*

E: *Entonces vos… a ver si entendí: vos pensás que si treinta por diez, es trescientos, veinticinco tiene que ser cinco menos, y esos cinco valen cincuenta, y entonces le sacás cincuenta al trescientos y te queda doscientos cincuenta. Y te hago una pregunta Claudio, ¿cuando vos me dijiste así doscientos cincuenta, pensaste todo eso de verdad, o se te cruzó un número…?*

C: *No, eh… o sea, con el treinta… eh, hice así como… treinta, si treinta era trescientos, a veinticinco le sacamos cinco tiene que ser doscientos cincuenta, por eso te dije si está bien o no, porque se me cruzó así…*

Tal vez Claudio para resolver 25 x 10. Cuando Claudio dice rápidamente 250 para resolver 25 x 10 tal vez usó el recurso de agregarle el 0 pero de manera implícita, conocimiento que podría estar elaborando durante la entrevista. De todos modos, al momento de explicar cómo lo pensó, apela a las propiedades de la proporcionalidad directa para justificar el resultado obtenido.

Por último, analizaremos algunos conocimientos de Claudio sobre la división. Dice no saber hacer divisiones mentalmente. Pero al presentarle los cálculos en el contexto de una situación de reparto de dinero puede resolverlos sin ninguna dificultad. Posiblemente algunos de estos conocimientos los elabora en interacción con la entrevistadora y los problemas que se le presentan:

(EC4,R179)

E: *Mm, ¿y por ejemplo divisiones también sabés hacer mentalmente?*

C: *No, divisiones…*

E: *Por ejemplo, ¿diez dividido dos?*

C: *Casi nunca trabajé con divisiones.*

E: *Casi nunca trabajaste con divisiones. Y si yo te dijera por ejemplo que tenés diez cosas para repartir entre los dos, diez pesos para repartir entre los dos en partes iguales, ¿cuánto para cada uno?*

C: *Ah, sería cinco.*

E: *Sería cinco.*

C: *Si era diez pesos, cinco.*

E: *Mm, ¿y si tengo cien pesos para dividir entre los dos?*

C: *Cincuenta.*

E: *Cincuenta a cada uno. ¿Y si tengo mil pesos para repartir entre los dos?*

C: *Quinientos.*

E: *¡Qué alegría! ¿no? (Risas).*

C: *Sí, je, je.*

E: *¿Y si tengo mil quinientos pesos para repartir entre los dos?*

C: *Setecientos cincuenta.*

E: *¿Y si tengo setecientos cincuenta para repartir entre tres?*

C: *Entre tres, uh… (piensa), ¿doscientos cincuenta?*

En esa misma entrevista, un rato después, realiza una reflexión sobre el tamaño de los números del problema. Distingue entre los cálculos con números redondos que se dividen por dos y que reconoce como más sencillos, de aquellos otros cálculos con números no redondos y que se dividen por cuatro.[1] Claudio cree inicialmente que no podrá realizar estos últimos (posiblemente porque no pertenecen al mundo de las matemáticas que él domina sino “al otro”). Sin embargo, vemos en el siguiente extracto la velocidad y la facilidad con las que Claudio recurre al cálculo estimativo de división, que le da casi exacto. Para ello también utiliza descomposiciones aditivas del número original:

(EC4,R231)

C: *O sea, capaz que, capaz que… números chicos, o números dividido, o sea números de quinientos cincuenta y tres, entendés, ahí capaz con el bocho medio que me*

[1] De alguna manera podríamos decir que esta distinción de Claudio forma parte de lo que Vergnaud conceptualiza como variables didácticas de un problema, concepto presentado en el capítulo 2.

va a costar. Pero vamos a suponer si usted me dice: "Diez mil dividido dos", ya ahí sé que hay que repartir quinien… eh, cinco mil para cada uno. O sea, se trate de mil, y no que vaya a poner ponele, en pesos, tres mil quinientos cincuenta y tres porque a mí me va a costar un poquito capaz para… en cambio capaz ya más… o sea, parece más fácil cuando es de mil, se trata de mil porque vos… y más por dos. Por dos, y por tres capaz… puede llegar… pero ya capaz cuatro me va a costar un poquito.

E: *Y te hago una pregunta, ese número que vos dijiste, quinientos cincuenta y tres (escribiéndolo). Si vos tuvieras que dividirlo entre cuatro, vos por supuesto que no sabés el resultado directamente como el otro, por lo que me explicaste recién… con ese número no sabés.*

C: *Hay que… pensaría un poquito…*

E: *Y yo tampoco sé cuánto es quinientos cincuenta y tres dividido cuatro, tendría que pensarlo. Si pensás, más o menos, ¿cuánto te va a dar? No te estoy preguntando cuánto da exacto, pero más o menos, ¿cuánto tiene… te parece que podría dar quinientos cincuenta y tres dividido cuatro?*

C: *(piensa un ratito) Y daría… ciento treinta y cinco… (pensando).*

E: *Más o menos, ¿eh?*

C: *Y daría… ciento treinta y siete con moneditas por ahí… ciento treinta y ocho puede llegar a dar capaz.*

E: *Mm. Ciento treinta y siete con moneditas, o ciento treinta y ocho. ¿Querés probar con la calculadora? A ver. Quinientos cincuenta y tres dividido cuatro.*

C: *Quinientos cincuenta y tres dividido cuatro. (Hace con la calculadora). Ciento treinta y ocho con veinticinco centavos.*

E: *Bueno, ¡impresionante! Ciento treinta y ocho con veinticinco centavos. A ver, ¿puedo ver cómo te quedó? Mm. ¿Cómo sabés que esos son veinticinco centavos?*

C: *Y, porque está el puntito ahí.*

En el extracto anterior podemos identificar también cómo Claudio interpreta correctamente el resultado de la división expresado en la calculadora con el punto que separa la parte entera de la parte decimal y utilizando el dinero nuevamente como marco de referencia para leer el número.

3.3 Vicente

Vicente tiene 56 años. Nació en la Ciudad de Corrientes. Reside en la Ciudad de Buenos Aires desde hace 40 años. Vive con su pareja a pocas cuadras de la escuela a la que asiste, en el barrio de Villa Urquiza. Tiene seis hijos entre 28 y 38 años, y varios nietos que también viven en Buenos Aires. Sus hijos, excepto uno, han finalizado la escuela primaria. Vicente trabaja como albañil y pintor de manera independiente, especialmente para consorcios. En el momento de las entrevistas Vicente asiste a primer ciclo de la escuela de adultos, ciclo que está cursando desde hace tres años.

3.3.1 La relación de Vicente con "el aprender" y con la escuela

Vicente de pequeño solamente fue a la escuela unos meses. Dice que su padre no lo envió a la escuela porque como "no sabía leer y escribir, no le importaba", y lo mandó a trabajar. Nos explica:

(EV1,R36)

E: *Y, Vicente, ¿usted fue a la escuela alguna vez antes que hoy, antes que este mes digamos?*

Vicente: *Yo había ido acá tres años seguidos. Allá en la provincia he ido pero muy poquito, después me sacaron a trabajar, como mi padre tampoco sabía leer y escribir, entonces no le importaba nada, me mandó a trabajar.*

E: *Ajá, ¿y cuántos años fue a la escuela cuando era chiquito?*

V: *No, no me acuerdo pero, no creo que he llegado a mitad de año porque no, nada (…)*

Vicente no culpabiliza a su padre de esta decisión sino que lo justifica por su falta de conocimientos. Resaltamos que –igual que Isabel y Claudio– tampoco responsabiliza a la escuela ni al Estado de no haberlo retenido en el sistema educativo. Para Vicente es una decisión que tomó el padre. No aparecen en su relato tampoco otras figuras familiares (madre, abuelos, tíos, hermanos mayores, etc.) que hayan intentado que él continuara estudiando o que participaran de la decisión.

La relación de Vicente con el aprender y con la escuela está atravesada por el vínculo con su padre, que además de no haberlo enviado a la escuela de pequeño, era una persona que, según Vicente, siempre quiso quedarse en el lugar de ayudante. El padre ha sido una persona de la que ha tratado de diferenciarse: Vicente se considera a sí mismo un hombre trabajador y emprendedor.

(EV1,R109)

V: *No, hasta incluso eh, yo trabajé diez años en una empresa, la última empresa que trabajé, porque vos vas a decir: "Este trabajo diez años solos en su vida", no, ja, ja. La última empresa que trabajé diez años y, eh, era un gallego divino pero pagaba el reglamentario o sea, pagaba lo justo. Y aguanté, aguanté ahí y aprendí todo lo que pude aprender, porque en la obra, ahora sí se pueden aprender muchas cosas más, porque han sacado durlock para, han sacado muchas cosas de materiales que a lo mejor yo no conozco ahora, que no estoy en obra. Y ahí yo manejaba el plano de medida, lo sabía todo, lo sabía, todo el plano lo manejaba yo.*

(EV1,R187)

V: *Lo que me decía mi patrón que, él mismo me decía: "Si vos supieras leer, serías un tipo, no sé, súper agotado" me decía, porque me decía que era muy inteligente. Porque yo me acuerdo la primera obra que, yo me iba a ir de él, porque yo voy a trabajar y ya estaba acostumbrado a trabajar con un sueldo, y después otro sueldo que daban las empresas, todas las empresas daban. Y voy a trabajar con él, me lleva el finado de mi papá me lleva porque él trabajaba de ayudante, él siempre fue ayudante, nunca quiso agarrar la cuchara*[1] *y me lleva él, y bueno dice: "Acá le traigo mi nene" le dice al gallego, y me mira así y le dice: "Coño, este no es un nene". Y me quedó "el Nene", en Tortuguitas me conocen por Nene.*

E: *Ah, le dicen el Nene.*

V: *Sí, igual bueno me quedé a trabajar ahí y me dice: "¿Sabés hacer armado de cielorraso?". Esos son, van armados. No es como esto, esto es loza maciza. Va, el armado va más abajo, se arma con madera y tejido, y después se aplica el material. Y le digo: "Sí". "Nada más que la empalizada", me dice. Bueno, está, en el día le hago dos. Y viene y me dice: "Muy bien eh, muy bien". Claro, era a mitad de quincena entonces, y viene y después me paga la mitad de la quincena. Y le digo: "Don Ignacio, me va a tener que devolver la libreta", porque en ese tiempo se usaba, no sé si ahora se usa libreta de fondo de desempleo que le decían, que había que tener, ahí van aportando ellos, la empresa, eh me dice: "¿Por qué?". "No –le digo–, me voy a ir". "Pero Nene –me dice– a mí me gusta cómo*

[1] Expresión que significa "tener poder", "mandar".

trabaja", y yo bien bruto le digo: "Pero a mí no me gusta como paga". Claro porque me pagaba lo que marcaba el convenio. Y le digo, yo le dije que estaba capacitado para más. "Yo antes de estar con usted –le digo– ya he tenido gente encargada, así que –le digo– soy un oficial especializado". O sea especializado quiere decir que ya me lo aprendí todo, y en la libreta figura todo eso. "Bueno –me dice– esperame quince días, firmo un contrato en una obra chica y ahí te voy a probar". Me dice cuánta gente quería, le dije la gente que quería. Me dice: "Firme por seis meses". Le digo: "En cuatro meses, búsqueme otro lugar para ir, otra obra". Porque nosotros no hacíamos la terminación de pisos, eso venían los colocadores a hacerlo, nosotros hacíamos todos los gruesos, y justamente en cuatro meses me estaba yendo a otra obra.

***E:** Había terminado todo rápido.*

***V:** Había terminado, como le digo: "¿Qué le dije?" Ese día me dice: "Bueno, no sea fanfarrón".*

(…)

***V:** (…) No me he equivocado mucho con las fechas, más con la gente que me he andado, eh, bien. Y él se preguntaba que cómo iba yo, porque yo no trabajaba, ¿que porque tengo que trabajar yo?, yo amo trabajar, y así, y a él le molestaba eso. Bueno, si te molesta me voy. "No, no, no, vale la pena tenerte", me decía. Nos habían puesto "salvadores" a nosotros porque, a la gente mía, porque por ahí llegó un momento que tenía catorce obras, y bueno, por ahí algunos se atrasaban, y me decían: Nene te preciso a vos y a un par de los muchachos tuyos. Le digo: "¿A quién hay que ir a levantar?", me dice: "A tal lado", y bueno nos íbamos allá y dábamos una paliza una semana y nos poníamos a... dice: "Yo no sé cómo hace este muchacho", a todos los encargados, porque no era solamente yo encargado, teníamos, éramos catorce encargados, y catorce, quince obras teníamos, y en cada obra tiene que haber uno. Llegué a manejar dos obras juntas en el mismo country.*

Vicente se considera muy diferente que su papá, tanto en lo relativo al trabajo, como al estudio: le gusta trabajar, le gustó ir creciendo en los puestos que podía ocupar, le importa aprender y le da placer que los demás lo reconozcan. Tiene una alta valoración de sus habilidades y actitudes ante el trabajo y relata con mucho orgullo los comentarios halagadores que recibe.

Encontramos que para Vicente su patrón ha sido también una persona significativa en su relación con el aprender. Esta persona (que también era patrón de su padre) valoró su capacidad, le dijo que no es un "nene", le mostró que aprende fácil, le otorgó responsabilidades, le dijo que era inteligente y lo estimuló a aprender a leer y a escribir devolviéndole una imagen de sí mismo opuesta a la de su padre.

(EV1,R163)

***V:** Siempre me dijo él: "Vos vas a emplumar y vas a volar", me decía.*

(EV1,R187)

***V:** Lo que me decía mi patrón que, él mismo me decía: "Si vos supieras leer, serías un tipo, no sé, súper agotado" me decía, porque me decía que era muy inteligente.*

Su padre nunca quiso crecer ("volar"). Vicente muestra con fuerza y orgullo que él no quiere tener la misma vida que su padre, que se enorgullece de tener gente a cargo, de sobresalir por trabajar tan bien que su patrón lo convoca para "salvar" los trabajos que otros hacen mal o que no terminan a tiempo. Vicente quiere una vida diferente. El estímulo del patrón lo reafirma en esta elección en la que valora la importancia del aprendizaje y lo inviste como objeto del cual se quiere apropiar. Si bien retoma a los 53 años la educación formal, desde muy joven defiende su saber con mucha dignidad ante el patrón. Valora y hace valorar su saber.

La movilización actual para el estudio. La relación de Vicente con la escuela no siempre ha sido tan placentera como la del mundo del trabajo. Vicente dice que lo que sabe de matemática lo aprendió "de vista o por escuchar" en sus trabajos y también en el primer ciclo de la escuela de adultos. Narra una experiencia dolorosa en su paso por su escolaridad de adultos, tema sobre el que vuelve en diversas oportunidades a lo largo de las entrevistas: la pérdida de tiempo, que no lo ayudaran, la frustración de estar en segundo ciclo y no saber leer y escribir, el enojo con la maestra, el abandono de la escuela, y su retorno cuando esta maestra se jubila. Menciona que la directora le dijo a la maestra de segundo ciclo que "él era algo especial". Si bien Vicente no explica si ser "especial" es una característica positiva o negativa, creemos que refiriere a su "dificultad" para aprender a leer y a escribir, reconocida por él mismo y por sus docentes:[1]

(EV1,R43)

V: *…Después lo fui aprendiendo así de vista o por escuchar, y después lo que vine acá el primer ciclo con una señorita que ahora se jubiló, que en realidad quedé muy desconforme con ella porque nos hizo perder tiempo, mucho. En realidad como que nos hizo pasar después de lástima al segundo ciclo, y ahí fue donde me hizo sufrir, porque me encuentro que el grupo, el otro grupo estaban bien, leían de corrido y yo no puedo leer de corrido, entonces venía a perder tiempo, y la directora le había dicho a la maestra que yo era algo especial, que tratara de ayudarme un poco, y bueno cuando ella tenía tiempo me ayudaba, después bien, en el primer ciclo ella no tiene porque eh… en el segundo ciclo ella no tiene por qué ayudarme. Y bueno, fue lo que me haría retirar, me enojé y me retiré. Y después dije: "No, voy a volver", porque me enteré que se había jubilado la de primer ciclo, porque yo quería volver a primer ciclo de vuelta, incluso Susana me dijo: "No, si vos sos del segundo ciclo", y yo le digo: "No, yo no voy a segundo ciclo, empiezo de vuelta de cero". Y bueno, así me permitió...*

E: *O sea, a usted le dieron por aprobado el primer ciclo pero igual quiere hacerlo de vuelta.*

V: *No, no, ahora que Juana (la maestra) diga cuando estoy listo iré al segundo ciclo, si no no, yo no voy a pedir hasta que no esté.*

Vicente tiene la decisión de seguir estudiando. Quiere esforzarse y aprender y no quiere que lo pasen de ciclo "de lástima"; no busca en la escuela una certificación. Veamos algunas de las muchas razones que movilizan a Vicente a ir a la escuela y aprender. Nos explica que viene a la escuela porque precisa aprender a escribir presupuestos para su trabajo y desea dejar de depender de otras personas que escriban por él.

(EV1,R60)

E: *Ajá, y Vicente, ¿por qué viene a la escuela?*

V: *Porque preciso, porque yo trabajo por mi cuenta, siempre tengo que estar molestando a alguien que me haga una boleta, porque yo pago todo, pago monotributo, tengo boleta, tengo todo, y siempre tengo que estar pidiendo que me hagan una boleta, o*

[1] Esta percepción de que Vicente es "especial" es consistente con cierta preocupación institucional porque no aprendía a leer y escribir. En las entrevistas con la directora para acordar los aspectos organizativos para esta investigación ella expresó en varias oportunidades sus dudas acerca del origen de las dificultades de Vicente. Las devoluciones de la investigadora, de los capacitadores y de la maestra sobre su facilidad para resolver problemas matemáticos permitió reorientar la mirada de la escuela hacia preocupaciones más didácticas sobre la lectura y la escritura.

que me escriban un presupuesto, y yo lo dicto al presupuesto, o que me escriban y después lo hago pasar por la compu, y bueno, preciso por todo eso.

E: *¿Y a quién le pide en general?*

V: *A mi pareja. Después la piba, la hija de ella me lo pasa en la computadora. Eh, y si no tengo una clienta también que, muy, hace años que la conozco, veinte años casi que la conozco. Al año que estaba eh, me conoció al lado de la casa de ella, al año que me conoció me dio las llaves de la casa de ella, hasta el día de hoy tengo las llaves de ella.*

Vicente reflexiona acerca de sus posibilidades de crecimiento laboral y económico que podría tener si supiera matemática y leer y escribir, ya que podría independizarse, tener otros trabajos o una empresa. Establece una relación muy estrecha entre estudio, trabajo y dinero, incluso considera que "los mejores alumnos se han hecho ricos":

(EV2,R62)

E: *Y saber matemática ¿puede ayudar a ser rico?*

V: *No. Ah, sí, puede ser, puede ser. Depende a veces uno los trabajos que tenga, y como va creciendo. Porque ayuda mucho a crecer, de saber leer, escribir, matemática. Sí, puede llegar a ser rico. Yo creo que los mejores alumnos se han hecho. Sí, tiene que ser sin duda, porque no estaría trabajando en trabajos que hago yo, a lo mejor sería empleado en un banco, o pondría otra empresa. De repente yo no puedo poner mi empresa porque, bueno, me falta mucha lectura. Si no, yo ya me habría tratado de crecer más. Siempre me quedo ahí con ese temor: "No, porque tengo que asegurar los que trabajan conmigo, los tengo que poner en blanco", y todo eso ya preciso otra persona, otra segunda, ya para ir y pedirle: "Mirá, acompañame", o "Veme esto"; sin embargo, si yo estoy al tanto, que aprendí matemática, y a leer y a escribir bien, voy y encaro yo solo, no tengo por qué pedirle a nadie, eso sería ya desenvolverme yo solo.*

Otra movilización para el estudio está dada por su deseo de aprender a leer para poder obtener la licencia de conductor.

(EV1,R236)

V: *Sí, sí, lo que yo quiero aprender rápido, encima ahora tengo una que, me compré una camioneta, lo estoy haciendo despacito, porque lo estoy, quiero el registro, si no puedo leer no puedo tener el registro.*

Menciona también que si supiera leer y más matemática, podría usar un libro de cálculos de construcción que le han regalado.

(EV1,R260)

E: *Entonces, ella me trajo el, el padre es arquitecto, y ella me trajo un libro así, donde se pueden hacer todos los cálculos de materiales, todo. Pero, de qué me sirve mirarlo si no... si lo puedo mirar nomás.*

Vicente antepone los objetivos a alcanzar para sostener el deseo y el esfuerzo: la camioneta ya comprada y el libro sin leer parecen ayudarlo a sostener el estímulo con la ilusión de pensar en el momento en que sea capaz de usarlos. Otra razón para estudiar es la posibilidad de estar informado:

(EV2,R13)

> ***V:*** *Claro, y para estar al tanto de todo, de lo que pasa. Por lo menos uno dice: "Bueno, viste la información…", "No, no lo vi.", en el diario puede salir, en el diario lo puedo ver. Ajá, en el diario lo puedo ver, atrasado pero lo veo, informarme, quiero estar informado.*

Mientras aprende a leer y a escribir hay muchas personas que lo ayudan o que se preocupan por él, todas mujeres. Su pareja le escribe cuando lo precisa, la hija de su pareja le pasa en la computadora los presupuestos, la escribana amiga también le escribe, la médica amiga le regala un libro. De igual manera sucede en la vida escolar: sus compañeras permanentemente le leen en voz alta las consignas, la maestra lo ayuda especialmente, la directora de la escuela dice que él es "especial". Incluso en una oportunidad realiza un chiste respecto de que en realidad precisa solamente aprender a leer porque para escribir cuenta siempre con ayuda:

(EV1,R245)

> ***E:*** *Y, ¿hay algo que usted diga: "Esto es una de las cosas que quiero aprender, esto me gustaría"?*
>
> ***V:*** *Y la matemática porque, principalmente leer y escribir, no sé si escribir porque tengo a la escribana siempre, je, je.*

Vicente habla casi con picardía del ser auxiliado por las mujeres que lo ayudan a escribir. Estas mujeres para Vicente, no lo degradan a un rol de "ayudante". El es independiente, ha crecido y "sus mujeres" no lo ayudan con su trabajo. Su autoestima no se ve afectada por estas ayudas, al contrario, es percibido como que es "mimado" por muchas. (Incluso nos hemos preguntado si Vicente no disfruta de los beneficios secundarios de no saber leer y escribir).

La escuela es para Vicente un lugar valorado pero exigente. En una entrevista se refiere a que tomó pastillas para los nervios mientras solicita seguir pensando sobre un problema planteado:

(EV4,R182)

> ***V:*** *Que a veces me pongo muy nervioso cuando… a veces me sale esto, y a veces no me sale porque bueno, a veces porque estoy nervioso, o… así.*
>
> ***E:*** *¿Lo estoy poniendo nervioso porque son muy difíciles los problemas?*
>
> ***V:*** *No, no. No, no, está bien. Me banco.*
>
> ***E:*** *Pero… ¿le sirve? Porque tampoco quiero que sufra, ¿eh?*
>
> ***V:*** *No, no. Yo la verdad me tomé media pastillita antes de venir. Ja, ja. No, pero tomo una igual a la mañana.*

Esta idea de exigencia se relaciona también con su posición de que "a la escuela se va a estudiar y a aprender", y que él deja los problemas personales afuera de la escuela. Incluso relata con enojo cómo en años anteriores se fomentaba dialogar en la clase sobre los problemas personales y esto implicaba para él una pérdida de tiempo:

(EV3,R53)

***V:** (…) Antes en el primer ciclo, porque venían cada uno con sus problemas, te acordás que yo te comentaba la maestra esa… venía y contaba sus problemas, y la otra lo escuchaba y ya quería aconsejarla, de repente ya era enfermera, ya era doctora, entonces yo un día me dije, me cayó mal y dije: "Sabe qué, yo tengo miles de problemas, pero yo los problemas los dejo abajo. Cuando bajo, los agarro y los llevo de vuelta. No los traigo acá, porque acá vengo a estudiar, a aprender, no vengo a traerle problemas a la maestra", yo digo… a pesar que soy bruto y todo para hablar, pero creo que esta vez estuve bien de decirle así, porque si no era una hora o media hora con cada uno que tiene sus problemas, y todos tenemos problemas, hoy en día quién no tiene problemas. Yo le dije así.*

Para Vicente, para aprender en la escuela es central la asistencia regular, cuestión que menciona en varias oportunidades:

(EV1,R266)

***V:** No, no, pero, te digo, hasta ahora tengo dos faltas, falté porque no podía dejar sin calefón a esta señora, justo una peluquería. El día lunes y el día martes que no pude venir la semana pasada, eh, pero si no, no, no, no me gusta faltar.*

(EV2,R113)

***E:** (…) ¿Qué consejo usted le daría a otro alumno?*

***V:** Que no falte al colegio. Que no falte, que sea continuo. Porque uno ya falta dos o tres días, como me pasó el otro día a mí, que no vine por dos días por problemas de trabajo, eh, ya pierdo el ritmo de los demás. Está bien, "Estamos en primer ciclo", como dice Juanita, pero no es ese el caso, hay que venir todos los días.*

Para Vicente la escuela es un lugar exigente, que le requiere presencia sostenida, a veces "tomar una pastillita" y dejar afuera los problemas personales. Pero habilita al progreso laboral y económico, al acceso a la información y otorga independencia y autonomía. Vicente, que a diferencia de su padre "ama trabajar", piensa que la escuela le abrirá nuevas puertas. Veremos cómo también "ama aprender".

3.3.2 La relación de Vicente con las matemáticas

Vicente considera que es necesario estudiar y aprender matemáticas para hacer presupuestos, para no equivocarse en los cálculos, para escribir bien los números, para evitar engaños, porque es útil y para estar informado:

(EV2,R5)

***E:** Una pregunta que le quería hacer Vicente, es para qué usted piensa que se estudia, enseña o aprende matemática en la escuela.*

***V:** Para no ser engañado uno. Porque ha pasado, a mí me ha pasado realmente en mi vida, me engañaron por firmar un presupuesto sin leer. Y justamente por eso no… no quiero que me engañen de vuelta. Y la matemática bueno, me hace falta, en mi trabajo me hace falta, la tengo que aprender sí o sí.*

***E:** Entonces usted, digamos, dice dos razones: una es la necesidad o la utilidad, y la otra es para que no sea engañado…*

***V:** Claro, y para estar al tanto de todo, de lo que pasa. Por lo menos uno dice: "Bueno, viste la información…", "No, no lo vi.", en el diario puede salir, en el diario lo puedo* *ver. Ajá, en el diario lo puedo ver, atrasado pero lo veo, informarme, quiero estar informado.*

***E:** Y, ¿hay algo que le parezca que se enseña de matemática en la escuela que no sea útil o necesario para la vida cotidiana o para la realidad?*

***V:** No, todo, todo lo que enseñan en la escuela es útil. Todo.*

***E:** Y, eh... ¿Hay alguna cuestión que le parece que puede servirle aprenderla acá en la escuela aunque no le sirva para afuera?*

***V:** Mayormente yo lo veo que la matemática y leer a mí me sirve afuera. O sea que sí o sí lo tengo que aprender porque me sirve. Por eso estoy.*

(EV1,R245)

***E:** Y, ¿hay algo que usted diga: "Esto es una de las cosas que quiero aprender, esto me gustaría"?*

(…)

***V:** Sí, sobre todo leer, y la matemática. Porque por ahí tengo que hacer un cálculo de material, y me jode mucho.*

Estas razones permiten entender por qué Vicente en la escuela quiere aprender lo máximo posible de matemáticas.

(EV1,R244)

***E:** (…) Y de matemática, ¿hay algo que sepa que quiere aprender?*

***V:** Y quiero aprender todo, lo máximo, lo máximo.*

Es interesante destacar cómo Vicente diferencia entre aquellos conocimientos que le fueron enseñados, los que aprendió en situaciones laborales y aquellos que inventó. Por ejemplo, identifica algunas relaciones numéricas que dice que aprendió trabajando y sin que nadie se las enseñara:

(EV1,R78)

***E:** Ajá, y de matemática, ¿hay algo que le parece que haya aprendido trabajando de albañil, de pintor?*

***V:** Y sí, sí, sí.*

***E:** ¿Qué cosas?*

***V:** Puede ser, eh, esos ladrillos que se ven ahí están cada siete centímetros las hiladas.*

***E:** Mm, ¿cada siete centímetros entre uno y otro?*

***V:** Sí, se mide eh, o sea setenta son diez hiladas creo que es, sí. Y yo lo voy …siete, catorce, veintiuno, veintiocho, treinta y cinco, así, cuarenta y dos, cincuenta y seis, setenta y tres; ¡sesenta y tres, perdón! y setenta. Y todo eso lo fui aprendiendo así, en la construcción.*

***E:** Disculpe, pero como yo no sé nada de albañilería me va a tener que explicar más. Los siete centímetros, ¿son uno arriba del otro o uno al lado del otro?*

***V:** No, uno arriba del otro.*

E: *Uno arriba del otro, y ¿siete centímetros es con el material que hay entre un ladrillo y el otro?*

V: *Claro, claro. De la parte de arriba del ladrillo hasta la parte de arriba del otro ladrillo.*

E: *Ah, porque el ladrillo mide menos que siete y con el material queda siete.*

V: *Claro, el ladrillo mayormente tiene cuatro, cuatro y medio, cinco, entonces más o menos se calcula dos de cal, o uno y medio para que salga.*

E: *Entonces, por ejemplo, si a usted le dicen que es una pared de un metro y medio usted ya calcula cuántas hiladas.*

V: *Claro, ya sé cuánto entra en el metro cuadrado de ladrillo. Entra sesenta, de sesenta a sesenta y cinco ladrillos el metro cuadrado. El común. Después está el hueco, pasa que bueno, son muchos años que no trabajo en esto, hago, pero trabajos chicos, pero bueno, en el hueco, ladrillo hueco, el de dieciséis por veinte por ocho, creo que entran dieciséis en el metro cuadrado. Así que, todo eso lo aprendí, la teja de techo entran quince tejas en el metro cuadrado, siempre y cuando estamos hablando de la francesa en las tejas, la plana esa, no la que viene así forma de canaleta. O sea que todo eso lo aprendí así.*

E: *Y, ¿quién le enseño eso que sabe, de albañilería, de matemática?*

V: *Eh, no, lo aprendí así, eh, solo. Solo. Eh, se levanta siete centímetros, y bueno, y ahí fui viendo son siete más siete... catorce, y así lo fui sacando.*

E: *¿No se acuerda si hubo alguien que le enseñó?*

V: *No, no, no.*

También se enorgullece de haber inventado estrategias de cálculo, como su propio método para multiplicar por 10.

(EV4, R200)

E: *(…) Estas cuentas así, ¿se acuerda cómo las aprendió, quién se las enseñó?*

V: *No, no… eso me lo hice yo. Esa es mi letra. Esta es mi enseñanza.*

Reconoce cuando un recurso disponible fue enseñado, aunque no pueda evocar con precisión el origen.

(EV4,R220)

E: *Ajá. Y no se acuerda nadie, nadie que le enseñó. ¿Y eso de "me llevo uno"? ¿Lo escuchó en algún lado…?*

V: *No, no. Eh… sí, eso lo escuché en algún lado, eso sí creo que alguien me lo enseñó. Pero no me acuerdo.*

Analicemos cómo considera Vicente las diferencias de edad, género y clase social para aprender matemática.

(EV2,R35)

E: *Y, para usted eh, ¿importa ser joven o ser adulto para ser bueno en matemática, importa?, ¿tiene alguna relación?*

V: *No, no tiene nada que ver la edad. Ser joven o ser veterano no tiene nada que ver.*

Considera que la edad no es una variable que influya, pero sí el género. Vicente explica que "la matemática anda mejor en los hombres" por la clase de trabajos que realizan:

(EV2,R43)

E: *¿Para las matemáticas, importa, es más fácil ser bueno en matemática si uno es hombre o es mujer? ¿Es lo mismo? ¿A las mujeres o a los hombres les resulta más fácil la matemática? ¿Qué piensa?*

V: *No, yo creo que la matemática anda mejor en los hombres, no es porque sea machista, sino se me hace a mí que los que más trabajamos son nosotros con la matemática. Porque no, las mujeres también trabajan pero yo creo que nosotros tenemos, no sé un ochenta por ciento más que las mujeres en matemática. En… dudo, de trabajo y todas esas cosas, porque yo tengo entendido que por ahí que hay amas de casa que van y limpian una casa o un departamento, y nada más, o que agarran un trapo de piso, una escoba, lavar o planchar, ahí creo que no les hace falta la matemática, no utilizan, solamente cuando van a cobrar.*

E: *¿Y en otros trabajos para las mujeres?*

V: *En otro trabajo en oficina, o en negocio sí. Por eso digo que mayormente los hombres porque… lo veo yo así.*

Si bien frente a la pregunta específica de si esta diferencia se mantiene en otros trabajos que no sean de labor doméstica Vicente responde que sí, vuelve a afirmar, al final del extracto, la diferencia de la relación con la matemática que tienen los hombres. Recordemos que Vicente está rodeado de mujeres que lo ayudan con la escritura, pero no necesita ayuda de ellas con la matemática ni con su trabajo.

Para Vicente el nivel económico no es un factor que influye en los conocimientos matemáticos, pero inversamente saber matemática sí puede influir en la situación económica, incluso considera que los mejores alumnos se han hecho ricos. Sin duda para Vicente la estrecha relación entre saber matemática y crecimiento laboral y económico es una movilización para el estudio. Reproducimos parte de un extracto ya citado en el apartado anterior:

(EV2,R63)

E: *Y saber matemática ¿puede ayudar a ser rico?*

V: *No. Ah, sí, puede ser, puede ser. Depende a veces uno los trabajos que tenga, y como va creciendo. Porque ayuda mucho a crecer, de saber leer, escribir, matemática. Sí, puede llegar a ser rico. Yo creo que los mejores alumnos se han hecho. Sí, tiene que ser sin duda, porque no estaría trabajando en trabajos que hago yo, a lo mejor sería empleado en un banco, o pondría otra empresa. De repente yo no puedo poner mi empresa porque, bueno, me falta mucha lectura. Si no, yo ya me habría tratado de crecer más. Siempre me quedo ahí con ese temor: "No, porque tengo que asegurar los que trabajan conmigo, los tengo que poner en blanco", y todo eso ya preciso otra persona, otra segunda, ya para ir y pedirle: "Mirá, acompañame", o "Veme esto"; sin embargo, si yo estoy al tanto, que aprendí matemática, y a leer y a escribir bien, voy y encaro yo solo, no tengo por qué pedirle a nadie, eso sería ya desenvolverme yo solo.*

Vicente no cree que haya relación entre la inteligencia y saber matemáticas. Recordemos cuánto enfatiza cómo su patrón le decía que él era muy inteligente.

(EV2,R77)

E: *Y, ¿hay alguna relación entre saber matemática y ser inteligente?, ¿le parece?*

V: *No, yo soy… me considero que soy inteligente yo, a pesar que no sé matemática me considero.*

Así Vicente reflexiona sobre "ser bueno" en matemáticas:

(EV2,R24)

E: *(…) Y otra pregunta que le quería hacer es: ¿Usted piensa que todas las personas pueden ser buenas en matemática?, o, ¿qué hace falta para ser bueno en matemática? ¿Le parece que todos pueden ser buenos en matemática?, o ¿por qué cree que algunos son buenos en matemática?*

V: *No, algunos son buenos en matemática. Algunos son buenos en lectura y en matemática no funcionan bien, porque yo he tenido compañeras en segundo ciclo, cuando estaba, que no andaban para nada en matemática.*

E: *Ajá, y ¿qué hace falta para ser bueno en matemática?*

V: *Hay que poner mucha atención, yo lo veo así, ¿no? Desde mi punto de vista, poner mucha atención y tratar de grabárselo en la cabeza lo que usted nos enseña, todo eso. Yo lo veo así.*

Aparece como condición para "ser bueno" en matemáticas la voluntad: poner atención, grabarse en la cabeza aquello que se le enseña. Para Vicente si son o no "buenos" se puede identificar por la manera en la que trabajan y por ser solicitados por los otros para resolver problemas:

(EV2,R79)

E: *Ajá, y, en su familia o conocidos, amigos, ¿hay alguien que usted reconozca que es muy bueno en matemática? O, ¿hay alguien que en su entorno usted reconoce que es alguien que tiene dificultades, que le cuesta la matemática?*

V: *Bueno, mis hijos hicieron toda la primaria nada más, salvo la más chica que dejó también a mitad de camino así que, pero no sabría decirle en matemática cómo anda. Sí, una anda muy bien en matemática, una de mis hijas.*

E: *Y, ¿qué hace falta, digamos, cómo se da cuenta de que alguien es bueno en matemática?*

V: *Comentarios de las mismas hermanas, hermanos siempre la encaran a ella para que les solucione unas cosas. Sí, siempre la encaran.*

E: *O sea que alguien que es bueno en matemática es demandado por otros para ayudarlos a resolver problemas. La gente le pide que la ayude, o sea, ¿esa sería una manera de darse cuenta si alguien es bueno en matemática?*

V: *Sí, sí, sí.*

E: *Y si alguien no es muy bueno en matemática, ¿cómo se daría cuenta usted?*

V: *Y, hablando con él, o trabajando con él, así, o, qué sé yo, yo creo que sí, uno trabajando o teniéndolo al lado de uno, hablando con él, por ahí pregunta algo y bueno, y enseguida se va a dar cuenta uno que no va.*

Recordemos que Vicente es demandado por sus compañeras para ayudar en matemáticas del mismo modo que él solicita ayuda de ellas para leer y escribir. Para aprender matemáticas en la escuela Vicente considera un requisito la presencia continua, como ya hemos señalado. Y en la escuela los alumnos deben prestar atención y escuchar a la maestra:

(EV2,R113)

E: *Y, em, un alumno que está estudiando algo de matemática, o que está haciendo algo de matemática, como usted que está aprendiendo algunas cosas, ¿qué tiene que hacer para aprender algo nuevo? O sea, ¿qué consejo usted le daría a otro alumno…?*

V: *Que no falte al colegio. Que no falte, que sea continuo. Porque uno ya falta dos o tres días, como me pasó el otro día a mí que no vine por dos días por problemas de trabajo, eh, ya pierdo el ritmo de los demás. Está bien, "Estamos en primer ciclo", como dice Juanita, pero no es ese el caso, hay que venir todos los días.*

E: *Y, ¿algo más tiene que hacer un alumno que quiere aprender algo más de matemática además de no faltar? Una vez que ya está dentro de la clase, o de la escuela.*

V: *Poner atención.*

E: *Poner atención, ¿y algo más?*

V: *Respetar a los compañeros, y que lo respeten. Escucharnos, escuchar lo que dice la profesora, y bueno, yo creo que, no sé a lo mejor me falta algo pero…*

Analicemos cómo considera Vicente las tareas y responsabilidades del buen maestro de matemáticas:

(EV2,R99)

E: *Em, y para usted Vicente, un buen maestro de matemática, ¿qué debe hacer?*

V: *¿Qué debe hacer? Eh… enseñar. Y bueno, empezando desde abajo y bueno, cada día ir creciendo e ir adelantando lo más los trabajos. O sea, como arrancaría uno, ¿no? Uno por uno, dos, y así, la tabla hasta ahí, llegando hasta arriba. Y después hacer, dividir por uno, por dos, por tres, por cinco, ir creciendo todo lo que pueda. Creo que es eso la enseñanza que un profesor o una profesora puede dar.*

E: *¿Y hay algo más que tiene que hacer un maestro para ser un buen maestro de matemática?*

V: *Que no se ofenda cuando uno le pregunta dos o tres veces. Que sea, así, como un compañero de trabajo. Brindarse con nosotros, ¿no? Eso lo veo yo. Porque a veces uno se siente molesto cuando le preguntan a ver, y ya como que se pone medio… y entonces ahí mismo uno ya se siente mal, por lo menos yo. Yo enseguida me caigo, me quedo mudo. Me comen los nervios por dentro, no hablo, no grito, nada, me va por dentro. No exploto como algunos que a veces viste explotan, pega unos gritos y ya está bien. Yo no.*

Vicente explica dos cuestiones centrales: una referida a la secuenciación de la enseñanza, la otra a su actitud ante los alumnos. En relación con la secuenciación considera que el docente debe enseñar de a poco, yendo de lo pequeño a lo grande e ir aumentando todo lo que se puede, ir "creciendo", como hizo él en su trabajo. En relación con la actitud del docente, Vicente le "pide" al maestro que no se moleste cuando los alumnos le solicitan ayuda, que se "brinde" como un compañero de trabajo. Explica que de lo contrario él se paraliza y se siente mal. Incluso en una entrevista en la que Vicente dudaba sobre si la escritura del número ochocientos ocho es 808 o bien 8008, a partir de ciertas interacciones con la entrevistadora avanza en sus conocimientos y explicita relaciones que le permiten escribir luego convencionalmente 707 y 7007. Frente a la devolución positiva de la entrevistadora también menciona la importancia del rol del maestro como ayuda:

(EV3,R146)

E: Ya está, ¿no?, ya está, lo aprendió, ¿no?

V: Sí, no eh…. En función de que tenga uno así, enfrente mío y que me vaya ayudando.

Aparecen en Vicente algunas ideas muy definidas respecto de cómo deben ser una buena clase de matemática y las interacciones entre alumnos y docente: es preciso que haya silencio en el momento de trabajo para poder concentrarse, que los alumnos puedan hacer preguntas y que la maestra dé la tarea para hacer:

(EV2,R133)

E: Y si la clase es de matemática, ¿qué es importante que suceda en una clase de matemática con muchos alumnos y un profesor, o una maestra?

V: Silencio.

E: Que haya silencio, ¿qué más?

V: Silencio, eh, pero principalmente silencio porque ya empiezan a hablar otro, otros, eh, me quedo así, se me va la imagen, se me va el… no me puedo concentrar.

E: ¿En qué momento de la clase es necesario que haya silencio? ¿Durante toda la clase…?

V: Durante toda la clase.

E: Y antes, hace un ratito, usted me había dicho que es importante escuchar a los compañeros.

V: No, no, no, no. Estoy de acuerdo cuando alguien hace una pregunta, estoy de acuerdo, no, que hable ¿no? Obvio. Pero cuando estamos trabajando todos, a veces nosotros hablamos, todo ahí, pero es un momento que estamos esperando que la señorita nos dé algún trabajo, entonces sí, hacemos chistes, nos reímos un poquito y después bueno nos ponemos de vuelta a trabajar. Yo digo silencio en el momento que estamos trabajando.

Cuando se le consulta sobre su punto de vista respecto del rol de la escritura en las clases de matemática Vicente considera que es importante escribir para poder dejar memoria de lo que se hizo. Ayuda a repasar, a volver sobre lo hecho y se constituye en fuente de consulta. Veamos cómo lo expresa:

(EV2,R159)

E: Y en las clases de matemática, ¿es importante, o es conveniente, o es necesario a veces escribir algo?

V: Sí.

E: ¿Cuándo y para qué le parece que vale la pena escribir?

V: Por ahí a veces si uno escribe bien y para no olvidarse de algo que lo hizo en matemática, lo podés escribir. Y dejarlo escrito, para después decir: "¿Cómo era esto?" lo vuelvo a repasar en fresco, o más tranquilo, que estoy solo, lo vuelvo a repasar. Yo lo veo así.

E: Es muy interesante lo que dice. O sea que anotar serviría para que en otro momento pueda usted consultar eso.

V: *Sí. Es lo mismo lo que me decía, que el presupuesto, lo puedo ver de ese que estoy haciendo para copiar más o menos de ese,*[1] *y bueno, eso me serviría lo mismo. Vuelvo a repasar.*

Profundicemos sobre cómo Vicente se percibe a sí mismo como matemático. Hemos mencionado que se considera inteligente pero que no sabe matemáticas. Cuando resuelve problemas matemáticos exitosamente siente mucha satisfacción, tanto dentro como fuera de la escuela:

(EV3,R3)

E: *(….) Bueno, una cosa que le quería preguntar es si usted se acuerda de alguna situación en la que se sintió bien porque le salió algo de matemática.*

V: *Acá en el colegio, a veces, cuando me sale bien, me pongo cómodo. Sí porque la matemática lo hago acá. Sí, acá en el colegio, cuando estoy haciendo matemática, cuando me sale me pongo muy contento.*

E: *¿Y afuera de la escuela le pasó alguna vez que algo le saliera rápido de matemática y se pusiera contento?*

V: *Sí, tal vez algunas veces, sí. Sí, a veces sí, sí. No recuerdo pero sé que me han salido varias veces.*

Algunas de las ideas de Vicente mencionadas anteriormente permiten comprender por qué Vicente tiene tan alta predisposición a trabajar en matemáticas. Por ejemplo, luego de una intensa y larga cuarta entrevista (de 32 minutos) centrada exclusivamente sobre la resolución y la reflexión en torno a un conjunto de problemas matemáticos, expresa con entusiasmo:

(EV4,R447)

E: *Perfecto. Bueno, bueno terminamos acá. Muchas gracias.*

V: *No, por favor. ¡Me encanta esto!*

O luego de una extensa interacción sobre la escritura de números:

(EV3,R245)

V: *Cincuenta mil… está (mientras escribe convencionalmente 50005 y se muestra muy contento).*

E: *Y está un poco contento me parece, ¿no? ¿Por qué? ¿Qué pensó?*

V: *Porque lo agarré enseguida.*

También advertimos el orgullo de su propia producción en este extracto ya citado:

(EV4,R200)

E: *(…) Estas cuentas así, ¿se acuerda cómo las aprendió, quién se las enseñó?*

V: *No, no… eso me lo hice yo. Esa es mi letra. Esta es mi enseñanza.*

---

[1] Vicente se refiere a que le propusimos usar un presupuesto real suyo ya hecho para que le sirviera de consulta al momento de hacer uno nuevo.

Vicente, en el grupo actual, es reconocido por sus compañeros como alguien que resuelve los problemas matemáticos con mucha facilidad. Le piden ayuda permanentemente e incluso recordemos que Claudio hablando de su propia facilidad dice “soy bueno, pero no soy Vicente”. Sin embargo, Vicente también evoca situaciones de sufrimiento por el fracaso en la resolución de un problema, tanto en el contexto escolar como en el laboral:

(EV3,R13)

E: *¿Y al revés, alguna situación de matemática que diga: “Mm, esto no me sale, no sé cómo hacerlo”? (Frente al asentimiento con la cabeza de Vicente). ¿Por ejemplo…?*

V: *Sí, varias veces. Varias veces que, cuando estaba en el otro ciclo que ahí no tenía apoyo de nadie, eh, no me salía y me daba mucha bronca. Porque sufría.*

E: *¿Qué eran, problemas, cálculos, qué eran?*

V: *Sí, eh, no, cálculos o ella escribía en el pizarrón decía: “Copien eso y soluciónenlo”. Claro, al no poder solucionar eso, eso no es matemática, eso es lengua. Eh, no poder escribir, entender. Yo sabía que copiaba por lo que estaba en el pizarrón, copiaba ahí y copiaba, pero después no podía solucionar porque no podía leer. Eso me puso muy mal.*

E: *¿Y de matemática que no le saliera algún cálculo, algún problema?*

V: *Eh, de matemática si acá en el mismo colegio que, con la lengua. Ah, primero que me decía: “Ya te explique una vez Vicente”.*

E: *La maestra decía eso… o sea ese es un recuerdo, una mala experiencia en la escuela, porque no lo ayudaban mucho… o nada.*

V: *Sí, de una mala. No me ayudaban mucho, nada, nada.*

E: *No lo ayudaban nada. ¿Eso no le pasa este año? ¿No le pasa esto este año?*

V: *No, no, no me pasa.*

E: *Y, ¿alguna situación en la que, afuera de la escuela, le pasó que algo de matemática no le saliera? ¿Que dijera: “Uh, yo debería poder hacer esto”, o: “Esto no me sale, me gustaría que me saliera y no me sale”?*

V: *No, eh… una vez me pasó que saqué mal los números y entregué mal el presupuesto, me la tuve que bancar.*

En la escuela, frente a las dificultades, Vicente considera que debería ser ayudado, pero en el trabajo un error matemático parece tener consecuencias económicas directas e irreversibles.

3.3.3 Algunos conocimientos aritméticos

Lectura y escritura de números. En una clase en la que se trabajó con cuadros con números de tres cifras Vicente, a pesar de precisar que le lean en voz alta las consignas escritas, resolvió sin dificultad los problemas numéricos.

Completá los casilleros remarcados									
300	*301*	*302*	*303*	*304*	*305*	*306*	*307*	*308*	*309*
310									
320									
330									
340									
350									
360									
370									
380									
390									
400									

Lee convencionalmente los números de la primera columna y a partir de ellos realiza sobreconteo para ubicar el número en el casillero marcado. Completa correctamente todos los números. El siguiente problema solicitaba a los alumnos que ubicaran en el mismo cuadro los números que correspondieran a estas informaciones:

a) Está en la fila del 320 y en la columna de los que terminan en 6.
b) Está en la columna de los que terminan en 9 y en la fila del 340.
c) Escribí los cinco números que siguen al 388.

Si bien en el problema anterior Vicente completó los casilleros sombreados realizando un recitado de los números consecutivamente, en este caso realiza una lectura del cuadro ingresando por la fila y la columna correspondientes sin necesidad de recurrir al recitado de una porción de la serie numérica. Por ejemplo, para ubicar los números correspondientes a los ítems a) y b):

(C4,R142)

C1: *Está en la fila del trescientos veinte…*

V: *Trescientos veinte (repite en voz baja).*

C1: *…Y en la columna de los que terminan en seis (leyéndole en voz alta el ítem a).*

V: *(Ubica la fila del 320 y la marca con un dedo de su mano izquierda. Luego localiza la columna del 6 y también la señala con la otra mano. Arrastra su dedo sobre el renglón del 320 hasta llegar a la columna del 6, donde se detiene). Acá sería el trescientos… veintiséis."*

(…)

C1: *(Leyendo el ítem b) Está en la columna de los que terminan en nueve y en la fila del trescientos cuarenta.*

A1: *Esto sí que es para romperse la cabeza.*

(Vicente recorre con su dedo la fila del 340 y se queda pensando).

C1: *(Repitiendo la consigna pero nombrando primero la fila y luego la columna) Está en la fila del trescientos cuarenta y en la columna de los que terminan en nueve.*

V: *Acá (señala el casillero inmediatamente después de que la maestra repite la consigna) Trescientos cuarenta y… ¿nueve?*

Cuando debe escribir los cinco números que siguen al 388 (ítem c) Vicente no entiende dónde escribirlos. Luego de un largo intercambio la capacitadora docente le dice que piense qué números van y luego dónde ponerlos y Vicente los dice y escribe correctamente:[1]

(C4,R462)

C1: *Vos seguí contando como si no estuviera la grilla y en todo caso después te fijás dónde ponerlos.*

V: *No, yo no tengo problema pero para empezar tengo que empezar de acá y vos me dijiste que empiece…*

---

[1] En el capítulo 6 realizaremos el análisis didáctico de esta situación.

C1: *Vos ya pusiste el trescientos ochenta y ocho y el trescientos ochenta y nueve. ¿Después cuál vendría?*

V: *Noventa. Tres noventa está acá (señalando el lugar de la grilla para el 390).*

C1: *¿Y el otro?*

V: *Noventa y uno (escribiendo 391).*

C1: *Claro.*

V: *Noventa y dos, noventa y tres (escribiendo 392 y 393).*

Resulta interesante destacar que cuando Vicente enuncia varios números de tres cifras consecutivos, economiza la lectura de los últimos omitiendo las centenas: "*trescientos ochenta y nueve, tres noventa, noventa y uno, noventa y dos, noventa y tres".* Primero deja de decir "cientos" en tres noventa; y luego también deja de decir "tres", si bien los escribe de manera completa. Vicente enuncia aquello que cambia y no la parte del número que permanece igual: las centenas.

En otros cuadros numéricos presentados en la misma clase Vicente identifica que abajo del número 287 debe ir el 297, que abajo del 307 van los números 317 y 327, identificando que (en estos cuadros de 10 x 10 con escala de 1 en 1) siempre el número "de abajo" es 10 unidades mayor. Luego, frente a la intervención de que retroceda para determinar cuál es el número que corresponde a un casillero marcado Vicente cuenta para atrás correctamente:

(C4,R670)

C1: *(Señalando el casillero debajo del 287). ¿Acá abajo qué va?*

V: *Doscientos… doscientos ¿noventa y siete?*

(…)

C1: *A ver, ahora tenés que retroceder hasta acá (señalando el casillero que se encuentra pintado en esa fila).*

V: *Doscientos noventa y seis, doscientos noventa y cinco, doscientos noventa y cuatro.*

(C4,R923)

C1: *¿Cómo lo pensaste Vicente este?*

V: *Porque lo fui bajando para abajo y ya llegué a ese. Lo fui bajando.*

C1: *Acá, ¿cuál iría para vos? (Señalando el casillero que se encuentra debajo del 307).*

V: *El tres… diecisiete.*

C1: *¿Y acá cuál iría? (Indicando el casillero debajo del 317).*

V: *Trescientos veintisiete."*

Vicente –en esta situación en la que se trataba siempre de números de tres cifras– lee y escribe números de manera convencional, es capaz de recitar una porción de la serie a partir de un número cualquiera de tres cifras, puede contar para atrás y escribir los números correspondientes, identifica en el cuadro numérico las regularidades que se ponen en juego al sumar o restar 1 y al sumar o restar 10.

Avancemos en el análisis de los conocimientos numéricos de Vicente relevados ahora en las entrevistas individuales. Lee convencionalmente números de dos, tres y cuatro cifras aislados, inclusive aquellos de tres cifras que presentan ceros en la posición de las decenas. En ocasiones duda frente a la interpretación de algunos números, por ejemplo, al leer 737, oscila entre si empieza con setenta o con setecientos, pero lo resuelve rápidamente y sin ayuda:

(EV3,R77)

E: *Bueno. Eh, yo escribo algunos números y usted me dice cuáles son. ¿Está?*

E: *(Escribe 37).*

V: *Treinta y siete.*

E. *(Escribe 737).*

V: *Setenta… no, ¿cómo es?, setecientos treinta y siete.*

E: *(Escribe 77).*

V: *Setenta y siete.*

E: *(Escribe 808).*

V: *Ochocientos ocho.*

E: *(Escribe 1000).*

V: *Mil.*

E: *(Escribe 1500).*

V: *Mil quinientos.*

E: *(Escribe 1506).*

V: *Mil quinientos seis.*

Uno de los errores que produce en la interpretación es en el orden de la potencia involucrada, leyéndolo como si tuviera un cero más o un cero menos:

(EV4,R51)

E: *¿Y si tuviera que pagar esta cantidad, o tuviera que cobrar esta cantidad de plata (escribiendo 1.030)?*

V: *¿Diez mil trescientos?*

También aparecen otros errores y dudas similares a los encontrados en Isabel. Por ejemplo, para escribir ochocientos ocho duda entre 808 y 8008. Vicente se apoya en el nombre del número escribiendo en cifras las "partes" del nombre del número; escribe, por ejemplo, para "ochocientos ocho" primero el "ochocientos" y luego "ocho", y obtiene 8008.[1] Vicente, también como Isabel, nos explica incluso que siempre "le cuestan los ceros":

(EV3,R98)

E: *(Dictando números). Ochenta.*

V: *Ochenta. (Y escribe 80).*

E: *Cien.*

---

[1] Como ya hemos mencionado para el caso Isabel, presentamos en el capítulo 2 aquellas investigaciones con niños y adultos que han relevado estas escrituras llamadas por distintos autores "aditivas", "yuxtapuestas" o "literales". Retomaremos este análisis en el capítulo 5.

V: *(Escribe 100).*

E: *Ciento ocho.*

V: *(Escribe 108).*

E: *Ochocientos ocho.*

V: *Ochocientos ocho, ¿otro cero más? No.*

E: *Usted escríbalo y ahora, ahora vemos. Si tiene dudas, yo lo ayudo.*

V: *Ochocientos ocho (dice pensando….).*

E: *Ochocientos ocho, escríbalo como le parece y yo le prometo que lo ayudo.*

V: *No, está bien… yo creo… así, un ocho dice ahí (mientras escribe 808).*

E: *Mm, ¿y ahora está seguro que es así?*

V: *Yo creo que lleva un cero más.*

E: *A ver, escríbalo abajo, y vemos.*

V: *Ochocientos ocho (escribe 8008).*

E: *Bueno, a ver, vamos a ver… Usted no sabe cuál de estos dos es el ochocientos ocho.*

V: *Sí, tengo dudas.*

E: *Tiene dudas.*

V: *Siempre me cuestan los ceros.*

Vicente conoce la escritura convencional de los nudos o números redondos 800 y 8000, y a partir de esas escrituras parece dudar entre dos hipótesis: que la escritura del ochocientos ocho tenga la misma cantidad de cifras que el 800 y la escritura aditiva del ochocientos ocho reflejando el nombre del número “ochocientos ocho”. Veamos cómo sigue la entrevista:

(EV3,R118)

E: *Perfecto, está muy bien. Vamos a dejarlos un poquitito de lado, y yo le digo otro número, y a ver si eso nos ayuda. Ochocientos.*

V: *Ochocientos (Escribe 800).*

E: *Ocho mil.*

V: *¿Ocho mil?*

E: *Sí.*

V: *¿Acá? (Escribe 8000).*

E: *Sí. Bueno, ahora que usted ya sabe que este es el ochocientos (señalando 800), y este es el ocho mil (señalando 8000), ¿cuál de estos dos le parece que será el ochocientos ocho? ¿Este o este? (señalando 808 y 8008 escritos anteriormente por Vicente). Porque este es el ochocientos (señalando 800), y este es el ocho mil (señalando 8000), de eso está seguro, ¿no?*

V: *Nosotros ochocientos dijimos, ¿no?*

E: *Ochocientos ocho, cuando yo le pregunté cómo se escribe el ochocientos ocho, usted me dijo que dudaba entre estos dos (mostrando 808 y 8008).*

V: *Esta (señala 808).*

E: *Mm, ¿cómo hizo para estar ahora seguro? Hace un ratito no estaba muy seguro, pero ahora sí.*

V: *Porque ahora veo que el ocho, el cero y el ocho, ¿no cierto? Y acá me ponés el ocho, el cero y el otro cero. Acá, en lugar del cero, iría el ocho.*

E: *Ajá, ¿y entonces ese qué número sería? (señalando el 8008)*

V: *Eh, ocho mil ocho.*

E: *Eh, setecientos siete.*

V: *(Escribe 707).*

E: *Siete mil siete.*

V: *Siete mil… siete. (Escribe 7007).*

Hemos visto cómo Vicente, durante la entrevista, utiliza como punto de apoyo el recurso de la escritura de los nudos. Tengamos en cuenta que esta escritura también es punto de apoyo para producir el error o para justificarlo (8008 es ochocientos ocho porque tiene el 800 y el 8). Sin embargo, Vicente ahora elabora una conjetura que le permite "acortar" su escritura aditiva: "en el lugar del cero, iría el ocho". Este conocimiento –en el que explicita una relación que contempla la posición de las cifras– lo reutiliza después para producir convencionalmente 707 y 7007.

La misma entrevista continúa con el dictado de números mayores de cinco, seis o más cifras, cuestión sobre la que nos resulta interesante destacar algunos aspectos. Vicente confunde la cantidad de ceros entre cien, mil, diez mil. Trabajar con los distintos nudos (en magnitud decreciente) le permite revisar sus propias escrituras, a las que le faltaban ceros, porque llega a escribir cien y mil de igual manera y Vicente sabe que no puede ser correcto. Lo mismo sucede con los números veinte mil, dos mil y doscientos. Enfrentarse a la escritura conjunta de estos números le permite reorganizar su propia producción.

Otra cuestión a destacar es que frente a sus dudas sobre la escritura del número dos mil se le propone utilizar como punto de apoyo la escritura del año en curso, 2009. El conocimiento del número del año funciona como forma estable y Vicente lo escribe de manera convencional. Sin embargo, al analizar cómo se escribirá el número dos mil, consultando su propia escritura 2009, duda entre 200 y 2000. Para ambos existe una lógica. Si dos mil nueve se escribe 2009, apelando al nombre del número, podría ser que el 200 correspondiera a "dos mil" y el 9 a "nueve", utilizando la hipótesis de escritura que reproduce la oralidad. Por otra parte, entra en juego la otra hipótesis acerca de que el número dos mil nueve debe tener la misma cantidad de cifras que dos mil, justificando entones 2000 como la escritura correcta. Vicente duda entre ambas aunque finalmente reconoce el número 2000 como dos mil.

Una tercera cuestión que nos interesa analizar es cómo, durante este extracto de entrevista, vemos nuevamente el trabajo que va realizando Vicente en torno a la revisión de su hipótesis inicial de escritura aditiva, hasta que pregunta para la escritura del cincuenta mil cinco: "¿Va afuera, va totalmente con los cinco ceros, y aparte el cinco?", realizando una clara puesta en palabras de su propia conjetura en proceso actual de revisión. Veamos entonces estas tres cuestiones en este muy largo extracto de entrevista:

(EV3,R148)

E: *Diez mil, ¡epa!*

V: *Diez mil.*

V: *(Escribe 1000).*

E: *Mil.*

V: *(Escribe 100).*

E: *Cien.*

V: *(Escribe 100) Ah, ah, este… (mirando las dos escrituras iguales de 100 para números distintos y dudando).*

E: *¿Qué pasó?*

V: *Me falta otro cero, ¿no?*

E: *Ajá.*

V: *Sí.*

E: *¿Y entonces este qué número es?*

V: *¿Qué me pediste? Diez mil.*

E: *Primero diez mil, después mil y después cien.*

V: *Mil. No, los dos tengo con… igual. ¿Acá me falta otro cero?*

E: *Mm.*

V: *Ahí está (agrega un cero al 100 que era para mil y otro cero al 1000 que era para diez mil).*

E: *Bueno, entonces ¿este cuál es? (Señalando 10000).*

V: *Diez mil.*

E: *¿Este? (Señalando 1000).*

V: *Mil.*

E: *¿Y este? (Señalando 100).*

V: *Cien.*

E: *Claro, la primera vez que lo escribió, cuando yo le pedí diez mil, escribió así: mil (mostrando 1000).*

V: *Claro.*

E: *Y le faltaba un cero. Cuando le dije mil, escribió cien. Y cuando yo le dije cien, ahí se dio cuenta.*

V: *Ahí me di cuenta, sí.*

E: *¿Por qué se dio cuenta?*

V: *Porque no podía ser dos del mismo... con los tres números. Con los tres ceros. Uno tendría que llevar eh, más. El de diez mil, ¿está?*

E: *Perfecto. Veinte mil.*

V: *¡Ya te fuiste…!*

E: *¿Cómo? ¿Ya me fui? Ja, ja.*

V: *Ahí está (escribe 2000).*

E: *Dos mil.*

V: *Dos mil. Veinte mil (dudando)… ¿Este está bien o falta otro cero? Me parece que falta otro cero.*

E: *A mí también.*

V: *Sí (agrega el 0 y le queda 20000).*

E: *Dos mil.*

V: *(Vicente escribe 200) ¿Y este está bien?*

E: *No sé dónde termina este. ¿Termina ahí? (Quedan pegados el 20000 y el 200).*

V: *Este termina acá (hace una raya separándolos).*

E: *Sí. A ver ahora, ahora vemos. ¿Este es veinte mil? (Mostrando 20000).*

V: *Sí.*

E: *Ahora, este es dos mil, y no estás seguro (mostrando 200).*

V: *No.*

E: *Escriba abajo como le parece que también puede ser, y lo pensamos.*

V: *Eh, dos mil (escribe 2000).*

E: *No está seguro cuál de estos dos es el dos mil (mostrando sus escrituras 200 y 2000).*

V: *No estoy seguro.*

E: *Bueno, le voy a dar una pista: ¿sabe en qué año estamos?*

V: *En el dos mil nueve.*

E: *Dos mil nueve, ¿se anima a escribirlo a dos mil nueve?*

V: *Dos mil nueve, como se escribía… dos mil… ¿así? (Escribe 2009).*

E: *Saber que este es el dos mil nueve (señalando 2009), ¿lo ayuda a pensar cuál de estos dos es el dos mil?*

V: *Sí, es este (señala el 200).*

E: *¿Es este? ¿Por qué?*

V: *Porque lleva dos… ¡ah no! este, perdón (señala el 2000).*

E: *¿Por qué a ver?, cuénteme Vicente por qué cambió de idea. Porque cambió de idea.*

V: *Por qué cambié de idea, porque acá tenemos tres ceros, y acá tengo dos ceros, y antes de tres, lo tengo al nueve. ¿Es así?*

E: *Ajá. ¿Y este qué número será?*

V: *Doscientos.*

E: *Doscientos. Eh, me parece que aprendió algo muy importante, ¿no, Vicente? Este ratito… ¿Qué aprendió?*

V: *Sí. De ubicar los números e ir sabiendo los, los… igual no aprendí mucho porque eso…*

E: *Pero hay algo que se dio cuenta en este ratito, ¿no?*

V: *Claro.*

E: *Algo de los lugares a ver, ¿cómo es eso?*

V: *De los ceros. Pero tengo que estar más… un poco más con esto…*

E: *Sí, sí, sí. ¿Pero qué empezó a pensar? Porque hay algo que empezó a pensar que me lo explicó acá con los ceros, el ocho, ¿cómo es?*

V: *Claro, porque me, me… a lo mejor de repente no sabía muy bien cuántos ceros llevaba, eh, ¿cuál fue el que tuvimos…? con este. Pero bueno ahora ya lo voy agarrando.*

E: *A ver, ¿probamos una vez más?*

V: *Dale.*

E: *Quinientos.*

V: *Quinientos… (escribe 50). Eh, este es cincuenta. Ahí está (le agrega un 0).*

E: *Cinco mil.*

V: *(Escribe 5000).*

E: *Quinientos cinco.*

V: *Quinientos… cinco (mientras escribe 505).*

E: *Cinco mil cinco.*

V: *Cinco mil… cinco mil… ¿así? (Mientras escribe 5005).*

E: *A ver, ¿qué números son?*

V: *Quinientos, cinco mil, quinientos cinco, cinco mil cinco (leyendo 500, 5000, 505 y 5005).*

E: *Y a ver uno, como dice usted: "ya me fui", cincuenta mil.*

V: *Cincuenta mil… (escribe 5000 y piensa) lleva otro cero más, ¿no? (al agregar el 0 le queda 50000).*

E: *Ajá. Y ahora cincuenta mil cinco.*

V: *Cincuenta mil… está (mientras escribe convencionalmente 50005 y se muestra muy contento).*

E: *Y está un poco contento me parece, ¿no? ¿Por qué? ¿Qué pensó?*

V: *Porque lo agarré enseguida.*

E: *¿Qué agarró? A ver, cuénteme qué agarró.*

V: *Acá le puse cuatro ceros (señalando el 50000), tengo que llevar tres ceros y poner un cinco.*

E: *Ajá. Y, a ver, probamos, cincuenta mil quinientos.*

V: *Cincuenta mil…*

E: *Quinientos.*

V: *(Escribe 500.500 usando por primera vez el punto).*

E: *Y ahora, cincuenta mil cincuenta.*

V: *Cincuenta mil… es mucha plata.*

E: *Es mucha plata ¿no? Pueden ser otras cosas.*

V: *¿Cincuenta mil cuánto?*

E: *Cincuenta.*

V: *Cincuenta. ¿No es lo mismo que esta?*

E: *¿Puede ser lo mismo?*

V: *Cincuenta mil…*

E: *¿Pueden escribirse igual cincuenta mil cincuenta y cincuenta mil quinientos?*

V: *No. Ah, este es quinientos (señalando el 500 de 500.500).*

E: *Sí, yo le pedí primero cincuenta mil quinientos.*

V: *Que es esta (señalando el 500.500).*

E: *Eso dijo usted. Y…*

V: *Mm, veo que no me contestaste es porque no debe ser…*

E: *Usted está en duda ahora si puede ser. Y yo todavía no le estoy diciendo si está bien o está mal.*

V: *Eh, cincuenta mil…*

E: *Uno tiene que ser cincuenta mil cincuenta, y el otro cincuenta mil quinientos. Piénselo, piénselo tranquilo.*

V: *Este es cincuenta mil… cincuenta mil cincuenta. ¿El otro que me pediste?*

E: *Cincuenta mil quinientos.*

V: *Quinientos… ¿así? (Por el 500.500).*

E: *A ver. Em, dígame, en qué le parece que sí, o sea, nosotros acá tenemos el quinientos, el cinco mil, el cincuenta mil, y cincuenta mil cinco, ¿sí? (Señalando los números anteriores). Todos estos lo pueden ayudar para ver si este es o no es el cincuenta mil cincuenta y si este es o no es el cincuenta mil quinientos.*

V: *Acá me falta otro cero.*

E: *¿Por qué?*

V: *Digo yo. Porque acá tenemos tres. ¿Puede ser?*

E: *Y, pero ¿qué número es este? (Señalando el 50005).*

V: *Cincuenta mil cinco.*

E: *¿Y este? (Señalando el 50000).*

V: *Cincuenta mil.*

E: *¿Y por qué si los dos empiezan con cincuenta mil, uno tiene cuatro ceros y el otro tiene tres ceros, de estos dos?*

V: *Porque tengo el cinco.*

E: *¿Y entonces?*

V: *Lleva otro cero arriba.*

E: *¿O sea que sería como este? Ah, no, el cero ahí.*

V: *El cero acá, ¿es así?*

E: *A ver, escríbalo si quiere abajo, y seguimos pensando. ¿Cuál sería este?*

V: *Cincuenta mil quinientos. O cincuenta. No, cin… cincuenta mil cincuenta.*

E: *Y a ver, quinientos mil, ¿cómo se escribirá? Los dejamos en duda, a estos tres los dejamos en suspenso por ahora, eh.*

V: *Quinientos…*

E: *Quinientos mil.*

V: *Eh, ¿se hace un puntito acá? (Luego del 500).*

E: *Se puede hacer, sí. Si uno quiere se puede.*

V: *¿Y se hace otro cero más? (Le había quedado 500.00).*

E: *Sí.*

V: *(Agrega el 0 y le queda 500.000).*

E: *Este es el quinientos mil (señalando el 500.000). Si este es el quinientos mil, ¿cómo cree que se llamará este? ¿O este? Puede hacer los puntitos si quiere, ¿eh?*

V: *Sí, eh… cincuenta mil… cincuenta. Y este es cincuenta mil quinientos. Tengo… este como que estaría bien, digo yo.*

E: *¿Dónde iría ahí el puntito?*

V: *Acá. ¿Es así?*

E: *Sí. ¿Y para qué le sirve ahora hacer este punto? Cuando usted me pidió acá, o me preguntó si podía hacer el punto…*

V: *Eso, no eso era otra cosa tampoco que no lo tengo muy bien claro. Si va ahí o acá.*

E: *Eh, en este número está bien donde está porque… los puntos se pueden usar o se pueden no usar, pero si se usan, se ponen cada tres números empezando desde atrás, o sea…*

V: *De acá a acá, entonces, ¿está bien este? (Refiriéndose al punto de 500.000).*

E: *Claro, o sea este punto está bien puesto y este punto está bien puesto. Y se pueden usar para los miles o para los millones, entonces, por ejemplo, en este número, que es mil (escribiendo 1000), yo puedo escribirlo así, o lo puedo escribir con puntito (agregando el punto), y el número un millón, que es así (escribiendo 1000000), puedo escribirlo con puntitos o sin puntitos, pero si le pongo puntitos, pongo uno acá, que es después de tres lugares, y otro acá después de otros tres lugares (agregando los puntos). Para lo que sirven los puntitos es para leerlos más rápido, para que uno no tenga que contar los ceros, y mirándolo ya se dé cuenta que este es miles (mostrando 1.000), y que si tiene dos puntitos es millones (mostrando 1.000.000). Entonces yo miro este número escrito y sin hacer mucho trabajo, ya sé que es seis millones y algo, porque tiene dos puntitos (mientras escribe 6.546.367). Y si es así, ya sé que es seis mil y algo (tapando 367).*

V: *Seis mil trescientos…*

E: *Claro, un puntito... son miles digamos, y dos puntos ya son millones, ¿sí? No es obligatorio usarlos, pero sí se usan para ayudar a la escritura y a la lectura, sobre todo a la lectura. Eh, bueno, entonces volvemos acá: este era el quinientos mil, ¿sí? (mostrando 500.000), ¿cómo se escribirá el quinientos mil cinco?*

V: *Quinientos mil cinco. Y… iría así se me hace a mí (escribe 5000005).*

E: *Y a ver, póngale los puntitos.*

V: *Y ahí (pone el punto de los miles).*

E: *¿Y qué más?*

V: *Y acá (pone el punto de los millones y le queda 5.000.005).*

E: *¿Y qué número es entonces?*

V: *Quinientos mil… ¿cinco?*

E: *Le voy a dar una pista, una ayuda. Este es el cinco millones cinco. Porque tiene un puntito acá, y otro acá, entonces es cinco millones. Cinco millones cinco. Este es el quinientos mil, ¿eh? (señalando el 500.000). Para escribir el quinientos mil cinco… a ver…*

V: *¿Tendría que ir acá, el cinco? (señalando el último cero de 500.000)*

E: *A ver…*

V: *¿Ahí no iría el cinco? Quinientos mil…*

E: *Escríbalo, escríbalo y después vemos, no hay problema. No sabe si va acá ¿o dónde?*

V: *No sé si lleva cuatro ceros quinientos mil.*

E: *Este es el quinientos mil, ¿sí? El quinientos mil cinco... ¿se acuerda cuando recién mirábamos el dos mil…?*

V: *Quinientos mil cinco. ¿Va afuera, va totalmente con los cinco ceros, y aparte el cinco?*

E: *Esa pregunta es buenísima, Vicente. Pero se la va a contestar usted solo mirando estos números. El ochocientos… este es el ochocientos, y este es el ochocientos ocho. ¿Qué pasa con los ceros y el ocho ahí?*

V: *El ocho ocupa el lugar del cero.*

E: *Ajá. ¿Qué pasa acá con el ocho mil, y el ocho mil ocho?*

V: *El ocho ocupa el lugar del cero.*

E: *Ajá. ¿Cuántos ceros tiene ocho mil?*

V: *Tres.*

E: *¿Y ocho mil ocho?*

V: *Dos.*

E: *¿Y, dónde está el otro cero? ¿Qué pasó?*

V: *En el ocho.*

E: *Bueno, eso que usted se da cuenta muy bien para el ochocientos y el ochocientos ocho, para el ocho mil y el ocho mil ocho, fíjese si sirve para el cincuenta mil cinco y para el quinientos mil cinco. Eso de que el ocho… ocupa el lugar.*

V: *Sí.*

E: *Este es el quinientos mil, ¿cómo será el quinientos mil cinco?*

V: *Quinientos mil cinco. ¿Así? (escribe 500005)*

E: *Sí, ¿y cómo será el quinientos mil cincuenta?*

V: *El quinientos mil… quinientos mil… ¿cincuenta? (Escribe 5000050).*

E: *Sí.*

V: *¿Este era, cuánto? (Señalando el 500.000).*

E: *Este es quinientos mil, y este es quinientos mil cinco (señalándolos respectivamente).*

V: *Mm.*

E: *Mm, a ver, fíjese si…*

V: *No, acá tendría que ir el cinco. ¿Así? (Escribiendo 500050).*

E: *Bueno, ¿de qué se dio cuenta?*

V: *Por el cero que… le puse cuatro ceros y tendría que llevar tres.*

E: *¿Por qué?*

V: *Por esto que estuvimos viendo acá.*

E: *Mm, bueno, está muy bien, ¿no?*

V: *Sí. Me gusta esto porque es otra cosa de que… que yo a veces ando con muchos números, no ando con mucha plata pero ando con muchos números.*

Por último es interesante destacar –a pesar de lo extenso de toda esta parte de la entrevista que abarca de manera continua los diferentes extractos reproducidos en este apartado– el sostenido entusiasmo e interés de Vicente por elaborar relaciones que le permitan revisar sus conocimientos, producir nuevos y explicitarlos, generalizarlos de tal manera que sean útiles para otros números. No olvidemos que Vicente quiere aprender sobre la numeración y el cálculo para poder seguir creciendo, para ser más independiente, para usar su libro de cálculo. Aprender a escribir bien los números le permitirá también elaborar con mayor seguridad sus propios presupuestos y no confundirse con las consecuencias económicas que esos errores le produjeron ya.

También Vicente determina sin dificultad cuál es el mayor entre dos números escritos de diferente cantidad de cifras. Justifica sus elecciones de maneras diferentes; en este caso por medio de la lectura de los números haciendo un “redondeo”.

(EV4,R5)

E: *Yo lo que le quería preguntar era, de estos números, por ejemplo, de estos dos números que yo escribo acá, eh, si usted me puede decir cuál de los dos es más grande (escribiendo 556 y 43).*

V: *El más grande, ese (señalando 556).*

E: *Ajá, y ¿de estos dos?, ¿cómo se dio cuenta de cuál era más grande?*

V: *Porque vamos por quinientos, y el otro tenemos cuarenta. O cincuenta o así.*

En este otro caso creemos que recurre al criterio de la cantidad de cifras relevado en niños pequeños (Lerner y Sadovsky, 1994). Si bien al solicitarle justificación recurre a la lectura de los números, vemos que realiza una interpretación equivocada (trescientos por tres mil) y como él sabe que quinientos es mayor que trescientos nos es posible afirmar que no utilizó el recurso de la lectura de los números. También nos muestra sus dudas respecto de la interpretación que abonaría a descartar la hipótesis de este procedimiento.

(EV4,R11)

E: *¿Y de estos dos (escribiendo 556 y 3216)?*

V: *El primero (refiriéndose a 556).*

E: *¿Por qué?*

V: *No, no, no. Este (señalando 3216).*

E: *¿Por qué?*

V: *Porque es trescientos, y este es quinientos cincuenta y seis. Y el otro es trescientos... no, treinta y… a ver, perá. Treinta y dos mil dieciséis. ¿Es así?*

Al comparar un número de tres cifras con otro de siete cifras, para explicar cómo se dio cuenta de cuál era mayor también explicita la lectura de los mismos y no el criterio de la cantidad de cifras. Sin embargo, nos parece que la velocidad de su respuesta y la utilización de la expresión “aquello” y “no lo sabía leer todo completo” denotan que ha usado otra estrategia, comparar la cantidad de cifras.

(EV4,R20)

E: *Y, ¿de estos dos (escribiendo 787 y 4.365.372)?*

V: *Aquello (señalando 4.365.372).*

E: *¿Cómo se dio cuenta tan rápido?*

V: *Porque es cuarenta y tres mil, eh, no cuarent… a ver…*

E: *Pero usted está seguro que es este igual, ¿no es cierto?*

V: *Sí.*

E: *¿Cómo está tan seguro de que es este si…?*

V: *Porque acá tenemos eh, setecientos ochenta y siete.*

E: *Sí.*

V: *Y ahí ya tenemos cuarenta y tres mil, daría… en una palabra. No lo sabría leer todo completo pero, pero el mayor es ese.*

Pensamos que Vicente se siente exigido a leer los números porque supone que se trata de un conocimiento más valioso, canónico, formal o escolar que comparar la cantidad de cifras.[1]

Valor posicional. Vicente tiene conocimientos sobre el valor posicional que le permiten resolver problemas variados. Logra interpretar en la información que porta la escritura del número las descomposiciones en billetes de $ 100, $ 10 y monedas de $ 1. A pesar de que al interpretar o escribir números, en ocasiones se confunde, no tiene dificultad alguna para interpretar el valor posicional en el contexto del dinero:

(EV4,R31)

E: *Bueno. Y, le hago otra pregunta, eh, por ejemplo, si usted tiene que cobrar…, ¿no?, en un trabajo esta cantidad de dinero, ¿sí? Tiene que cobrar esta cantidad de dinero (escribiendo 753). ¿Cuántos billetes de cien (vamos a suponer que le pagan con billetes de 100), cuántos billetes de cien…?*

V: *Siete.*

E: *¿Y el resto cómo le podrían pagar?*

V: *Podría ser un billete de cincuenta, o de diez. Y después le devuelvo tres pesos.*

E: *¿Cuántos billetes de diez necesitaría?*

V: *Cinco.*

E: *¿Y de un peso cuántas?*

V: *Tres. O dos de un peso, y uno de un peso. Digo, dos de dos pesos, sí, perdón. No, perdón, una de un peso, y una de dos.*

E: *Y, si tuviera que cobrar esta cantidad de plata, ¿sí? Tres mil cuatrocientos treinta pesos (mientras escribe $ 3.430), ¿cuántos billetes de cien…?*

V: *Treinta billetes de cien.*

E: *¿Y algo más necesitaría para el resto?*

V: *Tres mil cuatrocientos… (leyendo el número)*

E: *Sí.*

V: *Cuatro billetes de cien. No perdón, treinta y cuatro billetes de cien, y tres billetes de diez.*

E: *¿Y si tuviera que pagar esta cantidad, o tuviera que cobrar esta cantidad de plata (escribiendo 1.030)?*

V: *¿Diez mil trescientos?*

E: *Mil treinta.*

V: *Mil treinta, perdón.*

E: *Sí.*

V: *Mil treinta. Eh, y serían billetes… diez billetes de cien. Y tres billetes de diez.*

E: *¿Y esta cantidad de dinero (escribiendo 3475)?*

V: *¿Tres mil cuatrocientos setenta y cinco?*

E: *Sí.*

[1] En el capítulo 6 analizaremos las diferencias entre procedimientos efectivamente usados y procedimientos por medio de los cuales los adultos justifican.

V: *Eh, lo mismo, eh, treinta y cuatro billetes de cien, y de diez… siete billetes de diez y una de cinco.*

Como hemos visto, logra determinar con facilidad los billetes y monedas necesarios para formar una cantidad como 753. También identifica mirando la escritura del número 3475 los 34 billetes de 100 sin necesidad de realizar cálculos multiplicativos y aditivos (4 de 100 son 400, 30 de 100 son 3000, 30 + 4 = 34 billetes de 100, etcétera).

Vicente también utiliza sus conocimientos sobre el valor posicional al realizar cálculos estimativos de suma, como en este caso, en que interpreta el 3 correspondiente a las centenas como 300, el 5 como 500 y al sumarlos obtiene 800. Realiza el mismo procedimiento al interpretar el número 5 y el número 3 de sendas decenas como 50 y 30, obteniendo 80:

(EV4,R223)

E: *Em, y… una pregunta, si…, por ejemplo, si yo le diera esta cuenta: trescientos cincuenta y cuatro más quinientos treinta y seis, ¿no?, sin hacerla, usted, más o menos, ¿me podría decir cuánto cree que puede llegar a dar? (Escribiendo verticalmente 354 + 536).*

V: *¿Este es seis?*

E: *Sí. Más o menos, este número, trescientos cincuenta y cuatro y quinientos treinta y seis, más o menos, ¿cuánto puede dar? ¿Dará más o menos que mil?*

V: *Eh… menos de mil.*

E: *¿Cómo se da cuenta?*

V: *Porque acá tenemos ochocientos… (señalando las centenas respectivas y sumándolas) y hay ochenta… (señalando las decenas respectivas y sumándolas).*

E: *Sí, y entonces ya… le parece que no llega a mil.*

V: *No llega.*

Algunos problemas en torno a la ubicación de números en un cuadro en el que irían los números entre 300 y 400 presentados por la docente en situación de clase –ya analizados en el apartado anterior– también nos ayudan a interpretar el conocimiento sobre el valor posicional del que Vicente dispone:

(C4,R637)

C1: *Del trescientos treinta y tres al trescientos cuarenta y tres, ¿cuántos números se agregan?*

V: *Eh, diez números.*

Hemos visto también cómo frente a los conflictos que se le producen frente a la lectura y escritura de números Vicente se apoya en el análisis de la posición de las cifras. Reproducimos nuevamente parte de ese extracto:

(EV3,R131)

E: *Ochocientos ocho, cuando yo le pregunté cómo se escribe el ochocientos ocho, usted me dijo que dudaba entre estos dos (mostrando 808 y 8008).*

V: *Esta (señala 808).*

E: *¿Cómo hizo para estar ahora seguro? Hace un ratito no estaba muy seguro, pero ahora sí.*

V: *Porque ahora veo que el ocho, el cero y el ocho, ¿no cierto? Y acá me ponés el ocho, el cero y el otro cero. Acá, en lugar del cero, iría el ocho.*

Y más adelante:

(EV3,R352)

E: *Este es el quinientos mil, ¿sí? El quinientos mil cinco... ¿se acuerda cuando recién mirábamos el dos mil…?*

V: *Quinientos mil cinco. ¿Va afuera, va totalmente con los cinco ceros, y aparte el cinco?*

E: *Esa pregunta es buenísima, Vicente. Pero se la va a contestar usted solo mirando estos números. El ochocientos… este es el ochocientos, y este es el ochocientos ocho, ¿qué pasa con los ceros y el ocho ahí?*

V: *El ocho ocupa el lugar del cero.*

E: *Ajá. ¿Qué pasa acá con el ocho mil, y el ocho mil ocho?*

V: *El ocho ocupa el lugar del cero.*

En el apartado siguiente analizaremos también cómo Vicente pone en juego sus conocimientos sobre el valor posicional frente al algoritmo para sumar dos números de dos cifras que requieren agrupar unidades en una decena.

Operaciones. Campo aditivo. Del mismo modo que hemos señalado para Isabel y para Claudio, también pudimos relevar en clases que Vicente reconoce los sentidos de las operaciones de suma y resta en problemas en los cuales los sentidos involucrados son agregar, unir, quitar, perder, calcular la diferencia. Resuelve estos problemas sin dificultad tanto con números pequeños como con números redondos de varias cifras. También interpreta sin dificultad los datos de cuadros de doble entrada con informaciones variadas, y utiliza sumas y restas por medio del cálculo mental para completar casilleros vacíos que exigen averiguar totales o calcular diferencias. Apenas le leen en voz alta los enunciados de los problemas presentados, responde diciendo la solución, sumando o restando mentalmente y escribiendo las respuestas. Vicente, como hemos mencionado ya, es reconocido por sus compañeros como alguien que se destaca por la velocidad de sus cálculos y la facilidad para resolver los problemas, conocimientos que él mismo adjudica a la clase de trabajos que realiza, o que para él realizan los hombres.

Dispone de resultados memorizados de cálculos mentales de sumas entre números “redondos”, como 100 + 100 o 400 + 400. Cuando no sabe de manera memorizada un resultado, utiliza estrategias que le permiten obtenerlo. Por ejemplo, para calcular 1600 + 1600 opera con 16 + 16 y, luego de obtener 32, restituye el valor de las cifras:

(EV4,R63)

E: *Bueno, le hago otras preguntas. (…) Usted, algunos cálculos, ¿sabe así de memoria? Por ejemplo, ¿cien más cien?*

V: *Sí.*

E: *¿Cuánto es?*

V: *Cien más cien, doscientos.*

E: *¿Y doscientos más doscientos?*

V: *Cuatrocientos.*

E: *¿Y cuatrocientos más cuatrocientos?*

V: *Ochocientos.*

E: *¿Y ochocientos más ochocientos?*

V: *Mil seiscientos.*

E: *¿Y mil seiscientos más mil seiscientos?*

V: *Treinta y dos.*

E: *¿Treinta y dos qué?*[1]

V: *Treinta y dos mil.*

E: *¿Y treinta y dos mil…?*

V: *No, perá, mil… tres mil doscientos.*

E: *(…) ¿Tres mil doscientos más tres mil doscientos?*

V: *Seis mil cuatrocientos.*

Vicente también conoce y usa correctamente el algoritmo para sumar dos números de dos cifras, aun cuando requiera agrupar las unidades en una decena:

(EV4,R204)

E: *Ajá, y ¿también sabe hacer cálculos así escritos, como, por ejemplo, si uno quisiera hacer, qué sé yo, cuarenta y ocho más setenta y tres? Así, cuentas verticales, ¿eso sí sabe hacer? (Mientras escribe verticalmente la suma 48 + 73).*

V: *Ah, sí, sí, sí.*

E: *A ver, cuénteme cómo la piensa.*

V: *Eh, bueno no, acá no porque son eh… once (sumando las unidades 8 y 3), me llevo uno, a veces para no complicarme más le pongo a este el uno, que serían ocho.*

E: *Sí, le suma el uno al siete.*

V: *Sí, y... cuatro, doce, ¿es así? (Le queda escrito el resultado correcto 121).*

E: *Sí. Y esta… ¿Se acuerda de cómo lo aprendió? O también...*

V: *No, no. Lo fui haciendo así en fila. He sacado cuentas más largas.*

E: *Ajá. Y no se acuerda nadie, nadie que le enseñó. ¿Y eso de "me llevo uno"? ¿Lo escucho en algún lado…?*

V: *No, no. Eh… sí, eso lo escuché en algún lado, eso sí creo que alguien me lo enseñó. Pero no me acuerdo.*

E: *No se acuerda, ¿pero hace mucho?*

V: *¿Eh?*

E: *¿Hace mucho que lo hace?*

V: *Sí, bastante. Bastante.*

---

[1] El error siguiente de Vicente, decir "treinta y dos mil" es un efecto de contrato didáctico. La (poco feliz) pregunta sugiere que falta "una parte" y no se usa decir "treinta y dos cienes" para 3200.

Resulta interesante destacar que Vicente distingue con mucha claridad cuando un método de cálculo fue inventado por él (como el que veremos que utiliza para multiplicar por 10, que se analiza en el apartado siguiente) de cuando fue enseñado aunque no recuerde quién ni cuándo.

Como hemos visto en el apartado de valor posicional, Vicente también logra realizar cálculos estimativos de suma. Determina que 354 + 536 es menor que 1000, porque suma las centenas y obtiene ochocientos, suma las decenas y obtiene ochenta, y dice que no llega a 1000.

Operaciones. Campo multiplicativo. En una de las primeras clases observadas, la docente propuso sencillas situaciones problemáticas que involucran la multiplicación ligada al sentido de series proporcionales. Vicente resuelve sin dificultad los problemas de manera oral.

(C1,R14)

> ***M:*** *Bueno, ¿y cuántas patas tendrán cuatro sillas? Piénsenlo y luego dice cada uno. (…)*
>
> *(Vicente entre otros alumnos responde 16).*
>
> ***M:*** *¿Cómo lo pensaron?*
>
> ***V:*** *Yo hice cuatro más cuatro más cuatro más cuatro.*

Otros alumnos habían utilizado la multiplicación para este y otros problemas. La maestra anota en el pizarrón las diferentes maneras de resolver el mismo problema y muestra la escritura multiplicativa preguntando a los alumnos si la conocían o no (clase ya mencionada para analizar el caso de Claudio). Luego la maestra presenta problemas similares: *¿Cuántas patas tienen 2 conejos? ¿Cuántas patas tienen 3 gallinas? ¿Cuántas alas tienen 5 palomas?* Vicente pide que le lean los problemas dado que no tiene lectura autónoma e inmediatamente obtiene las respuestas correctas. Cuando intenta escribir los cálculos, para el segundo problema, que solicitaba averiguar cuántas patas tienen 3 gallinas, escribe 3 + 3, y para el último problema, referido a la cantidad de alas de 5 palomas, escribe 5 + 2. Vicente está intentando aprender a realizar las escrituras multiplicativas que circularon en torno al primer problema, dado que escribe 5 + 2 pero obtiene 10 de resultado. Cuando la entrevistadora consulta a Vicente sobre su escritura y cómo obtuvo 10 si 5 + 2 = 7, él confirma que está intentando multiplicar y dice que “no sabía bien cómo hacerlo” pero no duda de que ha obtenido el resultado correcto.

Al día siguiente en la clase, nuevamente, la docente presenta más problemas multiplicativos. Vicente dice que suma, aunque en realidad piensa en “dos veces quince”.

(C2,R42)

> ***M:*** *Muy bien, veamos otro problema. ¿Y si compro un par de zapatos a quince pesos, cuánto costarían dos pares de zapatos?*
>
> *Alumnos (varios): Treinta.*
>
> ***M:*** *¿Cómo hicieron?*
>
> ***V:*** *Yo sumé dos veces quince.*

Vicente no tiene dificultad alguna en interpretar estos sencillos problemas multiplicativos, en reconocer las operaciones que permiten resolverlos y en controlar los resultados obtenidos aunque aún no conoce el símbolo de la multiplicación ni maneja algoritmos de cálculo. Pero dispone de resultados multiplicativos memorizados, como dice Vicente, “*más o menos ya lo tenía”*.

Resuelve algunos problemas multiplicativos más complejos que también involucran series proporcionales presentados en el contexto del cálculo de presupuestos de arreglos o tareas de su ámbito laboral en entrevistas individuales. En esta ocasión se le propone inicialmente averiguar el precio de 10 arreglos de albañilería sabiendo el costo de uno. En principio podemos identificar que Vicente no dispone directamente de la estrategia de agregar un 0 para multiplicar por 10. Frente a los primeros problemas Vicente no logra dar respuesta o da una respuesta incorrecta; él mismo explica que se sintió "embarullado" y "se quedó", posiblemente por tratarse de cálculos con números muy grandes. Luego se le propone la misma situación con números más pequeños, situación que resuelve exitosamente utilizando una estrategia propia y original para multiplicar por 10: sumar cinco veces el mismo número, por escrito, y al resultado duplicarlo mentalmente.

(EV4,R85)

E: *Y, si usted tuviera que, vamos a suponer que ese presupuesto que le piden para arreglar eso de cambiar la vereda… es seis mil cuatrocientos, ¿no es cierto? Y si después le dijera que necesita diez presupuestos iguales, o sea, esa persona que le pide un presupuesto de seis mil cuatrocientos dijera: "Bueno, ahora necesito para diez edificios lo mismo", ¿cuánto saldría, si en uno sale seis mil cuatrocientos, en diez?*

V: *En diez.*

E: *Diez iguales.*

V: *Ahí me quedé un poco.*

E: *Bueno, vamos para atrás, no se preocupe, Vicente. Si un presupuesto sale cincuenta pesos, y tengo diez presupuestos iguales…*

V: *Eh, serían diez… ¿cinco mil?*

E: *Vamos un poquitito para atrás.*

V: *No, eh, dos mil quinientos.*

E: *¿Cómo lo pensó?*

V: *¿A cuánto me habías dicho?*

E: *Uno sale cincuenta, vamos a suponer. ¿Qué puede salir cincuenta, que usted (…) un arreglo chiquitito...?*

V: *Un diafragma de un calefón.*

E: *¿Un diafragma se llama?*

V: *Sí.*

E: *Diafragma del calefón, cincuenta pesos. Más o menos.*

V: *Sí, más o menos.*

E: *Bueno, entonces, un consorcio le dice: "Hay que arreglarlo de los diez pisos". Cada uno ¿cuánto vale? Cincuenta, ¿lo de los diez pisos cuánto le cobrarían?*

V: *Eh… estoy pensando.*

E: *Está muy bien, eso es lo que quiero aprender, cómo piensa usted. Si no le hiciera ningún descuento, ¿no? O sea uno sale cincuenta. Diez, ¿cuánto salen?*

V: *Eh… ¿quinientos pesos?*

E: *¿Cómo lo pensó?*

V: *Eh… no, más o menos ya lo tenía, nada más que estaba medio embarullado, me dio un número muy alto y después... ja, ja.*

E: *Ja, ja, y sí… el arreglo, vamos a seguir con este edificio imaginario de diez pisos, ¿sí? Y hay que arreglar algo que sale trescientos pesos. ¿Qué podría salir trescientos pesos?*

V: *Trescientos pesos… eh, bueno, ya tendríamos que cambiar un par de griferías.*

E: *Bueno, vamos a suponer que hay que cambiar un par de griferías, yo voy a aprender bastante de albañilería estos días, ¿eh? Vamos a suponer que hay que cambiar las griferías de un departamento, y el… ¿presidente del consorcio se dice?*

V: *El consejo.*

E: *¿El consejo?*

V: *La administradora.*

E: *O el administrador le dice: "Bueno, ¿y uno cuánto sale?"… Trescientos. "Y para los diez, ¿cuánto saldría?" (Usando tono de diálogo entre administrador y Vicente).*

V: *¿No le hacemos descuento?*

E: *No le hacemos nada de descuento, hoy es sin descuento, ja, ja.*

V: *Ja, ja. Eh, estaría más o menos… no sé si es así, pero creo que estarían en algo de trescientos pesos.*

E: *¿Quiere escribir?*

V: *Eh, no, puedo escribir…*

E: *Si quiere escribir, hacer cálculos, hacer… escribir números.*

V: *Eh, mayormente yo, como todavía no sé bien matemática, fijate vos la cuenta que hago: anoto tres mil... tres mil… (mientras anota 300, 300).*

E: *Trescientos.*

V: *Trescientos.*

E: *El cambio de grifería de uno era trescientos.*

V: *Pongo así porque… este es treinta pero bueno, pongo así… eh, ¿diez era? Sí. Uno, dos, tres, cuatro, me falta uno (mientras escribe la suma vertical de cinco veces 300). Tres, seis, nueve, doce, quince (mientras suma los cinco 3, luego de escribir los ceros correspondientes a las unidades y a las decenas. En su cuenta le queda 1500 como resultado de la suma de cinco veces 300) Tres mil pesos.*

E: *¿Cómo hizo, Vicente, para saber que era tres mil?*

V: *Porque acá tengo mil quinientos (mostrando la suma de los cinco 300).*

E: *¿Y por qué…?*

V: *Más mil quinientos, tres mil.*

E: *A ver si yo entiendo lo que usted pensó. Usted pensó: hago de cinco, y después hago el doble.*

V: *Claro, esa ya la sé de memoria.*

E: *Y esto, esto es muy interesante lo que está pensando, Vicente, ¿se le acaba de ocurrir o lo usa habitualmente?*

V: *Más o menos lo uso, sí, lo uso, como no sé todavía bien hacer la suma, o sea, ¿cómo se dice?, multiplicar, todavía no sé bien eso, entonces me voy al grano, me largo así.*

E: *Y, entonces usted ya sabe que diez cosas…*

V: *Salen tres mil pesos.*

E: *Salen tres mil, y, si una… o sea: un cambio de grifería es trescientos, diez cambios de grifería son tres mil, ¿no? Un cambio de diafragma de calefones es cincuenta pesos, ¿y qué puede salir quinientos?*

V: *Quinientos puede salir eh… cambiando todo el sanitario porque hay que armar toda la grifería de vuelta, o grifería nueva, o grifería vieja, sacar y armar de vuelta.*

E: *Ajá, entonces uno podría salir quinientos, un cambio de grifería completa.*

V: *Sí.*

E: *¿Y diez?*

V: *Yo decía de grifería de trescientos de esos que van embutidos en la pared.*

E: *Ajá. ¿Y el de quinientos cuál es?*

V: *El de quinientos vendría a ser ya de lavatorio, bidet, y bueno, en fin…*

E: *Todo completo digamos.*

V: *Todo completo, el inodoro, todo eso. El inodoro no lleva grifería, pero hay que sacar, hacer agujerito nuevo, hay que poner de vuelta, hay que poner masilla.*

E: *Y uno saldría, de un piso, saldría quinientos. ¿Y de los diez, sin descuento?*

V: *Y si hay que hacer los diez, y no hay descuento, seguimos con los quinientos.*

E: *Uno quinientos, ¿pero los diez juntos?*

V: *Ah, ¿cuánto salen?*

E: *Sí.*

V: *Em… sale más. ¿Puedo volver?*

E: *Sí, claro, usted puede hacer lo que necesite para pensar.*

V: *Capaz que ahora estoy solo pero a veces me… me altera un poquito, pero trato de controlarme bastante.*

E: *No entendí.*

V: *Que a veces me pongo muy nervioso cuando… a veces me sale esto, y a veces no me sale porque bueno, a veces porque estoy nervioso, o… así.*

E: *¿Lo estoy poniendo nervioso porque son muy difíciles los problemas?*

V: *No, no. No, no, está bien. Me banco.*

E: *Pero… ¿le sirve? Porque tampoco quiero que sufra ¿eh?*

V: *No, no. Yo la verdad me tomé media pastillita antes de venir. Ja, ja. No, pero tomo una igual a la mañana.*

E: *¡No, no Vicente, no, no! No me puede decir…*

V: *Tomo una… media a la mañana. Y ayer le dije a….*

E: *¿Pero porque iba a trabajar conmigo?*

V: *No, no, no, no. Porque a veces a mí también me hace falta. Me pongo nervioso y…*

E: *¡Ay, pero usted sabe muchísimo, Vicente! ¡Sabe mucho!*

V: *(Para calcular cuánto es diez veces 500 escribe una suma vertical de cinco veces 500) Tengo diez… eh, quince, veinte, veinticinco (mientras suma los cinco 5 luego de poner los ceros). Eh, cinco mil pesos sale (en la cuenta le había quedado 2500).*

E: *O sea que hizo igual que antes: los… cinco veces quinientos, y le dio dos mil quinientos esa suma, e hizo después el doble.*

V: *Claro.*

E: *Perfecto, ajá. Em, bueno, y, o sea que usted… estas cuentas así, ¿se acuerda cómo las aprendió, quién se las enseñó?*

V: *No, no… eso me lo hice yo. Esa es mi letra. Esta es mi enseñanza. Allá me desenvuelvo así.*

Vicente usa implícitamente la propiedad asociativa de la multiplicación: multiplicar por 10 es equivalente a multiplicar por 5 y luego por 2. Como no dispone de resultados memorizados multiplicativos procede a sumar cinco veces el número y duplicarlo. Como él mismo dice: *"todavía no sé bien eso, entonces me voy al grano".*[1]

Anteriormente planteamos que Vicente reconoce que alguien le enseñó el algoritmo de la suma, en cambio, respecto de su método para multiplicar dice *"esa es mi letra", "esta es mi enseñanza",* distinguiendo, con orgullo, cuáles son sus propios inventos matemáticos. Destacamos nuevamente la complementariedad de las miradas de los diferentes marcos teóricos sobre los objetos matemáticos: su cuenta de multiplicar no es solamente un recurso para resolver problemas matemáticos que refiere a su "yo epistémico"; su multiplicación tiene sentido en sí misma como marca de su permanente deseo de crecer y de volar. Este cálculo es para Vicente un ejemplo de todo lo que él es capaz de inventar y producir cuando lo desea, de las actitudes que su patrón vio en él; expresa de alguna manera su personal relación con el saber.

3.4 Alicia

Alicia tiene 33 años. Nació y vivió hasta los 23 años en Paraguay, en una ciudad llamada Luque, cerca de Asunción. Mientras vivía con su mamá –hasta los 15 años– nunca fue a la escuela. A partir de esa edad empieza, también en Paraguay, a vivir con su papá, quien intenta mandarla a la escuela. Va unos meses a 4º grado pero abandona. Alicia sabe leer y escribir.

Reside en Buenos Aires desde hace 10 años. Trabajó como empleada doméstica quedándose a dormir en la casa en la que trabajaba. Cuando nació su primer hijo siguió trabajando como empleada doméstica por horas.

En el momento de las entrevistas Alicia no trabaja en casas de familia. Vive con su marido y tienen dos hijos de 2 y 6 años. Su marido hizo la escuela primaria de adultos. Tiene un kiosco y Alicia colabora con él. En algún momento ella trabajó en el locutorio del kiosco también. Su hijo Martín va a primer grado.

3.4.1 La relación de Alicia con el aprender y con la escuela

La relación de Alicia con el aprender y con la escuela está atravesada por su vínculo con varias personas. Su mamá nunca la envió a la escuela. Alicia –como también hemos visto en los casos anteriores– no relata este hecho mostrando enojo o reclamos hacia su madre, ni tampoco haciendo responsable a otras personas o instituciones –como la escuela o el Estado– por no haber exigido su asistencia. Alicia lo explica diciendo que puede haber sido porque su madre nunca había ido a la escuela. Hemos visto también en otros casos la idea de que una cultura predominantemente oral de los padres justificaría la no valoración del mundo escolar. Esta madre constituye también para Alicia –como la madre para Isabel o el padre para Vicente– un modelo al que oponerse en relación con el estudio.

(EA1,R64)

Alicia: *En Paraguay ya yo cuando vivía con mi mamá nunca me mandó a la escuela (…).*

E: *Y tu mamá, ¿por qué no te mandaba a la escuela?, ¿sabés?*

A: *Qué sé yo, porque seguramente nunca estudió ella y… ni idea. Pero nunca fui (…).*

---

[1] "Ir al grano" es una expresión coloquial que se usa para decir que se atiende lo importante o que se va directamente al centro de la cuestión. Vicente dice "irse al grano" como ir a lo seguro.

Ahora que Alicia también es madre de un niño en edad escolar, no solo envía a su hijo a la escuela a primer grado, sino que ella misma asiste a la escuela de adultos, entre otras razones, para poder ayudarlo a él con las tareas escolares. Alicia sabe qué significa "una madre que no sabe" y no quiere para ella ni para su hijo ese lugar conocido.

Veamos cómo Alicia habla de su función de madre de un hijo que es alumno. Si bien ella está refiriéndose a su hijo, cuando se refiere a "una madre que no sabe" usa la segunda persona. Ella no quiere que su hijo de primer grado sienta vergüenza de ella, de su no saber, pero lo relata diciendo "te da vergüenza que tu mamá".

(EA1,R87)

A: *O sea él llevaba el cuaderno, viste, y (la maestra) le ponía que yo había escribido mal, entonces como que te da vergüenza que tu mamá viste… él bueno, porque está en primer grado, pero yo, para que tenga faltas… igual yo fui y le conté,*[1] *cuando tuvimos una reunión viste…*

E: *¿A la maestra?*

A: *Sí. Porque estábamos todos y le conté. Porque, para que él, para que Martín tampoco se sienta mal de mí, viste, una cosa así.*

Alicia ahora es madre, pero en relación con el mundo escolar actúa de manera opuesta a su propia madre, y más próxima a su padre o a su madrastra. Durante la infancia de Alicia los hermanos se separaron, algunos fueron a vivir con su padre y otros con su madre. El padre de Alicia sí envió a la escuela a sus hermanos, a diferencia de su madre con quien ella vivió sus primeros años. Cuando Alicia se va a vivir con su padre, a los 15 años, él quiere que ella estudie. Alicia desobedece el mandato paterno y actualmente interpreta su decisión como un error juvenil: "en la adolescencia se hace cada cosa". Su papá no solo le insiste para que vaya a la escuela, sino también, para que estudie "otras cosas", por ejemplo, ella menciona posibles estudios de peluquería. El padre de Alicia –y su esposa, mencionada por Alicia como su mamá o madrastra– aparecen entonces como oposición a la madre que no la ha enviado a la escuela y como promotores del estudio.

(EA1,R69)

E: *¿Y a qué edad vos te fuiste con tu papá?*

A: *Cuando tenía quince años.*

E: *¿Y ahí ya es que tu papá sí quería (que Alicia fuera a la escuela)?*

A: *Claro. Fui un par de días… o meses, qué sé yo, no me acuerdo bien, pero después ya era grande y ya no quise ir.*

E: *Ajá.*

A: *Entonces él me dijo: "Empezá a estudiar algo", pero viste de adolescente… le dije: "Voy a estudiar peluquería" pero nunca iba, iba con mis amigas, qué sé yo, de adolescente hacés cualquier cosa.*

Alicia hace referencia a sus hermanos que vivían con su papá y su esposa, enviados a la escuela. En el relato siguiente aparece la importancia que asignaban al rendimiento escolar. Dice que uno de sus hermanos "les daba mucho trabajo", "peleaban" con él que "no sabía y no sabía" en comparación a otra hermana que sí sabía. En esta familia paterna la escuela y el saber ocupaban un lugar importante, a diferencia de lo que ocurría en la casa materna.

---

[1] Alicia se refiere a haberle contado a la maestra que ella no asistió a la escuela de niña.

(EA1,R255)

E: *Mm. Y… vos también me nombrabas a uno de tus hermanos que no es muy bueno en matemática.*

A: *No.*

E: *¿Cómo se llama?*

A: *David.*

E: *David. Y, ¿cómo te das cuenta de que David no es bueno en matemática?*

A: *Porque siempre estaba mi mamá, o sea, mi madrastra, porque cuando… tengo mis hermanos que sí fueron al colegio, que terminaron y todo eso, pero esos estaban con mi papá y mi madrastra. Y yo que estaba con mi mamá vine ya de grande y… y yo la veía a ella que peleaba con él que no sabía y no sabía y… y la otra sí. Nunca le enseñaban y hacía todo ella sola y salió… sabe.*

Al menos en el mundo del estudio Alicia era “extranjera” a esta familia que valoraba el saber de un modo diferente a lo que se vivía en su casa materna. Ella se negó a ir a la escuela, pero no parece ser la comodidad el origen de esa decisión. A los quince años, momento de construcción de la identidad y reafirmación de la propia imagen, debe haber sido muy conflictivo adoptar esta nueva cultura, sin tambalearse en su propia imagen ni sentir que traicionaba a su madre, quien, como pudo, la crió desde pequeña. En medio de un cambio de casa, de familia, de cultura en relación con el aprendizaje, probablemente Alicia sentiría temor y vergüenza de “no dar la talla” de lo que su papá y esposa esperarían de ella, así como de sus hermanos. A esa edad Alicia no estaba en condiciones de analizar que sus hermanos habían tenido acceso a la cultura escolar desde niños y ella no.

Otros vínculos en la relación de Alicia con el mundo de la escuela fueron los niños pequeños que ella cuidaba en la casa en la que vivía mientras trabajaba como empleada doméstica.

(EA2,R124)

A: *(…) Donde trabajaba habían dos chicos, que siempre me decían: “Qué bruta que sos, salí”, y me cargaban viste, porque yo quería mirar lo que hacían, eran mellizos viste, y nos requeríamos porque vivíamos… hacía cuatro años que estaba con ese…Yo me sentaba a mirar lo que hacían ellos, los deberes viste… y le decía: “¿Qué es eso?”, y me decían: “Alicia, ¿no lo ves?” y te tratan así ya, una vez que estás con ellos viste que ya es como una familia. “¿Alicia no lo ves? ¿No sabés sumar?”, “No –le digo– ¿me enseñás?”, y me… así, qué sé yo…*

E: *¿Y te enseñaban?*

A: *Claro.*

E: *O sea, vos creés que algunas de las cosas que sabés por ahí las aprendiste trabajando en esa familia, con esta familia.*

A: *En el trabajo, porque eran muy buenos los nenes, y bueno…*

E: *¿Cuántos años tenían los chicos?*

A: *Cuando yo... y… ponele estuve cuatro años, y cuando yo me fui tenían doce. Tenían ocho. Puede ser, ocho…*

E: *Y te enseñaban. ¿Durante esos cuatro años te enseñaron cosas distintas?*

A: *Claro, porque yo siempre me sentaba con ellos, ellos siempre iban a la cocina, donde yo estaba siempre, en la cocina, donde está mi dormitorio y todo eso, y hacían, y yo siempre estaba con ellos. Porque la mamá venía retarde, y bueno era yo más la que estaba con ellos. No le podía enseñar por supuesto, porque sabían. Yo le preguntaba, no les enseñaba yo.*

Nos interesa resaltar varios aspectos de este extracto de la entrevista. En primer lugar el deseo de saber y la curiosidad de Alicia por el mundo de la escuela. Relata que miraba, preguntaba, quería saber más sobre sus "deberes" escolares. Pensamos que esta imagen de Alicia mirando y queriendo saber a partir de las tareas constituye una escena sobre la vida familiar en torno al mundo escolar en la que se recrean imágenes de la familia paterna. La valoración de esta imagen permite entender de algún modo la importancia que aún hoy tienen para ella tanto sus propias tareas escolares como las de su hijo, y la noción de la importancia de su presencia como adulto cuidador, para que el aprendizaje de su hijo sea viable y placentero: ella percibe que los chicos, si bien "sabían" más que ella a nivel de contenidos escolares, la necesitaban y buscaban estar con ella en la cocina, ya que su madre llegaba muy tarde.

Otra cuestión que nos interesa destacar a partir del extracto anterior es que Alicia relata una cierta manera de ser tratada por parte de los niños que podría considerarse para el oyente o lector como una agresión, maltrato o desvalorización hacia su persona como producto de su ignorancia del mundo escolar: los niños la cargaban diciéndole "salí", "sos bruta", "no sabés". Sin embargo, Alicia recuerda estos intercambios con afecto, con ternura y diciendo que ella en esa casa era como de la familia. Para Alicia ese espacio –aunque involucrara cargadas de los niños y vergüenza de su no saber– fue vivido como algo reconfortante, como un espacio placentero de intercambio familiar sobre el aprendizaje escolar. Estos niños le fueron enseñando a medida que iban aprendiendo en su escuela. Alicia era testigo y participaba a su manera de ese proceso de escolarización ajeno, de esa ocasión para aprender.

Tal vez esta instancia se constituyó en una escena "intermedia" entre ser ajena al sistema escolar (como en la familia paterna) y la posibilidad de integrarse a lo escolar. Le permitió asomarse por una ventana y mirar, sin exigencia alguna y con lo que ella leía como demostraciones de afecto por parte de los chicos, a un mundo que le era desconocido y que probablemente antes le resultara amenazante. Tuvo un tiempo para mirar de qué se trataba, ser enseñada por niños en la cocina de la casa, y donde evaluar si se creía capaz de aprender todo aquello si en algún momento decidía ir a la escuela.

Estas imágenes de un grupo familiar en el que se puede ayudar y a la vez pelear, retar sobre las tareas escolares son evocadas primero en la familia constituida con su papá, su madrastra y sus hermanos que iban a la escuela, luego con estos niños que volvían de la escuela y estaban con ella en la cocina; y aparecen actualmente en su relato de situaciones familiares con su marido y con su hijo mayor.

Otra última cuestión que quisiéramos poner de relieve sobre el último extracto es que Alicia aclara que ella no les enseñaba, que ella preguntaba. Evidentemente a Alicia le parece que hubiera "correspondido" que ella, siendo adulta, les enseñara a los niños. Sin embargo, este orden es vivido por ella como trastocado: a ella le hubiera gustado ayudarlos, pero en su lugar ellos le enseñaban. Posiblemente esta escena es evocada en la actualidad y se constituye en motor para su estudio actual: ahora Alicia convive de nuevo con otro niño en edad escolar, su propio hijo, al que esta vez sí quiere ayudar y enseñar, y por eso está hoy en la escuela estudiando. Analizaremos más adelante la figura de su hijo para Alicia.

Una persona más actual en su historia de vida y sin duda también relevante en su relación con el aprender y con la escuela es su marido. Alicia inicialmente le ocultó que ella "no sabía" y que no había ido a la escuela. El marido de Alicia es una figura muy valorada por ella, lo considera una persona inteligente, que sabe, que trabaja con números, que es rápido, que fue a la escuela de adultos y que la estimula a estudiar y a aprender. Por un lado su marido le ha provocado sensaciones de vergüenza que han motorizado los ocultamientos, pero a la vez aparece como una figura de estímulo, enseñanza, valoración y ejemplo. Su marido, igual que su padre, quiere que ella estudie.

(EA1,R518)

A: *Siempre, mi marido siempre me decía, pero yo decía: "No, ya para qué".*

E: *¿Qué te decía?*

A: *Que estudie, o que aprenda.*

(EA1,R42)

E: *Y… ¿tu marido va a la escuela también o fue a la escuela?*

A: *Fue. Y él sabe más que yo porque tampoco estudiaba y después fue.*

E: *¿Fue a la escuela de chico o de grande?*

A: *De grande, acá cuando vino acá también…*

E: *Ajá. Ah, ¿él también es de Paraguay?*

A: *Sí.*

E: *Y también vino acá a…*

A: *A estudiar.*

E: *¿Y estudia en esta escuela?*

A: *No, no sé dónde… ¡nunca le pregunté! (Se ríe).*

E: *Nunca le preguntaste, ja, ja. Eh… ¿pero hizo la escuela de adultos?*

A: *Hizo la escuela de adultos.*

E: *La primaria de adultos.*

A: *Sí.*

E: *¿Y la terminó?*

A: *La terminó.*

Alicia se compara en muchas ocasiones con su marido. Él "ha estudiado y sabe", y en oposición Alicia se refiere a sí misma como "yo quedada":

(EA1,R59)

A: *Pasa que él siempre me dijo: "Estudiá, estudiá" y yo quedada. Nunca… Uno porque el primero era chico, y después ahora porque el segundo es chico otra vez, y qué sé yo. Toda una mezcla ahí, porque tampoco me animaba, y después agarré… como que te da vergüenza a veces. Pero ahora ya no.*

Veamos cómo en el discurso de Alicia se articula la relación con su marido en torno al saber escolar: ocultamiento y vergüenza frente al pedido de ayuda o intercambio.

(EA1,R143)

A: *Y si… por ejemplo, dividir, por ejem… yo, o sea, hace poquito abrimos un kiosco con mi marido, y dividir no lo sé hacer, entonces él me decía… ayer, por ejemplo, llevé una... porque hasta a él, hasta hace poquito se enteró que yo no sabía… a mí me daba vergüenza decirle a él que no sabía… yo le dije que había hecho más años, más… que había terminado la primaria, por ejemplo.*

E: *Ajá.*

> ***A:*** *Y hace poquito le tuve que decir, o sea, se enteró porque no sé cómo fue… mis hermanos creo que… le contó, y bueno me dijo: "¿Por qué?", y le digo: "Y me daba vergüenza", porque él sabía más que yo del presupuesto, y todo eso, todo bien y bueno… y bueno, y tuvimos, abrimos un kiosco y, por ejemplo, dividir, me decía él, y yo… no sé dividir yo. Y esas cosas como que te da… aparte las matemáticas de acá son… por ejemplo, si Martín el día de mañana me lleva una tarea, y yo no lo sé hacer… está bien, están las profesoras bueno que nos enseñan pero…*

Al final del extracto anterior vemos también cómo considera la tarea escolar de su hijo como un "asunto familiar": "si Martín me lleva una tarea", "yo no lo sé hacer", "las profesoras nos enseñan", etc. Las tareas de Martín son tareas también para ella. Para Alicia una buena madre debe enviar a sus hijos a la escuela –a diferencia de lo que hizo su madre e igual que lo hacía su madrastra–, y debe poder ayudarlo con sus tareas escolares –a diferencia de lo que le sucedía con los niños que cuidaba–. Y una buena esposa debe también poder ayudar a su marido con el kiosco y el locutorio.

La tarea escolar actual de Alicia también está mediatizada por el marido que sabe. Incluso él ejerce un rol casi pedagógico frente a ella cuando decide no ayudarla para que ella se haga cargo de su propia tarea:

(EA1,R240)

> ***A:*** *Hoy le di (refiriéndose al marido) mi tarea de matemática, y me dice: "¡Ay, lo que me faltaba!", me cargaba viste, le digo: "¿Te fijás si esto está bien?", y me dice: "No te voy a mirar porque la, tu profesora es la que te tiene que mirar, no yo, porque si yo te pongo que está todo bien bueno vas a ir todo ah… y no lo hiciste vos", me dice. Y no me lo hizo.*

Esta es una de las escenas familiares que Alicia tiene actualmente y que se aproximan a las evocadas en la familia paterna o en la casa que cuidaba: el intercambio, la ayuda, las "cargadas" en torno a las tareas escolares. Para Alicia y su marido hay un modo de ayudar a los familiares que sirve, y otro que no; ellos comparten e intercambian ideas sobre los roles de los familiares en la tarea escolar.

En alguna ocasión Alicia se refiere a que su marido quería que ella lo ayudara pero no le fue posible. Él le propone situaciones que ponen en evidencia su no saber, y a la vez la estimula para que estudie y aprenda:

(EA1,R161)

> ***A:*** *(…) Sí, me acuerdo que me dijo: "Dividido tanto", o habrá sido, estábamos un día a la noche y me dijo… estaba haciendo el presupuesto y me dijo: "Agarrá la calculadora y dividime tal cosa", y no… no lo supe hacer, entendés, como queriendo él que lo ayude en sus cosas y no lo supe hacer.*

(EA1,R212)

> ***A:*** *No, porque hoy mi marido me dijo, me puso un cuaderno y me dijo: "Dividí", y me, se sentó ahí y me enseñó.*

El siguiente extracto de entrevista se produce luego de que Alicia había dicho, inmediatamente después de que le salieran algunas divisiones, que le gustaba la matemática. Frente a la pregunta acerca de si antes también le gustaba Alicia responde directamente refiriéndose al vínculo con su marido:

(EA1,R523)

> ***A:*** *Me gusta, pero mucho no entendía. Siempre me tenía preocupada estos números. Por ejemplo, él me decía: "cuatrocientos"; y yo ponía y me decía: "pero ese no es cuatrocientos", y siempre se enojaba viste. Y ya me quedaba viste, después ya no lo quería ayudar porque siempre me cargaba o me decía…*

En algunas de las escenas que Alicia relata con su marido él le enseña, él la ayuda, él se enoja, él decide no ayudarla para que ella aprenda. En estas escenas Alicia se ubica en una experiencia que no tuvo con su madre, que su padre sí quiso instalar y ella se negó. Para Alicia este marido actúa paternalmente frente a su relación con el saber: proyecta para ella un futuro mejor por medio de la exigencia y el estímulo.

En su relación con la escuela y el aprender hemos mencionado el rol fundamental de su hijo mayor, Martín. Alicia siente vergüenza de no saber y tiene el profundo deseo de ayudarlo en sus tareas escolares. Piensa que una madre debe poder enseñar y ayudar a su hijo; quiere hacer lo que hacía su madrastra con sus hermanos y no lo que su madre hizo con ella. Quisiéramos reseñar aquí una anécdota. Durante una de las primeras clases observadas, la maestra estaba organizando un espacio colectivo de reflexión sobre las diferentes maneras de resolver un problema. Los alumnos van levantando la mano para participar. Alicia levanta la mano, dice algo referido al tema de discusión y aprovecha que tenía la palabra para preguntar sobre la tarea de su hijo.

(C1,R42)

> ***A:*** *Yo también sé algo de las tablas. Tengo una pregunta (levanta la mano). ¿Me puede ayudar con el cuaderno de mi hijo? (Mostrando el cuaderno).*

Alicia interrumpe el diálogo sobre la multiplicación con una duda sobre la tarea de su hijo. En todo momento Alicia tiene un comportamiento y una actitud en la clase en la que se adapta a los tiempos y las tareas que la maestra les propone, sin ninguna intervención disruptiva. Pero ese día Alicia en el medio del intercambio inserta una pregunta que rompe con lo esperado por la maestra: pedir ayuda para otro. Alicia ese día (tal vez todos los días) asiste a la escuela a pedir ayuda para ayudar a su vez, ella misma, a su propio hijo. Su maestra es también de algún modo "una maestra" que puede ayudarla con la escolaridad de Martín. Del mismo modo que la maestra de Martín, por momentos, parece ser la maestra de Alicia cuando las cosas no les salen bien a ambos, madre e hijo, y la maestra les corrige. La maestra le responde que lo verán después y sigue organizando el intercambio sobre el problema. Alicia se nos acerca al rato para mostrarnos el cuaderno de Martín y pedirnos ayuda. La tarea que su hijo tenía, y que Alicia no entendía, era para nosotros también difícil de entender. Había dibujos, símbolos y círculos, con una consigna que no comunicaba –para quien no estuvo en la clase– la tarea solicitada. Mirando para atrás el cuaderno del niño y viendo las mismas actividades una y otra vez nos fue posible deducir qué esperaba la maestra, compartiendo con Alicia el análisis crítico sobre la tarea solicitada y la percepción de que a nosotros, igual que a ella, no nos quedaba clara la propuesta. Tal vez también fue importante para el vínculo con Alicia: esta vez una maestra tampoco entendía; el no-saber puede no ser fuente de vergüenza. Este intercambio fue determinante para seleccionarla entre los casos a estudiar justamente por el vínculo con la escolaridad de su propio hijo en primer grado.

En las primeras entrevistas Alicia se refiere a esta clase de tareas en una ocasión, cuando habla de su vergüenza ante su hijo –o ante la maestra de su hijo– por sus faltas de ortografía.

(EA2,R176)

> ***E:*** *¿Y vos te acordás de algo que, que alguna cosa particular que vos no sabías o no te salía y te sentiste mal? ¿Ahí o en otra situación?*

A: *En esa. O ahora, con mi hijo que… siempre te lo digo, que por él estoy estudiando, que no quiero que pase eso que yo no lo pueda ayudar no…*

E: *¿Y te pasó ya?*

A: *Y hasta ahora esas cositas que te traje, que te mostré una vez viste, que no… pero no, nada de matemática todavía.*

E: *¿No…?*

A: *Está haciendo muy poquito todavía de eso. Usa muy pocos números, pero el día de mañana cuando él… le tenga que ayudar, sepa.*

(EA1,R81)

A: *Aprendí, porque sé escribir bien o sea… mi problema es leer, y no escribir bien o sea siempre tengo… faltas. Y por eso empecé a venir porque en la escuela de mi hijo, o sea, decían, eh… la señorita trabaja mucho, la señorita de Martín con… pone dibujitos de tijera y dibujitos de lápiz, ¿entendés?, entonces dice: "Cortás y escribís", "¿Me escribís?" Y yo le tengo que escribir, entonces tenía muchas faltas y me daba vergüenza.*

Alicia considera su "deber" ayudar a su hijo, por eso dice "cuando le tenga que ayudar". También cree que ella puede, o debe, escribir en el cuaderno de su hijo. Los "deberes" de la escuela son "deberes" para toda la familia. (Además, Alicia considera que los ricos pueden pagar un profesor particular si no entienden. Alicia sabe que no podrá pagarlo pero está decidida a ser ella quien ayude a su hijo con sus dificultades).

Aparece una identificación de Alicia con su hijo ante la vivencia de crecer con una "mamá que no sabe", atenta a no generarle vergüenza a su hijo, en relación con su no saber. Por otra parte, esta experiencia le permite reparar en su hijo lo que ella no tuvo, al mismo tiempo que "se repara a sí misma" al ingresar por decisión propia a la escuela como alumna y como madre. Es que en este punto Alicia se mezcla con Martín, pero Martín nació en una casa donde la concurrencia a la escuela nunca se cuestionó. Al evocar un diálogo con una madre de otro niño (Matías), Alicia explica claramente cómo vive la relación entre su propia escolaridad y la de su hijo, también al preguntarle qué quiere aprender:

(EA2,R188)

A: *(…) El otro día estaba una mamá y me dice: "¿Cómo te va en la escuela, seguís yendo?", me dice, "Sí" le digo. "Oh –dice– a mí me gustaría ir, porque yo terminé –me dice– pero… me lleva Matías algunas matemáticas que yo no lo sé hacer", me dice. Y le digo: "Yo por eso estoy yendo, porque no quiero que el día de mañana te pregunte y vos no lo sepas ayudar".*

(EA2,R199)

E: *(…) ¿Hay algo que vos ya sabés que te gustaría aprender de matemática en la escuela, este año o el año que viene, así como el otro día me dijiste a mí la división? ¿Alguna otra cosa que digas: "Ay, eso me gustaría aprenderlo"?*

A: *Y no sé lo que están dando ahora. No sé qué son las, por ejemplo, lo que me dijo ella, que son las cuentas que lleva Matías y que no las sabe hacer, y yo digo: "División no debe ser, porque tan difícil no es". Algo más… no sé qué podría ser. No conozco mucho, conozco sumar, restar, dividir. Más de ahí, más suma de eso… no… más de ahí no sé de matemática. O sea, quisiera aprender lo que ellos dan, ¿no? para poder ayudarlo.*

Alicia y su hijo van a la escuela al mismo tiempo, ambos son alumnos, ambos están empezando la primaria. Ser alumnos juntos es vivido por Alicia como una situación placentera. Narra una anécdota en la que ella lo ayuda con una tarea escolar y se equivocan, pero en ese relato no queda muy claro quién tiene que hacer la tarea y quién es sancionado. Para Alicia la responsabilidad de esa tarea es conjunta: “hicimos mal la tarea”.

(305 de la 1)

A: *(…) El otro día hicimos mal mayor y menor, y son… pusimos acá el menor y acá el mayor, y tenía que ser, porque dice mayor y menor, tenía que ser primero el mayor y después el menor. Y lo hicimos mal porque primero pusimos el menor y después el mayor. Y es como que, es lo que yo le digo, no presté atención porque son… no es nada, y no lo entiende. Entonces la señorita me dijo que preste más atención, lo cambió, lo puso adelante de ella porque no presta atención. O sea, yo creo que tiene mucho que ver que prestes atención y no estés jugando, ellos son chiquitos, pero bueno.*

Alicia está preocupada por aprender al mismo tiempo que su hijo mayor. Su oportunidad y su momento son hoy y hay que aprovecharlos. Tal vez la simultaneidad sea percibida por Alicia como un elemento positivo, quizás porque se aproxima o es superadora de aquella imagen de Alicia aprendiendo mientras los niños que cuidaba hacían las tareas, quizás porque le permite sentir, junto a él, la emoción del inicio de la escolaridad. Sin duda, además, Alicia disfruta de la escena familiar en torno al mundo escolar, escena que no ha tenido de niña, que ha visto en alguno de sus hermanos con su padre y madrastra, que ha vivido en la cocina con los niños que cuidaba y que ahora genera con su marido e hijo mayor en torno a las escuelas de ambos. Mientras Alicia asiste a 1er año de su propia escuela, está construyendo su propia imagen de “buena mamá”.

Hemos visto cómo en el discurso de Alicia aparece recurrentemente el sentimiento de vergüenza. Sentía vergüenza de ir a la escuela “de grande” (para referirse a cuando tenía quince años e iba a cuarto grado) y también vergüenza de ir de adulta.

(EA1,R59)

A: *Pasa que él (refiriéndose a su marido) siempre me dijo: “Estudiá, estudiá” y yo quedada nunca… uno porque el primero era chico, y después ahora porque el segundo es chico otra vez, y qué sé yo. Toda una mezcla ahí, porque tampoco me animaba, y después agarré… como que te da vergüenza a veces. Pero ahora ya no.*

E: *¿Qué te daba vergüenza, Alicia?*

A: *En Paraguay ya yo cuando vivía con mi mamá nunca me mandó a la escuela. Y cuando vine con mi papá me quiso mandar y yo ya era grande y me daba vergüenza. Ya cuarto grado era… una cosa muy grande, entonces ya no quise y por eso dejé la escuela.*

Vergüenza ante la maestra de su hijo por las faltas de ortografía:

(EA1,R85)

A: *(…) Yo le tengo que escribir, entonces tenía muchas faltas y me daba vergüenza.*

Vergüenza que podría sentir su hijo por tener una mamá que no sabe:

(EA1,R87)

A: *O sea, él llevaba el cuaderno, viste, y le ponía que yo había escribido mal, entonces como que te da vergüenza que tu mamá viste… él bueno, porque está en primer grado, pero yo, para que tenga faltas… igual yo fui y le conté, cuando tuvimos una reunión viste…*

E: *¿A la maestra?*

A: *Sí. Porque estábamos todos y le conté. Porque, para que él, para que Martín tampoco se sienta mal de mí, viste, una cosa así.*

Vergüenza por no saber ante su marido:

(EA1,R145)

A: *(…) A mí me daba vergüenza decirle a él que no sabía… yo le dije que había hecho más años, más… que había terminado la primaria, por ejemplo.*

(EA1,R149)

A: *Y hace poquito le tuve que decir, o sea, se enteró porque no sé cómo fue… mis hermanos creo que… le contó, y bueno me dijo: "¿Por qué?", y le digo: "Y me daba vergüenza"…*

Alicia, con su decisión de ir a la escuela, ha roto el círculo vicioso: tener vergüenza de no saber y tener vergüenza de ir a la escuela siendo grande. La vergüenza de Alicia es "no saber lo que se debería saber", "no ser lo que se debería ser". Está en juego su propia imagen de sí misma ante ella y los demás. La escuela le permitirá, piensa Alicia, saber y, por lo tanto, dejar de sentir vergüenza. Alicia, al romper el círculo vicioso, se está transformando a sí misma al "darle" a su hijo una figura materna como la que ella hubiese querido tener; se transforma también porque desanda su error de adolescencia siguiendo el mandato paterno y se empieza a convertir en la mujer que podrá ayudar a su marido. Al romper con la vergüenza aparece el futuro:

(EA1,R98)

E: *Em, y… ¿alguna otra razón por la cual ahora estés acá en la escuela, además de que porque Martín está en primer grado?*

A: *Y porque digo, ya este es el… o sea, es el momento. Llegó el momento de que Martín… ¡Siempre Martín! Va a primero y bueno, y… me pasó eso y digo "Sí, ya lo tengo que hacer", en algún otro momento decía: "No, todavía no lo necesito", pero ahora como que… aparte soy joven, qué sé yo, dónde va… No sé, hay que saber más, y si a uno se te da la posibilidad.*

El estudio le puede abrir puertas, es joven y no se sabe "adónde va" y Alicia se reconoce con derecho a aprender. Casi pone un tope a la justificación de la ayuda al hijo cuando dice "¡Siempre Martín!". Si bien su padre, su marido, su hijo quisieron, quieren o precisan que ella estudie, ahora es ella misma quien desea aprender: "lo tengo que hacer", "es el momento", "hay que saber más".

3.4.2 La relación de Alicia con las matemáticas

Las matemáticas que quiere aprender Alicia son esencialmente las matemáticas escolares que le enseñarán a su hijo en la escuela:

(EA2,R199)

E: *(…) ¿Hay algo que vos ya sabés que te gustaría aprender de matemática en la escuela, este año o el año que viene, así como el otro día me dijiste a mí la división? ¿Alguna otra cosa que digas: "Ay, eso me gustaría aprenderlo"?*

A: *Y no sé lo que están dando ahora. No sé qué son las, por ejemplo, lo que me dijo ella, que son las cuentas que lleva Matías y que no las sabe hacer, y yo digo: "División no debe ser, porque tan difícil no es". Algo más… no sé qué podría ser. No conozco mucho, conozco sumar, restar, dividir. Más de ahí, más suma de eso… no… más de ahí no sé de matemática. O sea, quisiera aprender lo que ellos dan, ¿no? para poder ayudarlo.*

Sin embargo, Alicia también reconoce la utilidad de los conocimientos matemáticos en situaciones extraescolares de compra y venta en su vida familiar, y en los trabajos que ha tenido como empleada doméstica:

(EA1,R115)

E: *Y en esos trabajos que tuviste de hacer limpieza en casas, eh, tanto con cama o por hora, ¿usabas alguna cosa de matemática?*

A: *La que trabajaba con cama sí, porque iba a los supermercados y bueno… tenía que saber los precios, si no, no podés ir a comprar. O te decía… yo me acuerdo donde trabajaba decía: "Te llevás tal plata". Y tenés que comprar más o menos viste, algo que… de acuerdo a la plata.*

E: *Entonces usabas la matemática para ir al supermercado y hacer compras, y saber más o menos para qué te alcanzaba eso, ¿eso es lo que tratabas de decirme?*

A: *Claro, sí, sí.*

E: *¿Y vos hacías los cálculos?*

A: *En calculadora siempre, de mi celular.*

E: *Ajá, llevabas la calculadora al supermercado.*

A: *Al supermercado y iba sacando cuentas y bueno. Así hasta llegar hasta donde ella… o sea llevaba tickets, por ejemplo, viste que te dan en los trabajos, y bueno más o menos en lo que dice el ticket tenía que gastar. Así que tenía que hacer.*

E: *Ajá, y, por ejemplo, con la calculadora, ¿cómo hacías?*

A: *Sé sumar y restar en la calculadora.*

(EA2,R11)

E: *(…) Te quería hacer algunas preguntitas más (…). Una es si vos usás la matemática afuera de la escuela.*

A: *Afuera… con mi hijo por ahí de repente, pero no mucho todavía… viste que él hace dos más dos, uno más uno, esas cosas, o por ejemplo de repente cuando voy a comprar, pero nada en especial, es…*

E: *Mm, y cuando vas a comprar, ¿qué tipo de situaciones resolvés, por ejemplo?*

A: *Y depende… bah, siempre uso depende de la plata que tenga, viste… tengo que comprar de acuerdo a la plata que…. que lleve, o que tenga que gastar, en el supermercado, verdulería… o trato de comprar con… o sea de acuerdo a lo que tengo, voy sumando a que me alcance la plata que tengo.*

E: *¿Y cómo hacés?, ¿podrías darme un ejemplo de cómo hacés esas sumas o cómo pensás más o menos en esos momentos?*

A: *Depende. Hoy fui a comprar, por ejemplo, carne, y llevé quince pesos, o sea, tenía que comprar dos de seis, o dos de seis cincuenta, una cosa así, cosa que me alcancen los quince pesos, ¿no?*

Saber matemáticas para Alicia constituye una llave para el ascenso laboral. Por ejemplo, considera que las matemáticas son necesarias para ser cajera de supermercado, trabajo que sin duda ella valora y al que le gustaría acceder.

(EA2,R66)

E: *Y, ¿vos pensás que en otros trabajos se usa más matemática, o algo de matemática además de eso?*

A: *En los supermercados se usa más.*

E: *Mm, ¿por ejemplo?*

A: *Y, las cajeras deben saber más de… digo yo, de matemática, saber… bah, y aparte más de computadora que está todo ahora… pero creo que en los supermercados se usa más.*

E: *¿Y qué te parece que de matemática necesita saber una chica que es cajera de supermercado?*

A: *Y, de todo… sumar, dividir, restar.*

E: *¿Y para qué usaría esos cálculos?*

A: *Y para ir suman… las sumas, por ejemplo, para ir sumando, supongo yo, no sé cómo lo hacen, para ir sumando lo que lleva la gente, para ir cobrando. No sé cómo usará, no sé qué es lo que… que es lo que usarán de mate… sumas, dividir, qué sé yo. Pero me parece que es importante para ellos.*

E: *Y cuando vos decís que también la computadora, ¿por qué?*

A: *Y ahora está todo… todo computadora…*

E: *Mm, por ejemplo, hoy que fuiste al Coto…*

A: *Y vos ves ahí que están tiki tiki tiki (haciendo el sonido y el gesto de pasar los productos por el lector de código de barras)… bueno, es lindo. Bah, sería lindo saber y bueno, estar ahí.*

(EA1,R317)

E: *Y, ¿para qué sirve*[1] *lo que se aprende en la clase de matemática? ¿O para qué te puede servir a vos lo que aprendés en la clase de matemática?*

A: *Y, sirve para mucho. Por ejemplo, si no sabés, tenés… el estudio es importante, o sea, acá o en otro país, el que no sabe no… no estudió no, no sabe, como yo, por ejemplo, o nosotros que no, no estudiamos, ¿qué pudimos hacer?, trabajar en casas de familia y esas cosas, y los que saben, los que estudiaron y saben de matemática trabajan en lugares más… por ejemplo, en el supermercado, si vos no sabés matemática, no podés entrar. No sé, creo, no sé, pero creo que no. Porque los números son importantes, se trabaja todo con números, y los vueltos todo eso, son todo cosas de números.*

[1] Como hemos ya mencionado, en otros casos el uso de la palabra “servir” tracciona a la utilidad y no al deseo de saber.

Del mismo modo que plantea Isabel, Alicia considera que saber matemática podría habilitarla para desempeñar otros trabajos y en cambio, no saberla la limita a ser empleada doméstica.

Alicia considera que el origen de sus conocimientos matemáticos se remonta a su breve paso por la escuela en 4º grado:

(EA2,R116)

E: *(…) Y lo que vos aprendiste de matemática, lo que vos sabés, ¿dónde lo aprendiste?*

A: *Y lo poco que sé en la escuela, y bueno… se ve que un poco inteligente soy, porque algo sé.*

También identifica como fuente de conocimiento aquellas interacciones en torno a las tareas escolares con los niños de la casa en la que ella trabajaba como empleada doméstica. En ambas situaciones sus vivencias frente a las matemáticas escolares están teñidas de la sensación de vergüenza por ser grande y no saber. Dice que nunca enseñó un conocimiento matemático a otra persona, que se siente muy insegura y que tiene temor a "quedar mal":

(EA2,R145)

E: *(…) ¿Y te acordás de alguna situación en la que vos le enseñaste algo a alguien de matemática?*

A: *(Piensa). No. Nunca me animé porque no… por ahí lo sé, lo sabía, pero no, para no quedar mal viste no… mucho no hablaba, no decía.*

Veamos sus concepciones sobre el aprendizaje y la enseñanza de la matemática. Alicia establece una relación de equivalencia entre saber matemática e inteligencia:

(EA2,R118)

A: *(…) Se ve que un poco inteligente soy, porque algo sé.*

Dice que algunos que no son "buenos" para la matemática pero que no sabe por qué. Establece diferentes hipótesis sobre los aspectos que podrían influir: la manera en la que aprendieron, que "no les dé la cabeza", que no entiendan, que sean buenos en lengua y no en matemática.

(EA1,R165)

E: *Y, a vos eh, ¿te parece que todas las personas pueden ser buenas en matemática? ¿O que cualquier persona puede ser buena en matemática? ¿O no? ¿Qué pensás?, ¿qué hace falta o que se necesita para ser bueno en matemática?*

A: *Y depende de… cómo aprenden creo yo, porque hay muchos que dicen, por ejemplo, la forma de decir dicen algunas: "Yo de matemática no me pregunten porque soy malísima", entendés, entonces no... No sé, o no les da la cabeza o no lo entiende, o no sé. No sé por qué se… el porqué, pero casi siempre escuchás, decían: "A mí de matemática no me preguntes porque soy… cero matemática" ponele.*

E: *Sí, es cierto que eso se escucha, y vos qué pensás, eh… que, ¿pensás que está bien?, ¿qué hay algunos que no les da la cabeza en matemática?, ¿o pensás que no tienen razón?, ¿qué pensás de eso? ¿Estás de acuerdo?, ¿no estás de acuerdo…?*

A: *Nunca me puse a pensar en eso, pero, creo que siempre me… me pareció, me preguntaba por qué, si sabe más en… si sabés más en lengua y menos en matemática, entendés, no… no sé decirte por qué. Pero siempre tenés problemas, yo, por ejemplo, tengo problemas… En lengua, por ejemplo, hago todo. Pero en… como que en matemática me cuesta más. Bueno, a mí está bien, pero… siempre está ese… que si uno sabe más matemática sabe menos de lengua o… en el colegio mismo se escucha, mis hermanos por ejemplo…*

Para Alicia la matemática está asociada a la inteligencia porque es difícil:

(EA1,R183)

E: *¿Podría haber alguien que fuera bueno en lengua y matemática? ¿O que fuera malo en lengua y en matemática?*

A: *Claro, yo tengo mi hermana, por ejemplo, que… siempre fue… mi mamá*[1] *siempre tuvo problema con ella en matemática, y mi hermano que no, que es súper en matemática, entendés, no…*

E: *¿Y vos qué suponés, que a qué se debe?*

A: *No sé.*

E: *No sabés. ¿Y se puede ser bueno en las dos materias, en lengua y en matemática, y se puede ser malo en las dos materias?*

A: *Hay algunos muy inteligentes, y otros más… cómo te digo… no sé.*

E: *A vos te parece que la inteligencia importa para ser bueno en matemática. ¿Sí?*

A: *Creo que sí.*

E: *Y, ¿por qué es importante ser inteligente para ser bueno en matemática para vos?*

A: *Y porque para mí matemática es difícil, si no… si yo sé sumar y restar, ¿y por qué no sé dividir?, o sea, seguramente cuando me enseñen voy a aprender pero no… no sé.*

Considera que algunos tienen que esforzarse para aprender matemática, en cambio, otros aprenden con más facilidad:

(EA1,R260)

E: *(…) Y, ¿cómo te das cuenta de que David (su hermano) no es bueno en matemática?*

A: *Porque siempre estaba mi mamá, o sea, mi madrastra, porque cuando… Tengo mis hermanos que sí fueron al colegio, que terminaron y todo eso, pero esos estaban con mi papá y mi madrastra. Y yo que estaba con mi mamá vine ya de grande y… y yo la veía a ella que peleaba con él que no sabía y no sabía y… y la otra sí. Nunca le enseñaban y hacía todo ella sola y salió… sabe.*

Para Alicia la inteligencia/el saber/ser bueno en matemática se ve en la velocidad y la facilidad para la numeración y el cálculo:

[1] En este caso se refiere a sus hermanos que vivían con su papá y su madrastra a quien a veces llama mamá.

(EA1,R246)

E: *(…) ¿Tu marido te parece que es bueno en matemática?*

A: *Sabe.*

E: *Y, ¿cómo te das cuenta que él es bueno en matemática?*[1]

A: *Porque te, te piensa y te saca los números, o sea, vos le preguntás un… por ejemplo, una, o sea, por ejemplo, yo lo escucho por teléfono hablar de muchos números viste, y enseguida él los saca, o sea hace los presupuestos él, y sabe cuánto va a costar esto, porque él trabaja con números, como es gasista y plomero, y siempre está con que hace presupuestos, ¿entendés? Entonces está todo el tiempo con números y yo digo si estudió de grande y… es inteligente, o sea, sabe.*

En el extracto siguiente Alicia se refiere a "ser malo" en matemática (que para ella es "no saber") y cómo influye esta cuestión en el nivel económico:

(EA1,R223)

E: *Ajá, ¿y creés que hay alguna relación entre ser rico, ser pobre y saber matemática? Te parece que saber matemática, eh… ¿se puede ser bueno en matemática y ser pobre?, ¿se puede ser bueno en matemática y ser rico…?*

A: *Y si sos pobre y sos malo en matemática, o sea… te va a ir mal siempre porque no tenés posibilidad de ir a una profesora particular, por ejemplo. Y un rico sí.*

E: *Mm, o sea que sí… una diferencia…*

A: *Si vos tenés una amiga, por ejemplo, que, te puede ayudar que sea más o menos, un pobre y un rico no pueden ser amigos, no sé. Sí, sí, qué sé yo. Pero me parece que tiene más posibilidad el rico, porque si… o sea, la mayoría de las mamás que trabajan y le ponen una profesora particular y bueno… le enseñan ellos y saben más que un pobre que está sentado al lado y no sabe nada, y el otro sí sabe, porque le enseñó otra profesora, aparte de lo que tienen ellos.*

Para Alicia la riqueza no se asocia a la inteligencia ni al saber. Pero el dinero ayuda en tanto permite aumentar las situaciones de enseñanza pagando un profesor particular para aquellos que son ricos y no saben. En cambio, la alternativa "no saber/ser pobre" deja sin opciones.

Alicia considera que un buen maestro debe explicar y volver a enseñar hasta que el alumno aprenda. El maestro de escuela debería hacer aquello que hace un profesor particular para quien puede pagarlo. Frente a la dificultad, el maestro debe "avisar" a la familia. Sin embargo, Alicia se pregunta cuál es el límite entre la responsabilidad del maestro de volver a enseñar y explicar cuando un alumno no aprende y la de la familia que debe entonces poner un profesor particular:

(EA1,R266)

E: *Y, Alicia, para vos un buen maestro de matemática, ¿qué tiene que hacer para ser un buen maestro? ¿O un maestro qué tiene que hacer en la clase de matemática para ser un buen maestro?*

A: *Y, enseñarte y explicarte hasta que entiendas me parece.*

[1] Reconocemos ahora en este diálogo un problema metodológico que enunciamos en el capítulo 2 y retomaremos en el capítulo 6. La entrevistadora pregunta por "ser bueno" y Alicia responde por "saber" o "no saber". Alicia no dice que su marido "es bueno", sin embargo, se le repregunta por "ser bueno". Creemos que se trata de dos lógicas yuxtapuestas en este diálogo: en la lógica de Alicia "se estudia, se sabe, se es inteligente".

E: *Mm, ¿y algo más?*

A: *No sé. Ser un buen maestro, o sea… yo creo que tiene que salir aprendiendo, o sea… no sé. Ellos mismos creo que te dicen si no… si por ejemplo, Martín mi hijo, le va mal en matemática, ellos mismos te van a avisando que no… mucho no entiende, o sea que le va mal en matemática y vos tenés que mandarlo a enseñar de vuelta. O sea, no sé si no me parece o no, o ella no puede perder tiempo con él aparte de los otros, porque supuestamente tendría que saber. No sé si está bien.*

(…)

E: *Ah, un maestro que le dijera a los papás que su hijo no anda bien en matemática, para vos, ¿no sería tan buen maestro porque tendría que volver a explicarle hasta que aprenda?*

A: *Bueno, no sé. Porque si no, si es como que no quiere perder tiempo con él, no sé. Porque los otros saben, viste, entonces como que le dice que tenés que mandarlo a enseñar, o sea, que tiene que estudiar más… o que no sabe o sea, sabe menos que los otros. O sea, me parece que le tiene que enseñar más, o sea, eso ya viene depende del… de lo que te dicen, que uno es malo en matemática, y por más que esté arriba de él uno, y dos y tres veces, no entiende, ¿entendés? O sea, llega un momento que ella dice: "Ya no… ya no va a aprender", y mandalo a enseñar, qué sé yo, buscale un… no sé como son ellas en la clase pero casi siempre escuchás "le tuve que poner un… a estudiar un profesor que va tres, cuatro horas a estudiar porque no…" y vos te preguntás por qué.*

Desde su punto de vista la responsabilidad principal del alumno en su aprendizaje de matemática es prestar atención.

(EA1,R301)

E: *Y para aprender, porque hasta ahora hablamos un poco de qué tiene que hacer el maestro, ¿no? ¿Y qué tiene que hacer un alumno para aprender matemática?*

A: *Y, prestar mucha atención.*

E: *¿Y algo más?*

A: *No... Prestar atención porque… mi hijo, por ejemplo, va con, eh… el otro día hicimos mal mayor y menor, y son… pusimos acá el menor y acá el mayor, y tenía que ser, porque dice mayor y menor, tenía que ser primero el mayor y después el menor. Y lo hicimos mal porque primero pusimos el menor y después el mayor. Y es como que, es lo que yo le digo, no presté atención porque son… no es nada, y no lo entiende. Entonces la señorita me dijo que preste más atención, lo cambió, lo puso adelante de ella porque no presta atención. O sea, yo creo que tiene mucho que ver que prestes atención y no estés jugando, ellos son chiquitos, pero bueno.*

E: *¿Bastaría con prestar atención para aprender matemática?*

A: *Yo creo que sí. Porque a mí, Juana, por ejemplo, me va y me explica, o vos, y lo entendés, no es que… no me voy a comparar yo con un chico de seis pero, prestás atención y lo entendés.*

Si bien Alicia dice que el trabajo del que aprende involucra una cuestión de atención, describe en cambio la tarea del alumno con sucesivos intentos y un tiempo personal de exploración, reflejando una concepción en la que aprender matemática es también una cuestión de trabajo, tiempo y esfuerzo. Por eso valora el trabajo escrito en la clase:

(EA1,R326)

E: *(…) ¿Para vos es importante en la clase de matemática escribir algo, escribir, eh… en el cuaderno o en la carpeta, o, digamos, te parece que sirve escribir, que es necesario escribir en la clase de matemática?*

A: *¿Cómo escribir?*

E: *Por ejemplo, si alguien te dijera a vos que en la clase de matemática solo hace las cosas con la mente, o hablando todos los problemas, los cálculos, eh, ¿vos pensás que es conveniente hacerlo todo con la mente o hablando, o te parece que también es conveniente escribir? ¿Qué te parece?*

A: *Sí, es importante esto, esta clase que tenemos por ejemplo es importante, porque vos hacés, me gusta más a mí así. O sea con la mente vos por ejemplo vos por ahí pensás y lo hacés pero vos después te olvidaste. Es importante estar ahí y estar, tratar de resolver vos. Me parece que aprendés mejor.*

E: *O sea, a ver si entiendo Alicia, vos decís que si está escrito vos tratás más de resolverlo.*

A: *Claro.*

E: *¿Por qué pasa, pasaría eso, cómo sería?*

A: *Y creo que si… como vos me dijiste, que si pensás o si, por ejemplo, vos me decís eh… nueve más, igual lo vas a saber, te va a quedar, pero hay problemas que… si lo escribís, si lo pensás, si lo volvés a borrar y, lo aprendés. A no ser, por ejemplo, una pregunta que hay: "¿En la semana se vendieron cuántos jabones?", y vos pensás, y lo resolvemos ahí con Juanita, y ella vuelve a escribir, y vuelve a borrar, y aprendimos ahí, y después nos fuimos, es como que a mí se me va.*

E: *Mm, ¿y si te queda en tu cuaderno o en tu carpeta te parece que es mejor?*

A: *Sí, porque yo estuve ahí veinte minutos, ponele, media hora tratando de resolverlo yo.*

E: *Ajá, ajá. Ah, entonces una cuestión importante que estarías vos diciendo es que si está en tu carpeta o en tu cuaderno vos te esforzás y trabajas veinte minutos haciéndolo, que es distinto que si está Juana en el pizarrón haciéndolo entre todos.*

A: *Claro. O si lo pone y lo copiamos en el cuaderno y lo resolvemos es lo mismo que ella nos dé una y ya… como dice ella, perdemos tiempo en estar escribiendo y todo eso. Ella nos da el problema y nosotros resolvemos, pero me parece que apren… yo aprendo mejor así. Estar y borrar y contar de vuelta, porque yo hago con los palitos, viste. Y hago dos y tres veces y después pienso de vuelta y lo hago de vuelta, si no está bien… es como que te queda. Yo aprendo más así.*

Alicia considera que escribir permite la exploración (probar, pensar, volver a borrar), además de que la escritura permite guardar memoria, evitar el olvido. Veamos cómo solicita la escritura de aquello con lo que se había trabajado en una entrevista anterior:

(EA4,R371)

E: *Mm, bueno. Bueno, vamos a parar acá, ¿tenés alguna pregunta, algo que como el otro día quieras que te explique en función de lo que apareció, o de lo que hicimos?*

A: *No sé. Me estaba acordando, digo, no le pregunté, o no me explicó, no sé qué era, pero ahora no me acuerdo, de la… del otro día, no sé.*

E: *¿De algo del otro día?*

A: *Sí. Me pareció… lo vemos después si querés.*

***E:** Como quieras, si querés, la próxima, y si te acordás, ahora. El otro día trabajamos sobre los números, la comparación de números, la escritura de los números… eh…*

***A:** ¡Ah, no! No, ¡nada raro! ¡Que no anoté cuántos, o sea, decía: "¿Por qué no anoté cuántos ceros lleva el mil y cuántos ceros?" Así quería anotar, más o menos como el diez mil cuántos números… cuántos ceros lleva…*

***E:** Ajá. Ajá. A ver si te sirve esto que yo te anoto…*

***A:** Porque viste que llevé un papel anotado con cosas que aprendí.*

Veamos su imagen de sí misma como matemática. Alicia siente mucho placer en aquellas situaciones de aprendizaje de conocimientos matemáticos por ella reconocidos como escolares en las que alguien le enseña o ayuda:

(EA1,R212)

***A:** No, porque hoy mi marido me dijo, me puso un cuaderno y me dijo: "Dividí", y me, se sentó ahí y me enseñó, viste y… yo digo: "¿Es eso nada más?", o sea no… no me pareció tan difícil, pero ahora no me preguntes porque…*

***E:** Ahora no te acordás ni te voy a preguntar, no te preocupes pero… pero vos sentiste que podías.*

***A:** Sí.*

***E:** Y que no era tan difícil.*

***A:** No.*

***E:** Mm.*

***A:** Será porque los números eran chiquitos, tres dividido dos una cosa así me dijo, y eran nada o sea, en ese momento dije: "¿Es eso?".*

Dos momentos de la misma entrevista son contundentes para ilustrar las ganas de aprender matemática de Alicia. En la primera entrevista, luego de media hora se le propone terminar pero Alicia no realiza ningún movimiento para irse, no acepta terminar allí el intercambio e incluso sigue trabajando bastante tiempo más:

(E1A,R360)

***E:** Bueno. Bueno, vamos a dejar hoy acá y, en todo caso la semana que viene, si aceptás, seguimos charlando y, si querés, te puedo ayudar con la cuenta de dividir…*

***A:** Sí (Alicia se queda en silencio, expectante como sin acusar recibo del final).*

***E:** Y… eso, ¿querés hoy o querés otro día?*

***A:** Cuando quieras.*

***E:** ¿Vos qué preferís?*

***A:** ¿Tenés otro más? (Refiriéndose a otro alumno más para entrevistar).*

***E:** No, hoy no, ya termino. Pero si querés hoy seguir no tengo problema, ¿eh?*

***A:** Bueno.*

***E:** ¿Pero preferís ahora?*

***A:** Sí.*

En la misma entrevista, quince minutos después de haber trabajado sobre la división (cálculos orales con números redondos) Alicia expresa con mucha claridad el placer de aprender matemáticas y nos muestra su renuencia a finalizar el encuentro:

(EA1,R500)

E: *Bueno, pero vas a seguir aprendiendo más de la división, pero ya podés hacer algunas divisiones, ¿no?, unas cuantas hiciste.*

A: *Está bueno sí. A mí me gusta.*

E: *Bueno. Bueno, seguiremos con las divisiones, ¿dale?*

A: *Muy lindo.*

E: *Gracias Alicia (nuevamente "cerrando" la entrevista).*

A: *A mí me gusta la matemática.*

E: *¿Sí?*

A: *Esta clase me gusta, me gusta, o sea, me gusta más. Por ahí estamos leyendo y me pierdo, pero en la matemática estoy ahí y no escucho nada, estoy sola ahí…*

E: *¿Y te gustaba de antes de venir a la escuela también?*

A: *¿Cómo de antes?*

E: *¿Ahora te gusta desde que venís a esta escuela y trabajás con Juana, o te gustaba de antes?*

A: *Sí, sí, así sí, me gusta, porque si no, lo dejaba.*

E: *¿Te gustaba de antes?*

A: *No, me gusta ahora.*

E: *¿Ahora?*

A: *Sí, igual nunca hice, no te puedo decir si no me gustaba antes. Siempre, mi marido siempre me decía, pero yo decía: "No, ya para qué".*

E: *¿Qué te decía?*

A: *Que estudie, o que aprenda.*

E: *¿Pero vos te sentías que eras buena para la matemática, que te gustaba matemática?*

A: *Me gusta, pero mucho no entendía. Siempre me tenía preocupada estos números. Por ejemplo, él me decía: "cuatrocientos", y yo ponía, y me decía: "pero ese no es cuatrocientos", y siempre se enojaba viste. Y ya me quedaba viste, después ya no lo quería ayudar porque siempre me cargaba o me decía…*

E: *Te sentías mal. Te sentías mal cuando vos no sabías eso…. ¿Y ahora te estás sintiendo mejor?*

A: *Claro. Sí. Igual, quiero aprender más de esto que te digo… viste esto, por ejemplo, que yo quería poner cuatrocientos, y puse un cero más.*

E: *Bueno. Si querés la próxima vemos lo de los números esos, cuatrocientos, cuatro mil para que no te confundas, a ver si encontramos alguna manera de que no te confundas, y… y bueno, está bueno que ahora te guste la matemática.*

A: *Me gusta, sí.*

Alicia ha tenido algunas experiencias extraescolares de uso personal de sus conocimientos matemáticos que considera satisfactorias. En todos los casos se trata del contexto del dinero en situaciones de compra o de venta:

(EA2,R149)

E: *¿Y alguna vez que te acuerdes de alguna situación en la que te sentiste bien porque te salió algo de matemática? ¿Alguna situación en la que tenías que resolver algo…?*

A: *En el kiosco. Yo decía "sí puedo". Porque nosotros inclusive tenemos un locutorio en la provincia, que no está… que está alquilada, que está ahí como para abrirla y atenderla y yo no me animo. Y en ese momento dije que sí, que sí iba a poder, o sea, nada es difícil, decía yo. Pero con mis hijos, y todo eso de mi nene más chiquito, ir a la provincia y todo, nunca me animé, pero… yo creo que no es difícil, inclusive teníamos un locuto… dos minicabinas viste en el locutorio, en el kiosco, y lo atendía, y era todo… por la computadora viste. Y yo decía que no iba a poder, ¡y lo hacía! O sea que dije que iba a poder, que sabía, que por qué yo no estoy abriendo ese locutorio tan grande, y está ahí cerrado y viste, no,… tiene que estar trabajando. Pero yo creo que voy a poder…*

E: *Ahí vos decías que ibas a poder.*

A: *Sí, sí, sí.*

E: *Y te ponías contenta de que sí te salían.*

A: *Claro.*

E: *Eh, y ¿qué es lo que te salía ahí que te ponía contenta?*

A: *Y que yo podía cuidar, o sea, yo pensé que nunca iba a poder o sea estar al frente de un negocio, un… está bien que no sea… grande, pero bueno, también eso, tenés que estar con… ahí. Y lo pude hacer, sumaba, restaba, qué sé yo, viste, cobraba, daba los vueltos, cosa que eso yo no… no me animaba, viste, por no dar mal, pero nunca me pasó que di mal el vuelto o que me confundía, no…*

Esta idea de trabajo, tiempo y esfuerzo es vivida por Alicia como un desafío personal, un desafío que le produce placer. Veamos cómo expresa esa valoración del desafío:

(EA2,R212)

E: *(…) ¿Hay algo que te da temor en las clases de matemática acá en la escuela?*

A: *No.*

E: *Y antes de venir, los días antes, desde que te anotaste hasta que viniste, cuando pensabas en las clases de matemática, ¿te daba temor algo?*

A: *No, siempre vine con ganas de… nunca dije: "No, no voy a ir porque mañana hay matemática", por ejemplo, ayer dijo Juanita: "Mañana hay matemática", y bueno. Si tengo, si tuviera miedo no vendría. Y bueno, me gusta.*

También Alicia reflexiona sobre el placer de aprender, del desafío personal y de sus logros luego de un intenso trabajo personal sobre cálculos mentales de división. Hemos reproducido en el apartado anterior cómo al finalizar la entrevista Alicia dice que le gusta la matemática, "*en la matemática estoy ahí y no escucho nada, estoy sola ahí…"* valorando ese momento de encuentro con el problema en el cual está sola frente al esfuerzo, al desafío.

Además de las razones para estudiar que ya hemos mencionado (o tal vez debido a ellas), Alicia nos muestra el placer que le produce “el desafío” (intelectual), incluso desde el primer minuto de la primera entrevista:

(EA1,R4)

E: *(…) Bueno, mirá Alicia, la idea es, si vos estás de acuerdo y aceptás, tener varias charlas así de un ratito. ¿Viste como estuve reunida con Claudio, con Vicente? En algunas de esas charlas, las primeras, yo te voy a preguntar sobre… sobre la escuela, la matemática, lo que vos pensás, tus opiniones, o algunas cosas que vos aprendiste y dónde las aprendiste. Eso serían dos o tres charlas, y después dos o tres veces más, te voy a preguntar para ver cómo escribís los números, cómo hacés los cálculos, ¿está? Más o menos parecido a lo que hacen con Juana, pero vos sola para que yo pueda anotar, o grabar lo que vos me vas diciendo, ¿está bien?*

A: *Bueno.*

E: *Bueno, eh… ¿aceptás?*

A: *Sí. El desafío.*

También muestra el placer de aprender cuando nos cuenta que comparte con su marido los logros obtenidos:

(EA2,R5)

E: *(…) ¿Te quedaste pensando en algo de la división o algo el otro día, o pudiste usarlo para alguna situación, o pudiste…?*

A: *No, no lo usé, pero le dije a mi marido: “Era fácil”, y me dice: “¡Viste que sí!”*

Alicia explicita en varias ocasiones el placer de aprender. Anteriormente mencionamos su deseo de continuar la primera entrevista, veamos cómo se cierra la tercera:

(EA3,R910)

E: *(…) Bueno, muchísimas gracias.*

A: *Está bueno.*

E: *¿Está bueno? ¿Qué está bueno?*

A: *La matemática, me gusta. Pero los números me confundían un montón. Está bueno aprender.*

Hemos visto que Alicia recurrentemente explicita el placer que le produce aprender.

3.4.3 Algunos conocimientos aritméticos

Lectura y escritura de números. En las clases Alicia se enfrenta en varias oportunidades a la lectura de números de tres y cuatro cifras. En estos casos corrige a una compañera aportando la lectura convencional del número, aunque duda:

(C7,R707)

A1: *Trescientos cuarenta y cinco menos ciento diez (leyendo 3450 - 1100).*

A: *Tres mil cuatrocientos cincuenta.*

A1: *Tres mil cuatrocientos cincuenta (…).*

A: *¿Esto cuánto es? (Mostrándole a la maestra 3450).*

M: *Tres mil cuatrocientos cincuenta.*

A: *Tres mil cuatrocientos cincuenta (reafirmando su correcta interpretación anterior frente a su compañera).*

(C7,R981)

A1: *Doscientos treinta yo puse (habían escrito 2300).*

A: *Dos mil trescientos (corrigiéndole a su compañera).*

En varias ocasiones confunde números “redondos” de varias cifras por otro con las mismas cifras iniciales pero con un cero más o un cero menos:

(EA1,R490)

A: *¿Cuatrocientos? (Respondiendo por el cociente de 1660:4).*

E: *Sí.*

A: *Para cada uno. (Escribe 4000).*

E: *Ojo que pusiste cuatro mil, ¿eh?*

A: *Ah, este no. Ahí es donde yo me confundo… pasa que son muchos números.*

E: *Bueno, vamos a aprenderlo, lo vas a aprender muy rápido.*

A: *Ahí está (tacha un cero).*

Alicia tiene dominio de la escritura de algunos números redondos como 100, 1000, 10000, como ella misma reconoce “el cien y el mil bueno…”. Este conocimiento es punto de apoyo para realizar en muchas ocasiones algunas escrituras aditivas para números de 4 o 5 cifras, en las que yuxtapone las dos partes de la palabra-número, como ya hemos visto para Isabel y Vicente, por ejemplo, escribir 1008 como 10008 apoyándose en el nombre del número “mil ocho”. Un aspecto a destacar es cómo ella autónomamente recurre a la escritura del año en curso (2009) para revisar su propia producción:

(EA3,R12)

E: *(…) Yo te voy a pedir que escribas algunos números, ¿está? Eh…*

A: *¿Como para hacer qué?, ¿sumas…?*

E: *No, no, primero algunos números sueltos. Eh, mil ocho.*

A: *(Escribe 10008).*

E: *Eh, diez mil.*

A: *(Escribe 10000). No sé dónde van los puntitos.*

E: *No importa, igual los puntitos son optativos, no son obligatorios. Em, diez mil ocho.*

A: *(Escribe 100008) No sé si está bien, pero…*

E: *Dos mil.*

A: *(Escribe 2000).*

E: *Dos mil ocho.*

A: *(Escribe 20008 dudando).*

E: *Vos antes dijiste: "No sé si están bien", y ahora pusiste cara de duda. ¿Podrías explicarme un poco qué dudas estás teniendo?*

A: *Por los números, por los… yo no sé si te había comentado que tengo ese problema… o sea, no sé los… el cien y mil bueno…, pero ya cuando me decís más números, más… ceros ya como que me confundo.*

E: *¿Y qué duda tenés puntualmente ahora? Porque parecería que tenés una duda en particular, por tu cara al escribir los números…*

A: *No, estaba pensando en la fecha, porque… dos mil nueve (escribiendo 2009), estamos, ponele, cuando se pone cero nueve nada más (escribiendo 09), no sé si está bien así… pero sí, creo que sí.*

E: *Mm, y esta escritura del dos mil nueve que vos hiciste acá, ¿estás segura de que es correcta?*

A: *No. Sí.*

E: *Mm, ¿y te serviría fijarte en algún lugar? ¿Dónde te podrías fijar para saber si está bien escrito el dos mil nueve?*

A: *No sé. Porque en la fecha… por ahí en el celular.*

E: *Mm, ¿vos en el celular tenés escrito, así escrito el cero nueve o tenés todo el año?*

A: *Creo que está todo.*

E: *Pero no lo tenés acá, ¿no?*

A: *No.*

E: *Y en una agenda, ¿te serviría?*

A: *Puede ser.*

E: *A ver, esta es mi agenda…*

A: *(Busca y mira la escritura 2009 en la primera hoja) Ajá, está bien.*

E: *¿Cuál está bien?*

A: *Este (señalando su propia escritura anterior 2009).*

E: *Mm, entonces…*

A: *Este está mal (señalando su propia escritura 20008 hecha para dos mil ocho).*

E: *Ajá, ¿qué pensaste?*

A: *Dos mil ocho me dice.*

E: *Sí, ¿cómo…?, ¿qué estás pensando cuando, mirando la escritura del dos mil nueve, que ahora sabés que es correcta porque esta así en la agenda, mirás la del dos mil ocho y te parece que no está bien?*

A: *Porque un cero está de más.*

E: *¿Y cómo lo escribirías?*

A: *Porque me dijiste, dos mil ocho me dijiste vos, ¿no?*

E: *Sí.*

A: *O sea, serían estos… acá, y esto no (tacha el 8 de 20008 y escribe sobre el último 0 un 8).*

E: Mm, a ver, ¿la escribirías abajo como te parece que es ahora?

A: Así. Dos mil ocho (escribe 2008).

E: Mm, o sea ahora la escribirías con un cero menos.

A: Claro.

E: Mm, ¿y por qué? O, ¿qué pensaste para hacer esto? ¿Por qué cambiaste de idea?, ¿de qué te diste cuenta?, ¿o qué cosas te quedaste pensando…?

A: Por la fecha realmente, porque dos mil nueve, y dos mil… me dijiste dos mil ocho, es lo mismo, o sea, un número más. O sea, un cero está de más, por eso me quedé dudando. Dos mil… sí, está bien (escribe nuevamente 2000).

Alicia tiene contradicciones, como hemos mencionado ya, sobre la cantidad de ceros y su permanencia al escribir números no redondos. En esta ocasión frente a sus dudas recurre –además de a referentes estables, como hemos visto antes– al cálculo como medio para justificar su producción:[1]

(EA3,R192)

E: Entonces de estas dos escrituras estamos seguras, ¿no?, que este es el dos mil, y que este es el dos mil nueve. Entonces, vamos a ver si estas escrituras te ayudan a pensar en otros números. Mirando estos números, ¿cómo pensás que se escribe el número mil?[2]

A: Mil… (escribe 1000).

E: Mm, ¿de ese estás segura?

A: Sí…

E: ¿Por qué estás segura?, ¿de qué te das cuenta?, ¿qué mirás?, ¿en qué te fijás?

A: Por los… por los ceros.

E: Mm, ¿en qué te fijás?

A: O sea, acá serían mil más mil, serían dos mil (escribe una suma vertical de manera convencional 1000, abajo 1000, una línea y abajo el resultado 2000).

Para Alicia la escritura de nudos es una fuente de consulta y apoyo para escribir otros números. Otro punto de apoyo para muchos de sus conocimientos aritméticos es el uso del dinero. Sin embargo, al tener que escribir algunos números, aparecen nuevos problemas ligados a las diferentes formas sociales vigentes de escritura del dinero: el uso de puntos, comas y ceros. En esta ocasión Alicia escribe dos pesos como 200, escritura que es cuestionada por ella misma por su equivalencia con la escritura numérica de doscientos. Alicia reconoce y explicita las contradicciones que encuentra:

(EA3,R113)

E: ¿Qué te quedaste pensando, Alicia?

A: El… ¿qué diferencia hay entre los dos pesos, como se escribe, o sea el… los dos pesos y los doscientos pesos? Es casi lo mismo (señalando sus escrituras respectivas 200 y 200 hechas para escribir 2 pesos y 200 pesos).

---

[1] En varias ocasiones los alumnos justifican por medio de un procedimiento que no es el que han utilizado. Analizaremos esta cuestión en el capítulo 6.

[2] Posiblemente esta intervención pudo haber producido en Alicia la necesidad de justificar innecesariamente.

Alicia está sumamente atenta a encontrar regularidades entre los números que le permitan determinar la validez de sus producciones. Así explica la necesidad de que dos números tengan entre sí la misma cantidad de ceros:

(EA3,R208)

E: *Mm, y entonces hasta ahí estás segura. Vos ya sabés que el mil se escribe así. ¿Cómo se escribirá…? Ya sabés que el dos mil se escribe así, el mil se escribe así, y el dos mil nueve se escribe así, de estas tres estás segura (señalando cada vez las escrituras correctas).*

A: *Ajá.*

E: *¿Cómo se escribirá el mil nueve?*

A: *Serían la mitad de esto (señalando 2009). O sea… porque dos mil nueve lleva dos ceros, y bueno, mil nueve tiene que llevar, supuestamente, dos ceros también… mil nueve (escribiendo 1009).*

Veamos cómo Alicia reflexiona sobre sus propias producciones numéricas. Para referirse a si los ceros se escriben (si se mantienen los del nudo anterior) se pregunta si "*tiene que llevar siempre los ceros"* o *"si se escribe directamente":*

(EA3,R220)

E: *Mm, vamos a… yo no te contesto todavía si está bien o no… vamos a ver: vos antes escribiste así mil ocho (señalando 10008), y así ahora escribís mil nueve (1009).*

A: *Esa está mal (señalando 10008).*

E: *¿Te parece que esta está mal?*

A: *Sí.*

E: *¿Mil ocho? (Alicia empieza a tachar un 0) No, no, escribila acá abajo. ¿Cómo escribirías ahora mil ocho?*

A: *(Escribe 1008).*

E: *Y, ¿por qué cambiaste de idea?*

A: *Y porque acá me dijiste mil nueve, y después me preguntaste: "Cómo escribirías mil ocho", o sea, es casi lo, es lo mismo. Es, tiene que sacarle nada más que un cero.*

E: *O sea, vos ahora pensás que hay que sacarle un cero a este, que mil ocho se escribe "uno, cero, cero, ocho". ¿Y por qué te parece que este no es el mil ocho ahora? (Señalando 10008).*

A: *Fijándome en este. Porque este es mil nueve (1009), y yo miro acá y mil ocho. Un cero está de más.*

E: *¿Y cómo sabés que este mil nueve está bien?*

A: *Y porque serían mil… mil ocho, mil nueve, si yo escribo mil ocho, mil nueve, mil diez, es lo mismo.*

E: *A ver, ¿mil diez cómo sería?*

A: *Mil nueve… (leyendo 1009) ¿así? (escribiendo 10010 y con expresión de duda).*

E: *¿Qué te da duda?*

A: *Creo que está bien, por los ceros, pero bueno. Supuestamente estaría bien, porque si escribo mil once (escribiendo 10011) tiene que llevar siempre los ceros, ¿o no?*

E: *A ver, te digo otro número para que escribas: mil novecientos… ¿vos en qué año naciste?*

A: *En el setenta y cinco.*

E: *En mil novecientos setenta y cinco. ¿Te animás a escribir mil novecientos setenta y cinco? ¡Ay qué carita de susto! Bueno, no te preocupes si no te sale.*

A: *¿Así? (Escribe 10075).*

E: *Bueno, te voy a dar una pista… mil…*

A: *O se escribe directamente… no, no puede ser, ¿o sí? (Escribe 1075).*

E: *Te voy a dar una ayuda: este que escribiste último es el mil setenta y cinco. Pero vos naciste en el mil novecientos setenta y cinco.*

A: *Ah… mil novecientos… ¿sería así? (Escribe 1975).*

E: *Sí.*

A: *Mil novecientos setenta y cinco (leyendo 1975).*

E: *Mm, así se escribe el año en el que vos naciste, mil novecientos setenta y cinco.*

A: *Así no (señalando 10075 y 1075).*

E: *Así no. Ahora, vos antes dijiste algo en relación con los ceros, con este mil diez y con este mil once. ¿Qué pasa con los ceros en mil novecientos setenta y cinco?*

A: *No tiene.*

E: *¿Por qué no tiene?*

A: *Porque esto ya significa mil, o sea, mil novecientos setenta y cinco, y mil… y si, no puede ser.*

E: *¿Este qué número es? (Mostrando 10011).*

A: *Mil once sería.*

E: *¿Y ciento once cómo sería?*

A: *¡Ciento once! (Escribiendo 111).*

E: *¿Este es ciento once o mil once?*

A: *Ciento once.*

E: *Ciento once. ¿Te animás a escribir al lado del ciento once el cien? (Lo escribe convencionalmente). Bueno, ¿de este estás segura, del cien?*

A: *Sí.*

E: *¿Y del ciento once?*

A: *Sí.*

E: *Bueno, este es el cien, y este es el ciento once. Ahora abajo escribí el mil y el mil once. A ver si eso te ayuda.*

A: *¿Eso es un mil? (Señalando 100).*

E: *No, es un cien. Vos me dijiste que era un cien y estaba bien.*

A: *Ah, cien.*

E: *Ahora escribí el mil.*

A: *Mil (escribiendo 1000).*

E: *Y ahora el mil once.*

A: *A ver… No (escribiendo 1011).*

***E:** ¿Por qué no? ¿Qué es lo que te parece que no está bien?*

***A:** Porque no sé si llevan dos ceros o un solo cero.*

***E:** Ajá, estás en duda si el mil once es este que escribiste ahora con un solo cero (1011), o el anterior con dos ceros (10011).*

***A:** Sí, claro.*

Notemos cómo la persistencia de la hipótesis de la escritura aditiva genera en Alicia la duda sobre si 100 como parte de 10011 llamado mil once se llamará 100, número que ella sabe escribir. Unos momentos después, frente a sus dudas sobre cómo se escribirá el número mil ciento once, Alicia solicita a la entrevistadora que le muestre cómo se escribe. Es interesante señalar dos cuestiones. Por un lado Alicia duda de la existencia del número mil ciento once. Pregunta si ese número "se puede escribir" y si "existe" como número. La otra cuestión es que una vez escrito, lo lee espontáneamente descomponiéndolo en mil, cien y once señalando las cifras en cada paso mientras dice las partes del nombre del número.

(EA3,R297)

***E:** ¿Cómo sería el mil ciento once?*

***A:** No sé, ja, ja.*

***E:** Más o menos, dale, pero animate, animate que vamos.*

***A:** No, no sé. Me sale a mí decir así, pero en realidad no es, capaz que… mil cien, mil once es la palabra, no mil ciento once, ¿cómo hacés mil ciento once?*

***E:** ¿Cómo hacés en dónde?*

***A:** ¿Se puede escribir "mil ciento once"?*

***E:** ¿El número?*

***A:** Sí. ¿Cómo?*

***E:** Te voy a contestar ¡porque me estás preguntando muy directo! ¡Así que te voy a contestar!*

***A:** ¡Es mucho para mí!*

***E:** Mil ciento once (escribiendo 1111).*

***A:** Ah, este es el mil (señalando el primer 1), este el cien (señalando el segundo 1), y este, el once (señalando los dos últimos 1). El número es un tema.*

(EA3,R316)

***E:** Eh… bueno, a ver, este es el mil ciento once, ¿sí? (Señalando 1111).*

***A:** Ajá, mil ciento once, o sea, dije bien, ¡existe mil ciento once!*

***E:** El mil ciento once existe.*

***A:** Mil ciento once… (Con una entonación y gestos para seguir contando en voz alta).*

***E:** ¿Qué estabas pensando?, ¿cómo se cuenta después del mil ciento once?*

***A:** Claro.*

***E:** ¿Cómo se cuenta?*

***A:** Mil ciento once, mil ciento doce, y sigue.*

***E:** Ajá.*

A: Pero yo pensé que lo estaba, lo decía mal.

Sin duda a Alicia el análisis del valor posicional le es en este caso un punto de apoyo para pensar sobre la escritura de los números. Está reflexionando sobre las relaciones entre el nombre del número y su escritura (notemos que no ubica 1000, 100, 10 y 1 sino 1000, 100, 11, tal como el nombre indica).

Valor posicional. Hemos mencionado recién cómo Alicia se apoya en el valor posicional para reflexionar sobre las escrituras numéricas "leyendo" en 1111 qué cifras representan mil, cien y once. También resuelve otros problemas que implican realizar descomposiciones en la unidad seguida de ceros teniendo en cuenta el valor posicional.

(EA3,R329)

E: *Si vos tuvieras que pagar mil ciento once con billetes (escribiendo $ 1111), ¿cuántos billetes de cien, cuántos billetes de diez, y cuántos billetes de uno…? (Escribiendo un recuadro con forma de billete con $ 100, otro con $ 10 y un círculo con $ 1 como si fuera una moneda). (Alicia había puesto expresión de susto). ¿Te resulta muy difícil lo que te estoy preguntando? ¿Querés que empecemos…?*

A: *¿Cuántos billetes de mil…?*

E: *Cuántos billetes de cien, porque de mil no tenemos nosotros.*

A: *De cien.*

E: *Billetes de cien, de… si vos tuvieras que pagar mil ciento once pesos. En el banco, vamos a suponer una cuota de un crédito, un alquiler, y tenés billetes de cien pesos, tenés billetes de diez… ¡O vamos a poner al revés, te van a pagar a vos el sueldo! ¿mejor, no?, mil ciento once pesos.*

A: *Ajá.*

E: *Mil ciento once pesos. Y tenés billetes de cien pesos… el que te va a pagar te va a pagar con billetes de cien, billetes de diez y monedas de un peso. ¿Cuántos necesita de cada uno para pagar mil ciento once?*

A: *Y para llegar a mil necesita diez... Cien, doscientos… cien, doscientos, trescientos, cuatrocientos, quinientos, seiscientos, setecientos, ochocientos, novecientos, mil (contando de cien en cien con los dedos). Diez billetes de cien.*

E: *Te hago una pregunta Alicia, a mí me pareció, vos lo hiciste con los dedos; pero a mí me pareció –por ahí me equivoco– que vos estabas por decir diez billetes de cien, o que llegaste a decirlo, y que confirmaste con los dedos, ¿es así?*

A: *Sí, siempre así.*

E: *O sea, ¿siempre qué?, ¿siempre…?*

A: *Siempre lo vuelvo a hacer, por ahí ya… me imagino, pero por las dudas siempre uso los dedos yo.*

E: *Ajá, o sea, vos cuando pensaste en mil, pensaste diez billetes de cien, pero no confiaste mucho.*

A: *Sí, no.*

(…)

A: *Son diez billetes de cien, sí. Bueno, y el mil ciento… cien. Y otra vez diez billetes de diez pesos para hacer… mil cien. Es, serían acá diez billetes de cien pesos, no, quise hacer diez. Diez billetes de cien pesos.*

E: *Sí.*

A: *Acá, para hacer… este ya son mil. Para hacer diez…*

E: *¿Querés anotarte acá que ya son mil?*

A: *Mil. Para ir juntando porque sino… (escribe 10, abajo 100 $ y al lado 1000, y mira sus anotaciones dudando...)*

E: *Ajá, y por ahí si querés te sugiero que agregues "de", para que te quede "diez de cien".*[1]

A: *Ah.*

E: *Así te queda más ordenado, y después cuando lo leés, ya sabés. Diez de cien, ahí está. Diez de cien forman mil.*

A: *Mil.*

E: *Perfecto, ya tenés mil.*

A: *Cien… y serían diez billetes de diez para llegar a cien.*

E: *¿Y tenés alguna otra manera de llegar a cien que no sea con diez billetes de diez?*

A: *Y serían dos, cuatro, seis, ocho, diez. Cinco billetes de veinte.*

E: *Mm (afirmando).*

A: *Pero como dijiste diez billetes de… con billetes de diez.*

E: *Mm, ¿y con billetes de cien?*

A: *Mil.*

E: *Para pagar cien me dijiste ahora.*

A: *Cien, ajá. Ah… ¿con diez billetes de diez cuánto hacen?*

E: *Con diez de diez está bien, eh, podés armar cien, yo te preguntaba si… podías otra manera pero…*

A: *¡Ah, sí, hay otra manera! Ah… y con cinco billetes de veinte, o dos de cincuenta…*

E: *O dos de cincuenta, pero como acá no tenemos (billetes de 20) –en este problema–, entonces si querés anotá "diez de diez" que te dan cien.*

A: *Diez… ¿cómo pongo?, ¿de…?*

E: *Sí.*

A: *Diez…*

E: *¿Y te dan cuánto diez de diez? Así te queda igual que arriba…*

A: *Eh, cien pesos (Le queda 10 de 10 – 100).*

E: *Sí.*

A: *Mm, y… mil ciento once, ¿once qué?, ¿once… once pesos?*

E: *Sí.*

A: *Once monedas de un peso.*

E: *Podría ser… dale.*

A: *Once de un peso (escribe 11 de $ 1).*

Alicia puede realizar los cálculos mentales parciales que le permiten resolver este problema: 10 de 100 son 1000, 10 de 10 son 100. Es interesante que descompone en 1000, 100 y 11,

---

[1] En esta ocasión a Alicia le costaba localizar los propios resultados y datos que iba produciendo. Teniendo en cuenta que este no era el objetivo del problema propuesto, se decide ayudarla a organizar la información que va obteniendo en los pasos intermedios de su resolución.

idéntica descomposición a la realizada anteriormente para pensar en la escritura del número y que refleja las informaciones dadas en el nombre del número. Alicia no tiene dificultades para componer $ 100 con billetes de $ 50, de $ 20 y de $ 10, realizando rápidamente los cálculos mentales. No utilizó un billete de $ 100 para los 100 ni uno de $ 10 para los 11. Una posible interpretación es que tal vez consideró que tenía que usar valores menores, como en el primer caso usó para los 1000 billetes de $ 100 (por no haber billetes de $ 1000), luego tal vez generalizó esta relación y usó para los $ 100 billetes de $ 10 y para $ 11 monedas de $ 1.

Alicia interpreta el valor de las cifras según la posición que ocupan cuando debe realizar anticipación de resultados. Le es suficiente con mirar las centenas –así lo señala, lo explica y lo nombra– para determinar si la suma de dos números es mayor o menor que otro.

(EA4,R322)

E: *(…) Y si vos tenés mil pesos, y gastás en una cosa que tenés que pagar doscientos cuarenta y cinco pesos, y en otra cosa que tenés que pagar trescientos treinta y cuatro pesos (escribiendo $ 1000 y en otro lado $ 245 $ 334). Vos creés que, cuando pagues estas dos cosas, ¿te va a quedar más o menos que quinientos?*

A: *Menos.*

E: *¿Por qué?, ¿cómo te diste cuenta?*

A: *Y porque acá ya cincuenta. Y más esto, menos que cincuenta, te quedan…*

E: *¿Cuando decís esto es cincuenta, a qué te referís?*

A: *Claro, que acá… yo pienso que acá, tres menos… pago esto, y pago esto, ya suponete que gasté treinta más veinte, ya me quedan cincuenta nada más (señalando las cifras de las centenas pero nombrándolas como decenas).*

E: *Sí.*

A: *Y más esto…*

E: *Pero yo te había preguntado de quinientos, si te queda más o menos que quinientos.*

A: *Ah, ¡yo estoy pensando en cien pesos!*

E: *Ajá.*

A: *Sí, igual te queda menos que quinientos.*

E: *¿Cómo te diste cuenta?*

A: *Porque acá ya son, entre estos dos (señalando las centenas) ya gastaste quinientos pesos, y más esto (señalando las cifras de las decenas y unidades).*

E: *Cuando vos decís este dos, ¿te referís a este… a este dos y a este tres (señalando las cifras de las centenas)?*

A: *Claro.*

E: *El dos de doscientos cuarenta y cinco, y el tres de trescientos treinta y cuatro.*

A: *Ajá.*

E: *Mm, o sea que vos…*

A: *Ya pensando en estos dos números, en el tres y en el dos ya son quinientos pesos ponele.*

E: *Mm, y entonces vos ya sabés que gastaste más de quinientos.*

A: *Más de quinientos.*

E: *Mm, y si… y si vos tenés que… tenés mil pesos de vuelta, y gastaste doscientos noventa y ocho, y gastaste doscientos setenta y nueve, ¿es más o menos que quinientos lo que te va a quedar? (Escribiendo $ 1000 y por otro lado $ 298 y $ 279).*

A: *Menos. Un poquito menos.*

E: *A ver, ¿cómo pensaste?*

A: *Cuatrocientos y pico.*

E: *¿Eso es lo que gastás o lo que te queda?*

A: *No, lo que te queda.*

E: *Mm, ¿y lo que gastás cuánto sería más o menos? Redondeando como decías vos antes.*

A: *¿Cuánto gastás?*

E: *Mm.*

A: *Estos ya son cuatrocientos. Nueve más siete son…*

E: *Pero más o menos, más o menos.*

A: *Más que quinientos gastás.*

E: *Gastás más que quinientos.*

A: *Sí.*

E: *¿Cómo hiciste para darte cuenta, o cómo pensaste?*

A: *Porque dos y dos ya son cuatrocientos, y nueve más siete… ya son dieciséis, ya son… quinientos y pico y más, sí… más de quinientos.*

Advirtamos cómo Alicia dice "ya pensando en estos dos números" considerando la suficiencia de las centenas para resolver el problema.

Operaciones. Campo aditivo. Hemos podido identificar en las clases que Alicia, como sucede en los casos anteriores, resuelve problemas aditivos sin dificultad. Identifica la posibilidad de sumar o restar frente a problemas que involucran unir cantidades, agregar, quitar, encontrar la diferencia. Realiza cálculos de suma y resta de números "redondos" en forma oral con mucha comodidad. Dispone de algunos resultados memorizados y puede construir otros. Estos son algunos ejemplos de su participación en clase:

(C6,R961)

M: *Ahora, si yo digo diez más diez.*

A *y* ***A1:*** *Veinte.*

A1: *Diez más diez veinte.*

M: *¿Y si digo cien más cien?*

A e I: *Doscientos.*

(…)

M: *… ¿Y quinientos más cincuenta?*

A *y* ***A1:*** *Quinientos cincuenta.*

(C7,R237)

A1: *(Leyendo). ¿Cuánto hay que sumarle a cuarenta para obtener…?*

A: *¡Ah!*

A1: *Para obtener cien. ¡Leé Alicia!*

A: *Sesenta le tengo que sumar para que me de cien.*

(C6,R182)

M: *Y de otra manera, ¿cómo puedo sumar mil más ochocientos más mil más ochocientos? (Mientras escribe 1000 + 800 + 1000 + 800). ¿Cómo sumo?*

A: *Ocho y ocho dieciséis.*

M: *Sí. ¿Cuánto es?*

A: *Ocho y ocho dieciséis. Y dos mil son tres mil seiscientos.*

En este último caso vemos cómo Alicia altera el orden de los sumandos, haciendo uso implícito de la propiedad conmutativa para facilitar el cálculo mental al ordenar por un lado los dos ochocientos y por otro los dos miles. Asimismo, realiza un cálculo sencillo a partir de las unidades, pero es interesante la economía de su procedimiento. Alicia no dice "ocho y ocho dieciséis entonces ochocientos más ochocientos son mil seiscientos". Tampoco pierde el control, ya que podría haberse equivocado y decir "dos mil dieciséis" al sumar 16 y 2000. Alicia dice dieciséis pero piensa en 1600, ya que, sin nombrarla, retiene la cantidad 1600 al sumársela a 2000. Ambas estrategias de cálculo (agrupar los números y tratar solo con las centenas) le permiten a Alicia arribar con éxito y sin ninguna dificultad al resultado correcto.[1]

En el siguiente extracto de clase encontramos a Alicia resolviendo un problema (para el cual era suficiente con un cálculo aproximado) por medio de un cálculo oral y exacto:

(C7,R65)

A1: *Sí. Por ejemplo, a ver, dice si da para comprar el celular (que cuesta $ 135) y la licuadora (que cuesta $ 185), ¿alcanzan quinientos pesos? Eso pregunta, o sea que tenemos que sumar la licuadora y…*

A: *¡Ah!*

A1: *…el celular a ver si da quinientos. ¿Hay que hacerlo acá o acá?*

A: *Sí, acá. Alcanza y sobra.*

A2: *A mí no me alcanza para comprar nada. (Risas).*

M: *Y, este país es así, cada día alcanza para menos. (Risas).*

A1: *(Hablando con Alicia). Sí, porque entre esto y esto serían doscientos noventa.*

A: *No.*

A1: *Doscientos noventa y tres.*

A: *(Corrigiendo a su compañera). Gastan trescientos veinte entre los dos.*

En otra ocasión muestra su dominio del cálculo aproximado. En una clase Alicia se encuentra resolviendo un problema en el que debía determinar si la suma 897 + 234 será mayor o

[1] Este tratamiento de los números más económico, nombrando o escribiendo solo partes de ellos, lo hemos encontrado también en Isabel.

menor que 1000. Lo resuelve correctamente y al realizarse la puesta en común explica su estrategia de redondeo de ambas cantidades:

(C7,R881)

A: *Es mayor.*

A1: *Mayor que mil.*

A: *Ochocientos más doscientos ya son mil.*

También resuelve con facilidad problemas que involucran determinar el vuelto.

(EA4,R310)

E: *(…) Por ejemplo, si vos tenés cien pesos, y tenés que pagar veintitrés pesos, más o menos, ¿cuánto te van a dar de vuelto? Más o menos, aunque no sea exacto.*

A: *Setenta y siete.*

E: *Y si tenés cien pesos, y vas a comprar algo que sale cincuenta y cuatro, más o menos, ¿cuánto te dan de vuelto?*

A: *Cuarenta y seis.*

E: *¡Es un más o menos exacto el que vos hacés! (Riéndose).*

A: *Es un más o menos exacto, ja, ja.*

Para determinar la distancia entre 2455 y 10000 Alicia reconoce que puede restar, y utiliza el redondeo:

(C7,R777)

A: *No. Pero cuánto hay que sacarle para obtener, no, al diez mil cuánto hay que sacarle…*

A1: *¡No hay que sacarle nada Ali! Dice, dos mil cuatrocientos cincuenta y cinco para llegar a diez mil.*

A: *¡Ah!*

A1: *Para obtener diez mil.*

A: *¡Ah!*

A1: *Por eso es difícil, ¿ves? Tenemos que ver para obtener diez mil cuánto nos falta. Tendría que ser que falta…*

A: *Siete mil…*

A1: *Siete mil, siete mil…*

A: *…quinientos ponele. Le redondeé.*

A1: *No. Siete mil quinientos… ¿siete mil quinientos dos? Algo de siete mil es.*

A: *Siete mil quinientos si lo redondeás.*

Hemos visto algunas estrategias de cálculo mental que Alicia tiene disponibles para sumar o restar. Veamos ahora cómo realiza los algoritmos o cuentas convencionales. En este caso suma con facilidad dos números de igual cantidad de cifras, uno que no exige el reordenamiento recursivo y otro que sí:

(EA4,R6)

E: *(…) Por ejemplo… treinta y dos más treinta y dos. ¿Cómo lo harías vos?*

A: *(Escribe un número abajo del otro y realiza correctamente el algoritmo vertical de la suma empezando por las unidades, y obtiene 64).*

E: *Mm, y… ¿estás segura que está bien?, ¿te da alguna duda?, ¿estás tranquila con esto?*

A: *De la forma que lo hago creo que sí, no sé si hay… están…*

E: *Y… treinta y nueve más treinta y nueve.*

A: *(Escribe un número abajo del otro y realiza correctamente el algoritmo vertical de la suma empezando por las unidades). Nueve y nueve dieciocho, pongo el ocho, llevo una. Cuatro, tres, seis, siete (le queda 78).*

Sin embargo, cuando los números no tienen la misma cantidad de cifras Alicia no sabe cómo ordenarlos, del mismo modo que hemos observado en Claudio e Isabel. Es interesante destacar la conciencia que tiene Alicia de su duda y cómo la explicita. El extracto siguiente es la continuación de la entrevista en la que Alicia descompone en billetes y monedas $ 1111:

(EA3,R402)

E: *Mm. Bueno, ¿cómo podrías hacer para estar segura que todo eso está bien? Vos me decís que para armar mil ciento once pesos son diez de cien, diez de diez, y once de uno.*

A: *Y sumar todo.*

E: *Ajá, ¿te animás?*

A: *Sí… tendría que poner primero los mil (escribe 1000)… diez de diez que son cien (escribe 100 abajo y alineado a la derecha), ¿no? (le queda*

1000

100).

E: *Sí…*

A: *Esto también es el problema, que no sé dónde van los… ¿dónde empiezo?, ¿acá? (Señalando la posición de las cifras de las unidades de mil).*

E: *Vos anotalo y yo después te ayudo.*[1]

A: *Ahí, y… ¿once pesos serían así? (Anotando 11 alineado también a la izquierda) ¿Puede ser? (Empieza a sumar por las cifras de la derecha y anota 3, 1, 0 y 0 de derecha a izquierda) A ver… no, ¿por qué no sale lo mismo? Hice un lío…*

(Le queda

1000

100

11

3100).

[1] En este momento no intervinimos porque tal vez Alicia encolumnara mal pero sumara bien controlando el valor posicional mentalmente, estrategia que encontramos en niños.

E: *Mm. ¿Qué te parece…? No te da lo mismo, ¿no es cierto? No te da lo mismo como lo hiciste antes que cuando ahora hacés la cuenta. ¿Qué te…?, ¿en qué confiás más vos misma?, ¿en esta cuenta que hiciste (señalando los cálculos mentales escritos anteriormente), o en estos cálculos que hiciste acá (señalando la última cuenta vertical)? ¿En los cálculos que hiciste armando billetes, o en la cuenta parada esa que hiciste así un número abajo de otro? ¿Qué te da más confianza de tus dos propias maneras de hacerlo? ¿Pensás que está bien esto o pensás que está bien esto (señalando alternativamente una y otra manera)?*

A: *Esto más o menos como que calculé bien (señalando la escritura de ir armando con billetes) pero, ¿cómo hago para llegar a… (mostrando la suma escrita)?*

E: *Mm, y te hago una pregunta, si vos tenés que sumar mil más cien, ¿cuánto es?*

A: *Mil cien.*

E: *¿Y si le tenés que sumar a mil cien, once?*

A: *Mil ciento once.*

E: *Mm, o sea que si vos lo hacés mentalmente…*

A: *Me sale mejor.*

E: *Te sale mil ciento once.*

A: *Mm. ¿Y por qué acá no?*[1]

En relación con la resta, Alicia tiene un cierto dominio del cálculo mental tanto para cálculo exacto como para cálculo aproximado. En esta clase Alicia resuelve mentalmente el problema de determinar qué cálculo hacer para obtener 320 a partir de 470:

(C7,R695)

A: *¿Cómo era? (a su compañera)*

A1: *Cuatrocientos setenta para obtener trescientos veinte. (…)*

A: *(…) Al cuatrocientos le sacás cien, ya te quedan trescientos y al setenta le sacás veinte, te quedan cincuenta.*

Sin embargo al hacer el algoritmo también pierde el control, como le ocurre con la suma. En este caso resta la cifra menor a la cifra mayor independientemente de la posición que adopten (cuál abajo y cuál arriba) sin controlar cuál es el minuendo y cuál el sustraendo, pérdida de control que nunca aparece en Alicia cuando trata con cálculos mentales:

(EA4,R17)

E: *Eh, por ejemplo… ¿ochenta y cinco menos treinta y nueve?*

A: *(Escribe un número abajo del otro para realizar el algoritmo vertical de la resta). No sé si está bien acomodado, pero bueno. Nueve menos cinco, son cuatro, no… no sé, ¿está bien así?*

E: *Vos terminala y yo después, como el otro día, te ayudo con lo que no te sale, o con lo que te costó.*

[1] No reproducimos aquí la parte de la entrevista en la que finalmente se analiza cómo encolumnar los números en este algoritmo.

A: *Y porque acá lo hice de arriba y acá… no sé (refiriéndose al orden en el que hizo los cálculos). Ocho menos tres, serían ocho menos tres, cinco (le queda de resultado –incorrecto– 54 así dispuesto).*

85

-39

54

E: *A ver si entiendo, eh… en este ochenta y cinco menos treinta y nueve vos hiciste nueve menos cinco, y acá hiciste ocho menos tres. ¿Y te parece que hay algo raro ahí?*

A: *Claro. Sí.*

E: *Porque primero…*

A: *Porque acá empecé acá, y acá dan… (señalando por dónde comenzó en cada caso abajo o arriba, respectivamente).*

E: *Mm, en uno empezaste de abajo y en el otro empezaste de arriba.*

A: *De abajo y en el otro de arriba, claro.*

E: *¿Y cuál te parece… con cuál de las dos cosas estás más convencida? Si te parece que no puede ser así, ¿cómo te parece que debería ser?, ¿o de cuál de las dos maneras, empezar de abajo o de arriba, te das más seguridad, o te parece que es más correcta?*

A: *Vos me dijiste ochenta y cinco menos, no sé si los puedo acomodar así… (Ahora escribe los números para hacer el cálculo al revés, primero el número 39 y luego abajo el número 85). A ver, vamos a hacer así, nueve… cuatro, tres no se puede sacar ocho. Sería lo mismo, ocho menos tres… serían ocho menos tres, cinco (a pesar del orden inverso de los números realiza los mismos cálculos que en la cuenta anterior y escribe 54 también como resultado).*

Alicia, como hemos encontrado también en Isabel, manipula los números ensayando posiciones y órdenes sin controlar el valor posicional ni el sentido de la operación, cuestiones que hemos visto que logra controlar frente a estrategias de cálculo mental y problemas numéricos.

Operaciones. Campo multiplicativo. Alicia resuelve problemas sencillos multiplicativos por medio de sumas o conteo sucesivo de la cantidad que se repite. No utiliza espontáneamente el símbolo x ni refiere oralmente a la multiplicación. En una clase –a la que nos hemos referido para otros casos– la docente presenta al grupo, de manera oral, problemas que involucran series proporcionales con cantidades pequeñas. La maestra pregunta en voz alta cuántas patas tendrán 4 sillas. Varios alumnos explican que les dio 16 porque hicieron 4 + 4 + 4 + 4 o 4, 8, 12 y 16, una alumna dice que hizo "cuatro por cuatro" y si bien Alicia no utiliza la multiplicación asocia a las tablas:

(C1,R38)

M: *Muy bien Julia, ¿y los demás? ¿Conocen el signo "por"?*

A1: *Yo lo vi por mis hijas, pero no sabía.*

A2: *Yo lo vi en la calculadora, pero (más bajo y riéndose…) ¡no sabía para qué servía!*

A: *Yo también sé algo de las tablas.*

Este conocimiento sobre “las tablas” (de multiplicar) preocupa a Alicia, quien también lo trae a propósito de la división. Alicia en principio considera que no sabe dividir. Recordemos que es un conocimiento que ansía dominar, que es uno de los objetivos de su presencia en la escuela y es incluso objeto de intercambios con su marido, como hemos analizado anteriormente. Al nombrar apenas los cálculos mentales de división, Alicia explicita su hipótesis acerca de que es necesario primero saber las tablas de multiplicar para dividir, y dice “dos por dos, por tres”, “esas cosas”. “Esas cosas” son las que se aprenden en la escuela, ella no sabe y siente que debería saberlas:

(EA1,R371)

E: *Bueno, em… lo que te propongo es que primero hagamos algunas divisiones así mentales, orales, y después vos…*

A: *Pero para dividir, ¿es importante saber eh… multiplicar? O sea… ¿multiplicar es dos por dos, por tres, esas cosas?*

E: *Sí, es importante pero también podés hacerlo de otra manera. Es muy buena tu pregunta, Alicia.*

A: *(Se ríe). Y porque yo no sé mucho de… o sea, dos por dos cuatro, dos por tres… hasta, por ejemplo, hasta cinco te puedo, pero más ahí ya… como que me tengo que quedar y pensar…*

La idea de división de Alicia es, sin duda, la cuenta escolar, y para hacerla es cierto que se precisa disponer de un repertorio multiplicativo. Desde el punto de vista escolar, Alicia “no sabe” dividir. Sin embargo, en la situación de entrevista puede hacer divisiones mentalmente con números redondos cuando son solicitadas en el contexto de una situación hipotética de reparto de dinero. Luego de dos o tres cálculos ya resuelve el cálculo de división de manera descontextualizada mientras que el dividendo sea un número redondo de dos, tres o cuatro cifras y el divisor, una cantidad pequeña:

(EA1,R 380)

E: *A ver, vamos a, vamos a probar porque se puede hacer algunas divisiones sin multiplicar. Haciendo sumas o restas, u otro tipo de cálculos. Por ejemplo, si yo te dijera que tengo cien pesos para repartir entre vos y yo en partes iguales, ¿cuánto le darías a cada uno?*

A: *Cincuenta y cincuenta.*

E: *Cincuenta y cincuenta, y ahí no multiplicaste, hiciste cincuenta y cincuenta, ¿no? Ahí dividiste, hiciste cien dividido dos. Cien dividido dos da cincuenta. Y si tenés mil para dividir en dos, ¿cuánto le das a cada uno?*

A: *Y… quinientos y quinientos.*

E: *Quinientos y quinientos. ¿Y si tenés trescientos para dividir en tres?*

A: *Cien a cada uno.*

E: *Cien a cada uno. Parece que ya sabés bastante de dividir, eh. ¿Y si tenés treinta para dividir entre tres?*

A: *Diez para cada uno.*

E: *Diez para cada uno. ¿Y si tenés mil quinientos para dividir entre tres?*

A: *Quinientos a cada uno.*

Frente a otro cálculo de un número “no tan redondo”, realiza un cálculo estimativo. Alicia se confunde al dividir por 3 en lugar de dividir por 4, sin embargo, ejerce un control de su propio cálculo, control que se pone en evidencia por la manera en la que espontáneamente decide comprobar por medio de la suma si el resultado obtenido por ella es correcto o no:

(EA1,R409)

E: *(….) Mil seiscientos dividido cuatro.*

A: *Mil seiscientos es así (escribiéndolo convencionalmente).*

E: *Sí, repartido entre cuatro en partes iguales, ¿cuánto es para cada uno?*

A: *(piensa….) ¿Quinientos cincuenta para cada uno?*

E: *A ver, probá, escribilo, y vamos a probar si te da o no te da.*

A: *¿Dónde?*

E: *Eh, ahí abajo del cuatro, por ejemplo (Alicia había escrito 1600 dividido 4 en el formato de la cuenta convencional). Bueno, vos decís que quinientos cincuenta cada uno. O sea, si vos tuvieras mil seiscientos pesos y lo repartís entre cuatro personas, vos suponés que le das quinientos… (no llega a terminar de decir quinientos cincuenta porque Alicia la interrumpe)*

A: *Ah, no…*

E: *¿Por qué te parece que no ahora?*

A: *Porque era en cuatro, yo lo partí en tres.*

E: *Ajá, bueno, entonces partilo en cuatro.*

A: *A ver… (escribe cuatro veces 550, uno abajo del otro)*

E: *¿Me contás qué estás haciendo? Que es muy interesante…*

A: *Estoy tratando de sumar a ver cuánto le va a tocar a cada uno.*

E: *Vos probaste que cada uno tenía quinientos cincuenta, y ahora, ¿estás sumando los cuatro para ver qué?*

A: *Para ver cuánto me sale, o sea, si me sale lo mismo que esto.*

E: *Ajá, si es… si vos sumás quinientos cincuenta más quinientos cincuenta más quinientos cincuenta más quinientos cincuenta, y te da mil seiscientos, va a estar bien.*

A: *Va a estar bien.*

E: *Y si no te da mil seiscientos, no. O sea, vos estás sola comprobando si la cuenta que vos hiciste te está dando bien o no. ¿No es cierto? Bueno, dale comprobalo.*

A: *Cinco, diez, quince, veinte. No. veinte… veintidós. (Va diciendo mientras suma los cuatro números y obtiene 2200). No.*

En el siguiente intento Alicia "se pierde" un poco con los pasos intermedios (como le sucede en otras ocasiones de cálculos más complejos); sin embargo, logra realizar el cálculo de manera correcta (1600 : 4) usando implícitamente la propiedad distributiva (al dividir primero 1000 y luego 600, y sumar ambos cocientes). En esta ocasión se le sugiere que verifique los resultados obtenidos y Alicia recurre, nuevamente, a la suma:

(EA1,R439)

A: *Mil seiscientos… (Vuelve a escribir 1600 dividido 4 en formato de cuenta convencional).*

E: *Empezamos de vuelta y seguís, pero ya sabés bastante de lo que no es.*

A: *Dividido cuatro… mil… mil pesos para cuatro… tres, seis, nueve. Mm.*

E: *Vos estás pensando, para hacer mil seiscientos dividido cuatro, para hacer primero hacés mil, y después seiscientos, ¿no?*

A: *Sí.*

E: *Bueno, esta bárbaro. O sea, primero repartís los mil, y después repartís los seiscientos. Bueno, si repartís los mil entre cuatro, ¿cuánto le das a cada uno?*

A: *Doscientos cincuenta para cada uno.*

E: *¿Y si repartís los seiscientos? ¿Querés anotarlo a eso para no olvidarte?*

A: *Dos mil quinientos (mientras lo escribe).*

E: *Vos me dijiste doscientos cincuenta, ¿eh?*

A: *Ah. Doscientos cincuenta (lo escribe).*

E: *Sí. Y ahora tenés que repartir los seiscientos, ¿no?*

A: *Sí. Y serían… seiscientos para cuatro… ciento cincuenta y… ciento cincuenta para uno, ciento cincuenta para dos son trescientos… ciento cincuenta para otro son cuatro cincuenta… ciento cincuenta cada uno.*

E: *Y entonces, ¿cuánto sería el total?*

A: *Ciento cincuenta, de esto serían dos cincuenta para cada uno, para cuatro, ¿no?, te había dicho, y esto… o sea, ¿cómo hago acá ahora?*

E: *Vos repartiste primero mil, y te dio doscientos cincuenta, y después repartiste seiscientos y te dio ciento cincuenta.*

A: *(Escribe la suma vertical de 250 y 150) Uno, dos, tres, cuatro (mientras suma las centenas con la que se "llevó"). ¿Son cuatrocientos para cada uno?*

Retomamos el extracto en el que nos explica apasionadamente el proceso de encuentro inicial con el problema y la importancia del trabajo exploratorio personal en esa extensión de la primera entrevista en la que pide trabajar sobre la división:

(EA1,R500)

E: *Bueno, pero vas a seguir aprendiendo más de la división, pero ya podés hacer algunas divisiones, ¿no?, unas cuantas hiciste.*

A: *Está bueno sí. A mí me gusta.*

E: *Bueno. Bueno, seguiremos con las divisiones, ¿dale?*

A: *Muy lindo.*

E: *Gracias Alicia.*

A: *A mí me gusta la matemática.*

E: *¿Sí?*

A: *Esta clase me gusta, me gusta, o sea, me gusta más. Por ahí estamos leyendo y me pierdo, pero en la matemática estoy ahí y no escucho nada, estoy sola ahí…*

La división, además de ser fuente de conflictos, lo es también de placer. Lograr dividir para Alicia es de alguna manera reivindicatorio de sus conocimientos y pone en juego la valoración de sí misma como persona. Alicia establece con la división a la vez una relación epistémica (deseo de saber), otra identitaria (ser alguien que sabe dividir) y otra con los otros (poder algún día ayudar a su hijo a dividir y mostrarle a su marido que ya lo aprendió).

3.5 Julia

Julia tiene 47 años. Nació en Bolivia. Cuando era niña asistió a la escuela dos o tres años de manera interrumpida. Vino a vivir a Buenos Aires en 1992. Luego se volvió a Bolivia y desde hace tres años vive nuevamente en la ciudad de Buenos Aires.

Tiene seis hijos, de los cuales cinco viven en Bolivia, donde también tiene nietos que asisten a la escuela. Su hija menor, de 14 años, vive en la Provincia de Buenos Aires y asiste a 6º grado.

Trabaja actualmente como empleada doméstica a cargo de una anciana con quien vive.

3.5.1 La relación de Julia con el aprender y con la escuela

Julia ha tenido una historia escolar irregular como consecuencia de las necesidades familiares de trabajo en el campo, tareas domésticas y cuidado de sus hermanos menores. Relata que asistía año por medio a la escuela turnándose con sus hermanos. Veamos cómo lo relata Julia:

(EJ1,R39)

E: *Ajá, bueno. Y, antes, Julia, antes de venir acá habías ido a la escuela en Bolivia, dijiste el otro día, ¿no?*

Julia: *En Bolivia había estudiado cuando estaba niña. Mis padres me habían colocado en una escuela particular por dos años, después se habían descansado porque yo tengo muchos hermanos menores que mis padres… "Vos descansá, y al año siguiente estudiás", y así voy año y medio, por medio voy estudiando hasta llegar a quinto grado.*

E: *Ajá, o sea ibas un año y medio sí, un año y medio no.*[1]

J: *Un año estudiaba y otro año no. Mientras no estudiaba, mis hermanos entraban a estudiar, y yo ahí ayudaba a mi padre.*

E: *¿Y en qué lo ayudabas Julia?*

J: *Mi padre tenía un poquito de ganado y algunas… de café, y yo ahí le daba ahí, por lo menos a ordeñar las vacas, ayudarla en la cocina a mi madre, porque ellos se iban al trabajo, papá y mamá se iban al trabajo a ver agricultura. Y yo estaba ahí, con el laburo de la casa, cocinar, preparar para el mediodía, qué sé yo, todos los hermanitos menores, cuidarlos, todo eso. Tanto a mí el trabajo nunca me llevó pero sí en la cocina, mamá y yo, era yo, yo soy la hija mayor de la familia de mis padres, entonces la responsable cayó sobre mí. Todos mis hermanitos menores tuve que cuidarlos, criarlos, ayudarlos a mis padres.*

E: *¿Y hasta qué grado hiciste en Bolivia?*

J: *Yo hice hasta quinto.*

E: *Ajá, y ese año cuando vos no ibas, y al año siguiente cuando ibas… ibas eh…*

J: *Mis otros hermanos también se quedaban. Ellos no entraban, entonces, porque mi papá un poquito estaba pésimamente en la economía.*

E: *Claro, necesitaba ayuda de algunos.*

J: *Necesitaba ayuda, sí. Entonces yo al año siguiente entraba, y así avancé.*

E: *Ajá, y después, eso fue cuando tenías diez años, por ahí.*

J: *Sí, diez hasta trece años.*

E: *Hasta trece, ¿y después nunca más hasta este año fuiste a la escuela?*

J: *Sí, el último año tuve… catorce años tuve, estaba entrando y después nunca más.*

---

[1] Interpretando erróneamente que se trata de un año y medio en lugar de año por medio.

Sin duda para la familia de Julia la escolaridad era algo tan valioso que no querían dejar a ninguno de sus hijos sin escuela, y el sistema de rotación era una solución a su problema. Para Julia siendo madre también fue importante la escolaridad de sus hijos, incluso al punto de ser causante de importantes decisiones familiares como mudarse del campo a un pueblo para que los hijos puedan ir a una escuela "superior".[1] Aparece por parte de Julia una distinción entre vivir en el campo y vivir en un pueblo o ciudad con respecto a las oportunidades de escolaridad que se ofrecen. En su infancia en el campo ella no podía ir regularmente a la escuela y ahora asiste a la escuela de adultos en la ciudad. Sus hijos también fueron a la escuela en un pueblo y no podían ir en el campo. Julia destaca el sacrificio que implicó para su propia vida mantener y enviar a sus hijos a la escuela. La educación de los hijos aparece como algo valioso y prioritario en su discurso, tanto cuando habla sobre su infancia como cuando lo hace sobre su vida adulta de madre.

(EJ1,R87)

J: *(…) Muchos trabajos había intentado para así, superar mi vida. Mi vida un poco ha sido… por decir… mi matri… un poco fracaso. Quizás por la… no tener buena experiencia, ¿no?, pero tuve que romper mis lomos para hacer estudiar los cinco niños que he tenido. El marido se vino acá hace casi veinte años, está acá mi marido, entonces yo tuve que trabajar arduamente para mantener esas cinco bocas más y yo, y de ese modo yo había aceptado trabajar en agricultura, me gusta la agricultura, me gusta el campo, pero cuando se trabaja arduamente hay. Como dice la Biblia como Dios había puesto en el principio creó Dios, "que toda hierba del campo podés comer", y entonces eso yo lo hacía pero al final vi que no hay. Dinero no teníamos, pero para comer había bastante. A veces me sobraba hasta para regalar al vecino. Pero después me vine al pueblo a vivir, como ellos ya estaban más grandes y necesitaban un colegio más, más superior para seguir adelantando el estudio de mis hijos, entonces me tuve que venir, trasladarme, mudarme del campo a un pequeño pueblo, y ahí trataron de… traté de conseguir una casita, me establecí ahí. Y ahí vendía a algunos negocios, vendía comida, a veces vendía cereales también, me dediqué un tiempo a vender cereales, ya no iba bien entonces cambié, vendía jugos. Vendía jugos en la noche, y en el día trabajaba para un patrón que es un doctor, es un doctor odontólogo, entonces yo ahí estaba de cocinera, de todo, limpieza, y también me apreciaron mucho.*

La decisión actual de Julia de asistir a la escuela de adultos también es narrada mostrando su alto nivel de valoración. Para ella la escuela es un lugar para "abrir los ojos". Julia considera que su patrón (el hijo de la anciana que cuida) le da facilidades para que ella pueda ir a la escuela en función de características que él ve de su persona: formal, responsable. Julia es empleada "con cama" cuidando a una anciana y asiste todos los días dos horas a la escuela en horario vespertino; ir a la escuela es vivido casi como un premio a su compromiso y actitud.

(EJ1,R68)

E: *¿Y este año empezaste acá?*

J: *Este año sí, yo debía de haber empezado el año pasado pero recién abro los ojos.*

E: *¿Y por qué decís que deberías haber empezado el año pasado y por qué empezaste?*

J: *Porque estaba acá cerca en mi trabajo y entonces y bueno ahí estaba todo el año, este año sí voy trabajando y como me… el señor, mi patrón, o sea que me vio de una persona muy formal y muy… como te puedo decir, muy responsable. En el laburo entonces me… me dotó muchas cosas, me dio más facilidades.*

[1] Superior podría aludir a "mejor" escuela o a un nivel de escolaridad superior, por ejemplo, la escuela secundaria. No nos dimos cuenta durante el diálogo de repreguntar por el significado de esta expresión.

Para Julia la escuela y el estudio son también un medio para “salir adelante”, para combatir la tristeza, para salir de la depresión, para aferrarse a la vida. Si bien en algún momento describe la depresión como característica de la anciana a la que cuida, en su relato aparece con claridad su propio malestar y el lugar de la escuela en ese proceso. En términos más amplios podríamos considerar que no es solo la escuela, sino la relación con el saber la que está en juego. Para Julia también el curso de “estrés” la ayudó a salir: aprender, saber, conocer, pensar aparecen casi como terapéuticos. Julia vincula directamente el hecho de estudiar con “estar mejor”. Esta relación ya estaba en la familia de origen, la escuela implicaba no trabajar en la casa, era un privilegio, un premio. (Y, como hemos analizado en otros casos, no aparece como un derecho infantil garantizado).

No quisiéramos saltear que la primera relación entre “estar bien” y estudiar no es propuesta por Julia. Es sin duda una opinión o valoración personal la que se juega explícitamente en el comentario “estás estudiando que no es poco”. A pesar de la disrupción metodológica –analizada en el capítulo 2– es posible interpretar cómo para Julia es también propia esta relación, dado que la amplía y muestra –apasionadamente– su propio modo de vinculación entre ambas cuestiones.

(EJ1,R194)

J: *(…) Bueno, eso es todo, que mi vida un poquito ha sido muy triste y que tuve que sacar a mis hijos adelante, pero hoy gracias a Dios estoy con vida todavía.*

E: *Y estás estudiando, ¡que no es poco!*

J: *Y estoy estudiando sí. Sí, lo mejor de todo es que estoy estudiando porque un poquito mi señora está… muy amargada, el año pasado estaba muy deprimida, hasta mi salud todo estaba ya andando mal, pero gracias a Dios ahora que estoy superando yo misma y hubo acá en Álvarez Thomas[1] un curso de “estrés”, fui ahí y me ayudó mucho.*

E: *Bueno, bárbaro.*

J: *Eso me ayudó mucho, y entonces ahora con lo que estoy acá… hace, además este año estoy… más, mucho mejor estoy, me siento mucho mejor y bueno… cada día aprendo muchas cosas. A pesar de que un poco sabía y voy recordando, otras cosas nuevas voy aprendiendo.*

3.5.2 La relación de Julia con las matemáticas

En la relación de Julia con las matemáticas identificamos el rol determinante de su pertenencia a la Iglesia, institución que fue en su caso promotora de numerosas prácticas matemáticas. Entre sus experiencias más relevantes aparece el trabajo en la tesorería que allí desempeñó. En esta función Julia ha aprendido nuevos conceptos matemáticos, ha tenido experiencias gratificantes al obtener logros frente a problemas desafiantes, ha sido aprendiz frente a otro que le enseña, ha enseñado a otros a resolver ciertas clases de problemas. Estas prácticas matemáticas fueron, además de promotoras de nuevos conocimientos, sumamente ricas para su relación con las matemáticas. Julia se siente capaz de resolver problemas, de aprender, de enseñar:

(EJ1,R105)

E: *Y Julia, en esos trabajos que vos tuviste, en alguno de esos trabajos, ¿usabas algo de matemática?*

J: *Sí.*

E: *¿En cuál de esos?*

J: *Bueno, más en una institución, como siempre mis padres me llevaron un poco a la de la religión, mis padres son religiosos, del Séptimo Día, entonces ahí yo nací, en medio*

[1] Nombre de una calle cercana a la escuela.

de ese hogar nací, y no podía mentir, ni tanto… hacer tantas cosas que el mundo hace. Entonces me doctriné ahí, entonces esta me ayudó bastante a llevar mi vida material, y mi vida física también. Y bueno en ese… en esa institución sabática que es del Séptimo Día, de esa religión, ahí me nombraron como secretaria de tesorería.

***E:** ¿La religión se llama "del Séptimo Día"?*

***J:** Sí. Se llama Iglesia Adventista del Séptimo Día.*

***E:** Ah, Iglesia Adventista del Séptimo Día, y ahí vos trabajabas como secretaria.*

***J:** Ahí trabajaba sí, colaboré ahí. El pastor me dijo "Mirá, vos tenés que ser secretaria de tesorería". Entonces bueno, agarré la secretaría. Eso me ayudó mucho.*

***E:** ¿Y ahí qué usabas de matemática?*

***J:** Ahí usaba la matemática, también eran tantos los… porcentajes, sesenta por ciento, veinte por ciento, hay que hacer planillas, hay que enviar, una parte se va a la misión, otra a la mundial, otra a la… en tres partes tenía que dividir la plata que entraba a la iglesia, que se recaudaba. Entonces yo tenía que dividir, poner en la planilla, a veces se enviaba, a veces personalmente lo iba a dejar cada tres meses, entonces eso tenía que hacer. Una planilla muy fuerte, sin parar ni un centavo, ahí aprendí mucho, ahí me recordé bastante la matemática, ahí la suma, todo eso.*

Esta exigencia que aparece en las expresiones "una planilla muy fuerte", "sin parar ni un centavo" es contada por Julia con orgullo. Se trataba de una responsabilidad importante que le había sido otorgada en la cual ella usaba y aprendía matemática. (Mencionamos antes que Julia dijo que su patrón vio en ella sus cualidades de responsabilidad y que ella de pequeña era la responsable de sus hermanos y de la casa por ser la mayor). Incluso en otro momento de la entrevista, cuando se le pregunta por situaciones en las que haya recibido enseñanza nuevamente, remite a su experiencia en esa comunidad religiosa:

(EJ1,R154)

***E:** Y alguien así, no tipo escuela, sino algún compañero de trabajo, ¿te enseñó algo de matemática? Eso del porcentaje lo aprendiste… ¿cómo lo aprendiste, te acordás?*

***J:** Ese porcentaje… bueno un poquito el pastor me explicó un poquito, a grandes rasgos, una media horita, de hecho yo hacía así, y ya está. Tenía que repasar y repasar cada vez para aprender para sacarlo bien porque siempre…*

***E:** ¿Y te acordás cómo te enseñó el porcentaje?*

***J:** Sí, partía de, por decir, de sesenta… de cien, partía de sesenta por ciento, después cuarenta por ciento, me sobraba y de ese cuarenta por ciento dividía a veinte por ciento en partes iguales.*

***E:** ¿Y cómo calculabas el sesenta por ciento, por ejemplo?*

***J:** Por ejemplo, decía sesenta por ciento decía la planilla que venía, entonces yo la plata tenía que dividir. Si era diez pesos lo ponía así, es decir sesenta por ciento, seis pesos, y me sobrara cuarenta por ciento, con los cuatro pesos me sobraba. Entonces ahí, me llevaba una imaginación de seis, porque seis por ciento decía, entonces, o sea sesenta por ciento perdón, de ahí de ese cuarenta por ciento me hacía dividir todavía otro, otro, de a veinte por ciento, otro lado tenía que ir a otro ramo, otro veinte por ciento a otro ramo, y así se enviaba la planilla. Entonces tenía que partir la plata… entonces veinte por ciento, como decía, veinte pesos a otro lado, y otros veinte pesos a otro lado. Para mí estaba ya dividido más o menos, así era para mí la idea pero, nunca había manejado así la calculadora, no.*

***E:** ¿Ahí había calculadora?*

***J:** No, nunca usé.*

E: *Nunca la usaste.*

J: *No, pero cuando ellos me reciben, voy a esa institución más grande, donde tengo que dejar a la misión, eh, ahí ellos me reciben con calculadora, ¿no? Pero sale todo bien, nunca ha fallado. A veces algunas monedas de más, quince centavos, cincuenta centavos de más, a veces cincuenta centavos menos también…*

Para Julia la situación de aprendizaje de nuevos conocimientos involucraba una cierta práctica. Ella menciona que tenía que repasar y repasar para que le saliera bien. Se enfrenta a un desafío matemático que la involucra personalmente y la invita a hacerse cargo de la responsabilidad intelectual. Pero su responsabilidad no es solo intelectual, también es moral y religiosa, lo cual otorga mayor peso y valor a su saber. Otra cuestión interesante es que Julia se enorgullece de que ella no fallaba con los cálculos a pesar de no usar la calculadora. Cuando llevaba las planillas a la misión ellos sí la recibían con calculadora y controlaban sus cálculos. Julia destaca que los márgenes de error eran siempre muy pequeños.

En el marco de esta misma tarea en la comunidad Julia también evoca prácticas de enseñanza de conocimientos matemáticos a otras personas. Ella compara la situación en la comunidad con su situación familiar. Tuvo que enseñarle a su sucesor, pero su hijo, en cambio, no necesitaba de su enseñanza.

(EJ1,R179)

E: *(…) ¿Y, a vos te pasó que en esos trabajos le enseñaste matemática a alguien?*

J: *A alguien… a mi sucesor, después para venirme acá, a mi sucesor que también se quedaba para venir, le enseñé un poquito, pero como yo ya estudiaba. Mi hijo que era… que estudió él entonces sabía muy bien matemática, no necesitaba enseñar.*

A diferencia de los casos anteriores, Julia reconoce explícitamente la necesidad de las matemáticas en ciertas funciones sociales. Su participación activa en su comunidad religiosa le ha permitido vislumbrar un uso social de las matemáticas más allá del posible uso individual. Las matemáticas de Julia son “comunitarias”, culturales, sociales. Han sido aprendidas, usadas, valoradas y enseñadas dentro de ciertas prácticas colectivas. Y además considera que la finalidad de su enseñanza escolar es esa misma clase de prácticas sociales.

(EJ2,R20)

E: *Y, Julia, vos la otra vez me habías dicho que, además de ser importante para la vida cotidiana y familiar, también era muy importante para una comunidad.*[1]

J: *Sí, sí, también es para una comunidad. Por decirte unos nombres, de secretaria de hacienda, o de cajera o tesorera, de alguna institución, o cualquier otra cosa, siempre de cajera, o hacienda, o no sé qué, economía que se dicen acá, entonces es para mí que es. No solo puede ser de eso, ¿no?, puede ser de presidente, de cualquier otra cosa, de secretario, de acta, o vocal, pero tiene que fijarse igual la hora, y sumar en cuántas horas va a correr a un lado, a otro lado, y sumar, aprender más que todo eso. En cuántas horas, tiempo va a emplear ahí.*

E: *¿Y en qué tipo de instituciones podría pasar eso? ¿O te podría pasar que…?*

---

[1] Esta manera de preguntar obedece a que esta entrevista replica una anterior realizada que no pudo desgrabarse por problemas técnicos. A partir de las notas manuscritas se reconstruyeron los principales diálogos y se le solicitó a Julia un par de días después retomar alguna de las preguntas para tener su voz directa. Se tuvo particular cuidado en la formulación de la pregunta, de respetar la manera original de Julia de referirse: “la matemática es muy importante para una comunidad”.

J: *En una ONG, en alguna instituciones que son… por decir… en instituciones religiosas.*

E: *Ah, como la que vos participaste…*

J: *Como yo participo sí, en la iglesia, igual con todas las iglesias son… tal vez mi iglesia era muy organizada, tal vez las otras no, no las conozco, pero mi iglesia al fondo es muy organizada y tiene su… acta o de hacienda, como se dice, de tesorería, lleva la tesorería. Yo llevé en ese tiempo, mucho tiempo había agarrado la tesorería, entonces, ahí hace falta la matemática.*

En esa comunidad Julia también pudo participar de experiencias de aprendizaje más formal, aunque nuevamente las responsabilidades familiares aparecen como un obstáculo para la continuidad de los estudios.

(EJ1,R143)

E: *Y en alguno de esos trabajos, ¿te pasó que alguien te enseñó matemática?*

J: *Tanto no, solo en una vez asistí a un curso, que había un curso, claro, yo estaba esperando familia, no podía avanzar. Pero ahí sí tenía, me parece que había mentalidad, mucha, entonces me tenían que mandar como becado, pero no pude por la panza que tenía. (…) Era de, una beca que, por una cooperativa de… y ahí tenía que ir pero como bueno tenía la panza no podía, y también con el marido que ya se estaba alejando entonces no podía.*

Asimismo, Julia destaca el uso de conocimientos matemáticos en transacciones comerciales, por ejemplo, cuando vivía con sus hijos en el pueblo y se dedicaba a la compra y venta de productos alimenticios. Usaba la matemática para determinar los precios de los productos que vendía teniendo en cuenta su ganancia:

(EJ1,R133)

J: *También, en el negocio sí también igual la matemática entraba. Porque yo negociaba arroz, como decía, y agarraba bastante arroz…*

E: *Cuando vendías.*

J: *Cuando vendía arroz, sí. Porque para mí también tenía que haber un porcentaje de ganancia para mi sustento. Entonces lo… yo iba a agarrar al campo arroz, compraba arroz en bruto, en grano, después llevaba a la máquina, lo hacía pelar, y después salía arroz derivado de distintos variedades. Y con eso vendía, poniéndole el precio, vendía, y entonces trataba de sacar un porcentaje para mi sustento.*

Julia reconoce que algunos conocimientos que se enseñan en la escuela –y ella no tiene disponibles– son también necesarios. Destaca las dificultades que tuvo en relación con unidades de medida de superficie –o de volumen– en situaciones familiares:

(EJ1,R184)

E: *Y, bueno, una preguntita, ¿vos para qué pensás que se aprende y se enseña matemática en la escuela?*

J: *Para muchas cosas. Puede ser para hacer una compra, y venta, puede ser para un negocio, puede ser también para saber algo de albañilería, de carpintería, todos los números siempre van. A mí eso me faltó, por ejemplo, los… por decir el cuadrado, el* *cúbico, me faltó eso. Me hacía mucha falta porque yo era a la vez papá, a la vez era mamá para mis hijos, y cuando ellos querían construir una casa, o sacar el metro cuadrado cuánto tiene, yo ya no podía cuando el albañil me preguntaba. Ahí me faltó mucho, por eso es que ahora intento estudiar para aprender algo más.*

Articula de manera permanente la matemática escolar con la matemática extraescolar. Ella tuvo dificultades para resolver problemas en su vida familiar (para responder a la pregunta del albañil, por ejemplo) y dice que por eso ahora intenta estudiar.

(EJ2,R4)

J: *(…) Pienso que es muy buena la matemática sí en primer lugar va en todo, está en la vida social, la vida familiar, para todo. Porque una mamá, por decir, si yo soy madre, tengo que llevar el presupuesto, y cuánto me va a salir el alquiler… por decir yo percibo, o bien somos en sociedad con todos mis hijos, por decir un ejemplo, con todos mis hijos, él tiene un estrago que entra, yo tengo que ver todo eso, velar todo eso, y mi entrada, todo, cuánto ganamos, y cuánto vamos a pagar de alquiler, y cuánto van a salir los otros gastos, más alguien se enferma una medicina, y también, fuera de eso tiene que haber un saldo o un… como se puede decir, una plata aparte guardada, como se puede decir una palabra así…*

E: *¿Como un ahorro?*

J: *Como un ahorro pero para cualquier momento, cualquier cosa que pase, tener a mano. Que no falte. Ese es el balance que debemos tener, para mí que es muy importante el tema de la matemática. Lo veo así, es muy importante, más que todo… como mamá en esa parte lo veo, ahí y en todo, porque a ver que me pongo a comprar verduras, qué sé yo la cantidad, entonces tengo que ver cuánto me va a durar eso, voy sacando matemáticamente al mes cuántas verduras tengo que comprar.*

Hemos visto cómo para Julia las matemáticas están ligadas a experiencias y responsabilidades comunitarias, laborales y familiares. Las funciones que adjudica a los conocimientos matemáticos son bien variadas: saber matemática permite ejercer un control posterior (como cuando era secretaria) o realizar una anticipación a la toma de decisiones (en el caso del manejo de la economía familiar o en las situaciones de compra y venta). Las prácticas sociales con matemáticas que Julia tuvo la oportunidad de vivir en su comunidad son también fuente de placer y orgullo:

(EJ2,R166)

E: *Y, Julia, ¿vos recordás alguna situación en tu vida en la que te sentiste muy contenta porque algo de matemática que para vos era muy importante o difícil, o interesante, te salió bien, y te dio alegría que te saliera?*

J: *Sí, sí, sí, sí.*

E: *¿Cuándo? Si podés contar…*

J: *Bueno, eso, en muchas maneras, hay veces… Una vez, por ejemplo, estaba llevando como algo de, mucha plata y como, no solo de la tesorería, también agarré otra tesorería más, entonces yo tenía que agarrar harta plata, entonces tenía que llevar una parte a otra parte, como tres dineros diferentes, entonces todo me salió bien. Porque como yo recaudo, entonces ellos me dan, con sus respectivos nombres, dan sus recibos a ellos, pero yo tengo que llevar esa plata a otro lado, entonces, a un banco, depositarles para cada uno, y me fue bien. Y me sentí bien, y después los recibos le fui mostrando tanto, "estos son los recibos que yo les he enviado", entonces ellos me dieron, me confiaron a mí,* *y yo también ahora les doy los recibos, acá está, que me salieron bien, no falta ni un centavo ni sobra ni un centavo.*

E: *Y eso te dio mucha alegría.*

J: *Claro que me dio mucha alegría porque me sentí también yo bien. Aliviada porque no estoy robando ni un centavo de ellos. Estoy haciendo limpiamente, solamente como un servidor.*

Nuevamente evoca las experiencias familiares en torno a la medida, que han sido en parte fuente de frustraciones, aunque superadas por su esfuerzo personal:

(EJ2,R185)

E: *¿Y alguna vez te pasó al revés, que te sentiste mal porque no te salió algo de matemática?*

J: *Alguna vez eh… casi no. Siempre me han ido bien, solo hay veces eh… cuando te roban, cuando te persiguen pero no lo perdí nunca.*

E: *Y eso que me contabas recién de los metros cúbicos… eso, ¿vos te sentiste mal que no te salía, o que no lo sabías?*

J: *Ah, sí era la madera que no pude ubicar, que son los cúbicos me parece, entonces, pero el de cuadrado lo hice bien.*

(EJ2,R197)

J: *Tuve que romper mi cabeza, hacer sin que nadie… Yo medí, porque el terreno mío apenas tenía once metros de ancho, y diecisiete metros de largo, entonces a ver. ¿Cuántos metros cúbicos tendrá? Para saber yo cuántas piezas voy a sacar de adentro, cuántos departamentos voy a sacar de ahí adentro, y cuánto va a medir cada departamento. Yo tenía que ubicarle, entonces si me dieren… yo misma ahí tuve que aprender. Porque el albañil cuando había contratado… "¿De cuántos metros cuadrados quieres una casa?" Y yo no sabía cómo responder. Marido no tengo ahí, no tengo nadie, ni un abogado, nada, nada, entonces estoy sola luchando. Entonces ahí tuve que medir yo en un papel, romperme la cabeza a ver cuántos metros, ya sé cuántos metros tiene de punta a punta, pero al medio cuánto tiene, no sé cuántos metros cúbicos tenía, entonces tuve que sacar a penas, duras penas, yo mismo tratar de hacerlo como pueda resolver. Entonces cuando, un día llegó el abogado a hacer la minuta, entonces "¿Cuántos metros cúbicos tenía?", nos preguntó, "Ustedes tienen tantos metros cúbicos", y yo ya lo tenía sacado, entonces igual me sentí tan contenta.*

Incluso cuando se le pregunta por "ser bueno en matemática" Julia no responde por el comportamiento del alumno en el aula (como los otros adultos entrevistados) sino que piensa en cuestiones extraescolares tan vitales como "la mente sana":

(EJ2,R38)

E: *Bueno, y el otro día vos me explicaste como, digamos, qué se necesita para ser bueno en matemática. ¿Qué creés que hace falta para ser bueno, qué hace falta hacer para ser bueno en matemática?*

J: *Bueno, hace falta la mente sana más que todo, mente sana, no estar dañado. Hacer bien la matemática, no es necesario que tenga un aparato,*[1] *nada. Porque si no*

[1] Julia se enorgullece de no precisar la calculadora.

tenemos la mente sana, cómo podemos sacar tan rápido, o solucionar, o tener al cabo todo en mente. Hay veces yo lo rindo en cuentas tata, tata, rápido, tengo aquí, en memoria entonces esos tanto sale, tanto salida, tanto entrada, tanto el saldo, y queda esto, y así lo rinde en cuentas. Pero el papel está cantado a los otros, pero yo aparte se los digo, entonces me parece que para todo eso, para estar todo bien al día, porque si vamos a comprar unos bifes no andaría bien.

Recién cuando se le pregunta por ser bueno en la escuela Julia responde pensando en las exigencias de ser alumno, similares a las de Alicia:

(EJ2,R49)

E: *¿Y en la escuela para ser bueno en matemática qué hace falta hacer?*

J: *Bueno, poner la voluntad, y estar presto.*

Veamos cómo Julia considera las relaciones entre "ser bueno en la escuela" y la juventud, el género, la inteligencia, la clase social:

(EJ2,R51)

E: *¿Y a vos te parece que importa, Julia, para ser bueno en matemática si uno es joven o es adulto?*

J: *No importa si es joven o adulto. Mucho mejor si sería más joven aprende para toda su vida.*

E: *¿Pero se puede ser bueno en matemática y ser joven, o ser adulto, en ambos casos se puede ser bueno en matemática?*

J: *Bueno tal vez a algunos no les cae bien o no les gusta, no somos iguales, algunos mucho no les gusta, pero me parece que todos tenemos que saber de matemática. Todos.*

E: *¿Y ser mujer u hombre te parece que importa para ser bueno en matemática?*

J: *No importa que seas hombre o mujer, tal es que el cerebro es igual.*

E: *¿Y ser rico o ser pobre importa para ser bueno en matemática?*

J: *No, no importa si es rico o pobre.*

Se puede ser bueno en matemática siendo rico o pobre, joven o viejo, mujer u hombre, pero Julia considera que hay un don, un talento especial que algunos tienen:

(EJ2,R65)

J: *(…) Algunos tenemos un buen talento para, especialmente para matemática, un talento que es como un don que se tiene, algunos no, no tenemos tanto ese don, manejamos otra gente, nuestra secretaria o algo a nuestro lado, que eso está, llevan adelante y nosotros somos como jefes nomás. Casi no vemos los resultados, a fin de mes nomás. Es así, ¿no?, con los patrones, pero los secretarios le manejan todo eso. Pero algunos no, ellos mismos son.*

Ahora bien, los que no tienen el don, o los que no son tan inteligentes pueden aprender pero "con más calma". El don estaría operando en la velocidad de las respuestas (posiblemente Julia esté pensando en el cálculo):

(EJ2,R71)

***E:** Y para ser bueno en matemática, ¿tiene alguna importancia ser inteligente?*

***J:** Sí, sí. Muy importante que sea inteligente, puede, eso le puede llevar mucho más allá, porque si es inteligente, hace más rápido las cosas.*

***E:** Y alguien que no es inteligente, si pone voluntad y esfuerzo, como vos decías antes, ¿podría aprender matemática?*

***J:** Podría aprender, pero con calma, porque como te digo no tiene don, o no tiene ese talento, ¿qué puede hacer? Por ahí es pésimo en matemática, o parte de la alimentación que va al cerebro, se alimentó de niño muy menos, y por ahí puede tener un poco deficiencia en la mentalidad para aprender, le cuesta aprender.*

***E:** Y ese don, cuando vos decís: "Algunos tienen don", ese don, ¿de dónde les vino?*

***J:** Ese don es el que regala nuestro Creador. El único es que nos puede regalar ese don a cada uno.*

***E:** Y eso que vos decís de la alimentación, y eso, ¿cómo influye?*

***J:** Eso también influye, eso también, de las mamás, como nos habrán alimentado de pequeños. Algunos, bueno, tienen un buen hogar, estable, algunos tienen un hogar pésimo, que ni siquiera les alcanza para comprar todos los alimentos que se puede consumir a diario, apenas comen con dos o tres cosas por día, no tienen para derivar su alimento. Porque un niño debe ser bien tratado con diferentes alimentos, puede ser hierro, calcio, no sé, tantas cosas que hay para fortificarle desde pequeño. Cuando desde pequeño se les alimenta bien, a lo grande tienen que rendir. Pero si no lo alimentamos de pequeño bien, a lo grande, ¿qué va a rendir? No rinde nada.*

***E:** Y alguien que tuviera ese don al nacer, pero después no es bien alimentado, ¿qué pasaría con matemática?*

***J:** Bueno, le cuesta aprender.*

***E:** ¿Y alguien que no tiene el don, pero está bien alimentado, y pone esfuerzo?*

***J:** Bueno, tiene don para otra cosa, por ahí le gusta otro labor, otro… tiene otro don para otro, tiene otro talento entonces, nada, matemática puede saber, pero casi no le da importancia, por más que tiene tanta inteligencia no le da importancia. Tiene otro don, otro talento, qué sé yo.*

Para Julia el don y la buena alimentación son componentes necesarios y complementarios para ser "bueno" en matemática. Recordemos que Julia, al referirse al tiempo en que sus hijos eran pequeños, dijo "Dinero no teníamos, pero para comer había bastante. A veces me sobraba hasta para regalar al vecino". Julia, como madre, dio inteligencia a sus hijos dándoles comida, para continuar con la obra de Dios, que aparentemente sería dar los dones. Julia siente tener el don o talento para las matemáticas ("siempre me han ido bien", "algunos tenemos un buen talento"), por lo cual ha ocupado cargos de responsabilidad en su iglesia. También Julia los asume en el aula actual, ya que es la única que en matemática realiza actividades diferenciadas que corresponden al 2º ciclo de la escolaridad.

¿Cuáles son, para ella, las condiciones para ser maestro de matemática? Considera que un buen maestro debe tener conocimientos psicológicos y técnico-pedagógicos ("tener sus dinámicas"). Nuevamente, como punto de apoyo para reflexionar sobre la enseñanza, refiere a sus prácticas en la comunidad religiosa, donde tuvo la oportunidad de enseñar religión a niños pequeños:

(EJ2,R100)

***E:** Y, para ser un buen maestro de matemática, ¿qué hace falta hacer?*

***J:** Mucha inteligencia, sería mucho de uno mismo, yo creo que tiene, un maestro… hasta ahí nunca llegué a ser maestro pero bueno, tendré que saber eh… No sé qué es aparte, más psicóloga, no sé más eh… no sé qué, qué es lo que en una materia hay que tienen que saber dominar a los alumnos, manejar, de una manera, verlo profundamente, estudiar a sus alumnos para cómo enseñar o cómo manejar con los alumnos aparte de la matemática, ¿no?*

***E:** Ajá, qué interesante. ¿Y algo más tiene que hacer un maestro para ser un buen maestro de matemática?*

***J:** Y claro, tiene que ser más dinámico, tiene que tener un, como su… su manera, por lo menos en distintas maneras de enseñar, por decir eh… si una maestra es maestra de niños, voy a decir en parte, en parte de la iglesia nos nombran como maestras de niños, entonces la maestra tiene que hacer sus dinámicas, su… tiene que hacer como ademanes, algo así, entonces hacer, si no puede con las manos enseña a cantar a los niños, a los más pequeños, de cero años a tres años, hasta ocho años, hasta doce años, enseña a cantar, entonces así me parece que debe ser la maestra, tener un, explayarse, extenderse por todo… a ver de qué forma va a hacer entender.*

Frente a la pregunta de qué es importante que suceda en las clases de matemática, Julia aporta algunas ideas en relación con contenidos que valoraría que fueran enseñados (operaciones, medidas de superficie, volumen, etc.) y ofrece algunas ideas sobre maneras de enseñar a partir de situaciones cotidianas (a partir de presupuestos, recibos, etc.). Aparece también una clara idea de progresión en la enseñanza. En general Julia responde sobre las clases centrándose en su estado actual de alumna en la escuela de adultos, posiblemente por la poca experiencia escolar anterior:

(EJ2,R117)

***E:** Y, en una clase de matemática en la que hay un maestro de matemática y alumnos que aprenden matemática, una clase como la de ustedes, por ejemplo, en los ratos de matemática, ¿qué es importante que pase en una clase de matemática para vos?*

***J:** Bueno, en realidad todo es tan importante. Para algunas que sobresalen, que más pueden ayudar, porque parte de los problemas, parte de los presupuestos, como aprender a sacar nuestros presupuestos, como hacerlos algunos recibos, algunas comprobantes, eso valdría mucho más.*

***E:** A ver si entiendo, ¿vos decís que eso sería muy bueno que pasara en las clases? ¿Que los ayudaran a hacer recibos y comprobantes…?*

***J:** Comprobantes, no solo… ahí está la matemática, entra, pero de números más altos ya. Que vayamos moviendo más la mente poco a poco porque hay veces eh, muchos no saltan, ¿no?, decir, al principio a mí mismo no podía, estaba como encerrado, pero más, mucha práctica, mucha práctica y, me parece que tenemos que tener algo de, por decir, el "por", y la "suma". Eso va mucho, mucho más, entra mucho eso, que la división muy poco me parece que entra.*

***E:** Y, eh, a ver si entendí: vos suponés que sería bueno trabajar con esos recibos o con esas, con…*

***J:** Tal vez muy lejos me estoy yendo pero, para mí que todo está bien en sí, ¿no?, pero hasta ahora algunos temas no hemos tocado, porque debe abarcar mucho más allá la matemática, supongo que es así, no hay algunas, por decir, el cúbico o el metro cuadrado, no lo entendemos mucho, algunos lo entienden. A mí, gracias a Dios, como era papá y mamá, tenía que hacerme cúbico, aprender a cubicar cuánto tiene mi casita, porque según así, cuando ya yo estoy, vienen los ingenieros, o viene el abogado, qué sé yo, para hacer levantar un papel, yo no sé cuánto tenía mi terreno, ¡nada! Entonces aprendí ahí, por eso digo, todas esas cosas incluyen la matemática me parece.*

__E:__ O sea, vos decís que por ahí no ahora porque recién están empezando, pero que en algún momento sería interesante que también estudiaran esos temas que son más difíciles, y que te gustan también…

__J:__ Sí, sí. Porque hay, no sé, hay cúbicos con tres, y hay cúbicos con dos, cubicar, por ejemplo una vez me tocó hacer cortar la madera y yo no sabía cubicar, nada, nada, nada. Y no pude, y tuve que hacerme ayudar, pero el del cuadrado sí, con número dos arriba, cuántos cuadrados tiene el metro cuadrado tiene, eso hacía, como sea, machucándome aprendí. Porque todo eso, ahí nos influye, no, mucho. De qué manera podemos sacar para cuánto tiene, ¿no?

Si bien Julia evoca permanentemente la gran variedad de experiencias sociales con matemáticas en contextos laborales o familiares, a la hora de pensar en qué quiere saber, sus "deseos matemáticos" pertenecen a una porción de las matemáticas que podríamos considerar más "puras", "internas" o de la escolaridad avanzada. Ella dijo "debe abarcar mucho más allá la matemática" y esas matemáticas, más abarcativas que las que aprendió en sus riquísimas experiencias extraescolares son las que quiere aprender ahora. Julia quiere saber matemática porque saber es un deseo en sí mismo y no por la utilidad que le generaría disponer de ese conocimiento. Veamos cómo aparecen estas cuestiones frente a la pregunta de qué quisiera aprender:

(EJ2,R214)

__E:__ ¿Y hay algo que te gustaría aprender de matemática acá en la escuela? Además de las cosas que me mencionaste, porque algunas mencionaste, ¿no?, cálculos, metros cuadrados, metros cúbicos, ¿algo más que te gustaría aprender?

__J:__ Yo quisiera aprender, por decir que escucho hablar álgebra, ¿qué será? No entiendo, pero solo me suena el nombre álgebra después de algunos… Mi hija, escuché hablar también a mi hija que el año pasado allá, el anteaño pasado ya, hace dos años atrás en Bolivia, entonces me dice que estaban aprendiendo los… no sé qué… que se llama eso… nombres que lo llevan a algunos, potenciales, cada cual tiene su nombre, con un abecedario, con un número acompaña arriba, no sé qué es… no sé si eso es álgebra o qué es eso, o es quebrar, no sé, no entiendo, pero la cosa que eso quisiera aprender más, no estar todo oculto detrás mío, no sé nada de eso.

__E:__ ¿Eso era con letras? ¿Era con letras y números?

__J:__ Sí, porque son, dicen fósforo, aluminio, no sé qué cosas le decía ella. Ella repetía como loro, yo solamente escuchaba. Potenciales me parece que eran, entonces. Después ella empezaba, le daban profesores con… con números, por decir los abecedarios, puede decir la a, la c, la b, pero acompañando más chiquitos números, y ella "Así se suma, así se saca", ella lo sacaba, pero eso era limpieza que le daba, pero más allá, era no sé.

Julia tiene muchos deseos de saber y ningún temor a enfrentarse a lo nuevo que la escuela podría darle:

(EJ2,R235)

__E:__ ¿Y hay algo que te da miedo en las clases de matemática?

__J:__ ¿Miedo? No. No.

Además de las reflexiones de Julia, que nos permiten atrapar algunos rasgos de su particular relación con la matemática, nos resulta interesante traer las interacciones en las clases. En los fragmentos que siguen podemos verla asumiendo el rol de referente para sus compañeros.

Son ellos mismos quienes solicitan su ayuda tanto al preguntarle si lo que han realizado es correcto, como al pedirle que les explique algún ejercicio. Julia parece asumir con toda naturalidad el rol que el resto de los alumnos le otorgan. Una vez que termina de resolver las actividades, dedica el resto del tiempo a ayudar a sus compañeras. Resulta interesante destacar que Julia no les dice la respuesta directamente, sino que realiza intervenciones con la finalidad de orientar el trabajo de sus compañeras, lo que en algunos casos se limita a releer varias veces la consigna o los datos del problema, así como en otras oportunidades va guiándolas para que resuelvan a su manera o para que completen pasos de una resolución guiada.

Veamos cómo Julia asume un rol docente en estas interacciones. A veces la llaman "seño Julia" y le preguntan directamente qué hacer:

(C4,R550)

A1: *Hoy está complicado. (Risas). No entendemos y sin Juanita nos sentimos "sapo de otro pozo".*[1] *¡Julia! ¿Me podés explicar Julia?*

A2: *Ahora viene la seño Julia.*

A3: *¿Qué pongo acá?*

J: *¡Lo que sigue de este número! Vas contando. Vos vas contando, uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve…*

O le piden que valide resultados obtenidos:

(C4,R588)

A1: *(Luego de contar en voz alta entre doscientos ochenta y nueve y trescientos ocho para ubicar el número trescientos ocho en una cuadrícula con casilleros vacíos) Julia, ¿así está bien?*

En ocasiones Julia conduce la interpretación del problema frente a un grupo de compañeras:

(C5,R188)

A1: *¿Es de lunes a viernes?*

C2: *¿Importa?*

A2: *¿Qué?*

C2: *Volvé a leer el problema, ¿importa eso?*

A2: *Y sí, para mí sí. Todos los días, el almacén recibe diez canastos con ocho sachets de leche cada uno… cada uno. ¿Cuántos sachets recibe por día?*

J: *Solo te pide por día no te pide de todos los días.*

A2: *Pero acá dice que todos los días el almacén recibe canastos todos los días. Diez. Podría… si es todos los días, tenés que sacar la cuenta. Yo al menos así entiendo. No sé.*

J: *Sí pero... no dice que en una semana cuántos sachets. Eso te podría decir, pero no dice eso.*

A2: *Voy a ver cómo lo hago.*

---

[1] "Sapo de otro pozo" es una expresión que alude a la incomodidad social en una situación que se está viviendo.

J: *Te lo pide por día.*

A2: *Ah, ¿vos lo hiciste eso?*

J: *Por día.*

C2: *A ver. Todos los días recibe esta cantidad. Ahora, ¿la pregunta cuál es?*

A2: *¿Cuántos sachets recibe por día? ¿Por día?*

C2: *Por día.*

A2: *¿Nada más que por día?*

J: *Nada más que por día.*

A2: *¿Y cómo lo pongo por día?*

J: *Claro por día.*

A2: *Ocho, ¿no?. Julia es ocho, ¿no?*

J: *Pero son diez canastos.*

A2: *¿Diez canastos de ocho?*

A1: *¿Ochenta?*

A2: *Sí, ochenta, yo saqué ochenta.*

J: *Perfecto, está bien.*

(C5,R1065)

A2: *¿Cómo cuántos tomates vende por día?*

J: *Porque, ¿qué tenés?... El verdulero vende seis cajones de tomate por día. Vende seis cajones por día. Pero si en cada cajón hay cien tomates…*

A2: *Ahh, la cantidad que tiene…*

J: *Necesitás sacar la cuenta. ¿Cuántos tomates tienen seis cajones por día?*

A3: *¿Seiscientos? ¿Seiscientos cajones?... Seiscientos tomates digo. (Se ríe). ¿Qué seiscientos cajones?*

J: *¿Seiscientos cajones? (Ríe).*

A3: *Seiscientos tomates, Julia, ¿no?*

Realiza intervenciones dirigidas a que sus compañeros se involucren y tomen sus propias decisiones, o bien los orienta directamente:

(C5,R337)

J: *(Leyéndole a sus compañeras). Complete este cuadro para saber cuántos lápices hay en muchas cajas iguales.*

A1: *En uno hay diez, en dos hay veinte, en tres hay treinta… ¿no? (A Julia).*

J: *(Respondiendo a A1). Hacelo a tu manera.*

A1: *No, claro, vos querés que lo haga a mi manera (risas). Para que haga lío, ¿no? Sos loca. Resolvelo a tu manera me dice.*

J: *No, pero está bien que te lo diga así. (Riéndose).*

(Terminan de completar el primer cuadro).

A1: *¿Así?*

J: *Sí. ¿Qué hacemos ahora?*

A1: *Doscientos, trescientos, cuatrocientos, quinientos. No carancho… ¿Por qué? ¿Y acá cómo es la historia Julia?*

J: *¿Por qué? ¿Qué hiciste?*

A1: *No sé, acá cien, doscientos, trescientos, cuatrocientos.*

J: *Pero vos fijate arriba.*

A2: *Pero acá me pusieron otro cuatro, pero… ¿Qué tengo que poner? ¿Otro cuatrocientos?*

J: *Pero ponelo.*

La alta valoración por el saber de Julia también se evidencia en algunas expresiones de los compañeros:

(C5,R184)

A1: *(Hablándole a Julia) ¿Vos ya terminaste?*

J: *Sí, yo terminé hace rato.*

A1: *¡Qué grande Julia! Siempre tan inteligente.*

(C5,R330)

M: *Julia, ¿ya está? ¿Cocinado?*

J: *Sí.*

A1: *Julia ya terminó, ya tiene que pasar al cuarto ciclo.*[1]

Posiblemente este rol de Julia en las clases se deba tanto a su mayor nivel de conocimientos, como a los roles que ha ocupado en sus otras experiencias de aprendizaje y enseñanza en la iglesia.

3.5.3 Algunos conocimientos aritméticos

Lectura y escritura de números. Julia tiene un importante dominio de la lectura y de la escritura de números de varias cifras. Veamos algunos de sus conocimientos funcionando en situaciones de clase y en entrevistas. En una clase, al trabajar con una cuadrícula de 10 x 10 en la que se trataba de ubicar los números del 300 al 400, frente a un casillero que la docente señala, Julia identifica correctamente que allí se debería ubicar el número 315:

(C4,R760)

M: *(…) Supongamos que yo quiero saber qué número va acá (hace un círculo de color en el casillero correspondiente al 315). ¿Qué hago?*

J: *Trescientos quince.*

M: *¿Y por qué trescientos quince?*

---

[1] Referirse al cuarto ciclo es un chiste que refleja la alta valoración de los conocimientos de Julia, ya que la escuela de adultos solamente tiene tres ciclos.

(…)

J: *Fui contando imaginariamente qué número le seguía a ese número y así llegué al trescientos diez y fui llegando.*

En otra cuadrícula Julia reconoce que debajo del 297 debe ir el 307 porque aumenta en 10:

(C4,R898)

M: *Bueno, vamos a pasar al otro renglón. Quizás nos conviene empezar por el de abajo justo para que nos sea más fácil (el de abajo del 297). ¿Cuál estará justo acá abajo?*

J: *Trescientos siete.*

M: *¿Por qué Julia?*

J: *Porque aumentamos diez y ya es trescientos. Y termina en siete.*

A lo largo de varios problemas de esta clase podemos advertir que Julia identifica que en cada columna los números terminan con una determinada cifra, que el número que se encuentra a la izquierda de otro es su antecesor y hace uso de la regularidad según la cual, al bajar un renglón en la grilla, se deben aumentar diez unidades.

En situación de entrevista Julia nos muestra que lee y escribe correctamente números de dos, tres, cuatro y cinco cifras redondos y no redondos, e inclusive con ceros en el medio.

(EJ3,R2)

E: *Bueno, Julia, yo te quería pedir podías decirme qué números son estos que voy escribiendo (mientras escribe 37).*

J: *Treinta y siete.*

E: *(Escribe 108).*

J: *Ciento ocho.*

E: *(Escribe 4000).*

J: *Cuatro mil.*

E: *(Escribe 4004).*

J: *Cuatro mil cuatro.*

E: *(Escribe 10.000).*

J: *Diez mil.*

E: *(Escribe 10.200).*

E: *Diez mil doscientos.*

(EJ3,R15)

E: *Bueno, y yo ahora te voy a pedir si vos escribís algunos números. Siete mil.*

J: *(Escribe 7000).*

E: *Ochocientos cuarenta.*

J: *(Escribe 840).*

E: *Quince mil.*

***J:** (Escribe 15.000).*

***E:** Y dos mil ochocientos dos.*

***J:** (Escribe 2.802).*

También Julia lee convencionalmente el número 10.800 en una clase en la que este número surge como resultado de la suma escrita 3600 + 3600 + 3600.

Frente al pedido de comparación de dos números escritos de cuatro y cinco cifras, dada la velocidad de su respuesta, parecería que Julia usa el criterio de que a mayor cantidad de cifras el número es superior (Lerner y Sadovsky, 1994). Sin embargo, como Vicente, justifica su respuesta apelando al nombre de ambos números:

(3J,R23)

***E:** Bueno, y… te quería preguntar, de estos dos números, si me podías decir cuál es más grande (escribiendo 7546 y 16.316).*

***J:** ¿Qué?, ¿estos?*

***E:** Este o este.*

***J:** Ah, este me parece (señalando 16.316).*

***E:** ¿Cómo te diste cuenta?*

***J:** Ah… este está más grande que esta, porque este es siete mil quinientos cuarenta y seis, este es dieciséis mil trescientos dieciséis.*

Valor posicional. Julia identifica el valor que poseen las distintas cifras de un número según la posición que ocupan. Por ejemplo, en esta clase analizaban el valor de los números involucrados en la suma

$$\begin{array}{r} {}^{1} \\ 144 \\ \underline{+\ 48} \\ 192 \end{array}$$

(C6,R907)

***M:** Este uno (señalando el 1 que "se llevaron" y colocaron sobre el 4), ¿vale uno?*

***A1:** Llevando arriba vale uno, pero si lo ponés al lado vale diez.*

(Hablan varias a la vez sobre esta cuestión del 1 que vale 10).

***M:** ¿Esta fila de acá? (Señalando la de las centenas).*

***J:** Vale cien.*

***M:** ¿Cuánto vale?*

Varias: Cien.

***M:** ¿Y esta? (Marcando la de las decenas).*

***J:** Cuarenta, eh, dieces.*

***M:** ¿Cómo son estos?*

***J:** Dieces.*

***M:** ¿Y estos? (Indicando las unidades).*

J: *Unos.*

A1: *¿Cómo unos?*

J: *Claro, cuatro y ocho unidades.*

M: *¿Y este qué es? (Señalando el 2 del resultado).*

J: *Dos unidades.*

M: *Este es un dos, ¿y este? (Señalando el cuatro de las decenas).*

J: *Ese vale de a diez.*

A2: *Cuarenta.*

M: *Y si este lo sumo acá, ¿cuánto vale? (Señalando la columna de las unidades).*

Varias: Uno.

A3: *Ahí es un uno, si lo ponés al lado, vale diez.*

M: *Si lo pongo al lado, en esta columna, ¿cuánto vale? (Indicando la columna de las decenas).*

A4: *Uno.*

M: *¿Uno? Entonces lo tendría que poner acá. (Señalando la columna de las unidades). Si está acá, ¿cuánto vale?*

J: *¡Diez!*

M: *¡Diez! Entonces, ¿cómo sumo esto? ¿Cuarenta…?*

J: *Más cuarenta ochenta.*

A lo largo de este intercambio guiado por la docente podemos observar a Julia asociando el valor de cada una de las cifras de los números involucrados en el cálculo con el lugar que ellas ocupan, por ejemplo, cuando explica que el 1 en la última columna vale 1 mientras que, al pasar a la anteúltima posición, representa un 10. También al indicar que el 4 de las decenas vale 40, ya que son 4 dieces. Nombra a las cifras que corresponden a las decenas y centenas como "dieces" y "cienes" (denominaciones que circulaban en la clase a partir de las intervenciones de la docente) pero a los "unos" los nombra como "unidades", término que podría provenir tanto de la vida escolar como del uso social (Julia se refiere como unidades a la cantidad de naranjas que debía contar).

En otro momento de la clase la maestra les propone armar y desarmar números. Más allá de las posibles limitaciones de esta tarea propuesta, su lectura nos permite advertir algunos conocimientos que Julia tiene disponibles:

(C6,R1077)

M: *A ver, vamos a desarmar números. (Escribe 167 en el pizarrón). ¿Cómo está formado?*

Varias: Ciento sesenta y siete.

M: *¿Cómo lo desarmo? ¿Cómo está formado?*

A1: *Por el cien.*

M: *Por el cien, ¿y qué más?*

J: *Sesenta y siete.*

(…)

M: *Bien. Otro vamos a desarmar. (Anota el número 389). ¿Cómo está formado?*

A2: *Trescientos.*

M: *Trescientos, ¿qué más?*

A2: *Ochocientos.*

J: *Ochenta (corrigiendo a su compañera).*

M: *¿Por qué ochenta?*

A2: *Porque es ochenta y nueve.*

M: *¿El lugar de qué está acá?*

A1: *Eh…*

M: *¿En el lugar de qué está acá (el 8)?*

J: *En el lugar de los dieces.*

(…)

M: *Desarmo este número. (Escribe en el pizarrón 499).*

J: *Cuatrocientos noventa y nueve.*

M: *¿Cómo lo desarmo?*

J: *Cuatrocientos.*

M: *¿Qué más?*

A1: *Noventa.*

M: *Muy bien. ¿Más?*

Varias: Nueve.

M: *¿Estamos? Armo otro número. Ahora lo armo. (Mientras escribe 500 + 30 + 1 en el pizarrón). Tengo un quinientos, tengo un treinta y tengo un uno. ¿Qué número formo?*

J: *Quinientos treinta y uno.*

Julia puede componer y descomponer aditivamente números de varias cifras en unidades seguidas de ceros teniendo en cuenta la posición de las cifras e identificando el valor absoluto de ellas. En situación de entrevista vemos cómo Julia, a partir de un número escrito, realiza una rápida descomposición en el contexto de billetes y monedas:

(EJ3,R31)

E: *(…) Si vos quisieras pagar esta cantidad de plata, si tuvieras que pagar este dinero (escribiendo $ 125), ¿sí?, con billetes de cien, billetes de diez y monedas de un peso, ¿cuántos de cada uno usarías?*

J: *Uno de cien, uno vein… uno de veinte y… cinco en monedas.*

En el siguiente extracto vemos cómo, a pesar de que se confunde inicialmente 3000 con 300, logra identificar cuántos billetes de 100, 10 y monedas de 1 se precisan para pagar cantidades con cuatro cifras.

(EJ3,R35)

E: *(…) Y si tuvieras que pagar esta cantidad de plata (escribiendo 3.430), ¿cuántos billetes de cien usarías?*

J: *Tres billetes de cien, después puede ser dos de a veinte y tres de diez…*

E: A ver, ¿querés anotar la respuesta ahí? Porque me perdí un poquito… eh.

J: Sí. (Mientras escribe alguno de estos números). Tres de cien, tres de cien pesos, después puede ser dos de veinte… perdón, dos de a veinte, puede ser también después tres de a diez, tres billetes de diez, dos de veinte, serían trescientos cuarenta… no, perdón, tres m… a ver… (se queda pensando). Tres mil cuatrocientos treinta era…

E: Sí.

J: Estaba con trescientos, bueno. Ese tendría que ser eh… si es tres mil… tendría que ser treinta… treinta, perdón, tres mil. Está, estoy un poquitito… diez, veinte, treinta, treinta de cien pesos.

E: Ajá.

J: Treinta de cien pesos…

E: Sí. Con treinta de cien pesos, ¿cuánto tendrías?

J: Tendría tres mil.

E: Ajá, ¿y para el resto?

J: Y para el resto tendría cuatrocientos, de cien pesos… o sea que tendría que tener cuatrocientos de cien pesos.

E: ¿Cuatrocientos billetes de cien pesos?[1]

J: Sí. De cien pesos, cuatrocientos billetes.

E: ¿Y cuánto armarías con esos billetes de cien pesos?

J: Tres mil cuatrocientos te daría.

E: Sí, ¿este tres mil cómo lo armas con…? Vos me dijiste con treinta billetes de cien…

J: Sí. Treinta billetes de cien, se hace tres mil…

E: Sí…

J: Eh… cuatrocientos se hace… eh, cien billetes… cuatro billetes de cien.

E: Ajá.

J: Cuatro de cien se hace cuatrocientos.

E: Sí.

J: Eh, tres billetes de a diez se hace treinta.

Julia también puede analizar el valor posicional en escrituras decimales en el contexto del dinero:

(EJ3,R281)

E: (…) Si vos tenés que pagar esta cantidad de plata, ¿cuántos billetes y monedas de cada tipo usarías? (Escribiendo $ 37,50).

J: Bueno eh… en esa parte usaría tres de diez pesos, que se hace treinta. Uno de cinco, uno de dos pesos, y uno de cincuenta centavos.

---

[1] En realidad ella no dice 400 billetes, dice "cuatrocientos de cien pesos" que podría querer decir "cuatrocientos con los de cien pesos". Sin embargo, es interpretado como un error y por ello se le repregunta. Tal vez Julia se confundió, pero tal vez estaba reflexionando en voz alta y frente a la respuesta sostiene el aparente error. Igualmente podemos ver que rápidamente identifica que con 4 billetes de 100 se obtienen $ 400.

En síntesis podemos considerar que Julia interpreta en la escritura de los números el valor absoluto de cada cifra realizando composiciones y descomposiciones aditivas y algunas multiplicativas (tres de a diez se hace treinta).

Operaciones. Campo aditivo. Al igual que en todos los otros casos, hemos podido relevar a lo largo de su participación en las clases que Julia reconoce sin dificultad alguna aquellos problemas en los que puede sumar o restar. No solo utiliza la suma para los problemas de unir o agregar cantidades o la resta para pérdidas, disminuciones o gastos, sino que también reconoce la resta en problemas en los que es preciso determinar la distancia entre dos números.

Julia resuelve correctamente una gran variedad de sumas y restas por medio del cálculo mental:

(EJ3,R171)

E: *Mm, y… y ¿cincuenta más cincuenta?*

J: *Cien.*

E: *¿Y cien menos veinte?*

J: *Ochenta.*

En una clase, al momento de tener que realizar una suma de números redondos de tres y cuatro cifras, Julia resuelve sin dificultad, de manera oral, el cálculo 1000 + 800 + 800 + 1000.

(C6,R252)

J: *Podemos sacar primero de los mil, después de los ochocientos, luego sumar y salen los tres mil seiscientos.*

M: *Bueno, a ver, ¿cómo hacemos? Sumamos primero los miles.*

J: *Sí.*

M: *¿Cuánto da?*

A1: *Mil más mil son dos mil. Y ochocientos más ochocientos…*

J: *Mil seiscientos. Mil seiscientos más dos mil serían tres mil seiscientos.*

En esta situación podemos observar a Julia haciendo un uso implícito de las propiedades conmutativa y asociativa. En primer lugar, propone alterar el orden de los sumandos uniendo los miles por un lado y los ochocientos por otro. Luego suma cada par de números por separado para, posteriormente, hacer la suma final.

Julia tiene también disponibles recursos de cálculos con números redondos mayores, a pesar de que en dos ocasiones confunde el nombre del número diez mil con un millón. Este error, que podríamos considerar sistemático, no obedece a dificultades con el cálculo sino a la identificación del nombre del número:

(EJ3,R130)

E: *Mm. Bueno, y… y te hago otros cálculos a ver, por ejemplo, ¿dos mil más dos mil? (Mientras escribe 2000 + 2000).*

J: *Cuatro mil.*

E: *¿Y cuatro mil más seis mil?*

J: *Ocho mil... no, perdón, cuatro mil más seis mil me dijiste, ¿no?*

E: *Sí.*

J: *Mil, un millón.*

E: *Cuatro mil más seis mil, un millón.*

J: *Sí.*

E: *¿Y un millón más un millón?*

J: *Dos millones.*

E: *Y… em, ¿podrías escr…? A ver, vamos a… ¿dos mil más dos mil?*

J: *Cuatro mil.*

E: *Cuatro mil, ¿y cuatro mil más cuatro mil?*

J: *Ocho mil.*

E: *¿Y ocho mil más dos mil?*

J: *Un millón.*

Veamos cómo avanza y resuelve las contradicciones entre diez mil y un millón:

(EJ3,R152)

E: *Sí. Ocho mil y dos mil. ¿Cómo podrías hacer para saber si ocho mil más dos mil de verdad es un millón?*

J: *(Escribe 8.000 y abajo 2.000). Yo lo sumo. Dos más… los ceros van igual para mí (escribiendo los tres ceros), entonces el ocho más dos son diez, entonces ya tengo un millón acá (escribiendo debajo del 8 y del 2 el 10 con un punto y le queda 10.000). Porque va recorriendo un… un número más para atrás. Yo tengo estos dos números, entonces ya se hace diez… acá tengo diez mil (con expresión de desconcierto).*

E: *Mm. Y, vos antes me dijiste que ocho mil más dos mil es un millón. Y ahora ocho mil más dos mil es diez mil, ¡y me ponés caras que el grabador no muestra, cara de sorprendida, de "¿qué habrá pasado?"! ¿Qué pensás?, ¿cuál te parece que está bien?, ¿alguno de los dos te parece que puede ser y el otro no…?*

J: *Entonces mi cálculo un poquito salió mal, porque estaba ya en dos mil, ocho mil, entonces sería acá diez mil (señalando cada uno de los tres números de la cuenta). Recién estamos en diez mil, así que no llegamos a un millón.*

Julia interpreta incluso el origen de sus errores y vuelve a mostrarnos que se confunde con los nombres de los números redondos mayores:

(EJ3,R179)

E: *Bueno, estás muy bien con las sumas, las restas, las multiplicaciones, las divisiones, eh, solo te confundiste en ese que era muy grande.*

J: *Ah sí, porque me imaginé que estaba allá en las naranjas, porque allí vendíamos naranjas por unidad, por decir sesenta mil naranjas, diez mil, yo contaba, a mí me llevaban de contadora. Porque por día las naranjas apenas podés contar veinte mil y hasta… como te… hora continua, dos de la tarde sin parar, contaba yo. Entonces tenía que contar sesenta mil unidades, treinta mil unidades, me imaginé en eso…*

E: Y sesenta mil unidades de naranja y treinta mil, que son los dos números que vos me nombraste, si tenés sesenta mil y al día siguiente treinta mil, ¿en total cuántas tenés?

***J:** Noventa mil.*

***E:** Noventa mil, ¿y noventa mil más diez mil?*

***J:** Más diez mil, sería ciento noventa mil.*[1]

En otra clase Julia explica cómo hizo para resolver al siguiente problema: "Para comprar el celular y la licuadora, ¿alcanzan $ 500?" (se informaba que el celular cuesta $ 185 y la licuadora $ 135). Veamos los conocimientos que pone en juego al explicar cómo lo resolvió:

(C7,R812)

***J:** Yo no lo sumé, no saqué la cuenta.*

***M:** Julia, vos dijiste que no, que no escribiste la cuenta. ¿Por qué? ¿Qué hiciste?*

***J:** Yo hice un cálculo nomás.*

(…)

***J:** Porque si estos son más o menos doscientos y cien son trescientos y pico.*

La explicación que ofrece Julia nos permite advertir que ha hecho uso del cálculo mental aproximado. Esta situación evidenciaría que Julia no solo sabe redondear para resolver cálculos aproximados cuando se le propone explícitamente, sino que también reconoce aquellas situaciones en las que este tipo de cálculo resulta ser el más apropiado.

Julia utiliza correctamente los algoritmos convencionales de suma y resta a lo largo de las clases, incluso aquellos donde la suma de las cifras correspondientes a una misma unidad supera el nueve y debe reagruparse para formar una unidad de orden superior, o bien implican "desarmar" una unidad de un orden para obtener diez del orden inferior en las restas. Su dominio de las cuentas la convierte en un referente para sus compañeros quienes permanentemente la consultan, como hemos comentado en el apartado anterior.

Veamos cómo Julia ayuda a su compañera a resolver esta resta interviniendo de tal manera que la ayuda pero sin resolverle totalmente el cálculo:

$$\begin{array}{r} 639 \\ \underline{-278} \end{array}$$

(C7,R322)

***J:** (A una compañera, para ayudarla en una tarea que ella ya había terminado). ¿Por dónde vas?*

***A1:** Estoy por este de acá. Seiscientos treinta y nueve menos doscientos setenta y ocho. Y a este de acá le tengo que pedir. (Se refiere al 3 de las decenas del número 639).*

***J:** Sí, sí.*

***A1:** Acá es ciento treinta y nueve.*

***J:** No, no, no. El tres le pide prestado uno al seis. Entonces trece menos siete, ¿trece menos siete cuánto es?*

***A1:** Perá, trece menos siete, viene a ser, esperá, eh, seis. ¿No?*

[1] Al final se vuelve a confundir en el número que se forma.

J: *Sí. Lo ponés acá (señalando el lugar de las decenas en el resultado).*

A1: *¿Acá?*

J: *Sí.*

A1: *Ah.*

M: *(Quien estaba escuchando lo que le decía Julia a Martina). ¡Ahí le pedís uno solo!*

A1: *Claro. Entonces ahora queda, queda el cinco (Julia había tachado el 6 de las centenas y escrito en su lugar el 5). ¿Seis, siete, no? (Confundiendo 5 – 2 por 5 + 2).*

M: *¿Cómo?*

A1: *Doscientos más quinientos, setecientos.*

M: *Estamos restando, ¿eh?*

A1: *Ah, cierto.*

J: *Hacé cinco… ¿a ver?*

A1: *Si a cinco le saco dos queda tres. Ahí está. Ahora sí.*

Veamos otra clase en la que Julia resuelve correctamente una resta que exige desagrupar decenas y centenas, y se las explica a sus compañeros. Además les muestra, a iniciativa de la maestra, cómo el algoritmo de la resta es un recurso para encontrar la diferencia entre dos números. Para resolver el problema “¿Cuánto le falta a 6189 para llegar a 7200?” Julia escribe:

$$\begin{array}{r} 7200 \\ \underline{-\ 6189} \\ 1011 \end{array}$$

Y se produce el siguiente intercambio:

(C7,R1234)

M: *(…) Me parece que Julia sabe algo que les puede ayudar bastante.*

A1: *¿A ver Julia?*

M: *Se dio cuenta de algo Julia. Se puede resolver de otra manera también.*

A1: *Dale Julia.*

M: *¿Cómo hiciste vos Julia?*

J: *Yo hice… Yo puse el siete mil…*

A1: *¡No!*

A2: *Sí, siete mil doscientos.*

J: *Puse el mayor, siete mil doscientos y debajo de esto le pongo el seis mil ciento ochenta y nueve (escribiendo uno abajo del otro). Y me daba el resultado de mil once.*

M: *Julia dice que para hacer este mismo, en vez de averiguar el número que falta…*

J: *Directamente lo copio lo que está en el papel en otro papel.*

M: *Ella ponía el número mayor arriba… (Anotando 7200 en el pizarrón).*

A1: *Sí.*

M: *…y debajo de ese… (Escribe 6189 abajo del 7200).*

J: *El seis mil ciento ochenta y nueve.*

M: *¿Y qué hacías con esto?*

J: *Se lo resto.*

M: *Lo restaba.*

A1: *¡Ah! ¿Pero cómo querida?*

J: *Eso es más rápido.*

M: *Ahora vamos a ver si llegamos a lo mismo.*

A1: *Sí, porque fijate, cero menos nueve, ¿cómo? ¡Nueve! (Haciendo erróneamente 0 - 9 = 9 para las unidades).*

J: *Ese cero de arriba es como diez. Diez menos nueve, uno.*

M: *A ver, a cero no le puedo sacar nueve, entonces le pide prestado al vecino.*

J: *Sí. Después al de al lado le resto uno, entonces si le agrego el cero son diez.*

M: *¿Este cero le puede prestar? (Indicando el cero de las decenas en 7200).*

A1 *y* ***J:*** *Sí.*

J: *Tiene un valor de diez eso.*

M: *¿Cómo es eso? Porque hay cero dieces.*

J: *Pero igual me vale. Por más que sea cero tiene su valor.*

A1: *¡Ella lo hace valer! (Risas).*

M2: *¿Cómo hacemos para que valga este cero?*

(…)

J: *Es cero. Pero el cero cuando está solito no vale nada, pero cuando está ahí tiene su valor, tiene su valor. Tiene su valor porque está ahí.*

(Los alumnos y la docente tienen un largo intercambio sobre cómo restar las unidades…)

A1: *Quedan nueve ahí. Son diez menos nueve, uno.*

J: *¡Uno!*

A1: *Y ahora nueve menos ocho, uno.*

J: *Nueve menos ocho, uno (refiriéndose a las decenas). Y ahora me quedó uno menos uno, cero (refiriéndose a las centenas).*

A1: *Uno menos uno, cero. Siete menos seis, uno. Y da, mil…*

A1 *y* ***J:*** *Mil once.*

También resuelve mentalmente cálculos de suma y resta con pesos y centavos:

(EJ3,R258)

E: *(…) Si vos quisieras pagar, em… un kilo de papa, que sale uno cuarenta, con un billete de cinco pesos, ¿cuánto te darían de vuelto?*

J: *Cincuenta… a ver, a ver. A uno cincuenta se… tres kilos de papas… cuatro cincuenta, entonces me darían, el vuelto... ochenta centavos.*[1]

---

[1] Julia interpreta que se trata de comprar el máximo, por eso resuelve pensando en 3 kg de papas. Aclaramos que cuando dice números parciales parecería que se confundiera el precio (dice 1,50) o el total (4,50), sin embargo, calcula correctamente el vuelto. Julia redondea pasando de 1,40 a 1,50 el precio unitario para calcular los tres productos y luego le resta la diferencia (los 30 centavos).

(EJ3,R277)

E: *(…) Y si algo costara veinticinco con cincuenta.*

J: *Si algo costara…*

E: *Veinticinco con cincuenta, y pagás con treinta. ¿Cuánto te darían de vuelto?*

J: *Me darían... pago treinta pesos, bueno me dan de vuelto cuatro cincuenta.*

Hemos visto cómo Julia tiene disponible una gran variedad de recursos de cálculo para sumar y restar.

Operaciones. Campo multiplicativo. Julia reconoce la multiplicación en situaciones de series proporcionales. En los casos anteriores mencionábamos una alumna –Julia– que aportaba el símbolo de la multiplicación, que muchos no conocían, frente a sus compañeros. Explicita la posibilidad de utilizar la multiplicación en lugar de sumas sucesivas interpretando anticipadamente que se obtendrá el mismo resultado:

(C5,R960)

M: *En una librería venden diez cuadernos por día. ¿Y en cuatro días?*

A1: *Cuarenta.*

M: *Bien Martina. ¿Cómo lo hiciste?*

A1: *Y porque dice acá una librería vende diez libros por día. Sacá la cuenta. En cuatro días, diez más diez, veinte, más diez, treinta, más diez, cuarenta.*

M: *Bien. ¿Alguno lo resolvió de otra manera? ¿Julia?*

J: *Igual. Multipliqué, igual me da.*

M: *Diez…*

J: *Diez por cuatro.*

M: *Muy bien. Diez por cuatro. ¿Cuánto te dio?*

J: *Cuarenta.*

M: *Cuarenta, perfecto. Martina sumó diez más diez más diez más diez. Y Julia hizo diez por…*

J: *Por cuatro.*

M: *Por cuatro, y, ¿da lo mismo?*

J: *Es igual.*

M: *Muy bien. En la pinturería guardan once latas de pintura en cada estante. Hay tres estantes. ¿Cuántas latas tiene para vender?*

A1: *Treinta y tres.*

M: *Treinta y tres. En un estante hay once. ¿En dos estantes?*

A2: *Veintidós.*

M: *¿En tres estantes?*

A2: *Treinta y tres.*

M: *Perfecto. ¿Cómo hizo Delicia?*

A1: *Y sumé así.*

M: *Sumaste así. ¿Y Julia?*

J: *También, igual, sumé igual. Multipliqué también.*

M: *O sea que se puede sumar o multiplicar. ¿Cómo sería multiplicando Julia?*

J: *Tres por… once.*

Resuelve mentalmente algunas multiplicaciones aun cuando no se explicite esta operación:

(C5,R1041)

M: *En un restaurante preparan tres flanes por día. Un flan, doce huevos, ¿tres flanes?*

(…)

J: *Treinta y seis.*

En el siguiente caso no sabemos si hizo 5 x 8 o si pensó que a la mitad de canastos deberían corresponder la mitad de sachets usando propiedades de la proporcionalidad directa:

(C5,R1057)

M: *Todos los días el almacén recibe diez canastos con ocho sachets de leche. O sea que diez canastos con ocho sachets de leche en cada canasto. ¿Cuántos sachets en total?*

A1: *Ochenta.*

A2: *Ochenta.*

M: *Diez canastos, ochenta. ¿Y cinco canastos?*

J: *Cuarenta, serían cuarenta.*

Veamos también cómo realiza cálculos mentales de multiplicaciones y divisiones cuando se explicitan estas operaciones:

(EJ3,R175)

E: *¿Y ochenta por dos?*

J: *Ochenta por dos… ciento sesenta.*

E: *¿Y ciento sesenta dividido cuatro?*

J: *Ciento sesenta dividido cuatro serían cuarenta.*

Frente a cálculos de multiplicación por 10 presentados de manera aislada Julia también resuelve correctamente e incluso corrige a una compañera:

(C5,R1116)

M: *¿Catorce por diez?*

A1: *Ciento catorce.*

A2: *Ciento cuarenta.*

J: *Ciento cuarenta.*

(…)

(C5,R992)

M: *Y, ¿once por cinco?*

A1: *Cuarenta y cinco.*

J: *Cincuenta… cincuenta y cinco.*

(…)

M: *Entonces, ¿si tuviéramos que multiplicar rápido once por siete?*

J: *Setenta y siete.*

M: *Bien. ¿Once por nueve?*

J: *Noventa y nueve.*

M: *¿Once por dos?*

J: *Veintidós.*

También realiza cálculos multiplicativos por 10, en este caso en el contexto de precios:

(EJ3,R82)

E: *(…) Y… te hago otra pregunta: si vos vas a comprar algo que sale cinco pesos (escribiendo $ 5), y querés comprar diez cosas iguales, ¿cuánto te saldría?*

J: *Diez cosas iguales…*

E: *Sí, vamos a suponer un par de medias que sale cinco pesos. Y vos querés comprar diez pares de medias.*

J: *¿Con cinco pesos?*

E: *No, cada una sale cinco, ¿cuánto saldrían las diez?*

J: *Cincuenta.*

E: *Mm, y si querés comprar algo que sale, por ejemplo, doce pesos (escribiendo $ 12), y querés comprar diez cosas iguales, ¿cuánto te saldría?*

J: *Ciento veinte.*

E: *Mm, ¿y si querés comprar algo que sale cien pesos, y querés comprar diez iguales?*

J: *Mil pesos.*

E: *Ajá. Y… ¿cómo hiciste para saberlo?*

J: *Mentalmente, multiplicando.*

E: *¿Qué multiplicabas?*

J: *Eh… saqué diez por…*

E: *¿Multiplicabas diez por… ese número?*

J: *Por ese número que me dio usted, y por diez cosas: diez por diez, cien.*

En el extracto siguiente de entrevista podemos reconocer la gran variedad de cálculos multiplicativos que Julia domina.

(EJ3,R103)

***J:** Sí, pero yo multipliqué para abajo, multiplico (refiriéndose a la cuenta convencional de multiplicar). Para el costado casi no… no sé multiplicar. ¿Paralelo es que se dice eso? (Refiriéndose a la escritura de cálculos escritos de manera horizontal).*

***E:** Vos decís que sabés así, la cuenta así para abajo.*

***J:** Sí, eso.*

***E:** Pero vos recién para hacer por diez lo hacías mentalmente.*

***J:** Sí.*

***E:** Y acá, ¿vos podrías hacer mentalmente ciento veinticinco por diez? (Escribiendo 125 x 10 =).*

***J:** Mentalmente ciento veinticinco por diez sería mil doscientos cincuenta.*[1]

***E:** (Escribiendo 1250). Ajá.*

***J:** No sé si me sale… igual.*

***E:** Sí, te sale bien. ¿Igual a qué decís? ¿Igual que así? ¿O igual en el sentido de bien, me preguntabas?*

***J:** En el sentido, a veces eh… una operación con escrita, otra parte es mental que ya eh… responde más rápida con… verbalmente, ¿no es cierto? Y otra es hacer, restar a veces llevando en el llevo, ahí un poquito te fallás y ahí ya varía el resultado.*

Realiza también multiplicaciones por 10 con números no redondos:

(EJ3,R126)

***E:** Y en este caso, ¿trescientos setenta y cinco por diez? Pensándola como vos quieras eh, mentalmente, oralmente, escrita, acostada, parada, como vos quieras, ¿trescientos setenta y cinco por diez? (Mientras escribe el mismo cálculo horizontal y vertical).*

***J:** Trescientos setenta y cinco por diez… sería tres mil setecientos cincuenta (realizándola oralmente).*

También hemos visto en el apartado anterior cómo Julia averigua correctamente cuánto es el 60% y el 40% de $ 10 por medio de estrategias de cálculo mental oral.

Julia resuelve sin dificultad algoritmos para multiplicar por una cifra.

(EJ3,R205)

***E:** (…) Por ejemplo esta así, ¿esta sabés hacerla? (Escribiendo 373 dividido 3 presentada como en la cuenta convencional).*

***J:** Esta la división ya me olvidé sinceramente, ya lo olvidé esta la división.*

***E:** Sí, ¿y la multiplicación sí?*

***J:** Eso sí.*

***E:** ¿Me mostrás una multiplicación cualquiera que sepas hacer?*

---

[1] En esta ocasión se produce un malentendido por cómo se nombra a la clase de cálculos. Mientras la entrevistadora nombra como cálculos mentales tanto a los escritos de manera horizontal como a los realizados oralmente, Julia habla de cálculos que sabe hacer en forma oral y no considera entre los cálculos mentales a los cálculos escritos horizontales.

***J:** Bueno, acá mismo lo multiplicaremos por tres, ¿puede ser? (escribiendo abajo del 373 un 3 alineado a la derecha para hacer la multiplicación 373 x 3).*

***E:** Bueno, sí, claro.*

***J:** Tres por tres, nueve. Tres por siete, veintiuno, lleva dos. Tres por tres, seis,[1] más dos, ocho (y le queda el resultado 819).*

***E:** Mm, bueno. Y las divisiones esas son las que decís que te olvidaste.*

***J:** Sí, me olvidé un poco, porque no sé si de este lado tenía que empezar, o de este lado. Ahí me olvidé, pero que después eh… lo puedo… multiplicando.*

***E:** Claro, entonces…*

***J:** Me falta práctica.*

Para el caso de la división dice que no recuerda cómo se hace.

• • •

En este capítulo hemos presentado un análisis de cada uno de los cinco casos seleccionados. En el interior de cada caso hemos abordado su relación con el aprender y la escuela, su relación con las matemáticas y sus conocimientos sobre la numeración y las operaciones. En el capítulo siguiente se retomarán muchos de los aspectos aquí tratados sobre sus relaciones con el saber pero ahora realizando un tratamiento transversal.

[1] En este caso utiliza correctamente la técnica, solamente se confunde en considerar 6 en vez de 9 al resultado de 3 x 3.

Capítulo 4. Relaciones con el saber

En el capítulo anterior hemos presentado un análisis detallado de cada caso profundizando en sus personales relaciones con el saber, sus conocimientos aritméticos y cómo se articulan ambas cuestiones. Este análisis fue organizado por casos con la intención de no perder de vista la unidad y el sentido que cada sujeto confiere a sus palabras, sus deseos, decisiones y conocimientos.

En este capítulo retomaremos algunas de las ideas allí presentadas, pero ahora organizadas en un análisis transversal de la relación con el saber a través de diferentes categorías. En primer lugar compararemos las distintas movilizaciones de nuestros sujetos para asistir a la escuela y aprender: ¿qué los trae a la escuela hoy?, ¿por qué quieren estudiar? Nos preguntaremos por sus deseos, por los sentidos que les otorgan a estudiar y por cómo estos se hallan engarzados en sus historias de vida. En segundo lugar intentaremos atrapar cómo esta relación con el saber está atravesada por una dimensión temporal, incorporando las perspectivas individuales sobre el pasado, el presente y las ideas o los deseos sobre el futuro para cada uno de ellos. En estos dos primeros apartados estaremos analizando la relación con el saber como una relación consigo mismo, es decir, la dimensión más identitaria de esta noción.

En tercer lugar analizaremos cómo sus perspectivas sobre sí mismos en relación con el saber, sus decisiones ligadas al mundo escolar y sus actuales deseos personales están atravesados por los vínculos que han tenido o tienen con otras personas. En cada caso hubo diferentes figuras –reales o imaginarias, actuales o pasadas, familiares cercanas o cruzadas de manera ocasional, individuales o colectivas, positivas o negativas– que se han tornado decisivas en sus relaciones con el saber. En este sentido estaremos analizando la dimensión más social de esta noción: la relación con el saber como una relación con los otros.

En el último apartado profundizaremos sobre las relaciones en particular con las matemáticas: sus historias matemáticas de vida, cómo se perciben a sí mismos como productores o usuarios de matemáticas, sus posiciones respecto del conocimiento matemático, sus perspectivas acerca del aprendizaje y la enseñanza de esta disciplina, sus gustos, temores y deseos de aprender matemáticas.

4.1 Las movilizaciones para estudiar

Como hemos mencionado en el capítulo 2, Bernard Charlot (2005) analiza críticamente la manera en que muchas teorías explican el llamado fracaso escolar realizando una lectura determinista en la que se identifican las carencias de quienes fracasan.

> *Razonar en términos de carencias, es pensarlo como un objeto incompleto –punto de vista dominante, que se plantea como sujeto consumado, y ve y trata al dominado como objeto–. (…) todo individuo es un sujeto, por más dominado que sea. Un sujeto que interpreta el mundo, resiste a la dominación, afirma positivamente sus deseos y sus intereses, intenta transformar el orden del mundo para su ventaja. Practicar una lectura en positivo es rechazar el pensar al dominado como un objeto pasivo, "reproducido" por el dominante y completamente manipulado, incluso comprendiendo sus disposiciones psíquicas más íntimas. Pero sin caer en el angelismo y sin olvidar que el dominado es ciertamente un sujeto, pero un sujeto dominado.* (Charlot, 2005 [2008:37]).

El análisis de la relación con el saber implica, en cambio, una lectura "en positivo". Esto significa asumir una postura epistemológica y metodológica en la que la pregunta es qué le pasa al alumno, qué actividad pone en marcha, qué sentido tiene la situación para él, qué tipo de relaciones mantiene con los otros a propósito del mundo escolar. Se intenta comprender su perspectiva subjetiva, lo que sí piensa, siente, quiere, cree y tiene, y no lo "que le falta". (O si se analiza "qué le falta", es desde la perspectiva del propio sujeto, qué cree o piensa él que no tiene).

Para operacionalizar estos estudios, este autor distingue entre motivación y movilización, considerando que la primera es externa mientras la segunda implica "ponerse en movimiento" desde una perspectiva subjetiva, en la que el deseo personal subyace a la actividad visible de estudiar y aprender. Desde la noción de relación con el saber (presentada en el capítulo 2) en este proyecto nos hemos preguntado para qué y por qué están hoy los adultos en la escuela, cuáles son las razones que los mueven a estudiar, cuál es el sentido de aprender para aquellos que no fueron o no terminaron la escuela cuando niños y ahora sí asisten. Nos apoyamos para este análisis en el concepto de movilización de Charlot (definido también en el segundo capítulo). ¿Cómo se constituyó el deseo de estudiar para nuestros sujetos? ¿Cuáles son los "móviles" que hoy los conducen a estudiar? Hemos tratado de develar cómo y por qué sienten que ahora sí pueden o quieren estudiar y qué sentidos le asignan a esta decisión.

Encontramos en los adultos entrevistados diferentes móviles para asistir a la escuela, para aprender y para estudiar matemática. Se trata, en todos los casos, de "buenas razones", todas internas y profundamente ancladas en sus historias personales. Sin intenciones de exhaustividad o de necesaria generalización, hemos encontrado diferentes movilizaciones:

- Estudiar para reparar el pasado.
- Estudiar para defenderse en la ciudad.
- Estudiar para crecer y ser más autónomo.
- Estudiar para ser mejor madre y esposa.
- Estudiar para dejar de tener vergüenza.
- Estudiar para estar mejor anímicamente.

Estudiar para reparar el pasado. Si bien en muchos de los casos encontramos algunos elementos que nos permiten ver que hay una intención reparatoria (Alicia que "por fin" hace lo que su papá le decía que hiciera en la adolescencia, Claudio que dice arrepentirse de no haber ido de niño), es sin duda Isabel el caso paradigmático que interpretamos como "la reparación".

Isabel no estudia para obtener un trabajo mejor porque ella considera que ya es grande para ello. Tampoco pretende tener una certificación de su escolaridad primaria. En ningún caso Isabel refiere a un conocimiento que quiera aprender en la escuela y que precise para desenvolverse en su vida familiar, laboral, ciudadana. Isabel no busca en la escuela obtener "algo" que no tiene ahora, ni cambiar su calidad de vida, ni abrir puertas para un futuro mejor.

(EI1,R321)

> ***I:*** *No, porque no tiene… la edad para estudiar no tiene nada que ver, podés estudiar a la edad que quieras, no, pero... o sea, es mejor cuando uno es joven y estudia porque es como que, eh… tenés más oportunidades, porque vos decís: "Bueno, estudio esto quizás, eh… me recibo y ya tengo cosas para emprender, tengo otros sueños, otras metas", pero eh… ahora yo lo único que quiero es, este… aprender.*

Isabel estudia "solamente" porque quiere ir a la escuela. La frustración por no haber ido en su propia infancia constituye una movilización para sus deseos actuales. Como analizaremos en el último apartado de este capítulo, sus vínculos con el aprender y con el saber están atravesados por los otros con los que interactuó a lo largo de su vida y que constituyeron una mirada sobre su propia persona: Isabel no fue una niña "enviada" a la escuela y ahora ella es capaz de "enviarse a sí misma".

Su identidad está marcada no solamente por lo que le ocurrió sino también por lo que no le ocurrió pero le hubiera gustado que le pasara: Isabel hubiera querido ir a la escuela de niña y lamenta no haber podido. Por ello disfrutó tanto de las escasas situaciones de enseñanza sistemática a cargo de la monja, escenas que relata con afecto y alegría, y una altísima valoración de esos aprendizajes.

Según ella no iba a la escuela como “todos los otros”, como “hay que ir”. Del mismo modo, en su vida adulta Isabel se encontró con otros que iban a la universidad y se refiere a esta cuestión como si ella fuera la única excluida de ese paraíso que a todos se les ofrece. No solo dice que le hubiera gustado ir a la universidad, sino que agrega “como fueron todos los otros”. Isabel está atravesada por haberse sentido afuera del mundo del estudio, tanto en su infancia como en la vida de joven o adulta, exclusión por no haber tenido las oportunidades que otros tuvieron.

(EI1,R266)

I: *Si hubiera tenido la oportunidad de estudiar, de ir a una secundaria, de ir, qué sé yo, a la UBA, como todos fueron a estudiar, eh… hubiera… me hubiera recibido de profesora de matemática porque es lo que más me gusta.*

Ahora bien, para Isabel no haber sido enviada a la escuela no fue solamente que no aprendió lo que debía aprender. De algún modo no hubo padres adultos que, según su relato, aspiraran para ella una vida mejor o proyectaran el estudio como una formación para su futuro. Isabel cuestiona a sus padres porque no le ofrecieron ninguna alternativa dirigida especialmente a su formación. Siente que sus padres no valorizaron el aprendizaje pero tampoco la miraron a ella. Desde su propia perspectiva nadie reparó en ella como niña, excepto la monja que le enseñaba. Dice de su madre que la usaba de niñera; dice de su padre que se negó a aceptar el ofrecimiento de la monja de que estudiara para hacer el noviciado sin ofrecer alternativa alguna.

Estudiar ocupa en su vida actual un lugar reparatorio de las condiciones de crianza, del acompañamiento y la exigencia, de una mirada de los adultos que aspiraran y proyectaran una vida mejor para ella, que creyeran en sus capacidades. Reparar lo que no tuvo y desearía haber tenido.

(EI1,R273)

I: *(…) No tuve la oportunidad de que nadie me diga: “Estudiá, seguí adelante, progresá”.*

Isabel se ha otorgado ahora ella misma el permiso y el derecho a estudiar. Asiste a la escuela para disfrutar de ser alumna. Hemos visto en el capítulo 3 cómo Isabel juega casi a ser una niña y cómo valora todas las marcas de la cultura escolar: cuadernos, libros, tareas, boletines.

(C4,R216)

I: *Juanita, Juanita.*

A1: *¡Vení Juanita, vení! (Risas).*

I: *Estamos como las nenas. ¡Ma, Juanita!*

Hoy tiene la oportunidad de reparar su pasado o bien de repararse, de darse a sí misma eso que no le han dado y deseaba desde hace tiempo. Es ella la que se dice ahora sola: “estudiá”. En su trabajo y en la escuela se ha encontrado con otros –patrona y docentes– que también le señalan que ese es un buen lugar para ella hoy. Dios mismo –piensa Isabel– le señala el camino.

(EI1,R82)

I: *…Ella (la patrona) me dijo que… que estaba bien lo que yo había empezado a hacer, irme a la escuela que… para hacer algo por mi vida, para no quedarme ahí estancada sin saber… quizás tengo la oportunidad de hacer algo ahora.*

(C2,R20)

I: *Siempre que quiero abandonar (la escuela de adultos) Dios me manda a alguien que me dice "tenés que seguir"…*

Isabel se ha puesto en movimiento: es capaz hoy de investirse a sí misma y otorgarse el permiso y el derecho de estudiar que le ha sido negado y vulnerado durante su infancia.

Creemos que en la educación de adultos es posible encontrar muchos alumnos que, como Isabel, asisten a la escuela a saldar una "asignatura pendiente" de su infancia.[1] Esta clase de movilización nos permite desprendernos de un imaginario de asistencia a la escuela como medio para obtener "otra cosa", y pensar o comprender algunas trayectorias en las cuales la escuela es un fin en sí mismo, una "vieja deuda" con la propia historia.

Estudiar para defenderse en la ciudad. Varios de nuestros casos analizados han vivido de pequeños en el campo y mencionan el cambio de la vida rural a la vida urbana como posibilitador de estudios. Por ejemplo, Julia menciona que de niña en el campo debía cuidar a sus hermanos para que sus padres pudieran trabajar en la agricultura, también dice haberse ido del campo para que sus hijos pudieran continuar sus estudios. Entre las razones que aparecen para la decisión de irse del campo a la ciudad, tal vez la muerte de una niña de su familia haya sido determinante para la familia de Claudio, provocando un deseo de cambiar de vida:

(EC1,R298)

C: *Entonces después mi hermano me dijo: "Estaba laburando y después anduve sembrando", y justo que empezaron a sembrar falleció una de mis sobrinita, y bueno y ahí justo fue mi hermano de acá de Buenos Aires y él ya cuando dijo: "Yo cuando vaya a fin de año yo te traigo para que vengas a laburar".*

El caso de Claudio es interesante para analizar cómo esta migración de la vida rural a la vida urbana es provocadora de la necesidad de estudiar y a la vez posibilitadora de nuevos aprendizajes.

(EC1,R33)

C: *(…) A mí yo porque en el Chaco nunca se me dio la ocasión de estudiar y, porque siempre trabajaba y qué sé yo, como más laburaba en el campo con los tractores, poco… o sea pocas ganas tenía, me gustaba más el laburo que el estudio… porque, o sea, me gustaba más porque no tenía tiempo tampoco para estudiar. Yo laburaba desde las cinco de la mañana hasta las once, las doce de la noche, hasta que cambiaba el turno trabajando con el tractor, y después adónde iba a estudiar a esa hora, y entonces bueno. Acá en Buenos Aires me cambió todo, laburo nueve horas y bueno, después las otras horas vengo a estudiar y después a descansar.*

---

[1] Muchos docentes en cursos de capacitación refieren a la importancia que los adultos asignan a los materiales escolares en su escolaridad. Carpetas, cuadernos, libros, fotocopias, cartuchera y boletines son, como para Isabel, marcas de la cultura escolar que nunca han tenido y que disfrutan en la actualidad.

Claudio tiene 18 años y recién ha llegado hace un año del campo a la ciudad. Mientras vivía en el campo el mundo del trabajo y el mundo de la escuela permanecían escindidos, eran vividos como dicotómicos, y Claudio no precisaba integrarlos. No quiso ir a la escuela de niño porque prefería trabajar en el campo; no aprendía en la escuela y sí aprendía en el campo. A los 7 años, cursando 2º grado, "toma la decisión" de abandonar la escuela, decisión que fue respetada o aceptada por la familia, la escuela y la sociedad en general. Al menos en su relato no aparecen adultos que hayan intentado impedir hacer efectiva su idea, excepto alguna referencia al deseo de su madre.

Durante estos años, en el trabajo del campo, como él dice, se "defendía" con sus conocimientos.

(EC1,R180)

***C:** Y nosotros en el Chaco aprendemos, quieras o no quieras, aprendés a la fuerza.*

(EC2,R86)

***C:** Sí, hasta ahora, los de allá del Chaco, todos saben matemática, como te dije recién, sabemos matemática porque ese era el trabajo, defenderse nosotros con la matemática y es todo.*

Actualmente Claudio vive y trabaja en la ciudad, y ya "no se defiende": precisa saber leer y escribir, y todo aquello que la escuela pueda enseñarle.

(EC3,R363)

***C:** (…) Y ahora con, ahora, ahora acá, allá no se necesita tanto, pero acá me estoy dando cuenta que sí, la necesito un montón, con la… a la escuela la necesito más que nada.*

Incluso cuando menciona la ilusión de seguir sus estudios, estos también son para "defenderse" en el mundo del trabajo en la ciudad:

(EC1,R114)

***C:** Porque yo lo que quiero llegar a aprender, quiero llegar a terminar esto lo que es escuela y después estudiar el trabajo que estoy haciendo que es electricidad y que es lo que me gustaría llegar algún día si Dios quiere, algún día terminar la escuela y, si se da la ocasión, poder estudiar, estudiar lo que me gusta a mí. O sea, para defenderme un poquito en el trabajo que estoy haciendo, ¿vio?*

Este nuevo deseo es una llave que abre una puerta entre ambos mundos: algo de lo que se enseña en el mundo de la escuela es preciso hoy para el mundo del trabajo, ya los dos mundos no se encuentran tan escindidos como cuando vivía en el campo. Claudio es joven y al mudarse a la ciudad ha cambiado su presente y ha ampliado su futuro. En el campo, su vida estaba de algún modo casi definida, seguiría trabajando y aprendiendo en el mundo del trabajo todo lo que había por aprender, aunque Claudio se consideraba bueno para los conocimientos que allí aprendió trabajando. No solamente eran vividos por él como suficientes, sino incluso con orgullo. Ahora, en cambio, Claudio no conoce su futuro y la escuela le abre puertas para ser, como él mismo dice en varias ocasiones, "un tipo que sabe", es decir, un hombre escolarizado y urbano.

(EC1,R135)

> ***C:** (…) Por ahí salgo de este trabajo, me voy a trabajar qué sé yo, en un supermercado o en cualquier otro trabajo, y te va a hacer falta esa parte.*

El análisis de esta movilización ligada al cambio de vida que se opera viniendo del campo a la ciudad permite entender por qué en ocasiones Claudio –cuando se refiere a su vida en el campo– habla de su nivel de conocimientos con tanta seguridad, mientras que el cambio de trabajo y de vida lo enfrentan a que aquí, en la ciudad, sus conocimientos son insuficientes. Descubre otros que saben "todo" (como su compañero de trabajo que hizo el secundario), "tipos que saben" (personas que, por ejemplo, pueden anotar el pedido de materiales o usar la multiplicación).

Claudio sigue anteponiendo el mundo del trabajo al de la escuela, como cuando niño la abandonó para ir a trabajar. Ahora valora los conocimientos que otros tienen y él no, que la escuela ofrece, y que son herramientas para futuros trabajos. Incluso abandona dos años consecutivos la escuela de adultos un mes antes de finalizar las clases en el período de evaluación diciendo que dejó de venir porque tenía mucho trabajo. Tal vez aún le es incómodo no estar en el lugar del dominio, como le sucedía en el campo, y estar en un lugar en el que toma conciencia de todo lo que hay por delante por aprender. O quizás las exigencias del mundo laboral atrapan más a Claudio que el espacio para su formación. También es posible que no esté dispuesto a resistir la evaluación externa por sus recuerdos de enojos de maestras frente a los errores en la escuela infantil.

A diferencia de Isabel, Claudio sí viene a la escuela a buscar "algo": aprender a "defenderse" en la ciudad. Y recién está empezando a unir los dos mundos.

Creemos que en las aulas de adultos debe haber muchos otros como Claudio, que sintiendo que dominaban los conocimientos necesarios para el mundo del trabajo rural, se enfrentan al impacto de las exigencias de la vida urbana. Esta clase de movilización nos permite aprender sobre el delicado equilibrio entre cómo articular los conocimientos extraescolares como vía de entrada a nuevos conocimientos extraescolares y nos alerta sobre el riesgo de una posible ruptura excesiva en la percepción de una posición anterior de dominio.

Estudiar para crecer y ser más autónomo. En varios de los casos analizados está presente la imagen de crecimiento personal que se genera a partir de la asistencia a la escuela. Sin embargo, el que más explícitamente habla de este crecimiento es Vicente. Objetivamente su meta no es la certificación: incluso repite primer ciclo en contra de la decisión de sus maestros porque no quiere que lo pasen "de lástima".

(EV1,R49)

> ***V:** (…) En realidad como que nos hizo pasar después de lástima al segundo ciclo, y ahí fue donde me hizo sufrir, porque me encuentro que el grupo, el otro grupo estaban bien, leían de corrido y yo no puedo leer de corrido, entonces venía a perder tiempo. (…). Y después dije: "No, voy a volver", porque me enteré que se había jubilado la de primer ciclo, porque yo quería volver a primer ciclo de vuelta, incluso Susana me dijo: "No, si vos sos del segundo ciclo", y yo le digo: "No, yo no voy a segundo ciclo, empiezo de vuelta de cero".*

Vicente va a la escuela porque quiere aprender y este aprendizaje es para sí mismo un modo de crecimiento. ¿Qué significa crecer para Vicente? Poder escribir los presupuestos para su trabajo, dejar de depender de otras personas que escriban por él, tener registro de conductor, independizarse.

(EV1,R60)

E: *Ajá, y Vicente, ¿por qué viene a la escuela?*

V: *Porque preciso, porque yo trabajo por mi cuenta, siempre tengo que estar molestando a alguien que me haga una boleta, porque yo pago todo, pago monotributo, tengo boleta, tengo todo, y siempre tengo que estar pidiendo que me hagan una boleta, o que me escriban un presupuesto, y yo lo dicto al presupuesto, o que me escriban y después lo hago pasar por la compu, y bueno, preciso por todo eso.*

(EV2,R62)

E: *Y saber matemática, ¿puede ayudar a ser rico?*

V: *No. Ah, sí, puede ser, puede ser. Depende a veces uno los trabajos que tenga, y como va creciendo. Porque ayuda mucho a crecer, de saber leer, escribir, matemática. Sí, puede llegar a ser rico. Yo creo que los mejores alumnos se han hecho. Sí, tiene que ser sin duda, porque no estaría trabajando en trabajos que hago yo, a lo mejor sería empleado en un banco, o pondría otra empresa. De repente yo no puedo poner mi empresa porque, bueno, me falta mucha lectura. Si no, yo ya me habría tratado de crecer más. Siempre me quedo ahí con ese temor: "No, porque tengo que asegurar los que trabajan conmigo, los tengo que poner en blanco", y todo eso ya preciso otra persona, otra segunda, ya para ir y pedirle: "Mirá, acompañame", o "Veme esto"; sin embargo, si yo estoy al tanto, que aprendí matemática, y a leer y a escribir bien, voy y encaro yo solo, no tengo por qué pedirle a nadie, eso sería ya desenvolverme yo solo.*

Vicente, que a diferencia de su padre "ama trabajar", piensa que la escuela le abrirá nuevas puertas y le permitirá, como le dijo su patrón, "emplumar y volar". Entre los "vuelos" deseados ya tiene preparado un libro de cálculo de materiales que espera leer y usar, y una camioneta que ya compró y lo espera hasta que pueda conducir. Si bien Vicente ha crecido en su oficio, la escuela le permite seguir construyendo una imagen de sí mismo cada vez más diferenciada de la de su padre. Él sí quiere, como él mismo nos explica, "agarrar la cuchara" en el mundo del trabajo, pero también en el mundo del saber, hoy percibido como medio para el otro crecimiento.

(EV1,R236)

V: *Sí, sí, lo que yo quiero aprender rápido, encima ahora tengo una que, me compré una camioneta, lo estoy haciendo despacito, porque lo estoy, quiero el registro, si no puedo leer, no puedo tener el registro.*

(EV1,R260)

V: *Entonces, ella me trajo el, el padre es arquitecto, y ella me trajo un libro así, donde se pueden hacer todos los cálculos de materiales, todo. Pero, de qué me sirve mirarlo si no... si lo puedo mirar nomás.*

Para Vicente la escuela habilita al progreso laboral y económico, al acceso a la información y otorga autonomía. Pero es un lugar –además de valioso– muy exigente.

(EV4,R182)

V: *Que a veces me pongo muy nervioso cuando… a veces me sale esto, y a veces no me sale porque bueno, a veces porque estoy nervioso, o… así.*

E: *¿Lo estoy poniendo nervioso porque son muy difíciles los problemas?*

V: *No, no. No, no, está bien. Me banco.*

E: *Pero… ¿le sirve? Porque tampoco quiero que sufra, ¿eh?*

V: *No, no. Yo la verdad me tomé media pastillita antes de venir. Ja, ja. No, pero tomo una igual a la mañana.*

También Vicente, como Isabel, se ha investido a sí mismo como alumno. Ha crecido en el mundo del trabajo pero ahora quiere seguir creciendo y la escuela aparece como un nuevo desafío y una oportunidad para ese crecimiento postergado. Vicente se ha puesto en movimiento para terminar con la dependencia de quienes lo ayudan. Si bien está orgulloso de que dispone de muchos afectos cercanos dispuestos a hacer lo que él aún no sabe, ahora está interesado en ser él mismo el motor de su propio crecimiento y adquirir esa autonomía postergada.

Nos interesa señalar que, si bien Vicente piensa que la escuela generará un crecimiento de su mundo laboral, los conocimientos que espera aprender no son los que precisa directamente para su trabajo técnico (conocimientos que él considera tener disponibles y en los que siente que se destaca), sino posibilitadores de una nueva y futura autonomía laboral ligada a un cambio de estatus profesional (formalizar relaciones de dependencia, estudiar maneras nuevas de hacer cálculos de materiales, hacer trámites, elaborar presupuestos, conducir para trasladar materiales, etcétera).

La movilización de asistencia a la escuela es para Vicente –y seguramente para muchos otros alumnos de la escuela de adultos– un medio para crecer laboralmente ganando en independencia y autonomía, jerarquizando su trabajo actual. De algún modo también Alicia y Claudio comparten este movimiento que tracciona hacia el estudio. También se invisten a sí mismos al considerar que ellos pueden, merecen y son capaces de más de lo que han logrado hasta ahora. La asistencia a la escuela es vivida como un posibilitador de continuidad de ese crecimiento personal y de la ilusión y el deseo de un mejoramiento del estatus profesional y laboral.

Estudiar para ser mejor madre y esposa. Alicia, como Isabel, también tiene deudas pendientes con su pasado y disfruta del ser alumna. También como Vicente cree poder crecer en el mundo laboral a través de su asistencia a la escuela. Sin embargo, tiene una movilización aún mayor: ayudar a su hijo mayor –que también está iniciando la escuela primaria– con las tareas escolares y a su marido con el kiosco. En términos más amplios, la escuela le permite terminar de armar una escena familiar deseada y completar o mejorar sus roles.

En el capítulo 3 hemos visto cómo Alicia ha sido testigo externa de intercambios familiares en torno al mundo escolar, tanto entre sus hermanos en la casa paterna como en la cocina con los niños que cuidaba.

(EA1,R261)

A: *Porque siempre estaba mi mamá, o sea, mi madrastra, porque cuando… tengo mis hermanos que sí fueron al colegio, que terminaron y todo eso, pero esos estaban con mi papá y mi madrastra. Y yo que estaba con mi mamá vine ya de grande y…*

(EA2,R140)

A: *Claro, porque yo siempre me sentaba con ellos, ellos siempre iban a la cocina, donde yo estaba siempre, en la cocina, donde está mi dormitorio y todo eso, y hacían, y yo siempre estaba con ellos. Porque la mamá venía retarde, y bueno era yo más la que estaba con ellos. No le podía enseñar por supuesto, porque sabían. Yo le preguntaba, no les enseñaba yo.*

En estas escenas Alicia "miraba de afuera" la escolaridad, y ahora está feliz de poder generarla con su marido e hijo mayor en torno a las escuelas de ambos. Mientras Alicia asiste a 1^er^ año de su propia escuela, está construyendo una imagen de sí misma como buena madre y trabaja para ser una esposa que pueda ayudar a su marido.

(EA1,R143)

A: *Y si… por ejemplo, dividir, por ejem… yo, o sea, hace poquito abrimos un kiosco con mi marido, y dividir no lo sé hacer.*

(EA1,R153)

A: *…Por ejemplo, si Martín el día de mañana me lleva una tarea, y yo no lo sé hacer…*

(EA1,R161)

A: *(…) Sí, me acuerdo que me dijo: "Dividido tanto", o habrá sido, estábamos un día a la noche y me dijo… estaba haciendo el presupuesto y me dijo: "Agarrá la calculadora y dividime tal cosa", y no… no lo supe hacer, entendés, como queriendo él que lo ayude en sus cosas y no lo supe hacer.*

(EA2,R178)

A: *(…) Con mi hijo que… siempre te lo digo, que por él estoy estudiando, que no quiero que pase eso que yo no lo pueda ayudar no…*

(EA2,R191)

A: *(…) "Yo por eso estoy yendo, porque no quiero que el día de mañana te pregunte y vos no lo sepas ayudar".*

(EA2,R207)

A: *(…) O sea, quisiera aprender lo que ellos dan, ¿no? para poder ayudarlo.*

La relación de Alicia con el saber tiene una dimensión identitaria ligada a los roles familiares: qué clase de madre y de esposa ha sido, es y quiere ser. Creemos que esta movilización para estudiar podría estar presente en muchos alumnos adultos que asisten a la escuela primaria.[1] La constitución de un nuevo aspecto de un rol familiar o el mejoramiento en la manera de ejercerlo aparecen como provocadores del deseo de una transformación personal.

Estudiar para dejar de tener vergüenza. Sin duda es el caso de Alicia el más representativo del sentimiento de vergüenza. Nos habla permanentemente de dos vergüenzas que la acompañaron a lo largo de diferentes momentos de su vida: "no saber" e "ir a la escuela de grande". Ambas vergüenzas combinadas generaron un círculo vicioso en relación con el saber; por ejemplo, Alicia –que no había ido a la escuela de niña– a los 14 años, cuando se muda con su papá que la quiere enviar a la escuela siente vergüenza de no saber, pero no va a la escuela porque también siente vergüenza de ser grande. Alicia ahora ha hecho un movimiento personal y

[1] Muchos docentes en cursos de capacitación refieren a la demanda explícita de sus alumnos de aprender conocimientos escolares para, como Alicia, ayudar a familiares cercanos con su escolaridad.

profundo con su decisión actual de cursar sus estudios primarios: está empezando a romper el círculo vicioso. La escuela le permitirá saber y en un futuro próximo dejar de sentir vergüenza.

(EA1,R61)

> ***A:*** *Toda una mezcla ahí, porque tampoco me animaba, y después agarré… como que te da vergüenza a veces. Pero ahora ya no.*

La vergüenza aparece frente a su hijo al que teme no poder ayudar con la escuela, frente a su marido, al que le ocultó su no saber y frente a la maestra de su hijo:

(EA1,R147)

> ***A:*** *(…) A mí me daba vergüenza decirle a él (el marido) que no sabía… yo le dije que había hecho más años, más… que había terminado la primaria, por ejemplo.*

(EA1,R85)

> ***A:*** *(…) Yo le tengo que escribir (en el cuaderno de su hijo), entonces tenía muchas faltas y me daba vergüenza.*

(EA1,R87)

> ***A:*** *O sea, él (el hijo) llevaba el cuaderno, viste, y (la maestra) le ponía que yo había escribido mal, entonces como que te da vergüenza que tu mamá viste…*

Alicia hoy está decidida a transformar la vergüenza en actividad, a enfrentar tanto su vergüenza de estudiar de grande al anotarse en la escuela de adultos, a ponerse en movimiento al explicarle a la maestra de su hijo y a su marido que ella “no sabe”. Alicia se enfrenta a esta vergüenza de ser grande y estudiar que le permitirá dejar de sentir la otra vergüenza de no saber. Está dispuesta a transformarse a sí misma y a empezar a mover esta relación con el saber ante los otros.

También creemos que en las escuelas de adultos es posible que existan muchos otros alumnos que para tomar la decisión de asistir tuvieron que atravesar contradicciones semejantes, alumnos que al iniciar o retomar sus estudios deben traspasar tensiones y sufrimientos anclados en viejas vergüenzas.

Estudiar para estar mejor anímicamente. Así como hemos visto para Isabel que asiste a la escuela por el hecho de sentir placer en estudiar, también Julia viene a la escuela como un fin en sí mismo. Pero su movilización está centrada en otras razones.

Recordemos que Julia creció en una familia que valoraba la escuela, pero que a partir de las exigencias económicas los hijos se turnaban para ir a estudiar. La escolaridad era vivida como un privilegio, un premio que tocaba alternativamente a algunos años e implicaba no trabajar tanto en la casa o en el campo.

La valoración de Julia de la escuela, del saber y del aprender estuvo siempre intacta en los diferentes momentos de su vida. La escuela es un lugar para “abrir los ojos”, para “salir adelante” y hoy también para combatir la tristeza, para salir de la depresión, para aferrarse a la vida, para salir de la dureza de la realidad más objetiva. Estudiar, saber, conocer, pensar aparecen casi como terapéuticos; vincula directamente el hecho de estudiar con “estar mejor”.

La escuela y el saber no tienen finalidades prácticas para Julia. Por el contrario, le permiten salir del mundo del trabajo, de la dura cotidianeidad de sus días. De niña de vez en cuando le tocaba dejar de trabajar para ir por fin a la escuela; en la actualidad su patrón (es empleada doméstica "con cama") le permite salir del trabajo también para venir a la escuela. La escuela es para Julia una liberación del mundo del trabajo y un lugar para la apertura de la mente.

(EJ1,R68)

E: *¿Y este año empezaste acá?*

J: *Este año sí, yo debía de haber empezado el año pasado pero recién abro los ojos.*

(EJ1,R194)

J: *(…) Bueno, eso es todo, que mi vida un poquito ha sido muy triste y que tuve que sacar a mis hijos adelante, pero hoy gracias a Dios estoy con vida todavía.*

E: *Y estás estudiando, ¡que no es poco!*

J: *Y estoy estudiando sí. Sí, lo mejor de todo es que estoy estudiando porque un poquito mi señora está… muy amargada, el año pasado estaba muy deprimida, hasta mi salud todo estaba ya andando mal, pero gracias a Dios ahora que estoy superando yo misma y hubo acá en Álvarez Thomas*[1] *un curso de "estrés", fui ahí y me ayudó mucho.*

E: *Bueno, bárbaro.*

J: *Eso me ayudó mucho, y entonces ahora con lo que estoy acá… hace, además este año estoy… más, mucho mejor estoy, me siento mucho mejor y bueno… cada día aprendo muchas cosas. A pesar de que un poco sabía y voy recordando, otras cosas nuevas voy aprendiendo.*

En este apartado hemos intentado capturar algunos aspectos de la complejidad de sus propias movilizaciones, identificar algunos de sus movimientos más íntimos, de las "buenas razones" que los llevan a la escuela. Como señala Charlot (2008), toda relación con el saber contiene una dimensión identitaria. Aprender tiene sentido en relación con la historia de vida del sujeto, con sus expectativas, sus antecedentes, la imagen que tiene de sí mismo y aquella que quiere dar a los otros.

A pesar de las diferencias en las movilizaciones para aprender e ir a la escuela, encontramos en común que la respuesta a por qué estudiar en nuestros cinco casos no está apenas en un sentido utilitario. La relación con el saber es siempre una relación consigo mismo; la cuestión epistémica es también una cuestión identitaria (analizaremos luego que también es una cuestión social). Ellos estudian para ser otros mejores de lo que creen que son, o para desarrollar porciones de su identidad postergada o para disfrutar de hacer algo para sí mismos. Estudiar, saber, ir a la escuela son para ellos deseos en sí mismos independientemente de los posibles sentidos externos.

Parafraseándolos, estudian para crecer, para volar, para activar la mente, para ser un tipo que sabe, para que el hijo no tenga vergüenza de tener una madre que no sabe, porque Dios quiere que estudien, para ayudar al marido, para dejar los problemas, para poner la mente a trabajar. Estudian para "ser". Estudian para poder.

Quisiéramos destacar también que en ninguno de estos cinco casos aparece la acreditación como móvil de asistencia a la escuela. En todos los casos se trata de disfrutar de la asistencia en sí misma o bien de aprender ciertos conocimientos, pero no de tener un papel que certifique su paso por la escolaridad. Aparentemente en sus circuitos laborales reales o imaginarios no hay una demanda de titulación.

Es preciso también considerar que no encontramos una justificación de los estudios primarios ligados a la continuidad de los estudios secundarios, ni siquiera alguna alusión a la

[1] Avenida cercana a la escuela.

continuidad de los estudios formales, excepto en Claudio, que quisiera algún día ser electricista. No estudian hoy para poder seguir estudiando. En ninguno de los casos aparece en sus ilusiones o deseos cursar luego la escuela secundaria de adultos. (Encontramos aquí una diferencia con las movilizaciones halladas por Charlot –2009– sobre las expectativas de los jóvenes alumnos franceses en el Liceo Profesional, que están básicamente centradas en obtener una certificación y un futuro trabajo).

No pretendemos generalizar y decir que en ningún caso la asistencia de adultos a la escuela primaria esté generada por la necesidad de un certificado o atravesada por el proyecto de continuar los estudios secundarios. Simplemente estamos planteando que estos cinco casos nos permitieron relevar movilizaciones internas ligadas al placer en sí mismo de estudiar, o al deseo de disponer de ciertos conocimientos, o al poder hacer ciertas cosas que el conocimiento les otorgaría.

4.2 Los tiempos personales

> *La relación pedagógica es un momento, esto es un conjunto de percepciones, de representaciones, de proyectos actuales que se inscriben en una apropiación de los pasados individuales y proyecciones que cada uno construye del futuro.* (Hess, R., 1994, citado en Charlot, B. (2005) [2008: 78]).

Charlot (2005, 2009) analiza que se aprende porque se tienen ocasiones de aprender en un momento en que se está más o menos disponible para captar esas ocasiones. Otras veces la ocasión no se presentará: aprender es entonces una obligación o una oportunidad que se ha dejado pasar. En todos los casos están en juego relaciones consigo mismo: "¿quién soy yo que puedo aprender esto?" o "¿quién soy yo que no puedo aprender esto?". Se trata de una relación identitaria: aprender tiene sentido en referencia a la historia del sujeto, a sus expectativas para el futuro, a la imagen que tiene de sí mismo y la que quiere dar a los otros.

El análisis de los casos nos permitió identificar esta dimensión temporal que atraviesa la relación de los sujetos con el aprender, con la escuela, con el saber. En cada caso se articulan de maneras diferentes el pasado, el presente y el futuro.

> *(…) La relación con el saber es una relación con el tiempo. La apropiación del mundo, la construcción de sí, la inscripción en una red de relaciones con otros exigen tiempo y nunca acaban. Ese tiempo es el de una historia: el de la especie humana, que lega un patrimonio a cada generación: la del sujeto; la de la descendencia que ha engendrado al sujeto y que él engendrará. Ese tiempo no es homogéneo, está marcado por momentos significativos, por ocasiones, por rupturas…* (Charlot, B. (2005) [2008: 88-89]).

Analicemos en detalle cómo se entrecruzan los tiempos personales en la relación con el saber de nuestros casos.

Algunos, como Isabel, ven en la escuela una deuda del pasado. Su movilización principal, como hemos analizado, involucra una reparación de sus condiciones de crianza, un asunto pendiente, un viejo deseo insatisfecho de su niñez. En su pasado de niña no hubo adultos que la llevaran a la escuela. Hoy Isabel, adulta, se lleva a sí misma a la escuela. Pero a la vez –o tal vez por ello mismo– hay un importante disfrute ligado al presente. La escuela es hoy un buen lugar para ella y le permite jugar a ser niña con sus compañeros y maestros. Isabel afirma con contundencia que la escuela no constituye para ella un medio para cambiar su futuro. Podríamos decir que Isabel quiere cambiarse a sí misma.

En otros casos la escuela aparece como "puro presente". Por ejemplo, Julia asiste a la escuela para "estar mejor" ahora, para salir del trabajo, por el placer que le produce estudiar y aprender. No olvidemos que Julia ha tenido reconfortantes experiencias institucionales de aprendizaje en la iglesia y está dispuesta a tener otra en la actualidad.

También Alicia viene a la escuela para poder disfrutar en el presente de las escenas familiares en torno a las tareas escolares. El presente de Alicia y el de todo su entorno familiar se transforma con su asistencia a la escuela. Pero también hay un futuro muy cercano que la convoca: Alicia quiere dominar la numeración y el cálculo para poder ayudar a su hijo con las tareas escolares y a su marido con las actividades comerciales. Un futuro más lejano también se abre: dice que es joven y que no sabe de qué podrá trabajar.

Vicente también, como Alicia, piensa en la escuela como un medio para transformar su futuro cercano. La escuela le permitirá ser más autónomo y crecer en su mundo laboral de manera casi inmediata; podrá escribir sus propios presupuestos y manejar su camioneta entre otros crecimientos personales que vive como próximos.

En otros casos la escuela aparece como una llave a un futuro abierto, como hemos mencionado que también percibe Alicia. Claudio, por ejemplo, precisa aprender a leer y a escribir, y todo lo que se enseñe en la escuela para estar en condiciones de desempeñar diversas clases de trabajo en la ciudad.

Podemos identificar la edad como una variable que influye en las maneras de pensar la dimensión temporal: los sujetos más jóvenes (18 y 34) piensan en un futuro abierto; los mayores (47, 53 y 56) piensan en su pasado, valoran el presente de asistir a la escuela e imaginan un futuro inmediato que se transformará por disponer de ciertos conocimientos específicos que serán la llave para poder hacer nuevas tareas. Como ellos mismos nos explican:

(EI1,R321)

> ***I:*** *…La edad para estudiar no tiene nada que ver, podés estudiar a la edad que quieras, no, pero... o sea, es mejor cuando uno es joven y estudia porque es como que, eh… tenés más oportunidades, porque vos decís: "Bueno, estudio esto quizás, eh… me recibo y ya tengo cosas para emprender, tengo otros sueños, otras metas", pero eh… ahora yo lo único que quiero es, este… aprender.*

(EA1,R102)

> ***A:*** *(…) pero ahora como que… aparte soy joven, qué sé yo, dónde va…"*

Una idea recurrente en varios casos es la de "oportunidad": a veces refieren a que ahora tienen la oportunidad de estudiar y quieren aprovecharla.

(EI1,R82)

> ***I:*** *Ella (la patrona) me dijo que… que estaba bien lo que yo había empezado a hacer, irme a la escuela que… para hacer algo por mi vida, para no quedarme ahí estancada sin saber… quizás tengo la oportunidad de hacer algo ahora.*

(EA1,R100)

> ***A:*** *Y porque digo, ya este es el… o sea, es el momento. Llegó el momento de que Martín… ¡Siempre Martín! Va a primero y bueno, y… me pasó eso y digo "Sí, ya lo tengo que hacer".*

(EA1,R130)

> ***A:*** *No sé, hay que saber más, y si a uno se te da la posibilidad.*

(EJ1,R68)

E: *¿Y este año empezaste acá?*

J: *Este año sí, yo debía de haber empezado el año pasado pero recién abro los ojos.*

E: *¿Y por qué decís que deberías haber empezado el año pasado y por qué empezaste?*

J: *Porque estaba acá cerca en mi trabajo y entonces y bueno ahí estaba todo el año, este año sí voy trabajando y como me… el señor, mi patrón, o sea que me vio de una persona muy formal y muy… como te puedo decir, muy responsable. En el laburo entonces me… me dotó muchas cosas, me dio más facilidades.*

También aparece la evocación de las oportunidades que nunca tuvieron.

(EI1,R39)

I: *No tuve oportunidad de estudiar.*

(EI1,R266)

I: *Si hubiera tenido la oportunidad de estudiar, de ir a una secundaria, de ir, qué sé yo, a la UBA, como todos fueron a estudiar, eh… hubiera… me hubiera recibido de profesora de matemática porque es lo que más me gusta.*

(EI1,R273)

I: *(…) No tuve la oportunidad de que nadie me diga: "Estudiá, seguí adelante, progresá". Yo a todos le digo: "Estudien, no se queden con esto". Pero bueno, yo no tuve la oportunidad, pero ahora estoy haciendo algo.*

O reflexionan acerca de la oportunidad que tuvieron y creen retrospectivamente que no supieron aprovechar:

(EA1,R59)

A: *Pasa que él (refiriéndose a su marido) siempre me dijo: "Estudiá, estudiá" y yo quedada nunca…*

(EA1,R101)

A: *…En algún otro momento decía: "No, todavía no lo necesito".*

(EC3,R361)

C: *Y ahora con, ahora, ahora acá, allá no se necesita tanto, pero acá me estoy dando cuenta que sí la necesito un montón, con la… a la escuela la necesito más que nada, lo que yo desperdicié en el Chaco lo estoy necesitando.*

(EC1,R33)

C: *(…) A mí yo porque en el Chaco nunca se me dio la ocasión de estudiar y, porque siempre trabajaba y qué sé yo, como más laburaba en el campo con los tractores, poco… o sea pocas ganas tenía, me gustaba más el laburo que el estudio.*

Para interpretar esta recurrencia a la idea de oportunidad nos apoyamos en la noción de táctica de Michel De Certeau (1980). Este autor se ha preocupado por estudiar y entender la lógica popular, la subjetividad del "hombre común". Como hemos mencionado también para la conceptualización de la Relación con el Saber de Charlot, este autor desarrolla la idea de una lectura "en positivo": en lugar de mirar en el hombre ordinario "lo que no tiene", "lo que no hace" o "lo que no sabe", se propone conocer y valorar sus perspectivas propias. Se interesa por entender las maneras en las que los problemas son pensados y resueltos desde otras lógicas.

De Certeau se pregunta cómo las personas de sectores populares encuentran formas de resolver sus problemas diferentes a las de las clases medias y altas. Analiza que la resolución de situaciones no tiene un formato predefinido anticipable a largo plazo –como las estrategias de las clases medias, por ejemplo, prever la educación de sus hijos– sino que se toman decisiones en cada momento, frente a cada problema, elaborando tácticas personales que tienen una lógica diferente a las estrategias de la clase media.

Este autor estudia las microdecisiones, lo que él considera las microlibertades o pequeñas subversiones de los más débiles. Sus trabajos se oponen a la idea de una multitud anónima sometida y pasiva. Por el contrario, se proponen relevar sus tácticas silenciosas y sutiles contra el orden impuesto.

> *Llamo "estrategia" al cálculo de relaciones de fuerzas que se vuelve posible a partir del momento en que un sujeto de voluntad y de poder es susceptible de aislarse de un "ambiente". La estrategia postula un lugar susceptible de circunscribirse como un lugar propio y luego servir de base a un manejo de sus relaciones con una exterioridad distinta. La racionalidad política, económica o científica se construye de acuerdo con este modelo estratégico.*
> *Por el contrario, llamo "táctica" a un cálculo que no puede contar con un lugar propio, ni por tanto con una frontera que distinga al otro como una totalidad visible. La táctica no tiene más lugar que el del otro. Se insinúa, fragmentariamente, sin tomarlo en su totalidad, sin poder mantenerlo a distancia. No dispone de una base donde capitalizar sus ventajas, preparar sus expansiones y asegurar una independencia en relación con las circunstancias. Lo "propio" es una victoria del lugar sobre el tiempo. Al contrario, debido a su no lugar, la táctica depende del tiempo, atenta a "coger al vuelo" las posibilidades de provecho. Lo que gana no lo conserva. Necesita constantemente jugar con los acontecimientos para hacer de ello "ocasiones"*. (De Certeau,1980 [2007:XLIX-L])
>
> …
>
> *(…) La táctica se encuentra determinada por la ausencia de poder, como la estrategia se encuentra organizada por el principio de un poder*. (De Certeau, 1980 [2007:44]).

A pesar de las críticas que se le formulan acerca de que una excesiva valoración del mundo popular podría abonar a ocultar que las diferencias entre clases se originan en injusticias y desigualdades sociales, o bien que podrían contribuir a naturalizar la distribución de la riqueza, retenemos de este autor que nos enseña a mirar las diferentes lógicas subjetivas sin juzgarlas desde nuestras propias lógicas. Compartimos la importancia de quitar el manto que hace invisibles las "pequeñas" historias personales bajo una supuesta homogeneidad de carencias compartidas, para, en cambio, comprender los complejos procesos en los que se cruzan las cuestiones sociales y las perspectivas individuales. Es decir, retenemos de este autor la pregunta por el proceso subjetivo, inmerso en relaciones sociales, el interés de comprender, de conocer a través de una exploración que exige dejar de lado –provisoriamente– nuestra propia perspectiva.

Desde nuestra lógica podemos preguntarnos por qué Alicia no fue antes a la escuela unos años antes si ya podía anticipar que su hijo iría a primer grado. Intentamos correr esta perspectiva y en cambio comprender por qué Alicia empieza la escuela ahora junto con su hijo, qué condiciones personales tuvieron para ella un sentido tan importante que le permitió cortar con el círculo vicioso de la vergüenza y tomar la decisión de asistir a la escuela ahora, por qué su ocasión es ahora desde el punto de vista de ella misma. Muchas de las respuestas de nuestros sujetos nos hablan de un entramado de sucesos personales, laborales y familiares que se entrecruzan para que este sea el momento, la oportunidad: Isabel dice que ahora tiene menos trabajo, Alicia dice que ahora su niño pequeño ya es un poco mayor, Claudio nos explica que ahora "solamente" trabaja nueve horas diarias, Julia dice que este patrón le permite salir, Vicente quiere empezar a manejar la camioneta que ya compró.

También adoptar estas preguntas nos permite atrapar cómo ese conglomerado de condiciones puede –a nuestros ojos– desaparecer tan rápidamente. Por ejemplo, Claudio dos años seguidos cursa 1er ciclo y se ausenta durante el último mes de clases sin poder entonces aprobar el pase de año. También desde nuestra lógica es difícil interpretar cómo "desaprovecha" el esfuerzo realizado durante al menos ocho meses de clase. Creemos ahora –no lo percibimos así durante el período de recolección de datos– que Claudio no tenía una movilización personal interna sino –tal vez producto de su juventud– estaba más traccionado al estudio por la figura de su hermano. Pero no olvidemos que Claudio nos habla del temor "a errar" y los enojos de su maestra de la infancia, de la prioridad para él del mundo laboral, aspectos que nos ayudan a entender su punto de vista.

Nuevamente nos parece interesante reflexionar acerca de cómo se entrecruzan cuestiones que aparentemente podrían parecer pequeñas para generar una gran decisión que viene desde hace años "dando vueltas" en cada uno de los sujetos: ir a la escuela.

Un concepto que nos permite también pensar en la manera en la que los sujetos viven las oportunidades, las contingencias, las microdecisiones es la noción de "quiasmo", tal como es usada por Joëlle Bahloul (2002). Esta investigadora propone el uso de este concepto[1] en el análisis que realiza de las trayectorias de lectura de la categoría de "poco lectores" presente en estudios cuantitativos que analiza críticamente. Encuentra que los sujetos identifican, en sus prácticas lectoras, ciertas rupturas (por ejemplo, el fin de su escolaridad media, hospitalizaciones, hitos personales y familiares ligados al ciclo de la vida). Denomina "trayectorias en quiasmo" a estos entrecruzamientos que transforman la relación con la lectura. Encontramos también en las historias de vida de nuestros sujetos entrevistados hechos –algunos de ellos ocasionales o fortuitos, otros también ligados al ciclo de la vida– que han producido modificaciones en su relación con el saber, que generaron rupturas en sus trayectorias personales de vínculo con la escuela, con el estudio, con las matemáticas.

Veamos algunos ejemplos de estas "trayectorias en quiasmo". A Isabel, niña que no asistía a la escuela, una monja a la que ella ayuda le ofreció una muñeca si aprendía las tablas, aprendizaje que quedará grabado en su vida a tal punto que dice que le encantan los cálculos, la matemática y le hubiera gustado ser profesora. A Isabel adulta su patrona le regaló un libro al que ella invistió como una orden divina que la reenvía a la escuela justo cuando había decidido abandonarla. Julia participaba activamente de su comunidad religiosa y el otorgamiento de una responsabilidad administrativa le provoca una inesperada y satisfactoria oportunidad de aprendizaje, uso y enseñanza de la matemática, que instala una nueva relación con la matemática atravesada por las funciones sociales. Claudio sentía que era muy bueno para las matemáticas y que sabía mucho de ellas en el campo. Aparentemente la muerte de una sobrinita lo trae a la ciudad con su hermano mayor. Su actual patrón, la ciudad y la reducción de su jornada laboral generan la necesidad y la posibilidad de ir ahora a la escuela. Alicia desde siempre había tenido vergüenza de no saber, pero también vergüenza de ser grande e ir a la escuela. Este año su hijo mayor empieza primer grado y a ella le provoca la necesidad y la urgencia de aprender para poder ayudarlo en la escuela. Vicente se ha comprado una camioneta y la necesidad del registro de conducir lo envía también a la escuela decidido esta vez a, finalmente, aprender a leer y a escribir.

En todos los casos se trata de hechos que producen rupturas, cruces, transformaciones de sentido. Algunos de estos hechos parecen más naturales al estar originados en el paso del tiempo

[1] En retórica y en medicina "quiasmo" designa un entrecruzamiento. A partir de esta noción Bourdieu utiliza la expresión "estructura en forma de quiasma" para referirse a cómo se entrecruzan dos principios de jerarquización: el capital económico y el capital cultural.

(por ejemplo, el crecimiento de los hijos y, por lo tanto, disponer de más tiempo para estudiar), otros se presentan como ocasionales y no previstos; otros, en cambio, surgen como consecuencia de ciertas decisiones personales. Pero tienen en común que transforman la mirada sobre el mundo de la escuela, del saber, del aprender.

En muchos casos estos hechos se vinculan a interacciones con ciertas figuras que han sido decisivas y que analizaremos en el siguiente apartado. Nuevamente resaltamos que estas rupturas en las trayectorias personales, estos cambios de posición subjetiva respecto del mundo escolar, estas “nuevas ocasiones”, estos “quiasmos”, estos conglomerados de elementos que son vividos como posibilitadores de la percepción de que llegó “el momento justo” en ninguno de los cinco casos estudiados fueron provocados por interacciones con personas, hechos, lugares, programas o dispositivos del sistema educativo.

Este dato nos permite enunciar la ya sabida insuficiencia de las políticas educativas y a la vez manifestar el interés sobre cómo generar una provocación sistemática de oportunidades y rupturas que favorezcan la percepción de “la buena oportunidad”, la percepción de que “este es el momento” y “este es el lugar”.

Sus situaciones sociales, económicas y culturales han sido sin duda producto de las injusticias sociales. Sin embargo, conocer sus tremendas realidades nos permitiría entender (¿entender?) por qué han trabajado de niños y por qué no han asistido a la escuela, pero no nos conduce a atrapar cómo en sus historias personales hubo hoy lugar para que estén adentro de la escuela. Volvemos a las ideas de Charlot respecto de la insuficiencia de una perspectiva reproductivista para entender las perspectivas subjetivas: ¿Por qué algunos alumnos de sectores populares tienen éxito en la escuela? ¿Por qué algunos alumnos de sectores medios y altos fracasan en la escuela? Sus preguntas lo llevan a explorar la perspectiva más compleja de Relación con el saber y se vinculan con las nociones de “táctica”, “oportunidad”, “quiasmo” que hemos mencionado.

Creemos que una mirada acerca de la complejidad y la variedad de hechos que provocan que los sujetos sientan que “esta es la oportunidad” o “este es el momento” puede contribuir a pensar en la necesidad de generar diferentes tipos de acciones desde las políticas públicas para convocar a los adultos a la escuela. Las escuelas, los edificios, la gratuidad hacen aparecer la oferta como disponible, pero es preciso diversificar las formas de convocatoria. Posiblemente haya otras madres que como Alicia gustarían de cursar 1er año de la escuela en el momento en que sus hijos entran a la escuela primaria y esta podría ser una llave; podría haber otros libros como el que recibió Isabel que condujeran a otros a la escuela, o la reducción de la jornada laboral que tuvo Claudio, o el permiso para estudiar que le otorgaron a Julia en su trabajo, o el deseo de obtener el registro de conducir como Vicente. Se trata de contingencias que terminan construyendo “la posibilidad”. No olvidemos que –como hemos planteado en el capítulo 1– solamente un pequeñísimo porcentaje de la matrícula potencial está inscripta en nuestro país en la educación primaria de adultos.

4.3 Las figuras decisivas

En los dos primeros apartados hemos intentado analizar algunos rasgos de la relación con el saber como una relación consigo mismo.

> *Toda relación con el saber es también relación consigo mismo: a través de “el aprender” cualquiera que sea la figura bajo la cual se presente, está siempre en juego la construcción de sí y eco reflexivo, la imagen de sí. El niño y el adolescente aprenden para conquistar su independencia y para volverse “alguien”. Se lo sabe, el éxito escolar produce un poderoso efecto de seguridad y de reforzamiento narcisista y el fracaso, grandes daños en la relación consigo mismo*. (Charlot, B. (2005) [2008:83]).

Pero el autor también señala:

> *Toda relación con el saber es igualmente relación con el otro. Ese otro es quien me ayuda a aprender las matemáticas, quien me muestra cómo desmontar un motor, a quien yo admiro o yo detesto. Pero eso no es suficiente. Ese otro no es solamente quien está físicamente presente, es también ese "fantasma del otro" que cada uno lleva dentro de sí. (…) Toda relación con el saber contiene pues una dimensión relacional, que es parte integrante de su dimensión identitaria*. (Charlot, B. (2005) [2008: 83]).

Es esta última dimensión relacional la que trataremos en este apartado.

Charlot (1997, 2005) analiza críticamente cómo la sociología clásica suele tomar como variables la educación y el trabajo de los padres de los alumnos como referentes para buscar correlaciones con el fracaso escolar de los niños.

> *(…) Nuestras investigaciones muestran que en ciertas familias, particularmente las provenientes de la inmigración magrebí, el personaje clave en materia de éxito escolar no es ni el padre ni la madre sino la hermana mayor. El espacio familiar no es pues homogéneo, está atravesado por tensiones y el hijo debe operar un posicionamiento singular*. (Charlot, B. (2005) [2008: 25]).

Este autor estudia que ha sido relevado cómo en muchas historias personales de alumnos de sectores populares son otras las personas que han ocupado un lugar central en la relación con el saber de los sujetos. A veces los hijos intentan recuperar la posición social que tenían los abuelos, especialmente en casos de inmigración o de cambios socioeconómicos que ha padecido una generación; en otras ocasiones hermanos mayores o vecinos ocupan un lugar relevante en la postura que adoptan frente al mundo escolar. Incluso refiere a estudios que relevaron que la militancia política o las prácticas religiosas también pueden tener efectos sobre la posición escolar de los hijos (J.P. Terrail, 1984, y J.P. Laurens, 1992, citados en Charlot, 2008b).

Bernard Charlot considera necesario entonces distinguir la posición social objetiva de la posición subjetiva, es decir cómo el hijo interpreta su propia posición social. La posición subjetiva implica un trabajo de interpretación, producción y transformación de sentido, y no puede ser solamente descripto por indicadores externos.

> *El lugar objetivo, aquel que podemos describir desde el exterior, puede ser reivindicado, aceptado, rechazado, sentido como insoportable. Se puede de la misma forma ocupar otro (lugar) en su cabeza y comportarse en referencia a esta posición imaginaria. No basta entonces con conocer la posición social de los padres y de los hijos, es necesario también preguntarse sobre el sentido que confieren a esta posición.* (Charlot, B. (2005) [2008:26]).

Así como Charlot relevó en sus estudios cómo la hermana mayor o la vecina eran figuras decisivas en la movilización educacional de jóvenes de sectores populares, nuestros casos refieren contundentemente a otras figuras, también decisivas en sus historias personales.

Algunas de ellas aparecen como "positivas",[1] desde la perspectiva de nuestros sujetos; a través de las interacciones con ellas se abre una identificación dirigida a valorar el estudio, el saber, el mundo escolar.

En cambio, otras aparecen, también desde la perspectiva de los entrevistados, como figuras decisivas "negativas".[2] Se trata de aquellas a las que los sujetos debieron oponerse –al menos interiormente– para valorar o asistir a la escuela, o bien son personas con las que se comparan con la clara intención de diferenciarse.

La mayor parte de las figuras decisivas constituyen personas físicas, pero hemos identificado también instituciones que funcionan como figuras decisivas, es decir "figuras comunitarias", un colectivo de personas y una organización que han sido determinantes en las trayectorias personales de relación con el saber.

Algunas son personas que tienen una relación permanente con el sujeto y otras han sido más ocasionales, encuentros fortuitos pero cuya influencia ha marcado al sujeto.

Algunas refieren a personas físicas reales, otras son más imaginarias ("todos" fueron a la universidad). Dios es también para algunos una figura decisiva que proyecta sus deseos sobre el estudio a través de diversos mensajes por intermediarios.

De ninguna manera intentamos realizar una clasificación de figuras decisivas ni un listado exhaustivo de posibilidades; simplemente mencionamos la variedad de ellas que hemos encontrado en los discursos de nuestros casos.

Una aclaración metodológica resulta de suma importancia: en ninguna de las entrevistas se ha solicitado explícitamente que hablaran sobre las personas relevantes en su tránsito por la escolaridad primaria ni en su relación actual con el saber, dado que no estaba previsto como dimensión de análisis ni en el diseño de las entrevistas, ni en el proyecto de investigación.[3] Sin embargo, vimos en todos los casos la fuerte presencia de personajes que pululan por sus historias de vida cuando los invitamos a pensar en el mundo de la escuela y del saber, figuras recurrentes que los han "marcado a fuego" y que viven apasionadamente en sus discursos actuales, a veces como modelos a seguir, en otros casos como imágenes a las que oponerse con vehemencia.

El encuentro con estas figuras ha sido decisivo –no estamos pensando en hechos necesariamente "objetivos"– por la atribución de sentidos que cada uno de ellos ha otorgado a estos encuentros. Diálogos, interacciones o hechos son anclados en las perspectivas subjetivas sobre la relación con el saber. Retomemos algunas cuestiones descriptas con más detalle en el capítulo en el que analizamos cada caso.

En Isabel los padres aparecen para ella como figuras negativas porque no la han enviado a la escuela ni han tenido un proyecto de su formación para el futuro. La falta de estímulo y exigencia es mencionada recurrentemente por Isabel, quien alude en forma permanente a mostrar cómo su rol de madre y abuela es opuesto al de sus padres.

Entre las figuras decisivas positivas de Isabel encontramos tres mujeres. Isabel nos habla de una monja que en su infancia le enseñaba, figura que le ha permitido investir el saber en oposición al modelo familiar. La monja de su infancia la colocó en otra posición: la de una niña que puede y debe aprender. Le otorga un sentido diferente al aprender del de sus padres, pero es Isabel quien "atrapa" y "no deja pasar" esta presencia sin consecuencias (comparemos, por ejemplo, con la madre de Claudio, quien desea que su hijo vaya a la escuela y a quien Claudio no "escucha". Su madre no está investida del poder de saber qué es bueno para él como sí lo está la monja para Isabel. Son ellos quienes atribuyen uno u otro significado a las palabras o acciones ajenas). En

[1] No se trata de nuestra personal valoración cuando decimos que las interacciones con estas figuras han sido positivas. Usamos la expresión "figuras decisivas positivas" para aquellas a las que los propios sujetos entrevistados adjudican una valoración positiva explícita en la relación con la escuela o con el saber.
[2] No estamos afirmando de ninguna manera que ciertas personas hayan sido figuras negativas en la vida personal de los sujetos; simplemente usaremos la expresión "figuras decisivas negativas" cuando los sujetos entrevistados refieren de manera explícita a la necesidad de diferenciarse u oponerse a ciertas personas, o cuando aparecen cuestionamientos de sus conductas restringiéndonos a la relación con el saber y el mundo escolar.
[3] Posiblemente no lo incluimos porque las referencias bibliográficas aluden a población infantil y no anticipamos la permanencia de estas imágenes en la adultez.

este caso es Isabel misma la que le otorga a la monja el valor de haberla mirado como niña que debe estudiar. Isabel se apropia de este sentido que para la monja tiene aprender y empieza a ser importante también para ella saber.

Otra figura decisiva para Isabel ha sido una profesora de corte y confección que, entre otras cosas, le enseñó a dividir. También su patrona estimula actualmente que vaya a la escuela, le regala un libro, evalúa "los materiales" de la maestra, la estimula a estudiar. Para Isabel la patrona es portadora de un mensaje divino, casi podríamos considerarla una nueva monja en su vida: Isabel percibe a través de ella que es Dios quien quiere que ella estudie.

Estas tres figuras decisivas en la relación de Isabel con el estudio, el aprendizaje y la escuela son mujeres que cumplen de algún modo un rol maternal. Isabel se ha apropiado de esta función de estímulo y exigencia como parte de su rol de madre o abuela, en permanente, sistemática y explícita oposición a la imagen de su mamá en su infancia. Isabel ha construido su yo epistémico gracias a las experiencias placenteras de aprendizaje con esas figuras femeninas que han sido decisivas. En su relación con el saber tiene tres "madres-maestras" y un "padre-Dios" que le envía mensajes de que siga estudiando. Ellos sí creen –a diferencia de sus padres biológicos– que Isabel debe y puede estudiar. Sus enseñanzas de contenidos y de vida han sido tan fundacionales en su vínculo con el saber que Isabel quisiera ser incluso profesora de matemática para ella también enseñar a otros y darles oportunidades.

Sus vínculos con el aprender y con el saber están atravesados por los otros con los que interactuó a lo largo de su vida y que constituyeron una mirada sobre sí misma. Pero también "lo que no le ocurrió" – ir a la escuela de niña, tener una madre que desee que su hija estudie– y "lo que ella cree que le ocurrió a todos los otros" –ir a la UBA, por ejemplo– fueron también constitutivos de su actual relación con el saber. Ser profesora le permitiría constituirse en un referente para otros, marcarlos en su relación con el saber y el aprender como ella ha sido marcada.

A Vicente de pequeño tampoco lo enviaron a la escuela. Según su propia explicación, a su padre no le importaba porque no sabía leer ni escribir. Este padre ha sido una figura decisiva negativa en tanto Vicente ha tratado de diferenciarse de él: su padre siempre quiso ser un ayudante y él en cambio se considera trabajador y emprendedor. Vicente enfatiza que él, a diferencia de su padre, ama trabajar, quiere volar, quiere crecer, tiene proyectos.

Para Vicente su patrón –también patrón de su padre– ha sido una figura decisiva positiva en la relación con el saber en tanto ha valorado su capacidad, le ha otorgado responsabilidades, le ha dicho que él es muy inteligente y lo estimuló a aprender a leer y a escribir devolviéndole una imagen de sí mismo opuesta a la de su padre. Las palabras de su patrón, aunque han pasado muchos años, lo reafirman en esta elección en la que valora la importancia del aprendizaje. El patrón es quien inviste a Vicente como alguien que es inteligente, capaz, tiene "vuelo". El patrón lo estimula, lo valora, lo invita a crecer diciéndole que no es un nene a pesar de su sobrenombre (Nene).[1]

También Alicia al estudiar se opone a la imagen de su mamá, quien nunca la envió a la escuela. La oposición implica tanto tomar la decisión de ir a la escuela ella misma, como constituirse en una madre que sí estimula y envía a su propio hijo. Su padre y su madrastra recién a los 14 años le mostraron otra imagen de familia que valoraba el saber y el mundo escolar. Alicia no aceptó el mandato paterno de estudiar. Posiblemente, además de la vergüenza que ella relata sintiéndose demasiado grande para ir a un 4º grado, Alicia sentiría que traicionaba a su madre cambiando de cultura. Alicia vivía con el papá y sus hermanos que sí asistían a la escuela, pero ella había sido criada en la familia materna, que no valoraba el mundo escolar ni del saber.

Años más tarde Alicia se reencuentra con escenas familiares placenteras en torno al estudio siendo empleada doméstica en una casa con niños pequeños que hacen las tareas escolares y

---

[1] Nos permitimos relatar que dos años y medio después de la toma de entrevistas (durante la elaboración de este apartado) en la fiesta de fin de año de la escuela y al conversar con Vicente de manera informal volvió a narrar –con las mismas expresiones y como si fuera la primera vez– cómo su patrón valoró su capacidad de trabajo y su inteligencia. Vicente usó las mismas palabras, el mismo énfasis y el tono de orgullo exactamente igual que los empleados en el momento de la recolección de datos, reafirmando nuestra interpretación de la importancia de esta figura para él.

que también la han marcado, nuevamente por ser testigo de la escolaridad ajena, nuevamente por la vergüenza de no saber.

Otras figuras decisivas actuales son su marido –que igual que su padre quiere que ella estudie– y su hijo mayor que cursa 1er grado y es el destinatario principal explícito de su decisión de ir a la escuela. Alicia, que ha tenido "una madre que no sabe", no quiere para ella ni para su hijo ese lugar conocido. Por eso empiezan juntos la escuela primaria. Alicia está decidida a ayudar a su hijo con las tareas escolares, recordemos que dice que los pobres no pueden pagar un profesor particular. Ella aspira a poder ayudar a su hijo si él tuviera dificultades con su propia escolaridad.

Ahora Alicia disfruta de las escenas familiares en torno a la vida escolar propia y de su hijo. Ha sido testigo de escolaridades ajenas y está decidida ahora a ser por fin alumna. La relación con el saber de Alicia está atravesada por haber sido hija de una madre que no la envió a la escuela y un padre que sí enviaba a sus hermanos, por tener un marido que le insiste para que aprenda, que le pide ayuda para el negocio familiar, por un hijo que en breve requerirá su ayuda escolar.

Los tres casos nos hablan de sus madres o padres, y cómo sus imágenes les producen –en relación con el mundo escolar– una oposición. Alicia, Isabel y Vicente han tenido madres o padres que, según ellos, no valoraron el saber ni los enviaron a la escuela. A pesar de ello, o tal vez por ello, Alicia estudia ahora para ser una madre diferente a la suya y acompañar a su propio hijo con la escolaridad, Isabel ha encontrado otras madres postizas (para el saber) que la han estimulado y le han enseñado a ser madre y abuela valorando el estudio, y Vicente estudia guiado por unas cuantas mujeres que lo ayudan porque quiere crecer en el mundo laboral, a diferencia de su padre.

Varios de nuestros entrevistados explican que sus padres no los enviaron a la escuela porque no habían ido ellos mismos y no sabían leer y escribir. Aparece una justificación por parte de los sujetos: familias que vivían en una cultura predominantemente oral en la que no había una valoración del mundo de la escuela y en la que los niños se insertaban rápidamente en el mundo del trabajo.

Encontramos también en común que el cruce ocasional con ciertas figuras atravesadas por la cultura escrita y la valoración del mundo escolar fueron absolutamente determinantes en su historia de relación con el saber, con el deseo de estudiar. En varios casos estas figuras son los patrones, también hay monjas y madrastras que enseñan o estimulan.

En ningún caso aparecen maestros o maestras de las escuelas a las que fueron de niños, que si bien con asistencias muy irregulares o esporádicas podrían haber quedado grabadas en las historias personales. Por el contrario, las escasísimas referencias a maestros están asociadas al miedo del castigo por el error (como la maestra de Claudio), pero no a la enseñanza, mucho menos al estímulo, al placer o al entusiasmo. No podemos considerar que el poco tiempo de exposición a la escuela sea la causa de esta ausencia, dado que algunas de las personas que nombran los entrevistados como figuras relevantes han sido relaciones ocasionales o de muy poco tiempo de duración, como la profesora de corte y confección de Isabel. La escuela no realizó tampoco las suficientes acciones para marcar en estos alumnos el placer de aprender y saber como sí lo han hecho otras personas del mundo extraescolar, aun en breves interacciones.

En estos tres casos los padres, la escuela y el Estado no los han invitado o exigido a recorrer la escolaridad en su infancia ni en su vida adulta. Sin embargo, a pesar de sus escasos tránsitos por la escuela, la valoración del saber y del mundo escolar está intacta, valoración transitada y asistida de la mano de otros, figuras ocasionales con las que han tenido el privilegio de cruzarse y a quienes ellos han tenido la intención de otorgarles un cierto poder sobre sus propias personas.

Un caso diferente a los anteriores es Julia, quien se crió en una familia que valoraba la escuela pero en la que los hermanos se turnaban para ir año por medio por exigencias laborales y familiares. También como madre Julia tomó decisiones para que sus hijos pudieran continuar sus estudios. Tanto en sus relatos familiares como en los de su actual vida adulta Julia no hace referencia a "personas" que hayan sido figuras decisivas para su vínculo con el saber en general o con las matemáticas en particular, sino que habla de grupos de personas, comunidades, instituciones.

En esta perspectiva comunitaria la primera imagen es la familia de origen, organizando turnos anuales para el considerado privilegio de ir a la escuela; luego su propia familia con sus hijos mudándose para garantizar la asistencia escolar. Y sin duda la figura decisiva positiva por excelencia en la relación con el saber de Julia es una institución: su valorada iglesia en la que fue responsable de numerosas prácticas matemáticas como secretaria de tesorería. Allí Julia no solo ha aprendido nuevos conceptos matemáticos y tenido experiencias gratificantes de responsabilidad y saber, sino que también ha experimentado satisfactorios roles de aprendiz y de enseñante. Julia ha construido una relación con el saber marcada por la perspectiva de una función social del trabajo intelectual que le permite incluso explicar con claridad que es preciso enseñar matemática en la escuela porque esta es necesaria para "una comunidad".

Claudio decidió a los siete años dejar la escuela para trabajar en el campo. No hubo adultos que asumieran la responsabilidad de determinar que él no estaba en condiciones de decidir: no ha habido en su infancia figuras decisivas que marcaran una dirección positiva hacia la escolaridad y la opinión de su madre no parece haber tenido efectos. Podemos reconocer una figura decisiva "negativa" en su breve e interrumpida historia escolar: la maestra que instaló el temor de Claudio a "errar", temor que Claudio evoca con intensidad y que creemos que aún hoy tiene efectos en su escolaridad.

Actualmente Claudio es estimulado a estudiar por dos personajes: su hermano mayor (que asiste a la misma escuela que él y con quien trabaja) y su patrón actual. Si bien ambos lo mandan a estudiar y Claudio expresa su deseo de hacerlo, en su discurso no encontramos tantos rasgos de autonomía en la relación con el aprender. De pequeño su madre quería que él asistiera a la escuela y él prefería trabajar; hoy es su hermano quien lo trae a la escuela, pero él sigue más interesado en el mundo laboral. Decíamos anteriormente cómo las figuras decisivas no son solamente personas físicas reales sino que es necesario interpretar el sentido que cada uno de ellos les otorga.

Aparece con claridad cómo algunos de estos sujetos ejercen en su relación con el saber continuidades o rupturas en los modelos entre padres e hijos. Charlot refiere a un fenómeno que se suele encontrar en sectores populares o en niños inmigrantes: la culpa de crecer en una dirección diferente a la del entorno familiar. La escuela es un lugar riesgoso porque puede llevarlos a revisar o a romper con su cultura. Aprender es cambiar y puede alejarlos de la cultura de origen. Trae el riesgo de desvalorizar a los padres por no saber (por ejemplo, leer y escribir) y de que los padres los desvaloricen por la pérdida de otros conocimientos valiosos en la familia o en la comunidad. Charlot analiza cómo muchos jóvenes, de manera consciente o inconsciente, se enfrentan a estas contradicciones y optan por no profundizar las diferencias, es decir, por no aprender, por no "traicionar" sus orígenes. (Charlot, 2009) (Tal vez si Alicia hubiera ido a la escuela a los 14 años, como su padre quería, habría sentido que era una traición a la figura materna). Algunos casos explícitamente se refieren a cómo han intentado romper con el modelo de origen. Cuando hay un padre o una madre que no valoran el estudio, no necesariamente el hijo construye ese mismo vínculo: se arma un proceso único a partir de lo que le fue transmitido, de lo que vivió, pero también de lo que no vivió, de lo que observó que vivieron otros y le hubiese gustado vivir, así como lo que vio en otros y no quiere para sí mismo. Esas primeras imágenes de Isabel con la monja de su infancia le hacen aún hoy desear a ella misma poder enseñarle a alguien; o la fuerza de la oposición de Vicente a la figura paterna lo invitan a querer progresar, a saber y trabajar más.

La mirada de André Green desde una perspectiva de la clínica psicoanalítica sobre las historias personales nos ayuda a pensar acerca de la complejidad en la construcción de la relación con el saber:

> *…Para la psique, lo histórico se puede definir como una combinación entre lo que ocurrió, lo que no ocurrió, lo que hubiera podido ocurrir, lo que le ocurrió a algún otro pero no al paciente, lo que no hubiera podido ocurrir. Para resumir, se trata de una combinación que ni siquiera hubiéramos soñado para representar lo que realmente ocurrió. Esto es lo que*

quiero decir cuando hablo de perspectiva histórica y es lo que sentimos en el análisis. (Green, 2007:88).

Es preciso destacar que en ninguno de los relatos aparecen figuras decisivas que hayan sido representantes del sistema educativo, ni siquiera maestros aislados conocidos en los breves e irregulares tránsitos por la escuela que hayan invitado, estimulado, obligado o sugerido a Vicente, Julia, Claudio, Isabel y Alicia cuando eran niños, o a sus respectivas familias, a ejercer su derecho a estudiar.[1]

No estamos intentando afirmar que los representantes de los Estados nacionales o provinciales, entre ellos los maestros, nunca son figuras decisivas positivas en las historias escolares, mucho menos que no podrían o deberían serlo. Podemos apenas constatar que estas figuras no aparecieron en la voz de nuestros casos. Así como monjas y patrones ejercieron influencias determinantes para su relación con el saber, alguien del sistema educativo podría haberlos marcado y no lo hizo. El Estado y las escuelas "los dejaron ir", al menos no ocupando un rol decisivo en las decisiones familiares. Casi nos podría generar sorpresa que con tan contundente ausencia nuestros casos tengan en tan alta estima el mundo escolar y establezcan una relación con el saber tan marcada por el deseo de aprender.

4.4 Las relaciones con las matemáticas

Una de las cuestiones esenciales de este estudio ha sido tratar de comprender la relación de estos alumnos adultos con las matemáticas.

No existe saber que no esté inscripto en relaciones de saber. El saber es construido en una historia colectiva que es la del espíritu humano y de las actividades del hombre, y está sometido a procesos colectivos de validación, de capitalización, de transmisión. En tanto tal, es el producto de relaciones epistemológicas entre los hombres. Sin embargo, los hombres mantienen con el mundo, y entre ellos (incluso cuando son "hombres de ciencia") relaciones que no son solamente epistemológicas. También las relaciones de saber son, más ampliamente, relaciones sociales. Esas relaciones con el saber son necesarias para constituir el saber pero también para sostenerlo luego de que ha sido construido: un saber no permanece válido más que si la comunidad científica lo reconoce como tal, más que si una sociedad continúa considerando que se trata de un saber que tiene valor y merece ser transmitido.
Ese saber construido colectivamente es aprehendido por el sujeto. Eso no es posible más que si el sujeto se instala en la relación con el mundo que supone la constitución de ese saber. (Charlot, (2005) [2008: 72-73]).

Compartimos con Charlot la posición acerca de que las matemáticas son productos sociales, históricos, en permanente transformación, prácticas vivas atravesadas por relaciones individuales o institucionales con este campo de saber. Desde esa perspectiva intentamos atrapar algunos rasgos esenciales de las relaciones con el saber matemático que los cinco casos analizados establecen.

4.4.1 Imagen de sí mismos

¿Cómo se perciben a sí mismos como usuarios, productores o aprendices de matemática? Una cuestión que sobresale en varios casos es la alta autoestima, un cierto orgullo de haber podido aprender y usar sus conocimientos para resolver problemas. Isabel, por ejemplo, está orgullosa de su éxito para resolver problemas complejos, de varios pasos, en situaciones comerciales (comprar

[1] La edad de Claudio es contundente al respecto. Tiene 18 años, está aún en edad de asistir a la escuela media, y hace solo 5 años que superó la edad esperada para finalizar la escuela primaria.

ropa por mayor para enviarla al interior para que su hija la revenda). Vicente también lo está de lo que aprendió solo trabajando, y de su éxito en resolver cálculos y problemas en la escuela. Claudio también se vanagloria de que en el campo sabía matemática, se considera rápido para los cálculos y dice de sí mismo que anda "demasiado bien" para las matemáticas. Explica que, como no tenía estudios, tuvo que "defenderse por dentro" y "usar el bocho". Julia también está orgullosa de que la hayan nombrado secretaria de tesorería de su comunidad religiosa; sabe que era un cargo de mucha responsabilidad y exigencia en el que debía usar mucha matemática haciendo planillas, sacando porcentajes, y nos aclara que no usaba la calculadora y a pesar de ello tenía muy pocos errores de cálculo.

Solamente Alicia no está orgullosa de sus conocimientos matemáticos que considera escasos. A pesar de que prima en su discurso esta sensación de impotencia y vergüenza reconoce –casi sorprendida de sus logros– que ha podido resolver exitosamente tanto situaciones de compra y venta en supermercados como de atención en un negocio cobrando y dando vueltos.

Si bien cuatro de los casos hablan de sí mismos con orgullo y solamente una con vergüenza, todos coinciden en que la matemática les gusta y evocan numerosas experiencias en las que sus conocimientos les permitieron resolver gran variedad de problemas. Aparentemente la satisfacción personal de los propios logros y de los conocimientos disponibles parecería tanto estar ligada a las experiencias positivas de resolución de problemas cotidianos como al modo en el que han sido aprendidos con su esfuerzo y dedicación personal. Como señala Claudio:

(EC3,R108)

C: *(…) Ahora, por como estoy yo con la matemática me defiendo un montón, de mi manera, como estoy yo así, en el trabajo que tengo y esas cosas.*

Quizás sea Vicente quien comunica más explícitamente su orgullo por la propia producción personal. Frente un problema de proporcionalidad que involucraba determinar el precio correspondiente a diez elementos conociendo la unidad hemos visto cómo suma cinco veces el valor y luego de manera oral hace el doble. Vicente inventó un algoritmo que utiliza para varios casos. Frente a este cálculo se produce el siguiente diálogo:

(EV4,R200)

E: *(…) Estas cuentas así, ¿se acuerda cómo las aprendió, quién se las enseñó?*

V: *No, no… eso me lo hice yo. Esa es mi letra. Esta es mi enseñanza.*

Vicente se considera con entusiasmo productor de nuevos conocimientos. Aclaramos que en los cuatro casos mencionados este "orgullo" de sus saberes no implica en ningún caso una ausencia de reconocimiento de lo que no saben. Todos están en condiciones de explicar con detalle –en relación con la numeración y el cálculo– los errores que producen, las dudas que tienen, los conocimientos con los que no están cómodos, lo que quieren aprender (por ejemplo, dicen que no saben la cuenta de dividir, que no conocen el símbolo de la multiplicación, que no saben las tablas o que se confunden al leer y escribir números con varias cifras, que les preocupan los ceros).

Varios mencionan también algunos "temores matemáticos". Isabel, Vicente y Alicia le tienen miedo a los números grandes con muchos ceros porque son conscientes de sus errores, Vicente tiene miedo de equivocarse en la previsión de su trabajo y hacer mal los presupuestos; Claudio dice que tiene temor de equivocarse en los cálculos en la escuela (y que las maestras se enojen). Tanto Vicente como Claudio temen no poder resolver los problemas por la falta de lectura autónoma. Alicia en su vida cotidiana también teme equivocarse en los cálculos al trabajar con su marido o al ayudar a su hijo con la escuela. Encontramos en cuatro casos que sus temores refieren tanto a prácticas matemáticas escolares como extraescolares.

Vicente y Claudio ubican el origen de sus temores en experiencias escolares anteriores, a diferencia de Isabel y Alicia. Claudio nos explica:

(EC4,R212)

> ***C:*** *Lo que pasa que ahora… eh… o sea, estamos, estoy más relajado, tranquilo, y puedo tranquilo pensar, o sea, capaz que en otro, cuando esté en otro momento me salga todo mal, ¿no? porque… capaz me asuste o… o siempre, siempre estoy con el temor de que erre y, o sea, yo pienso, yo creo que no se va a enojar, no… pero tengo ese pensamiento de que se puede llegar a enojar, o que puede llegar que salir mal…*

(EC4,R222)

> ***C:*** *(…) Cuando yo estudiaba en el Chaco las maestras a veces se enojaban porque no salían bien las cosas y… y bueno sigo con ese temor de que por ahí se… si está mal yo sé que me van a decir: "No, está mal" nada más, pero yo tengo miedo… ese miedo tengo de que no quiero que estén mal las cosas. O sea, siempre que errás, o vamos a tener un error, pero yo no quiero ese error de errarlo, o no sé... por eso siempre trato si está bien, y bueno si no está bien, trataré de pensarlo.*

Solamente Julia expresa una respuesta negativa frente a la pregunta de si algo le da temor en matemáticas. Posiblemente sus experiencias positivas de aprendizaje y enseñanza junto con la conciencia de su mayor dominio de conocimientos matemáticos respecto de sus compañeros influyan para esta respuesta negativa.

4.4.2 El origen de sus conocimientos

Nos hemos interesado en indagar la perspectiva subjetiva respecto del origen de sus propios conocimientos matemáticos.

Isabel considera que no usa actualmente la matemática en su trabajo, y que tampoco ha aprendido nada de matemática en él. También afirma que no ha aprendido nada de matemática cuando vivía en la calle. Isabel reconoce aprendizajes solamente cuando puede identificar en ellos esfuerzo, asimetría entre un rol de enseñante y otro de alumno, constancia en la asistencia y toma de conciencia del objeto de estudio. Como hemos planteado anteriormente, es fácil conjeturar que muchos de los conocimientos matemáticos de Isabel han sido aprendidos en situaciones informales, cotidianas; sin embargo, solamente reconoce como aprendizajes matemáticos las tablas que le enseñó la monja, la división que le enseñó la profesora de corte y confección, y la multiplicación que está en el libro de su patrona. Hay una explícita desvalorización de sus aprendizajes matemáticos informales, asistemáticos, ocasionales y una sobrevaloración de los recursos aprendidos en instancias sistemáticas y explícitas. Nos hemos preguntado si la distinción valorativa de Isabel podría basarse en la diferencia entre oralidad o escritura, pero también reconoce como aprendizaje la división oral y empírica aprendida en el curso de corte y confección.

A diferencia de Isabel, Claudio y Vicente valoran sus propios aprendizajes matemáticos del mundo del trabajo. Vicente considera que elaboró conocimientos matemáticos para poder calcular las hiladas, o cuántas tejas o ladrillos a partir de saber cuántos se precisan por metro cuadrado. Claudio considera que aprendió a hacer diversos tipos de cálculos en el campo, necesarios para averiguar, por ejemplo, la cantidad de toneladas. Ambos consideran que estos conocimientos los han aprendido por sus propios medios, sin enseñanza sistemática.

(EV1,R43)

> ***V:****(…) Lo fui aprendiendo así de vista o por escuchar…*

(EC3,R77)

> ***C:*** *(…) Cuando laburaba a veces necesitaba sacar las cuentas y esas cosas, porque cuando laburaba en el campo tenía que sacar las cuentas, cuántas toneladas íbamos haciendo y todo eso.*

(EC1,R237)

> ***E:*** *¿Quién te enseñó a calcular eso de un metro cuadrado y después hacer esto que me dijiste a mí? Por ejemplo, tres, tres, tres, tres, tres… (refiriéndose a sus estrategias para averiguar el material necesario para revocar una pared).*
>
> ***C:*** *Y bueno, eso se aprende a la medida de, de la época, qué sé yo, de tanto trabajo y… si empecé porque, en el Chaco laburaba así, y bueno y entraba así, y a mí ponele me pagaban por hora e iba multiplicando así, o sumaba hora, hora… o por ahí, a mí me decían: "Bueno, tenés que hacer esta lonja de un metro" y bueno, yo iba sumando ese metro, iba midiendo ese metro, todo así.*
>
> ***E:*** *¿Y alguien te enseñó, te ayudó, o lo aprendiste solo?*
>
> ***C:*** *¡Nooo! Tuve la sensación que eso lo aprendía mirando. Yo miraba a otra persona y, y bueno. Primero no sabía manejar metros yo, y después, bueno, trabajé con un albañil y bueno, y yo nunca le dije a él: "Enseñame cómo se mide", ni eso. Yo lo miraba y lo observaba y lo observaba. (Como imitando al albañil). "Vos mirame –dice–, yo no te tengo que enseñar, vos mirame y vas a aprender". Yo lo miraba y lo miraba, y yo decía: "Este... bueno, si él dice algo, él es mayor maestro en obras el hombre ese" y bueno, él me decía "Vos mirame, mirame nomás", y yo así aprendí. Mirando a las personas cómo trabajan.*

Claudio identifica solo uno entre sus conocimientos como objeto de enseñanza sistemática escolar: el algoritmo de la suma y la resta que él denomina "la cuenta de cuatro" (refiriéndose a los cuatro números involucrados en una suma o resta de bidígitos).

Alicia reconoce haber aprendido matemática cuando cuidaba a los niños mientras ellos hacían sus tareas escolares. Recordemos que en estas ocasiones ellos le enseñaban a Alicia. También menciona las interacciones con su marido que –a propósito de situaciones de compra y venta– le enseña números y cálculos.

Julia también identifica una gran variedad de aprendizajes realizados en su participación comunitaria como secretaria en su iglesia: sumas, restas, vueltos, porcentajes. A diferencia de Claudio y Vicente, ella evoca escenas de enseñanza y aprendizaje: le enseñó su antecesor y ella enseñó a su sucesor. Esto implica la presencia de varios elementos: una sistematización, asimetría en los roles, explicitación de un objeto y de recursos que son comunicados.

Encontramos aquí una diferencia por género. Ambos hombres consideran haber aprendido conocimientos matemáticos en sus trabajos, sin enseñanza sistemática, aunque con interacción con otras personas con las que trabajaban: mirando o preguntando a patrones o compañeros de trabajo, o bien elaborando recursos propios.

Las mujeres, en cambio, reconocen sus aprendizajes solamente cuando hubo una acción sistemática e intencionalidad. Julia en su comunidad evoca situaciones en las que hubo una explicitación y asimetría de roles. Alicia también aprendía en su trabajo cuando los niños a los que cuidaba le enseñaban mientras hacían sus tareas escolares, es decir que se trataba de matemáticas escolares, también explícitas. Isabel directamente no considera haber aprendido matemáticas trabajando.

¿En qué podría basarse esta diferencia de género? Posiblemente el tipo de trabajos que realizan Vicente y Claudio favorezca un tratamiento más evidente de conocimientos numéricos ligados al cálculo de medidas, a relaciones de proporcionalidad, al cálculo de presupuestos, al uso de operaciones de suma y resta, etc. Así incluso lo plantea el mismo Vicente. Recordemos que es el único de los entrevistados que considera diferencias de género en las matemáticas y se lo adjudica al tipo de trabajo que realizan hombres y mujeres.

(EV2,R42)

> ***E:*** *¿Para las matemáticas, importa, es más fácil ser bueno en matemática si uno es hombre o es mujer? ¿Es lo mismo? ¿A las mujeres o a los hombres les resulta más fácil la matemática? ¿Qué piensa?*
>
> ***V:*** *No, yo creo que la matemática anda mejor en los hombres, no es porque sea machista, sino se me hace a mí que los que más trabajamos son nosotros con la matemática. Porque no, las mujeres también trabajan pero yo creo que nosotros tenemos, no sé un ochenta por ciento más que las mujeres en matemática. En… dudo, de trabajo y todas esas cosas, porque yo tengo entendido que por ahí que hay amas de casa que van y limpian una casa o un departamento, y nada más, o que agarran un trapo de piso, una escoba, lavar o planchar, ahí creo que no les hace falta la matemática, no utilizan, solamente cuando van a cobrar.*

Por otra parte Julia evoca la escena en la cual tuvo dificultades para determinar la superficie de su casa y considera que como no tenía marido tuvo que realizarlo por sus propios medios. También para Julia la medida parece ser más un conocimiento de hombres, coincidiendo de cierta manera con la perspectiva de Vicente.

(EJ1,R188)

> ***J:*** *A mí eso me faltó, por ejemplo los… por decir el cuadrado, el cúbico, me faltó eso. Me hacía mucha falta porque yo era a la vez papá, a la vez era mamá para mis hijos y cuando ellos querían construir una casa, o sacar el metro cuadrado cuánto tiene, yo ya no podía cuando el albañil me preguntaba. Ahí me faltó mucho, por eso es que ahora intento estudiar para aprender algo más.*

(EJ2,R197)

> ***J:*** *Tuve que romper mi cabeza, hacer sin que nadie… Yo medí, porque el terreno mío apenas tenía once metros de ancho, y diecisiete metros de largo, entonces a ver, ¿cuántos metros cúbicos tendrá? Para saber yo cuántas piezas voy a sacar de adentro, cuántos departamentos voy a sacar de ahí adentro, y cuánto va a medir cada departamento. Yo tenía que ubicarle, entonces si me dieren… yo misma ahí tuve que aprender. Porque el albañil cuando había contratado… "¿De cuántos metros cuadrados quieres una casa?" Y yo no sabía cómo responder. Marido no tengo ahí, no tengo nadie, ni un abogado, nada, nada, entonces estoy sola luchando. Entonces ahí tuve que medir yo en un papel, romperme la cabeza a ver cuántos metros, ya sé cuántos metros tiene de punta a punta, pero al medio cuánto tiene, no sé cuántos metros cúbicos tenía, entonces tuve que sacar a penas, duras penas, yo mismo tratar de hacerlo como pueda resolver.*

Entre las mujeres hay valoración de aprendizajes producidos en interacciones explícitas: niños y marido que enseñan en situaciones o escenas familiares, monja o profesora de corte y confección que asumen roles docentes, trabajadores en asuntos de la iglesia que instalan espacios de comunicación de recursos matemáticos. Si bien las mujeres reconocen que en sus trabajos como empleadas domésticas usan las matemáticas para las compras, no consideran que se trate de nuevos conocimientos. Habría una diferenciación consciente entre aprendizajes de nuevos conocimientos y uso de conocimientos ya disponibles. En las situaciones de compra y venta, o de prácticas cotidianas domésticas habría uso pero no reconocen aprendizajes.

Ninguno de ellos identifica el origen de sus conocimientos numéricos ni de cálculo mental de sumas y restas. ¿Dónde y cómo aprendieron a leer y a escribir números de una, dos, tres y cuatro cifras? ¿Dónde y cómo aprendieron a realizar cálculos mentales de sumas y restas descomponiendo y componiendo? Estos conocimientos no aparecen mencionados como aprendizajes ni se explicitan las condiciones e interacciones que participaron en su génesis. Parecería tratarse de conocimientos casi "naturales" desde sus puntos de vista. Sin embargo, se trata de conocimientos que se enseñan en la escuela sistemáticamente y a lo largo de varios años de escolaridad, al menos desde los aportes de las perspectivas didácticas actuales presentes en la producción curricular.[1]

4.4.3 El sentido de aprender matemáticas

En este estudio nos interesamos por comprender cuáles han sido los sentidos que ha tenido para ellos aprender matemáticas y cuáles son los sentidos actuales.

Isabel ha iniciado sus aprendizajes matemáticos de manera explícita para tener una muñeca, pero en términos más amplios para ser una niña. El curso de corte y confección le permitió, como las tablas de la infancia, proyectar un futuro. Sin embargo, hemos visto que sus actuales aprendizajes matemáticos tienen el sentido del placer en sí mismo que le produce aprender y estudiar

Vicente y Claudio, en cambio, han aprendido matemáticas trabajando y también quieren aprenderla para sus actuales ámbitos laborales. En el caso de Vicente podrá crecer en su trabajo en albañilería con mayor independencia; en el caso de Claudio podría obtener nuevos trabajos. El mundo laboral ha sido la génesis y también constituye actualmente el sentido de sus aprendizajes matemáticos.

Para Julia las matemáticas han tenido un peso social. Fueron un otorgamiento de responsabilidad, sus matemáticas han sido comunitarias, sociales, el sentido de sus aprendizajes es moral y religioso. Saber matemáticas le permitía entregar lo que correspondía y que no hubiera diferencias a su favor, a la vez que ayudar a su comunidad. Hoy, en cambio, las matemáticas de Julia son un medio de salvación espiritual, de estar bien, de salir, de estar ocupada, de tener proyectos. Estudiar se opone a la depresión y al encierro físico y mental.

Alicia ha aprendido matemáticas en la escuela o en contextos familiares, y quiere seguir aprendiéndolas para ese fin. Son un medio de constituirse en una buena madre y en una buena esposa que puede ayudar a los miembros de su familia.

Hemos mencionado que varios expresan que quieren aprender en la escuela "todo" de matemática.

(EI2,R154)

E: *¿Y hay algo que te gustaría aprender de matemática en la escuela?*

I: *Todo.*

(EV1,R243)

E: *Y de matemática, ¿hay algo que sepa que quiere aprender?*

V: *Y, quiero aprender todo, lo máximo, lo máximo.*

---

[1] En los Diseños Curriculares de Ciudad de Buenos Aires (2004) y de Provincia de Buenos Aires (2008), o en documentos del Ministerio de Educación de la Nación (2006, 2007) para la escuela "común" muchos de los conocimientos relevados en adultos forman una parte sustantiva de los contenidos prioritarios de los primeros 3, 4 o 5 años de la escolaridad básica primaria.

Ese "todo" es abierto en varios casos y en el caso específico de Alicia es "todo lo que le podrían enseñar a su hijo en la escuela".

(EA2,R206)

A: *O sea, quisiera aprender lo que ellos dan (en la escuela de su hijo), ¿no?, para poder ayudarlo.*

También aparecen explícitos algunos "pedidos" más puntuales de contenidos. Isabel quiere aprender especialmente sobre los cálculos y las tablas "hasta donde lleguen". Varios quieren aprender los números cuando tienen muchos ceros. Julia trae el deseo de aprender conocimientos matemáticos que exceden la numeración y el cálculo con números naturales, por ejemplo, metros cuadrados, "quebrados" (fracciones), metros cúbicos, álgebra, potenciales (potencias). Evidentemente sus demandas a qué aprender de matemática en la escuela están ligadas a sus representaciones de la matemática escolar. El "todo" de Isabel, Claudio, Alicia y Vicente tiene dos aristas. Por un lado nos muestra la amplitud de sus intereses y que ninguno de ellos pone como límite de sus deseos de aprender el uso social o la necesidad práctica. Quieren aprender todo lo que la escuela les pueda enseñar, no solamente lo que precisan. Pero por otro lado también denota un límite en la representación acotada a numeración y cálculo en general. Solamente Julia está en condiciones de mencionar otros contenidos escolares. Claudio nos ayuda en esta interpretación cuando muestra que es consciente de que hay un más allá de su imaginario matemático:

(EC2,R15)

C: *Porque yo, vos podes saber un poco pero no todo de adónde termina la matemática, ¿no? Este recién es el comienzo. Todavía nos espera un camino largo de matemática.*

Si bien pocos están en condiciones de mencionar contenidos escolares que excedan la lectura y la escritura de números naturales y los cálculos de las cuatro operaciones, hay una evidente disponibilidad a estudiar nuevos conocimientos matemáticos.

Es preciso recordar un matiz metodológico mencionado en el capítulo 2. En las entrevistas se ha preguntado en ocasiones "para qué te puede servir" la matemática de la escuela, pregunta que sin duda tracciona hacia la idea de utilidad. A pesar de este desliz en el uso del vocabulario, nuestros casos nos muestran intereses que exceden el campo de la utilidad. Estas respuestas nos parecen un aporte a ciertas concepciones instaladas en la enseñanza de adultos en el imaginario docente y en muchos documentos curriculares vigentes, como hemos mencionado en el capítulo 1: la enseñanza de la matemática dirigida al mundo del trabajo o del uso social. Nuestros casos nos muestran que sus deseos de aprender exceden sin duda la idea de utilización práctica:

(EA1,R503)

E: *Bueno. Bueno, seguiremos con las divisiones, ¿dale?*

A: *Muy lindo.*

E: *Gracias Alicia.*

A: *A mí me gusta la matemática.*

E: *¿Sí?*

A: *Esta clase me gusta, me gusta, o sea, me gusta más. Por ahí estamos leyendo y me pierdo, pero en la matemática estoy ahí y no escucho nada, estoy sola ahí…*

(EJ2,R217)

> ***J:*** *Yo quisiera aprender, por decir que escucho hablar del álgebra, ¿qué será? No entiendo, pero solo me suena el nombre álgebra. Escuché hablar también a mi hija (…) me dice que estaban aprendiendo los… no sé qué… que se llama eso… nombres que lo llevan a algunos, potenciales, cada cual tiene su nombre, con un abecedario, con un número que acompaña arriba. No sé qué es… No sé si eso es álgebra o qué es eso, o si es quebrados. No sé, no entiendo, pero la cosa es que eso quisiera aprender más, no estar todo oculto detrás mío, no sé nada de eso.*

(EI1,R312)

> ***I:*** *Yo a veces digo de que mi mente está como quieta, tiene que activarse, viste, mientras vos leés, mientras vos escribís, estás yendo a la escuela, estás… así, eh, tu mente se… se está activando para poder estudiar.*

A pesar de las diferencias entre los casos, podemos reconocer dos elementos comunes. Por un lado advertimos una amplia disposición a aprender "todo" lo que la escuela tenga para enseñarles. Si bien se enumeran conocimientos que ya identifican a priori, como la numeración o el cálculo, existe una idea de que hay un "más allá" de lo conocido que creen que será interesante conocer. Hay una alta valoración de la institución escolar y de lo que en ella se enseña. Parte de lo que se viene a buscar a la escuela parecería ser aquello que no se conoce aún. Tal vez esto permita entender la alta disponibilidad al trabajo matemático encontrada en largas situaciones de entrevista. También nos interesa destacar una segunda cuestión: los sujetos entrevistados no realizan una distinción entre lo útil o necesario y lo que no lo es, distinción tan presente en el mundo escolar. En principio hemos visto cómo ellos están orgullosos en su mayoría de su posibilidad de resolver problemas matemáticos prácticos en su mundo cotidiano doméstico o laboral. En la escuela algunos esperan aprender esas "otras cosas" que pueden no saber qué son, pero que saben que no saben.

4.4.4 Concepciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas

En apartados anteriores analizamos las movilizaciones personales para aprender matemáticas, qué los ha llevado a aprender matemáticas y que los lleva hoy a querer saber más matemáticas. En este apartado intentamos comprender cuáles son sus ideas, sus puntos de vista sobre las matemáticas escolares.

Ante la consulta sobre las razones que los entrevistados encuentran para que se enseñe matemáticas en la escuela, aparecen diferentes clases de respuestas. Isabel, Vicente, Julia y Alicia consideran que las matemáticas son muy importantes para realizar cálculos en situaciones de la vida cotidiana. También aparece la importancia de las matemáticas para el mundo laboral, propio o ajeno. Alicia, por ejemplo, afirma que los que saben matemáticas pueden trabajar en otros lugares, como el supermercado. Julia –con sus conocimientos de administración– agrega la función de planificación, ahorro y control posterior en la economía familiar y –con su siempre presente perspectiva social– también agrega la función de abonar a una economía comunitaria. Isabel y Vicente coinciden en que las matemáticas ayudan a evitar ser engañados con el dinero.

Julia es la única que reconoce otros conocimientos que exceden el terreno del cálculo, en particular aquellos ligados a la medida. Desde su punto de vista son necesarios para hacer tareas de albañilería, carpintería, construcción en el ámbito familiar (recordemos que Julia sintió dificultades para determinar medidas de superficie en la construcción de su propia vivienda). Vicente e Isabel aportan otras funciones no ligadas al mundo económico. Isabel –cuyo gusto por la matemática también está siempre presente– trae estrictamente una cuestión ligada al placer: "porque es lindo saber"; y Vicente, "para estar informado", refiriéndose a la lectura de noticias en el diario.

Relaciones entre las matemáticas y la inteligencia, la edad, el género y el nivel económico. Hemos encontrado diferentes tipos de respuesta frente a la pregunta sobre las relaciones entre inteligencia y matemática: aparecen como independientes, como sinónimos, o la inteligencia como necesaria pero no suficiente:

La inteligencia es independiente de saber matemáticas.

Por ejemplo, Vicente no cree que haya relación entre la inteligencia y saber matemática, y lo justifica explicando que él se considera a sí mismo inteligente aunque crea que no sabe matemáticas:

(EV2,R76)

E: *Y, ¿hay alguna relación entre saber matemática y ser inteligente?, ¿le parece?*

V: *No, yo soy… me considero que soy inteligente yo, a pesar que no sé matemática me considero.*

La inteligencia es sinónimo de saber matemáticas.

Alicia asocia inteligencia y saber. Al hablar de su marido dice, por ejemplo, "*es inteligente, o sea, sabe",* o hablando de ella misma dice *"se ve que un poco inteligente soy, porque algo sé".* La inteligencia para ella puede verse en cuánto se sabe, pero también en la velocidad y la facilidad para resolver cuestiones de números y cálculos.

La inteligencia es necesaria pero no suficiente para saber matemáticas.

Para Claudio e Isabel la inteligencia es un elemento importante, pero consideran mucho más primordial el gusto por la matemática o las ganas de aprender, posiblemente por razones opuestas: Claudio en su infancia no ha tenido "ganas de aprender" a pesar de haber podido, mientras Isabel hubiera deseado aprender a pesar de no haber tenido las condiciones para hacerlo. Desde diferentes puntos de vista reconocen el deseo y el gusto como un factor superador de la inteligencia.

También para Julia la inteligencia es necesaria pero precisa de otros elementos. La inteligencia tiene forma de "don"; existiría una forma de inteligencia que es un "talento" especial para las matemáticas, una capacidad innata de origen divino que se manifiesta en la facilidad para aprender. En oposición, si no se tiene ese don, se podrá aprender matemática pero "con calma".

(EJ2,R80)

E: *Y ese don, cuando vos decís: "Algunos tienen don", ese don, ¿de dónde les vino?*

J: *Ese don es el que regala nuestro Creador. El único es que nos puede regalar ese don a cada uno.*

Pero para Julia ese don necesario no es tampoco suficiente. Precisa ser cuidado con una buena alimentación, si no, no puede ser desplegado:

(EJ2,R84)

J: *Eso también influye, eso también, de las mamás, como nos habrán alimentado de pequeños. Algunos, bueno, tienen un buen hogar, estable, algunos tienen un hogar pésimo, que ni siquiera les alcanza para comprar todos los alimentos que se puede consumir a diario, apenas comen con dos o tres cosas por día, no tienen para derivar su alimento. Porque un niño debe ser bien tratado con diferentes alimentos, puede ser hierro, calcio, no sé, tantas cosas que hay para fortificarle desde pequeño. Cuando desde pequeño se les alimenta bien, a lo grande tienen que rendir. Pero si no lo alimentamos de pequeño bien, a lo grande, ¿qué va a rendir? No rinde nada.*

Con respecto a las relaciones entre edad y matemáticas, en ninguno de los casos hemos encontrado en las entrevistas opiniones acerca de que la edad constituya una variable determinante en el aprendizaje o en el estudio de las matemáticas, cuestión que pone de manifiesto algo no menor tratándose de adultos con bajo nivel de escolaridad: ellos sienten y piensan que están en buenas condiciones para aprender matemáticas.[1] Escuchemos sus opiniones:

(EI1,R331)

I: *No sé, suponele el chico puede ser de dieciocho años, y el hombre puede ser de cuarenta, y si el hombre es inteligente y le gusta, va a saber mucho más que el joven. O quizás, si al chico joven le gusta mucho la matemática puede saber mucho más que el hombre de cuarenta.*

(EV2,R35)

E: *Y, para usted eh, ¿importa ser joven o ser adulto para ser bueno en matemática, importa?, ¿tiene alguna relación?*

V: *No, no tiene nada que ver la edad. Ser joven o ser veterano no tiene nada que ver.*

Para Isabel y Julia la edad es un factor importante, pero no en el sentido de las condiciones para aprender sino en las posibilidades de reutilización o progreso laboral: el estudio a los jóvenes les puede cambiar el futuro.

(EJ2,R53)

J: *No importa si es joven o adulto. Mucho mejor si sería más joven, aprende para toda su vida.*

(EI1,R321)

I: *No, porque no tiene… la edad para estudiar no tiene nada que ver, podés estudiar a la edad que quieras, no, pero... o sea, es mejor cuando uno es joven y estudia porque es como que, eh… tenés más oportunidades, porque vos decís: "Bueno, estudio esto quizás, eh… me recibo y ya tengo cosas para emprender, tengo otros sueños, otras metas".*

La edad no es una variable, entonces, reconocida como determinante de los potenciales aprendizajes. En cambio, varios coinciden en señalar como elementos importantes el interés, el

[1] Esta opinión sobre sí mismos es sumamente diferente de la que circula entre muchos docentes de adultos acerca de que si no ha habido suficiente estimulación infantil para esta área, serán muy limitadas las posibilidades de aprendizaje en la edad adulta.

deseo, el gusto, las ganas, el esfuerzo. Incluso Claudio y Alicia, quienes consideran que ellos mismos no aprovecharon –de niño uno y de adolescente la otra– la oportunidad de estudiar, destacan ahora, en la vida adulta, la necesidad y el deseo de saber.

En el caso de Isabel aparecen referencias permanentes a que la edad para ir a la escuela y aprender debe ser la infancia, y ahora se trata de recuperar el tiempo perdido. Pero en ninguno de los casos se escuchan puntos de vista acerca de que aprender de adulto es más difícil que aprender de pequeño. No se sienten minusválidos en la escuela debido a su edad, al menos para aprender matemáticas.

Frente a las preguntas sobre si el género influye para aprender matemáticas encontramos dos tipos de respuestas. Por un lado, cuatro de los cinco casos consideran que el género no es una variable determinante:

(EI1,R336)

E: *¿Y ser mujer u hombre importa?*

I: *No, yo creo que no, eso no tiene nada que ver.*

(EC2,R38)

C: *Y, no sé, creo que si está en el estado de uno, si le gusta la matemática, eh puede ser la mujer, puedo ser yo varón y no gustarme la matemática o puede ser una mujer y no gustarle la matemática, está en que le guste ¿no?, si quieren aprender. Tanto como las mujeres y el hombre, todos van a… si tienen ganas van a aprender.*

(EJ2,R60)

J: *No importa que seas hombre o mujer, tal es que el cerebro es igual.*

Como hemos mencionado anteriormente, las diferencias de género aparecen explícitamente en Vicente, quien piensa que ser hombre es favorable para aprender matemáticas y adjudica esto al tipo de trabajos que suelen hacer unos u otros, y en Julia cuando menciona que no tenía conocimientos sobre la medida y no tenía marido que pudiera ayudarla en esa tarea. Para Julia no hay diferencias en las potencialidades para aprender, puede haberlas en los conocimientos disponibles.

Al ser consultados sobre la variable de nivel socioeconómico, varios de los sujetos entrevistados en principio consideran que ser pobre o ser rico no es un factor que influya en el aprendizaje de la matemática. Nuevamente aparece el deseo y la voluntad como condiciones esenciales: tanto ricos como pobres pueden aprender si así lo desean.

(EC2,R53)

E: *¿Y se puede ser rico y no saber matemática?*

C: *Y si no fue a la escuela y no quiso aprender…*

(EV2,R59)

V: *(…) Yo creo que si yo tuviera que ser rico, así como estoy, voy a seguir siendo siempre igual, sí, siempre igual. Con la matemática igual voy a ser, no me cambiaría ser rico.*

(EJ2,R61)

E: *¿Y ser rico o ser pobre importa para ser bueno en matemática?*

J: *No, no importa si es rico o pobre.*

Sin embargo, al profundizar en los diálogos sobre esta cuestión, aparecen también algunas aristas al pensar en la relación entre dinero y aprendizaje de la matemática, que resulta interesante destacar.

El contacto material con el dinero como fuente de aprendizajes matemáticos.

Según Claudio, el contacto con el dinero podría favorecer el aprendizaje matemático.

(EC2,R58)

C: *(…) Más chances tiene el rico porque ellos son los que manejan más plata que nosotros.*

Subyace en la respuesta de Claudio una idea acerca de la importancia de la manipulación y la actividad empírica para el aprendizaje de la matemática. Posiblemente esté homologando las características del aprendizaje matemático a los aprendizajes que él mismo realiza trabajando (mirando, probando, tocando, haciendo) en esa relación entre actividad empírica de manejar dinero y saber.

Ahora bien, para Claudio tener dinero no es condición suficiente. Imagina la situación de alguien que podría recibir plata y no saber.

(EC2,R56)

C: *Por ahí le quedó la herencia del padre, la herencia y… se quedó con toda la plata y entonces, si no sabe matemática, yo creo que hay muchos que tienen plata y saben poco porque se pagan un contador.*

En este caso el contador sería, para Claudio, quien "manejaría" la plata y sí sabría matemática, a diferencia del hipotético heredero.

Saber matemática como promotor de crecimiento laboral y económico.

Si bien la mayoría no considera que tener dinero sea determinante de saber matemática, varios plantean la relación opuesta: saber matemática permitiría mejorar la situación económica. Por ejemplo, Vicente reflexiona acerca de las posibilidades de crecimiento laboral y económico para quien sabe matemática, incluso considera que "los mejores alumnos se han hecho ricos":

(EV2,R62)

E: *Y saber matemática, ¿puede ayudar a ser rico?*

V: *No. Ah, sí, puede ser, puede ser. Depende a veces uno los trabajos que tenga, y cómo va creciendo. Porque ayuda mucho a crecer, de saber leer, escribir, matemática. Sí, puede llegar a ser rico. Yo creo que los mejores alumnos se han hecho. Sí, tiene que ser* *sin duda, porque no estaría trabajando en trabajos que hago yo, a lo mejor sería empleado en un banco, o pondría otra empresa.*

También Alicia e Isabel consideran que disponer de más conocimientos matemáticos permitirían acceder a mejores trabajos: cajera de supermercado o profesora de matemática, respectivamente.

El dinero como ayuda para el éxito en la matemática escolar.

Si bien en principio para Alicia no hay una relación causal entre dinero y aprendizaje de la matemática, ella considera una arista en la que sí hay relación. El dinero ayuda en tanto permite aumentar las situaciones de enseñanza pagando un profesor particular para aquellos que son "ricos y no saben", mientras que no saber y ser pobre deja al alumno sin opciones.

(EA1,R226)

A: *Y si sos pobre y sos malo en matemática, o sea… te va a ir mal siempre porque no tenés posibilidad de ir a una profesora particular, por ejemplo. Y un rico sí.*

(EA1,R230)

A: *Pero me parece que tiene más posibilidad el rico, porque si… o sea, la mayoría de las mamás que trabajan y le ponen una profesora particular y bueno… le enseñan ellos y saben más que un pobre que está sentado al lado y no sabe nada, y el otro sí sabe, porque le enseñó otra profesora, aparte de lo que tienen ellos*.

Si bien en principio todos responden que no hay una relación directa entre tener dinero y aprender matemática, encontramos que consideran que el poder económico permitiría aumentar la diversidad de oportunidades y favorecería el aprendizaje con una enseñanza particular ajustada. Y en sentido inverso, el dominio de ciertas porciones de saber matemático ofrecería oportunidades para el crecimiento económico.

Veamos cómo los sujetos entrevistados caracterizan una buena enseñanza de matemática y un buen maestro de matemática.

Valoración de la "escena de estudio".

Un tipo de respuestas se vincula a la idea de la seriedad de la actividad de estudio, en oposición a ciertas concepciones que parecerían considerarse como distorsiones: el juego o la inclusión en la clase de la realidad extraescolar de alumnos y docentes.

Vicente e Isabel coinciden en enfatizar, a partir de otras experiencias escolares que han tenido de adultos, en que asisten a la escuela para estudiar. Isabel explica que ella no va a la escuela a jugar y Vicente, que no va para hablar de sus problemas.

(EI1,R33)

I: *(…) Entonces había dos maestras, entonces ellas nos decían: "Alumnos, háganse un grupo de cuatro, y saquen el dominó". Entonces yo dije: "No vine a jugar al dominó, yo vine a estudiar". No, porque si vos trabajás todo el día, y te decís: "Bueno, quiero hacer algo, voy a ir a estudiar, a terminar la primaria"…*

(EV3,R56)

> ***V:*** *(…) Entonces yo un día me dije, me cayó mal y dije: "Sabe qué, yo tengo miles de problemas, pero yo los problemas los dejo abajo. Cuando bajo, los agarro y los llevo de vuelta. No los traigo acá, porque acá vengo a estudiar, a aprender, no vengo a traerle problemas a la maestra", yo digo… a pesar que soy bruto y todo para hablar, pero creo que esta vez estuve bien de decirle así, porque si no era una hora o media hora con cada uno que tiene sus problemas, y todos tenemos problemas, hoy en día quién no tiene problemas. Yo le dije así.*

En el capítulo 1 hemos analizado cómo estas ideas están presentes en la enseñanza de adultos. Encontramos por parte de los alumnos un rechazo explícito a lo que no involucre el trabajo consciente y sistemático de estudiar.

El gusto por la disciplina matemática y por la enseñanza por parte del docente.

Al pensar en la enseñanza aparece por parte de una de las alumnas la condición de que la docente sienta placer, que le guste tanto la disciplina como la actividad de enseñanza. Seguramente Isabel reflexiona sobre cómo ser docente de matemática porque a ella misma le gustaría ser profesora:

(EI1,R412)

> ***I:*** *(…) Una profesora de matemática, primero… para enseñar, primero le tiene que gustar. Dos cosas: gustar la matemática y gustar enseñar.*

Conocimientos metodológicos o didácticos.

Varios coinciden en señalar que un docente de matemática debe saber explicar a los alumnos lo que ellos no saben, explicar las maneras de resolver y ayudar a los alumnos si no entienden.

(EC2,R94)

> ***C:*** *Y no sé, enseñarnos bien para que nosotros aprendamos, explicarnos las formas, cómo se hace, cómo es esto.*

(EJ2,R109)

> ***J:*** *Y claro, tiene que ser más dinámico, tiene que tener un, como su… su manera, por lo menos en distintas maneras de enseñar, por decir eh… si una maestra es maestra de niños, voy a decir en parte, en parte de la iglesia nos nombran como maestras de niños, entonces la maestra tiene que hacer sus dinámicas, su… tiene que hacer como ademanes, algo así, entonces hacer, si no puede con las manos enseña a cantar a los niños, a los más pequeños, de cero años a tres años, hasta ocho años, hasta doce años, enseña a cantar, entonces así me parece que debe ser la maestra, tener un, explayarse, extenderse por todo… a ver de qué forma va a hacer entender.*

Como parte de los recursos metodológicos de los que debe disponer un buen docente, algunos de los sujetos consideran que debe explicar bien, dar actividades para practicar, y evaluar a sus alumnos.

(EI1,R418)

I: *No sé, para mí lo más importante que pase en la clase de matemática es que la maestra te esté enseñando y que vos puedas entender lo que te está enseñando.*

(EC2,R90)

E: *Y, Claudio, ¿qué debe hacer un buen maestro de matemática?*

C: *Y, de mi parte no sé, puede llegar a enseñar, enseñar lo que uno no sabe.*

E: *O sea, un buen maestro de matemática tendría que enseñar lo que uno no sabe. ¿Y qué más tendría que hacer un buen maestro de matemática?*

C: *Y no sé, enseñarnos bien para que nosotros aprendamos, explicarnos las formas, cómo se hace, cómo es esto.*

Aparece también la responsabilidad del docente para "abrir la mente" de sus alumnos:

(EJ2,R127)

J: *Que vayamos moviendo más la mente poco a poco porque hay veces eh, muchos no saltan, ¿no?, decir, al principio a mí mismo no podía, estaba como encerrado, pero más, mucha práctica, mucha práctica.*

Necesidad de secuenciación.

Varios alumnos comparten la idea de la progresión necesaria para la enseñanza:

(EV2,R99)

E: *Em, y para usted Vicente, un buen maestro de matemática, ¿qué debe hacer?*

V: *¿Qué debe hacer? Eh… enseñar. Y bueno, empezando desde abajo y bueno, cada día ir creciendo e ir adelantando lo más los trabajos. O sea, como arrancaría uno, ¿no? Uno por uno, dos, y así, la tabla hasta ahí, llegando hasta arriba. Y después hacer, dividir por uno, por dos, por tres, por cinco, ir creciendo todo lo que pueda.*

En relación con la secuenciación, Vicente considera que el docente debe enseñar de a poco, yendo de lo pequeño a lo grande, e ir aumentando todo lo que se puede, ir "creciendo", como hace él en su trabajo. Esta concepción está en concordancia con las perspectivas más clásicas de la enseñanza de la matemática (acumulativas), posiblemente originada en sus experiencias escolares o en las percepciones compartidas en nuestra cultura.

También en Julia aparece una clara idea de progresión en la enseñanza en la que plantea que después de los temas que están estudiando sería necesario abordar otros: medidas, potenciación, superficie, volumen, etc., reconociendo mayor complejidad en estos últimos.

Disponer de ciertas actitudes, cualidades personales y conocimientos psicológicos ligados a la gestión de la clase.

Ciertas respuestas ponen en juego la necesidad de que el docente disponga de conocimientos sobre la gestión de la clase y que tenga una actitud comprometida frente a sus alumnos que están aprendiendo. Por ejemplo, Isabel, Alicia y Vicente coinciden en la idea de un docente que explique, que tenga paciencia, que no se ofenda si sus alumnos no aprenden, que vuelva a explicar, que no se enoje si le piden ayuda, que se brinde:

(EV2,R105)

E: *¿Y hay algo más que tiene que hacer un maestro para ser un buen maestro de matemática?*

V: *Que no se ofenda cuando uno le pregunta dos o tres veces. Que sea, así, como un compañero de trabajo. Brindarse con nosotros, ¿no?*

(EA1,R266)

E: *Y, Alicia, para vos, un buen maestro de matemática, ¿qué tiene que hacer para ser un buen maestro? ¿O un maestro qué tiene que hacer en la clase de matemática para ser un buen maestro?*

A: *Y enseñarte y explicarte hasta que entiendas me parece.*

(EA1,R297)

A: *Eso es lo que yo entiendo, o sea. También puede ser que, como te dije, que ya estuvo explicándole mil veces y no… los chicos van más avanzados, y él quedó ahí, por ahí está bien, no sé. Muy bien no lo entiendo.*

(EJ2,R100)

E: *Y, para ser un buen maestro de matemática, ¿qué hace falta hacer?*

J: *Mucha inteligencia, sería mucho de uno mismo, yo creo que tiene, un maestro… hasta ahí nunca llegué a ser maestro pero bueno, tendré que saber eh… No sé que es aparte más psicóloga, no sé más eh… no sé qué, qué es lo que en una materia hay que tienen que saber dominar a los alumnos, manejar, de una manera, verlo profundamente, estudiar a sus alumnos para cómo enseñar o cómo manejar con los alumnos aparte de la matemática, ¿no?*

Hemos intentado también relevar cuáles son las características y condiciones que los adultos alumnos de la escuela primaria conciben como necesarias para aprender matemática en la escuela. También aquí encontramos condiciones variadas:

Constancia en la asistencia.

Algunos coinciden en señalar que para ser buen alumno y aprender matemática en la escuela es preciso tener constancia en la asistencia, no faltar para no perder la continuidad:

(EV2,R115)

E: *¿Qué consejo usted le daría a otro alumno…?*

V: *Que no falte al colegio. Que no falte, que sea continuo. Porque uno ya falta dos o tres días, como me pasó el otro día a mí, que no vine por dos días por problemas de trabajo, eh, ya pierdo el ritmo de los demás. (…) Hay que venir todos los días.*

(EI1,R117)

I: *Cuando ella (su mamá) no trabajaba, podía ir a la escuela. Si no, no iba, o sea, estaba anotada en la escuela y todo, pero no iba como realmente tiene que ir un chico todos los días para que pueda aprender.*

Actitud positiva ante el estudio.

La atención, las ganas de aprender, la voluntad, el esfuerzo son maneras en las que se nombra la actitud necesaria del alumno para aprender:

(EV2,R31)

E: *Ajá, ¿y qué hace falta para ser bueno en matemática?*

V: *Hay que poner mucha atención, yo lo veo así, ¿no? Desde mi punto de vista, poner mucha atención y tratar de grabárselo en la cabeza lo que usted nos enseña, todo eso. Yo lo veo así.*

(EC2,R121)

C: *No, por ahí qué sé yo, si vos no conocés matemática, creo que ponés cualquier suma y yo te voy a quedar mirando, vos vas a explicar y voy a intentar a ver si me sale lo mismo que vos hiciste vos, y si no te pediría una ayuda, o sea a la maestra que nos está dando matemática.*

(EJ2,R49)

E: *¿Y en la escuela para ser bueno en matemática qué hace falta hacer?*

J: *Bueno, poner la voluntad, y estar presto.*

(EA1,R302)

E: *(…) ¿Qué tiene que hacer un alumno para aprender matemática?*

A: *Y, prestar mucha atención.*

Activar la mente, tener la mente sana.

En algunos casos nos hablan de la necesidad de tener la mente activa y sana.

(EI1,R309)

E: *…Para vos, para ser bueno en matemática, ¿qué hay que hacer, qué hace falta hacer?*

I: *Qué hace falta hacer... Estudiar, practicar. Que hay veces, por ejemplo, eh… yo lo estudio, trato en lo posible de que mi mente… yo a veces digo de que mi mente está como quieta, tiene que activarse, viste, mientras vos leés, mientras vos escribís, estás yendo a la escuela, estás… así, eh, tu mente se… se está activando para poder estudiar.*

(…)

I: *Sí, aparte te tiene que gustar.*

(EJ2,R39)

E: *(…) ¿Qué creés que hace falta para ser bueno?, ¿qué hace falta hacer para ser bueno en matemática?*

J: *Bueno, hace falta la mente sana más que todo, mente sana, no estar dañado. Hacer bien la matemática, no es necesario que tenga un aparato,[1] nada. Porque si no tenemos la mente sana, cómo podemos sacar tan rápido, o solucionar, o tener al cabo todo en mente.*

Estar dispuesto a ser evaluado y rehacer si está mal.

Entre las responsabilidades del alumno también identifican que tiene que demostrar que aprendió, estar dispuesto a ser evaluado, a que el docente determine si lo que hizo está bien o mal, y a rehacer en este último caso.

(EI1,R425)

I: *A mí me pone contenta cuando yo hago alguna cosa matemática y cuando Juanita me va a clasificar, yo el otro día le pregunté: "Juanita, ¿estás segura de lo que yo saqué en el boletín?", le digo yo porque a mí me dijo la señora que… la contadora me dijo que estaba todo bien, y viene y me dice: "Sí, Isabel, yo no regalo nada". Así que es algo que tiene valor viste, que vos sabés que… que te enseñó matemática y que entendiste, y porque lo entendiste lo hiciste bien, y que porque lo hiciste bien la señorita te puso buena nota.*

(EC2, R101)

C: *Yo creo de mi parte prestar atención y bueno, y saber mucho para decir bueno… siempre podés intentar y si hay un error, para eso están las maestras, para decir: "Mirá, está mal", y te va a enseñar ¿no?, te va a decir: "Mirá, esto se hace así", o por ahí yo no sé, siempre tienen la explicación las maestras, uno le pregunta para ver… si está mal o está bien.*

(EC2,R115)

C: *Escucho y si no me sale, intento, y si no me sale, pido ayuda. Ya sea a un compañero o a la maestra. Primero a la maestra y bueno, si veo que la maestra me va a decir "Mirá, está mal", y bueno y hay que despertarnos y usar el bocho, si ella te dice: "Está mal", y bueno tratar de pensar qué es lo que puede llegar a estar mal. Si no te dan la segunda vez, creo que está mal.*

[1] Julia se refiere a la calculadora.

Hemos podido identificar dos posiciones bien diferenciadas sobre cómo conciben las relaciones entre sus propias matemáticas y las matemáticas escolares.

Para algunos hay una dicotomía entre las matemáticas del mundo del trabajo y las matemáticas escolares: se puede ser "bueno" en unas y "malo" en las otras; se puede saber en una pero no en la otra. Por ejemplo, Claudio dice que "en el campo todos sabemos matemática". Sin embargo, es totalmente consciente de que no reconoce el símbolo de la multiplicación, ni sabe dividir, conocimientos que identifica en un compañero de trabajo. Claudio habla de sí mismo como "sé demasiado de matemática" (para hablar de su vida en el campo) y de "ese es un tipo que sabe" (cuando habla de la ciudad). Sus matemáticas extraescolares le han sido suficientes hasta este momento para su mundo laboral. Sin embargo, esa percepción dicotómica empieza a romperse cuando Claudio toma conciencia de que un objeto matemático que él considera escolar puede servirle para afuera de la escuela.

Isabel tiene una gran disponibilidad de conocimientos matemáticos que ella misma no valora. Si bien es el caso opuesto a Claudio, ambos coinciden en la disociación entre las matemáticas de sus prácticas sociales y las matemáticas escolares. Unas y otras se aprenden distinto y se usan para cosas diferentes. Para Isabel en la calle no se aprende nada, lo que ella aprendió solo tiene valor si esto fue consecuencia de situaciones de enseñanza explícita. Para Claudio, en cambio, sus matemáticas son buenas y suficientes, al menos lo han sido hasta aquí.

Una posición diferente a la de estos dos casos es la de aquellos que perciben una continuidad entre las matemáticas escolares y las prácticas sociales con matemáticas, como Alicia, Vicente y Julia. Alicia tiene vergüenza en situaciones sociales, cree que en la escuela va a poder aprender matemáticas usables afuera de la escuela. Vicente en la escuela también cree que podrá aprender matemáticas para usar en su mundo laboral: podrá consultar el libro de cálculos o mejorar en la elaboración de presupuestos. Para Julia la continuidad entre ambas matemáticas también está presente. Creemos que esta percepción se origina en su experiencia de prácticas sociales con matemáticas en ámbitos institucionales donde también se enseña y se aprende. En los tres casos encontramos en común que aquellas matemáticas que se aprenden en la escuela podrían ser usadas para el mundo extraescolar, y lo que se aprendió afuera de la escuela podría ser útil también adentro de ella. Incluso afuera de la escuela reconocen instancias de enseñanza sistemática y toma de conciencia de recursos matemáticos enseñados o aprendidos. No se observa una dicotomía, como hemos visto en los otros casos, sino, por el contrario, una continuidad entre matemáticas escolares y extraescolares.

Independientemente de las continuidades o rupturas entre las matemáticas escolares y las extraescolares, el saber aprendido fuera de la escuela o en la escuela no tiene el estatus de posesión de un objeto externo, sino que ha sido y es determinante para poder desplegar una actividad atravesada por relaciones consigo mismos y con los otros. Charlot (1997) analiza en un estudio realizado que ha podido inventariar tres relaciones epistémicas con el saber diferentes entre sí a las que llama "figuras del aprender". Una primera clase de relación es aquella en la que el sujeto pasa de no poseer un objeto a poseerlo, se trata de un asunto de dominio y de reflexión objetivante sobre ese objeto que sigue siendo externo al sujeto. Un segundo tipo de relación con el saber implica, además, entrar en actividad por medio de ese saber. Se trata de realizar una acción y poder analizar o anticipar los efectos de las acciones realizadas. El dominio acá no es de un objeto sino de una clase de actividad. Un tercer tipo de relaciones con el saber implica entrar en relación consigo mismo y con los otros a partir de ese nuevo saber. El sujeto se transforma a sí mismo. Ya no se trata solo de reflexionar sobre un objeto externo o de actuar sobre la realidad. El saber permite en este caso actuar sobre sí mismo y su vínculo con los otros, transformando a la propia persona. Esta clase de relación con el saber tiene una dimensión no solo cognitiva sino identitaria.

Tomemos dos ejemplos en los que creemos que se juegan progresivamente estos tres tipos de relaciones con el saber en la misma persona y respecto del mismo objeto matemático. Claudio aprende primero la multiplicación como objeto externo en la clase en la que Julia la muestra y la maestra la nombra y la difunde para todos. Pero Claudio no permanece en esa figura del aprender; pocos días después empieza a usar la multiplicación para resolver un problema de "sumas parejas" con su tarjeta de crédito en una situación extraescolar. La multiplicación ahora le permite desplegar una actividad nueva. Y luego, en un tercer momento, Claudio reconoce que aprendió en la escuela un nuevo conocimiento que usa y podrá seguir usando en su trabajo, reflexiona acerca de que aprendió en la escuela una nueva manera de resolver problemas de su vida cotidiana y de su mundo laboral. El conocimiento nuevo sobre la multiplicación adquiere un nuevo estatus: empezar a ser un “tipo” de ciudad, uno de los que saben. Se va transformando la relación de Claudio con la multiplicación desde objeto externo a herramienta de resolución de problemas, y luego adquiere una dimensión identitaria.

También Alicia realiza con la división un proceso que implica un cambio de posición subjetiva. Está feliz de estar aprendiendo a dividir. La división es por un lado un objeto que no poseía y ahora empieza a poseer al darse cuenta de que puede hacer divisiones por medio del cálculo mental de números redondos en cantidades pequeñas. También para Alicia la división es un medio para resolver problemas y desplegar acciones en torno a los cálculos que demanda el kiosco familiar, Alicia no solo empieza a conocer la división como objeto, sino que comienza a concebir la posibilidad de usarla de manera pertinente en situaciones extraescolares. No olvidemos que la división le permite a Alicia transformarse a sí misma y transformar sus vínculos con su marido y su hijo, y por qué no, con su padre. Para Alicia la división no constituye exclusivamente un conocimiento matemático que desea tener disponible como objeto. Es a la vez herramienta de resolución de situaciones que precisa resolver, es decir que le permite desplegar un tipo de actividad nueva. Es también un objeto que le permite imaginarse ayudando a su hijo con su propia escolaridad y satisfacer la demanda de su marido de ser ayudado en el kiosco familiar. Dividir para Alicia tiene, asimismo, una dimensión identitaria. (Retomaremos en el capítulo siguiente cómo Claudio y Alicia reorganizan y amplían sus conocimientos sobre la multiplicación y la división, respectivamente).

Saber otorga poder en varios planos simultáneamente. Por un lado, en el terreno simbólico, al poseer algo que no todos tienen y antes ellos mismos no poseían. En segundo lugar, en tanto otorga poder en términos reales por la posibilidad de actuar que ese saber les otorga y que ellos reconocen. Y en tercer lugar ese saber matemático les otorga poder porque opera al transformar los vínculos consigo mismo y con los otros.

• • •

En este capítulo hemos presentado un análisis de la Relación con el saber transversal a los diferentes casos. En primer lugar hemos abordado una descripción comparada de las diferentes movilizaciones para aprender. En segundo lugar analizamos cómo la dimensión temporal atraviesa a cada uno de los sujetos en los que se articulan, de manera diferente, sus pasados, sus presentes y sus futuros para determinar que el momento actual sea el elegido para estudiar. Luego analizamos el rol que ocuparon ciertas figuras decisivas que han transformado de alguna manera sus vínculos con el saber, inaugurando posiciones nuevas en los diferentes casos, destacando cómo la relación con el saber tiene una dimensión relacional. Por último, analizamos en particular la relación con las matemáticas que cada uno de los sujetos ha tenido y tiene, y sus ideas sobre la matemática, su aprendizaje y su enseñanza.

En el capítulo 5 enfocaremos el análisis, también transversal, de los conocimientos matemáticos relevados en los diferentes casos de nuestro estudio.

Capítulo 5. Conocimientos matemáticos relevados

En este proyecto nos hemos propuesto estudiar las relaciones con el saber y con las matemáticas de cinco sujetos adultos que inician la escuela primaria. En el capítulo 3 ambas cuestiones se presentaron organizadas en torno a cada caso y en el capítulo 4 hemos expuesto un análisis transversal de sus relaciones con el saber y con las matemáticas. En este capítulo desarrollaremos un análisis transversal de los conocimientos aritméticos relevados a partir de nuestros interrogantes iniciales:

- ¿Cuáles son sus conocimientos sobre la numeración y el cálculo? ¿Leen, escriben y comparan números de diversa cantidad de cifras? ¿Producen escrituras no convencionales? ¿Son las mismas que las que producen los niños?
- ¿Reconocen y utilizan la información que brinda la escritura numérica sobre el valor posicional como medio para resolver problemas? ¿Qué lugar ocupa el contexto del dinero en estos conocimientos?
- ¿Cómo resuelven problemas que involucran a las cuatro operaciones? ¿Qué estrategias de cálculo oral utilizan? ¿Qué resultados de cálculos tienen disponibles? ¿Qué estrategias de cálculo escrito usan o conocen? ¿Qué errores sistemáticos producen?

Una aclaración resulta necesaria. No estamos suponiendo que los recursos relevados de los sujetos estuvieran disponibles a priori y que a través de nuestro estudio los hemos simplemente develado. En muchas ocasiones los recursos que los adultos ponen en juego estaban efectivamente disponibles a priori, pero en otras ocasiones son producidos en las clases o en las entrevistas a propósito de las interacciones tanto con los problemas que se les presentaron como con los otros sujetos involucrados (maestra, entrevistadora, capacitadores docentes, otros alumnos). En estos casos asistimos entonces a momentos de producción o reorganización de sus conocimientos.[1]

Presentaremos una síntesis y un análisis de los conocimientos relevados a lo largo de clases y entrevistas sobre el sistema de numeración y las operaciones.

5.1 Sistema de numeración

5.1.1 Interpretación de números

Dos de los cinco sujetos (Claudio y Julia) leen correctamente y sin dudar números de dos, tres, cuatro o cinco cifras presentados de manera aislada, a pesar de tener incluso ceros intermedios. Por ejemplo, Julia lee 37, 108, 4000, 4004, 10.000 y 10.200, y Claudio, los números 72, 100, 80, 804, 574, 2000, 2080 y 2702 de manera convencional.

Isabel, Vicente y Alicia, en cambio, leen algunos números de una, dos, tres o cuatro cifras de manera convencional y presentan dudas o producen interpretaciones erróneas sobre otros números de tres o más cifras, especialmente aquellos que se escriben con ceros intermedios. Si bien Isabel lee convencionalmente estos números escritos de manera aislada: 36, 100, 480 408, frente a la escritura 2007 interpreta el número como doscientos siete. En principio podríamos considerar que este error es una confusión entre las escrituras convencionales de los nudos doscientos y dos mil. Sin embargo, Isabel justifica su interpretación apelando a la cantidad de ceros del 200, *"este es el doscientos siete, porque tiene dos ceros".* El error de interpretación

[1] Como hemos mencionado en el capítulo 2, adoptamos la concepción de aprendizaje de Piaget. En particular retenemos la idea de que el sujeto construye los conocimientos en un proceso en el que va atribuyendo significados a la realidad a través de sus interacciones con el medio, proceso en el que se van produciendo reorganizaciones sucesivas del conocimiento cada vez más adaptadas (Piaget, 1970; García, 2001).

responde a una concepción en la que la escritura de los números refleja la numeración hablada: si está escrito primero el 200 y luego el 7, entonces el nombre del número reflejará primero el doscientos y luego el siete, o sea, doscientos siete. Retomaremos esta cuestión en el apartado de producción de números.[1]

También Vicente lee convencionalmente números aislados de dos, tres y cuatro cifras, inclusive algunos de tres cifras que presentan ceros en la posición de las decenas: 37, 737, 808, 1000, 1500, 1506, entre otros. En ocasiones duda frente a la interpretación de algunos números, por ejemplo, al leer 737 oscila entre si empieza con setenta o con setecientos, pero lo resuelve rápidamente sin ayuda ni intervención mediante. En cambio, al número escrito 1030 lo interpreta, dudando, como diez mil trescientos. Alicia lee convencionalmente los números 3450 y 2300, pero frente a otros también produce interpretaciones erróneas.

No hemos identificado errores ligados a la interpretación de números de una cifra y casi ninguno para números de dos cifras, excepto confusiones que frente a una nueva mirada son corregidas por el propio sujeto de manera inmediata.[2] Encontramos, en cambio, dos tipos de errores en la interpretación de números de tres o cuatro cifras: ligados a una concepción yuxtapuesta de la escritura haciendo corresponder el nombre del número a los nombres de sus partes o ligados a la confusión entre nudos (por ejemplo, interpretando miles como diez miles). Si bien ambos errores podrían llevar a producir una misma interpretación (por ejemplo, interpretar 3005 como trescientos cinco) nos apoyamos, cuando es posible, en las explicaciones y justificaciones que los adultos producen sobre sus propias interpretaciones.

En los momentos de interacción en torno a los problemas y frente a las intervenciones de la entrevistadora hemos podido identificar la aparición de ciertas contradicciones que favorecieron una reorganización de los conocimientos numéricos.[3] Por ejemplo, Isabel conoce los nudos o números redondos y sabe que el cien tiene dos ceros, conocimiento que usa para la interpretación errónea de 2007 como doscientos siete. Se le propone –manteniendo la incertidumbre sobre la validez de su interpretación– leer el número 207 por ser el que ella había nombrado para interpretar el 2007. Esta intervención permite inicialmente profundizar las dudas de Isabel.[4] Ella conoce la escritura del 20 y, al utilizar la misma lógica que frente al 207, expresa sus contradicciones. Por un lado le parece que debería ser el veintisiete extendiendo su propia estrategia lectora, y por el otro sus conocimientos sobre cómo se escribe el número veintisiete le impiden estar cómoda con su propia interpretación. Isabel nos dice primero: "*este es un veinte (señalando el 20 de 207), y el siete ahí al lado, ¿qué quiere decir?, veinti… no, no es veintisiete".* Enseguida, explicando por qué le parece que no debe ser veintisiete dice "*Porque veintisiete está como este (señalando 27), y este tiene un cero (señalando el 0 de 207), entonces no es veintisiete".*

Luego de un extenso intercambio en el que hay momentos de interpretación y de producción a partir de sus escrituras aditivas, Isabel produce relaciones sobre la cantidad de ceros y logra leer convencionalmente los números 27, 207 y 2007, cuyas interpretaciones iniciales habían sido

---

[1] En el capítulo 2 hemos hecho mención a los estudios sobre el aprendizaje y la enseñanza de los números con niños pequeños realizados desde la investigación psicogenética y desde la Didáctica de la Matemática, que son referentes para este trabajo (Lerner, 1992; Lerner y Sadovsky, 1994; Quaranta, Tarasow y Wolman, 2003; Broitman y Kuperman, 2005). Hemos retenido de ellos la perspectiva respecto de la actividad constructiva del sujeto, la interpretación de las producciones no convencionales de los sujetos entrevistados como expresiones de un conocimiento implícito o explícito y no como ausencia de saber. Allí también hacemos referencia a estudios que han relevado conocimientos numéricos de adultos poco escolarizados en diversas regiones de América Latina (Ferreiro, 1983; Block y Nemirovsky,1988; Ávila, 1990, 2003a; Delprato, 2002, 2005).

[2] En este capítulo daremos cuenta de algunos errores constructivos (recurrentes y a los que subyace una conceptualización o una teoría) distinguiéndolos de aquellas simples equivocaciones asistemáticas en las que el sujeto de manera inmediata revisa y reconoce su error.

[3] En el capítulo 2 nos referimos a los aportes de la Teoría de Situaciones de Brousseau (1986) considerados para generar momentos de trabajo dirigidos a que los sujetos entrevistados produzcan, formulen y validen sus conocimientos matemáticos. El concepto de devolución permite prever intervenciones didácticas en las que se busca que los alumnos se comporten, al menos provisoriamente, como "sujetos matemáticos". Esta noción ha sido central en este estudio para instalar y sostener momentos productivos.

[4] En el capítulo 6 analizaremos desde una perspectiva didáctica las intervenciones que resultaron fértiles para el progreso de los conocimientos.

postergadas en la entrevista. Analizaremos algunos momentos de esos intercambios a propósito de la producción de números.

5.1.2 Producción escrita de números

Con respecto a la escritura de números al dictado, encontramos que dos de los cinco entrevistados (también Claudio y Julia) producen escrituras convencionales para números de una, dos, tres y cuatro cifras sean números redondos o no, e inclusive con ceros intermedios. Por ejemplo, Claudio escribe correctamente 500, 2009, 2524, 10.000 y 10.004, y Julia, los números 7000, 840, 15.000 y 2.802. Ambos utilizan en forma espontánea el punto para separar las unidades de mil y en ningún caso muestran dificultades ni presentan dudas para escribirlos.

En cambio Isabel, Vicente y Alicia escriben algunos números convencionalmente y frente a otros presentan errores o dudas. Por ejemplo, en situación de dictado de números aislados Isabel escribe convencionalmente los números 400, 401, 4000, 4008 –veremos más adelante que frente a números similares produce también escrituras no convencionales–; Vicente escribe convencionalmente los números 80, 100, 108, y Alicia, 32, 39, 85, 10000, 2000, 200, 2500, 250.

Veamos sus dudas y errores. Uno de los errores sistemáticos en la producción de números es la escritura llamada aditiva o yuxtapuesta. Esta concepción sobre la numeración escrita había sido ya relevada para niños pequeños:

> *Los niños elaboran conceptualizaciones acerca de la escritura de los números basándose en las informaciones que extraen de la numeración hablada y en su conocimiento de la escritura de los nudos.*
> *Para producir los números de cuya escritura convencional no se han apropiado aún, los chicos yuxtaponen los símbolos que conocen disponiéndolos de modo tal que se correspondan con el orden de los términos en la numeración hablada. (Lerner y Sadovsky, 1994:115).*

También fue identificada en algunos estudios con adultos no alfabetizados o poco alfabetizados. En su informe de investigación Emilia Ferreiro (1983) ubica en el grupo correspondiente al mayor nivel de conocimientos numéricos de la muestra de adultos analfabetos o poco alfabetizados con la que trabajaron el error de escribir 8006 para 806. Fernanda Delprato (2002) también refiere en su tesis la producción de bidígitos o tridígitos bajo esta hipótesis aditiva y las contradicciones que enfrentan los sujetos frente a la cantidad de cifras cuando los comparan con los nudos. Santiago Palmas (2011) encuentra esta clase de producciones en población adulta poco alfabetizada y la denomina “traducción literal”:

> *Usaré el nombre de traducción literal para designar a aquella representación (errónea) en la que el número se escribe como se escucha, es decir, a cada numeral le hace corresponder la cantidad de ceros que acarrea desde su escritura desarrollada. Por ejemplo, 258 se escribiría 200508.* (Palmas, 2011:17).

Nos interesa destacar que se trata de errores avanzados, en el sentido de que se requiere disponer de diversos conocimientos numéricos para escribir de esta manera. La elaboración de este conocimiento “en acto” [1] precisa como punto de apoyo la escritura convencional de los nudos y aparece coexistiendo con una gran disponibilidad de conocimientos que a continuación detallaremos.

[1] Gérard Vergnaud (1990, 1997) desarrolla las nociones de “concepto en acto” y “teorema en acto” para referirse a los conocimientos implícitos: *Los teoremas en acto son proposiciones aceptadas como verdaderas en la realidad, y tienen que ver con la verdad y la falsedad. Los conceptos en acto no son ni verdaderos ni falsos, sino solo pertinentes o no pertinentes. Su función es ante todo una función de selección: retener de la situación presentada lo que es necesario y suficiente para alcanzar el objetivo. No hay teoremas sin conceptos, ni conceptos sin teoremas. Y el proceso de conceptualización de lo real se apoya en ambas categorías a la vez.* (Vergnaud, 1994 [1997:69]).

Es interesante destacar que Isabel, Vicente y Alicia expresan sus dudas frente a esta clase de escrituras no convencionales diciendo en numerosas ocasiones que a ellos “les cuestan los ceros”, “que tienen problemas con los ceros”, “que los ceros les dan temor”, como hemos mencionado en el análisis de su relación con las matemáticas (capítulo 4).

Veamos algunos ejemplos. Para escribir ochocientos ocho, Vicente duda entre 808 y 8008, este último apoyado en la numeración hablada: “ochocientos ocho”, nombrando primero el “ochocientos” y luego “ocho”. Este error muestra que Vicente conoce y usa la escritura convencional del número 800. Pero duda entre dos hipótesis o teorías inicialmente implícitas que podríamos nombrar como: “la escritura del ochocientos ocho debe reflejar el nombre del número” y “la escritura del ochocientos ocho debe tener la misma cantidad de cifras que el 800”. Veamos cómo se transforman los conocimientos de Vicente luego de explicitar sus dudas sobre si el ochocientos ocho se escribe 808 u 8008:

(EV3,R118)

E: *Perfecto, está muy bien. Vamos a dejarlos un poquitito de lado, y yo le digo otro número, y a ver si eso nos ayuda. Ochocientos.*

V: *Ochocientos. (Escribe 800).*

E: *Ocho mil.*

V: *¿Ocho mil?*

E: *Sí.*

V: *¿Acá? (Escribe 8000).*

E: *Sí. Bueno, ahora que usted ya sabe que este es el ochocientos (señalando 800), y este es el ocho mil (señalando 8000), ¿cuál de estos dos le parece que será el ochocientos ocho? ¿Este o este? (Señalando 808 y 8008 escritos anteriormente por Vicente). Porque este es el ochocientos (señalando 800) y este es el ocho mil (señalando 8000), de eso está seguro, ¿no?*

V: *Nosotros ochocientos dijimos, ¿no?*

E: *Ochocientos ocho, cuando yo le pregunté cómo se escribe el ochocientos ocho, usted me dijo que dudaba entre estos dos (mostrando 808 y 8008).*

V: *Esta (señala 808).*

E: *¿Cómo hizo para estar ahora seguro? Hace un ratito no estaba muy seguro, pero ahora sí.*

V: *Porque ahora veo que el ocho, el cero y el ocho, ¿no cierto? Y acá me ponés el ocho, el cero y el otro cero. Acá, en lugar del cero, iría el ocho.*

E: *Ajá, ¿y entonces ese qué número sería? (Señalando el 8008).*

V: *Eh, ocho mil ocho.*

Durante la entrevista, Vicente utiliza como punto de apoyo el recurso propuesto de la escritura de los nudos y elabora una conjetura que le permite acortar su escritura aditiva, como él mismo dice: “*en el lugar del cero, iría el ocho*”. Luego de este intercambio Vicente reutiliza este conocimiento en el que explicita una relación que involucra considerar la posición de las cifras para producir, de manera inmediata, 707 y 7007, escrituras convencionales correspondientes a setecientos siete y siete mil siete.

Isabel escribe 300 para el trescientos y cuando se le dicta trescientos uno, escribe 3001, poniendo en juego su hipótesis aditiva bajo la cual “se escribe como se dice”. Sin embargo, entra en contradicción al pedido de escritura del número 3000, seguramente por su parecido a su producción de 3001:

(EI2, R232)

E: *Bueno, yo te digo y vos escribís los números, ¿dale? Em… trescientos uno*

I: *(Escribe 3001).*

E: *Tres mil (dictando).*

I: *Tres mil (escribiendo 3000). Ese es tres mil… porque ¿lleva tres ceros tres mil? ¿O lleva más ceros tres mil?*

Luego continúa escribiendo algunos números de manera convencional (2009 del año en curso y luego 2000 y 2008) pero al proponerle retomar su interpretación anterior del 2007 como doscientos siete profundiza sus propias contradicciones entre la concepción de escritura aditiva y la idea de que números próximos deben tener la misma cantidad de cifras. Veamos las interacciones en torno a la posterior interpretación de sus propias producciones:

(EI2,R254)

E: *Y este, ¿qué numero te parece que será? (Señalando el 2007 anterior que Isabel había nombrado como doscientos siete).*

I: *Dos mil siete.*

E: *¿Y vos te acordás como me dijiste antes que se llamaba?*

I: *Eh… no, ¿cómo te dije que se llamaba? Dos mil siete.*

E: *Me dijiste doscientos siete.*

I: *Ah, doscientos siete. ¡Ahhhhhhhh! Por los ceritos decís vos.*

E: *Yo todavía no dije nada, a ver, ¿vos qué decís de los ceritos? ¿De qué te diste cuenta?*

I: *No, yo porque, yo… por eso yo te digo que a veces… a mí me confunden los ceros.*

(…)

E: *¿Vos estás segura de que este es el dos mil nueve? (Señalando 2009).*

I: *Sí.*

E: *¿Y estás segura que este es el dos mil ocho? (Señalando 2008).*

I: *Sí.*

E: *Y este (señalando el 2007), que antes me dijiste que era el doscientos siete, y ahora me decís que es el dos mil siete, ¿qué te parece que será?, ¿el doscientos siete?, ¿el dos mil siete?, ¿qué pensaste de los ceritos?*

I: *No, No. Ahora porque este suponele… este dos mil nueve tiene los mismos ceros que tiene este (señalando 2007), tiene dos ceros en el medio y está el dos y está el siete al último, está como el nueve, entonces es el dos mil siete.*

En un momento posterior Isabel reflexiona sobre la cantidad de ceros y hacia el final de este extracto vemos que elabora una nueva conjetura similar a la que ha producido Vicente: "*el uno va en el lugar de los ceros*" (refiriéndose al 1 de 2001 que ocupa el lugar del último 0 de 2000). La escritura del año en curso (2009) –propuesta por nosotros pero producida convencionalmente por Isabel– le ha permitido reflexionar que dos mil y dos mil nueve pueden tener diferente cantidad de ceros. A pesar de ello las dudas de Isabel persisten:

(EI2,R296)

***E:** Mm, ¿este qué numero es? (Escribiendo 300).*

***I:** El trescientos.*

***E:** ¿Y este? (Escribiendo 301).*

***I:** Trescientos uno.*

***E:** Bueno, a ver, vamos a seguir ahí, escribí el trescientos de vuelta. Ese lápiz, pobre no tiene punta y te estoy dando…*

***I:** ¿El trescientos lleva dos ceros…? (Mientras escribe 300).*

***E:** Mm, ese es trescientos, ahora escribí trescientos uno. Mm, ahora acá abajo escribí el dos mil (Isabel escribe 200). Y …. este es el doscientos, ¿sí?*

(…)

***E:** A ver, vos me dijiste antes que este, yo te pedí el trescientos uno, y acá te pedí el dos mil uno (mostrando a Isabel sus escrituras 3001 y 2001).*

***I:** Entonces acá falta un cero.*

***E:** ¿Qué número te parece ahora que es este (señalando el 3001)?*

***I:** Eh… el trescientos uno.*

***E:** ¿Y este (señalando el 2001)?*

***I:** Dos mil uno.*

***E:** Y, te hago una pregunta, ¿Por qué te parece que este es el tres mil uno (señalando el 3001), y este es el doscientos uno (señalando el 2001) si tienen la misma cantidad de ceros?*

***I:** No, quiero decir que este es el trescientos uno, porque le falta un cero, no te olvides que este lleva tres ceros, y esto me confunde a mí (riéndose).*

***E:** Ja, ja…*

***I:** Yo creo que voy a tener que empezar a trabajar con esto porque… para poder aclarar mi mente con esto, porque esto…*

***E:** Y este que es el dos mil nueve (señalando el 2009), ¿por qué tiene dos ceros, y no más?*

***I:** Porque es el dos mil.*

***E:** Pero vos me decís que el dos mil tiene tres ceros. Acá el dos mil lo escribiste con tres ceros, ¿por qué el dos mil nueve, que es el del año, va solo con dos ceros?*

***I:** Porque lleva un número adelante del cero, y este no lleva número adelante del cero. En el lugar del nueve este va un cero más. Y yo creo que siempre que va un cero más es como que aumenta más el tres mil y el trescientos, entendés, eso es lo que yo creo.*

Luego de un extenso intercambio –en el que continúa reflexionando sobre la cantidad de ceros y la escritura de los números–, Isabel escribe directamente y en forma correcta 400, 401, 4000 y 4001 también, como Vicente, logrando reutilizar los conocimientos producidos en interacción con los problemas enfrentados y con la investigadora.

Alicia escribe convencionalmente números redondos como mil y diez mil, y produce escrituras aditivas a partir de ellos. Por ejemplo, escribe 10008 para mil ocho, 100010 para mil diez, 100008 para diez mil ocho. Cuando Alicia escribe dos mil ocho como 20008 autónomamente recurre a la escritura del año en curso (2009) para revisar su propia producción:

(EA3,R21)

E: *Dos mil.*

A: *(Escribe 2000).*

E: *Dos mil ocho.*

A: *(Escribe 20008 con expresiones de duda).*

E: *Vos antes dijiste: "No sé si están bien", y ahora pusiste cara de duda. ¿Podrías explicarme un poco qué dudas estás teniendo?*

A: *Por los números, por los… yo no sé si te había comentado que tengo ese problema… o sea, no sé los… el cien y mil bueno… pero ya cuando me decís más números, más… ceros ya como que me confundo.*

E: *¿Y qué duda tenés puntualmente ahora? Porque parecería que tenés una duda en particular, por tu cara al escribir los números…*

A: *No, estaba pensando en la fecha, porque… dos mil nueve (escribiendo 2009), estamos, ponele, cuando se pone cero nueve nada más (escribiendo 09), no sé si está bien así… pero sí, creo que sí.*

E: *Mm, y esta escritura del dos mil nueve que vos hiciste acá, ¿estás segura de que es correcta?*

A: *No. Sí.*

(Se produce un diálogo acerca de dónde puede encontrar el 2009 escrito).

A: *(Busca y mira la escritura 2009 en la primera hoja de la agenda). Ajá, está bien.*

E: *¿Cuál está bien?*

A: *Este (señalando su propia escritura anterior 2009).*

E: *Mm, entonces…*

A: *Este está mal (señalando su propia escritura 20008 hecha para dos mil ocho).*

E: *Ajá, ¿qué pensaste?*

A: *Dos mil ocho me dice.*

E: *Sí, ¿cómo…?, ¿qué estás pensando cuando mirando la escritura del dos mil nueve –que ahora sabés que es correcta porque esta así en la agenda–, mirás la del dos mil ocho y te parece que no está bien?*

A: *Porque un cero está de más.*

E: *¿Y cómo lo escribirías?*

A: *Porque me dijiste, dos mil ocho me dijiste vos, ¿no?*

E: *Sí.*

A: *O sea, serían estos… acá, y esto no (tacha el 8 de 20008 y escribe sobre el último 0 un 8).*

E: *Mm, a ver, ¿la escribirías abajo como te parece que es ahora?*

A: *Así. Dos mil ocho (escribe 2008).*

E: *Mm, o sea ahora la escribirías con un cero menos.*

A: *Claro.*

E: *Mm, ¿y por qué? O, ¿qué pensaste para hacer esto? ¿Por qué cambiaste de idea?, ¿de qué te diste cuenta?, ¿o qué cosas te quedaste pensando…?*

A: *Por la fecha realmente, porque dos mil nueve, y dos mil… me dijiste dos mil ocho, es lo mismo, o sea un número más. O sea un cero está de más, por eso me quedé dudando. Dos mil… sí, está bien (escribe nuevamente 2000).*

Vimos como Vicente e Isabel elaboran una nueva conceptualización: “un número va en el lugar del cero”; Alicia directamente la pone en acto al tachar el último número 8 y escribir el nuevo 8 sobre el último 0. Es decir que los tres ponen en juego esta idea de manera más o menos explícita.

Apelar a la escritura de números redondos que conocen y funcionan como escrituras estables también es un recurso espontáneo. Por ejemplo, Isabel recurre al 100 para escribir 600.

(C5,R261)

I: *(Para calcular cuántos tomates hay en 6 bolsas si hay 100 en cada una): uno, dos, tres, cuatro, cinco y seis… cien tomates… seiscientos tomates. ¿No? ¿Está bien? Y el seiscientos... ¿Cuántos ceros tiene el seiscientos? ¿Tres?*

C2: *¿Cuántos ceros lleva el seiscientos? ¿A ver?*

I: *Si el cien lleva dos…*

Igual que a Isabel, a Vicente se le propone utilizar como punto de apoyo la escritura del año en curso, 2009. El conocimiento del número del año funciona como un referente estable que Vicente escribe de manera convencional y que puede usar como fuente de información. Sin embargo, al analizar cómo se escribirá el número dos mil, consultando su propia escritura 2009, duda entre 200 y 2000. Para ambos existe una lógica. Si dos mil nueve se escribe 2009, podría ser, apelando al nombre del número, que el 200 correspondiera a “dos mil” y el 9 a “nueve”, utilizando la hipótesis de escritura que reproduce la oralidad. Por otra parte, entra en juego la otra hipótesis acerca de que el número dos mil nueve debe tener la misma cantidad de cifras que dos mil, justificando entonces 2000 como la escritura correcta. Vicente duda entre ambas, aunque finalmente reconoce el número 2000 como dos mil.

(EV3,R200)

E: *No está seguro cuál de estos dos es el dos mil (mostrando sus escrituras 200 y 2000).*

V: *No estoy seguro.*

E: *Bueno, le voy a dar una pista: ¿sabe en qué año estamos?*

V: *En el dos mil nueve.*

E: *Dos mil nueve, ¿se anima a escribirlo a dos mil nueve?*

V: *Dos mil nueve, como se escribía… dos mil… ¿así? (Escribe 2009).*

E: *Saber que este es el dos mil nueve (señalando 2009), ¿lo ayuda a pensar cuál de estos dos es el dos mil?*

V: *Sí, es este (señala el 200).*

E: *¿Es este? ¿Por qué?*

V: *Porque lleva dos… ¡ah no! este, perdón (señala el 2000).*

E: *¿Por qué a ver?, cuénteme Vicente por qué cambió de idea. Porque cambió de idea.*

V: *Por qué cambié de idea, porque acá tenemos tres ceros, y acá tengo dos ceros, y antes de tres, lo tengo al nueve. ¿Es así?*

E: *Ajá. ¿Y este que número será?*

V: *Doscientos.*

Otros errores que encontramos obedecen a una confusión entre los nudos de referencia, es decir, nombrar a los números, o escribirlos como si tuvieran una cifra más o una cifra menos. Por ejemplo, Isabel interpreta 1190 como ciento noventa y como ciento diecinueve. Este número había sido escrito por ella como resultado de una suma realizada de manera algorítmica. A partir de una intervención docente que pone en duda la corrección de la respuesta Isabel recurre espontáneamente al cálculo mental oral para reconstruir el resultado y revisar la interpretación del número ya escrito. Realiza un cálculo estimativo por medio del redondeo y logra identificar que el resultado está en el orden de los miles y no de los cienes. Este recurso le permite realizar una segunda interpretación correcta del número escrito.

(C3,R168)

C2: *A ver... Acá hay algo que hace ruido. ¿Qué es lo que te hace ruido?*

I: *El cero, porque acá mirá, yo saqué la cuenta, mirá, tapo acá (vuelve a la cuenta y tapa el resultado) cero más cero, cero, tengo ocho más uno, nueve, pongo el nueve. Y acá tengo siete más cuatro, once.*

C2: *Bien.*

I: *Y entonces, ¿cuánto tengo vendido? setecientos más cuatrocientos... tengo... Mirá…*

C2: *Pensá... si fuera cuatrocientos más setecientos, ¿cuánto tendría?*

I: *Serían, setecientos más cuatrocientos, serían mil cien. (Haciéndolo mentalmente).*

C2: *Mil cien, o sea que setecientos más cuatrocientos serían mil cien.*

I: *Claro, porque si yo tengo setecientos más trescientos serían mil nada más, pero acá tengo cuatrocientos más setecientos tengo mil cien.*

C2: *Entonces, ¿qué número sería este? (Señalando el 1190 de la cuenta).*

I: *Mil ciento noventa.*

También hemos encontrado otro ejemplo donde recurren al cálculo para validar una escritura. Alicia tiene contradicciones, como hemos mencionado ya, sobre la cantidad de ceros y su permanencia al escribir números no redondos. En esta ocasión frente a sus dudas recurre –además de a referentes estables– al cálculo para justificar su producción. Posiblemente se trate de una justificación para la entrevistadora y no de un recurso para resolver su problema; sin embargo, es interesante –y original– la relación que pone en juego entre cálculo y escritura: el cálculo le permite justificar.

(EA3,R194)

E: *… ¿Cómo pensás que se escribe el número mil?*

A: *Mil… (escribe 1000).*

E: *Mm, ¿de ese estás segura?*

A: *Sí…*

E: *¿Por qué estás segura?, ¿de qué te das cuenta?, ¿qué mirás?, ¿en qué te fijás?*

A: *Por los… por los ceros.*

E: *Mm, ¿en qué te fijás?*

A: *O sea, acá serían mil más mil, serían dos mil (escribiendo 1000*

1000

2000).

A partir de ambos ejemplos analizados creemos posible conjeturar que para los adultos con bajo o nulo nivel de escolarización los cálculos orales son un punto de apoyo para pensar en la escritura de números. Si bien en ambos casos hay una escritura del cálculo, el procedimiento de resolución usado es predominantemente oral. La disponibilidad de estrategias de cálculo mental oral, de resultados memorizados o de cálculos estimativos parece ser un punto de apoyo para pensar en la escritura de números, reconocida por varios como un problema. Evidentemente esta relación es muy diferente en los niños, que suelen aprender a realizar cálculos orales o escritos cuando ya tienen cierto dominio de la escritura de la porción de la serie involucrada en el cálculo.[1]

También encontramos otros recursos explícitos que los ayudan a pensar en la escritura de los números. Frente a las dudas sobre cómo se escribirá el número mil ciento once, Alicia solicita a la entrevistadora que le muestre cómo se escribe. Alicia duda de la existencia del número mil ciento once pero una vez escrito, lo lee espontáneamente descomponiéndolo en mil, cien y once, señalando las cifras en cada paso. Sin duda, a Alicia el análisis del valor posicional le es en este caso un punto de apoyo para reflexionar sobre la escritura de los números:

(EA3,R297)

E: *¿Cómo sería el mil ciento once?*

A: *No sé, ja, ja.*

E: *Más o menos, dale, pero animate, animate que vamos.*

A: *No, no sé. Me sale a mí decir así, pero en realidad no es, capaz que… mil cien, mil once es la palabra, no mil ciento once, ¿cómo hacés mil ciento once?*

E: *¿Cómo hacés en dónde?*

A: *¿Se puede escribir “mil ciento once”?*

E: *¿El número?*

A: *Sí. ¿Cómo?*

E: *Te voy a contestar, ¡porque me estás preguntando muy directo! ¡Así que te voy a contestar!*

A: *¡Es mucho para mí!*

E: *Mil ciento once (escribiendo 1111).*

A: *Ah, este es el mil (señalando el primer 1), este el cien (señalando el segundo 1), y este, el once (señalando los dos últimos 1). El número es un tema.*

Y también el conteo le permite a Alicia pensar en el nombre del número:

(EA3,R316)

E: *Eh… bueno, a ver, este es el mil ciento once, ¿sí? (Señalando 1111).*

A: *Ajá, mil ciento once, o sea, dije bien, ¡existe mil ciento once!*

E: *El mil ciento once existe.*

A: *Mil ciento once… (con una entonación y gestos para seguir contando en voz alta).*

E: *¿Qué estabas pensando?, ¿cómo se cuenta después del mil ciento once?*

A: *Claro.*

---

[1] Tal vez este recurso podría estar disponible si los niños realizaran un análisis de la escritura de números para una porción no dominada aún, por ejemplo, niños pequeños que pudieran elaborar que “un millón más un millón son dos millones” pero que aún no manejaran la escritura convencional de esos números.

E: *¿Cómo se cuenta?*

A: *Mil ciento once, mil ciento doce, y sigue.*

E: *Mm.*

A: *Pero yo pensé que lo estaba, lo decía mal.*

Otro error que aparece es la cantidad de ceros en la escritura de los nudos de varias cifras. Por ejemplo, Vicente confunde la cantidad de ceros entre cien, mil, diez mil. Inicialmente escribe diez mil como 1000 frente a lo cual se le propone escribir mil. Vicente escribe 100. Se le propone escribir cien y se enfrenta a la contradicción entre su teoría implícita, en la que debe disminuir la cantidad de ceros, y la escritura del número 100, que funciona como una escritura estable. La intervención de proponer a partir del error de la primera escritura distintos nudos en magnitud decreciente se ha revelado fértil, en tanto le permite a Vicente revisar sus propias escrituras al llegar a aquella que conoce y de la que está seguro.

(EV3,R148)

E: *Diez mil, ¡epa! (Dictando).*

V: *Diez mil (repitiendo mientras escribe 1000).*

E: *Mil.*

V: *(Escribe 100).*

E: *Cien.*

V: *(Escribe 100) Ah, ah, este… (mirando las dos escrituras iguales de 100 para números distintos y dudando).*

E: *¿Qué pasó?*

V: *Me falta otro cero, ¿no?*

E: *Ajá.*

V: *Sí.*

E: *¿Y entonces este qué número es?*

V: *¿Qué me pediste? Diez mil.*

E: *Primero diez mil, después mil y después cien.*

V: *Mil. No, los dos tengo con… igual. ¿Acá me falta otro cero?*

E: *Mm.*

V: *Ahí está (agrega un cero al 100 que era para mil y otro cero al 1000 que era para diez mil).*

E: *Bueno, entonces ¿este cuál es? (Señalando 10000).*

V: *Diez mil.*

E: *¿Este? (Señalando 1000).*

V: *Mil.*

E: *¿Y este? (Señalando 100).*

V: *Cien.*

Así explica Vicente cómo se dio cuenta:

(EV3,R179)

V: *Porque no podía ser dos del mismo... con los tres números. Con los tres ceros. Uno tendría que llevar eh, más. El de diez mil, ¿está?*

Algo similar se le propone con los números veinte mil, dos mil y doscientos. Enfrentarse a la escritura conjunta y progresiva de estos números le permite a Vicente reorganizar su propia producción. Hemos mencionado anteriormente la fertilidad de la intervención de ir solicitándole que escriba el número que él ha escrito de manera no convencional. Veamos cómo en la misma entrevista Vicente parece apropiarse de este recurso al nudo inmediato próximo y utilizarlo espontáneamente:

(EV3,R228)

E: *A ver, ¿probamos una vez más?*

V: *Dale.*

E: *Quinientos.*

V: *Quinientos… (Escribe 50). Eh, este es cincuenta. Ahí está (le agrega un 0).*

Si bien no pensamos que estas intervenciones han provocado conceptualizaciones que ya son definitivas o estables, Vicente logra producir inmediatamente nuevas escrituras convencionales:

(EV3,R232)

E: *Cinco mil.*

V: *(Escribe 5000).*

E: *Quinientos cinco.*

V: *Quinientos… cinco (mientras escribe 505).*

E: *Cinco mil cinco.*

V: *Cinco mil… cinco mil… ¿así? (Mientras escribe 5005).*

E: *A ver, ¿qué números son?*

V: *Quinientos, cinco mil, quinientos cinco, cinco mil cinco (leyendo 500, 5000, 505 y 5005).*

También pudimos constatar que el trabajo simultáneo con nudos de diferente cantidad de ceros es potente para la generalización de la conjetura “el cinco va en el lugar de los ceros” que Vicente elaboró para los miles. Se le propone luego escribir los números cinco mil, cincuenta mil, cincuenta mil cinco, quinientos mil, quinientos mil cinco sucesivamente, y Vicente reutiliza los conocimientos producidos anteriormente:

(EV3,R244)

E: *…Cincuenta mil cinco.*

V: *Cincuenta mil… está (mientras escribe convencionalmente 50005 y se muestra muy contento).*

E: *Y está un poco contento me parece, ¿no? ¿Por qué? ¿Qué pensó?*

V: *Porque lo agarré enseguida.*

E: *¿Qué agarró? A ver, cuénteme qué agarró.*

V: *Acá le puse cuatro ceros (señalando el 50000), tengo que llevar tres ceros y poner un cinco.*

Al explorar simultáneamente los números cincuenta, quinientos, cinco mil, cincuenta mil, quinientos mil, cinco millones, todos ellos también con "un cinco final" Vicente explicita su hipótesis inicial de escritura aditiva. Pregunta para la escritura del cincuenta mil cinco: "*¿Va afuera, va totalmente con los cinco ceros, y aparte el cinco*?" realizando una clara puesta en palabras de su propia conjetura en proceso actual de revisión.

(EV3,R344)

E: *Este es el quinientos mil, ¿eh? (señalando el 500.000). Para escribir el quinientos mil cinco…a ver…*

V: *¿Tendría que ir acá, el cinco? (Señalando el último cero de 500.000).*

E: *A ver…*

V: *¿Ahí no iría el cinco? Quinientos mil…*

E: *Escríbalo, escríbalo y después vemos, no hay problema. No sabe si va acá, ¿o dónde?*

V: *No sé si lleva cuatro ceros quinientos mil.*

E: *Este es el quinientos mil, ¿sí? El quinientos mil cinco... ¿se acuerda cuando recién mirábamos el dos mil…?*

V: *Quinientos mil cinco. ¿Va afuera, va totalmente con los cinco ceros, y aparte el cinco?*

Otras conjeturas que aparecen de manera implícita podríamos nombrarlas de la siguiente manera: "si dos números se dicen parecido, entonces se escriben parecido", o "si dos números se llaman parecido tienen la misma cantidad de cifras". Veámoslas puestas en juego por Alicia:

(EA3,R220)

E: *(…) Yo no te contesto todavía si está bien o no… vamos a ver: vos antes escribiste así mil ocho (señalando 10008), y así ahora escribís mil nueve (1009).*

A: *Esa está mal (señalando 10008).*

E: *¿Te parece que esta está mal?*

A: *Sí.*

E: *¿Mil ocho? (Alicia empieza a tachar un 0) ¿Cómo escribirías ahora mil ocho?*

A: *(Escribe 1008).*

E: *Y, ¿por qué cambiaste de idea?*

A: *Y porque acá me dijiste mil nueve, y después me preguntaste: "Cómo escribirías mil ocho", o sea, es casi lo, es lo mismo. Es, tiene que sacarle nada más que un cero.*

E: *O sea, vos ahora pensás que hay que sacarle un cero a este, que mil ocho se escribe "uno, cero, cero, ocho". ¿Y por qué te parece que este no es el mil ocho ahora? (Señalando 10008).*

A: *Fijándome en este. Porque este es mil nueve (1009), y yo miro acá y mil ocho. Un cero está de más.*

(EA3,R243)

E: *A ver, te digo otro número para que escribas: mil novecientos… ¿vos en qué año naciste?*

A: *En el setenta y cinco.*

E: *En mil novecientos setenta y cinco. ¿Te animás a escribir mil novecientos setenta y cinco? ¡Ay que carita de susto! Bueno, no te preocupes si no te sale.*

A: *¿Así? (Escribe 10075).*

E: *Bueno, te voy a dar una pista… mil…*

A: *(Sin dejar que E termine la pista). O se escribe directamente… no, no puede ser, ¿o sí? (Escribe 1075).*

E: *Te voy a dar una ayuda: este que escribiste último es el mil setenta y cinco. Pero vos naciste en el mil novecientos setenta y cinco.*

A: *Ah… mil novecientos… ¿sería así? (Escribe 1975).*

E: *Sí.*

A: *Mil novecientos setenta y cinco (leyendo 1975).*

(EA3,R208)

E: *Mm, y entonces hasta ahí estás segura. Vos ya sabés que el mil se escribe así. ¿Cómo se escribirá…? Ya sabés que el dos mil se escribe así, el mil se escribe así, y el dos mil nueve se escribe así, de estas tres estás segura (señalando cada vez las escrituras correctas).*

A: *Ajá.*

E: *¿Cómo se escribirá el mil nueve?*

A: *Serían la mitad de esto (señalando 2009). O sea… porque dos mil nueve lleva dos ceros, y bueno, mil nueve tiene que llevar, supuestamente, dos ceros también… mil nueve (escribiendo 1009).*

En este último extracto vemos cómo Alicia hace explícita esa relación de la cantidad de ceros que debe tener el número.

El análisis de los conocimientos sobre la interpretación y la producción de números presentados en los dos últimos apartados nos permite identificar dos grupos. El primero constituido por Claudio y Julia, que leen y escriben correctamente números de varias cifras sin dudar, usando incluso puntos para separar los miles. El segundo grupo formado por Isabel, Vicente y Alicia, quienes disponen de amplios conocimientos sobre los nudos o números redondos de varias cifras, logran escribir convencionalmente números de una y dos cifras, y muchos números de 3 y 4 cifras, realizan interpretaciones y producciones no convencionales en las que sobresale la hipótesis de yuxtaposición a partir de la numeración hablada. También es notoria la potencia de referirse a formas fijas como el año en curso (2009) o nudos conocidos para revisar las propias escrituras. El recurso al cálculo mental, preferentemente oral, también se presenta en este grupo como apoyo para reflexionar sobre la numeración escrita. Aparece también –y en ocasiones como promotora de avances– la idea de que números próximos o similares deben tener la misma cantidad de cifras. También advertimos la presencia de errores ligados a la confusión entre órdenes contiguos para números de varias cifras.

Los sujetos entrevistados del segundo grupo han puesto de manifiesto el trabajo sistemático de elaboración de regularidades del sistema de numeración que –lejos de permitirnos interpretar en términos de ausencia de conocimientos– nos muestra la permanente actividad de elaboración de conjeturas en cuanto a la cantidad de cifras en general o de ceros en particular. Los datos ponen de manifiesto una actividad constructiva en la que los sujetos elaboran teorías sobre la numeración, las ponen a prueba, ensayan, utilizan con comodidad una gran variedad de recursos que ya tienen disponibles, los transforman y durante ese proceso explicitan en ocasiones las nuevas preguntas que les van surgiendo de esta actividad productiva en interacción con este objeto de conocimiento. En la relación personal con la numeración de los tres alumnos del segundo grupo mencionado, destacamos cómo son conscientes de lo problemático que les resultan los ceros, su interés sostenido por revisar las propias ideas e involucrarse en un trabajo productivo en torno a la escritura o la lectura de números (tengamos en cuenta que algunos intercambios sobre la numeración duraban 30 o 40 minutos). Observamos también la reutilización espontánea de aquellas relaciones numéricas producidas con la intención de revisar sus conocimientos para leer y escribir nuevos números, o bien para producir teorizaciones más adaptadas.

(EV3,R387)

> ***V:*** *Sí. Me gusta esto porque es otra cosa de que… que yo a veces ando con muchos números, no ando con mucha plata pero ando con muchos números.*

No tenemos explicaciones acerca de la diferencia de conocimientos numéricos entre ambos grupos. La edad, el género, el nivel de alfabetización, la trayectoria escolar, el tipo de trabajos que realizan, las experiencias familiares, las características de sus lugares de residencia no constituyen variables que nos hayan permitido interpretar su origen. Sin embargo, las diferencias entre ambos grupos resultan mínimas al compararlas con los resultados obtenidos en otros estudios con adultos analfabetos entre los cuales se encuentran algunos sujetos que no dominan la serie numérica escrita para números de una o dos cifras (Ferreiro, 1983; Block Sevilla y Palmas Pérez, 2011).

Nuestra intención no es generalizar que todos los adultos no escolarizados o con bajo nivel de escolarización que inician la escuela primaria en la Ciudad de Buenos Aires disponen de estos conocimientos numéricos. Simplemente compartimos que los cinco casos de nuestro estudio tienen una gran disponibilidad de conocimientos numéricos independientemente de su nivel de escolaridad o de alfabetización, y que es posible que haya otros alumnos en condiciones próximas.

5.1.3 Interpretación y producción de números con coma

Hemos identificado diferencias sustantivas entre los sujetos en torno a las notaciones decimales en el contexto del dinero. Por ejemplo, Julia, con mayor experiencia escolar y de trabajo administrativo, interpreta y produce convencionalmente la coma en el contexto de precios. Es interesante destacar que para referirse al mismo precio (un peso y cuarenta centavos, $ 1,40) lo nombra de dos maneras diferentes “uno cuarenta” para la oralidad y “un punto y cuarenta centavos” o “un peso” cuando se trata de leerlo. También utiliza dos notaciones diferentes, coma o punto, de manera indistinta para separar pesos de centavos, del mismo modo que en el uso social actual.

(EJ3,R231)

> ***J:*** *Acá el kilo esta a uno cincuenta, uno cuarenta… hay diferencia.*
>
> ***E:*** *¿Me anotarías ese precio por kilo?*
>
> ***J:*** *¿Uno cuarenta?*

E: *Sí.*

J: *Un punto y cuarenta centavos sería eso (escribiendo 1,40 con coma aunque dice "punto").*

E: *Mm. Em, cuando vos hiciste eso, hiciste… ¿esto qué es, un punto?*

J: *Es una… es un punto que me separa que estos son centavos y este es el "un peso".*

E: *Ajá.*

J: *Entonces me separa… es algo de la separación para saber si este es un cincuenta centavos, entonces yo por decirlo voy a sumar, acá tengo dos kilos de peras, para saber cuánto salen, entonces yo me pongo… llevo, y entonces tengo siete pesos (escribiendo debajo de 3,50 otra vez 3,50 y haciendo la suma vertical, escribiendo el 1 arriba de los 3 que se "lleva", como resultado le queda 7.00 con punto esta vez).*

Julia explica por qué ella prefiere hacer la coma, aunque a veces haga un punto:

(EJ3,R251)

E: *Ajá, y a veces vos haces el punto y a veces haces la coma, ¿es lo mismo?*

J: *Para mí es mejor la coma que el punto, porque si el punto me significa que puede ser mil.*

E: *Ajá.*

J: *Punto de mil, que me da. Cuando lo hago la coma es que… me significa que son décimos… ¿décimos? Centavos.*

Claudio también interpreta el punto decimal en la calculadora. Por ejemplo, en una ocasión, al hacer el cálculo aproximado presentado de manera aislada 553:4 obtiene un resultado que contextualiza al dinero: "ciento treinta y siete con moneditas". Luego realiza el cálculo con calculadora y continuando con su contextualización al dinero, interpreta correctamente el punto separando pesos de centavos.

(EC4,R246)

E: *(…) ¿Cuánto te parece que podría dar quinientos cincuenta y tres dividido cuatro?*

C: *(Piensa un ratito). Y daría… ciento treinta y cinco… (sigue pensando…)*

E: *Más o menos, ¿eh?*

C: *Y daría… ciento treinta y siete con moneditas por ahí… ciento treinta y ocho puede llegar a dar capaz.*

C: *Mm. Ciento treinta y siete con moneditas, o ciento treinta y ocho. ¿Querés probar con la calculadora? A ver. Quinientos cincuenta y tres dividido cuatro.*

C: *Quinientos cincuenta y tres dividido cuatro. (Hace con la calculadora). Ciento treinta y ocho con veinticinco centavos.*

E: *Bueno, ¡impresionante! Ciento treinta y ocho con veinticinco centavos. A ver, ¿puedo ver cómo te quedó? Mm. ¿Cómo sabés que esos son veinticinco centavos?*

C: *Y porque está el puntito ahí.*

Ambos pertenecen al que hemos nombrado como primer grupo respecto de los conocimientos anteriores.

En cambio, otros de los sujetos entrevistados tienen dificultades para interpretar o producir escrituras con la coma decimal en el contexto del dinero y explicitan sus contradicciones y dudas al respecto:

(EV4,R247)

E: *Bueno… Yo le voy a anotar algunos precios y usted me dice cuánto es (anotando $ 23,40).*

V: *Eh, dos mil trescientos cuarenta, ¿es así?*

E: *Ahora, ahora vamos. Y, si usted tuviera que pagar esta cantidad, ¿con cuánto la pagaría?*

V: *Eh… veintitrés billetes de cien, y cuatro de diez.*

En el extracto anterior vemos a Vicente interpretar el número como si no tuviera la coma, es decir, como si fuera 2340. Incluso realiza una descomposición “correcta” en billetes de $ 100 y de $ 10, coherente con su interpretación de “dos mil trescientos cuarenta”. Veamos otros aspectos:

(EV4,R253)

E: *¿Y este precio? (Escribiendo $ 0,50).*

V: *¿Este qué es, un nueve? (Señalando el cero y la coma juntos, 0,).*

E: *No, cero coma cincuenta.*

V: *¿Cincuenta centavos, o cincuenta pesos?*

Vicente duda del significado de la coma decimal hasta incluso confundirla con la grafía de otro número. Al aclararle que se trata de una coma duda de si se trata de pesos o centavos. En el extracto siguiente vemos a Vicente interpretar la expresión $ 6700,00 en un presupuesto de su propio trabajo (escrito por otra persona). Si bien interpreta que lo que está después de la coma son centavos no lo considera como cero centavos:

(EV4,R286)

E: *En ese presupuesto hay un precio, ¿no es cierto? Que dice…. Seis mil setecientos. Y esto, ¿sí? ¿Qué querrá decir? (Señalando los ceros correspondientes a centavos del presupuesto que dice $ 6700,00).*

V: *Eh, centavos.*

E: *¿Y cuántos centavos dice ahí?*

V: *Dos. Dos centavos, van a ser dos ceros.*

Luego de una breve interacción con la entrevistadora sobre escrituras con pesos y centavos, Vicente usa el punto pero continúa con sus dudas sobre si es necesario o si es posible escribir los ceros en los centavos. Por ahora para Vicente no se torna necesario usar la coma. Incluso pregunta si no es lo mismo escribir con el punto que “al derecho” (sin el punto). Finalmente, también vuelve a interpretar pesos con centavos en su propia escritura sin el punto:

(EV4,R317)

V: *(…) Hoy voy a comprar dos arrancadores para este, uno me cobra tres pesos, porque es marca Phillips, el otro me dice: "sale dos con veinte", en total cinco veinte.*

E: *¿Podría escribir ese precio?, ¿el precio total que pagó?*

V: *Cinco… eh… veinte. Eh, ¿lleva el puntito acá? ¿Así? (Escribiendo 5.20).*

E: *Sí. Si usted lo hubiera…*

V: *No, el cero no lleva… (Refiriéndose al 0 de 5.20).*

E: *¿Por?*

V: *¿O sí?, ¿o lleva?*

E: *Sí, sí, se puede escribir así. Usted, si lo hubiera tenido que escribir antes de hoy, ¿también lo hubiese escrito así con el puntito ese?*

V: *Mmm. No.*

E: *¿Cómo hubiese escrito?*

V: *Al derecho, ¿no es lo mismo?*

E: *¿Cómo lo hubiera escrito?*

V: *Sin punto.*

E: *¿Cómo?*

V: *Sin ningún puntito, así (escribiendo 520).*

E: *¿Y qué número sería este?*

V: *Para mí sería eh… cinco con veinte.*

Alicia también presenta dudas respecto de cómo producir notaciones para representar pesos y centavos. Escribe doscientos y entra en confusión porque al interpretar su propia escritura 200 dice que son 2 pesos. Al pedirle luego que escriba dos pesos escribe también 200:

(EA3,R73)

E: *Mm, y, a ver, eh… ¿que este es el dos mil estás segura? (Señalando 2000).*

A: *Sí, porque el doscien… doscientos pesos serían… tienen dos números… sí, dos ceros. No, dos pesos. Esos son dos pesos (escribiendo 20,0), y esos son doscientos pesos (escribiendo 200).*

E: *A ver, ¿cómo escribirías doscientos pesos?*

A: *(Escribe 200 $). Esos son doscientos pesos.*

(…)

A: *Claro, porque vos me pedís dos pesos, yo te pongo dos pesos, son estos… (Señalando 200).*

E: *Sí…*

A: *Dos mil pesos son estos… (Señalando 2000).*

E: *¿Y doscientos pesos como lo pondrías?*

A: *Doscientos… doscientos pesos serían… ¿estos? ¿Así? (escribiendo 200)*

E: *Mm, ¿y qué diferencia hay…? Dale, vos estabas señalando…*

***A:** Sí, dos pesos. Sí.*

***E:** ¿Qué te quedaste pensando, Alicia?*

***A:** El… ¿Qué diferencia hay entre los dos pesos, como se escribe, o sea el… los dos pesos y los doscientos pesos? Es casi lo mismo (señalando 200 y 200).*

Más adelante Alicia vuelve a retomar sus contradicciones:

(EA3,R150)

***A:** Es que yo hago esto así… y, o sea no… por ejemplo, si hay un problema y yo pongo: "Total: doscientos pesos". Y acá otro problema: "Dos pesos", y pongo otra vez lo mismo como que… no se va a entender.*

No hemos encontrado ninguna explicación acerca de por qué solo algunos producen e interpretan convencionalmente la coma decimal en el contexto del dinero. En el caso de Julia, sin duda la que dispone de mayores conocimientos aritméticos, sería posible suponer la influencia tanto de una mayor escolarización como de su experiencia en un trabajo administrativo. Pero esto no ocurre con Claudio, recién llegado del campo y no alfabetizado. Vicente y Alicia tienen interacción con el dinero tanto oral como escrita: Vicente compra repuestos, realiza y entrega presupuestos a sus clientes (si bien solicita que se los escriban, él los dicta), Alicia colabora en el kiosco de su marido interactuando necesariamente con precios escritos con centavos.

En principio, así como ya ha sido señalado para los ceros, es interesante destacar cómo los sujetos entrevistados identifican sus dudas y dificultades con puntos y comas. Veremos en apartados siguientes la gran disponibilidad de recursos para resolver problemas orales en el contexto del dinero que ubican a los adultos poco escolarizados en una posición de dominio muy diferente que la de los niños en la resolución de problemas aritméticos referidos a la numeración y al cálculo. Estos conocimientos sin duda constituyen vías de entrada posibles al estudio de la numeración escrita y al uso de la coma decimal en el contexto del dinero.

Por último señalamos que los errores encontrados en torno a las escrituras decimales en el contexto del dinero son bastante próximos a los ya descriptos en otros estudios con adultos (Ferreiro, 1983; Luchesi de Carvalho, 1997; Ávila, 2003a).

5.1.4 Análisis del valor posicional

Hemos visto cómo los adultos entrevistados leen y escriben números, cuáles son los errores que producen y la lógica que subyace a ellos. Cuando reflexionan sobre esos problemas, los adultos enuncian y exploran ciertas regularidades del sistema de numeración: la cantidad de cifras, la cantidad de ceros, si se agregan las cifras a los nudos o se escriben en el lugar del último cero, cuestiones vinculadas al valor de posición.

Nos hemos preguntado cómo los adultos con bajo nivel de escolaridad interpretan el valor posicional, si reconocen cuáles son las reglas del sistema de numeración que subyacen a las regularidades. ¿Desentrañan la lógica de nuestro sistema de numeración? ¿Qué conocimientos sobre la posicionalidad ponen en juego al resolver problemas? ¿Cómo explicitan las reglas del sistema de numeración? ¿Reconocen el valor relativo de las cifras?[1] ¿Interpretan en la escritura de un número la información relativa a la posicionalidad?

---

[1] Una de las características del sistema de numeración indoarábigo es que la composición de un número involucra sumas y multiplicaciones que no necesitan escribirse porque están indicadas por la posición de las cifras. Las cifras tienen un valor absoluto –independiente de su posición– y un valor relativo –determinado por su posición– (por ejemplo, en 352 el valor relativo de la cifra 5 es 5 x 10 en el cual el valor absoluto 5 señala por cuánto hay que multiplicar la potencia que indica la posición, en este caso 10^1), resultado que deberá sumarse al valor relativo de cada una de las cifras.

Encontramos por parte de los sujetos una gran variedad de conocimientos disponibles sobre el valor posicional. Algunos recursos fueron relevados a través de diferentes clases de problemas presentados intencionalmente, ya que exigen conocimientos del valor posicional como medio de solución, y otros a través de situaciones en las que sus conocimientos han sido usados para resolver, explicar o justificar en otros tipos de problemas. Veamos más detalladamente las diferentes clases de problemas y los recursos que movilizan:

a) Problemas que exigen determinar la cantidad total que se forma a partir de ciertos billetes y monedas de $ 100, $10 y $1.

Frente a estos problemas todos los sujetos entrevistados logran determinar la cantidad de billetes y monedas necesarios de manera inmediata. Por ejemplo, Isabel, frente a los datos presentados de manera oral y escrita de manera simultánea –6 billetes de $ 100, 7 billetes de $ 10 y 5 monedas de $ 1– reconoce que se forman $ 675 sin necesidad de hacer cálculos. Al pedirle que explique su procedimiento de resolución, no queda claro si ella compone el número total apelando a relaciones multiplicativas (6 de 100 son 600) o lo hace a partir de pensar en el orden: 6 en el lugar de las centenas, 7 en el de las decenas y 5 en el de las unidades, pero podemos descartar que realiza sumas u otros cálculos:

(EI3,R201)

E: *A ver, yo estoy en duda si vos hacés uno de estos dos métodos, vos decime cuál de los dos, si hacés alguno de estos dos. ¿Vos hacés: seis de cien seiscientos, siete de diez setenta, cinco de uno cinco, y sumás seiscientos más setenta más cinco? ¿O pensás: este seis va primero porque es el de cien, este siete va después porque es el de diez, y este cinco es el de uno, y se me arma el número seiscientos setenta y cinco?*

I: *Claro, porque es, permitime…*

E: *¿Cuál de los dos métodos usás? Si es que usás alguno de esos dos.*

I: *Este, mirá. Sé que vos tenés seiscientos pesos, cuántos números lleva, suponele así. Eh, no, perdón…*

E: *Sí, está bien…*

I: *El seiscientos, el cien va primero, después va el siete, después va el cinco. Entonces yo tengo que buscar, de acá tengo que buscar seis billetes de cien, y acá tengo que buscar siete billetes de diez.*

E: *Pero vos la primera vez que yo te di todo esto vos me dijiste, mirando esto: "Seiscientos setenta y cinco".*

I: *Sí.*

E: *Vos, para hacer seiscientos, ¿hiciste una cuenta, seis veces cien, o pensaste pongo el seis primero?*

I: *No, no pensé. Porque, o sea, si vos hacés la cuenta de esa manera, vos me decís tengo un billete, eh… tengo seis billetes de cien, y después tengo siete billetes de diez, entonces si vos tenés seis billetes de cien son seiscientos pesos. Y ponés, eh… siete billetes de diez son seiscientos setenta, y ponés cinco billetes de… cinco monedas de un peso, son seiscientos setenta y cinco.*

Claudio apela directamente a la suma de las diferentes cantidades parciales para componer el número: "sumé cuatro billetes de cien pesos son cuatrocientos, tres de diez son treinta, y cuatro, cuatrocientos treinta y cuatro". Si bien compone aditivamente el número, apela a relaciones multiplicativas parciales. Veremos luego en otra intervención que Claudio interpreta el valor absoluto de los números teniendo en cuenta la posición de las cifras.

(EC4,R39)

E: *Y… si yo te dijera que tengo cuatro billetes de cien, y tuviera tres de diez, y cuatro de uno, ¿Cuánta plata tendría? (Escribiendo mientras 4 billetes de $ 100; 3 billetes de $ 10, 4 billetes de $ 1).*

C: *Cuánto tendría… cuatrocientos treinta y cuatro.*

E: *Mm. ¿Y cómo hiciste para saber?*

C: *Y… sumé cuatro billetes de cien son cuatrocientos, tres de diez son treinta, y cuatro de un peso son cuatro, serían treinta y cuatro. Cuatrocientos treinta y cuatro.*

Hemos podido relevar en todos los casos dos conocimientos disponibles que son usados como recursos al servicio de los problemas de composición mencionados. Utilizan relaciones numéricas que podríamos considerar un repertorio multiplicativo (aunque no sean expresadas con la multiplicación): “tres de cien son trescientos” o “cuatro de diez son cuarenta”; también para 10 billetes de cada clase: “tres de a diez, hacen treinta pesos”, “cuatro de cien se hace cuatrocientos”, “diez de cien son mil” o “diez de diez son cien”. Incluso para cantidades mayores que 10 billetes: “treinta de cien son tres mil” o “doce de cien son mil doscientos”. Las consideramos un repertorio multiplicativo memorizado porque no realizan cálculos para obtener estos resultados. El otro recurso es que suman de manera inmediata números redondos con la unidad seguida de ceros de diferente orden. Por ejemplo, cuando obtienen estos tres resultados parciales: “cuatrocientos”, “treinta” y “cuatro” obtienen el total diciendo “cuatrocientos treinta y cuatro”.

b) Problemas que exigen determinar la cantidad de billetes y monedas de $ 100, $ 10 y $ 1 necesarios para pagar cantidades menores que 1000.

Este problema es inverso al anterior y sin duda más complejo, porque deben determinar a priori cuántos billetes de cada clase se precisan, leyendo la información que provee la escritura del número, o bien descomponiendo aditivamente el número, lo que también exige una mayor anticipación que en el problema anterior.

Los sujetos entrevistados realizan una descomposición correcta del número en billetes y monedas de $ 1, $ 10 y $ 100. Por ejemplo, frente a la expresión escrita y leída $ 375 Isabel dice que para pagar esa cantidad se precisan tres billetes de cien, siete billetes de diez y cinco monedas de uno –o una de cinco–.

(EI3,R103)

E: *Si vos tuvieras que pagar esta cantidad de dinero, trescientos setenta y cinco pesos (escribiendo mientras $ 375), y tenés billetes de cien, billetes de diez y monedas de uno (escribiendo billetes de 100, billetes de 10, monedas de 1). ¿Cuántos billetes de cada tipo o monedas de cada tipo necesitarías para pagar esta cantidad?*

I: *Bueno, te explico. Estos son de cien, ¿no? (Señalando el 3 de 375). Y tengo acá de diez (señalando el 7 de 375), entonces yo necesitaría para pagar esta deuda necesitaría tres billetes de cien, más, estem… siete billetes de diez y uno de cinco. O necesitaría cinco monedas de un peso, para que reúna… ¿te expliqué bien?*

Encontramos que en muchos casos utilizan los cálculos para justificar y explicar, aunque hayan utilizado una estrategia más económica. Por ejemplo, Claudio responde directamente, y al momento de explicar muestra los resultados parciales que no creemos que haya utilizado para dar su primera respuesta. Igualmente, aun cuando haga de manera muy veloz esos cálculos parciales (tres de cien son trescientos, etc.) tuvo que reconocer que ese 3 eran 3 de 100 y no de 10 o de 1, es decir, interpretó el valor de billetes según la posición de la cifra. Veamos el extracto de la entrevista:

(EC4,R30)

E: *…Vamos a suponer que tenés billetes de cien pesos, y tenés billetes de diez pesos, y tenés monedas de un peso, ¿sí? Y si querés pagar, eh… por ejemplo, esta cantidad, trescientos cincuenta y cuatro pesos (escribiendo el número 354). Si vos querés pagar esta cantidad usando solamente billetes de cien, de diez y monedas de uno, ¿cuántos billetes de cada uno usarías, o monedas?*

C: *Tres de cien… tres de cien… cinco de diez, y cuatro monedas de un peso.*

E: *Mm, ¿podrías contar cómo hiciste para saber?*[1]

C: *Contar… y, conté tres billetes de cien que serían trescientos, y cinco billetes de diez serían cincuenta, y cuatro monedas de un peso que serían cuatro pesos.*

c) Problemas que exigen determinar la cantidad de billetes y monedas de $ 100, $10 y $ 1 necesarios para pagar cantidades mayores que 1100.

Distinguimos este problema del anterior porque no es posible asignar cada posición a una clase particular de billetes o monedas (por ejemplo, para 1100 se precisarán 11 billetes de $ 100 utilizando la cifra de la unidad de miles para los cienes, es decir que es preciso interpretar allí 11 de 100). Hallamos que varios de los entrevistados (Isabel, Julia, Vicente y Alicia) logran realizar una descomposición de números donde la cantidad de billetes de cien es mayor que 9. Por ejemplo, Isabel “lee” en 1235 los 12 billetes de $ 100 aunque lo justifica con la cantidad de billetes para descomponer la unidad de mil, por una parte y a las centenas por la otra:

(EI3,R141)

E: *A ver, y por ejemplo si fuera esta cantidad que tenés que pagar, mil doscientos treinta y cinco pesos (escribiendo 1235).*

I: *Ajá.*

E: *También con cien, diez y uno. ¿Cuántos usarías de cien, cuántos de…?*

I: *Mil doscientos treinta y cinco. Entonces usaría, sacaría de acá, eh… doce billetes de diez… de cien, porque son mil doscientos, entonces sacaría… primero sacaría diez billetes de cien, y después sacaría dos para que sean mil doscientos. Y de acá de los… de los diez, sacaría tres billetes de diez, más cinco moneditas de un peso.*

…

(EI3,R172)

E: *Sí, ¿pero cómo sabés que son doce?*

I: *Y porque acá dice que son doce.*

Cuando resuelven esta clase de problemas también aparecen algunos errores ligados a confusiones entre valores contiguos o bien confusiones ligadas al tratamiento de la información y de los resultados parciales. Estas equivocaciones en todos los casos –al solicitar revisión o proponer la escritura de los resultados parciales que van obteniendo– son revisadas y los sujetos logran responder de manera correcta inmediatamente. Por ejemplo, frente a 3.430 Julia dice que necesita 3 billetes de $100 (para formar el tres mil). Al pedirle que anote su respuesta se da cuenta del error y lo corrige. Interpretamos que estos errores no obedecen (a diferencia de algunos ligados a la escritura y la interpretación de números) a conocimientos, a teorías implícitas

[1] En el capítulo 3 mencionamos que tal vez el uso del verbo contar en la pregunta –usado en su acepción de explicar– influyó sobre la respuesta obtenida acerca de contar billetes.

que hacen producir errores sostenidos, sistemáticos, recurrentes, sino que se trata de dificultades para retener la variada información que se va produciendo. La velocidad de la superación frente a la primera revisión y la asistematicidad de los errores nos permiten interpretarlos como equivocaciones más superficiales.

Los adultos entrevistados resuelven también estos problemas utilizando un repertorio de multiplicaciones por la unidad seguida de ceros de manera oral y sin explicitar la multiplicación como operación bajo la forma: “tres de cien son trescientos”. Por ejemplo, Julia utiliza la relación implícita: “10 billetes de $ 100 son 1000 pesos” cuando cuenta: “diez, veinte, treinta” y dice “treinta de cien pesos” para averiguar cuántos billetes de $ 100 para pagar 3430.

En ciertos casos hemos podido identificar que a pesar de reconocer las cantidades involucradas de manera directa leyendo el número constatan o justifican por medio de otros recursos. En el caso de Alicia se le pide que averigüe cuántos billetes se necesitan para pagar $ 1.111. Ella reconoce que para obtener mil necesita diez billetes de cien y lo confirma (o tal vez justifica) contando de $ 100 en 100 hasta llegar a 1000.

(EA3,R345)

A: *Y para llegar a mil necesita diez... Cien, doscientos… cien, doscientos, trescientos, cuatrocientos, quinientos, seiscientos, setecientos, ochocientos, novecientos, mil (contando de cien en cien con los dedos). Diez billetes de cien.*

Al presentarle a Vicente el número 3.430 primero identifica 30 billetes de $ 100 (correspondientes a las unidades de mil) y luego los otros 4 billetes (correspondientes a las centenas). Vicente va resolviendo el problema en partes que involucran analizar la escritura del número determinando la cantidad de billetes que corresponde a cada cifra. Sin embargo, realiza un cambio de estrategia para la siguiente cantidad propuesta: logra identificar con éxito de manera inmediata los 34 billetes de $ 100 para $ 3.475. Tanto en uno como en otro caso podemos considerar que Vicente identifica en la escritura del número la cantidad de billetes de cada clase, dado que no hace cálculos y su respuesta es sumamente veloz:

(EV4,R43)

E: *Y, si tuviera que cobrar esta cantidad de plata, ¿sí? Tres mil cuatrocientos treinta pesos (mientras escribe $ 3.430), ¿cuántos billetes de cien…?*

V: *Treinta billetes de cien.*

E: *¿Y algo más necesitaría para el resto?*

V: *Tres mil cuatrocientos… (Leyendo el número).*[1]

E: *Sí.*

V: *Cuatro billetes de cien. No perdón, treinta y cuatro billetes de cien, y tres billetes de diez.*

(…)

E: *¿Y esta cantidad de dinero (escribiendo 3475)?*

V: *¿Tres mil cuatrocientos setenta y cinco?*

E: *Sí.*

V: *Eh, lo mismo, eh, treinta y cuatro billetes de cien, y diez… siete billetes de diez y una de cinco.*

[1] No sabemos si la lectura del número es un requisito para la resolución del problema o bien si se trata de un desafío personal que se propone Vicente como paso previo. La inmediatez con la que resuelve luego la situación permitiría en principio descartar que Vicente realiza composiciones y descomposiciones aditivas.

En síntesis, todos logran realizar composiciones y descomposiciones en el contexto del dinero con billetes de $ 100, de $ 10 y monedas de $ 1. Algunos realizan cálculos parciales según el tipo de billetes, mientras que otros interpretan directamente en la escritura del número la información que les permite anticipar, sin calcular, cuántos billetes se precisan analizando las escrituras en términos multiplicativos (3 de 1000, 4 de 100) aunque no usen la expresión oral "multiplicar" o "por" ni el símbolo de la multiplicación al escribir la resolución. En muchos casos se producen equivocaciones que obedecen a las dificultades de retención y organización de la información, desafío inherente a los cálculos orales.

d) Problemas que exigen cambiar un número por otro.

Hemos presentado algunos problemas que implican determinar la distancia entre dos números que tienen algunas cifras comunes. La situación presentada solicita determinar cuál es el número que se precisa restar a uno para "transformarlo" en el otro. Por ejemplo, frente al problema de determinar cuánto es preciso restar a 366 para convertirlo en 306 o en 360, Isabel logra identificar el valor relativo del número 6. Al pedirle que explique por qué a veces saca seis y a veces sesenta, ella lo contextualiza al dinero: "el seis vale por seis pesos y este (señalando el seis del sesenta) vale por sesenta pesos". Y lo justifica por la posición de la cifra: "el seis del medio vale sesenta y el que está último vale por seis".

(EI3,R346)

E: *Si quiero pasar de trescientos sesenta y seis a trescientos sesenta (escribiendo ambos números).*

I: *Le sacamos los seis.*

E: *Y si quiero pasar a trescientos seis…*

I: *Le sacamos los sesenta.*

E: *Mm. ¿Cómo le explicarías vos eso que te acabás de dar cuenta, cómo le explicarías a otro compañero para que él sepa por qué a veces le sacás seis, y a veces le sacás sesenta?*

I: *Claro, le explicaría que estos son trescientos sesenta y seis pesos ¿no?, y que este seis vale por seis pesos, y este vale por sesenta (señalando, respectivamente, el 6 de unidades y el 6 de decenas).*

Claudio también interpreta con mucha seguridad el valor relativo de los números según la posición que ocupan. En la entrevista se le presenta el número 3.553 para que se transforme en 3.053. Sin necesidad de calcular dice "quinientos tenés que sacarle" y luego agrega "le sacamos quinientos y le ponemos un cero".

(EC4,R46)

E: *Bueno, y si yo te dijera, por ejemplo, que quiero pasar de este número… eh… tres mil quinientos cincuenta y tres, quiero convertir a este número en este número… (Escribiendo 3553 y 3053 con una flecha del primero al segundo) ¿Cuánto tendría… qué cuenta…?*

C: *Quinientos tenés que sacarle.*

E: *Tenés que sacarle quinientos…*

C: *Sí.*

E: *¿Cómo hiciste para saber?*

C: *Y porque tenemos tres mil quinientos cincuenta y tres, y acá tenemos tres mil cincuenta y tres, les sacamos los quinientos (señalando el 5 de las centenas) y quedaría… sacamos los quinientos y ponemos el cero, y quedaría tres mil cincuenta y tres.*

E: *Mm, y te hago una pregunta Claudio, cuando vos me mostrás… cuando vos hablás del quinientos señalás acá, este cinco, ¿Por qué señalás ese cinco?*

C: *Y porque ahí tenemos el quinientos.*

E: *Mm, ¿y este cinco? (Señalando el 5 de las decenas de 3553).*

C: *Sería cincuenta*.

No quedan dudas de que tanto Isabel como Claudio pueden determinar el valor relativo de cada una de las cifras que componen un número y así restarlas para obtener el número pedido. Incluso tanto en el número 366 (Isabel) como en el 3.553 (Claudio) las cifras se repiten y aun así logran determinar el valor del 6 y el 5, respectivamente, sin confundirse.

e) Problemas numéricos al resolver cálculos.

Ciertos conocimientos sobre el valor posicional aparecen involucrados en los procedimientos de cálculo. Por ejemplo, Vicente y Alicia apelan a sus conocimientos sobre la posicionalidad para resolver cálculos aproximados de suma. Vicente interpreta el 3 correspondiente a las centenas como 300, el 5 como 500 y al sumarlos obtiene 800. Realiza el mismo procedimiento al interpretar el número 5 y el número 3 de sendas decenas como 50 y 30 obteniendo 80:

(EV4,R223)

E: *Em, y… una pregunta, si… por ejemplo, si yo le diera esta cuenta: trescientos cincuenta y cuatro más quinientos treinta y seis, ¿no? (escribiendo verticalmente 354 + 536), sin hacerla, usted, más o menos, ¿me podría decir cuánto cree que puede llegar a dar?*

V: *¿Este es seis?*

E: *Sí. Más o menos, este número, trescientos cincuenta y cuatro y quinientos treinta y seis, más o menos, ¿cuánto puede dar? ¿Dará más o menos que mil?*

V: *Eh… menos de mil.*

E: *Mm, ¿cómo se da cuenta?*

V: *Porque acá tenemos ochocientos… (señalando las centenas respectivas y sumándolas) y hay ochenta… (señalando las decenas respectivas y sumándolas).*

Alicia estima el resultado de la suma de dos valores ($ 245 y $ 334). Si bien se confunde al sumar veinte más treinta –en lugar de sumar doscientos más trescientos– y obtiene cincuenta –en vez de quinientos– realiza una estimación que implica analizar la posición de las cifras:

(EA4,R320)

E: *(…) Y si vos tenés mil pesos, y gastás en una cosa que tenés que pagar doscientos cuarenta y cinco pesos, y en otra cosa que tenés que pagar trescientos treinta y cuatro pesos (escribiendo $ 1000 y aparte $ 245 y $ 334). Vos creés que, cuando pagues estas dos cosas, ¿te va a quedar más o menos que quinientos?*

A: *Menos.*

E: *¿Por qué?, ¿cómo te diste cuenta?*

A: *Y porque acá ya cincuenta (señalando las centenas). Y más esto, menos que cincuenta, te quedan… (señalando decenas y unidades)*

E: *¿Cuando decís esto es cincuenta, a qué te referís?*

A: *Claro, que acá… yo pienso que acá, tres menos… pago esto, y pago esto, ya suponete que gasté treinta más veinte, ya me quedan cincuenta nada más (señalando las cifras de las centenas pero nombrándolas como decenas).*

E: *Sí.*

A: *Y más esto…*

E: *Pero yo te había preguntado de quinientos, si te queda más o menos que quinientos.*

A: *Ah, ¡yo estoy pensando en cien pesos!*

E: *Ajá.*

A: *Sí, igual te queda menos que quinientos.*

E: *¿Cómo te diste cuenta?*

A: *Porque acá ya son, entre estos dos (señalando las centenas) ya gastaste quinientos pesos, y más esto (señalando las cifras de las decenas y unidades).*

Julia puede componer aditivamente números de varias cifras seguidas de ceros teniendo en cuenta la posición de las cifras e identificando el valor relativo de ellas:

(C6,R1144)

M: *(Escribe 500 + 30 + 1 en el pizarrón). Tengo un quinientos, tengo un treinta y tengo un uno. ¿Qué número formó?*

J: *Quinientos treinta y uno.*

También descompone números de tres cifras en cienes, dieces y unos con solo leerlos. Por ejemplo, reconoce que 167 está formado por cien, sesenta y siete. Y nombra a la posición de las decenas como dieces.

El conocimiento del valor relativo de cada cifra también se pone en juego en una instancia de análisis de los algoritmos de suma y resta. Claudio y Julia participan de estos momentos y muestran su dominio sobre del valor posicional del número. Al analizar qué sucede cuando al sumar el resultado supera las diez unidades, diez decenas o diez centenas, surgen respuestas como "el uno lo subís allá arriba", "mentalmente lo subís arriba", "el diez llevo, y bajo uno de los once". En el intercambio para discutir el significado de estas expresiones y notaciones se evidencia que varios identifican el valor relativo de cada cifra según la "hilera" o fila que ocupan. Ambos lo explicitan efectivamente. Julia, por ejemplo, explica que el 1 en la última columna vale 1 mientras que, al pasar a la anteúltima posición, representa un 10. También al indicar que el 4 de las decenas vale 40, ya que son 4 dieces. Nombra las cifras que corresponden a las unidades, decenas y centenas como "unos", "dieces" y "cienes" (denominaciones que circulaban en la clase a partir de las intervenciones de la docente) y también como "unidades".

Frente el algoritmo 175 + 206, al analizar que las unidades 5 y 6 suman 11, y discutir sobre el significado del 1 que se escribe arriba del 7, Claudio interviene para explicar que ese 1 vale 10 y lo justifica por la posición de la cifra:

$$\begin{array}{r} {}^{1} \\ 175 \\ \underline{+\ 206} \\ 1 \end{array}$$

(C8,R758)

E: *Mm, ¿a ver, y el resto qué opina? ¿Qué quiere decir este uno que estoy anotando ahí?*

C: *Diez.*

A1: *Es un uno que viene a ser once. Entonces deberías poner once ahí… poner uno, y se va uno allá.*

J: *No es uno… ese vale por diez ese uno.*

C: *Eso vale por diez*

E: *A ver, Martina opina que este uno es el uno del once, y Julia dice que este uno es un diez. ¿Están de acuerdo?, ¿no están de acuerdo?*

A2: *Vale por diez*

E: *¿Por qué vale por diez?*

C: *Está en la hilera del diez.*

Más adelante, en la misma clase, analizando por qué si ese 1 (el "llevado" a las decenas) es un 10 al sumarle 7 (el 7 de las decenas del primer número) no da 17, Claudio interpreta el valor de los números según la posición:

(C8,R776)

E Ajá, pero este uno es un diez, dicen algunos de ustedes, si yo al diez le sumo el siete, ¿sí? me daría diecisiete, dice recién María.

A: *Y sí.*

C: *Si está la suma de, del… del diez no te puede dar diecisiete, te tiene que dar ochenta.*

E: *A ver, estas… la suma de este con este, de este uno con este siete, ¿da diecisiete, o da ochenta? ¿O da otra cosa…?*

C: *Da ocho. Da ocho.*

A1: *Ochenta.*

A2: *Da diecisiete.*

E: *¿Por qué vos pensás que da ochenta?*

J: *Porque son diez… porque leímos ahí, doscientos setenta es un pago, entonces va a meter uno como un diez, entonces ya está bien cien por cien…*

E: *¿Y vos Claudio, qué opinás? ¿Por qué decís que ese siete con este uno da ochenta?*

C: *Y porque está en la hilera del diez, en la hilera de antes, la del cien… y tenemos doscientos, trescientos, y… tenemos setenta más diez, son… más uno, ocho y… y hacés ocho, ponele, por diez, ochenta.*

En otros momentos de clase se trabaja con la cuenta 374 + 242 y Claudio nuevamente pone a disposición sus conocimientos sobre el valor posicional e identifica, desde el primer momento, que sumar 7 + 4 significa sumar 70 + 40 y que se obtiene 110 (aunque a sus compañeros se los explique con setenta más cuarenta). Identifica que el 1 que se anota abajo vale 10 y que el 1 que se anota arriba vale 100.

(C8,R901)

C: *Ahí está… ahí tenés cuatro por siete*[1] *en la hilera del diez tenemos ciento diez. Sumamos diez al, a la hilera del cien…*

E: *Pará, pará, pará. Claudio dice que acá suma algo que le da ciento diez. ¿Qué es lo que sumás que te da ciento diez?*

C: *Tenemos, tenemos… el setenta más cuarenta…*

Entre las estrategias orales de cálculo encontramos también que, en ocasiones, para operar tratan a las cifras de manera independiente con su valor absoluto para obtener un resultado parcial y restituyen finalmente el valor relativo.

(C6,R182)

M: *Y de otra manera, ¿cómo puedo sumar mil más ochocientos más mil más ochocientos? (Mientras escribe 1000 + 800 + 1000 + 800). ¿Cómo sumo?*

A: *Ocho y ocho dieciséis.*

M: *Sí. ¿Cuánto es?*

A: *Ocho y ocho dieciséis. Y dos mil son tres mil seiscientos.*

Notemos que si bien dice “ocho y ocho dieciséis”, está controlando que esos ochos valen ochocientos. Interpretamos este conocimiento como un control sobre el valor posicional: suma centenas –aunque no lo piense en estos términos– como si fueran unidades y luego les restituye su valor relativo a la posición. O bien piensa si 8 + 8 = 16 entonces 800 + 800 = 1600.[2]

f) Conocimientos sobre el valor posicional en problemas de producción e interpretación de números.

Hemos visto también cómo frente a los conflictos que se les producen en la lectura y escritura de números, Vicente y Alicia en ocasiones se apoyan en el valor posicional para reflexionar sobre las escrituras numéricas.

(EA3,R297)

E: *¿Cómo sería el mil ciento once?*
A: *No sé, ja, ja.*
E: *Más o menos, dale, pero animate, animate que vamos.*
A: *No, no sé. Me sale a mí decir así, pero en realidad no es, capaz que… mil cien, mil once es la palabra, no mil ciento once, ¿cómo hacés mil ciento once?*
E: *¿Cómo hacés en dónde?*
A: *¿Se puede escribir “mil ciento once”?*
E: *¿El número?*
A: *Sí. ¿Cómo?*
E: *Te voy a contestar, ¡porque me estás preguntando muy directo! ¡Así que te voy a contestar!*
A: *¡Es mucho para mí!*
E: *Mil ciento once (escribiendo 1111).*

[1] Como ya mencionamos en el capítulo 3, Claudio dice “cuatro por siete” refiriéndose a la suma de 4 y 7.
[2] Esta manera de pensar los cálculos tratándolos como si fueran unidades y restituyendo luego el valor de las decenas ha sido relevada en niños pequeños y mencionada como “si – entonces” (si 3 + 4 es 7 entonces 30 + 40 = 70) (Lerner y otros 2000; Lerner, 2005, 2007).

A: *Ah, este es el mil (señalando el primer 1), este el cien (señalando el segundo 1), y este el once (señalando los dos últimos 1). El número es un tema.*

(EV3,R131)

E: *Ochocientos ocho, cuando yo le pregunté cómo se escribe el ochocientos ocho, usted me dijo que dudaba entre estos dos (mostrando 808 y 8008).*

V: *Esta (señala 808).*

E: *Mm. ¿Cómo hizo para estar ahora seguro? Hace un ratito no estaba muy seguro, pero ahora sí.*

V: *Porque ahora veo que el ocho, el cero y el ocho, ¿no cierto? Y acá me ponés el ocho, el cero y el otro cero. Acá, en lugar del cero, iría el ocho.*

(EV3,R352)

E: *Este es el quinientos mil, ¿sí? (señalando 500.000). El quinientos mil cinco... ¿se acuerda cuando recién mirábamos el dos mil…?*

V: *Quinientos mil cinco. ¿Va afuera, va totalmente con los cinco ceros, y aparte el cinco?*

E: *Esa pregunta es buenísima, Vicente. Pero se la va a contestar usted solo mirando estos números. El ochocientos… este es el ochocientos, y este es el ochocientos ocho, ¿Qué pasa con los ceros y el ocho ahí?*

V: *El ocho ocupa el lugar del cero.*

E: *Ajá. ¿Qué pasa acá con el ocho mil, y el ocho mil ocho?*

V: *El ocho ocupa el lugar del cero.*

Frente a las clases de problemas presentados encontramos diversidad de estrategias y de argumentos vinculados al valor posicional. En algunas ocasiones los entrevistados se apoyan en aspectos relacionados con características aditivas del número y, en otras, en conceptualizaciones más relacionadas con los aspectos multiplicativos. Esta variedad y esta riqueza nos permiten señalar el amplio conocimiento disponible del valor posicional de nuestro sistema de numeración por parte de los sujetos, a pesar de sus escasas trayectorias escolares. En el apartado siguiente mencionaremos algunos errores ligados al valor posicional que aparecen en torno a la ubicación de los números en los algoritmos de cálculo. En las conclusiones retomaremos la potencialidad de estos hallazgos para una perspectiva didáctica.

5.2 Operaciones: campo aditivo

La Teoría de los Campos Conceptuales de Gérard Vergnaud (1990, 1991, 1997) –ya mencionada en el marco teórico metodológico– es una referencia central para este estudio. En este capítulo mencionaremos algunos sentidos del campo conceptual de las operaciones aditivas y multiplicativas que hemos advertido como disponibles, analizaremos estrategias de resolución usadas por los sujetos entrevistados y destacaremos las variables didácticas comandadas en los problemas presentados.

> *El campo conceptual de las estructuras aditivas es a la vez el conjunto de las situaciones cuyo tratamiento implica una o varias adiciones o sustracciones, y el conjunto de conceptos y teoremas que permiten analizar estas situaciones como tareas matemáticas. (Vergnaud, 1990:8).*

5.2.1 Reconocimiento de las operaciones de suma y resta

Si bien no teníamos previsto indagar en las entrevistas qué sentidos[1] de las operaciones reconocen los adultos con los que trabajamos, las clases observadas nos permitieron un acercamiento exploratorio a esta cuestión. Con respecto al campo conceptual de los problemas aditivos, pudimos advertir que todos los casos de este estudio identifican la suma y la resta en problemas del tipo medida-transformación-medida sea con transformación positiva o negativa en los que la incógnita está en la medida final, es decir, aquellos problemas que exigen determinar la cantidad resultante luego de agregar, perder, retroceder, etc. También reconocen la suma en problemas del tipo medida-medida-medida en los que la incógnita está en la cantidad resultante de la unión de otras dos medidas, esto es, los problemas que exigen unir dos cantidades. Hemos podido identificar algunos sujetos que reconocen la resta también en problemas que involucran determinar el valor relativo entre dos medidas, problemas de medida-valor relativo-medida con incógnita en el valor relativo, es decir, aquellos que exigen averiguar la distancia entre dos números (Vergnaud, 1991).

El reconocimiento de las operaciones de suma y resta se produce tanto frente a problemas con enunciado verbal oral o escrito como en problemas en los que la información está volcada en cuadros de doble entrada. En ocasiones se trata de problemas con cantidades de una cifra o bien de dos o tres de números redondos que nuestros casos podían resolver por medio del cálculo mental. Los errores que aparecen resolviendo esas clases de problemas se deben a dificultades producidas en las estrategias de cálculo, en confusiones por el tratamiento simultáneo de muchos datos, pero en ningún caso hemos hallado que les genere a los alumnos algún desafío reconocer la suma o la resta para este tipo de situaciones.[2]

Algunos ejemplos de problemas presentados por la docente en las clases, que nos permiten afirmar la disponibilidad de recursos para su resolución y el reconocimiento de las operaciones de suma y resta, han sido los siguientes:

1. *En una fábrica de limpieza se anotan las ventas de cada día.*

	Lunes	*Martes*	*Miércoles*	*Jueves*	*Viernes*	
Cajas de frascos de champú	*240*	*180*	*250*	*300*	*220*	
Cajas de jabones	*140*	*130*	*120*	*250*	*160*	

a) *¿Cuántas cajas de jabones se vendieron en toda la semana?*
b) *¿Cuántas cajas de jabones se vendieron entre lunes, martes y jueves?*
c) *¿Cuántas cajas de champú se vendieron lunes, miércoles y viernes?*
d) *¿Cuántas cajas de champú se vendieron en toda la semana?*

[1] En el capítulo 2 hemos aclarado que en general usaremos el término “sentido” desde la teoría de Relación con el Saber (Charlot, 1997, 2005). En este apartado, en cambio, usaremos la palabra “sentido” para referirnos a las clases de problemas que abarcan un campo conceptual desde la perspectiva de Vergnaud (1991).

[2] En el análisis de cada caso presentado en el capítulo 3 hemos hecho referencias al reconocimiento de algunos problemas por parte de cada sujeto; también haremos aquí un análisis de las estrategias de cálculo desplegadas para estos u otros problemas. Sin embargo, no incluimos –por cuestiones de extensión– las clases enteras en las que se resuelven los diferentes problemas aditivos orales y escritos. Incluso en muchos casos los alumnos resuelven directamente en sus hojas los problemas en un trabajo autónomo.

2. Estos son los precios de un videoclub.

-películas en oferta $ 2;

-películas que se estrenan $ 4;

-paquete de pochoclos $ 2.

a) Marta alquiló dos películas de oferta y un estreno, ¿cuánto gastó?

b) El domingo se alquilaron 6 películas de oferta y otros 4 estrenos. Se vendieron 6 paquetes de pochoclos. ¿Cuánto dinero se recaudó ese día?

c) Cuando el dueño del videoclub cuenta el dinero, hay $ 60. ¿Cuánto dinero había en la caja al iniciarse el día?

En este estudio no se indagaron problemas aditivos más complejos, como aquellos que involucran la búsqueda del estado inicial[1] o la determinación del valor de las transformaciones operadas en problemas de la clase estado inicial-transformación-estado final (Vergnaud, 1991).

5.2.2 Estrategias de cálculo

Analicemos más detalladamente los recursos de cálculo que encontramos disponibles para resolver tanto problemas aditivos, como cálculos presentados de manera descontextualizada.

Resultados memorizados. Todos disponen de algunos resultados memorizados de sumas de números de una cifra, por ejemplo, 5 + 5 = 10; 3 + 7 = 10.[2] También disponen de resultados memorizados de números redondos de varias cifras, por ejemplo, 30 + 60 = 90, 100 + 100 = 200; 300 + 300 = 600; 1000 + 1000 = 2000. Estos repertorios son punto de apoyo para construir nuevos resultados, por ejemplo, para resolver 1355 + 1325.

Veamos algunos ejemplos. Isabel conoce los resultados de gran cantidad de cálculos con números de una cifra, por ejemplo, 5 + 5 = 10; 6 + 6 = 12; 7 + 7 = 14, e incluso dispone directamente de los resultados de los siguientes cálculos de números más grandes con ceros: 20 + 20 = 40; 40 + 40 = 80; 80 + 20; 100 + 100; 200 + 200; 400 + 400; 800 + 800. Vicente logra resolver con mucha eficiencia cálculos mentales de sumas números de una cifra y de sumas de números de varias cifras terminados con ceros, por ejemplo, 100 + 100 = 200 o 400 + 400 = 800. Claudio opera con seguridad y posee un repertorio aditivo de números de una cifra, por ejemplo 8 + 2 = 10, y de números más grandes, como 400 + 400; 800 + 800. Julia también tiene un amplio repertorio aditivo memorizado y resuelve gran variedad de sumas y restas de manera inmediata: 50 + 50; 100 – 20. En el caso de Alicia maneja algunos resultados memorizados de números pequeños, como 8 + 8 = 16 y 9 + 9 = 18, y de números más grandes, como 10 + 10; 100 + 100. En todos los casos responden y encuentran resultados con mucha comodidad y rapidez.

Usar resultados memorizados para resolver otros. Los resultados memorizados recién mencionados son usados por los adultos para resolver cálculos cuyos resultados no conocen directamente, tanto para sumas de números de una cifra como de varias cifras. Por ejemplo, cuando Isabel debe sumar 6 + 8 –cuyo resultado no tiene memorizado–, apela al resultado memorizado de 5 + 5 = 10:

[1] Si bien la pregunta c) del problema 2 recién citado involucra la búsqueda de estado inicial, los datos resultan insuficientes para afirmar que reconocen la suma y la resta en esta clase de problemas.

[2] Para aquellas sumas de un dígito que no tienen memorizadas, algunos realizan sobreconteo (por ejemplo, para 7 + 4 contar 4 a partir del 7 diciendo ocho, nueve, diez y once) o realizan descomposiciones en las que utilizan algún resultado memorizado (por ejemplo, para 7 + 5 usar 5 + 5 = 10 y agregar 2).

(EI3,R97)

I: *Eh… seis más ocho… a ver, seis más ocho, eh… ¿catorce dije? Quince me parece que… a ver, seis, tengo seis, saco… saco uno me quedan cinco. Y al ocho le quito, le saco tres, pongo, y al cinco lo uno con los otros cinco. Son diez, y tres y más uno, catorce.*

Para sumar dos números de varias cifras no redondos realizan descomposiciones apelando a la unidad seguida de ceros, por ejemplo, considerar 2350 como 2000 y 350 o como 2000, 300 y 50. Suelen sumar los miles por un lado, los cientos por el otro, los dieces por el otro o –según las cantidades involucradas– los cienes y dieces juntos. En estas estrategias de cálculo mental oral las descomposiciones utilizadas siempre comienzan con los números de mayor valor. Por ejemplo, así resuelve Isabel en forma oral el cálculo 120 + 125:

(EI3;R34)

I: *Saco el cien y pongo el otro cien, son doscientos, ¿no? y de ahí uno los veinte con los veinticinco, que se hacen eh… doscientos cuarenta y cinco.*

Para sumar 128 + 225 Claudio también utiliza estrategias de cálculo mental en las que pone en juego descomposiciones y composiciones de números. Es interesante ver cómo domina, aún en el cálculo mental oral, la formación de decenas a partir de las unidades, o de las centenas a partir de las decenas:

(EC4,R95)

C: *Trescientos cincuenta y dos… trescientos cincuenta y tres (escribiendo solamente el resultado correcto 353 al lado del cálculo).*

E: *¿Me contarías cómo hiciste para saber?*

C: *Y sumé cien más doscientos son trescientos. Sumé veinte más veinte, y serían cuarenta, y al ocho le pongo dos, y ya hago cincuenta, y me quedaría tres en el cinco, trescientos cincuenta y tres.*

Cálculos mentales que ponen en juego algunas regularidades del sistema de numeración. También pueden realizar muy rápidamente y en forma correcta una gran cantidad de cálculos de suma y resta, que si bien no están memorizados, ponen en juego la posicionalidad del sistema de numeración y algunas regularidades de la serie numérica oral.

Por ejemplo, Isabel resuelve rápidamente 2000 + 2500 = 4500; 2500 – 500 = 2000, y Claudio 3200 – 200 = 3000; 1528 – 28 = 1500, todos presentados de manera oral. En ambos casos la velocidad de respuesta es la misma que si el resultado fuera memorizado, dado que los números seleccionados sin duda favorecen el uso de estrategias apoyadas en las propiedades del sistema de numeración: se trata de cambiar algunas cifras mientras otras permanecen iguales. O los sumandos son redondos (2500 – 500) o bien los resultados de esos cálculos lo son (1528-28).

También Vicente, cuando no sabe de manera memorizada un resultado, utiliza otras estrategias que le permiten obtener el resultado, estrategias que sin duda están apoyadas en la posicionalidad de nuestro sistema. Por ejemplo, para calcular 1600 + 1600 opera con 16 + 16 y luego de obtener 32 restituye el valor relativo de las cifras. Parece saber de memoria 16 + 16 = 32, pero además reconoce en 1600 + 1600 la utilidad de ese cálculo, es decir, opera con las centenas –implícitamente– como si fueran unidades y luego recompone el valor total.

En los problemas que exigen componer billetes y monedas cuando deben sumar los tres resultados parciales obtenidos de considerar billetes de 100, de 10 y monedas de 1, respectivamente, también, y de manera directa e inmediata, logran construir los resultados. Por ejemplo, al haber obtenido los resultados parciales 1300, 40 y 3 los suman y obtienen directamente 1343, apoyándose en que es posible reconstruir el nombre del número si se dicen en forma sucesiva los tres números de mayor a menor: mil trescientos cuarenta y tres.

Otros tipos de cálculos que también ponen en juego regularidades de la serie escrita y propiedades del sistema de numeración son aquellos que involucran sumar o restar 10 o 100 a un conjunto de números presentados de manera escrita. Encontramos que muchos de los sujetos entrevistados realizan estos cálculos sin dificultad, de manera inmediata. Por ejemplo, Isabel obtiene directamente el resultado de sumar 100 a 123, de sumar 100 a 98, de restar 10 a 150. Evidentemente la velocidad de la respuesta permite interpretar que se apoya en regularidades de la numeración oral y escrita, ya que no realiza ninguna clase de cálculos.

En el apartado de valor posicional también hemos mencionado otros recursos de cálculo disponibles.

Cálculos estimativos. Varios de los sujetos entrevistados disponen, asimismo, de recursos de redondeo para realizar cálculos estimativos de suma y resta. Este conocimiento aparece tanto al resolver problemas para los cuales es suficiente con un resultado aproximado (por ejemplo, si alcanza una cantidad para pagar otras dos cantidades), como al realizar cálculos mentales de manera aislada. Por ejemplo, Vicente, como ya se analizó para valor posicional, logra realizar cálculos estimativos de suma. Determina que 354 + 536 es menos que 1000 porque suma las centenas y obtiene ochocientos, suma las decenas y obtiene ochenta. Alicia resuelve un problema en el que debe determinar si la suma 897 + 234 será mayor o menor que 1000 por medio del cálculo aproximado y analizando las cifras de las centenas. También se le propone determinar la distancia entre 2455 y 10000, y si bien se solicitaba un cálculo exacto, Alicia redondea y así lo explicita:

(C7,R777)

A: *No. Pero cuánto hay que sacarle para obtener, no, al diez mil cuánto hay que sacarle…*

A1: *¡No hay que sacarle nada Ali! Dice, dos mil cuatrocientos cincuenta y cinco para llegar a diez mil.*

A: *¡Ah!*

A1: *Para obtener diez mil.*

A: *¡Ah!*

A1: *Por eso es difícil ¿ves? Tenemos que ver para obtener diez mil cuánto nos falta. Tendría que ser que falta…*

A: *Siete mil…*

A1: *Siete mil, siete mil…*

A: *…quinientos ponele. Le redondeé.*

A1: *No. Siete mil quinientooos… ¿siete mil quinientos dos? Algo de siete mil es.*

A: *Siete mil quinientos si lo redondeás.*

Julia explica cómo hizo para resolver si le alcanzaban $ 500 para comprar un celular ($ 185) y una licuadora ($ 135).

(C7,R819)

J: *Porque si estos son más o menos doscientos y cien son trescientos y pico.*

Dos conocimientos operan en los problemas anteriores: la técnica del redondeo para hacer cálculos mentales orales aproximados y el reconocimiento de las ocasiones de uso del cálculo aproximado. Los sujetos entrevistados además explicitan sus estrategias de redondeo utilizando incluso, en ocasiones, esta misma palabra.

Propiedades de las operaciones. Muchas de las estrategias que recién hemos mencionado ponen en juego implícitamente las propiedades asociativa y conmutativa para la suma. Estas dos propiedades subyacen a la estrategia de descomposición y composición de los números. Se trata de "teoremas en acto" (Vergnaud, 1990) cuyo uso implícito constituye una herramienta disponible y valiosa a la hora de operar y llegar con éxito a los resultados de los cálculos. Por ejemplo, Julia resuelve de manera oral, el cálculo 1000 + 800 + 800 + 1000 (escritos en el pizarrón en ese orden).

(C6,R254)

J: *Podemos sacar primero de los mil, después de los ochocientos, luego sumar y salen los tres mil seiscientos.*

M: *Bueno, a ver, ¿cómo hacemos? Sumamos primero los miles.*

J: *Sí.*

M: *¿Cuánto da?*

I: *Mil más mil son dos mil. Y ochocientos más ochocientos…*

J: *Mil seiscientos. Mil seiscientos más dos mil serían tres mil seiscientos.*

En esta situación podemos observar a Julia haciendo un uso implícito de las propiedades conmutativa y asociativa. En primer lugar altera el orden de los sumandos uniendo los miles por un lado y los ochocientos por otro. Luego suma cada par de números por separado para, posteriormente, hacer la suma final. Al observar trabajar a Alicia con el mismo cálculo que Julia (1000 + 800 + 800 + 1000) vemos cómo altera el orden de los sumandos haciendo también un uso implícito de la propiedad conmutativa para facilitar el cálculo mental: agrupa por un lado los ochocientos y por el otro los miles.

(C6,R182)

M: *Y de otra manera, ¿cómo puedo sumar mil más ochocientos más mil más ochocientos? (mientras escribe 1000 + 800 + 1000 + 800) ¿Cómo sumo?*

A: *Ocho y ocho dieciséis.*

M: *Sí. ¿Cuánto es?*

A: *Ocho y ocho dieciséis. Y dos mil son tres mil seiscientos.*

Isabel utiliza la propiedad conmutativa para sumar 98 + 100 cuando los vuelve a decir en otro orden, primero el 100 y luego el 98. Este orden implica primero el número redondo y luego el número menor. Hallar el resultado es más sencillo en ese orden por la relación entre el nombre de los números y la operación involucrada: cien más noventa y ocho es ciento noventa y ocho.

Resulta evidente que estas propiedades en nuestros casos no fueron aprendidas de manera sistemática en situaciones escolares, sin embargo, hacen un uso eficiente de ellas. Se trata de conocimientos implícitos (en "acto") posiblemente elaborados a partir de la gran variedad de problemas de suma y resta que resuelven en sus vidas cotidianas, en situaciones familiares, en prácticas comerciales o en contextos laborales. En ningún caso hemos hallado en estas estrategias de cálculo mental oral una pérdida de control por parte de los sujetos que implique resultados muy alejados de lo posible. Los errores de cálculo oral se ubican dentro de un campo numérico plausible, a diferencia de lo que encontramos que ocurre en los cálculos algorítmicos, hallazgos en concordancia con otros estudios (Ferreiro, 1983; Ávila, 1990, 2003a; Delprato, 2002).

Por ejemplo, para sumar 1800 + 1800 Alicia suma por un lado 1000 + 1000 y obtiene 2000, por otro lado dice "ocho y ocho dieciséis", tratando a las centenas como unidades. Sin embargo, la economía de su procedimiento no le hace perder el control. Alicia no precisa decir "ocho y ocho dieciséis entonces ochocientos más ochocientos son mil seiscientos". Podría haberse equivocado y decir "dos mil dieciséis" al sumar 16 y 2000 pero aunque Alicia diga dieciséis piensa en 1600, ya que sin nombrarlo retiene la cantidad 1600 al sumársela a 2000 cuando obtiene finalmente 3600.

Algunos errores encontrados para esta clase de cálculos constituyen simples equivocaciones que obedecen a un olvido o una confusión de alguno de los resultados parciales obtenidos.

Algoritmos de suma y resta. Hemos mencionado anteriormente que las estrategias de cálculo mental oral están siempre acompañadas de un control del valor posicional y de las cantidades en juego para obtener resultados correctos o en pocos casos incorrectos pero bastante aproximados. En cambio, frente al algoritmo convencional aparecen resultados que ya no son posibles. La utilización mecánica de la técnica sin un dominio de ella provoca una pérdida de significación, dado que los números en esta clase de cálculos son tratados independientemente del valor posicional (Ávila, 1990, 2003; Delprato, 2002).

Todos conocen el algoritmo convencional de la suma y lo utilizan en forma correcta si no hay agrupamientos que superen el 9 para una posición y mientras los dos números involucrados en la suma tengan la misma cantidad de cifras. En cambio, con las últimas dos condiciones solo algunos logran tener éxito en la utilización de la técnica. Por ejemplo, Alicia dice "pongo el ocho me llevo una" y Vicente explica cómo suma una decena luego de sumar las unidades para la cuenta 48 + 73:

(EV4,R209)

V: *Eh, bueno no, acá no porque son eh… once (sumando las unidades 8 y 3), me llevo uno, a veces para no complicarme más le pongo a este el uno, que serían ocho.*

E: *Sí, le suma el uno al siete.*

V: *Sí, y... cuatro, doce, ¿es así? (Le queda escrito el resultado correcto 121).*

En caso de que los números involucrados en la suma tengan diferente cantidad de cifras algunos adultos obtienen resultados erróneos al no contemplar el valor posicional. Por ejemplo, tanto Isabel como Alicia producen errores para los cálculos algorítmicos 220 + 25 y 1000 + 100 + 11, respectivamente. En estos dos casos encolumnan los números hacia la izquierda y obtienen resultados incorrectos:

25	1000
+ 220	100
470	+11
(Isabel)	3100
	(Alicia)

En uno de los casos relevamos otro error que se produce cuando se debe sumar un número que tiene un 0. En esta oportunidad, a Isabel se le presenta un conflicto al intentar resolver un cálculo algorítmico (180 + 300) donde debe sumar 8 y 0 decenas. Al sumar las unidades escribe el 0. Veamos sus comentarios para sumar las decenas:

(C3,R94)

***I:** Tengo el cero… y acá, ¿cómo hago? Porque no puedo sumar el cero.*

***C2:** ¿Por qué?*

***I:** Porque el cero es cero.*

***C2:** Pero, ¿tenés que sumar qué?*

***I:** Tengo que sumar que se vendió el martes ciento ochenta y el jueves se vendió trescientos. Entonces, ¿qué tengo que hacer? Sumar. Estos son trescientos, y ¿cómo voy a sumar? ¿Voy a poner ocho acá? ¡¡No!!*

Luego Isabel explica que cree que “no se pueden sumar el 8 y el 0”. Esta idea podría provenir de diferentes orígenes: para Isabel el 0 es una fuente explícita de problemas, por otra parte tal vez suponga que si se suma debe “dar más”, pero si se suma 0 no se transforma el número a otro mayor; o bien se origine en la incipiente circulación en la clase del algoritmo de resta sobre el cual varios alumnos decían, por ejemplo, “cero menos cinco no se puede”. Frente al pedido de que realice el mismo cálculo en forma mental Isabel responde inmediatamente que la suma da 480, resultado obtenido a través de descomposiciones y composiciones aditivas realizadas con comodidad.

También todos los casos estudiados conocen el algoritmo convencional de la resta y lo utilizan correctamente en los casos en que las unidades, decenas y centenas del sustraendo sean menores, respectivamente, que las del minuendo, es decir, al resolver cuentas llamadas “sin dificultad”. Por ejemplo, Isabel logra resolver la cuenta 125 – 22 que, a pesar de tener diferente cantidad de cifras, no necesita desarmar ninguna cantidad para poder operar. (Es preciso aclarar que esta cuenta fue presentada ya ordenada de manera vertical).

Pero aparecen dudas y errores cuando hay que desarmar una unidad de un orden para obtener diez del orden inferior, es decir, cuando una cifra del minuendo es menor que la correspondiente del sustraendo. Por ejemplo, frente al cálculo presentado verticalmente 238 – 129 (resta que involucra descomponer decenas), Isabel usa el algoritmo pero no logra resolver correctamente. Opera con las tres cifras del número 238 perdiendo el control del significado de las acciones por ella nombradas como “pongo”, “le quito”, “lo convierto” y “me llevo” (por ejemplo, dice que convierte el 3 en 13 pero el 1 del 13 se lo suma al 8 para armar 9).

(EI3,R430)

***I:** Acá, no le puedo quitar, estem… no le puedo quitar nueve porque el ocho es más chico que nueve, entonces qué hago, al tres lo convierto en trece, y le pido, este… uno. Entonces al nueve le quito nueve, me queda cero. Y este, como ya está convertido en trece, ahora me quedan doce. Al dos lo, lo… a ver. Al doce le quito dos me quedan diez. Pongo el cero… y me llevo uno. Uno, entonces al dos le quito uno, me quedan dos porque tengo uno ahí arriba.*

Pero Isabel logra resolver el mismo cálculo con otras estrategias no algorítmicas. Su única dificultad reside en memorizar los resultados intermedios o descomposiciones ya consideradas:

(EI3,R559)

***E:** A ver, ¿y si la hacés con la cabeza para comprobar como antes? Si tenés doscientos treinta y ocho pesos y gastás ciento veintinueve pesos, ¿cuánta plata te queda?*

***I:** Si tengo doscientos treinta y ocho, ¿no? y gasto…*

***E:** Ciento veintinueve.*

I: *Si tengo doscientos treinta y ocho y gasto ciento veintinueve, cien… me quedan… ciento veintinueve, eh… acá me quedarían, eh… ciento… ciento diez, a ver si estoy bien. (110 que surge de 230 – 120, es decir, postergando la resta de las unidades).*

E: *Sí, sí vas bien.*

I: *Ciento diez, ¿no? y…*

E: *Y todavía te faltan… los nueve.*

I: *Y todavía me faltan nueve. Eh… gasto ciento veintinueve, entonces… me quedarían ciento… ¿ciento diez te dije?*

E: *Sí.*

I: *Ciento nueve porque esto, eh… yo gastaría nueve y acá tengo ocho, y gastaría un poquito más.*

E: *Sí, ¿cuánto más?*

I: *Eh… suponele, acá es nueve pesos, gastaría un peso más porque esto es ocho.*

E: *Sí, tenías ciento diez… ¿entonces cuánto te queda?*

I: *Eh, me quedarían… ciento nueve pesos.*

Otra clase de errores aparece también cuando es preciso restar una cifra mayor a otra menor del mismo orden. En el siguiente ejemplo, ante la cuenta 358 – 67, Claudio primero duda sobre el espacio vacío en las centenas del sustraendo y luego dice que 5 – 6 (de las decenas) da 0, error similar al analizado anteriormente:

(EC4,R278)

E: *(…). ¿Y también sabés hacer restas así? (Escribiendo 358 – 67 en forma vertical).*

C: *Sí… ¿y acá por qué nada? (Señalando la columna de centenas que está vacía en el segundo número). Así nomás…*

E: *Y porque es trescientos cincuenta y ocho menos sesenta y siete, pero si querés le agregamos algo.*

C: *Siete… uno… (Mientras escribe el 1 de 8 – 7 en las unidades) ¿Seis, cero…? (refiriéndose a la resta 5 – 6 de las decenas. Le queda escrito el resultado 301 dado que al hacer 5 – 6 escribe 0 para las decenas y luego el 3 de las centenas).*

Alicia, por ejemplo, a pesar de su alto dominio del cálculo mental para las restas, al hacer el algoritmo también pierde el control, como le ocurre con la suma. En este caso resta la cifra menor a la cifra mayor independientemente de la posición que adopten (cuál abajo y cuál arriba) sin controlar cuál es el minuendo y cuál el sustraendo, descontrol que nunca aparece cuando trata con cálculos mentales:

(EA4,R17)

E: *Eh, por ejemplo… ¿ochenta y cinco menos treinta y nueve?*

A: *(Escribe un número abajo del otro para realizar el algoritmo vertical de la resta). No sé si está bien acomodado, pero bueno. Nueve menos cinco, son cuatro, no… no sé, ¿está bien así?*

E: *Vos terminala y yo después, como el otro día, te ayudo con lo que no te sale, o con lo que te costó.*

A: *Y porque acá lo hice de arriba y acá… no sé (refiriéndose al orden en el que hizo los cálculos). Ocho menos tres, serían ocho menos tres, cinco (le queda de resultado –incorrecto– 54 así dispuesto*

85

-39

54).

E: *A ver si entiendo, eh… en este ochenta y cinco más treinta y nueve vos hiciste nueve menos cinco, y acá hiciste ocho menos tres. ¿Y te parece que hay algo raro ahí?*

A: *Claro. Sí.*

E: *Porque primero…*

A: *Porque acá empecé acá, y acá dan… (Señalando por dónde comenzó en cada caso).*

E: *Mm, en uno empezaste de abajo y en el otro empezaste de arriba.*

A: *De abajo y en el otro de arriba, claro.*

E: *¿Y cuál te parece… con cuál de las dos cosas estás más convencida? Si te parece que no puede ser así, ¿cómo te parece que debería ser?, ¿o de cuál de las dos maneras, empezar de abajo o de arriba, te das más seguridad, o te parece que es más correcta?*

A: *Vos me dijiste ochenta y cinco menos, no sé si los puedo acomodar así… (Ahora escribe los números para hacer el cálculo al revés*

39

-85).

A ver, vamos a hacer así, nueve… cuatro, tres no se puede sacar ocho. Sería lo mismo, ocho menos tres… serían ocho menos tres, cinco (a pesar del orden inverso de los números realiza los mismos cálculos que en la cuenta anterior y escribe 54 también como resultado).

Es interesante destacar cómo Alicia cambia el orden de los números y obtiene el mismo resultado erróneo. Se trata de una manipulación de los números con una consecuente pérdida de control por falta de conocimiento de las razones que subyacen a la técnica. Solamente Julia tiene un dominio cómodo de los algoritmos de suma y resta en todos los casos.

Hemos podido observar que al momento de resolver cuentas convencionales algorítmicas no utilizan recursos de cálculo estimativo previo ni de control posterior a pesar del alto dominio de sus estrategias de cálculo oral. Si bien logran resolver el mismo cálculo con otra estrategia obteniendo directamente el resultado correcto no utilizan espontáneamente sus conocimientos como herramientas de control o verificación de algoritmos.

Uno de los hallazgos de este estudio es la escisión entre las prácticas matemáticas puestas en juego en las entrevistas y en el aula. Varios alumnos en las situaciones de entrevista utilizan el cálculo mental, oral, estimativo con las características antes mencionadas (entre otras el control del sentido de los pasos intermedios). Sin embargo, en las clases, a pesar de que no ha sido así solicitado explícitamente por la docente a cargo, aparece una tendencia a resolver los problemas con cálculos algorítmicos. Tenemos diversas posibles interpretaciones –no contradictorias entre sí– para explicar este fenómeno, que analizaremos en el capítulo siguiente.

5.3 Apoyarse en cálculos orales para pensar sobre los números escritos

Hemos podido identificar cómo algunos adultos entrevistados, en ocasiones, se apoyan en sus conocimientos sobre el cálculo para pensar sobre la producción y la interpretación de los números. Creemos que este recurso obedece a que los conocimientos de los adultos sobre el cálculo mental son percibidos por los propios sujetos con mayores certezas que los que creen tener sobre la numeración escrita. Como hemos analizado en este mismo capítulo, suelen dudar cuando interpretan o escriben números de tres, cuatro o cinco cifras produciendo incluso escrituras no convencionales. Simultáneamente a las dudas y los errores nos enseñan que tienen un alto nivel de dominio de sumas realizadas por medio de cálculos orales. Retomemos algunos ejemplos ya presentados pero ahora con el fin de analizar este hallazgo.

En una clase Isabel interpreta como ciento noventa o ciento diecinueve el resultado de un cálculo algorítmico correctamente hecho por ella cuyo resultado era 1190. A partir de una intervención del docente se pone en duda la corrección de la respuesta (incluso es posible interpretar la duda de Isabel como efecto de contrato didáctico). Isabel recurre espontáneamente al cálculo mental oral para reconstruir el resultado y revisar la interpretación del número ya escrito:

(C3,R144)

C2: *¿Cuánto es?*

I: *¿Cuánto es? Ciento diecinueve.*

C2: *¿Ciento diecinueve?*

I: *¡¡¡Ah nooo!!! (Duda). No es ciento diecinueve.*

C2: *¿Cuánto es?*

I: *Ciento noventa.*

(…)

C2: *A ver... escribí acá ciento noventa*

I: *Cien... pará, el uno ahí. (Escribe 190).*

C2: *¿Ese es el ciento noventa? (Señalando la escritura que hizo de 190).*

I: *No pará... mmm, toy mal yo...*

C2: *Nooo, ¿por qué estás mal?*

I: *No, estoy mal, hoy no me concentro... (mira nuevamente el 1190). Ciento diecinueve.*

C2: *Escribí el ciento diecinueve (Señalando debajo del 1190).*

I: *No, estoy mal, sigo estando mal.*

C2: *No, no estás mal...*

I: *¿Por qué?*

C2: *A ver... Acá hay algo que hace ruido. ¿Qué es lo que te hace ruido?*

I: *El cero, porque acá mirá, yo saqué la cuenta, mirá, tapo acá (vuelve a la cuenta y tapa el resultado) cero más cero, cero, tengo ocho más uno, nueve, pongo el nueve. Y acá tengo siete más cuatro, once (sumando primero las unidades, luego las decenas y finalmente las centenas).*

C2: *Bien.*

I: *Y entonces, ¿cuánto tengo vendido? setecientos más cuatrocientos... tengo... Mirá…*

C2: *Pensá... si fuera cuatrocientos más setecientos, ¿cuánto tendría?*

I: *Serían, setecientos más cuatrocientos, serían mil cien. (Haciéndolo mentalmente).*

C2: *Mil cien, o sea que setecientos más cuatrocientos serían mil cien.*

I: *Claro, porque si yo tengo setecientos más trescientos serían mil nada más, pero acá tengo cuatrocientos más setecientos tengo mil cien.*

***C2:** Entonces, ¿qué número sería este? (Señalando el 1190 de la cuenta).*

***I:** Mil ciento noventa.*

En el ejemplo anterior Isabel recurre a un cálculo para determinar el nombre de un número que también es el resultado de un cálculo. Pero es preciso señalar que la resolución inicial fue algorítmica, también su corroboración cuando tapa el resultado. Pero en ambas ocasiones la validez del resultado obtenido y la corrección de la técnica utilizada no le permiten reconstruir el nombre del número. Isabel apela entonces a una estrategia de cálculo oral estimativo a partir del redondeo. Saber que aproximadamente el cálculo da mil cien le permite, en cambio, reconstruir el nombre del número.

En este otro caso Alicia recurre a sumar 1000 + 1000 para pensar –o al menos para justificar– su escritura del número 100.

(EA3,R192)

***E:** Entonces de estas dos escrituras estamos seguras, ¿no? que este es el dos mil (señalando 2000), y que este es el dos mil nueve (señalando 2009). Entonces, vamos a ver si estas escrituras te ayudan a pensar en otros números. Mirando estos números, ¿cómo pensás que se escribe el número mil?*

***A:** Mil… (Escribe 1000).*

***E:** Mm, ¿de ese estás segura?*

***A:** Sí…*

***E:** ¿Por qué estás segura?, ¿de qué te das cuenta?, ¿qué mirás?, ¿en qué te fijás?*

***A:** Por los… por los ceros.*

***E:** Mm, ¿en qué te fijás?*

***A:** O sea, acá serían mil más mil, serían dos mil (escribe una suma vertical de manera convencional 1000, abajo 1000, una línea y abajo el resultado 2000).*

También Alicia apela a pensar en la mitad de un número para saber cómo escribir otro. En este caso para mil nueve dice que es la mitad de 2009 (aunque en apariencia se refiera a la mitad de 2000):

(EA3,R213)

***E:** ¿Cómo se escribirá el mil nueve?*

***A:** Serían la mitad de esto (señalando 2009). O sea… porque dos mil nueve lleva dos ceros, y bueno, mil nueve tiene que llevar, supuestamente, dos ceros también… mil nueve (escribiendo 1009).*

Notemos que Alicia considera que aunque sea la mitad, lleva la misma cantidad de ceros, y no la mitad de los ceros. Ella está controlando a qué mitades se refiere.

Alicia se apoya también en la descomposición de un número en la unidad seguida de ceros para reflexionar sobre su escritura. Frente a sus dudas sobre cómo se escribirá el número mil ciento once solicita a la entrevistadora que le muestre cómo se escribe. Una vez escrito, lo lee espontáneamente descomponiéndolo en mil, cien y once, señalando las cifras en cada paso. Sin duda a Alicia el análisis del valor posicional le es en este caso un punto de apoyo para pensar sobre la escritura de los números. De alguna manera está implícita la suma 1000 + 100 + 11 = 1111 que se puede desprender directamente del nombre del número.

(EA3,R297)

E: *¿Cómo sería el mil ciento once?*

A: *No sé, jajá.*

E: *Más o menos, dale, pero animate, animate que vamos.*

A: *No, no sé. Me sale a mí decir así, pero en realidad no es, capaz que… mil cien, mil once es la palabra, no mil ciento once, ¿cómo hacés mil ciento once?*

E: *¿Cómo hacés en dónde?*

A: *¿Se puede escribir "mil ciento once"?*

E: *¿El número?*

A: *Sí. ¿Cómo?*

E: *Te voy a contestar, ¡porque me estás preguntando muy directo! ¡Así que te voy a contestar!*

A: *¡Es mucho para mí!*

E: *Mil ciento once (escribiendo 1111).*

A: *Ah, este es el mil (señalando el primer 1), este el cien (señalando el segundo 1), y este, el once (señalando los dos últimos 1).*

Los ejemplos anteriores permiten atrapar el recurso espontáneo a los cálculos que hacen algunos adultos con el fin de validar sus propias escrituras numéricas. Esta es una diferencia sustantiva con respecto a los niños pequeños, cuyos conocimientos sobre la serie numérica escrita suelen estar disponibles a la hora de estudiar sistemáticamente en la escuela cálculos con ese mismo campo numérico. Retomaremos estas diferencias.

En algunos estudios se analizaron en profundidad las relaciones entre operaciones y numeración, produciendo ciertas situaciones didácticas que abonan a la comprensión de la posicionalidad del sistema de numeración. Por ejemplo, problemas como los siguientes: "¿cómo sumar de manera rápida 8 + 400 + 30?" o "¿26 + 35 dará un resultado con cuarenti, con cincuenti o con sesenti?", si bien se presentan organizados en torno a cálculos buscan poner el foco en el análisis de la posicionalidad en el trabajo con niños de los primeros grados (Lerner, 2005, 2007). La ingeniería didáctica elaborada por Delprato (2002) propone situaciones en las que los cálculos orales en el contexto del dinero son favorecedores de progreso en las escrituras numéricas. Block Sevilla y Palmas Pérez (2011) también presentan situaciones didácticas en las que se busca que los alumnos adultos puedan acceder por sí solos a escrituras numéricas de tres dígitos apoyándose en sus conocimientos de cálculo mental, de la numeración oral y del manejo del dinero. En nuestro estudio, las relaciones entre cálculo y numeración recién mencionadas no han sido provocadas de manera intencional en el marco de una situación didáctica, ni tampoco fueron sugeridas. Hemos encontrado una apelación espontánea por parte de los sujetos a sus conocimientos sobre el cálculo oral para resolver problemas de la numeración escrita. El cálculo oral se convierte en una estrategia que les permite rectificar o validar, y que pone en juego reflexiones sobre las regularidades de la serie escrita. Posiblemente este hallazgo pueda abonar a la investigación didáctica sobre la enseñanza de la numeración escrita a adultos con bajo nivel de escolarización.

5.4 Operaciones: campo multiplicativo

(…) El campo conceptual de las estructuras multiplicativas es a la vez el conjunto de las situaciones cuyo tratamiento implica una o varias multiplicaciones o divisiones, y el conjunto de conceptos y teoremas que permiten analizar estas situaciones. (Vergnaud, 1990:8).

5.4.1 La multiplicación como objeto

Al analizar los conocimientos sobre la multiplicación aparece una diversidad mucho mayor que la encontrada para la suma y la resta. Notamos aquí una diferencia muy importante entre aquellos sujetos que tuvieron más tránsito por la escuela de quienes no lo hicieron. En las primeras clases observadas todos resuelven sin dificultad sencillos problemas multiplicativos que involucran series proporcionales, pero la mayoría sin usar explícitamente la multiplicación. Por ejemplo, para un problema de series proporcionales presentado por la maestra en forma oral (averiguar cuántas patas tienen 4 sillas), Vicente obtiene el resultado correcto y dice:

(C1,R27)

V: *Yo hice cuatro más cuatro más cuatro más cuatro.*

Unos días después Vicente usa la expresión "veces":

(C2,R42)

M: *Muy bien, veamos otro problema: ¿Y si compro un par de zapatos a quince pesos, cuánto costarían dos pares de zapatos?*

A(varios): Treinta.

M: *¿Cómo hicieron?*

V: *Yo sumé dos veces quince.*

El símbolo × no es conocido por todos. Algunos lo plantean explícitamente, otros lo reconocen cuando lo usa un compañero o la docente, y solo Julia, hace un uso espontáneo de él.

(C1,R32)

J: *Yo lo hice mentalmente, voy multiplicando, cuatro por cuatro serían dieciséis (la docente anota 4 x 4 = 16 en el pizarrón).*

M: *Julia, ¿dónde aprendiste la multiplicación?, ¿los demás la conocen?*

J: *Yo terminé la primaria en Bolivia, pero me olvidé.*

M: *¿Y te acordás qué quería decir cuatro por cuatro?*

J: *Cuatro veces cuatro.*

M: *Muy bien Julia, ¿y los demás? ¿Conocen el signo "por"?*

A1: *Yo lo vi. Por mis hijas, pero no sabía.*

C: *Yo lo vi en la calculadora, pero (más bajo y riéndose…) ¡no sabía para qué servía!*

(C2,R27)

M: *¿Y vos Isabel conocías eso? (Refiriéndose al símbolo x).*

I: *¡Sí! ¡¡Porque tengo el libro de matemática de mi patrona!! (Risas…)*

(EA1,R371)

E: *Bueno, em… lo que te propongo es que primero hagamos algunas divisiones así mentales, orales, y después vos…*

A: *Pero para dividir, ¿es importante saber eh… multiplicar? O sea… ¿multiplicar es dos por dos, por tres, esas cosas?*

La operación de multiplicación y el uso del símbolo por también aparece asociado a "las tablas":

(C1,R42)

A: *Yo también sé algo de las tablas.*

(EA1,R377)

A (se ríe): Y porque yo no sé mucho de… o sea, dos por dos cuatro, dos por tres… hasta, por ejemplo, hasta cinco te puedo, pero más ahí ya… como que me tengo que quedar y pensar…

En la misma clase en la que circuló el símbolo de la multiplicación la docente presenta a los alumnos otros sencillos problemas multiplicativos. Vicente, cuyo nivel de alfabetización no le permite una lectura autónoma, solicita que le lean los problemas. Para el problema "¿Cuántas alas tienen 5 palomas?" escribe 5 + 2 y obtiene 10 de resultado. Es evidente que Vicente escribe el símbolo de la suma pero piensa en la multiplicación que está empezando a circular en las clases a partir de los aportes de Julia. Interpretamos este error (5 + 2 = 10) como constructivo, en el sentido que expresa un conocimiento puesto en juego. Vicente además sabe que está ensayando nuevas maneras de representar los problemas: al ser consultado dice que está intentando multiplicar y que "no sabía bien cómo hacerlo".

Dos semanas después de la clase también Claudio reutiliza los conocimientos que circularon en la clase. Reconstruye cómo aprendió a usar la multiplicación y cómo puede emplearla ahora. No solo identifica que puede realizarse un cálculo multiplicativo en una situación, sino que analiza bajo qué condiciones se puede multiplicar además de sumar: dice que las sumas deben ser "parejas":

(EC3,R46)

C: *(…) Y bueno y ahora cuando vine este… cuando empecé a venir a la escuela acá aprendí un poco a, con la… a buscar las multiplicaciones en el… de la calculadora del teléfono. Y así despacito vamos aprendiendo.*

E: *¿Y para qué usaste, te acordás, las multiplicaciones?*

C: *Y las multiplicaciones el otro día cuando estuvimos haciendo que, acá en el colegio, el otro día la usé en el… en uno de los papeles que estábamos haciendo que eran… eran… algo de seis, seis, tres paquetes de salchichas por seis, y bueno sacaba la cuenta y… seis por tres me daba dieciocho.*

E: *Mm, y la cuenta de multiplicar con la calculadora, ¿la habías usado también fuera de la escuela o aprendiste acá?*

C: *Eh, acá, acá, más de… siempre de eso acá, porque en otro lado siempre da suma, sumar y sumar y nunca, nunca todas mis sumas que yo hacía nunca eran parejas para sacar el… para sacar suponete si eran tres… cinco boletas de veinte pesos podés poner veinte por cinco y ya te larga el, los cien.*

En esa misma entrevista, intentando determinar la cantidad de materiales necesarios para revocar una pared, Claudio había dicho que la pared medía 8 metros de largo por 3 de alto y que precisaba 3 bolsas por metro (cuadrado). Para el cálculo del total de arena necesario había sumado muchas veces 3. Primero obtiene 9 para la primera fila imaginaria y luego empieza a sumar los 9 de todas las filas. La entrevistadora realiza entonces un croquis rectangular que representa la pared de 8 x 3 y anota el 9 que había obtenido Claudio. Se produce entonces el siguiente diálogo:

(EC3,R221)

E: *Para todo esto hace falta nueve bolsas de arena (mostrando la primera fila). ¿Hay algún otro cálculo que te parezca que te permita resolver cuánto hay para todo?*

C: *Y cómo y… ¿cómo otro cálculo?*

E: *Vos me dijiste nueve más nueve, y después le sumaste dieciocho. Si quisieras averiguar todo, todo vos harías nueve más nueve, y te da dieciocho, le sumás dieciocho más…*

C: *Hay otra forma de hacer… contá uno, dijimos ocho, ocho, ocho. Más ocho serían… dieciocho. Ocho más ocho es dieciséis, y más ocho serían… veinticuatro (calculando el total de cuadraditos del rectángulo de 3 x 8). Y bueno da veinticuatro. Bueno ya sabemos que tengo doce, veinticuatro metros, y ahí de veinticuatro digo bueno, por tres, vamos a suponer hago un metro por tres, sumo por tres todo y… y bueno ahí me daría el cálculo. Ahora porque, o sea yo siempre en el laburo a veces lo hago con la cabeza o a veces voy escribiendo así, pero en otra forma, si es un tipo que sabe te va a decir así como yo te digo, así, va a sacar la calculadora y te lo va a sumar por tres, doce, veinticuatro metros por tres nomás lo va a hacer y ya le va a dar el cálculo.*

Notemos que Claudio inicialmente no usa la multiplicación para obtener el total de metros cuadrados haciendo 3 x 8 –problema de producto de medidas (Vergnaud, 1991)–, sino que suma 8 + 8 + 8. Un momento después identifica que si precisa para un metro cuadrado tres baldes de arena es posible multiplicar 24 (la cantidad de metros cuadrados) x 3 (la cantidad de bolsas por metro cuadrado) para obtener el total de bolsas de arena. Claudio es consciente de que ha aprendido un nuevo recurso y así lo explicita unos momentos después:

(EC3,R249)

C: *Así sí, y bueno eh… sé que se puede multiplicar viniendo a la escuela… ahora que estoy aprendiendo.*

(EC3,R257)

C: *Y sí, ahora que estuvimos hablando de la multiplicación me di cuenta que se puede multiplicar, porque sumando bueno así por abajo, y bueno eso, hay que tener ocho más ocho, ya ahí tenés dieciséis, y más ocho tenés veinticuatro, y ahí veinticuatro por tres, que te daría… (saca el celular para usar la calculadora y empieza a hacer la cuenta)*

E: *¿Estás haciendo la cuenta con la calculadora? ¿Veinticuatro por tres? (Mirando el cálculo que hace).*

C: *Tenés setenta y dos baldes en esa pared.*

(EC3,R300)

C: *O sea, ahora cuando llegué a Buenos Aires me di cuenta, ahora cuando estoy estudiando, y que… que hacer, que vengo a la escuela estoy dando, estoy dando a volver a querer usar la… el otro día bueno la usé en un, en unas trabajos de unas… que tenían que hacer, la usé si fue con el tema de…*

E: *¿La multiplicación decís?*

C: *Sí, tenía unas cuantas boletas que eran parejas así…*

E: *¿En tu casa?*

C: *En mi casa la usé, pero para hacerla ligero, eran tres boletas de sesenta, entonces hice tres por sesenta, y me dio el resultado que quería saber, pero era por hacer ligero, porque si no yo quería y agarraba y sumaba, sumaba sesenta más sesenta más sesenta y…*

Para nuestros entrevistados, la multiplicación, además de ser un objeto matemático que se puede aprender y estudiar en la escuela, es un asunto en el que se juegan las diferentes relaciones personales con el saber. Recordemos qué orgulloso está Vicente del recurso que inventa para multiplicar, cómo Isabel dice que conoce el símbolo de la multiplicación porque está en el libro de su patrona –libro que porta la palabra de Dios de que vuelva a la escuela–, o cómo Claudio diferencia que él sumaría frente a un problema pero que un "tipo que sabe" multiplicaría.

5.4.2 Problemas de proporcionalidad directa

Como mencionamos recién, los adultos entrevistados utilizan recursos variados para resolver problemas multiplicativos que involucran tratar, aunque implícitamente, con las propiedades de la proporcionalidad directa o problemas que involucran un isomorfismo de medidas (Vergnaud, 1991), como hemos visto en algunos ejemplos anteriores. Los adultos entrevistados resuelven los problemas de proporcionalidad directa con números pequeños o números mayores y redondos por medio de diversas estrategias. Una de ellas es realizar sumas sucesivas:

(C5,R130)

I: *Acá dice "En una pinturería guardan once latas de pintura en cada estante. Hay tres estantes. ¿Cuántas latas tienen para vender?" Son once y son tres estantes, yo hice once más once veintidós, veintidós más once treinta y tres. ¿Está bien?*

(C1,R27)

V: *Yo hice cuatro más cuatro más cuatro más cuatro.*

En ocasiones algunos realizan un doble conteo:

(C2,R15)

I: *Una gallina tiene dos patas; dos gallinas, cuatro patas; tres gallinas, seis patas; cuatro gallinas, ocho patas y cinco gallinas, diez patas.*

(C12,R 238)

I: *(…) Una cajita trae treinta alfileres, dos trae sesenta, tres trae noventa.*

O bien nombran directamente los resultados haciendo una escala (30, 60, 90).

(C1,R5)

M: *(…) ¿cuántas patas tienen tres mesas?*

Varios: Doce

M: *¿Cómo hicieron?*

A1: *Doce patas, yo hice cuatro, ocho, doce.*

A: *Yo también hice así.*

(EC1,R219)

C: *(…) Cuántos metros, ponele, en el metro me entran tres baldes, y de ahí ya voy sacando, ponele: tres, tres, tres, tres. Ya ahí tengo tres, seis, nueve, nueve (retomando), doce.*

A veces apelan a resultados multiplicativos memorizados sin usar el término multiplicar:

(C2,R46)

V: *Yo sumé dos veces quince.*

En varios casos encontramos que descomponen y componen usando las diversas propiedades de la proporcionalidad directa: si 3 son 60, como 6 es el doble de 3 entonces serán 120 (al doble de una de las magnitudes corresponde el doble de la otra); o bien si 2 son 40 y 3 son 60, entonces 5 son 100 (a la suma de dos valores de una de las magnitudes le corresponde la suma de los dos valores de la otra magnitud), o bien apelan al valor de la unidad o constante de proporcionalidad.[1]

Por ejemplo, para completar una tabla, Isabel usa diferentes propiedades según los números involucrados. Para calcular la cantidad de alfileres correspondiente a 2 y 3 cajitas, usa las sumas sucesivas haciendo una escala de 30 en 30. Para averiguar la cantidad de alfileres de 6 cajitas usa otra de las propiedades de la proporcionalidad directa: al doble de una de las magnitudes corresponde el doble de la otra magnitud, si bien ella lo hace sumando dos veces el mismo número. Para el caso de 8 cajitas usa, en cambio, otra de las propiedades de la proporcionalidad directa: se puede componer un valor de una de las variables a partir de sumar otros dos valores:

Cajitas	*Alfileres*
1	*30*
2	
3	
6	
8	

(C3,R238)

I: *(…) Una cajita trae treinta alfileres, dos trae sesenta, tres trae noventa (se detiene mientras piensa). ¿Seis cajitas? Acá hay una trampa. Claro porque si una cajita trae treinta, dos traen sesenta, tres traen noventa. Y seis... (Suspira) Si tres, tres traen noventa... ¿Será que tengo que multiplicar acá? Seis por tres.*

[1] La relación entre dos magnitudes es de proporcionalidad directa si: las dos magnitudes se relacionan de manera tal que al doble, el triple, etc., de una cantidad le corresponde el doble, el triple, etc., de la otra; a la suma de dos cantidades de una de las magnitudes le corresponde la suma de las dos cantidades correspondientes de la otra magnitud; si se multiplica el valor de una de las magnitudes por el valor correspondiente a la unidad de la misma magnitud –o constante de proporcionalidad– se obtiene el valor correspondiente de la otra magnitud. Nos permitimos referirnos aquí a las “tres propiedades de la proporcionalidad directa” sabiendo que en realidad cualquiera de las tres podría ser la definición y las otras dos serán entonces las propiedades que de ella se desprendan.

Isabel ha reconocido el recurso de la multiplicación por el valor de la unidad pero como no logra reconstruir el producto, apela a otro recurso, hacer para 6 el doble de las correspondientes para 3:

(C3,R250)

I: *(…) Yo acá puse, como acá dice que tres cajitas trae noventa, yo acá sumé tres más tres, y pongo noventa más noventa... cero más cero, cero y nueve más nueve, dieciocho. Tengo ciento ochenta en las seis cajitas.*

También identifica que puede sumar el correspondiente a 2 cajitas más para obtener la cantidad de alfileres de 8 cajitas:

(C3,R252)

I: *Ahora tengo acá ocho cajitas. Yo voy a hacer la misma operación que en esta, la voy a hacer acá. Si en seis cajitas trae ciento ochenta… siete, ocho (para ver la diferencia entre 6 y 8). En dos cajitas más son sesenta. Entonces pongo sesenta. (Suma 60 de dos cajas a los 180 de las seis cajas).*

Reconoce asimismo que puede hacer el doble de la cantidad de 4 cajitas para averiguar la cantidad de alfileres correspondiente a 8 cajitas:

(C3,R258)

I: *Porque yo hice así. Te explico. Acá tengo ocho cajitas, yo tengo que sumar cuántas... en una cajita tengo treinta, en otra, otras treinta, son sesenta y en otras treinta, son noventa, en tres son noventa. Y en cuatro son ciento veinte (utilizando los dedos), más ciento veinte (suma 120 + 120 y obtiene 240).*

Hemos podido identificar el uso implícito de las diferentes propiedades de la proporcionalidad directa según las variables didácticas de los problemas en juego. Estos conocimientos relevados, consistentes con los hallazgos de diversos estudios anteriores (Soto Cornejo y Rouche, 1995; Mariño, 2003), constituyen un necesario punto de partida para el estudio sistemático de este modelo, objeto de estudio de la escuela primaria.

5.4.3 Recursos de cálculo para multiplicar

Si bien en varios casos plantean no conocer la multiplicación, tienen disponibles estrategias de cálculo mental. Hemos podido identificar un repertorio memorizado de productos aun cuando no necesariamente esté explícita la multiplicación. Por ejemplo, frente a problemas que involucran series proporcionales, aparece como disponible el resultado de 2 veces 12, de 4 veces 12, de 3 veces 15 en el contexto de pago por horas de trabajo. Notemos cómo incluso diferencian entre el resultado memorizado y el que debe reconstruir con algún cálculo:

(EI2,R48)

E: *Y vos, eh, por ejemplo, ¿ya sabés de memoria que cuatro horas son eh... cuarenta y ocho pesos? (Refiriendo a su respuesta recién dada de manera inmediata).*

I: *Claro.*

E: *¿Y tres horas también sabés de memoria cuánto es?*

I: *Eh, tres horas son… eh no, no sé de memoria pero… pero es rápido porque son treinta y seis pesos.*

E: *¿Cómo hiciste para saber?*

I: *Claro porque… no es tan difícil, porque si vos tenés, una hora sale doce, en dos son veinticuatro, y en otras dos son otros veinticuatro, son cuarenta y ocho.*

E: *Mm, ¿y tres?*

I: *Y tres son treinta y seis.*

E: *¿Y cómo hiciste para saber?*

I: *Y porque si son doce pesos cada hora, en dos horas son veinticuatro, y otros doce pesos más son treinta y seis.*

(EI2,R66)

E: *(…) ¿Y si fuera quince, cuánto serían tres horas?*

I: *Eh, tres horas serían cuarenta y cinco pesos.*

Isabel también calcula multiplicaciones por 2 de números mayores, por ejemplo:

(EI3,R25)

E: *¿Y cuatro mil quinientos por dos?*

I: *Eh, al cuatro mil quinientos lo duplicamos en dos, cuatro mil quinientos más cuatro mil quinientos son… eh… nueve mil.*

E: *Mm. Contame cómo hiciste.*

I: *Cómo hice… porque lo unís a… hacés así: sacás cuatro mil y… ponés otro cuatro mil son ocho mil, lo juntás, son cien*[1] *más, y de ahí sacás que son nueve mil.*

Algunos disponen de recursos para multiplicar por la unidad seguida de ceros directamente. Veamos estos casos en el contexto del dinero. Isabel reconoce directamente que si un pantalón cuesta 10 pesos, doce pantalones costarán 120 pesos (aclaremos que este problema es más difícil que si hubiera sido 12 pantalones a 10 pesos cada uno, si bien ambos pueden resolverse con la misma multiplicación) y Claudio dispone directamente del total de varios billetes de $ 10 o de $ 100.

(EI2,R99)

I: *…Suponele, que sale eh… diez pesos cada pantalón, ¿no?… es por mayor, supongamos… por mayor, y yo compro una docena de pantalones, entonces es… sale diez pesos, una docena de pantalón sale eh… ciento veinte pesos…*

(EC4,R37)

C: *(…) Tres billetes de cien que serían trescientos, y cinco billetes de diez serían cincuenta, y cuatro monedas de un peso que serían cuatro pesos.*

[1] En realidad son mil más, pero logra igual obtener el resultado correcto.

Claudio, unos días después de haber conocido el símbolo de la multiplicación, realiza multiplicaciones por 10 aunque duda de los resultados obtenidos. Para 3 x 10 dice 30, para 30 x 10 luego de confundirse con 100 dice 300, para 12 x 10 dice 120 y para 25 x 10 dice 250. Al pedirle que cuente cómo obtuvo 250 explica –luego de varias preguntas e intervenciones– que como para 30 x 10 era 300, si a 30 le saca 5 para obtener 25, a 300 le saca 50 y obtiene 250.

(EC4,R129)

E: *(…) Y ¿cuánto es doce por diez? (Mientras la escribe horizontalmente).*

C: *Doce por diez… ¿Ciento veinte? ¿O no? Ciento veinte.*

E: *Ciento veinte. ¿Y veinticinco por diez? (Mientras la escribe horizontalmente).*

C: *Creo que es doscientos cincuenta.*

(…)

E: *¿Te lo sabés un poco de memoria a veinticinco por diez que es doscientos cincuenta o lo pensaste?*

C: *No, no, lo pens… o sea, se me cruzó así, ya saqué la cuenta de que era… recién sacamos la de trescientos, y restándole suponele a los treinta que me dijo usted, restándole cinco me quedaría veinticinco y justo pensé con esa y…*

E: *Ah… ajá.*

C: *Y le largué… si era trescientos en treinta, en veinticinco serían doscientos cincuenta.*

E: *Mm, ¿por qué… cómo es que le sacás los cinco?*

C: *Sí, porque suponele, o sea, en el bocho a vos se te cruza así… porque hoy teníamos treinta y nos dio este resultado. Sacándole cinco, nos tiene que dar este resultado, doscientos cincuenta.*

E: *Está perfecto. Pero a trescientos si yo le saco cinco, no da doscientos cincuenta.*

C: *No, yo le saco a esta, al treinta. Al treinta para que me quede veinticinco.*

E: *Ajá, ajá.*

C: *Y de ahí, del veinticinco largo el resultado así. Si era trescientos en treinta, en veinticinco tiene que ser doscientos cincuenta.*

E: *Mm. ¿Por qué?*

C: *Y porque si en diez son cien, en veinte son doscientos, en trescientos… cinco vale cincuenta. Porque saqué cincuenta.*

Vicente, en cambio, para multiplicar por 10 utiliza una técnica diferente de la que está muy orgulloso porque él la ha inventado: sumar cinco veces el número en cuestión y luego hacer el doble.[1]

[1] Este método que usa Vicente guarda relación con el algoritmo utilizado en el Antiguo Egipto. Por ejemplo, para multiplicar un número por 25 se lo multiplicaba por 2, luego por 4, luego por 8, luego por 16 (siempre duplicando el resultado anterior y controlando "no pasarse" del producto buscado) y luego, a partir de los resultados obtenidos se componía la multiplicación por 25 a partir de sumar, por ejemplo, los resultados de las multiplicaciones por 16, 8 y 1. Este algoritmo tiene como ventaja que no es preciso recordar resultados multiplicativos ya que es suficiente con calcular dobles. También los métodos de cálculo "Scapezzo" y "Del Repiego" se apoyan en descomponer la multiplicación por dos cifras en dos multiplicaciones por una cifra, métodos sistematizados por Pacioli en 1494 (Meavilla, V. s/f citado en Grimaldi, 2010).

(EV4,R136)

***V:** Eh, mayormente yo, como todavía no sé bien matemática, fijate vos la cuenta que hago: anoto tres mil... tres mil… (Si bien dice tres mil anota 300, 300).*

***E:** Trescientos.*

***V:** Trescientos.*

***E:** El cambio de grifería de uno era trescientos.*

***V:** Pongo así porque… este es treinta pero bueno, pongo así… eh, ¿diez era? Sí. Uno, dos, tres, cuatro, me falta uno (mientras escribe la suma vertical de cinco veces 300). Tres, seis, nueve, doce, quince (mientras suma los cinco 3, luego de escribir los ceros correspondientes a las unidades y a las decenas. En su cuenta le queda 1500 como resultado de la suma de cinco veces 300). Tres mil pesos.*

En el procedimiento de Vicente está funcionando de manera implícita la propiedad asociativa: n x 10 = n x 5 x 2

Julia, con mayor nivel de escolarización que sus compañeros, obtiene directamente, sin dudas ni equivocaciones, los resultados de multiplicar mentalmente por 10 números de diferentes tamaños: 5, 12, 100 y 125. Recordemos que fue ella quien trajo el símbolo x y la expresión oral “multiplicar por” en la primera clase en la que la maestra propuso resolver problemas orales que involucraran series proporcionales.

Como hemos aclarado en el inicio de este capítulo, en ciertas ocasiones relevamos conocimientos ya disponibles por parte de los sujetos mientras que en otras asistimos a momentos de producción o reorganización de nuevos recursos en interacción con los problemas presentados, como sucede con varios aspectos de la multiplicación. Todos los entrevistados (independientemente de que ellos consideren que saben multiplicar, o que tengan memorizados productos o de si reconocen el símbolo de la multiplicación) logran resolver problemas y cálculos multiplicativos. No podemos afirmar que todos los alumnos adultos que inician la escuela primaria tengan niveles de conocimiento próximo, pero es posible suponer que existen otros alumnos que también disponen de ellos. La aparición, el uso y el reconocimiento de estos recursos constituyen posibles puntos de partida para un abordaje didáctico sistemático de la multiplicación. Retomaremos esta cuestión en las conclusiones.

5.4.4 Algoritmo de la multiplicación

En general no dominan o no conocen el algoritmo de la multiplicación, excepto Julia, quien realiza el algoritmo 373 x 3 con mucha seguridad, logrando reagrupar en las centenas. El resultado no es correcto porque se confunde en las centenas (“tres por tres, seis” si bien antes había dicho “tres por tres, nueve” para las unidades), pero domina la técnica.

(EJ3,R214)

***J:** Tres por tres, nueve. Tres por siete, veintiuno, lleva dos. Tres por tres, seis, más dos, ocho.*

En otro de los casos encontramos errores que obedecen a la aplicación de una parte de la técnica –multiplicar cada cifra por separado– y ponen en evidencia una pérdida del control del significado de las cifras según la posición que ocupan. Por ejemplo, Isabel realiza los tres cálculos parciales de cada número por 3 empezando por las unidades y va escribiendo abajo los tres resultados 12 (de 3 x 4), 15 (de 3 x 5) y 6 (de 3 x 2). Le queda escrito así: (EI3,R444)

$$\begin{array}{r} 254 \\ \underline{\times 3} \\ 61512 \end{array}$$

Isabel duda sobre el resultado obtenido. Y tiene otros recursos que le permiten resolver este cálculo oralmente, aunque se enfrente con dificultades para retener los números o los cálculos parciales:

(EI3,R485)

E: *Mm. ¿Por qué te parece que no está muy bien? (Frente a las dudas expresadas por Isabel).*

I: *Porque… o sea yo la… la multipliqué por como hacemos nosotros con Juanita. Yo hago siempre así por, suponele… cuatro por tres doce, así por números separados.*[1]

E: *Sí, sí. Y si vos la hicieras con la cabeza, Isabel, doscientos cincuenta y cuatro pesos por tres. O sea, tres paquetitos de doscientos cincuenta y cuatro pesos. Si yo digo: "Mirá, cobré en tres trabajos, doscientos cincuenta y cuatro, doscientos cincuenta y cuatro, y doscientos cincuenta y cuatro, ¿cuánta plata tengo en total si tengo tres veces doscientos cincuenta y cuatro?", ¿cómo lo harías? Con la cabeza.*

I: *Con la cabeza. Doscientos más doscientos son seiscientos. Más… perdón, cuatrocientos, y más doscientos son seiscientos. Cincuenta más cincuenta cien, más cincuenta ciento cincuenta. Son seiscientos, setecientos cincuenta… ¿y cuál era el otro más chiquito?*

E: *El cuatro.*

I: *Eh… el cuatro. Eh…*

E: *Tenías setecientos cincuenta… y te falta el cuatro multiplicar.*

I: *El cuatro multiplico en… ¿en cuánto era, en tres?*

E: *Sí.*

I: *Doce.*

E: *Doce, ¿entonces en total cuánto sería?*

I: *En total tendría yo setecientos… eh… ¿cuánto dije que era?*

E: *Era setecientos cincuenta… y después doce.*

I: *Setecientos… sesenta y dos.*

Del mismo modo que para la suma y la resta, sería preciso estudiar cómo los cálculos mentales orales de multiplicación podrían constituirse en un puente para la exploración y el uso de variadas técnicas algorítmicas por parte de los alumnos adultos.

5.4.5 La división como objeto

La mayoría dice que no sabe dividir refiriéndose a no saber "hacer cuentas" de dividir, específicamente a no dominar o no conocer el algoritmo de la división. En el capítulo 3 hemos mencionado cómo la división aparece como objeto de deseo, de temor, de alegría en algunos de los sujetos entrevistados. Casi podríamos decir que tienen un vínculo apasionado con esta operación. (Por ejemplo, para Alicia aprender la división permitiría ampliar sus funciones de esposa y madre, o ser cajera de supermercado, y para Isabel es uno de los conocimientos disponibles que más valoró aprender). Nuevamente enfatizamos la complementariedad de la perspectiva de la Relación con el Saber con la mirada, desde una perspectiva psicológica (aunque pensada desde problemas didácticos), sobre los conocimientos disponibles de los sujetos. No se trata solamente de mirar qué conocimientos tienen disponibles y cuáles no. En las entrevistas se

---

[1] Esta expresión "la hago siempre así, con números separados" creemos que remite a "la hago así en la escuela", dado que en las entrevistas usa otras estrategias.

imponía –como se atrapa en los extractos precedentes– una relación con la división atravesando sus historias de vida, la división como objeto de deseo y no solamente como conocimiento matemático a aprender o a estudiar en la escuela. La división aparece como una marca divisoria de aguas: “antes no sabía y ahora sé”; “yo creía que era muy difícil y no era tanto”; “yo quise aprender pero mi amiga no”; “si sabés dividir podés ser cajera”; “mi marido es inteligente y sabe dividir”. Hemos analizado estas cuestiones anteriormente en los capítulos 3 y 4; en esta ocasión focalizaremos en sus conocimientos disponibles.

A pesar de que los adultos afirman no saber dividir y no conocer el símbolo de la división, logran resolver situaciones de reparto equitativo por medio del cálculo mental en el contexto del dinero, y algunos de ellos, también en este contexto, pueden resolver cálculos mentales de división con números redondos presentados de manera aislada. Creemos que para la mayor parte de los sujetos no se trataba de conocimientos disponibles de manera previa –al menos así lo refieren ellos–, sino de recursos que elaboraron en interacción con los problemas propuestos y a partir de las intervenciones desplegadas.

Veamos cómo los adultos entrevistados resuelven mentalmente problemas que implican repartos o particiones. Por ejemplo, Isabel, frente a un problema de partición, realiza un análisis del resto que muestra su interpretación de la situación:

(C3,R413)

I: *(Leyendo el problema). Juanita contrató micros que pueden llevar treinta pasajeros. Y deben viajar setent… No pueden viajar… Si el micro lleva treinta pasajeros y hay setenta y tres alumnos… No pueden, hay que tener otro micro.*

(…)

C2: *¿Dos micros alcanzan?*

I: *No… Porque en dos micros van a ir solamente treinta y treinta, sesenta y acá tenemos setenta y seis personas, entonces necesitamos tres micros.*

En el apartado siguiente veremos los recursos que despliegan al resolver problemas de reparto equitativo en el contexto del dinero.

5.4.6 Cálculos mentales de división

Para realizar divisiones planteadas como repartos hipotéticos o bien en cálculos descontextualizados, los adultos entrevistados también despliegan una variedad de recursos. Estas estrategias en ocasiones implican apelar a relaciones entre números ya memorizadas (por ejemplo, identificar que 4000 repartido entre 2 es 2000 a cada uno por ya disponer que 2000 + 2000 = 4000), o bien a estrategias de descomposición por la unidad seguida de ceros (por ejemplo, descomponer 2500 en 2000 y 500) apelando implícitamente a la propiedad distributiva de la división con respecto al dividendo (dividiendo primero 2000 y luego 500).

En varios casos inicialmente dicen no saber dividir, pero frente a la contextualización a una situación de reparto logran resolver variados cálculos mentales, por ejemplo, Claudio, Isabel y Alicia responden con cierta rapidez algunos cálculos como: 10 : 2; 30 : 3; 100 : 2; 300 : 2; 500 : 2; 1000 : 2; 1500 : 2; 750 : 3; 8000 : 2; 1500 : 3.

Veamos también el esfuerzo que realizan y cómo reflexionan sobre el sentido de la operación:

(EI3,R60)

E: *…Y por ejemplo… ¿mil dividido dos?*

I: *Al mil lo dividís en dos, son dos mil.*

E: *Ajá.*

I: *No, lo dividís. No, lo multiplicás no, lo estamos quitando.*

E: *Sí, los separás en dos partes, por ejemplo, si yo tengo mil pesos para las dos, en partes iguales, ¿cuánto para cada una?*

I: *Eh, quinientos para cada uno.*

E: *Quinientos para cada uno. ¿Y si tengo ocho mil para las dos?*

I: *Eh, cuatro mil para cada una, lo dividimos en dos. No lo estamos multiplicando, estamos dividiendo.*

(EA1,R212)

A: *No, porque hoy mi marido me dijo, me puso un cuaderno y me dijo: "Dividí", y me, se sentó ahí y me enseñó, viste y… yo digo: "¿Es eso nada más?", o sea no… no me pareció tan difícil, pero ahora no me preguntes porque…*

E: *Ahora no te acordás ni te voy a preguntar, no te preocupes pero… pero vos sentiste que podías.*

A: *Sí.*

E: *Y que no era tan difícil.*

A: *No.*

E: *Mm.*

A: *Será porque los números eran chiquitos, tres dividido dos una cosa así me dijo, y eran nada o sea, en ese momento dije: "¿Es eso?"*

(EA1,R371)

E: *Bueno, em… lo que te propongo es que primero hagamos algunas divisiones así mentales, orales, y después vos…*

A: *Pero para dividir, ¿es importante saber eh… multiplicar? O sea… ¿multiplicar es dos por dos, por tres, esas cosas?*

E: *Sí, es importante pero también podés hacerlo de otra manera. Es muy buena tu pregunta, Alicia.*

A: *(Se ríe). Y porque yo no sé mucho de… o sea, dos por dos cuatro, dos por tres… hasta, por ejemplo, hasta cinco te puedo, pero más ahí ya… como que me tengo que quedar y pensar…*

Esta idea permite entender por qué para Alicia ella no sabe dividir. La idea de división de Alicia es sin duda la cuenta escolar, y para hacerla es cierto que se precisa disponer de un repertorio multiplicativo. Desde el punto de vista escolar Alicia "no sabe" dividir. Sin embargo, puede hacer divisiones mentalmente con números redondos cuando inicialmente son solicitadas en el contexto de una situación hipotética de reparto de dinero. Luego de dos o tres cálculos ya resuelve la división de manera descontextualizada cuando el dividendo es un número redondo de dos, tres o cuatro cifras y el divisor es una cantidad pequeña:

(EA1,R380)

E: *A ver, vamos a, vamos a probar porque se puede hacer algunas divisiones sin multiplicar (respondiendo a su pregunta acerca de si es necesario multiplicar para dividir).*

Haciendo sumas o restas u otro tipo de cálculos. Por ejemplo, si yo te dijera que tengo cien pesos para repartir entre vos y yo en partes iguales, ¿cuánto le darías a cada uno?

***A:** Cincuenta y cincuenta.*

***E:** Cincuenta y cincuenta, y ahí no multiplicaste, hiciste cincuenta y cincuenta, ¿no? Ahí dividiste, hiciste cien dividido dos. Cien dividido dos da cincuenta. Y si tenés mil para dividir en dos, ¿cuánto le das a cada uno?*

***A:** Y… quinientos y quinientos.*

***E:** Quinientos y quinientos. ¿Y si tenés trescientos para dividir en tres?*

***A:** Cien a cada uno.*

***E:** Cien a cada uno. Parece que ya sabés bastante de dividir eh. ¿Y si tenés treinta para dividir entre tres?*

***A:** Diez para cada uno.*

***E:** Diez para cada uno. ¿Y si tenés mil quinientos para dividir entre tres?*

***A:** Quinientos a cada uno.*

(EC4,R179)

***E:** Mm, ¿y por ejemplo divisiones también sabés hacer mentalmente?*

***C:** No, divisiones…*

***E:** Por ejemplo, ¿diez dividido dos?*

***C:** Casi nunca trabajé con divisiones.*

***E:** Casi nunca trabajaste con divisiones. Y si yo te dijera por ejemplo que tenés diez cosas para repartir entre los dos, diez pesos para repartir entre los dos, ¿cuánto para cada uno?*

***C:** Ah, sería cinco.*

***E:** Sería cinco.*

***C:** Si era diez pesos, cinco.*

***E:** Mm, ¿y si tengo cien pesos para dividir entre los dos?*

***C:** Cincuenta.*

***E:** Cincuenta a cada uno. ¿Y si tengo mil pesos para repartir entre los dos?*

***C:** Quinientos.*

***E:** ¡Qué alegría! ¿No? (risas)*

***C:** Sí, je, je.*

***E:** ¿Y si tengo mil quinientos pesos para repartir entre los dos?*

***C:** Setecientos cincuenta.*

***E:** ¿Y si tengo setecientos cincuenta para repartir entre tres?*

***C:** Entre tres, uh… (piensa….), ¿doscientos cincuenta?*

Un rato después Claudio realiza una distinción entre los cálculos con números redondos que se dividen por dos y que reconoce como más sencillos, de aquellos otros cálculos con números no redondos y que se dividen por cuatro. (Casi podríamos decir que identifica variables didácticas de los cálculos y anticipa sus propios procedimientos de resolución). Cree inicialmente que no podrá realizar estos últimos. Sin embargo, en el siguiente extracto vemos la velocidad y la facilidad con las que recurre al cálculo estimativo de división, que le da casi exacto.

(EC4,R231)

C: *O sea, capaz que, capaz que… números chicos, o números dividido, o sea números de quinientos cincuenta y tres, entendés, ahí capaz con el bocho medio que me va a costar. Pero vamos a suponer si usted me dice: "Diez mil divido dos", ya ahí sé que hay que repartir quinien… eh, cinco mil para cada uno. O sea, se trate de mil, y no que vaya a poner ponele, en pesos, tres mil quinientos cincuenta y tres porque a mí me va a costar un poquito capaz para… en cambio capaz ya más… o sea, parece más fácil cuando es de mil, se trata de mil porque vos… y más por dos. Por dos, y por tres capaz… puede llegar… pero ya capaz cuatro me va a costar un poquito.*

E: *Y te hago una pregunta, ese número que vos dijiste, quinientos cincuenta y tres (escribiéndolo). Si vos tuvieras que dividirlo entre cuatro, vos por supuesto que no sabés el resultado directamente como el otro por lo que me explicaste recién… con ese número no sabés.*

C: *Hay que… pensaría un poquito…*

E: *Y yo tampoco sé cuánto es quinientos cincuenta y tres dividido cuatro, tendría que pensarlo. Si pensás, más o menos, ¿cuánto te va a dar? No te estoy preguntando cuánto da exacto, pero más o menos, ¿cuánto tiene… te parece que podría dar quinientos cincuenta y tres dividido cuatro?*

C: *(Piensa un ratito) Y daría… ciento treinta y cinco… (Pensando…)*

E: *Más o menos, ¿eh?*

C: *Y daría… ciento treinta y siete con moneditas por ahí… ciento treinta y ocho puede llegar a dar capaz.*

Con respecto a los cálculos de división también hemos encontrado una diferencia entre estrategias utilizadas y estrategias usadas para explicar. Por ejemplo, para 500 : 2 o para 100 : 5 Isabel dice directamente los resultados, pero luego para explicar cómo los obtuvo, apela al uso de los dedos:

(EI3,R76)

I: *Porque lo… los dividimos ahí… este... o sea, si tenemos que sacar de quinientos pesos la mitad para cada uno, serían… uso mis dedos, serían saco doscientos de acá, y doscientos de acá, y de acá saco cincuenta y lo pongo a la… a los doscientos cincuenta y a los otros doscientos cincuenta.*

(C5,R692)

I: *Cien entre cinco. Repartir dinero, ¿cómo no me reparten a mí? Estem… Cien entre cinco. Veinte cada uno.*

C2: *¿Por qué?*

I: *Porque, este… yo creo así (marca cinco con los dedos de la mano) ¿no? Le doy veinte pesos a uno y veinte pesos al otro son cuarenta. Y le doy veinte pesos al otro son cuarenta, sesenta. Y le doy veinte pesos al otro son sesenta, setenta, ochenta. Y veinte pesos al otro son cien.*

Alicia utiliza implícitamente la propiedad distributiva para el dividendo para dividir 1600 entre 4: primero intenta dividir 1000 y luego 600.

Hemos encontrado también que varios utilizan una estrategia de verificación sobre la validez del cociente hipotético obtenido por medio de una aproximación en un cálculo oral. Por ejemplo, Alicia propone sumar los resultados tantas veces como indica el divisor para ver si obtiene el dividendo (en este caso no lo obtiene):

(EA1,R409)

E: *(….) Mil seiscientos dividido cuatro.*

A: *Mil seiscientos es así (escribiéndolo convencionalmente).*

E: *Sí, repartido entre cuatro en partes iguales, ¿cuánto es para cada uno?*

A: *(Piensa…) ¿Quinientos cincuenta para cada uno?*

E: *A ver, probá, escribilo, y vamos a probar si te da o no te da.*

A: *¿Dónde?*

E: *Eh, ahí abajo del cuatro, por ejemplo (Alicia había escrito 1600 dividido 4 en el formato de la cuenta convencional). Bueno, vos decís que quinientos cincuenta cada uno. O sea, si vos tuvieras mil seiscientos pesos y lo repartís entre cuatro personas, vos suponés que le das quinientos… (no llega a terminar de decir quinientos cincuenta porque Alicia la detiene).*

A: *Ah, no…*

E: *¿Por qué te parece que no ahora?*

A: *Porque era en cuatro, yo lo partí en tres.*

E: *Ajá, bueno, entonces partilo en cuatro.*

A: *A ver… (escribe cuatro veces 550, uno abajo del otro)*

E: *¿Me contás que estás haciendo? Que es muy interesante…*

A: *Estoy tratando de sumar a ver cuánto le va a tocar a cada uno.*

E: *Vos probaste que cada uno tenía quinientos cincuenta, y ahora, ¿estás sumando los cuatro para ver qué?*

A: *Para ver cuánto me sale, o sea, si me sale lo mismo que esto.*

E: *Ajá, si es… si vos sumás quinientos cincuenta más quinientos cincuenta más quinientos cincuenta más quinientos cincuenta, y te da mil seiscientos, va a estar bien.*

A: *Va a estar bien.*

E: *Y si no te da mil seiscientos, no. O sea vos estás sola comprobando si la cuenta que vos hiciste te está dando bien o no. ¿No es cierto? Bueno, dale comprobalo.*

A: *Cinco, diez, quince, veinte. No. veinte… veintidós. (Va diciendo mientras suma los cuatro números y obtiene 2200) No.*

También Isabel utiliza esta estrategia para controlar la validez del hipotético resultado obtenido por aproximación. Isabel reparte $ 100 entre 5 y obtiene $ 20 para cada uno. Al intentar repartir $ 200 entre 5 personas primero dice que cada uno va a obtener $ 25. Suma cinco veces $ 25 y como obtiene $ 125 dice que puede darle más a cada uno. Intenta con $ 30, vuelve a sumar 5 veces $ 30, obtiene $ 150 y dice que aún tiene más dinero para repartir. Prueba con $ 35 realizando la misma serie de cálculos y reflexiones, y finalmente prueba con $ 40, obteniendo entonces con la suma el $ 200 (clase Nº 6).

Ninguno domina el algoritmo de la división, pero hemos mencionado cómo constituye un importante objeto de deseo.

Sin pretensiones de generalización acerca de que estos recursos estarían presentes en todos los sujetos adultos con nulo o bajo nivel de escolarización, consideramos posible al menos que muchos otros alumnos adultos que inician la escuela también tengan niveles próximos de conocimiento. Del mismo modo que se señaló para otros aspectos, sería preciso contemplar estos recursos al diseñar propuestas didácticas para el abordaje sistemático de esta operación. En el capítulo final retomaremos también estas reflexiones.

• • •

En este capítulo hemos presentado un análisis de los conocimientos aritméticos relevados en los cinco casos, en particular sobre la lectura y la escritura de números, el análisis del valor posicional, los números con coma en el contexto del dinero, la resolución de algunos problemas sencillos que involucran las cuatro operaciones, así como los recursos de cálculo disponibles para cada operación.

En el próximo capítulo compartiremos el análisis de algunos fenómenos encontrados sobre la enseñanza e identificaremos ciertas tensiones didácticas. Finalmente en las conclusiones nos permitiremos reflexionar sobre algunos posibles aportes de estos resultados para pensar en la enseñanza.

Capítulo 6. Análisis transversal de algunos hallazgos didácticos

En el capítulo anterior hemos presentado los resultados de la indagación y el relevamiento de algunos conocimientos aritméticos que los adultos entrevistados tienen disponibles o producen en interacción con los problemas a los que los enfrentamos. En este capítulo sistematizamos los resultados de algunos aspectos didácticos encontrados.

Hemos mencionado en el capítulo 2 que este estudio no constituye una investigación didáctica en sentido estricto.[1] A pesar de ello es preciso reconocer que el interés mismo del presente estudio se origina en preocupaciones didácticas, específicamente busca ser un insumo para la producción curricular y la elaboración de situaciones de enseñanza que permitan articular los conocimientos disponibles con los saberes a enseñar. Por ello la didáctica de la matemática nos ha provisto de marcos teóricos de referencia para el diseño de los momentos de trabajo matemático en las entrevistas, para el desarrollo de ciertas intervenciones, como también para el establecimiento de cierta direccionalidad en el trabajo realizado con los docentes de la escuela. En particular la Teoría de Situaciones de Guy Brousseau (1986) y la Teoría de los Campos Conceptuales de Gérard Vergnaud (1990).[2]

En este capítulo analizaremos algunos fenómenos didácticos que hemos identificado en clases y entrevistas. Si bien estos aspectos no estaban previstos como resultados esperables en el diseño de este estudio, consideramos que se trata de algunos hallazgos posibles a considerar en futuras investigaciones y producciones didácticas.

En primer lugar, a propósito de las interacciones con situaciones de lectura y escritura de números, hemos podido relevar algunas intervenciones didácticas que se han mostrado potentes para el progreso de los conocimientos de los sujetos entrevistados. En segundo término analizaremos un fenómeno de deslizamiento metadidáctico que se ha producido en torno a la enseñanza de la serie numérica en situaciones de clases. Cobra particular importancia dado que se trata de un medio didáctico relevado fértil para los niños pequeños, pero que en las clases observadas de adultos ha generado, desde nuestro punto de vista, un desvío desde el contenido matemático hacia el formato de la actividad propuesta.

Se pudieron identificar ciertos conflictos entre dos lógicas, en particular entre la lógica del entrevistador o del docente y la lógica del alumno. El análisis de esta tensión entre dos perspectivas diferentes sobre un mismo problema –perspectivas que no entran en diálogo– nos permite señalar el riesgo de interpretar ciertas respuestas de los sujetos como ausencia de conocimientos. Estas cuestiones se abordan en un tercer apartado.

En este capítulo se analiza un cuarto aspecto didáctico. Identificamos que en ocasiones los sujetos utilizan una estrategia de resolución de un problema matemático, pero apelan a otra no empleada para explicar cómo obtuvieron el resultado. En este apartado ensayamos algunas explicaciones posibles a este fenómeno. Por último, nos proponemos considerar cómo en este estudio hemos podido relevar que los sujetos entrevistados utilizan estrategias diferentes en clases y entrevistas para resolver una misma clase de problemas. Ejemplificaremos e interpretaremos estas diferencias en un quinto apartado.

Las cuestiones tratadas en este capítulo tienen en común que se identificaron en situaciones de enseñanza –clases– o bien bajo intervenciones –en entrevistas– que consideramos intervenciones didácticas. Creemos que nuevas indagaciones sobre estos aspectos podrían contribuir al estudio de procesos de enseñanza dirigidos a esta población.

6.1 Intervenciones didácticas fértiles

En este apartado realizaremos un análisis de algunas intervenciones didácticas que se han relevado fértiles para el progreso de los conocimientos numéricos de los adultos. Intervenciones

---

[1] Decimos "en sentido estricto" dado que ciertas acepciones de la Didáctica de la Matemática más amplias permitirían alojar dentro de esta disciplina también estudios como el presente.
[2] En capítulos anteriores se han presentado los principales aportes conceptuales de ambas teorías para este estudio.

similares habían sido estudiadas anteriormente para el trabajo con niños pequeños (Lerner y Sadovsky, 1994; Broitman y Kuperman, 2003).

Intervenciones sobre los nudos que ayudan a leer y a escribir un número. Vicente escribe para "ochocientos ocho" dos números y duda de cuál es el correcto: 808 y 8008. Como hemos analizado en el capítulo anterior, la segunda producción se apoya en una concepción de escritura yuxtapuesta que refleja la numeración hablada y relevada en niños (Lerner y Sadovsky, 1994) y en adultos (Ferreiro, 1988; Palmas, 2011). La intervención de pedido de escritura de los nudos 800 y 8000 lo ayuda a resolver dos problemas. El primero es identificar cuál de las dos escrituras realizadas para "ochocientos ocho" es la correcta, problema de producción, dado que él mismo las había escrito. El segundo problema es interpretar el nombre del número descartado, en este caso 8008. Reproducimos un extracto de entrevista posterior a que Vicente escribiera 808 y 8008 para "ochocientos ocho":

(EV3,R118)

E: *(…) Vamos a dejarlos un poquitito de lado, y yo le digo otro número, y a ver si eso nos ayuda. Ochocientos.*

V: *Ochocientos. (Escribe 800).*

E: *Ocho mil.*

V: *¿Ocho mil?*

E: *Sí.*

V: *¿Acá? (Escribe 8000).*

E: *Sí. Bueno, ahora que usted ya sabe que este es el ochocientos (señalando 800), y este es el ocho mil (señalando 8000), ¿cuál de estos dos le parece que será el ochocientos ocho? ¿Este o este? (Señalando 808 y 8008 escritos anteriormente por Vicente). Porque este es el ochocientos (señalando 800), y este es el ocho mil (señalando 8000), de eso está seguro, ¿no?*

V: *Nosotros ochocientos dijimos, ¿no?*

E: *Ochocientos ocho, cuando yo le pregunté cómo se escribe el ochocientos ocho, usted me dijo que dudaba entre estos dos (mostrando 808 y 8008).*

V: *Esta (señala 808).*

E: *Mm, ¿cómo hizo para estar ahora seguro? Hace un ratito no estaba muy seguro, pero ahora sí.*

V: *Porque ahora veo que el ocho, el cero y el ocho, ¿no cierto? Y acá me ponés el ocho, el cero y el otro cero. Acá, en lugar del cero, iría el ocho.*

E: *Ajá, ¿y entonces ese qué número sería? (Señalando el 8008).*

V: *Eh, ocho mil ocho.*

Subyace a la elección de Vicente una conjetura implícita: "si los dos números se llaman parecido (ochocientos y ochocientos ocho) tienen que tener la misma cantidad de cifras". No quisiéramos dejar de lado que la escritura convencional del número 800 podría en cambio haber fortalecido la elección de la escritura 8008 desde la concepción de escritura yuxtapuesta, dado que fue punto de apoyo para su producción. Creemos que la escritura simultánea de 800 y de 8000 es la que le permite revisar sus ideas.

Nos interesa destacar que el progreso en su conocimiento puede identificarse en dos niveles. Por un lado, en el terreno del éxito en la tarea propuesta, es decir, en la interpretación y la producción correcta que logra hacer de los números en cuestión. Por otro lado, en la elaboración de una explicación: “en el lugar del cero iría el ocho”. Vicente reutiliza después ambas cuestiones para nuevos números.

(EV3,R372)

E: *Este es el quinientos mil, ¿cómo será el quinientos mil cinco?*

V: *Quinientos mil cinco. ¿Así? (Escribe 500005).*

Intervenciones en las que se mantiene la incertidumbre sobre el error y se le solicita la escritura o la interpretación de los números “equivocados” (en serie). Isabel interpreta 2007 como doscientos siete, realizando una interpretación aditiva de la escritura del número: doscientos y siete, justificada por ella como que el doscientos tiene dos ceros y ese también. Manteniendo la incertidumbre respecto de la validez de su interpretación se le pide que interprete 207 al que nombra como veintisiete utilizando la misma lógica. Se le pide entonces que interprete el 27. El conflicto que se le produce por saber que 27 se llama veintisiete (nombre que ha utilizado también para leer el número 207) le permitirá producir avances en sus conocimientos, en principio por darse cuenta de la contradicción y rechazar justificadamente su propia interpretación no convencional:

(EI2,R186)

(E escribe 2007).

I: *Em… doscientos siete.*

(E escribe 207).

I: *Eh… doscientos siete dije… em… (Dudando). ¿Qué número es ese? Veint… ¿ese es un veinte?*

E: *¿Cuál?*

I: *Este (señalando aparentemente el 20 de 207).*

E: *¿Todo junto?*

I: *Mmm, no, no es todo junto veinte, el veinte es el dos y el cero.*

E: *Mm, a ver si entiendo lo que te está pasando. Vos a este (señalando el 2007) lo llamaste doscientos siete, y a este también (207), y entraste en duda, ¿no?*

I: *Claro, no, porque este tiene un cero y este tiene dos.*

E: *Mm, ¿y ahora no sabes cuál de los dos es el doscientos siete?*

I: *No, este es el doscientos siete, porque tiene dos ceros (señalando el 2007).*

E: *Ajá….*

I: *Porque el cien no tiene un cero, ¿no?*

E: *No, el cien tiene dos ceros.*

I: *Bueno, entonces si estos son doscientos, eh… tiene eh… si este tiene dos ceros son doscientos siete. Y este… em… es un veinte (señalando el 207).*

E: *Mm, ¿y este cuál es? (Escribiendo 27).*

I: *Un veintisiete.*

E: *Mm, bueno ahora vamos a volver sobre esto, ¿sí?*

I: *Sí.*

E: *Y ahora yo te voy a pedir a vos que escribas algunos números, vos acá estás en duda, ¿no es cierto?*

I: *Ese, no, ese es la duda, porque estos son doscientos siete (por el 2007), y este es un veinte (señalando el 20 de 207), y el siete ahí al lado, ¿qué quiere decir?, veinti… no, no es veintisiete.*

E: *¿Cómo sabés que este no es veintisiete? (señalando 207) El dos… el cero y el siete, porque vos, es interesante lo que me dijiste recién, me dijiste: "Es un veinte y un siete, es veintisiete, no, no es veintisiete".*

I: *No.*

E: *¿Por qué pensás que no es veintisiete, o cómo te das cuenta que no es veintisiete?*

I: *Porque veintisiete está como este (señalando 27), y este tiene un cero (señalando el 0 de 207), entonces no es veintisiete.*

Veamos otro ejemplo. Vicente escribe diez mil como 1000, entonces se le pide que escriba mil y escribe 100. Luego se le pide que escriba cien y escribe nuevamente 100. Vicente entra en conflicto frente a la contradicción de que ha escrito ambos números con una misma notación y considera que esto no es posible:

(EV3,R148)

E: *Diez mil, ¡epa! (Dictando).*

V: *Diez mil.*

V: *(Escribe 1000).*

E: *Mil (dictando).*

V: *(Escribe 100).*

E: *Cien (dictando).*

V: *(Escribe 100) Ah, ah, este… (Mirando las dos escrituras iguales de 100 para números distintos y dudando).*

E: *¿Qué pasó?*

V: *Me falta otro cero, ¿no?*

E: *Ajá.*

V: *Sí.*

E: *¿Y entonces este qué número es?*

V: *¿Qué me pediste? Diez mil.*

E: *Primero diez mil, después mil, y después cien.*

V: *Mil. No, los dos tengo con… igual. ¿Acá me falta otro cero?*

E: *Mm.*

V: *Ahí está (agrega un cero al 100 que era para mil y otro cero al 1000 que era para diez mil, y le quedan escrituras convencionales).*

E: *Bueno, entonces, ¿este cuál es? (Señalando 10000).*

V: *Diez mil.*

E: *¿Este? (Señalando 1000).*

V: *Mil.*

E: *¿Y este? (Señalando 100).*

V: *Cien.*

E: *Claro, la primera vez que lo escribió, cuando yo le pedí diez mil, escribió así: mil (mostrando 1000).*

V: *Claro.*

E: *Y le faltaba un cero. Cuando le dije mil, escribió cien. Y cuando yo le dije cien, ahí se dio cuenta.*

V: *Ahí me di cuenta, sí.*

E: *¿Por qué se dio cuenta?*

V: *Porque no podía ser dos del mismo... con los tres números. Con los tres ceros. Uno tendría que llevar eh, más. El de diez mil, ¿está?*

Vemos en la última explicación de Vicente la puesta en palabras de su idea de que es preciso que haya una diferencia en la escritura de ambos números. En el extracto siguiente podemos advertir cómo el pedido de escritura del número que ha escrito –con intención de representar a otro número– ayuda a Vicente a avanzar en sus conocimientos tanto al agregar el cero que faltaba como al elaborar una explicitación de sus dudas:

(EV3,R181)

E: *(…) Veinte mil (dictando).*

V: *¡Ya te fuiste…!*

E: *¿Cómo? ¿Ya me fui? Ja, ja.*

V: *Ahí está (escribe 2000).*

E: *Dos mil (dictando).*

V: *Dos mil. Veinte mil (dudando)… ¿Este está bien o falta otro cero? Me parece que falta otro cero (refiriéndose al veinte mil escrito como 2000).*

E: *A mí también.*

V: *Sí (agrega el 0 y le queda 20000).*

E: *Dos mil.*

V: *(Vicente escribe 200) ¿Y este está bien?*

E: *No sé dónde termina este. ¿Termina ahí? (Quedan pegados el 20000 y el 200).*

V: *Este termina acá (hace una raya separándolos).*

E: *Sí. A ver ahora, ahora vemos. ¿Este es veinte mil? (Mostrando 20000).*

V: *Sí.*

E: *Ahora, este es dos mil, y no estás seguro (mostrando 200).*

V: *No.*

E: *Escriba abajo cómo le parece que también puede ser, y lo pensamos.*

V: *Eh, dos mil (escribe 2000).*

E: *No está seguro cuál de estos dos es el dos mil (mostrando sus escrituras 200 y 2000).*

V: *No estoy seguro.*

Enseguida retomaremos cómo Vicente sale de esta duda. Luego de algunos momentos de trabajo Vicente se apropia de este recurso de pensar los nudos en serie o en conjunto con un cero más o un cero menos. Por un lado logra revisar sus propias producciones (escribe quinientos como 50 y lo corrige al leerlo). En segundo lugar avanza produciendo escrituras convencionales para varios números similares entre sí. Veamos estos avances:

(EV3,R228)

E: *A ver, ¿probamos una vez más?*

V: *Dale.*

E: *Quinientos.*

V: *Quinientos… (escribe 50) Eh, este es cincuenta. Ahí está (le agrega un 0).*

E: *Cinco mil.*

V: *(Escribe 5000).*

E: *Quinientos cinco.*

V: *Quinientos… cinco (mientras escribe 505).*

E: *Cinco mil cinco.*

V: *Cinco mil… cinco mil… ¿así? (Mientras escribe 5005).*

E: *A ver, ¿qué números son?*

V: *Quinientos, cinco mil, quinientos cinco, cinco mil cinco (leyendo 500, 5000, 505 y 5005).*

E: *Y a ver uno, como dice usted: "ya me fui", cincuenta mil.*

V: *Cincuenta mil… (escribe 5000 y piensa)… lleva otro cero más, ¿no? (Al agregar el 0 le queda 50000).*

E: *Ajá. Y ahora cincuenta mil cinco.*

V: *Cincuenta mil… está (mientras escribe convencionalmente 50005 y se muestra muy contento).*

E: *Y está un poco contento me parece, ¿no?¿Por qué? ¿Qué pensó?*

V: *Porque lo agarré enseguida.*

E: *¿Qué agarró? A ver, cuénteme qué agarró.*

V: *Acá le puse cuatro ceros (señalando el 50000), tengo que llevar tres ceros y poner un cinco.*

Su última expresión permite atrapar una nueva teoría elaborada que sería más o menos así: "de los ceros del nudo anterior hay que retener todos menos uno para poner en su lugar la cifra que se agrega", teoría que deberá ser ampliada y revisada para poder escribir, por ejemplo, 50.010.

Intervenciones que apelan a una escritura "segura"[1] como punto de apoyo para pensar sobre la escritura de otros números. Volvamos al momento en que Vicente duda sobre la escritura del número dos mil entre 200 y 2000. En este caso la escritura de un número que funciona como una escritura segura o estable, el año en curso, es fuente para pensar sobre la escritura de otro número. Es interesante cómo en un primer momento, desde una concepción de

[1] Si bien en los ejemplos se trata de la escritura del año en curso (2009) nos referimos con la expresión "segura" a una escritura numérica sobre la que el sujeto no duda y que, por lo tanto, puede funcionar como fuente de información o punto de apoyo para la reflexión. En ocasiones también se las denomina "formas fijas" o "escrituras estables".

escritura aditiva del número, le permite incluso justificar la respuesta incorrecta. Luego Vicente revisa su interpretación:

(EV3,R202)

E: *Bueno, le voy a dar una pista: ¿sabe en qué año estamos?*

V: *En el dos mil nueve.*

E: *Dos mil nueve, ¿se anima a escribirlo a dos mil nueve?*

V: *Dos mil nueve, como se escribía… dos mil… ¿así? (Escribe 2009).*

E: *Saber que este es el dos mil nueve (señalando 2009), ¿lo ayuda a pensar cuál de estos dos es el dos mil? (Señalando 200 y 2000).*

V: *Sí, es este (señala el 200).*

E: *¿Es este? ¿Por qué?*

V: *Porque lleva dos… ¡ah no!, este, perdón (señala el 2000).*

E: *¿Por qué a ver?, cuénteme Vicente por qué cambió de idea. Porque cambió de idea.*

V: *Por qué cambié de idea, porque acá tenemos tres ceros, y acá tengo dos ceros, y antes de tres, lo tengo al nueve. ¿Es así?*

E: *Ajá. ¿Y este que número será? (Señalando 200).*

V: *Doscientos.*

Isabel, en este caso, había interpretado el número 2007 como doscientos siete. Veamos cómo modifica su interpretación a partir del número 2009 (año en curso), y reflexiona sobre la escritura de los números. Es llamativo que hasta tal punto modifica su interpretación que ni la recuerda:

(EI2,R 242)

E: *¿Sabés en qué año estamos ahora?*

I: *En el dos mil ocho… nueve.*

E: *Nueve, dos mil nueve, ¿te animás a escribirlo?*

(Isabel escribe 2009)

E: *Mm. ¿Y ahora te animás a escribir el dos mil?*

I: *Es dos mil, ahí (lo escribe 2000).*

E: *Y ahora el dos mil ocho.*

I: *(Escribe 2008) Mm.*

E: *Vos decís que este es el dos mil ocho (señalando 2008).*

I: *Sí.*

E: *Y este es el dos mil nueve (señalando 2009).*

I: *Dos mil nueve.*

E: *Y este, ¿qué numero te parece que será? (Señalando el 2007 anterior que Isabel había nombrado como doscientos siete).*

I: *Dos mil siete.*

E: *¿Y vos te acordás como me dijiste antes que se llamaba?*

I: *Eh… no, ¿cómo te dije que se llamaba? Dos mil siete.*

E: *Me dijiste doscientos siete.*

I: *Ah, doscientos siete. ¡Ahhhhhhhh! Por los ceritos decís vos.*

E: *Yo todavía no dije nada, a ver, ¿vos qué decís de los ceritos? ¿De qué te diste cuenta?*

I: *No, yo porque, yo… por eso yo te digo que a veces… a mí me confunden los ceros.*

E: *Sí, no te preocupes, yo te estoy tratando de ayudar y tratando de entender. Yo entendí que te confunden los ceros y estoy tratando de que vos puedas pensar un poquito a partir de lo que vos sí sabes, ¿sí? Pero vos no te preocupes porque cuando vos me quieras preguntar yo te contesto. Pero por ahí ahora en vez de contestarte directamente estoy tratando de que vos pienses, ¿sí?*

I: *Sí.*

E: *¿Vos estás segura de que este es el dos mil nueve? (Señalando 2009).*

I: *Sí.*

E: *¿Y estás segura que este es el dos mil ocho? (Señalando 2008).*

I: *Sí.*

E: *Y este (señalando el 2007), que antes me dijiste que era el doscientos siete, y ahora me decís que es el dos mil siete, ¿qué te parece que será?, ¿el doscientos siete?, ¿el dos mil siete?, ¿qué pensaste de los ceritos?*

I: *No, No. Ahora porque este suponele… este dos mil nueve tiene los mismos ceros que tiene este (señalando 2007), tiene dos ceros en el medio y está el dos y está el siete al último, está como el nueve, entonces es el dos mil siete.*

También aquí aparece la teoría acerca de que si dos números se dicen parecido se escriben parecido. Veamos cómo sus propias reflexiones a partir de la escritura del 2009 le permiten seguir avanzando en sus conocimientos aunque inicialmente se produzca una profundización del conflicto que enfrenta:

(EI2,R347)

I: *Porque, este trescientos uno lleva dos ceros y un uno nada más (señalando 3001). Trescientos (señalando su escritura de 300). Este es trescientos uno, y este es dos mil nueve (2009), este tiene que ser el trescientos uno (muy confundida). ¡Volvé cuando yo entienda esto!*

(…)

E: *Este es el trescientos y este es el trescientos uno (escribiendo 300 y 301), y este es el dos mil (2000) y este es el dos mil nueve (2009). ¿Qué dirías que pasa con los ceros ahí?*

I: *¿Y qué diría, ahí? Que… como te dije hace rato, que este, que era ese, va el nueve va en el lugar de este cero.*

E: *Ajá, eso que vos estás diciendo, que es lo que dijiste antes, que es que el nueve va en el lugar del cero, pasa también con el trescientos y el trescientos uno, y debería pasar con el dos mil, y con el dos mil uno, que acá lo escribiste bien, y cuando paso del trescientos al trescientos uno también pasa, ¿sí? ¿Te animás a probar a ver si te sale?*

I: *Y no sé si me va a salir.*

E: *A ver por ejemplo escribí el cuatrocientos (Isabel escribe 400). Y ahora el cuatrocientos uno (Isabel escribe 401). Muy bien.*

I: *¿Está bien?*

E: *Está bien. Ahora escribí el cuatro mil (Isabel escribe 4000). Y ahora el cuatro mil uno (Isabel escribe 4001). Y cuatro mil ocho (Isabel escribe 4008). ¿Está?*

I: *Mm.*

E: *Bueno. Ya ahora lo sabés. ¿Eh, un poco más? ¿Sí? Bueno, eh… entonces, volvemos sobre estos números que nos dieron tantas dudas hace un ratito, ¿qué números son?*

I: *Este es el doscientos siete, no dos mil siete (por el 2007).*

E: *¿Y este?*

I: *Doscientos siete (por el 207).*

E: *¿Y este?*

I: *Veintisiete (por el 27).*

En el caso de Alicia, si bien ella es la que autónomamente apela a la escritura del año en curso, se realizan intervenciones que apuntan a que reflexione a partir de esta escritura estable usándola para pensar sobre otros números que ella venía produciendo de manera yuxtapuesta:

(EA3,R12)

E: *(…) Yo te voy a pedir que escribas algunos números, ¿está? Eh…*

A: *¿Como para hacer qué?, ¿sumas…?*

E: *No, no, primero algunos números sueltos. Eh, mil ocho.*

A: *(Escribe 10008).*

E: *Eh, diez mil.*

A: *(Escribe 10000). No sé dónde van los puntitos.*

E: *No importa, igual los puntitos son optativos, no son obligatorios. Em, diez mil ocho.*

A: *(Escribe 100008). No sé si está bien, pero…*

E: *Dos mil.*

A: *(Escribe 2000).*

E: *Dos mil ocho.*

A: *(Escribe 20008 dudando).*

E: *Vos antes dijiste: "No sé si están bien", y ahora pusiste cara de duda. ¿Podrías explicarme un poco qué dudas estás teniendo?*

A: *Por los números, por los… yo no sé si te había comentado que tengo ese problema… o sea no sé los… el cien y mil bueno… pero ya cuando me decís más números, más… ceros ya como que me confundo.*

E: *¿Y qué duda tenés puntualmente ahora? Porque parecería que tenés una duda en particular, por tu cara al escribir los números…*

A: *No, estaba pensando en la fecha, porque… dos mil nueve (escribiendo 2009), estamos, ponele, cuando se pone cero nueve nada más (escribiendo 09), no sé si está bien así… pero sí, creo que sí.*

E: *Mm, y esta escritura del dos mil nueve que vos hiciste acá, ¿estás segura de que es correcta?*

A: *No. Sí.*

E: *Mm, ¿y te serviría fijarte en algún lugar? ¿Dónde te podrías fijar para saber si está bien escrito el dos mil nueve?*

A: *No sé. Porque en la fecha… por ahí en el celular.*

E: *Mm, ¿vos en el celular tenés escrito, así escrito el cero nueve o tenés todo el año?*

A: *Creo que está todo.*

E: *Pero no lo tenés acá, ¿no?*

A: *No.*

E: *Y en una agenda, ¿te serviría?*

A: *Puede ser.*

E: *A ver, esta es mi agenda…*

A: *(Busca y mira la escritura 2009 en la primera hoja) Ajá, está bien.*

E: *¿Cuál está bien?*

A: *Este (señalando su propia escritura anterior 2009).*

E: *Mm, entonces…*

A: *Este está mal (señalando su propia escritura 20008 hecha para dos mil ocho).*

E: *Ajá, ¿qué pensaste?*

A: *Dos mil ocho me dice.*

E: *Sí, ¿cómo…?, ¿qué estás pensando cuando mirando la escritura del dos mil nueve –que ahora sabés que es correcta porque esta así en la agenda– mirás la del dos mil ocho y te parece que no está bien?*

A: *Porque un cero está de más.*

E: *¿Y cómo lo escribirías?*

A: *Porque me dijiste, dos mil ocho me dijiste vos, ¿no?*

E: *Sí.*

A: *O sea, serían estos… acá, y esto no (tacha el 8 de 20008 y escribe sobre el último 0 un 8).*

E: *Mm, a ver, ¿la escribirías abajo como te parece que es ahora?*

A: *Así. Dos mil ocho (escribe 2008).*

E: *Mm, o sea, ahora la escribirías con un cero menos.*

A: *Claro.*

E: *Mm, ¿y por qué? O, ¿qué pensaste para hacer esto? ¿Por qué cambiaste de idea?, ¿de qué te diste cuenta?, ¿o qué cosas te quedaste pensando…?*

A: *Por la fecha realmente, porque dos mil nueve, y dos mil… me dijiste dos mil ocho, es lo mismo, o sea un número más. O sea un cero está de más, por eso me quedé dudando. Dos mil… sí, está bien (escribe nuevamente 2000).*

Su último comentario explicita esta relación de que números próximos se deben escribir de manera similar cuando dice “es lo mismo, o sea un número más”.

En síntesis, hemos podido identificar intervenciones que permiten a los sujetos revisar sus propias escrituras no convencionales (en este caso yuxtapuestas a partir de reflejar la numeración hablada): escritura de nudos, solicitud de escritura o interpretación de los números interpretados o producidos de manera errónea y apelar a escrituras estables como punto de apoyo. Estas formas de intervenir se han relevado potentes tanto para provocar o profundizar los conflictos cognitivos que los adultos enfrentan, como para reelaborar nuevas ideas más adaptadas.

Es preciso aclarar que no estamos pensando en que las respuestas correctas de los sujetos para la interpretación de otros números o las nuevas explicitaciones de relaciones numéricas elaboradas en interacción con los problemas sean conocimientos necesariamente estables. A pesar de ello interpretamos que los extractos anteriores permiten atrapar momentos de reorganización de sus conocimientos. Consideramos, por lo tanto, que las intervenciones analizadas constituyen fértiles provocaciones de esos momentos. Sin duda, será preciso estudiar este hallazgo con más detalle en nuevos ensayos.

6.2 Un riesgo de deslizamiento metadidáctico

Algunas de las actividades propuestas por la docente en las clases observadas se desarrollaron en torno al completamiento de cuadros numéricos. Se trataba de completar los números faltantes, escribir números de acuerdo con ciertas pistas dadas, identificar los números ubicados intencionalmente de manera errónea (actividad denominada en esa clase como encontrar los números "intrusos"), o bien completar partes de cuadros. La actividad de una clase fue la siguiente:

1) Completá los casilleros remarcados.

300	*301*	*302*	*303*	*304*	*305*	*306*	*307*	*308*	*309*
310									
320									
330									
340									
350									
360									
370									
380									
390									
400									

2) Para escribir números.

a. Está en la fila del 320 y en la columna de los que terminan en 6:
b. Está en la columna de los que terminan en 9 y en la fila del 340:
c. Está en la columna del medio y en la fila del medio:
d. Ubicá el 344 y todos los números que lo rodean.
e. Escribí los cinco números que siguen al 388.
f. Completá la columna de los que terminan en 7.

3) En esta parte de un cuadro completá los casilleros remarcados.

			287	

4) En esta parte de un cuadro encontrá los intrusos, es decir, los que no están bien ubicados, sabiendo que el número remarcado está donde le corresponde.

500		$\boxed{502}$	*503*	
510				*514*
515				
		542		

La inclusión de este tipo de cuadros numéricos en la enseñanza de los números se remonta a una situación didáctica denominada "El juego del castillo", publicada en un material para docentes elaborado en Francia (INRP, 1988). Esta actividad luego fue adaptada en nuestro país y publicada en 1992 en un documento de desarrollo curricular para docentes de 1^er grado de la Ciudad de Buenos Aires con el objetivo de enseñar a identificar las regularidades de una porción de la serie numérica (Dirección de Currícula, 1992). En la actualidad muchos documentos curriculares (Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de la Nación, 2006, 2007; Dirección de Currícula, 1999, 2004; Dirección General de Cultura y Educación, 2008) incluyen actividades en torno al completamiento de estas cuadrículas, denominadas en la jerga escolar "grillas", "cuadros con números" o "castillos", debido a la difusión de la secuencia mencionada. También la secuencia didáctica dirigida al estudio de las regularidades de los primeros cien números y organizada en torno al juego de lotería (Broitman y Kuperman, 2005) incluye entre sus actividades la producción y el análisis de una grilla numérica cuya finalidad, para los alumnos, es su utilización como herramienta de control de los números que ya fueron "cantados" en el juego. En esa investigación la utilización de la grilla ha resultado fértil para la puesta en juego de conocimientos numéricos y la elaboración de regularidades de la serie numérica, promoviendo el establecimiento de relaciones entre la serie oral y la escrita, y entre esta última y las operaciones (por ejemplo, sumar y restar 10).

A diferencia de lo que hemos podido estudiar con los niños, el trabajo sobre las grillas numéricas en la clase de adultos trajo enormes dificultades. A los alumnos les costaba entender la tarea solicitada, en particular las que presentaban partes o porciones de cuadros incompletos. Interpretamos que el origen de las dificultades no reside en la ausencia de conocimientos sobre los números por parte de los alumnos –hemos visto en el capítulo anterior la gran disponibilidad de conocimientos numéricos que les permiten leer y escribir convencionalmente números de dos o tres cifras–, sino en las características del material y en la comprensión de la actividad solicitada. Resulta suficiente como dato que solamente durante los primeros 20 minutos de la clase Nº 4 se pueden identificar 62 intervenciones de alumnos y 36 intervenciones del docente a cargo de la clase dirigidas a preguntar o responder acerca de cuál es la tarea a realizar. Veamos solo algunos ejemplos de este tipo de interacciones presentes en todos los tramos de la clase:

(C4,R261)

A1: *Pero acá en tres veintisiete, acá tiene que ir, acá está marcado.*

A2: *¡Pero no! Tres veintiséis lo tenés que anotar acá. Ahí, eso, eso, ahí.*

(C4,R265)

A1: *Sí. Hay que anotarlo abajo en la primera fila, donde te pregunta. Ahí no, no, es para guiarnos eso. Recién me explicó eso.*

(C4,R296)

A1: *Sí, es sencillito. Vos estás haciendo mal (Risas). ¡Lo borrás y lo hacés de nuevo Claudio! Está en la columna del medio y en la fila del medio. (Piensa) ¿Y qué es el del medio? El trescientos cinco es el del medio. ¿El del medio es el trescientos cinco?, ¿trescientos cincuenta y cinco?*

(C4,R309)

V: *Después hay que redondear todos los números que están cerca.*

I: *¿Y acá no va ninguno?*

V: *Todavía no llegamos ahí. Tenés que redondearlo, poner todos los números que lo rodean.*

(C4,R321)

A2: *Entonces en la columna del medio y en la fila del medio no hay que escribir nada.*

(C4,R338)

I: *¿Esto lo tenemos que hacer acá o lo tenemos que hacer acá?*

(C4,R345)

C: *En el del trescientos ochenta y ocho, ¿tenemos que completar de este para abajo?*

(C4,R424)

C1: *Dice "escribí los cinco números que siguen al trescientos ochenta y ocho". Los que siguen son los que vienen después.*

C: *¿Trescientos ochenta y nueve?*

C1: *Bueno, trescientos ochenta y nueve está después, pero tenés que poner cinco, ahí hay uno solo.*

A1: *No entiendo.*

C1: *Después del trescientos ochenta y ocho… cinco que vengan después de ese. ¡Claudio, los que siguen son los que vienen después!*

(C4,R431)

C: *(Señalando el final de la fila del 380). Pero, ¿puedo pasarme del límite?*

(C4,R435)

A1: *Trescientos ochenta y nueve, trescientos noventa, noventa y uno, noventa y dos, noventa y tres. (A1 dice los números sin mirar la grilla mientras la docente va contando con los dedos los que va diciendo hasta llegar a cinco.) ¿Hay que completar todos esos números?*

C1: *Claro.*

A1: *¿Y a dónde hay que ponerlos?*

(La docente señala el espacio después de la consigna.)

A1: *¡Ah! ¿Acá abajo?*

(C4,R485)

A1: *¡No entiendo yo nada!*

(A1 se ríe tras el comentario de A2)

C1: *¿Este?*

A2: *No, ni acá.*

A1: *Y qué esto es así. Ahora para completar así por ejemplo tengo que completar así.*

C1: *Pero solo los marcaditos.*

A1: *Donde está remarcado, ¿ahí hay que poner los números?*

C1: *Sí*

A2: *Ah bueno. Dos ochenta y siete, dos ochenta y nueve, dos noventa, dos noventa y uno, ah, dos noventa y dos. Seño, así está ¿no? Esperá que te indico si me dice que está bien (dirigiéndose a A1).*

(C4,R605)

I: *Este no lo entiendo yo, decime.*

C1: *¿Cuáles son los cinco que le siguen al trescientos ochenta y ocho?*

I: *Eh… trescientos ochenta y ocho, trescientos ochenta y nueve, trescientos noventa, trescientos noventa y uno, trescientos noventa y dos…*

C1: *Bueno, hay que escribir eso acá o en la tabla, es lo mismo.*

(C4,R658)

I: *¿Y no hay que tachar los intrusos?*

A1: *No, no taches nada, escribí lo que va.*

(C4,R729)

A1: *¿Pero hay que contar ahí donde está borrado, donde está tachado?*

C1: *Sí, aunque no estén escritos nosotros sabemos…*

Las interacciones entre los alumnos y con el docente se dirigen a dirimir los misterios de la actividad y no se centran en los conocimientos numéricos involucrados. El desafío de los alumnos desde el primer momento de la clase es la interpretación del material y de las tareas que sobre él se solicitan. No se producen casi intercambios sobre la numeración, sino sobre el cuadro de números.

Otra cuestión que nos permite analizar críticamente los efectos producidos en esta clase es que en ningún caso aparecen errores en la producción escrita de números. Todos los alumnos, una vez que entienden la tarea que se les solicita hacer, producen escrituras convencionales, posiblemente porque en el marco de este problema se desprende implícitamente que todos los números del cuadro se escriben con tres cifras. Es decir que además del desvío provocado hacia la comprensión de la actividad, tampoco se producen interacciones interesantes favorecedoras de conflictos o de avances sobre la numeración.[1]

Al introducirnos en algunos momentos de la clase resulta necesaria una aclaración. Las actividades propuestas fueron planificadas por la docente del grupo, pero por un imprevisto, se hizo cargo de la clase una de las capacitadoras. En la conducción de la actividad la docente a cargo nota algunas dificultades de los alumnos en trabajar con los cuadros e intenta ayudarlos. Sin embargo, no tiene la autonomía para cambiar la tarea propuesta por la docente. Este diálogo con dos alumnos refleja las contradicciones de la tarea de escribir en el cuadro los cinco números que siguen al 388:

(C4,R446)

C1: *Acá dice "escribí los cinco números que siguen al trescientos ochenta y ocho". Los cinco números que siguen.*

[1] Más allá de que señalemos que no se produjeron interacciones potentes para nuevos aprendizajes, en los capítulos 3 y 5 nos hemos referido a momentos de estas clases dado que nos permitieron relevar el uso de conocimientos numéricos disponibles.

V: *¿A partir de acá?*

C1: *A partir del trescientos ochenta y ocho.*

V: *¡Ah, del trescientos ochenta y ocho!*

I: *Yo no sé, pero no entiendo.*

V: *Pero son dos números y ya se me termina el renglón.*

C1: *¿Y qué viene después?*

V: *¿Sigo abajo? trescientos ochenta y nueve.*

C1: *¿Y después?*

V: *Nada, ahí se termina.*

C1: *Vos contá como sabés sin la grilla.*

I: *Yo no entiendo, la verdad que no entiendo.*

V: *Sí, pero se me termina el renglón. Pero yo tengo que partir del ochenta y ocho. A partir de acá tengo que empezar (señalando el lugar que le corresponde en la grilla al trescientos ochenta y ocho).*

C1: *Claro, si querés ponelo para guiarte.*

V: *¿Y después tengo que seguir acá?*

C1: *Vos seguí contando como si no estuviera la grilla y en todo caso después te fijás dónde ponerlos.*

V: *No, yo no tengo problema pero para empezar tengo que empezar de acá y vos me dijiste que empiece…*

C1: *Vos ya pusiste el trescientos ochenta y ocho y el trescientos ochenta y nueve. ¿Después cuál vendría?*

V: *Noventa. Tres noventa está acá (Señalando el lugar de la grilla para el 390).*

C1: *¿Y el otro?*

V: *Noventa y uno.*

C1: *Claro.*

V: *Noventa y dos, noventa y tres.*

C1: *Claro, esos son los que siguen, son los que vienen después del trescientos ochenta y ocho.*

V: *Entonces pongo nada más que tres… está bien, seguí, está bien, yo me entiendo.*

La dificultad de Vicente que se refleja en el extracto anterior no es en torno al conocimiento de los números sino en la utilización del recurso del cuadro de números. En ningún momento de esta clase Vicente duda o tiene errores ligados a la numeración. Incluso la capacitadora docente identifica esta cuestión cuando le dice que cuente “como él sabe, sin la grilla” intentando que el alumno apele a sus conocimientos de la serie numérica oral y luego escriba los números.

En el siguiente extracto de clase, unos minutos después que el anterior, también podemos advertir que las dudas refieren a aspectos no matemáticos del ejercicio presentado:

(C4,R516)

V: *¿Es así? ¿O no? (Refiriéndose al ítem c).*

C1: *Pero dice los cinco que siguen al trescientos ochenta y ocho. (Enfatizando “cinco”). ¿Dónde habría que terminar?*

__V:__ Ya hice uno, dos, tres, cuatro, cinco, ahí. Ahí tendría que terminar. ¿Sí?

__C1:__ A ver.

__V:__ Este es el primero que me hiciste poner, trescientos ochenta y ocho.

__C1:__ Los que le siguen a ese. ¿Cuál es el primero?

__V:__ Tres ochenta y nueve.

__C1:__ Claro. ¿El segundo?

__V:__ Noventa.

__C1:__ Claro, aunque no lo tuviste que escribir lo contamos como uno. (Ya que el 390 se encuentra colocado en la grilla). ¿El tercero?

__V:__ Acá. Tres noventa y dos.

__C1:__ Después del trescientos noventa que fue el último que habías dicho… ¿cuál viene?

__V:__ tres noventa y uno, tres noventa y dos y tres noventa y tres.

__C1:__ Claro, ahí ya llegaste a cinco. O sea que ahí ya podés frenar.

__V:__ Entonces todo esto lo puse de más (Señalando algunos números más que había completado a continuación del 393).

Retomemos la consigna del punto 3 de completamiento de una porción del cuadro.

En esta parte de un cuadro completá los casilleros remarcados.

			287	
$\boxed{}$				
		$\boxed{}$		
				$\boxed{}$

Notemos que presenta una dificultad aún mayor. Al tratarse de una parte de un cuadro hipotético completo, no se puede recurrir al conteo, ya que la parte del cuadro correspondiente a las columnas de las unidades de 0, 1, 2 y 3, no están incluidas a la izquierda, ni la columna de las unidades de 9 a la derecha. Este ejercicio presentó inconvenientes en los alumnos que interpretaban inicialmente y de manera totalmente lógica, que luego del 287 seguía el 288 y en la fila siguiente el número 289 y así sucesivamente. Hay una dato implícito en este ejercicio: el cuadro completo tiene una organización de 10 x 10 y debe mantener las mismas regularidades que el cuadro anterior. Pero esta información está oculta a los ojos de los alumnos.

(C4,R670)

__C1:__ (Señalando el casillero debajo del 287). ¿Acá abajo qué va?

__V:__ Doscientos… doscientos ¿noventa y siete?

(C4,R632)

__C1:__ A ver, si mirás de nuevo este cuadro, cuando te vas un renglón para abajo, ¿qué pasa al bajar un renglón?

__V:__ Cambia el número.

__C1:__ ¿Por cuánto cambia?

V: *Por uno. Porque acá tenemos… el trescientos treinta y tres y acá tenemos el trescientos cuarenta y tres.*

C1: *Más allá de que cambie solo este (refiriéndose a la decena que pasa de 3 a 4), del trescientos treinta y tres al trescientos cuarenta y tres, ¿cuántos números se agregan?*

V: *Eh, diez números.*

Vemos acá dos lógicas en diálogo. La de Vicente, que responde que el número cambia por 1, y la lógica de la docente, que quiere que el alumno identifique el valor absoluto: "ese 1 vale 10". Vicente no tiene dificultades con los números, está tratando de entender la lógica de la tarea escolar.

Para completar el mismo fragmento de un cuadro, Claudio primero supone que al bajar un renglón en la misma columna deben agregarse 100 unidades. En la actividad no se informa cuál es la escala en cuestión; la interpretación que hace Claudio inicialmente –que verticalmente se debe descender de 100 en 100– sería posible si la escala del cuadro fuera de 10 en 10. Por lo que no se debe interpretar las ideas de Claudio como errores; por el contrario, estas nos permiten ver la comodidad con la que Claudio suma 100 a los números que va produciendo.

(C4,R509)

C: *(A A1). Este no está completo. Este es la mitad. Este renglón es del doscientos, este del trescientos, este del cuatrocientos, del quinientos y del seiscientos. ¿Entendés?*

A1: *¡Ah!*

C: *Pero mirá. Tenemos del doscientos ochenta y cuatro al doscientos ochenta y ocho nada más. Y abajo tenés lo mismo, del trescientos ochenta y cuatro al trescientos ochenta y ocho, del cuatrocientos ochenta y cuatro al cuatrocientos ochenta y ocho.*

A1: *¿Y acá del seiscientos cuánto?*

C: *Acá lo mismo, del seiscientos ochenta y cuatro al seiscientos ochenta y ocho.*

Más tarde, durante la puesta en común, discuten sobre el número que corresponde al casillero de abajo del número 287. Las operaciones (sumar 10) están al servicio de entender el funcionamiento de la grilla y no el funcionamiento de los números:

(C4,R862)

I: *Entonces abajo del doscientos ochenta y siete es trescientos ochenta y siete, trescientos noventa y siete (enfatizando este último número).*

C1: *Trescientos noventa y siete, a ver. (Anota el 397 en el casillero debajo del 287.)*

V: *No. Doscientos noventa y siete.*

C: *No, porque esto, porque esto… doscientos noventa y siete va ahí.*

C1: *¿Por qué Claudio doscientos noventa y siete?*

V: *Porque si no, no nos vamos a diez.*

(C4,R1034)

C1: *Porque retrocedo o avanzo un poco. Este (el 294) ustedes dijeron que iban retrocediendo. ¿Verdad?*

A1: *Sí.*

C1: *¿Cada cuánto retrocedíamos?*

A2: *Cada diez.*

V: *No, eso cada uno.*

Veamos la participación de los alumnos en esta fase colectiva de la clase en la que se analiza cuáles son los números que no están bien ubicados para el ítem 4.

En esta parte de un cuadro encontrá los intrusos, es decir, los que no están bien ubicados, sabiendo que el número remarcado está donde le corresponde.

500		$\boxed{502}$	*503*	
510				*514*
515				
		542		

La consigna aclara que el 502 está bien ubicado y que se trata de una porción de una cuadrícula numérica. Disminuir o aumentar de 10 en 10 pasa a ser el medio para resolver el problema, el supuesto que funciona es que si para la otra grilla bajaba de 10 en 10 acá “debe suceder lo mismo”, generalización no necesaria (no se sabe la escala usada ni el tamaño del cuadro original). La aceptación por parte de los alumnos de estos supuestos implícitos parece más un efecto de *contrato didáctico* que un conocimiento matemático.

Brousseau (1986) concibió el contrato didáctico como el conjunto de comportamientos específicos de los conocimientos enseñados del maestro que son esperados por el alumno y el conjunto de comportamientos del alumno que son esperados por el maestro. Analiza cómo ciertas respuestas de los alumnos pueden obedecer a reglas implícitas de un contrato que regula las interacciones en las clases. Ese contrato varía según las especificidades de cada situación y se va transformando en la misma clase. Es posible analizar cómo algunas respuestas exitosas o erróneas no pueden ser interpretadas como resultado de su trabajo matemático dado que obedecen a su posición de alumno.

> *(En todas las situaciones didácticas) Se establece una relación que determina –explícitamente en una pequeña parte, pero sobre todo implícitamente– lo que cada participante, el profesor y el alumno, tiene la responsabilidad de hacer y de lo cual será, de una u otra manera, responsable frente al otro. Este sistema de obligaciones recíprocas se parece a un contrato (...) lo que nos interesa de ese contrato es la parte específica del contenido, es decir, el contrato didáctico.* (Brousseau, 1986 [1993:13]).

> *Según Brousseau, este fenómeno deriva del hecho de que el enseñante manifiesta sus expectativas al alumno incluso a través de camuflajes didácticos a fin de obtener, a cualquier precio, los comportamientos esperados. Y el alumno acepta el juego (de responder lo que interpreta que el docente de él espera).* (Ávila, 2001:10).

Alicia Ávila (2001) analiza cómo la noción de contrato didáctico de Brousseau permite pasar de una interpretación de la respuesta errónea del alumno, centrada en factores externos o en supuestas dificultades cognitivas del sujeto, a una perspectiva interaccionista al interior del sistema didáctico.

Volvamos a algunas interacciones en torno a la parte de la actividad que estamos analizando (ítem 4):

(C4,R1081)

C1: *¿Qué piensan? Acá dice Martina que se completa así. (Completa los números 501 y 504 en los casilleros vacíos de la primera fila de la cuadrícula del pizarrón).*

A1: *Está bien porque termina todo con cuatro.*

A2: *Y acá en el quinientos diez va el quinientos cinco (interpretando que se continúa la serie en lugar de que es una parte de una grilla).*

C: *Ahí va con cuatro. Esa es toda la línea del cuatro.*

A2: *Quinientos cuatro, quinientos veinticuatro, quinientos…*

C: *Y cuando yo digo, ¿por qué ahí está el quinientos quince?*

A3: *Quinientos diez, quinientos once, quinientos doce, quinientos trece, quinientos catorce.*

C1: *A ver, algunos dijeron que acá tiene que ir el quinientos cinco (anotando el número al lado del casillero del 510). Porque acá termina en quinientos cuatro, entonces acá iría el quinientos cinco.*

C: *No.*

A1: *Debería ir el quinientos cinco, ¡debería ir!*

C: *Para mí no. Si vos ahí tenés que aumentar diez, para mí no.*

A1: *Ah, ¿hay que aumentar diez?*

C: *Hay que seguir la misma de aquel.*

A1: *¡Ah! Entonces me confundí. Si había que aumentar de a diez, no, obvio.*

C1: *Y si hay que aumentar de a diez, ¿acá qué iría? (Marcando el casillero del 510).*

A1: *Ahí, por ejemplo, quinientos veinte.*

I: *Quinientos diez ahí.*

C1: *En este casillero (señalando el del 510).*

A1: *No, ahí quinientos diez.*

C1: *¿O sea que este no es intruso? ¿Así está bien?*

J: *Ese está bien, para mí está bien.*

C: *No, para mí está bien.*

A1: *Sí.*

I: *Para mí es intruso porque ahí falta el cinco.*

C: *No, el intruso es el quinientos quince y el quinientos cuarenta y dos.*

C1: *Ahí Claudio se me apura. Tratemos de decidir si este es intruso o no (por el 510).*

I: *Sí, es intruso.*

C: *Para mí no, para mí no.*

C1: *¿Por qué?*

(C4,R1112)

I: *Porque ahí tendría que ir quinientos cinco.*

C1: *Quinientos cinco. A ver, ¿quién le responde a Isabel?*

C: *Si tenés que aumentar diez del quinientos. Si tenés que aumentar diez son quinientos… diez.*

(C4,R1134)

I: *Vos empezás quinientos, quinientos uno, quinientos dos, quinientos tres, quinientos cuatro. Y se corta ahí y después sigue en el quinientos diez. ¿Por qué se corta ahí?*

C: *¡Porque para allá la seguís la tabla!*

C1: *En realidad sigue.*

C: *Vos tenés que pensar que es la mitad de la tabla.*

I: *¡¡¡Ah!!!*

A1: *¡¡¡Ah!!*

A3: *¡¡¡Ah!!! ¡Yo decía por qué se cortaba si quinientos cinco tenía que ser!*

…

(C4,R1172)

V: *Queremos terminar el renglón primero. ¿No va quinientos dieciséis?*

C: *No, va el quinientos veintiuno.*

…

El análisis de las intervenciones de varios alumnos a lo largo de la clase nos permite identificar que leen y escriben números de tres cifras de manera convencional, recitan una porción de la serie a partir de un número cualquiera de tres cifras, pueden contar para adelante o para atrás y escribir los números correspondientes, pueden sumar o restar 1, 10 o 100. Sin embargo, las permanentes dudas refieren a la comprensión de la tarea propuesta y no al conocimiento matemático en juego. Se produce un desplazamiento desde la actividad matemática en torno a la numeración –objetivo de la tarea– hacia la interpretación de la actividad y su manera de representación.

En muchas ocasiones las formas de representación en matemática cuando son objeto de estudio requieren un trabajo didáctico específico (por ejemplo, rectas numéricas, notaciones decimales, gráficos de coordenadas, símbolos matemáticos, etc.), pero en este caso el cuadro numérico no es un modo de representación usado habitualmente en las matemáticas ni en los contextos de uso social. Es decir que no se torna necesaria su enseñanza. Si bien se documentó que este recurso es fértil en el trabajo con niños pequeños sobre las regularidades de la serie numérica, no parece haberlo sido aquí para los adultos.

En síntesis, creemos que en estas clases se ha producido un efecto de deslizamiento metadidáctico y metacognitivo (Brousseau, 2007). El recurso que inicialmente es propuesto en la enseñanza (los cuadros numéricos) como herramienta para el estudio de los números, dadas las dificultades que trae a los alumnos y frente a la imposibilidad de constituirse en una "vía regia" para la enseñanza, se convierte en un objeto de estudio en sí mismo. Los numerosos intercambios entre alumnos y con la docente intentando comprender el recurso –en lugar de conversar sobre la numeración– dan cuenta de ese deslizamiento de la enseñanza y de la actividad de los alumnos.

Los deslizamientos metacognitivos y metadidácticos: la permeabilidad didáctica.

Cuando una actividad de enseñanza fracasa, puede que el profesor intente justificarse y, para continuar su acción, tome como objetos de estudio sus propias explicaciones y sus medios heurísticos en lugar del conocimiento matemático. Este reemplazo de un objeto de enseñanza por otro es frecuente. El proceso comienza, por ejemplo, cuando un profesor inicia un curso de lógica para "explicar" un error de razonamiento. No es un error didáctico en sí, siempre que la sustitución sea provisoria y no se reitere. Si la tentativa de explicación fracasa, se puede producir un nuevo deslizamiento: para explicar la lógica, por ejemplo, va *a recurrir a un dibujito, que a su vez le va a exigir explicaciones y un vocabulario específico, etc. El fenómeno puede producirse repetidas veces, afectar a toda una comunidad y constituir un verdadero proceso que escape al control de sus actores.* (Brousseau: 2007:78).

Y más adelante, refiriéndose críticamente al uso que se hizo de la teoría de conjuntos en la década de 1960 como medio de enseñanza, Brousseau señala:

No permite el control esperado y provoca dificultades en la enseñanza. Debido a tales dificultades, esta "herramienta" se convierte en sí misma en "objeto" de enseñanza y se recarga de convenciones y de lenguajes específicos, a su vez enseñados y explicados en cada etapa de difusión. En este proceso, cuantos más comentarios y convenciones produce la enseñanza, los estudiantes menos pueden controlar las situaciones que se les proponen. Es el efecto de deslizamiento metacognitivo. (Brousseau, 2007:79-80).

Evidentemente este fenómeno aquí identificado no permite generalizar que siempre el trabajo con cuadros numéricos provocará esta clase de deslizamientos, pero en principio resulta interesante estudiar con más profundidad las condiciones en las que puede haber un trabajo productivo por parte de una clase de adultos en las que esta forma de representación esté en juego. Asimismo sería interesante estudiar si se producen también esta clase de deslizamientos en la enseñanza a niños pequeños, en particular frente a las porciones de cuadros numéricos o cuadros incompletos.

6.3 Conflictos entre dos lógicas

En varias ocasiones hemos identificado una tensión entre la lógica del entrevistador y la del entrevistado. En el capítulo 3, Relaciones con el saber, mencionamos el uso de ciertas expresiones con sentidos muy diferentes y cómo tras un aparente diálogo cada uno de los sujetos sigue pensando en una acepción de la expresión sin comunicarse con el interlocutor, o bien supone una interpretación de una expresión que no es unívoca (para qué puede "servir" la matemática de la escuela, "ser inteligente y saber", etc.). Algunos de estos diálogos aparentes se producen también frente a ciertos problemas matemáticos propuestos. Se producen respuestas por parte de los sujetos que podrían, inicialmente, ser consideradas ausencia de conocimiento. Una relectura detallada de las interacciones permite, por el contrario, analizar que se trata de dos lógicas diferentes que no entran en diálogo.

En el extracto de entrevista siguiente podemos reconocer que hay dos lógicas operando, la de la entrevistadora y la de la alumna. Julia dice que resolvió las multiplicaciones "mentalmente". La entrevistadora utiliza la expresión "mentalmente" tanto para los cálculos escritos presentados de manera horizontal como a los que se presentan y resuelven de manera oral. La distinción que subyace a esta expresión por parte de la entrevistadora es entre cálculo mental y cálculo algorítmico: realizar 125 x 10 tanto de forma oral como escrita apela a una misma estrategia de cálculo (Parra, 1994). Julia, en cambio, habla de cálculos que sabe hacer mentalmente para referirse a los realizados de manera oral, pero no considera "mentales" los cálculos escritos horizontales, distinción lógica por fuera de una perspectiva didáctica.

Posiblemente porque Julia tiene una trayectoria escolar mayor que los otros casos (lee y escribe autónomamente, domina los algoritmos de cálculo y se ha desempeñado como administrativa), la distinción entre oralidad y escritura pasa desapercibida en esta situación para la entrevistadora. Pero es una diferencia sustantiva para la entrevistada. Notemos que Julia dice que no sabe si así le salen igual, mostrándonos, hacia el final del extracto, la diferencia que para ella opera entre ambas formas.

(EJ3,R85)

***E:** (…) Vamos a suponer un par de medias que sale cinco pesos. Y vos querés comprar diez pares de medias.*

***J:** ¿Con cinco pesos?*

***E:** No, cada una sale cinco, ¿cuánto saldrían las diez?*

***J:** Cincuenta.*

***E:** Mm, y si querés comprar algo que sale, por ejemplo, doce pesos (escribiendo $ 12), y querés comprar diez cosas iguales, ¿cuánto te saldría?*

***J:** Ciento veinte.*

***E:** Mm, ¿y si querés comprar algo que sale cien pesos, y querés comprar diez iguales?*

***J:** Mil pesos.*

***E:** Ajá. Y… ¿cómo hiciste para saberlo?*

***J:** Mentalmente, multiplicando.*

***E:** ¿Qué multiplicabas?*

***J:** Eh… saqué diez por…*

***E:** ¿Multiplicabas diez por… ese número?*

***J:** Por ese número que me dio usted, y por diez cosas: diez por diez, cien.*

***E:** Mm, ¿y vos eso también sabés hacerlo así en escrito por ejemplo, en cálculos, si yo te doy números multiplicados por diez?*

***J:** Sí, pero yo multipliqué para abajo, multiplico (refiriéndose a la cuenta convencional de multiplicar). Para el costado casi no… no sé multiplicar. ¿Paralelo es que se dice eso? (Refiriéndose a la escritura de cálculos horizontales).*

***E:** Vos decís que sabés así, la cuenta así para abajo.*

***J:** Sí, eso.*

***E:** Pero vos recién para hacer por diez lo hacías mentalmente.*

***J:** Sí.*

***E:** Y acá, ¿vos podrías hacer mentalmente ciento veinticinco por diez? (Escribiendo 125 x 10 =).*

***J:** Mentalmente ciento veinticinco por diez sería mil doscientos cincuenta.*

***E:** (Escribiendo 1250). Ajá.*

***J:** No sé si me sale… igual.*

***E:** Sí, te sale bien. ¿Igual a qué decís? ¿Igual que así? ¿O igual en el sentido de bien, me preguntabas?*

***J:** En el sentido, a veces eh… una operación con escrita, otra parte es mental que ya eh… responde más rápida con… verbalmente, ¿no es cierto? Y otra es hacer, restar a veces llevando en el llevo, ahí un poquito te fallás y ahí ya varía el resultado.*

Otro ejemplo de ruptura entre dos lógicas sucede en una interacción con Isabel (como hemos anticipado en el capítulo 2). Ella había resuelto exitosamente las situaciones de composición y descomposición en billetes y monedas de la unidad seguida de ceros poniendo en juego un análisis del valor posicional del sistema de numeración decimal. Sin embargo, en este problema parecería “confundir” el valor absoluto con el valor relativo. Veamos el extracto de entrevista:

(EI3,R225)

E: *…Y te hago otra pregunta, si vos tenés el número siete mil quinientos… setecientos cincuenta y cuatro, vamos a cambiarlo, setecientos cincuenta y cuatro (escribiendo 754). Y querés que se te convierta este número en setecientos cuatro (escribiendo 704), ¿cuánto le tendrías que quitar a este número (mostrando 754) para que te quede este número (mostrando 704)?*

I: *Tenemos que quitar el cinco para que vaya el cero ahí.*

E: *Si yo en la calculadora pongo setecientos cincuenta y cuatro menos cinco, ¿me va a dar setecientos cuatro?*

I: *Sí.*

E: *Y… en este caso, si tengo que pasar setecientos cincuenta y cuatro, y tengo que pasar para setecientos cincuenta, ¿cuánto le tengo que restar?*

I: *Entonces, eh… tenés que sacar el cuatro, sacás el cuatro y te va a quedar setecientos cin…*

E: *Y en este caso, si yo tengo setecientos… eh, perdón, setecientos cincuenta y cinco, y quiero pasar a setecientos cincuenta. ¿Cuánto le resto?*

I: *Le sacás cinco.*

E: *Le saco cinco.*

I: *Sí, y ahí te queda setecientos cincuenta.*

E: *¿Y en este, setecientos cincuenta y cinco… y quiero que pase a setecientos cinco, cuánto le tengo que sacar?*

I: *Le sacamos los cinco de este (señalando el 5 de las decenas).*

E: *¿Y cómo hago para sacarle los cinco de este?*

I: *Le quitamos cinco. Le sacamos.*

E: *Yo hago… esta cuenta menos cinco.*

I: *Mm.*

E: *Y te hago una pregunta, porque vos acá, para setecientos cincuenta y cinco, para llegar a setecientos cincuenta me dijiste que hay que sacar…*

I: *Cinco.*

E: *Cinco. Y acá para llegar de setecientos cincuenta y cinco a setecientos cinco también me decís que hay que sacar cinco.*

I: *Claro.*

Interpretamos que las respuestas de Isabel se deben a falta de conocimientos sobre el valor posicional. En primer lugar, el problema fue presentado en torno de una calculadora, herramienta que Isabel no maneja. Tal vez, para ella es posible “sacar” ese 5 de otro modo (¡como podría hacerse en cualquier procesador de texto sin hacer cálculos!). Creemos que al no pensarlo como una transformación en los resultados que muestra el visor de la calculadora, las transformaciones son pensadas por Isabel en el terreno de la escritura. Una segunda razón que podría explicar su respuesta es que en la entrevista se le habla de “quitar” (en lugar de restar), que remite literalmente a una acción empírica. Y efectivamente Isabel responde sobre “qué cifra hay que quitar”, y no sobre el cálculo que se precisa para obtener mediante una operación un número a partir de otro. Se trata de una diferencia entre dos lógicas: la de quitar (en la pantalla) o sacar (en el papel), y la de operar. Estas dos lógicas intervienen en el momento de la entrevista produciendo algunos “malos entendidos”. La entrevistadora pregunta por “sacar” pero se refiere implícitamente a “restar”. Isabel responde por “quitar” pero la interpretadora interpreta el “quitar” de Isabel como “restar”. Al analizar esta parte de la entrevista hemos podido considerar que la pregunta usando los términos “sacar” y “transformar” no tracciona hacia la lógica del cálculo.

Veamos cómo en el contexto del dinero y sin presentarlo en el marco de la pantalla de la calculadora Isabel adjudica a la cifra 5 ubicada en el lugar de las decenas el valor relativo de 50. Más adelante, en la misma entrevista reutiliza la idea del dinero para resolver el mismo problema con otros números de manera exitosa, explicitando el valor según la posición que ocupa la cifra. Es contundente el siguiente extracto (en el que vemos que se explicita desde el principio que se trata de “restar”) para mostrar que en el caso anterior la dificultad no era matemática**:**

(EI3,R337)

E: *Y si quiero pasar de trescientos sesenta y seis a trescientos seis, ¿cuánto le tendré que restar?*

I: *Y ahí… trescientos sesenta y siete… esto… tenía que sacarlo por sesenta.*

E: *Ajá, tendría que sacarlo por sesenta, ¿sí? ¿Cómo le explicarías a otro compañero, por ejemplo a Claudio, o a Alejandro, que… cómo hacer para darse cuenta cuánto tiene que restar en este caso y en este caso? O sea, si yo quiero dejar trescientos sesenta, ¿cuánto le resto?*

I: *Eh, le restamos… eh… le sacamos…*

E: *Si quiero pasar de trescientos sesenta y seis a trescientos sesenta (escribiendo 366 y al lado 360).*

I: *Le sacamos los seis.*

E: *Y si quiero pasar a trescientos seis… (escribiendo 366 y al lado 306)*

I: *Le sacamos los sesenta.*

E: *Mm, ¿cómo le explicarías vos eso que te acabás de dar cuenta, cómo le explicarías a otro compañero para que él sepa por qué a veces le sacás seis, y a veces le sacás sesenta?*

I: *Claro, le explicaría que estos son trescientos sesenta y seis pesos, ¿no?, y que este seis vale por seis pesos, y este vale por sesenta (señalando respectivamente el 6 de unidades y el 6 de decenas).*

E: *Ajá. Mm, ¿y cómo haría el otro… si yo te dijera: “Y, pero cómo hacés para saber cuándo uno vale seis y el otro vale sesenta”?*

I: *Porque el que está en el medio vale por sesenta, y el que está al último vale por seis.*

Visitemos un tercer ejemplo de tensión entre lógicas diferentes. En una clase Vicente está resolviendo un problema que exige completar ciertos casilleros con los números correspondientes de acuerdo con consignas dadas del problema analizado en el apartado anterior. Tanto en este problema como en otros similares de la misma clase Vicente logra ubicar el número que está inmediatamente debajo de otro modificando las decenas. Sin embargo, en la interacción con la observadora Vicente dice que el número cambia por “uno”:

300	301	302	303	304	305	306	307	308	309
310									
320									
330									
340									
350									
360									
370									
380									
390									

(C4,R632)

C1: *A ver, si mirás de nuevo este cuadro, cuando te vas un renglón para abajo, ¿qué pasa al bajar un renglón?*

V: *Cambia el número.*

C1: *¿Por cuánto cambia?*

V: *Por uno. Porque acá tenemos… el trescientos treinta y tres y acá tenemos el trescientos cuarenta y tres.*

La capacitadora docente modifica la pregunta. Antes había utilizado la expresión “cambiar”. Efectivamente el número que cambia es uno solo (una sola cifra). Al preguntar por “agregar” remite a la operación matemática de suma y ya no a la transformación a nivel gráfico. La respuesta de Vicente también se modifica:

(C4,R637)

C1: *Más allá de que cambie solo este (señalando el lugar de la decena que pasa de 3 a 4), del trescientos treinta y tres al trescientos cuarenta y tres, ¿cuántos números se agregan?*

V: *Eh, diez números.*

Encontramos también acá la presencia de dos lógicas en aparente diálogo. La lógica de Vicente que responde primero que el número cambia por uno. La lógica de la capacitadora docente que apunta a que el alumno identifique el valor absoluto: “ese 1 vale 10”. Los conocimientos de Vicente son suficientes para haber resuelto exitosamente el problema, pero sus respuestas varían porque está tratando de entender la lógica de su interlocutor.

Pensamos que la identificación de estos “diálogos de sordos” en los que por momentos hay una pérdida de la interacción entre entrevistado y entrevistador en torno a los problemas matemáticos puede ser productiva para futuros análisis didácticos. En principio permiten cuestionar la interpretación de muchas respuestas de los alumnos estrictamente en términos de conocimientos. La noción de contrato didáctico anteriormente mencionada permite ampliar el análisis de las conductas de los alumnos identificando respuestas que obedecen a un comportamiento del sujeto “como alumno”. Sin embargo, en estos casos creemos que las respuestas y conductas de los sujetos no obedecen a efectos de contrato didáctico en tanto ellos no responden desde lo que suponen que el entrevistador o docente espera.[1] Inversamente, es el entrevistador o capacitador quien no reconoce inicialmente la lógica usada de manera implícita por el sujeto entrevistado. Los sujetos se estarían comportando como individuos que responden desde su propia lógica y no están atrapados (en estas interacciones) como sujetos alumnos.

Nos preguntamos entonces por las consecuencias didácticas de este hallazgo. Es posible pensar que la disponibilidad de conocimientos matemáticos por parte de los adultos poco escolarizados y sus numerosas experiencias de utilización de esos conocimientos parecería estar operando de una manera diferente que en el trabajo matemático con los niños. En líneas generales los niños pequeños aprenden una gran cantidad de conocimientos en la escuela para los cuales no han tenido casi experiencias extraescolares.[2] La mayoría de los alumnos adultos interpreta los problemas matemáticos presentados desde la lógica de su uso social y desde el lenguaje coloquial. Casi podríamos decir que en estos casos no se comportan “aún” como sujetos alumnos, lo que en este caso podría constituir una ventaja (al no perder el sentido común para quedar atrapados bajo los efectos del contrato didáctico).

Es evidente que se precisa estudiar en detalle el funcionamiento de algunos problemas –ya analizados para los niños– de manera específica para la enseñanza a población adulta.

[1] No estamos afirmando que en las clases y entrevistas de nuestro estudio no hayamos encontrado respuestas que sí consideramos efectos de contrato didáctico. Simplemente señalamos nuestra duda en interpretar como tales las de este apartado.

[2] Por supuesto que no estamos considerando que para ningún contenido matemático escolar los niños disponen de recursos construidos extraescolarmente (bastarían los estudios referidos sobre la numeración como contraejemplo de dicho supuesto). Simplemente conjeturamos que habría una mayor “novedad” en el contacto con algunos objetos de estudio escolar para los niños que para muchos adultos.

Problemas que “funcionan” con los niños en una lógica escolar aparentemente serían interpretados de manera muy diferente por los adultos.

6.4 Explicar con procedimientos menos avanzados

Hemos podido identificar ciertas tensiones a propósito de los procedimientos utilizados para resolver problemas y los procedimientos explicados por el mismo sujeto. En muchas ocasiones relevamos que los adultos entrevistados resuelven un problema utilizando una estrategia, y frente a la reconstrucción de aquello que han realizado explican apelando a una manera diferente a la que utilizaron espontáneamente para resolver. En todos los casos la estrategia usada para comunicar es menos avanzada que la empleada en realidad.

Una aclaración metodológica resulta imprescindible. En algunos casos el cambio de estrategia surge como respuesta a intervenciones de la entrevistadora o de un docente del tipo “¿cómo sabe/sabés?”, “¿cómo lo hizo/hiciste?”, “¿cómo lo pensó/pensaste?”, “¿cómo se dio/te diste cuenta?” En otros casos la explicación del procedimiento está enmarcada en el “contrato de entrevista”. Había sido explicitado en el acuerdo con cada sujeto que en los momentos de trabajo matemático nuestro interés estaría centrado en las formas en las que resolverían los problemas, de manera que se ha ido instalando en las entrevistas un diálogo en el que, por momentos, ya está implícita la pregunta sobre cómo lo resolvieron.

La diferencia entre conocimientos y procedimientos utilizados, y conocimientos y procedimientos explicados fue relevada en problemas numéricos con niños pequeños (Lerner y otros, 2000). En ese estudio se elaboró la conjetura de que posiblemente estas diferencias puedan deberse a la búsqueda de una explicación más sencilla para que el alumno sea mejor comprendido por el docente, por el entrevistador o por los compañeros.

> *Un aspecto relevante que se recorta en los análisis realizados es la tensión –que puede identificarse en el conjunto de las intervenciones de un mismo sujeto– entre lo que se conoce y lo que se comunica. En efecto, al analizar las intervenciones de un mismo niño a lo largo de la secuencia didáctica, se detecta que puede explicar un mismo cálculo a diferentes compañeros apelando a diversas estrategias. Al pedirle que comente para otros o al discutir espontáneamente con otros, difícilmente repite lo que ya ha argumentado: lo más frecuente es que apele a otras justificaciones, que muchas veces no remiten a la estrategia efectivamente desplegada sino a procedimientos más simples, que son menos económicos y resultan de más fácil explicitación. Algo similar se observa al analizar las entrevistas: hay niños que en algunas de sus respuestas revelan poseer cierto conocimiento del valor posicional y lo explicitan relacionando las cifras del número con su significado, mientras que en otras ocasiones apelan a justificaciones referidas a la multiplicación –cálculo que realizan para resolver el problema planteado– o incluso a aspectos puramente figurativos. Estas diferencias en los argumentos de un mismo alumno pueden deberse a la búsqueda de una explicación más “sencilla” para ser mejor comprendido o para convencer a sus compañeros, a la maestra o al entrevistador. Son estas algunas de las formas en que se expresaría la tensión entre el conocimiento del que el sujeto dispone en ese momento y la necesidad de ser comprendido a la hora de comunicarlo* (Lerner y otros, 2000:8).

Creemos que también es posible considerar esta interpretación ligada a la comunicación para el caso de los adultos. Sin embargo, agregamos otras interpretaciones para nuestra población adulta en función de los datos obtenidos.

En algunos casos, frente a la incertidumbre del entrevistador sobre la validez de la respuesta, el sujeto recurre a usar una estrategia que le permite mayor control y lo ayuda a la validación del resultado obtenido. En estos casos el adulto, a la vez que responde a la cuestión solicitada –explicar su procedimiento– “aprovecha” para verificar si la respuesta dada es correcta o no. La incertidumbre del entrevistador o del docente lo hace dudar. Vuelve a resolver la situación con un procedimiento menos avanzado que le permite obtener una nueva respuesta. Podría ser que los sujetos confiaran más en el resultado obtenido si otra estrategia les ha permitido obtener el mismo resultado: "dos maneras valdrían más que una". Aclaramos que desde ciertos enfoques didácticos esta clase de práctica matemática (resolver un problema de dos maneras diferentes) es propuesta a los alumnos en intervenciones didácticas.

Una tercera interpretación nos es también posible: los sujetos entrevistados ofrecen como respuesta a la pregunta sobre el procedimiento utilizado una explicación que suponen que el docente o el entrevistador "quiere escuchar"; en ese caso se trataría de un efecto de contrato didáctico.

Veamos algunos extractos de clases y entrevistas que permiten atrapar este fenómeno ensayando las diferentes explicaciones.

Primer ejemplo. Frente a dos números escritos, se le solicita a Vicente que determine cuál cree que es el mayor de ambos. Pensamos que Vicente utiliza la estrategia de comparación de cantidad de cifras ya relevada en niños pequeños (Lerner y Sadovsky, 1994), hipótesis apoyada en la inmediatez de su respuesta. Sin embargo, Vicente justifica su respuesta realizando un redondeo al intentar interpretar el nombre de los números:

(EV4,R5)

E: *Yo lo que le quería preguntar era, de estos números, por ejemplo, de estos dos números que yo escribo acá, eh, si usted me puede decir cuál de los dos es más grande (escribiendo 556 y 43).*

V: *El más grande, ese (señalando 556).*

E: *Ajá, y ¿de estos dos?, ¿cómo se dio cuenta de cuál era más grande?*

V: *Porque vamos por quinientos, y el otro tenemos cuarenta. O cincuenta o así.*

En el ejemplo siguiente creemos que Vicente utiliza el criterio de comparar la primera cifra para saber cuál de los dos números es mayor, y entra en contradicción con el segundo criterio usado referido a la cantidad de cifras (Lerner y Sadovsky, 1994). Cuando justifica intenta hacerlo por medio de la interpretación, sin embargo, se confunde trescientos por tres mil. Nos parece que Vicente no utilizó el recurso de la lectura –dado que él sabe que quinientos es mayor que trescientos–, sino que se apoyó de manera alternativa en los dos criterios mencionados.

(EV4,R11)

E: *¿Y de estos dos (escribiendo 556 y 3216)?*

V: *El primero (refiriéndose a 556).*

E: *¿Por qué?*

V: *No, no, no. Este (señalando 3226).*

E: *¿Por qué?*

V: *Porque es trescientos, y este es quinientos cincuenta y seis. Y el otro es trescientos... no, treinta y… a ver, perá. Treinta y dos mil dieciséis. ¿Es así?*

E: *Eh, no, este es el tres mil doscientos dieciséis.*

V: *Ah, el tres mil. Sí. Es más alto que este.*

E: *Mm, este es más alto que este, sí.*

Finalmente frente a un número de tres cifras y otro de siete cifras, para explicar cómo se dio cuenta de cuál era mayor, también explicita la lectura de ellos y no la cantidad de cifras. Sin embargo, nos parece que la velocidad de su respuesta y la utilización de la expresión "aquello" y "no lo sabía leer todo completo" denotan que ha usado otra estrategia: comparar la cantidad de cifras.

(EV4,R20)

E: *Y, ¿de estos dos (escribiendo 787 y 4.365.372)?*

V: *Aquello (señalando 4.365.372).*

E: *¿Cómo se dio cuenta tan rápido?*

V: *Porque es cuarenta y tres mil, eh, no cuarent… a ver…*

E: *Pero usted está seguro que es este igual, ¿no es cierto?*

V: *Sí.*

E: *¿Cómo está tan seguro de que es este si…?*

V: *Porque acá tenemos eh, setecientos ochenta y siete.*

E: *Sí.*

V: *Y ahí ya tenemos cuarenta y tres mil, daría… en una palabra. No lo sabría leer todo completo pero, pero el mayor es ese.*

Entre las posibles interpretaciones que hemos realizado sobre el origen de esta diferencia entre "procedimiento usado" y "procedimiento explicado" nos inclinamos a pensar que en este caso para Vicente no eran "buenas" justificaciones los criterios usados y apeló a conocimientos que sabe son valiosos en la escuela: leer los nombres de los números. Es decir, se ve en la obligación de dar una respuesta más matemática (dentro de su representación de la matemática escolar): responde lo que supone que el entrevistador "quiere" escuchar, de alguna manera podríamos considerarlo un efecto de contrato didáctico.

Segundo ejemplo. Frente a un problema que exigía determinar la cantidad de billetes de $ 100, $ 10 y monedas de $ 1 para pagar una cantidad, Isabel "lee" directamente en la escritura del número esa información. Incluso frente a la pregunta de cómo sabe que son 12, expresa directamente que allí lo dice. Sin embargo, explica su respuesta (esta vez mientras resuelve) por medio de cálculos parciales:

(EI3,R141)

E: *A ver, y por ejemplo, si fuera esta cantidad que tenés que pagar, mil doscientos treinta y cinco pesos (escribiendo 1235).*

I: *Ajá.*

E: *También con cien, diez y uno. ¿Cuántos usarías de cien, cuántos de…?*

I: *Mil doscientos treinta y cinco. Entonces usaría, sacaría de acá, eh… doce billetes de diez… de cien, porque son mil doscientos, entonces sacaría… primero sacaría diez billetes de cien, y después sacaría dos para que sean mil doscientos. Y de acá de los… de los diez, sacaría tres billetes de diez, más cinco moneditas de un peso.*

…

(EI3,R172)

E: *Sí, ¿pero cómo sabés que son doce? (Los billetes de $ 100).*

I: *Y porque acá dice que son doce. Mil…*

E: *Ah, eso quiero que me expliques, dónde ves el doce ahí.*

I: *Mil doscientos treinta y cinco (mientras señala el 12 de 1235).*

E: *¿Vos ves acá el doce, este doce? El doce de mil doscientos treinta y cinco, ¿este doce te dice cuántos de cien?*

I: *Sí.*

E: *¿Y qué número de acá te dice cuántos de diez?*

I: *El tres.*

E: *¿Y qué número te dice cuántas monedas de uno?*

I: *El cinco porque ahí son…*

En este caso consideramos más pertinente la interpretación de que Isabel recurre a un procedimiento menos avanzado (calcular) para validar su propia primera resolución apoyada en la lectura del número. Creemos que la utilización de los dos procedimientos estaría a disposición de construir una estrategia de control.

Tercer ejemplo. Isabel realiza una división –en el contexto de reparto de dinero– por medio de un cálculo oral pero para explicarlo recurre a los dedos. Si bien creemos que la pregunta formulada por el docente ("¿Por qué?") invita a justificar más que a comunicar el procedimiento utilizado, Isabel "baja" de estrategia. En su respuesta apela al uso de sus dedos combinado con sumas de 20 en 20 y escala de 10 en 10:

(C5,R692)

I: *Cien entre cinco. Repartir dinero, ¿cómo no me reparten a mí? Estem… Cien entre cinco. Veinte cada uno.*

C2: *¿Por qué?*

I: *Porque, este… yo creo así (marca cinco con los dedos de la mano), ¿no? Le doy veinte pesos a uno y veinte pesos al otro son cuarenta. Y le doy veinte pesos al otro son cuarenta, sesenta. Y le doy veinte pesos al otro son sesenta, setenta, ochenta. Y veinte pesos al otro son cien.*

También para repartir 500 entre 2 explica usando los dedos y sumas parciales, recursos que no precisó usar:

(EI3,R71)

E: *Mm. Eh, y si hago, por ejemplo… ¿quinientos pesos para las dos?*

I: *Eh, y para que…*

E: *¿Para cada una cuánto sería?*

I: *Quinientos pesos… serían doscientos cincuenta pesos para cada uno.*

E: *¿Cómo hiciste, me contás?*

I: *Porque lo… los dividimos ahí… este... o sea, si tenemos que sacar de quinientos pesos la mitad para cada uno, serían… uso mis dedos, serían saco doscientos de acá, y doscientos de acá, y de acá saco cincuenta y lo pongo a la… a los doscientos cincuenta y a los otros doscientos cincuenta.*

E: *O sea, a ver si yo entiendo: dos dedos serían doscientos, y otros dos dedos son doscientos, y el otro sería cien.*

I: *Claro. Cien, entonces…*

E: *Y ese cien lo partís cincuenta para cada una.*

I: *Para cada una.*

E: *Pero vos usaste los dedos para explicármelo a mí, pero no para hacerlo, para hacerlo lo hiciste con la cabeza.*

I: *Sí. Sí.*

En este caso consideramos también que es posible que Isabel apele a un recurso que le permita validar el resultado obtenido.

Cuarto ejemplo. Alicia resuelve un problema que implica realizar una descomposición en unidades seguidas de ceros en el contexto del dinero. Responde directamente interpretando en la escritura del número la cantidad de billetes de $ 100, sin embargo, explica su propio procedimiento usando los dedos y la escala de 100 en 100. En este caso no tenemos dudas de que se trata de una estrategia de control dado que así lo explica ella misma:

(EA3,R 342)

E: *(repitiendo la consigna del problema en otros términos): Mil ciento once pesos. Y tenés billetes de cien pesos… el que te va a pagar te va a pagar con billetes de cien, billetes de diez, y monedas de un peso. ¿Cuántos necesita de cada uno para pagar mil ciento once?*

A: *Y para llegar a mil necesita diez... Cien, doscientos… cien, doscientos, trescientos, cuatrocientos, quinientos, seiscientos, setecientos, ochocientos, novecientos, mil (contando de cien en cien con los dedos). Diez billetes de cien.*

E: *Te hago una pregunta Alicia, a mí me pareció, vos lo hiciste con los dedos; pero a mí me pareció –por ahí me equivoco– que vos estabas por decir diez billetes de cien, o que llegaste a decirlo, y que confirmaste con los dedos, ¿es así?*

A: *Sí, siempre así.*

E: *O sea, ¿siempre qué?, ¿siempre…?*

A: *Siempre lo vuelvo a hacer, por ahí ya… me imagino pero por las dudas siempre uso los dedos yo.*

Quinto ejemplo. En un momento de trabajo colectivo en la clase se analiza el algoritmo de suma para la cuenta 374 + 242. Claudio pone a disposición sus conocimientos sobre el valor posicional e identifica desde el primer momento que sumar 7 + 4 significa sumar 70 + 40 y que se obtiene 110, pero frente al pedido de explicación a sus compañeros dice setenta más cuarenta.

(C8,R901)

C: *Ahí está… ahí tenés cuatro por siete*[1] *en la hilera del diez tenemos ciento diez. Sumamos diez al, a la hilera del cien…*

---

[1] Como ya mencionamos en el capítulo 3, Claudio dice “cuatro por siete” refiriéndose a la suma de 4 y 7.

E: *Pará, pará, pará. Claudio dice que acá suma algo que le da ciento diez. ¿Qué es lo que sumás que te da ciento diez?*

C: *Tenemos, tenemos… el setenta más cuarenta…*

En este caso el cambio entre la estrategia usada y la explicada parecería perseguir la idea de que así sus compañeros podrán entenderlo mejor, como se interpretó para el caso de niños pequeños.

En futuras indagaciones sería interesante profundizar más en el análisis de estas diferencias junto con los sujetos entrevistados, involucrándolos en la interpretación del origen de estas diferencias, como sucedió en uno de los ejemplos. Asimismo, desde nuestro punto de vista, este hallazgo constituye un potencial aporte para interpretar las respuestas de los alumnos adultos en clases de matemática o en futuras investigaciones que busquen relevar sus recursos. Nos alerta contra el riesgo de suponer que las explicaciones de los alumnos reflejan su máximo nivel de conocimientos.

6.5 Estrategias diferentes en clases y entrevistas

Varios trabajos han permitido reconocer que muchos niños de sectores populares tienen disponibles conocimientos matemáticos que no encuentran cabida adentro de la escuela (Ferreiro, 1986; Carraher, Carraher y Schliemann, 1991). Estos estudios mostraron diversos conocimientos matemáticos sobre la numeración y el cálculo que los niños usaban en contextos extraescolares y las importantes diferencias en el éxito de la resolución de ciertas clases de problemas aritméticos entre una modalidad informal oral realizada en los propios contextos laborales de los niños y una modalidad formal escolar y escrita de problemas matemáticamente equivalentes. Estos autores analizaron cómo el fracaso de estos niños en la escuela –o bien el fracaso de la escuela en la enseñanza a niños de sectores populares– se origina, entre otras razones, porque la enseñanza formal no contempla los recursos propios disponibles por parte de estos niños que, por ejemplo, resuelven situaciones de compra y venta y manejan recursos de cálculo oral estimativo en el contexto del dinero. Las maneras en las que estos conocimientos viven en la enseñanza clásica (números y operaciones) no permiten alojar estos recursos elaborados por fuera de ella.

En este estudio también hemos identificado que algunos de los sujetos despliegan recursos matemáticos muy diferentes para problemas similares presentados en situaciones de clase y en situaciones de entrevista, aunque las razones sean diferentes. Veamos el caso de Isabel, que es quien más profundiza esta distinción.

Por ejemplo, en una clase, para hacer 36 + 24, Isabel ubica los números en un cálculo vertical y dice mientras resuelve:

(C6,R876)

I: *"Seis más cuatro son diez. Pongo el cero y me llevo una. Tres más uno es cuatro y dos son seis".*

En otra clase frente al problema *"Dos hermanos deciden ahorrar las propinas que reciben cuidando coches los fines de semana. Si cada uno junta $ 100 por finde[1], ¿cuánto juntarán en un año?"*, la maestra propone un trabajo oral. En forma conjunta calculan el dinero recibido en cada mes y obtienen que en algunos meses juntan 1000 y en otros 800 según la cantidad de fines de semana. La maestra anota en el pizarrón los resultados de los valores obtenidos en cada uno de los doce meses empezando por enero y escribiendo en esa fila los tres meses siguientes.

[1] Expresión coloquial para referirse a "fin de semana".

Luego, para sumar el total, propone agrupar al lado de cada renglón y registrar resultados parciales; obtienen 3600 por renglón o por cuatrimestre. Así queda en el pizarrón:

1000	800	1000	800	3600	
1000	800	800	1000	3600	
800	1000	1000	800	3600	

Para calcular la ganancia de todo el año, un grupo de alumnas –entre las que se encuentra Isabel– recurre al cálculo mental, sumando 3600 + 3600 + 3600. Si bien en ningún momento se realiza el algoritmo en el pizarrón, Isabel verbaliza el procedimiento de la suma imaginando su resolución como en un cálculo algorítmico, aunque comienza por las unidades de mil:

(C6,R382)

I: *Tres más tres seis, más tres nueve. Uno que le llevamos del seis porque seis más seis doce más seis dieciocho. Ponemos el ocho y nos llevamos uno. Ponemos uno arriba del tres.*

También en una clase se enfrenta al siguiente problema, presentado de manera escrita:

En una fábrica de limpieza se anotan las ventas de cada día:

	Lunes	*Martes*	*Miércoles*	*Jueves*	*Viernes*	-----------
Cajas de frascos de champú	*240*	*180*	*250*	*300*	*220*	
Cajas de jabones	*140*	*130*	*120*	*250*	*160*	

¿Cuántas cajas de jabones se vendieron entre lunes, martes y jueves?

¿Cuántas cajas de jabones se vendieron en toda la semana?

¿Cuántas cajas de champú se vendieron lunes, miércoles y viernes?

¿Cuántas cajas de champú se vendieron en toda la semana?

Veamos cómo Isabel apela en la clase a cálculos algorítmicos:

(C3,R33)

I: *(Resolviendo la primera pregunta). Estas son las respuestas del lunes, martes y jueves. Entonces, el lunes vendieron ciento cuarenta, el martes ciento treinta, el jueves doscientos cincuenta.*

(Mientras escribe)

14

13

250

¿Así se ponen doscientos cincuenta? (Señalando la escritura 250).

C1: *A ver…*

I: *Sumo cuatro y tres, siete, eeh… a ver pará. Cinco y cuatro nueve, diez, once y doce. Pongo el dos, me llevo uno. Dos, tres, cuatro, cinco. Y pongo el cero ahí (agregando el cero luego del 52 que había escrito, teniendo ahora 520).*

(…) Tengo que sumar lo del viernes y lo del… bueno vamos a sumar esto (para empezar a resolver la segunda pregunta escribe los números correspondientes a los otros dos días, organizados en una cuenta vertical mientras los dice) ciento veinte y el viernes ciento sesenta.

$$\begin{array}{r} 120 \\ \underline{160} \end{array}$$

Seis y dos, ocho. Pongo el ocho y... dos. (Le queda 280). O sea que en total se vendieron… doscientos ochenta cajas. ¿Pongo acá?

En cambio, en situación de entrevista, frente a un cálculo similar al último pero presentado de manera oral, Isabel recurre a estrategias de cálculo mental apoyándose en composiciones y descomposiciones aditivas de los números y usando las propiedades de la suma:

(EI3,R32)

E: *Mm. Y por ejemplo si vos querés hacer… ¿ciento veinte más ciento veinticinco? ¿Cómo hacés?*

I: *Ciento veinte más ciento veinticinco es…. Saco el cien y pongo el otro cien, son doscientos, ¿no?, y de ahí uno los veinte con los veinticinco, que se hacen eh… doscientos cuarenta y cinco. ¿Está bien?*

Hemos visto cómo Isabel recurre en clase a estrategias de cálculo algorítmico. Esta elección en las clases la realiza a pesar de sus dificultades para resolver los cálculos algorítmicos de suma cuando los números tienen ceros. Por ejemplo, en esta oportunidad, a Isabel se le presenta un conflicto al tener que resolver un cálculo algorítmico donde debe sumar 0 + 8 decenas:

(C3,R91)

I: *(…) Ahora… ¿Cuántas cajas de champú se vendieron en toda la semana? A ver, era lunes, miércoles y viernes, entonces me falta martes, jueves, ¿no? El martes se vendieron ciento ochenta y el jueves se vendió trescientos. Vamos. Tengo que hacer… (Colocando ambos números encolumnados). Tengo el cero… y acá, ¿cómo hago? (Pone el 0 debajo de las unidades y señalando el 0 debajo del 8 dice). Porque no puedo sumar el cero.*

C2: *¿Por qué?*

I: *Porque el cero es cero.*

C2: *Pero, ¿tenés que sumar qué?*

I: *Tengo que sumar que se vendió el martes ciento ochenta y el jueves se vendió trescientos. Entonces, ¿qué tengo que hacer? Sumar. Estos son trescientos, y ¿cómo voy a sumar? ¿Voy a poner ocho acá? ¡¡No!!*

Esta dificultad no aparece cuando Isabel opera en el cálculo mental y puede tratar a los números globalmente realizando composiciones y descomposiciones aditivas según sus propias decisiones. Cinco minutos después, a partir de la solicitud explícita por parte del docente capacitador (en situación de clase) de realizar el cálculo mental para esos mismos números, Isabel obtiene inmediatamente el resultado correcto controlando los pasos intermedios:

(C3,R102)

C2: *¿Y de qué otra forma podés pensar ciento ochenta más trescientos? ¿Vos podrías calcularlo sin hacer la cuenta? ¿Mentalmente?*

I: *Ciento ochenta más trescientos, serían cuatrocientos ochenta.*

C2: *¿Por qué?*

I: *Y porque tengo trescientos más ciento ochenta, da cuatrocientos ochenta. Porque del cientos ochenta saco cien y le pongo al trescientos son cuatrocientos y después le pongo los ochenta.*

En las entrevistas Isabel recurre directamente al cálculo mental oral. En las clases, en cambio, solamente cuando un docente lo sugiere utiliza el cálculo mental oral (no lo usa ni siquiera para controlar los propios resultados de cálculos algorítmicos). El ejemplo anterior nos permite identificar cierta diferencia entre los conocimientos desplegados en la clase y aquellos a los que es capaz de recurrir en entrevistas individuales o bien en la clase cuando hay una interacción "mano a mano" con un docente.

Nos hemos preguntado por qué si Isabel despliega exitosamente una serie de recursos vinculados con el cálculo mental oral en el campo aditivo, en las clases utiliza en muchas ocasiones el cálculo algorítmico aunque este no sea solicitado y con las dificultades que le presenta. Hemos descartado aquellas hipótesis centradas en la exigencia escolar. En las pocas semanas de clases transcurridas desde el inicio de la escuela la docente a cargo (a partir del acuerdo realizado sobre los contenidos a tratar en el marco de este proyecto de investigación) no propuso la enseñanza ni el uso de algoritmos de cálculo. Las cuentas convencionales circulaban en la clase junto con otros recursos de cálculo exclusivamente cuando eran propuestos por los propios alumnos. No podemos entonces adjudicar la diferencia a las exigencias de la escuela o de la maestra.

Tenemos diversas posibles interpretaciones para esta escisión. Una manera de interpretar esta diferencia es que en las entrevistas los cálculos se presentaron en forma oral y los alumnos respondían entonces con cálculos mentales orales, mientras que en la clase los problemas solían estar escritos y tal vez entonces tendían a usar cálculos escritos. Creemos que esta explicación es correcta pero insuficiente.

Una segunda posible explicación es que los alumnos estarían inmersos en un conjunto de expectativas recíprocas entre docente y alumno y, que si bien la docente a cargo de la clase no exigía la utilización de recursos algorítmicos, los alumnos se sentían forzados a dar esas respuestas porque suponían que eso es lo que se esperaba de ellos en la escuela. Estaría operando una representación de las matemáticas escolares construida en sus breves interacciones con la escuela –propias o de personas cercanas–. También podría ser una interpretación pertinente pero creemos que incompleta.

En tercer lugar podemos interpretar este mismo fenómeno en función del análisis realizado de sus relaciones con el saber, con el aprender y con la escuela. Los sujetos se comportarían como alumnos, estudiando objetos que ellos reconocen como objetos del mundo de la escuela pero, no por una supuesta exigencia, sino por su deseo de ser alumnos, de estar incluidos en las marcas de la escolaridad clásica. Las cuentas son "objetos de deseo" en tanto su dominio acredita escolaridad. Sus ganas de ser alumnos de escuela muñidas de sus representaciones de la matemática escolar estarían traccionando hacia prácticas escolares, más mecánicas y algorítmicas, en oposición a las prácticas matemáticas de uso social de las que ya disponen y que para ellos no tienen el mismo estatus de valor por haber sido aprendidas en contextos informales y extraescolares.

Desde nuestro punto de vista las diferentes razones podrían estar interactuando en la génesis de la escisión encontrada, pero consideramos a la tercera con mayor poder explicativo.

Por ejemplo, para Isabel, el cálculo algorítmico tiene una valoración mayor que el cálculo mental. Recordemos que actualmente los algoritmos se aprenden y se usan en la escuela mientras que los cálculos mentales orales se aprenden y se usan, en general, fuera de ella. Isabel –como hemos analizado en los capítulos 3 y 4– está deseosa de incorporarse al mundo escolar. En las situaciones de clase tendería a usar el algoritmo escrito porque estaría comportándose como la alumna que quiere ser. A Isabel no le salen bien las cuentas convencionales pero quiere aprenderlas y usarlas. Sus recursos de cálculo mental fueron aprendidos sin esfuerzo, sin asimetría entre docente y alumno, sin práctica, sin conciencia de los conocimientos involucrados. En cambio, Isabel sabe que los cálculos algorítmicos son marcas de saber escolar y –a pesar de algunos fracasos en la obtención de resultados– está dispuesta a convertirlos en objeto de estudio y de trabajo. Es decir, ella "aprovecharía" que está en la escuela para hacer las cuentas que aún no le salen pero que quiere aprender. Isabel dispone de conocimientos de cálculo mental oral que no usa en la clase de manera espontánea para controlar los cálculos algorítmicos (y que le sería muy fértil aprender a usar). En su comportamiento hay una escisión entre cálculos orales y cálculos escritos, entre entrevistas y clases, entre lo espontáneo y lo escolar.

Creemos que mientras resuelve este problema, Isabel nos explica de alguna manera cuál es para ella el valor de escribir los cálculos:

(C5, R48)

I: *Marta alquiló dos películas de oferta, entonces, dos más dos cuatro. Marta alquiló dos películas de oferta y un estreno.* ***Pero yo tengo que anotar, tengo que ser más inteligente****. Vamos, dos de oferta (mientras que escribe en la hoja "Dos de oferta" y 2 y 2 de manera vertical). Oferta… dos más dos, cuatro. Y un estreno cuatro, un estreno son cuatro pesos (escribiendo "Un estreno 4"). Y dos pochoclos. Se llevó dos paquetes de pochoclo. Dos más dos, cuatro (escribiendo "Dos más dos 4").*

(Le queda escrito	*Dos de oferta*	*2*
		2
	Un estreno	*4*
	Dos más dos	*4)*

Bueno tengo cuatro más cuatro ocho y diez… doce.

Nos preguntamos si un trabajo didáctico explícito en las aulas de adultos que estuviera dirigido al reconocimiento de esta escisión por parte de los propios sujetos podría abonar al establecimiento de puentes entre conocimientos escolares y extraescolares en el trabajo didáctico con adultos. Nos referimos a la posibilidad de generar espacios de tratamiento explícito con los alumnos sobre el reconocimiento de sus recursos y la articulación con las matemáticas escolares. La construcción de estos nexos entre las estrategias de las que los adultos con bajo o nulo nivel de escolaridad disponen y aquellas que funcionan en el mundo escolar constituye sin duda un desafío reconocido por varios autores (Ferreiro, 1983; Block y Nemirovsky, 1988; Ávila, 1990, 1997; 2003a, 2003 b; Carraher y otros, 1991; Jóia, 1997; De Agüero, 2002, 2003; Delprato, 2002, 2005; Mariño, 2003; Schliemann, 1991; Soto Cornejo y Rouche, 1995; Broitman, 2007b, 2011; Block Sevilla y Palmas Pérez, 2011). Apelamos una vez más a Vergnaud (1990), quien plantea el desafío de que en la escuela los "teoremas en acto" se conviertan en teoremas estudiados y que los teoremas estudiados adquieran el mismo nivel de dominio en el uso espontáneo para resolver problemas que tienen los "teoremas en acto". Esto significa que las "herramientas" se conviertan en "objeto" y que los "objetos" se conviertan en "herramientas" (Douady, 1994). Específicamente, es preciso seguir estudiando cómo articular la diversidad de estrategias de cálculo informales para convertirlas en formalizadas, pasándolas de herramientas originales a objetos que pueden estudiarse y sobre los cuales ampliar el dominio y la reflexión; y cómo convertir las estrategias de cálculo algorítmicas de objeto (de estudio) a herramienta (de resolución de problemas).

Por último nos interesa resaltar otro aspecto de este puente a construir. Hemos planteado que los recursos orales de los alumnos adultos en ocasiones generan respuestas erróneas por las equivocaciones que se producen por no retener la gran cantidad de resultados parciales. La escritura permitiría guardar memoria de esos resultados. No solo hemos notado que en los recursos puramente escritos no apelan a recursos orales de cálculo estimativo o composición y descomposición de las cantidades involucradas para controlar los pasos intermedios. Tampoco en el cálculo mental oral aparecen escrituras parciales que permitan guardar memoria y controlar los resultados provisorios. Es decir que una llave para provocar un progreso en los conocimientos de adultos que inician su escolaridad estaría en proveer de escrituras para sus cálculos mentales orales, y de recursos de redondeo, estimación, anticipación y control posterior orales para sus cálculos algorítmicos escritos. Retomamos en este punto las preocupaciones y los estudios de otros autores (Delprato, 2002, 2005; Delprato y Fuenlabrada, 2005, 2008).

• • •

En este capítulo hemos intentado comunicar algunos hallazgos didácticos que se nos presentaron como asuntos fértiles para profundizar en futuras investigaciones. En primer lugar relevamos en situaciones de entrevista algunas intervenciones didácticas que se han mostrado potentes para producir avances o reorganizaciones de los conocimientos de los alumnos, en particular sobre la lectura y la escritura de números. En segundo lugar, analizamos críticamente la reutilización de ciertas propuestas didácticas para trabajar las regularidades de la serie numérica a través de portadores de información numérica organizados en cuadrículas. En las clases observadas hemos podido identificar características que nos permiten pensar en un riesgo de deslizamiento metadidáctico en tanto las numerosas y sostenidas dificultades con las que se enfrentan los alumnos no responden al contenido matemático sino a la interpretación de la actividad propuesta. En tercer lugar hemos analizado interacciones entre docentes y alumnos o entre investigadora y alumnos, que interpretamos como lógicas diferentes en pugna sin que –por momentos– entren en diálogo. En ocasiones las palabras o expresiones utilizadas son interpretadas en sentidos diferentes por ambos interlocutores. El interés de este fenómeno es que las respuestas de los alumnos no pueden interpretarse como ausencia de conocimiento. Luego compartimos –en el cuarto apartado de este capítulo– la identificación de un fenómeno que también consideramos didáctico: los sujetos frente al pedido de explicar los procedimientos que han usado apelan a procedimientos menos avanzados. Elaboramos diversas hipótesis explicativas de esta cuestión que ya había sido relevada con niños pequeños. Finalizamos el capítulo analizando que algunos sujetos, frente a problemas muy similares, utilizan estrategias diferentes en el marco de las clases de las que usan en el marco de entrevistas. También aquí elaboramos ciertas interpretaciones respecto de por qué podría producirse esta diferenciación, dado que no obedece a restricciones generadas por solicitudes explícitas de investigadores ni de docentes.

Como ya hemos planteado, si bien esta investigación no es estrictamente didáctica, nos ha permitido identificar estos fenómenos y tensiones que creemos pueden ser fértiles para futuras investigaciones en el campo de la enseñanza de la matemática a adultos de escuelas primarias.

Pasemos entonces a las palabras finales de esta tesis.

Capítulo 7. Conclusiones

7.1 Recapitulación en diálogo con nuestros supuestos y preguntas

La investigación presentada ha tenido la intención de estudiar la relación que los alumnos adultos que inician o reinician su escolaridad primaria establecen con el saber en general y con las matemáticas en particular. Intentamos conocer sus perspectivas respecto de por qué y para qué van a la escuela, cómo y dónde creen que aprendieron sus conocimientos matemáticos, cómo se perciben a sí mismos como usuarios o productores de matemática, es decir, cuál es el sentido que tiene para ellos ir a la escuela y aprender matemática.

Estos adultos van a la escuela movilizados por reparar el pasado, defenderse en la ciudad, crecer y ser más autónomo, ser mejor madre y esposa, dejar de tener vergüenza. Estudian para desarrollar porciones de su identidad postergada, para disfrutar de hacer algo para sí mismos o para aprender nuevos conocimientos que podrían abrirles puertas en el futuro. A pesar de las diferencias entre estos sentidos hay un aspecto en común: la respuesta a por qué estudiar en nuestros cinco casos no se ubica estrictamente en un sentido utilitario. Por el contrario, encontramos una fuerte presencia del disfrute en sí mismo de la asistencia a la escuela y del deseo de aprender conocimientos diferentes de los que elaboraron en sus prácticas sociales extraescolares (incluso algunos manifiestan rechazo frente a propuestas escolares en las que el centro de la actividad no es el estudio). La pertenencia al espacio institucional es sumamente valorada por todos así como las "marcas" de la escolaridad: la constancia en la asistencia, la importancia de la evaluación, los materiales escolares.

En nuestro proyecto suponíamos que algunos alumnos adultos asisten a la escuela para aprender conocimientos que perciben necesarios tanto para ayudar en las tareas escolares a sus hijos como para sus ámbitos familiares y laborales. Hemos podido constatar la presencia de estas últimas dos razones en algunos de los casos. Sin embargo, no hemos encontrado la acreditación como móvil de asistencia a la escuela, ni tampoco una justificación de los estudios primarios dirigida a la continuidad de los estudios secundarios, a diferencia de nuestros propios supuestos iniciales. En la asistencia a la escuela parece jugarse una cuestión identitaria: quién soy y quién quiero ser; la escuela es vivida como un lugar de transformación personal en el que se ponen en juego también relaciones con los otros y con el mundo.

Como era previsible, en todos los casos, se trata de jóvenes y adultos en cuyas infancias no hubo tiempo para la escuela debido a una prematura exigencia de inserción en el mundo laboral (trabajar en el campo, cuidar hermanos menores, vivir en la calle, realizar tareas domésticas, etc.). Fue sorprendente que en sus relatos ninguno denunciara la insuficiencia de las acciones del Estado –más específicamente del sistema educativo– para enviarlos o retenerlos en las escuelas cuando eran niños.

En sus historias de vida todos refieren hitos que produjeron rupturas en sus relaciones con el saber. Algunos se originan en los propios cambios personales y familiares debidos al paso del tiempo, otros se presentan como ocasionales, a veces se trata de cambios en las condiciones laborales o efectos de decisiones personales o familiares. En todos los casos estos cambios de mirada sobre el mundo de la escuela, del saber o del aprender vienen "de la mano" de interacciones con ciertas figuras que han sido decisivas: empleadores, monjas, instituciones o familiares que abrieron la puerta a nuevos deseos, que han confiado en sus capacidades cognitivas, los han estimulado a estudiar o les han exigido saber más. A veces se trata de pequeñísimos actos, o contadas palabras, cuyos efectos duraderos sorprenderían hasta a los propios actores. Las diferentes combinaciones de momentos personales, hitos y figuras decisivas actuales –o pasadas que hoy se resignifican– producen conglomerados de sentido que generan la vivencia de que ahora es "la oportunidad" y "el momento" para empezar o para volver a estudiar.

Fue también sorprendente que entre la gran cantidad de figuras que influyeron positivamente en sus relaciones con el saber no hicieran mención alguna a personas, escuelas, programas o dispositivos del sistema educativo formal.

Hemos podido identificar cómo la relación con las matemáticas es también, como la relación con la escuela, fuente de numerosas (y a veces antiguas) pasiones. Desde hace muchos años algunos se avergüenzan de sus no saberes, otros en cambio están orgullosos de sus propios conocimientos matemáticos, e incluso encontramos a quien le gustan tanto las matemáticas que hubiera querido ser docente de esta área. Pudimos atrapar cómo sus historias de vida están atravesadas tanto por lo que aprendieron como por lo que no aprendieron, por lo que quieren aprender, por lo que otros saben y ellos no, por los problemas que no supieron resolver, por los que sí lograron. Sus relaciones con las matemáticas forman parte de la imagen que tienen de sí mismos; en sus conocimientos se ponen en juego las relaciones con los otros. Posiblemente por ello tienen un alto grado de conciencia respecto de qué recursos matemáticos tienen disponibles, sobre cuáles producen errores, frente a cuáles dudan y cuáles no dominan y desean aprender. Poseen una muy amplia disponibilidad para involucrarse en nuevos desafíos, revisar sus propios conocimientos, analizar estrategias de resolución de un problema, interpretar sus propios errores, validar los resultados obtenidos, elaborar y explicitar sus conjeturas y ponerlas a prueba; es decir, para involucrarse personalmente en un proceso activo de producción y reorganización de sus conocimientos matemáticos.

Como mencionamos, no hemos intentado "controlar" las condiciones didácticas en las clases a cargo de la maestra; simplemente, en el contexto de una asistencia técnica y de una capacitación, establecimos acuerdos sobre ciertos criterios para organizar la gestión de la clase y sobre la selección y el enfoque de los contenidos a tratar. Esta decisión nos permitió asistir a interacciones entre los alumnos a propósito de los conocimientos que circulaban en las clases y complementar la mirada de cada caso que iba surgiendo a través de las entrevistas. Sería necesario, en futuras indagaciones, profundizar en las condiciones didácticas que podrían favorecer la instalación de una verdadera comunidad de estudio y producción matemática colectiva en la que se transformaran tanto los conocimientos como las prácticas matemáticas de los sujetos. Señalamos las enormes diferencias con respecto a las aulas de niños que es necesario considerar en esos estudios, por ejemplo, la mayor heterogeneidad de conocimientos de los alumnos y la conciencia que tienen de sus propias matemáticas.

Creíamos –y así lo expresamos en nuestras hipótesis iniciales– que posiblemente los adultos jóvenes aceptaran involucrarse en una actividad intramatemática vinculada con la numeración y el cálculo con más facilidad que los adultos mayores, conjetura apoyada en la menor distancia con los posibles años cursados de escolaridad infantil, pero que no fue validada con los datos de este estudio. No encontramos diferencias –considerando la variable de la edad– en los niveles de compromiso intelectual que asumían en los extensos momentos de trabajo matemático en torno a la numeración o al cálculo, aun cuando se tratara de problemas matemáticos descontextualizados.

También habíamos supuesto que posibles experiencias escolares de abandono o fracaso podrían haber generado rechazo o temor hacia las matemáticas, en especial hacia objetos reconocibles socialmente como contenidos escolares. Si bien encontramos ciertos temores de naturalezas muy distintas (el miedo de Claudio a equivocarse en los cálculos evocando a su maestra de niño; la cantidad de ceros en la escritura de números para Isabel; los nervios de Vicente manifestados en una entrevista), no podemos decir que se tratara de rechazo a esta disciplina. Por el contrario, aun frente a sus dificultades y errores, aparecía permanentemente el interés por su superación y la explicitación del placer y el entusiasmo por el tipo de actividad propuesta. Sostuvimos inicialmente que la participación en experiencias de trabajo matemático que habilitaran una entrada a las matemáticas más ligada al placer intelectual y a la experiencia de producción –como se intentaría promover en algunos momentos de clases y entrevistas– podrían generar algunos cambios en las relaciones de estos alumnos con el saber matemático. Posiblemente algunas condiciones de las interacciones en entrevistas y clases hayan favorecido el interés y el gusto manifestados por los alumnos, pero igualmente no encontramos en sus relatos marcas de un rechazo a priori hacia las matemáticas. Hemos identificado cambios en las relaciones con el saber matemático, por ejemplo, en varias ocasiones reflexionan sobre el enfoque de enseñanza propuesto o sobre las formas de intervención de la docente, la entrevistadora y de los capacitadores docentes señalando su valoración positiva (por ejemplo, Alicia dice que antes estaba preocupada por los números pero que ahora sí le gustan y Claudio nos explica que ahora en la escuela aprendió que un cálculo se puede resolver de muchas maneras).

Otra hipótesis inicial era que los contextos laborales y las historias escolares, propias y de otros miembros de la familia, producirían diferencias en términos de conocimientos disponibles adquiridos en contextos extraescolares. Efectivamente pudimos identificar algunos conocimientos elaborados por Vicente y Claudio al trabajar en construcción y mantenimiento (repertorios memorizados de cálculos o clases de problemas ligados a la medida), recursos disponibles en Julia aprendidos en tareas administrativas en su comunidad religiosa (cálculos mentales de porcentaje), conocimientos que no eran compartidos por el resto de la clase.

Bajo el interés de conocer las matemáticas de los adultos que inician la escuela primaria, nos hemos propuesto también relevar sus conocimientos sobre la numeración y las operaciones. Aclaramos que nuestra intención no era realizar un compendio de conocimientos que los adultos saben, ni una descripción acabada o una lista de recursos. En cambio, buscamos atrapar el conjunto de relaciones que ponen en juego al resolver ciertas clases de problemas, algunos momentos de sus matemáticas considerándolas "vivas" y en transformación. Esto significa que además de mirar cómo efectivamente leen, escriben o comparan números, intentamos capturar sus lógicas, las teorías implícitas que ponen en acto, cómo las explicitan frente a ciertos pedidos de justificación, las contradicciones que enfrentan y cómo salen de ellas. Del mismo modo no listamos sus estrategias de cálculo ya disponibles sino que también estudiamos cómo –enfrentados a ciertas clases de cálculos no dominados– despliegan estrategias nuevas. Es decir que no pensamos sus conocimientos como un conglomerado estático, ni tampoco como conocimientos disponibles a priori de las situaciones propuestas. Por el contrario, intentamos estudiar qué recursos matemáticos producen en interacción con un medio que, en ocasiones, los obliga a producir nuevos, o bien los invita a usar, ampliar, modificar los recursos ya construidos. Los conocimientos desplegados por los adultos estudiados están en estrecha relación con los problemas que les propusimos y con las interacciones provocadas en torno a ellos.

Al iniciar nuestro proyecto partimos del supuesto de que los adultos poseen más conocimientos de los que ellos identifican. Creíamos también que encontraríamos –como se relevó en otros estudios– cierta desvalorización de los recursos espontáneos e intuitivos propios y una sobrevaloración de los algoritmos y otros formatos de presentación escolar de los contenidos. No obtuvimos resultados homogéneos que permitan validar o confrontar estas ideas de manera general. Solo algunos de los sujetos entrevistados efectivamente desvalorizan sus propios conocimientos y sobrevaloran los reconocidos como parte de la cultura escolar, pero otros se sienten muy orgullosos de sus estrategias de cálculo aunque identifiquen diferencias con las matemáticas escolares.

Identificamos una gran variedad de recursos matemáticos que les permiten resolver numerosos problemas a pesar de la ausencia de escolarización, recursos en muchos casos coincidentes con los informados en el acervo bibliográfico sobre esta población (Ferreiro, 1983; Block y Nemirovsky, 1988; Ávila, 1990; Soto Cornejo y Rouche, 1995: Delprato, 2002; Mariño, 2003, entre otros), por ejemplo, en lo relativo al cálculo algorítmico, a las escrituras aditivas, al uso de propiedades de la proporcionalidad. En algunos aspectos despliegan mayores niveles de conocimiento de los ya documentados, por ejemplo, en el rango de números de varias cifras que dominan los sujetos de este estudio o en algunos recursos sobre la multiplicación y la división. Creemos que múltiples variables permiten explicar estas diferencias: se trata de diferentes momentos históricos y países, y en nuestro caso, el recorte realizado es de población urbana. Por otro lado, los adultos cuyas matemáticas hemos estudiado han elegido asistir a la escuela. En particular esta última variable seguramente pueda ser explicativa de estas diferencias a juzgar también por los primeros resultados de nuestra propia fase exploratoria realizada con población adulta escasamente escolarizada que no asistía a la escuela. Veamos más detalladamente algunos de los recursos de los que disponen.

Todos los adultos entrevistados leen y escriben convencionalmente números de varias cifras y manejan con comodidad la escritura de números "redondos". Partimos del supuesto de que encontraríamos escrituras aditivas de números y confusiones con los ceros al escribir números de varias cifras, producciones ya relevadas en niños (Lerner y Sadovsky, 1994) y en adultos (Ferreiro, 1983; Palmas, 2001). Efectivamente, muchos errores que aparecen en la escritura de números de varias cifras no redondos obedecen a la puesta en acto de la hipótesis implícita acerca de que la numeración escrita refleja la numeración hablada (escribir mil ocho como 10008), o a la confusión entre las denominaciones de números redondos de un orden mayor o menor (leer 1030 como diez mil treinta). Hemos podido asistir a los conflictos cognitivos que los adultos enfrentan cuando entran en juego dos conjeturas que los conducen a interpretaciones o producciones diferentes (por ejemplo, interpretar 2007 como doscientos siete, usando la lógica aditiva, y como dos mil siete usando la relación de proximidad con 2009, año en curso, y la supuesta continuidad entre la cantidad de cifras de ambos números). En varios casos encontramos que frente a estos conflictos avanzan hacia la escritura o la interpretación convencional mientras elaboran una explicación acerca de la posición en la que es preciso escribir las unidades; por ejemplo, varios dicen que se escriben "en el lugar del último cero". Identificamos, como en el ejemplo mencionado, la potencialidad de la escritura del año en curso como punto de apoyo para reflexionar sobre las escrituras numéricas. Inventariamos también diversas clases de intervenciones que favorecieron el enfrentamiento inicial a conflictos y luego cierto progreso de los conocimientos, progreso observado tanto en los resultados obtenidos como en las reflexiones sobre las regularidades del sistema de numeración explicitadas en los intercambios.

Al iniciar nuestro proyecto sospechábamos que los adultos entrevistados utilizarían con comodidad conocimientos sobre el valor posicional en la resolución de problemas presentados en el contexto del dinero, pero creíamos que estos recursos no serían suficientes para resolver problemas numéricos descontextualizados que exigieran un trabajo anticipatorio de interpretación del valor relativo de alguna de las cifras. Encontramos efectivamente que los cinco casos recurren al análisis de la posicionalidad para determinar el valor relativo de las cifras frente a problemas que exigen componer o descomponer cantidades en billetes y monedas de $ 100, $ 10 y $ 1. Hemos podido documentar estos conocimientos tanto en sus veloces maneras de resolver los problemas –que sin duda ponen en juego cómo interpretan la información provista por la escritura del número–, como en las numerosas justificaciones y explicaciones que elaboran, en las que explicitan el valor de la posición de las cifras. En algunas ocasiones los entrevistados se apoyan en aspectos relacionados con características aditivas del número (por ejemplo, descomponiendo 345 en 300 + 40 + 5) y, en otras, en conceptualizaciones más relacionadas con los aspectos multiplicativos (por ejemplo, afirmando que en 345 el 3 representa 3 de 100). Los datos nos permiten señalar el amplio conocimiento disponible del valor posicional de nuestro sistema de numeración por parte de los sujetos de esta investigación, a pesar de sus escasas trayectorias escolares. Sin embargo, a diferencia de lo previsto en nuestras hipótesis iniciales, sus conocimientos sobre el valor posicional no se circunscriben al contexto del dinero. Varios de los sujetos logran identificar qué número es preciso restar a otro para "transformar" alguna de sus cifras (por ejemplo, de 345 a 305), problema presentado sin ningún contexto extramatemático. Asimismo, frente a cálculos estimativos, a cálculos algorítmicos y en torno a problemas ligados a la escritura y la lectura de números de varias cifras, el análisis de la posicionalidad de las cifras y de sus valores relativos aparece como un recurso disponible como medio de solución, y también presente a través de justificaciones o explicaciones.

El contexto del dinero es un punto de apoyo permanente usado en forma espontánea para pensar en la numeración y en los cálculos; incluso en muchos casos apelan a imaginar que se trata de dinero aun frente a problemas presentados de manera estrictamente numérica. Hemos podido advertir, a pesar de ello, los conflictos que enfrentan al intentar producir o interpretar escrituras de números con coma en el contexto del dinero. Si bien este aspecto no fue suficientemente estudiado en nuestro trabajo, estamos en condiciones de afirmar que varios de los sujetos no logran producir escrituras que permitan distinguir pesos de centavos, y no siempre interpretan precios escritos con coma aun en contextos de su propio ámbito laboral. Las dificultades con la producción y la interpretación de comas los llevan a contradicciones que no siempre logran resolver exitosamente, como producir una misma escritura para dos cantidades diferentes (200 para representar $ 2 y $ 200). Hemos podido ver cómo dominan los cálculos orales; sin embargo, no tenemos datos suficientes para validar nuestra actual conjetura acerca de que los adultos entrevistados podrían resolver exitosamente cualquier cálculo oral que involucrara el tratamiento de las equivalencias entre pesos y centavos, y que las dificultades refieren exclusivamente a los aspectos notacionales involucrados en la producción o la interpretación de precios con pesos y centavos. Retomando los hallazgos de Ferreiro (1983), señalamos la necesidad de estudiar con más profundidad los conocimientos sobre este tópico para distinguir entre aspectos nocionales y notacionales del manejo del dinero en adultos con nulo o bajo nivel de escolaridad.

A partir de los diferentes resultados obtenidos en torno a sus aproximaciones al sistema de numeración, pensamos que sería fértil para futuras indagaciones poner a prueba situaciones de enseñanza que se dirigieran, específicamente y de manera conjunta, a presentar problemas en torno a la cantidad de cifras, la cantidad de ceros, el uso de puntos y de comas, ofreciendo desde el inicio información sistematizada sobre el nombre y la escritura de los números redondos sin límite alguno en el campo numérico. Para pensar en estos posibles estudios didácticos, nos apoyamos tanto en la gran amplitud y variedad de conocimientos disponibles de los adultos sobre la numeración escrita, como en los altos niveles de conciencia y explicitación de sus dudas y errores sobre la lectura y la escritura de números de varias cifras. Con respecto al valor posicional del sistema de numeración, parece necesario seguir estudiando situaciones de enseñanza dirigidas a la identificación, la explicitación, la sistematización y la difusión de aquellos conocimientos que los adultos ya tienen disponibles para resolver variadas clases de problemas.

Aunque sin tenerlo previsto, también hemos podido advertir (de manera menos sistemática y solo a través de las clases) la comodidad con la que los adultos resuelven problemas sencillos que involucran las cuatro operaciones, mientras las variables didácticas de las situaciones planteadas les permitan resolverlas por medio de cálculos orales (por ejemplo, con números redondos). En ningún caso encontramos –para ciertos sentidos de las operaciones– dificultades para resolver los problemas, ni un cuestionamiento o una pregunta (efecto típico de la enseñanza clásica) respecto de cuál será la operación que permite resolver cada problema. Por el contrario, los alumnos adultos despliegan numerosos y variados recursos que les permiten resolver una colección de problemas cuando se trata de sentidos más sencillos: unir, agregar, quitar, comparar para el campo aditivo; problemas de proporcionalidad directa, de reparto y partición para el campo multiplicativo. Si bien no necesariamente los resuelven utilizando la operación más económica para algunas clases de problemas, el sentido de las situaciones problemáticas no parece ser fuente de dudas o de conflictos y los resultados obtenidos son correctos o muy cercanos (originados en algún error de cálculo).

Señalamos la pertinencia de que en futuros trabajos de investigación se continúe profundizando particularmente sobre las estrategias de resolución de estas y otras clases de problemas más complejos del campo aditivo y multiplicativo (por ejemplo, problemas que exigen averiguar el estado inicial o la transformación operada en el campo aditivo; problemas de producto de medidas o de congruencia en el campo multiplicativo). El estudio del campo de problemas constituye uno de los objetos principales de trabajo en la escolaridad primaria –en la producción curricular actual dirigida a población infantil–; conocer la disponibilidad de conocimientos de los adultos sobre los diferentes sentidos de las operaciones sería un insumo necesario –tanto para la producción de secuencias didácticas, como para orientar la producción curricular específica–. Creemos que este aspecto aún no ha sido estudiado suficientemente, al menos en nuestro relevamiento de la literatura especializada consultada.

Retomemos sus recursos para resolver cálculos mentales de suma y resta. Como varios estudios ya mencionados informan, los adultos con baja o nula escolarización descomponen y componen los números en unidades seguidas de ceros para sumar y restar. Para estos cálculos ponen en acto de manera implícita propiedades de las operaciones (por ejemplo, propiedad asociativa y conmutativa para la suma) y se apoyan en regularidades de la serie numérica escrita y hablada (por ejemplo, resolver $354 - 54 = 300$; $876 + 100 = 976$; $300 + 48 = 348$ presentados tanto de manera oral como en forma escrita). Otro punto de apoyo para estos cálculos es la disponibilidad de variados repertorios de sumas memorizadas. En las descomposiciones y composiciones que realizan agregan o quitan cantidades para llevar los números en cuestión hacia aquellos cuyos resultados están previamente disponibles. Encontramos también importantes recursos de cálculo estimativo que usan para resolver aquellos problemas en los que una respuesta aproximada es suficiente. Estas diversas estrategias de cálculo que mencionamos se realizan en forma oral. Como también ya se había documentado, los errores de cálculo obedecen a una dificultad para retener los resultados parciales en cálculos que exigen muchos pasos (Delprato, 2002, 2005). Hemos podido advertir que los adultos entrevistados revisan los errores de manera inmediata al recordarles los resultados parciales olvidados. Un dato relevante es que no encontramos errores constructivos sistemáticos para los cálculos mentales orales; y cuando hay confusiones o simples equivocaciones, los resultados obtenidos son correctos, o bien muy cercanos al rango de lo posible.

Todos los adultos entrevistados conocen los algoritmos de suma y resta. Hemos encontrado que el éxito en la utilización de estas técnicas es parcial, ya que se ve limitado por algunos cálculos en los que se produce una pérdida del control de los pasos intermedios; por ejemplo, cuando es preciso descomponer algún valor en órdenes inferiores en la resta ("pedir prestado"), o bien, cuando los dos números tienen cantidad de cifras diferentes y los encolumnan hacia la izquierda. En algún caso también hemos podido identificar los conflictos que aparecen cuando deben sumar o restar números que tienen ceros. En estas situaciones es posible advertir la labilidad de estos recursos en los que se produce una pérdida de significación, como ha sido suficientemente relevado en otros estudios (Delprato 2002, 2005; Ávila, 1990, 2003). Un ejemplo que hemos hallado de esta pérdida de significación es la manipulación de las cifras involucradas que hacen algunos sujetos al buscar maneras posibles para obtener el resultado esperado, o posible: cambian de lugar los números, ensayan maneras de encolumnarlos o alteran el orden de los pasos intermedios. Sin embargo, los propios sujetos logran obtener de manera inmediata los resultados correctos por medio del cálculo mental oral.

Si bien a priori casi todos dicen no conocer estas operaciones –frente a situaciones problemáticas sencillas presentadas de manera oral y en el contexto del dinero–, elaboran de manera inmediata y exitosa recursos de cálculo mental oral para multiplicar o dividir números redondos de varias cifras por medio de descomposiciones y composiciones aditivas. Para resolver situaciones que involucran relaciones de proporcionalidad directa, también con números redondos de dos o tres cifras, hemos encontrado, en concordancia con otros estudios (Soto y Rouche, 1995), el cómodo manejo de las diferentes propiedades de este modelo matemático: averiguan la constante de proporcionalidad o usan relaciones escalares –tanto haciendo dobles o triples como sumando las cantidades correspondientes a datos de ambas variables para determinar una tercera–.

Nos interesa aclarar que no estamos pensando en una generalización que suponga que estos conocimientos estarían disponibles en todos los sujetos adultos poco escolarizados o no escolarizados de la Ciudad de Buenos Aires. Estamos afirmando que los adultos con los que hemos trabajado disponen de ese caudal de conocimientos, con lo cual es posible pensar que existen muchos otros adultos con niveles próximos de conocimientos aritméticos. Antes de este estudio no teníamos datos actuales acerca de los recursos matemáticos de adultos en condiciones próximas.

Estos resultados podrían ser puntos de partida para el diseño y el estudio de situaciones de enseñanza dirigidos a que el cálculo mental oral, el aproximado y el realizado con calculadora sean herramientas al servicio de la explicitación y la sistematización de propiedades de las operaciones y del sistema de numeración, así como herramientas de control de cálculos algorítmicos en la línea de otros trabajos didácticos (Delprato, 2002; Block y Palmas, 2011). En futuras investigaciones también sería interesante explorar las condiciones didácticas para la identificación y la explicitación de las propiedades de la proporcionalidad directa con la intención de ampliar los conocimientos hacia nuevas estrategias y de formalizar las usadas, de manera que les permitan a los sujetos resolver problemas con diversas variables numéricas y contextuales. En estos casos se trataría de producir ingenierías didácticas (Artigue, 1995) que contemplaran el establecimiento de puentes entre los conocimientos relevados y la enseñanza escolar sistemática.

En esta recapitulación de resultados nos resta mencionar algunos hallazgos didácticos que no estaban previstos y que fueron presentados en el capítulo 6. A través del análisis de clases y entrevistas, pudimos relevar algunas intervenciones didácticas que han resultado fértiles para el avance de los conocimientos de los sujetos. Entendemos por avances en los conocimientos tanto los progresos en los resultados obtenidos frente a ciertos problemas, como las explicaciones y justificaciones que realizan en los momentos de retorno reflexivo sobre los problemas. En particular, hemos podido atrapar interacciones fecundas a partir de intervenciones sobre los números redondos que ayudan a leer y escribir un número, y que habían sido estudiadas ya para niños pequeños (Lerner y Sadovsky, 1994; Broitman y Kuperman, 2005). Otra intervención relevada como potente ha sido (de manera conjunta con el sostenimiento de la incertidumbre sobre el error en una producción o una interpretación no convencionales de un número) el pedido de que escriban o lean un nuevo número que es precisamente aquel que ha sido escrito o nombrado de manera incorrecta (por ejemplo, si el sujeto interpreta 2007 como doscientos siete, pedirle que lea 207 –que desde esa lógica debería interpretarse como veintisiete–). Esta intervención ha permitido que los adultos entrevistados arribaran en ocasiones a la escritura o la lectura de un número para el que no tienen dudas (por ejemplo, el 27) que los "obliga" a rechazar su propia escritura (por ejemplo, 207 para 27), produciendo así una contradicción al poner en juego diversos conocimientos. Apelar a la escritura del año en curso como punto de apoyo para pensar sobre la escritura de otros números también ha sido una intervención didáctica favorable a partir de la que hemos observado un ajuste en la cantidad de cifras y cierta revisión de las producciones aditivas.

Otro hallazgo didáctico documentado refiere a un fenómeno que hemos interpretado como un posible deslizamiento metadidáctico (Brousseau, 1986, 2007). Nos referimos a la utilización de cuadros o grillas numéricas para completar o para encontrar números ubicados de manera incorrecta. Las clases observadas en torno a esta actividad nos han permitido relevar algunas regularidades que los adultos ponen en juego para resolver problemas numéricos, es decir, capturar algunos conocimientos ya disponibles; pero analizamos, en cambio, su bajo nivel de potencialidad para generar un progreso de los conocimientos numéricos. La razón que permite entender este fenómeno es que se ha producido un desplazamiento del sentido de la actividad en la clase: cientos de interacciones entre alumnos y docentes giran en torno a develar los secretos de la actividad y muy pocas en torno a la numeración. El cuadro numérico –"medio" previsto para plantear problemas numéricos–, en algunas clases observadas se ha tornado en "objeto" de estudio; deslizamiento de sentido innecesario –ya que no constituye en sí mismo una forma de representación matemática–.

El relevamiento de momentos de interacción en los que hay dos lógicas implícitas en pugna (la del alumno y la del maestro, o la del entrevistado y el entrevistador) constituye otro resultado de este estudio. En ocasiones hay una aparente interacción frente a un problema matemático presentado, sin embargo, el análisis posterior de los diálogos permite advertir la diversidad de sentidos asignados a algunas expresiones. Este hallazgo, desde nuestro punto de vista, contribuye a poner en discusión algunas respuestas erróneas de los alumnos que no pueden identificarse como ausencia de saber, como nos develan ellos mismos frente a intervenciones o problemas similares presentados con otras expresiones.

Algunas diferencias entre los procedimientos utilizados para resolver los problemas y los referidos al momento de explicitarlos fueron interpretadas también entre los aportes didácticos que surgen de manera exploratoria en este estudio. En todos los casos la estrategia referida por el sujeto es menos económica que la verdaderamente utilizada. Conjeturamos que estas diferencias podrían deberse a la búsqueda de una explicación más sencilla al servicio de optimizar la comunicación (por ejemplo, Claudio resuelve un cálculo algorítmico de suma nombrando a las decenas como "siete más cuatro ciento diez", pero frente al pedido de explicación dice "setenta más cuarenta ciento diez"). Esta posible intencionalidad en el cambio de estrategia retoma la interpretación dada para este mismo fenómeno encontrado en niños (Lerner y otros, 2000). Sin embargo, también elaboramos otras posibles explicaciones. Quizás cuando el interlocutor deja en duda la validez de su respuesta y le pregunta por cómo fue pensado el problema, el recurso a una nueva estrategia funcione como instrumento de control o de validación, "aprovechando de paso" para fijarse si, efectivamente, obtiene el mismo resultado por dos vías diferentes. También podría deberse a que la inseguridad en el resultado obtenido lo haga recurrir a una estrategia considerada más segura. O tal vez, arriesgando otra explicación, descarte la estrategia usada verdaderamente para producir una explicación que se acerque a lo que él cree que el docente o investigador está esperando escuchar. En este caso frente a la pregunta por el procedimiento usado apela a una estrategia que no ha usado pero que considera valiosa para el mundo escolar. Casi podríamos decir que se trataría de una suerte de efecto de contrato didáctico (Brousseau, 1986, 2007) enmarcado en sus representaciones de las matemáticas escolares. Por ejemplo, un alumno, al leer un número de varias cifras identifica de manera inmediata la cantidad de billetes necesarios de cada clase para pagar esa cantidad, sin embargo, justifica su respuesta por medio del cálculo. El procedimiento usado es más económico pero al entrevistado tal vez no le parece suficientemente escolar, mientras que sí lo es el cálculo. Otro alumno compara dos números escritos usando la cantidad de cifras como criterio para determinar cuál es el mayor, pero explica su procedimiento de resolución del problema intentando mencionar los nombres de ambos números. Leer los números sería considerado un conocimiento de mayor valor que el criterio de cantidad de cifras para comparar. La economía de sus recursos sería de algún modo “escondida” para poner en su lugar un recurso reconocido como contenido escolar. Creemos que las diversas explicaciones sobre este fenómeno son compatibles entre sí y podrían convivir incluso en el mismo sujeto para distintos problemas, ya que dependería de la intencionalidad –consciente o inconsciente– con la que comanda el cambio.

Por último, hemos hallado que el mismo sujeto, en ocasiones, pone en juego estrategias diferentes en clases y entrevistas para resolver problemas muy similares. Por ejemplo, Isabel apela al cálculo mental oral en entrevistas y al cálculo algorítmico en clases. Recordemos que en el primer caso sus recursos le permiten el control de los pasos intermedios y de los resultados obtenidos; mientras que en el segundo, produce numerosos errores en el uso de la técnica algorítmica. Frente a este fenómeno descartamos la exigencia de la maestra de usar “cuentas” en la clase, ya que estaba explícita, en forma reiterada, la libertad para elegir estrategias de resolución. Nuestra conjetura didáctica es que esta distinción obedece a que algunos sujetos están intentando aprender aquellos objetos matemáticos escolares que consideran valiosos y constituyen marcas de la cultura escolar, explicación también considerada para el fenómeno anterior. En las entrevistas mostrarían los conocimientos disponibles; pero, en algunos momentos de las clases (casi posicionándose como sus propios maestros al proponerse nuevos desafíos), elegirían estudiar lo nuevo que tanto desean aprender para constituirse –por fin– en sujetos escolarizados.

Estos hallazgos sobre las diferencias entre estrategias de resolución en clases y en entrevistas, o entre estrategias de resolución y estrategias usadas para explicar lo realizado, abren la puerta para nuevos estudios, en los que sería posible incluir a los propios sujetos en la interpretación de las razones que los llevan a tomar estas decisiones. Si bien en algún caso los hemos consultado sobre estas diferencias, sería interesante estudiar de manera más profunda y sistemática este fenómeno para validar o rechazar las explicaciones precedentes, o conocer las condiciones en las que aparecen unas u otras.

Hasta aquí hemos presentado algunos de los resultados obtenidos sobre la relación con el saber y con las matemáticas que establecen los sujetos estudiados, así como ciertos conocimientos aritméticos disponibles. En el capítulo 2 hemos presentado las dos principales referencias teóricas de este estudio: la relación con el saber y las teorías que forman parte del corpus de Didáctica de las Matemáticas. Todas ellas comparten supuestos epistemológicos. Uno de ellos es la concepción acerca de que las matemáticas son una construcción cultural viva, en permanente transformación, y de la cual forman parte, no solo los resultados matemáticos producidos a lo largo de la historia de la humanidad, sino también el tipo de prácticas sociales que involucra. Asimismo, desde ambas perspectivas, se reconoce al sujeto que aprende como alguien que, enfrentado a ciertas situaciones, elabora conocimientos propios transformándose a sí mismo y transformando el mundo que lo rodea; es decir, un sujeto productivo y constructor de significaciones originales, propias, aunque puedan ser compartidas. En un trabajo exploratorio como el presente, el estudio simultáneo de la relación con el saber que los alumnos adultos establecen y de sus conocimientos matemáticos nos permitió enriquecer la mirada sobre las matemáticas de los sujetos entrevistados. Nuestra intención era conocer mejor al sujeto destinatario de posibles y futuras producciones didácticas. Bajo esa intención de conocerlo, ambas perspectivas permiten complementarse para la comprensión. Ese “otro” que estamos intentando conocer a través de este estudio no es mirado solo como un sujeto cognoscente (desde una perspectiva cognitiva) o como un “sujeto matemático”, sino también como un sujeto inmerso en una red de relaciones sociales, de proyectos, de fracasos, de deseos. El sujeto de nuestra investigación construye tanto conocimientos matemáticos –en interacción con los problemas que enfrenta– como significados personales a las porciones de sus matemáticas –en interacción con su historia de vida–. El análisis sobre la relación con el saber nos permite enmarcar el estudio de sus conocimientos en una mirada más amplia en la que pueden alojarse también las preguntas acerca de por qué van a la escuela, cómo se perciben a sí mismos como matemáticos o cuál es el sentido que la escuela, las matemáticas o un conocimiento particular tiene para ellos. Daremos dos ejemplos de la complementariedad de las miradas de ambos enfoques.

Isabel considera como conocimientos disponibles solamente aquellos que cumplen con ciertas condiciones (enseñanza sistemática, asimetría de roles, objeto reconocido como escolar, esfuerzo, explicitación, etc.), por eso reconoce y valora las tablas de multiplicar enseñadas por la monja o la división (material) enseñada por su profesora de corte y confección. Al momento de indagar sus recursos matemáticos encontramos una enorme variedad de conocimientos sobre la numeración y el cálculo que ella no valora. Conocer su "historia matemática de vida" (Delprato, 2002) nos permite entender el origen y la contundencia de por qué estos objetos "no califican" e incluso por qué en las clases tiende a hacer cuentas convencionales (frente a las que se equivoca) en lugar de cálculos mentales orales (que domina). La perspectiva más centrada en los aspectos cognitivos nos permite advertir la gran variedad de errores que Isabel produce vinculados a los ceros, mientras que la perspectiva de su relación con el saber nos introduce en la apasionada relación que Isabel tiene con los ceros y cómo sus dudas frente a ellos son vividos como huellas de su falta de oportunidades en la infancia, como "asuntos pendientes", viejas deudas con su propio pasado. La complementariedad de ambos enfoques nos permite comprender de forma más integral a Isabel y a sus matemáticas.

Otro ejemplo en el que el estudio simultáneo de las dos perspectivas nos ha resultado enriquecedor es el de la multiplicación para Claudio. Hemos tenido la oportunidad de asistir a un proceso de ampliación de conocimientos sobre esta operación a partir de su circulación en clases y entrevistas. Pero es sin duda el análisis de su relación con el saber el que nos permite atrapar el significado que Claudio le otorga a este nuevo conocimiento. Su escisión tajante entre las matemáticas del trabajo en el campo (que él siente que domina ampliamente) y las matemáticas escolares o urbanas (de las cuales siente que nada sabe pero que no parece precisar) se ve amenazada. Claudio, absolutamente seguro de su dominio en la resolución de problemas prácticos de su ámbito, se interpela a sí mismo al empezar a disponer de porciones de las matemáticas que hasta ese momento pertenecían a "los tipos que saben". Si solo hubiéramos mirado la perspectiva de su relación con el saber no habríamos podido provocar, ni atrapar, este proceso de transformación de su estado de conocimiento; y si solamente hubiéramos estado atentos al aprendizaje habríamos pasado por alto el enorme significado personal que tiene para Claudio que un recurso aprendido en la escuela pueda ser usado para resolver problemas de su mundo laboral y así empezar a cuestionar la escisión entre los dos ámbitos. Claudio está aprendiendo a multiplicar, pero mientras lo hace se transforma a sí mismo (empieza a poder ser él también un "tipo que sabe"), transforma también su vínculo con la escuela (allí también se enseñan cosas que sirven para el mundo del trabajo) y su vínculo con otros (ahora él, como su compañero de trabajo, podrá multiplicar para calcular el material necesario para un revoque). Insistimos en que atrapar simultáneamente sus conocimientos, sus aprendizajes y los sentidos que para él tienen, enriquece la comprensión de diferentes dimensiones del sujeto.

Quizás futuras investigaciones permitan profundizar la complementariedad de ambas perspectivas al servicio de los problemas de la enseñanza y el aprendizaje con población adulta.

7.2 Aportes para el debate

Algunos de nuestros resultados permiten poner en evidencia, una vez más, los límites de la enseñanza llamada "clásica", "usual" o "tradicional" que aún vive en las prácticas educativas de las escuelas de adultos y en algunos materiales didácticos dirigidos a los alumnos adultos. Desde las concepciones acumulativas del aprendizaje, la enseñanza de la numeración se realiza presentando los números uno a uno, en serie ordenada, por medio de rangos predeterminados a priori. Hemos documentado los conocimientos disponibles de los sujetos adultos desde sus primeros días de clase de primer ciclo de la escuela primaria; creemos que no es preciso desarrollar más argumentos para discutir la necesidad de abordar la comunicación directa de cada número o de cada porción de la serie numérica como si no los conocieran. Otra característica de estas perspectivas didácticas –aún vigentes en la enseñanza a adultos– es la creencia acerca de que es preciso enseñar las reglas del sistema de numeración decimal como punto de partida para la numeración y el cálculo. Nos permitimos recordar también cómo los sujetos adultos entrevistados despliegan un enorme caudal de conocimientos sobre el valor posicional del sistema de numeración y la gran variedad de recursos de cálculo disponibles que permiten poner en evidencia la innecesariedad de presentar las reglas del sistema de numeración o las estrategias de cálculo como si fueran objetos nuevos o desconocidos.

Los argumentos elaborados en diversos trabajos dirigidos a revisar la enseñanza clásica de la numeración a niños pequeños a la luz de las investigaciones psicológicas y didácticas (Lerner, 1992; Lerner y Sadovsky, 1994; Quaranta, Tarasow y Wolman, 2003) resultan absolutamente generalizables para la población adulta. Creemos que cualquier perspectiva didáctica que desconozca los saberes disponibles de la población a la que se dirige esconde, de alguna manera –y aunque no sea esta su intencionalidad– el silenciamiento de sus voces. En el caso de adultos no alfabetizados o con bajo nivel de escolarización acallar sus conocimientos constituye aun una violencia simbólica mayor que en la enseñanza a los niños pequeños, si tenemos en cuenta tanto su enorme caudal de conocimientos extraescolares como sus historias de exclusión social y escolar.

En oposición a las perspectivas clásicas de la enseñanza de las matemáticas consideramos que, desde los primeros contactos con las matemáticas escolares, es importante que los adultos puedan poner en juego sus conocimientos aprendidos fuera de la escuela, usarlos para resolver problemas, y empiecen a reconocer, nombrar, explicitar sus propios recursos y los de otros alumnos. Este proceso es necesario para el establecimiento de engarces entre conocimientos disponibles y conocimientos a enseñar. El uso y la reflexión sobre sus propios recursos desplegados en torno a la resolución de diversas clases de problemas les permitirá iniciar un trabajo de sistematización y formalización progresiva que si bien es propio y específico del trabajo escolar no precisa ser la vía de entrada a las matemáticas escolares.

Creemos que nuestros datos nos permiten también poner en evidencia los límites de aquellas producciones curriculares y propuestas de enseñanza que se apoyan explícitamente en la idea de seleccionar, entre los contenidos matemáticos, solamente aquellos que sean útiles para la vida cotidiana o que estén ligados a los ámbitos laborales de los alumnos, dejando de lado otros recortes de las matemáticas por no cumplir con estas condiciones de aplicabilidad, practicidad, supuesta reutilización extraescolar.

Hemos visto que los adultos de este estudio no asisten a la escuela primaria solamente para aprender a resolver aquellas clases de problemas “útiles”, “necesarios”, “prácticos” o “cotidianos”. Algunos buscan tener (por fin) una oportunidad de entrar en aquella porción de la cultura que solo funciona de ese modo en la escuela. Esta idea no contradice la importancia de tomar los conocimientos disponibles que los sujetos han elaborado en situaciones extraescolares. Creemos que a partir de lo conocido es preciso ofrecer la oportunidad de estudiar nuevos conocimientos, aun cuando no sean necesariamente prácticos ni útiles en la inmediatez. Las situaciones reales, cotidianas y contextualizadas pueden ser una “vía regia” para subirse al puente que lleva a esas porciones de matemáticas que solo se aprenden en la escuela (Broitman, 2011). No creemos que tratar contenidos matemáticos descontextualizados o contenidos matemáticos desligados de las matemáticas cotidianas y prácticas signifique renunciar al sentido. El sentido de un conocimiento aprendido no está necesariamente ligado a su aplicabilidad o utilidad externa. El sentido puede estar en el significado de ese conocimiento para el sujeto que aprende, en una perspectiva interna.

En los casos de nuestro estudio hemos podido encontrar las maneras en las que perciben que ir a la escuela les otorga valor, les permite vincularse de otro modo con el saber y con el aprender, los ayuda a reposicionarse como sujetos en el mundo, en el trabajo, en la familia, les permite transformar la imagen de sí mismos, los hace tomar conciencia de sus propias capacidades de aprender, de saber, de pensar, de usar, y los conduce a imaginar otros mundos posibles para sí mismos y para los otros. Ellos nos hablan de “abrir la mente”, de “poner la mente a trabajar”, de “olvidarse de los problemas”. Las matemáticas escolares –o la concepción de las matemáticas escolares que subyace a este trabajo– involucran adentrarse en un modo de pensar propio de las matemáticas, acercarse a objetos de esta disciplina, conocer nuevas formas de representación, modelizar clases de problemas y sistematizar o teorizar sobre nuevos recursos. Estas cuestiones no apuntan solamente a un fin inmediato ligado al uso o a su realidad circundante, sino que abonan a aspectos formativos de más largo alcance que ponen en juego otra movilización: "la escuela es también un lugar para mí" o "yo también puedo aprender y discutir sobre *cosas* matemáticas".

Una enseñanza que presenta directamente el saber formalizado, sacralizado o monumentalizado[1] a los adultos que inician la escuela primaria –como la enseñanza clásica– y no contempla las trayectorias matemáticas extraescolares ni instala un trabajo productivo por parte de los alumnos puede favorecer el abandono o la expulsión de la escuela, instalar un rechazo por las matemáticas, o bien abonar a la percepción de fracaso dada la ajenidad con los propios conocimientos disponibles y las propias prácticas matemáticas. En otras palabras, los alumnos pueden sentir que esas matemáticas escolares presentadas prolijamente descontextualizadas y en pequeñas dosis son un difícil espectáculo ajeno y lejano del que nada saben y que no es atrapable por ellos.

Una enseñanza que aborda exclusivamente las matemáticas "prácticas", "útiles", "reales", "concretas", "laborales", "cotidianas", "necesarias", si bien no corre el riesgo de percibir una excesiva lejanía hacia los objetos de estudio, niega a los alumnos algo de lo que vienen a buscar en la escuela: porciones de matemáticas desconocidas y desafiantes que otros manejan y hasta ahora "no eran para ellos". Para muchos adultos, ser alumnos es un deseo en sí mismo y buscan en la escuela alejarse de su vida cotidiana para entrar en otros ámbitos. Como hemos planteado en el capítulo 1, la escuela es el lugar por excelencia para abrir algunos de esos otros mundos. Los alumnos están en la escuela ahora, con mucho esfuerzo personal, para aprender aquello que no tuvieron oportunidad de aprender. Como dice Vicente "*Sabe qué, yo tengo miles de problemas, pero yo los problemas los dejo abajo. Cuando bajo, los agarro y los llevo de vuelta. No los traigo acá, porque acá vengo a estudiar, a aprender…"* La enseñanza de las matemáticas centrada en la vida cotidiana, el mundo laboral o la formación del ciudadano se preocupa por el sentido, pero considera el sentido en términos estrictamente externos (utilitarios, prácticos, de oficio, profesionales, ciudadanos). Nuestra opinión es que negar otros recortes de saber matemático y las prácticas asociadas a esos otros objetos significa pauperizar la enseñanza de las matemáticas para adultos instalando o fortaleciendo una escisión discriminante: enseñar matemáticas "cultas" a las clases medias y altas; enseñar matemáticas "prácticas" para los sectores populares. Es decir, dejar "las cosas como están", o como dijo Julia, dejar *"todo oculto detrás mío"*.

Creemos que los conocimientos relevados permiten discutir los supuestos de la primera perspectiva, y sus voces sobre la escuela, el aprender y las matemáticas permiten discutir los límites de la segunda. Sostenemos que la adopción de ambas perspectivas didácticas trae aparejados, aunque de manera no prevista ni intencional, riesgos de profundización de la exclusión.

Insistimos, una vez más, en que el sentido de los conocimientos puede pensarse desde otros lugares que no son la supuesta lógica interna de las matemáticas escolares cristalizadas ni los contextos de uso social, sino desde las prácticas que invitan a los alumnos a ejercer, desde las posibilidades de producción intelectual, desde las interacciones con otros en torno a ciertos conocimientos, desde el desafío que provocan y desde el placer de los logros obtenidos al resolver problemas o al reflexionar sobre ellos. Creemos haber puesto de manifiesto en nuestros datos suficientes momentos y expresiones que reflejan ese interés y el goce frente al problema resuelto, a la nueva relación producida, a la transformación subjetiva y relacional. Estas cuestiones son, desde nuestro punto de vista, constitutivas del "sentido".

Creemos también que nuestros datos permitirían contradecir un supuesto vigente de manera implícita en la enseñanza de adultos. En muchos ámbitos institucionales la currícula de adultos es pensada con los mismos contenidos y la misma secuenciación que para la escuela primaria infantil, pero en una versión más acotada o acelerada (dada la menor carga horaria y reducida extensión en años). Señalaremos algunos ejemplos de conocimientos disponibles por los adultos vinculándolos con los contenidos de la escolaridad primaria que obligan a revisar el anterior supuesto.

[1] La expresión "monumentalización del saber" es utilizada por Chevallard (1994).

- Los adultos que empiezan la escuela primaria –al menos los que hemos entrevistado– tienen un dominio de la numeración hablada y de la escrita profundamente superior al de los niños que inician primer grado. Por ejemplo, leen y escriben convencionalmente números de una, dos, tres cifras, y algunos, de cuatro o cinco cifras. Este conocimiento es un objeto de estudio durante no menos de tres años de la escolaridad primaria común, como podemos apreciar en el extracto del Diseño Curricular de la Ciudad de Buenos Aires:[1]

1º a 3er grados

- Identificación de regularidades en la serie numérica para interpretar, producir y comparar escrituras numéricas de diferente cantidad de cifras.

- Dominio de la lectura, la escritura y el orden de números hasta aproximadamente 10.000. (Dirección de Currícula, 2004. Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires).

- Los adultos que hemos entrevistado disponen de conocimientos sobre el valor posicional del sistema de numeración que les permiten resolver una gran variedad de problemas. Por ejemplo, identifican que es preciso usar 12 billetes de $ 100, 3 de $ 10 y 4 de $ 1 para pagar $ 1234, que para pasar de 456 a 406 es preciso restar 50 o que es suficiente con mirar las primeras cifras para saber que 345 + 256 es mayor que 500. Estos conocimientos se corresponden con contenidos de la escuela primaria común de al menos tres o cuatro años de escolaridad:

4º grado

- Resolución de problemas que exijan una profundización en el análisis del valor posicional a partir de:

- la descomposición de números basada en la organización decimal del sistema;

- la explicitación de las relaciones aditivas y multiplicativas que subyacen a un número,

- la interpretación y utilización de la información contenida en la escritura decimal.

(Dirección de Currícula, 2004. Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires).

- Los adultos con los que hemos trabajado en este estudio reconocen los sentidos más sencillos de las cuatro operaciones; identifican la suma y la resta en problemas que exigen agregar, unir, perder, retroceder; realizan cálculos mentales diversos para resolver situaciones de reparto y partición, y ponen en juego las propiedades de la proporcionalidad directa para resolver problemas con números redondos. Estos conocimientos constituyen contenidos centrales de los primeros tres o cuatro años de la escolaridad básica común.

4º grado

- Resolución de problemas de suma y resta que involucren varias operaciones y diferentes modos de presentación de la información (tablas, gráficos, cuadros de doble entrada, etcétera).

- Resolución de problemas de división que involucren un análisis del resto.

---

[1] Mencionamos los de la Ciudad de Buenos Aires por tratarse de la jurisdicción en la que se han recogido los datos. Sin embargo, muchos otros documentos coinciden en esta distribución (Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de la Nación, 2006, 2007; Dirección General de Cultura y Educación –de la Provincia de Buenos Aires–, 2008).

- Resolución de problemas de reparto –con incógnita tanto en la cantidad de partes como en el valor de cada parte– utilizando el algoritmo de la división o procedimientos de cálculo mental.

- Resolución de problemas de proporcionalidad directa que supongan la búsqueda de nuevos valores tanto del conjunto de partida como del de llegada. (Considerar situaciones en las que se da el valor correspondiente a la unidad y eventualmente otros pares de valores y situaciones en las que los datos no incluyen el correspondiente de la unidad, de manera de favorecer la puesta en juego de las relaciones "a doble, doble; a triple, triple; a mitad, mitad; a la suma, la suma".

(Dirección de Currícula, 2004. Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires).

- Los adultos de nuestro estudio realizan cálculos mentales exactos y aproximados en forma oral utilizando implícitamente las propiedades de las operaciones por medio de descomposiciones y composiciones con cantidades hasta 1.000 o 10.000. Estos recursos de cálculo constituyen contenidos de no menos de tres o cuatro años de escolaridad básica común.

3er grado

- Práctica del cálculo mental para disponer progresivamente en memoria de un conjunto de resultados numéricos relativos a la adición y la sustracción: sumas de decenas, sumas de centenas, complementos a 100, sumas y restas de múltiplos de 5, etcétera.

- Cálculos de sumas y restas promoviendo la utilización de distintas estrategias.

- Cálculos mentales de multiplicaciones y divisiones apoyándose en resultados conocidos, en propiedades del sistema de numeración o de las operaciones.

4º grado

- Cálculos mentales de sumas y restas a partir del análisis de la escritura decimal de los números.

(Dirección de Currícula, 2004. Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires).

Señalamos algunos ejemplos de conocimientos que se espera que los niños manejen con comodidad en 3º o 4º grados de la escuela primaria común y que, en cambio, para muchos adultos constituyen conocimientos extraescolares que pueden ser puntos de partida en el inicio de su escolaridad básica. Algunos de estos contenidos, en lugar de enseñarse, requieren un abordaje dirigido a su reconocimiento, explicitación, análisis, sistematización y formalización en el marco de las matemáticas escolares.

Por otra parte, hemos podido atrapar en los adultos entrevistados la conciencia y la explicitación de sus dudas y errores. Estas cuestiones (entre tantas otras no matemáticas) instalan profundas discontinuidades con la escolaridad infantil.

Estas diferencias, entre muchas, justifican la necesidad de profundizar la investigación sobre la enseñanza de las matemáticas para la población adulta de la escuela primaria. Es preciso seguir conociendo sus recursos matemáticos y relaciones con las matemáticas para diseñar y poner a prueba situaciones didácticas específicas en las que se reorganicen de maneras diferentes los contenidos escolares. Es un desafío estudiar condiciones y trayectorias que permitan lograr puntos de llegada equivalentes con la primaria "común" en términos formativos, a partir de reorganizaciones curriculares diferentes (Terigi, 2010).

Nuestro sistema educativo ha tendido a considerar la diversidad de las modalidades como simples adaptaciones de la supuesta norma de escuela “común” (Terigi, 2008). “La escuela primaria” es pensada como escuelas urbanas, graduadas por edad, dirigidas a niños, con una relativa homogeneidad de conocimientos, en las que se “avanza” en todas las áreas simultáneamente y sin duda dirigidas a las clases medias. Hemos planteado diferencias que en principio permiten señalar la necesidad de profundizar en la producción didáctica específica para el trabajo matemático de los alumnos adultos de la escuela primaria y la insuficiencia de pensar adaptaciones de los contenidos que pasen solamente por los contextos.[1]

Hasta aquí hemos mencionado algunos argumentos para discutir contra ciertas perspectivas didácticas o supuestos en la enseñanza de las matemáticas a alumnos adultos de la escuela primaria, e hicimos referencia a la necesidad de nuevos estudios psicológicos y didácticos que arrojen luz sobre los procesos de aprendizaje y de enseñanza de esta población. A partir de los datos encontrados también nos permitimos referirnos a la posibilidad de estudiar algunos dispositivos que podrían favorecer experiencias formativas. Daremos algunos ejemplos.

Hemos visto en Julia el rol que ha tenido en su relación con el saber matemático su desempeño en tareas administrativas en su comunidad religiosa de pertenencia. Julia allí tuvo momentos de aprendizaje sistemático, tuvo la oportunidad de enseñar conocimientos a otros, asumió responsabilidades resolviendo problemas complejos en el marco de un clima institucional de ayuda y sostenimiento colectivo. Gracias a esta experiencia Julia construyó una concepción de matemáticas ligada a las prácticas sociales. Pensamos que en futuras investigaciones sería posible explorar el diseño de espacios institucionales en los que alumnos adultos participaran en grupos responsables de buscar soluciones a problemas diversos con los que ellos u otros se enfrentan.[2] Sin desmerecer el trabajo sistemático de enseñanza en el aula, creemos que la experiencia de Julia en su iglesia es un ejemplo contundente de la profunda transformación que puede provocar participar en una comunidad de prácticas matemáticas en un contexto diferente y complementario. Propuestas que apunten a esta finalidad podrían diseñarse incluso en el marco de ámbitos laborales o comunitarios, y no solo en la vida institucional de la escuela, diversificando así los potenciales espacios donde las matemáticas vivan, se enseñen, se aprendan, se compartan, circulen y se transformen.

Alicia nos enseña la importancia de saber matemática para ser una madre capaz de ayudar a su hijo que empieza 1er grado. La escolaridad simultánea es vivida como una oportunidad y un desafío familiar. Otro dispositivo institucional a explorar podría estar dirigido a promover la inclusión de los padres que no han finalizado la escuela primaria en la institución escolar. Sin duda hay muchos docentes que al tomar contacto con la situación educativa de algunas familias promueven personalmente el contacto de los padres con la escolarización de adultos. Sin embargo, nos referimos a la posibilidad de que este movimiento sea generado institucionalmente como parte de un dispositivo o programa más amplio en el cual se prevean acciones específicas dirigidas a promover la escolaridad de los padres de los alumnos y condiciones institucionales para llevarlas a cabo.

Vimos que a Isabel le hubiera gustado ser profesora de matemática. Sin duda sus muchos conocimientos de cálculo mental oral podrían ser de suma utilidad para otros alumnos, incluso niños en algún espacio escolar. Nos preguntamos sobre la posibilidad de diseñar dispositivos institucionales en los cuales los alumnos tengan la oportunidad de enseñar a otros algunos de sus conocimientos en un espacio quizás compartido con docentes. (Tuvimos la oportunidad de probar informalmente un trabajo entre pares en el que Alicia enseñaba a un compañero el cálculo

---

[1] En el capítulo 1 nos referimos a que en septiembre de 2010 el Consejo Federal de Educación (Resolución CFE Nº118/10) produjo un Documento Base y otro denominado Lineamientos Curriculares, en el que estableció criterios que contribuyan a las transformaciones de programas, de modalidad de cursadas, de tiempos, de organización curricular, de condiciones de terminalidad, de formación docente y de enfoques para la enseñanza de la Educación Permanente de Jóvenes y Adultos (EPJA). Este acuerdo compromete a cada provincia a realizar las acciones necesarias para su cumplimiento, sin embargo, en la mayoría de las provincias y en la Ciudad de Buenos Aires no se están implementando acciones en esta dirección.

[2] Chevallard, Bosch y Gascón (1997) analizan la experiencia de “la tienda de matemáticas” realizada en el bachillerato Jules Michelet de Marsella, Francia. En este dispositivo institucional formado por alumnos y profesores por fuera del trabajo del aula, los “clientes” pueden llevar problemas matemáticos que serán resueltos y estudiados por los que la atienden.

algorítmico de la suma y su compañero le explicaba cómo usar repertorios aditivos para esos mismos cálculos). Creemos que sería posible estudiar más sistemáticamente instancias de enseñanza y aprendizaje –o al menos de circulación de conocimientos– contemplando la amplia heterogeneidad de recursos matemáticos que se encuentra en las aulas de adultos y que como hemos mencionado constituyen contenidos de los primeros grados de la escolaridad básica.

Los ejemplos anteriores no se oponen al trabajo didáctico específico del aula; apenas intentan poner de manifiesto la posibilidad de estudiar otras maneras para diversificar y ampliar los modos en los que las prácticas matemáticas puedan vivir tanto en el aula como fuera de ella.

Por último quisiéramos referirnos a un problema más amplio. En este trabajo hemos enfatizado los conocimientos que tienen disponibles los adultos a pesar de no haber asistido a la escuela. Sin embargo, no queremos dejar de mencionar también todo lo que "se han perdido" por no ir a la escuela. Compartimos la preocupación por el riesgo de naturalización de historias de marginación social, de vidas no "tocadas" por el Estado educador. Los sujetos involucrados se responsabilizan a sí mismos o a sus padres por las decisiones respecto de la continuidad de la escuela, pero, como hemos mencionado, no aparece en sus discursos una crítica respecto a la ausencia o la insuficiencia del Estado para garantizar el cumplimiento pleno de su derecho a la educación o para evitar el trabajo infantil. Explican sus propias exclusiones de la escuela en la niñez por medio de causas personales o familiares y no incluyen en sus perspectivas variables institucionales ni de políticas públicas.

> *Pensar hoy el quehacer educativo no puede desligarse del análisis de las múltiples pobrezas y del ejercicio del poder a ellas asociadas. Debemos tener presente que el poder se ejerce de diversas maneras, no solo en el ejercicio de la toma de decisiones efectiva (una ley, una reglamentación, una orden) sino también en las amenazas manifiestas o latentes para su cumplimiento…* (Sirvent, 1996: 7).

> *¿No es la forma suprema y más insidiosa de ejercer poder (de cualquier grado) prevenir que la gente vea las injusticias a través de la conformación de sus percepciones, conocimientos y preferencias en tal sentido que acepten su rol en el orden existente de cosas, ya sea porque ellos no pueden ver otra alternativa, o porque ellos ven este orden como natural e incambiable, o porque lo evalúan como orden divina y beneficiosa?* (Lukes, 1981, citado en Sirvent, 1996: 7).

Un proyecto democratizador del acceso a la educación y de distribución igualitaria del saber requiere sin duda acciones específicas diferenciadas para los sectores excluidos. Podríamos decir que muchos adultos que no finalizaron la escuela primaria han sido víctimas de un doble abandono. Sin duda la intervención del Estado fue insuficiente para incorporarlos o retenerlos en el sistema educativo cuando eran niños, y ahora las acciones educativas dirigidas a la población adulta también lo son. Para transformar las realidades de los adultos no escolarizados sería necesario asumir en la escala de la política educativa pública la responsabilidad de generar dispositivos sistemáticos y diversos para convocar a muchos más adultos a la escuela y, una vez en ella, ofrecer una enseñanza de calidad poniendo a disposición las condiciones necesarias para que los alumnos adultos aprendan y gocen del ejercicio pleno de su derecho a la educación.

Bibliografía citada

- Alvarado, M. (2002). *La construcción del sistema gráfico numérico en los momentos iniciales de la adquisición del sistema gráfico alfabético.* Tesis Doctoral. México DF, CINVESTAV, IPN.
- Alvarado, M. y Ferreiro, E. (2000). "El análisis de nombres de números de dos dígitos en niños de 4 y 5 años", *en Lectura y Vida. Revista Latinoamericana de Lectura,* nº 1, año 21: 6-17.
- Archenti, N.; Marradi, A. y Piovani, J. I. (2007). *Metodología de las Ciencias Sociales*. Buenos Aires, Emecé.
- Artigue, M. (1986). "Epistemología y Didáctica", en *Recherches en Didactique des Mathematiques 10*. Traducción en versión mimeo, PTFD, Ministerio de Cultura y Educación de la Nación.
- Artigue, M. (1995). "Ingeniería didáctica", en Artigue, M.; Douady, L.; Moreno, L. y Gómez, P. *Ingeniería didáctica en Educación Matemática*. Bogotá, Grupo Editorial Iberoamericana.
- Ávila, A. (1990). "El saber matemático de los adultos analfabetos. Origen y desarrollo de sus estrategias de cálculo", en *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos,* vol XX, Nº 3 : 55-95. México DF.
- Ávila, A. (1996). "Fundamentos y retos para transformar el currículum de matemáticas en la educación de jóvenes y adultos", en Vargas, J.; Rivero, J. y Aguilera, M. (Comp.): *Construyendo la modernidad educativa en América Latina. Nuevos desarrollos curriculares para la educación de jóvenes y adultos*. Unesco, Oficina Regional de Educación para América Latina y el Caribe. Versión mimeo.
- Ávila, A. (1997). "Repensando el currículo de matemáticas para la educación de los adultos", en UNESCO-Santiago (ed.), *Conocimiento matemático en la Educación de Jóvenes y adultos* 101-118. Santiago de Chile, UNESCO.
- Ávila, A. (2001). "El maestro y el contrato en la teoría brousseauniana", en *Educación Matemática,* vol. 13, N° 3: 5-21. México DF, Ed. Iberoamérica.
- Ávila, A. (2003a). "Cálculo escrito y pérdida de significación" en *Revista Decisio. Saberes para la acción en Educación de Adultos*. Nº Primavera 2003: 22-26. México DF.
- Ávila, A. (2003b). "Matemáticas y educación de jóvenes y adultos", en *Revista Decisio. Saberes para la acción en Educación de Adultos.* Nº Primavera 2003: 5-7. México DF.
- Bahloul, J. (2002). *Lecturas precarias. Un estudio sociológico sobre los "poco lectores"*. México D.F., Fondo de Cultura Económica.
- Baptista Lucio, P.; Fernández Collado, C. y Hernández Sampieri, R. (1997). *Metodología de la investigación*. México DF, Mc Graw -Hill.
- Block Sevilla, D. y Palmas Pérez, S. (2011a). *Acceso a la representación escrita de los números. Una secuencia didáctica para adultos de baja o nula escolaridad. Primera parte: números hasta 20.* Ponencia presentada en el XI Congreso Nacional de Investigación Educativa, Monterrey.
- Block Sevilla, D. y Palmas Pérez, S. (2011b). *Acceso a la representación escrita de los números. Una secuencia didáctica para adultos de baja o nula escolaridad. Segunda parte: números mayores que 20.* Ponencia presentada en el XI Congreso Nacional de Investigación Educativa, Monterrey.
- Block, D. y Nemirovksy, M. (1988). "Algunos procedimientos y representaciones de adultos no alfabetizados", en *Memorias de la Segunda Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa:* 255-261. Guatemala.
- Brizuela, B. (1997). "Inventions and conventions: A story about capital numbers", en *For the learning of Mathematics*, Nº 17(1): 2-6 Vancouver, Publishing Association.
- Brizuela, B. (2000). "Algunas ideas sobre el sistema de numeración escrito en niños pequeños", en Elichiry, N. (Comp.): *Aprendizaje de niños y maestros. Hacia la construcción del sujeto educativo*. Buenos Aires, Manantial.

- Brizuela, B. (2001). *Children's ideas about the written number system*. Tesis Doctoral. Escuela de Educación de la Universidad de Harvard.
- Brizuela, B. (2003). "Números y letras, Primeras conexiones entre sistemas notacionales", en Teberosky, A. y Soler-Gallart, M. (Comp.): *Contextos de alfabetización inicial*. Barcelona, Editorial Horsori.
- Broitman, C. (1999). *Las operaciones en el primer ciclo. Aportes para el trabajo en el aula.* Buenos Aires, Novedades Educativas.
- Broitman, C. (2005). *Estrategias de cálculo con números naturales. Segundo ciclo EGB.* Buenos Aires, Santillana.
- Broitman, C. (2007a). *Cálculo Mental. Material para alumnos adultos de 3º ciclo de la escolaridad primaria*. Dirección de Currícula. Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires.
- Broitman, C. (2007b). *La enseñanza del Cálculo Mental para alumnos adultos de 3º ciclo de la escolaridad primaria*. Documento curricular para docentes. Dirección de Currícula. Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires.
- Broitman, C. (2011). "Notas para un debate sobre la enseñanza de la matemática en la escuela primaria de adultos", en *Revista Digital Educación, Cultura y Participación Social,* Nº3, Fundación Democracia. Buenos Aires.
- Broitman, C. (en edición). *La enseñanza de la Proporcionalidad. Documento curricular para docentes de adultos de la escuela primaria*. Dirección de Currícula y Enseñanza. Ministerio de Educación del Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires.
- Broitman, C. (en edición). *Proporcionalidad. Material para alumnos adultos de la escuela primaria*. Dirección de Currícula y Enseñanza. Ministerio de Educación del Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires.
- Broitman, C. y Kuperman, C. (2005). *Interpretación de números y exploración de regularidades en la serie numérica. Propuesta didáctica para primer grado: "La lotería"*. Universidad de Buenos Aires, OPFyL.
- Brousseau, G. (1983). "Les obstacles epistémologiques et les problèmes d'enseignement" en *Recherches en Didactique des mathématiques,* n° 4.2: 170.
- Brousseau, G. (1986) [1993]. "Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques", en *Recherches en Didactique des mathématiques,* n° 2, vol. 7: 33-116. Traducción de la Universidad Nacional de Córdoba.
- Brousseau, G. (1988). "Representations et didactique du sens de la división", en Vergnaud, G.; Brousseau, G. y Hulin, M., *Didactique et Acquisitions des connaissances scientifiques*. Grenoble, La Pensée Sauvage.
- Brousseau, G. (1994). "Los diferentes roles del maestro", en Parra y Saiz (comp.). *Didáctica de las Matemáticas. Aportes y Reflexiones.* Buenos Aires, Paidós.
- Brousseau, G. (2007). *Introducción a la Teoría de las Situaciones Didácticas*. Buenos Aires, Libros del Zorzal.
- Brun, J. (1980). "Pedagogía de las matemáticas y psicología: análisis de algunas relaciones", en *Revista Infancia y Aprendizaje,* N° 9: 44-56.
- Brun, J. (1994). "Evolution des rapports entre la psychologie du developpement cognitiv et la didactique des mathematiques", en *Vingt ans de Didactique des Mathematiques en France*. Paris, La Pensée Sauvage.
- Carraher, T.; Carraher, D. y Schliemann, A. (1991). "En la vida diez, en la escuela cero. Los contextos culturales del aprendizaje de las matemáticas", en Carraher, T.; Carraher, D. y Schliemann, A. *En la vida diez, en la escuela cero*. México DF, Siglo XXI.
- Castorina, J. A. (1996). "El debate Piaget-Vigotsky: la búsqueda de un criterio para su evaluación", en Castorina, Ferreiro, Kohl de Oliveira y Lerner. *Piaget-Vigotsky: contribuciones para replantear el debate.* Buenos Aires, Paidós.
- Charlot, B. (1991). "La epistemología implícita en las prácticas de enseñanza de las matemáticas". Traducción en versión mimeo de la conferencia publicada en Bkouche, R.;

Charlot, B.; Rouche, N.: *Faire des mathematiques: le plaisir du sens.* Paris, Armand Colin.

- Charlot, B. (1997) [2006]. *La relación con el saber. Elementos para una teoría.* Montevideo, Trilce.
- Charlot, B. (2005) [2008][1]. *La relación con el saber, formación de maestros y profesores, educación y globalización: cuestiones para la educación de hoy*. Montevideo, Trilce.
- Charlot, B. (2009). *A relação com o saber nos meios populares. Uma investigação nos liceus profissionais de suburbio.* Centro de Investigação e Intervenção Educativas, Faculdade de Psicologia e de Ciências da Educação, Universidade do Porto.
- Charlot, B. y Silva, V. A. da (inédito). *La relación con la matemática de alumnos brasileros.*
- Charnay, R. (1994). "Aprender por medio de la resolución de problemas", en Parra, C. y Saiz, I. (comp.). *Didáctica de las Matemáticas. Aportes y Reflexiones.* Buenos Aires, Paidós.
- Chevallard, Y. (1989). *Le concept de rapport au savoir. Rapport personnel, rapport institutionnel, rapport official.* Marseille, IREM d´Aix.
- Chevallard, Y. (1991) [1997]. *La Transposición Didáctica.* Buenos Aires, Aique.
- Chevallard, Y. (s/f). *Matemática en la escuela. La sociedad frente a la cultura.* Conferencia. Versión mimeo.
- Chevallard, Y.; Bosch, M. y Gascón, J. (1997). *Estudiar Matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje*. Instituto de Ciencias de la Educación, Universidad de Barcelona, Horsori Editorial.
- Chevallard, Y. (2004). *Hacia una didáctica de la codisciplinariedad. Notas sobre una nueva epistemología escolar.* Traducción realizada por Mariana Bosch. Versión mimeo.
- D'Ambrosio, U. (1997). "Globalización, educación multicultural y etnomatemática", en *Conocimiento matemático en la educación de jóvenes y adultos*. Santiago de Chile, UNESCO.
- De Agüero, M. (2002). *La enseñanza de las matemáticas en la educación de personas adultas. Un modelo dialógico*. Tesis doctoral. Barcelona, Facultad de Pedagogía. Universidad de Barcelona.
- De Agüero, M. (2003). "Interpretación y retos de las etnomatemáticas para la educación básica de adultos", en *Revista Decisio. Saberes para la acción en Educación de Adultos*. Nº Primavera 2003: 41-45. México DF.
- De Certeau, M. (1980) [2007]. *La invención de lo cotidiano 1. Artes de hacer.* México DF, Universidad Iberoamericana.
- Delprato, M. F. (2002). "*Los adultos no alfabetizados y sus procesos de acceso a la simbolización matemática*". Tesis de maestría en Ciencias con especialidad en investigaciones educativas. México DF, CINVESTAV.
- Delprato, M. F. (2005). "Educación de Adultos: ¿saberes matemáticos previos o saberes previos a los matemáticos?", en *Revista RELIME*, vol. 8, Nº 2: 129-144.
- Delprato, M.F. y Fuenlabrada, I. (2005): "Tres mujeres adultas y sus diferentes acercamientos a los números y las cuentas", *Educación Matemática*, año/vol17, Nº3: pp 25-51, México DF, Santillana.
- Delprato, M. F. y Fuenlabrada, I. (2008). "Así le hacemos nosotros: prácticas de numeración escrita en organizaciones productivas de mujeres con baja escolaridad", *Cuadernos de Educación*, Año VI, N° 6: 337-349.
- Dirección de Currícula (1992). *Los niños, los maestros/as y los números. Matemática para 1º y 2º grado. Desarrollo Curricular*. Municipalidad de la Ciudad de Buenos Aires.
- Dirección de Currícula (1997). *Documento de Actualización Curricular Nº 4. Segundo Ciclo de la EGB. Área de Matemática*. Secretaría de Educación, Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires.
- Dirección de Currícula (1999). *Pre Diseño Curricular para la Escuela Primaria.* Secretaría de Educación, Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires.

[1] Entre paréntesis informamos el año de su publicación original; entre corchetes, la edición utilizada.

- Dirección de Currícula (2004). *Diseño Curricular para la Escuela Primaria.* Secretaría de Educación, Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires.
- Dirección de Investigación (2002). *Educación de Jóvenes y Adultos en la Ciudad Autónoma de Buenos Aires. 1996-2000. Educación primaria, media y superior y otras ofertas educativas. Sector Estatal*, *Serie III.* Cuadernos Especiales, Dirección General de Planeamiento, Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires.
- Dirección General de Cultura y Educación (2008). *Diseño Curricular para la Educación Primaria*. Gobierno de la Provincia de Buenos Aires.
- Dirección Operativa de Investigación y Estadística (2011). *Panorama Educativo 2009-2010.* Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires.
- Douady, R. (1994). "Rapport enseignement aprentissage: dialectique outil-objet, jeux de cadres", *Cahier de Didactique des Mathémathiques*, Nº 3, IREM de París.
- Ferreiro, E. (1983). *Los adultos no alfabetizados y sus conceptualizaciones del sistema de escritura*, Cuaderno DIE N° 10. México DF, DIE - CINVESTAV.
- Ferreiro, E. (1986). "El cálculo escolar y el cálculo con dinero en situación inflacionaria", en *Proceso de alfabetización. La alfabetización en proceso*. Buenos Aires.
- Gálvez, G. (1994). "La didáctica de las matemáticas", en Parra y Saiz (comp.). *Didáctica de las Matemáticas. Aportes y reflexiones.* Buenos Aires, Paidós.
- García, R. (2001). "Epistemología: Raíz y Sentido de la obra de Piaget", en Castorina (comp.). *Desarrollos y problemas en Psicología Genética.* Buenos Aires, Eudeba.
- Glaser, B. y Strauss, A. (1967). *The Discovery of grounded theory: strategies por qualitative research*. New York, Aldine Publishing Company.
- Gobierno de la Provincia de Córdoba (2008). *Propuesta Curricular. Alfabetización y Nivel Primario. Educación Permanente de Jóvenes y Adultos.*
- Gomes Batista, A. y Masagao Ribeiro, V. (2007). "Compromisos y desafíos en un Brasil alfabetizado", en *Educación de adultos y Desarrollo*, Nº 77. Bonn, DVV Internacional (versión digital en www.iiz-dvv.de).
- Green, A. (2005) [2007]. *Jugar con Winnicott*. Buenos Aires, Amorrortu editores.
- Grimaldi, V. (2010). "Los algoritmos de cálculo en la historia de la Matemática y en la escuela", en Revista *Papel y Tinta para el día a día en la escuela,* Nº 33: 11-15, Buenos Aires, Ed. 12ntes.
- INRP (1988). "Un, deux, trois… l'infini…", en *Un, deux… beaucoup, passionnément! Les enfants et les nombres*, *Rencontres Pédagogiques,* Nº21, 77-104, Paris.
- Jóia, O. (1997). "Cuatro preguntas sobre la educación matemática de jóvenes y adultos", en *Conocimiento matemático en la educación de jóvenes y adultos*. Santiago de Chile, UNESCO.
- Knijnik, G. (2003). "Educación de personas adultas y etnomatemáticas", *en Revista Decisio. Saberes para la acción en Educación de Adultos,* Nº Primavera 2003: 5-11. México DF.
- Lahire, B. (2008). "El 'iletrismo' o el mundo social desde la cultura", en *Archivos de Ciencias de la Educación*, 4ta época, Nº 2, Año 2: 11-24, UNLP.
- Lerner y otros (2000). *Informe final del Proyecto UBACyT AF 41. El sistema de numeración: intervenciones docentes en diferentes contextos didácticos.* Universidad de Buenos Aires.
- Lerner, D. (1992). *La matemática en la escuela aquí y ahora*. Buenos Aires, Aique.
- Lerner, D. (2001). "Didáctica y Psicología: una perspectiva epistemológica", en José Antonio Castorina (comp.). *Desarrollos y problemas en Psicología Genética.* Buenos Aires, Eudeba.
- Lerner, D. (2005). "Tener éxito o comprender. Una tensión constante en la enseñanza y el aprendizaje del sistema de numeración", en Alvarado y Brizuela (comp.). *Haciendo Números*. México DF, Paidós.

- Lerner, D. (2007). "Hacia la comprensión del valor posicional". Ponencia presentada en las Jornadas sobre la Enseñanza de la Matemática, organizadas por 12(ntes) y Red Latinoamericana de Alfabetización. Reproducida en DVD en Revista 12(ntes), *Enseñar Matemática Nivel Inicial y Primario*, nº 5. Buenos Aires, 12(ntes).
- Lerner, D.; Sadovsky, P. (1994). "El sistema de numeración, un problema didáctico", en Parra y Saiz (comp.). *Didáctica de las Matemáticas. Aportes y reflexiones.* Buenos Aires, Paidós.
- Luchesi de Carvalho, D. (1997). "El conocimiento matemático de la práctica y el conocimiento matemático escolar desde la perspectiva del salón de clase", en *Conocimiento matemático en la Educación de Jóvenes y adultos.* Santiago, Chile, UNESCO.
- Margolinas (1993). *De l'importance du vrai et du faux dans la classe de mathématiques*. Grenoble, La Pensée Sauvage.
- Mariño, G. (2003). "La educación matemática de jóvenes y adultos. Influencias y trayectos", en *Revista Decisio. Saberes para la acción en Educación de Adultos,* Nº Primavera 2003: 27-32. México DF.
- Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de la Nación (2006). *Aportes para el seguimiento del aprendizaje en procesos de enseñanza. 1º y 2º ciclo, Nivel Primario.* Buenos Aires.
- Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de la Nación (2007). *Cuadernos para el aula*. Buenos Aires.
- Ministerio de Educación, Provincia de Santa Fe (2006). *Diseño Curricular Jurisdiccional de Educación de Jóvenes y Adultos.*
- Nunes Carraher, T. (1989). "O Desenvolvimento mental e o Sistema Numérico Decimal", en Nunes Carraher, T. (comp.). *Aprender pensando.* Petrópolis, Voces.
- Palmas, S. (2011). *De la representación oral de los números a la escrita. Un estudio didáctico con dos adultos de baja o nula escolaridad.* Tesis de Maestría. México DF, DIE, CINVESTAV, IPN.
- Parra, C. (1994). "Cálculo mental en la escuela primaria", en Parra y Saiz (comp.). *Didáctica de las matemáticas. Aportes y Reflexiones.* Buenos Aires, Paidós.
- Perrin Glorian, M. J. (1993). "Questions Didactiques soulevées à partir de l'enseignement des mathématiques dans des clases 'faibles'", en *Recherches en Didactique des mathématiques*, vol13/1.2: 5-118, Grenoble, La Pensée Sauvage.
- Piaget, J. (1970) [1992]. *Psicología y epistemología*. Buenos Aires, Emecé.
- Quaranta, M. E.; Tarasow, P. y Wolman, S. (2003). "Aproximaciones parciales a la complejidad del sistema de numeración: avances de un estudio acerca de las interpretaciones numéricas", en Panizza, M. (comp.). *Enseñar Matemática en el Nivel Inicial y Primer Ciclo de EGB: Análisis y Propuestas*. Buenos Aires, Ed. Paidós.
- Rivas, A. y otros (2010). *Radiografía de la educación argentina*. Buenos Aires, CIPPEC.
- Rockwell, E. (1987). *Reflexiones sobre el proceso etnográfico*. Departamento de Investigaciones Educativas. CINVESTAV, IPN, México DF.
- Rockwell, E. (2009). *La experiencia etnográfica. Historia y Cultura en los procesos educativos*. Buenos Aires, Ed. Paidós.
- Sadovsky, P. (2005b). *Enseñar Matemática hoy*. Buenos Aires, Libros del Zorzal.
- Sadovsky, P. y Sessa, C. (2005). "La Conformación de una Comunidad Matemática en un Proceso de Formación de Maestros: un Ejemplo Privilegiado para Conocer Complejidades Acerca de la Clase de Matemática", *Yupana,* N° 2: 11-24, Santa Fe, Universidad Nacional del Litoral.
- Saiz, I. (1994). *División de Didáctica de Matemática.* Buenos Aires, Paidós.

- Scheuer, N. y Germano, A. (2005). "Conocimientos matemáticos de niños de 4 a 7 años en entornos de alfabetización limitada", Alvarado, M. y Brizuela, B. (comp.). *Haciendo números.* México DF, Paidós.
- Scheuer, N.; Sinclair, A.; Merlo de Rivas, S. y Tieche Chrisitinat, Ch. (2000). "Cuando ciento setenti y uno se escribe 10071: Niños de 5 a 8 años produciendo numerales", en *Infancia y Aprendizaje*, nº 90: 31-50.
- Schliemann, A. (1991). "Escolarización formal versus experiencia práctica en la resolución de problemas", en Carraher, T.; Carraher, D. y Schliemann, A. *En la vida diez, en la escuela cero*. México DF, Siglo XXI.
- Schliemann, A.D.; Araujo, C.; Cassundé, M.A.; Macedo, S. y Nicéas, L. (1998). "Multiplicative commutativity in school children and street sellers", en *Journal for Research in Mathematics Education*, Nº 29 (4): 422-435.
- Sessa, C. y Giuliani, D. (2008). "Mirar la historia de la matemática para pensar en el aprendizaje y la enseñanza", en Broitman, C.: *Revista Enseñar matemática en Nivel Inicial y Primaria.* 12ntes, Nº 4: 17-40. Buenos Aires.
- Silva, V. A. da (2008). "Relaçaõ com o saber na aprendizagem matemática: uma contribuição para a reflexão didática sobre as práticas educativas", en *Revista Brasileira de Educação, jan./abr,* vol 13, Nº 37: 150-161.
- Sirvent, M.T. (1996). *Multipobrezas, violencia y educación*. Ponencia Congreso Internacional de Educación, Facultad de Filosofía y Letras, Universidad de Buenos Aires.
- Soto Cornejo, I. y Rouche, N. (1995). "Problemas de Proporcionalidad resueltos por campesinos chilenos", en *Educación Matemática*, Nº1, vol. 7: 77-95. México DF.
- Stake, R. (1995). *Investigación con estudios de caso.* Madrid, Ediciones Morata.
- Terigi, F. (2010). *Educar en ciudades. Segmentación urbana y educación en América Latina*. Madrid, Fundación Iberoamericana para la Educación, la Ciencia y la Cultura.
- Terigi, F. (1992). "En torno a la psicogénesis del sistema de numeración: estado de la cuestión, perspectivas y problemas", en *Revista Argentina de Educación*, nº 17: 67-86.
- Terigi, F. (2008). *Organización de la enseñanza en los plurigrados de escuelas rurales*. Tesis de Maestría. Buenos Aires, FLACSO.
- Torres, C. A. (1990). *Entrevista con Paulo Freire*. Universidad de California. Versión mimeo.
- Torres, R. M. (2000). *Alfabetización para todos. Década de Naciones Unidas para la Alfabetización (2003-2012*). Documento Base preparado para UNESCO.
- Torres, R. M. (2008). *Alfabetización y acceso a la cultura escrita por parte de jóvenes y adultos excluidos del sistema escolar. Un estudio de campo en nueve países de América Latina y el Caribe.* Resumen ejecutivo. México y Ecuador, CREFAL – Fronesis.
- Vergnaud, G. (1990). "La théorie des champs conceptuels", en *Recherches en didactique des mathématiques,* Nº 2 y 3, vol. 10: 133-170. Traducción en versión mimeo.
- Vergnaud, G. (1991). *El niño, las matemáticas y la realidad, problema de las matemáticas en la escuela*. México DF, Trillas.
- Vergnaud, G. (*1994)* [1997]. *Aprendizajes y Didácticas: ¿Qué hay de Nuevo?* Buenos Aires, Edicial.
- Vygotsky, L. S. (1934) [1987]. *Pensamiento y Lenguaje*. Buenos Aires, La Pléyade.
- Wolman, S. (2007). "Conocimiento numérico en niños pequeños", en Broitman, C. (comp.). *Enseñar Matemática: Nivel Inicial y Primario Nº2:* 13-20.

Páginas web consultadas:

- *www.abc.gov.ar*: Dirección General de Cultura y Educación de la Provincia de Buenos Aires

- *www.buenosaires.gov.ar/educación*: Ministerio de Educación de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires.
- *www.indec.gov.ar:* Instituto Nacional de Estadística y Censos. Ministerio de Economía y Obras y Servicios Públicos de la Nación.
- *www.me.gov.ar*: Ministerio de Educación. Presidencia de la Nación.
- *www.uis.unesco.org*: Instituto de Estadísticas de UNESCO.