

## **Juegos de azar en la enseñanza de probabilidad: La intuición como base del aprendizaje formal**

**Elizabeth Lavenant Brau**

**Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN**

### Planteamiento

En los últimos tiempos, la probabilidad ha tomado gran importancia dentro del campo de la investigación. Por darnos un ejemplo, en el mundo existen al menos 38 revistas especializadas en el área, y la base de datos Mathscinet registró 1083 artículos de probabilidad publicados tan sólo en el año 2005; también es importante señalar la aplicación de la probabilidad en diversos campos de estudio, siendo cruciales las publicaciones probabilísticas en estos campos, tales como investigación de operaciones, teoría de control, teoría de gráficas, finanzas, biología, entre otras. Incluso para las personas cuyo interés no es la investigación, la probabilidad resulta de gran ayuda en su vida diaria, pues les otorga una capacidad de comprensión superior a la de aquéllos que no tienen bases probabilísticas sólidas, como lo demuestran diversos estudios realizados por Osherson (1990), entre otros. Por estas razones, resulta conveniente que se introduzcan sus temas desde la educación básica, para la constitución de un sustrato intuitivo favorable al tratamiento formal posterior, que prevenga la formación de sesgos cognitivos más tarde muy difíciles de erradicar.

Los libros de texto para la educación matemática básica ya incluyen lecciones con contenido probabilístico, pero se les otorga poca importancia (Flores, 2002; Carballo, 2004; Elizarraras, 2004; Vázquez, 2004; López, 2006). Este hecho nos hizo plantearnos el reto de desarrollar actividades de enseñanza para que la introducción a nociones de probabilidad en la educación básica favorezca la constitución y evolución de éstas.

Piaget (2005, Pág. 179) señala que al jugar, el niño desarrolla su inteligencia, y mediante el juego el niño puede llegar a asimilar realidades intelectuales que sin el juego, son externas a la inteligencia infantil. En investigaciones relacionadas con la forma en que los niños adquieren nociones probabilísticas, encontramos resultados favorables al introducir éstas mediante actividades basadas en juegos de azar, dado que favorecen su adquisición de la manera más

natural: la intuitiva. Como referentes, podemos citar los trabajos de Fischbein (1975) y Piaget (1975), los cuales reportan resultados exitosos en la aplicación de juegos de azar para la comprensión de estos conceptos.

En este trabajo se presenta un análisis de la importancia otorgada a los juegos de azar y su carácter intuitivo para la enseñanza de probabilidad en la propuesta institucional para educación primaria en México, así como los primeros resultados de una actividad realizada con niños de primaria.

### Marco teórico

Heitele (1975) propone diez ideas fundamentales de estocásticos como base y guía para un currículo en espiral sobre probabilidad y estadística. Esta propuesta se adopta como importante referente, ya que en nuestro análisis de contenidos de probabilidad en la propuesta institucional, buscamos la existencia de éstas ideas en las lecciones del libro de matemáticas, en este caso de cuarto grado de primaria. Estas ideas son, a saber:

1. Asignarle un valor a nuestras creencias. Así, la expresión “estoy seguro de” tendría un valor de 1, y la expresión “no creo que suceda” tendría un valor 0.
2. Espacio muestra.
3. Combinación de probabilidades. La regla de la adición.
4. Combinación de probabilidades. Independencia.
5. Equidistribución y simetría.
6. Combinatoria.
7. Modelo de urna y simulación.
8. Variable aleatoria.
9. Ley de los grandes números.
10. Muestra.

Una *intuición* es aquel conocimiento que se presenta de manera espontánea, luego de realizar repetidamente alguna acción determinada (Fischbein, Cáp. 2). Existen dos tipos de intuiciones:

*Intuiciones primarias*: se forman antes, e independientemente de una enseñanza sistemática.

*Intuiciones secundarias*: se forman después de un proceso sistemático de enseñanza.

La intuición de la frecuencia relativa se encuentra presente inclusive en niños de preescolar, y va aumentando con la edad (Fischbein, 1975).

Los niños poseen una intuición primaria de la probabilidad, por lo que al presentarles situaciones probabilísticas de manera adecuada a su edad y desarrollo mental, son capaces de intuir los conceptos probabilísticos. En particular, y contrario a lo afirmado por Piaget e Inhelder (1975), el niño es capaz de asimilar nociones de probabilidad inclusive antes de los diez años, si recibe la enseñanza elemental (Fischbein, 1975).

A los diez años, el niño ya es capaz de asimilar procedimientos combinatorios, si se le proporciona la enseñanza adecuada (Fischbein, 1975).

Los niños poseen una intuición primaria de la probabilidad, y al presentarles situaciones probabilísticas de manera adecuada a su edad y desarrollo mental, son capaces de intuir nociones probabilísticas (Fischbein; Piaget; 1975).

## Metodología

Para realizar esta investigación consideramos los siguientes pasos:

- 1°. Revisión de la propuesta institucional en lo que se refiere a probabilidad e identificación de aquello que concierna a juegos de azar.
- 2°. Descripción matemática de las situaciones de juego de azar en la propuesta.
- 3°. Con la referencia de la descripción realizada, identificación de las ideas fundamentales que serían el foco en los componentes de la propuesta institucional para que lograra su cometido de introducción a nociones de probabilidad.
- 4°. Para la consecución de esa introducción, identificación de otros conceptos matemáticos necesarios, de recursos semióticos para apoyar el desarrollo de lo presentado en la propuesta y de términos relativos a probabilidad que se utilizarían.
- 5°. Comparación del resultado del punto 4 con lo propuesto en los componentes institucionales.
- 6°. Identificación de elementos en una perspectiva teórica (con rectores epistemológicos y cognitivos) a conjugarse con los resultados del punto 3.
- 7°. Diseño de una propuesta para proporcionar una base intuitiva para el conocimiento probabilístico.

Se analizó la propuesta institucional a nivel primaria con respecto a probabilidad, y el énfasis que se otorga al aprendizaje intuitivo del niño. Se hizo un análisis matemático de los juegos de azar propuestos en los libros de texto, y se compararon con aquellos realizados en investigaciones anteriores (Fischbein; Piaget; 1975).

Seleccionamos un juego de azar para aplicar a un grupo de niños y, mediante el monitoreo de sus desempeños, identificar y caracterizar la ausencia o presencia de la intuición de nociones probabilísticas implícitas en el juego. Para elegir el juego de azar presentado a los niños, se tomaron en cuenta los resultados obtenidos por Fischbein (1975), en lo concerniente a las edades promedio a las cuales los niños logran comprender los distintos contenidos probabilísticos. Se eligió un juego tomado de Glayman y Varga (1975), el cual presentamos a continuación:

- Se lanzarán 3 monedas distinguibles entre sí al aire, al mismo tiempo, en repetidas ocasiones. Las monedas deben ser distinguibles para que el niño note que hay más de una forma en que pueden caer 2 águilas, o una.
- Antes de cada lanzamiento, se preguntará a los niños cuántas monedas “pueden” caer con el águila hacia arriba.
- Se llevará un recuento con las veces que el número de águilas que cayeron hacia arriba coincida con los pronósticos de cada niño, y se les dirá que al final del juego se le otorgará un premio a aquél cuyo pronóstico haya acertado más veces.
- En los primeros intentos no se llevará recuento de los eventos ocurridos, pero en cuanto se observe que empiezan a desarrollar una estrategia para los posibles resultados, se les alentará para que lleven recuentos de los resultados. Este recuento les facilitará la tarea de hacer pronósticos acertados.

Espacio muestra para el juego realizado con tres monedas:

Tres águilas	Dos águilas	Un águila	Cero águilas
aaa	saa	ass	sss
	asa	sas	
	aas	ssa	

De donde observamos que los resultados más probables es que salgan una o dos águilas, ambos eventos con una probabilidad de  $3/8$ , siendo las combinaciones tres águilas y cero águilas las menos probables, con una probabilidad de  $1/8$ .

Este experimento se llevó a cabo con cinco niños de cuarto grado de primaria, escogidos al azar entre los niños que habían asistido a clases el día que realizamos el experimento. Luego de seleccionar a los niños (dos niñas y tres niños), los condujimos a un salón vacío, donde hicimos un círculo de pupitres para sentarlos. Ya acomodados los niños, les mostramos las tres monedas con las que se realizaría el juego, les explicamos que el juego consistía en lanzar las tres monedas al mismo tiempo, e hicimos preguntas para que ellos mismos nos dieran el espacio muestra.

Después, les explicamos que debían predecir cuántas águilas resultarán del lanzamiento de tres monedas, durante diez lanzamientos. Tratamos de alentarlos a que idearan algún método o estrategia para ir prediciendo el número de águilas.

Antes de iniciar los lanzamientos, propusimos una forma de ir registrando los resultados. En diez renglones (uno por cada lanzamiento), primero se escribe la predicción y a su derecha, el resultado real. Ésta simplemente fue una propuesta, les dijimos que podrían registrar los resultados en la forma que quisieran.

Después empezamos el juego. Los niños se mostraron emocionados durante los diez lanzamientos, frente a la posibilidad de atinarle. Al final entrevistamos a los niños uno por uno, aunque no en privado, sino frente a los otros cuatro niños. La entrevista fue con motivo de saber si habían descubierto qué combinaciones eran más frecuentes, o si tenían un método de predicción en particular.

## Resultados

En investigaciones anteriores, existen resultados alentadores en niños de ocho años en adelante (Fischbein, 1975). Según este autor, aproximadamente a partir de los ocho años (periodo de operaciones concretas) el niño comienza a elaborar los esquemas operacionales espacio-temporales y lógico-matemáticos, lo cual le da la habilidad de distinguir entre lo aleatorio y lo deducible. A esta edad, el niño comienza a entender la interacción de las cadenas causales que llevan a los eventos impredecibles, y la irreversibilidad de los fenómenos aleatorios.

En la propuesta institucional, las nociones de probabilidad se introducen a partir de tercer grado de primaria (SEP, 1993), con énfasis en que exista un acercamiento intuitivo hacia la probabilidad. Con respecto a las matemáticas en general, *Plan y programas de estudios de educación básica primaria* señala: “El éxito en el aprendizaje de esta disciplina depende, en buena medida, del diseño de actividades que promuevan la construcción de conceptos a partir de experiencias concretas, en la interacción con otros. (Pág. 49)”. El tema de probabilidad se localizó en el eje *Predicción y azar*, donde “se pretende que, a partir del tercer grado, los alumnos exploren situaciones donde el azar interviene y que desarrollen gradualmente la noción de lo que es probable o no es probable que ocurra en dichas situaciones (Pág. 52)”. El plan de estudios actual guarda algunos cambios con respecto al anterior, para el eje de predicción y azar se encuentra el siguiente cambio: “Un cambio fundamental es que se disminuye el énfasis en la cuantificación de las probabilidades (Pág. 53)” Como el estudio se realizó con niños de cuarto grado, consideramos importante reproducir aquí los resultados obtenidos del estudio del libro de matemáticas para cuarto grado:

El libro de matemáticas de cuarto grado consta de cinco bloques, y únicamente una lección de contenido probabilística por bloque. Las primeras tres lecciones con contenido probabilístico incluyen un juego de azar, y parte de la actividad incluida en estas lecciones requiere que el niño realice él mismo el juego, y registre sus resultados, así como que los compare con los de sus compañeros. Las lecciones incluyen preguntas sobre qué situación es más o menos probable, que el niño debe contestar antes de realizar el juego, y también después. Las lecciones no dan reglas a seguir, las respuestas deben responderse con base en la experiencia del niño con el juego, y la experiencia que tuvieron los personajes de la lección. En la cuarta lección, los personajes llegan a un razonamiento más profundo sobre las distintas razones (verdaderas y erróneas) por las que un evento resulta más probable que otro; a pesar de que se pregunta al niño qué razonamiento es el que él considera correcto, no se pide que realice el juego, únicamente se limita a leer cómo es que los personajes lo jugaron. En la quinta se estudia un problema de combinatoria que no incluye un juego de azar en su desarrollo. Además de éstas lecciones, el libro incluye cinco lecciones más cuyo planteamiento involucra un juego de azar, únicamente en dos se pide al niño que lo juegue, y en ninguno se hace alusión al carácter aleatorio de estos juegos.

En la aplicación del juego, los niños no mostraron haber encontrado la frecuencia relativa, a pesar de nuestras insinuaciones. Ninguno de los niños dijo tener algún método de predicción en

particular, todos mencionaron que elegían la primera combinación que les venía a la mente. Aún así encontramos resultados interesantes, que citamos a continuación, junto con la transcripción de cada caso.

Los niños ya están conscientes del carácter aleatorio del lanzamiento de monedas, como lo demuestra la siguiente transcripción del experimento:

-Si volvemos a lanzar diez veces estas monedas, ¿va a salir lo mismo?

-No

-¿Por qué no?

-Porque puede que caigan en diez diferentes maneras, no siempre cae igual.

Al preguntar sobre si había alguna combinación de águilas y soles que nos permitiera ganar el juego más fácilmente, luego de hacerles notar que en el juego la combinación de una sola águila había aparecido seis de diez veces, obtuvimos la siguiente respuesta:

-Es un juego de azar, no se sabe nada.

A pesar de reconocer la aleatoriedad, aún no otorgan probabilidades diferentes a los distintos eventos. El que en un intento hubiera resultado más probable una combinación que otras, no les proporcionó información alguna.

## Conclusiones

Los resultados nos hacen replantear para nuestra investigación las edades promedio para la comprensión de nociones probabilísticas encontradas por Fischbein (1975), aunque nos reconforta ver que sí pudimos observar la intuición de aleatoriedad en los niños.

## Referencias

Carballo, M.; 2004, *Estocásticos en el segundo ciclo de la educación primaria: determinismo y azar*. Tesis de maestría. DME, Cinvestav del IPN. México.

- Elizarraras, S.; 2004, *Enseñanza y comprensión del enfoque frecuencial de la probabilidad en el segundo grado de secundaria*. Tesis de maestría. DME, Cinvestav del IPN. México.
- Fischbein, E. 1975, *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. Reidel, Holanda.
- Flores, P.; 2002, *La predicción y el azar: praxis, creencias, saberes y conocimientos del docente de educación primaria*. Tesis de maestría. DME, Cinvestav del IPN. México.
- Glaymann, M. y Varga, T.; 1975, *Las probabilidades en la escuela*. Barcelona: Editorial Teide, S.A.
- Heitele, D.; 1975, An epistemological view on fundamental stochastic ideas. *Educational Studies in Mathematics* 6, págs. 187-205, Reidel, Holanda.
- López, J. M.: 2006, *Comprensión de la ley de los grandes números en el tercer grado de secundaria*. Tesis de maestría. DME, Cinvestav del IPN. México.
- Osherson, D.: 1990, Capítulo 3, Judgement. *Thinking. An invitation to cognitive science, vol. 3*, Cambridge, MIT Press.
- Piaget, J. e Inhelder, B.; 1975, *The origin of the idea of chance in children*. New York: W. W. Norton & Company Inc.
- SEP ; 1993, *Plan y programas de Estudio de educación básica primaria*. Subsecretaría de educación básica y normal. Dirección general de materiales y métodos educativos, México, SEP.
- SEP ; 2000, Matemáticas. Cuarto Grado. Subsecretaría de educación básica y normal. Dirección general de materiales y métodos educativos, México, SEP.
- Vázquez, O.; 2004, *Enseñanza y comprensión del enfoque clásico de la probabilidad en el primer grado de secundaria*. Tesis de maestría. DME, Cinvestav del IPN. México.

Palabras clave

Juegos

Intuición

Probabilidad